

Е. Н. Поляхова

КОСМИЧЕСКИЙ ПОЛЕТ С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ



URSS

Е. Н. Поляхова

КОСМИЧЕСКИЙ ПОЛЕТ С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ

Под редакцией
В. А. Егорова

Издание второе,
дополненное



URSS

МОСКВА

Поляхова Елена Николаевна

Космический полет с солнечным парусом / Под ред. В. А. Егорова.

Изд. 2-е, доп. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011. — 320 с.

В настоящей книге излагается теория космического полета с двигателем особого типа — солнечным парусом, создающим малую, но непрерывно действующую тягу благодаря давлению на него солнечного света. Рассматриваются полеты с солнечным парусом как в околоземном пространстве, так и в направлении планет Солнечной системы, например к Марсу, а также — ближе к Солнцу — к Венере и Меркурию. Описываются отечественные и иностранные проекты перелетов и конструкций солнечного паруса.

Для специалистов в области космической техники и всех, кто интересуется теорией космического полета.

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук В. А. Егоров

Издательство «Книжный дом «ЛИБРОКОМ»».

117335, Москва, Нахимовский пр-т, 56.

Формат 60×90/16. Печ. л. 20. Зак. № 3991.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978–5–397–01565–3

© Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010



8933 ID 112791



9 785397 015653

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

КОСМИЧЕСКИЙ ПОЛЕТ С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ: идея Ф. А. Цандера и сто лет ее последующего развития

Настоящая книга была задумана автором как монография, посвященная 100-летию со дня рождения пионера отечественной космонавтики Фридриха Артуровича Цандера (1887–1933).

Действительно, идея космоплавания с малой тягой солнечного паруса-зеркала была впервые высказана Ф. А. Цандером в 1910–1912 гг., а воплощена им в первый инженерный проект космического корабля с солнечным парусом лишь в 1924 г. Сама идея движения под действием сил светового давления имеет довольно долгую историю в рамках истории физики, астрономии и космонавтики. Скоро исполнится сто лет со времени этих первых публикаций Ф. А. Цандера. За истекшее столетие развивающаяся идея космического полета с малой тягой солнечного паруса претерпела ряд неизбежных модификаций. Разнообразные приложения предлагают парус либо в виде экологически чистого движителя малой тяги, либо в роли элемента систем ориентации космического аппарата или его орбитального контроля, либо в роли рефлектора для освещения земной поверхности (орбитальный эксперимент «Знамя» в 1993 г.) и т. п. Идея солнечного паруса неизбежно связана не только с поисками и разработками новых видов энергии, но и с широкими горизонтами революционных применений современных нанотехнологий в космосе.

В монографии был дан обзор развития идей Ф. А. Цандера вплоть до настоящего времени, указаны основные направления развития тематики с оценкой экологических аспектов ряда проблем космоплавания. Был выполнен обзор современного состояния отечественных и зарубежных разработок теорий парусных перелетов и современных проектов конструкций парусов для полета к Луне, Солнцу, большим планетам, астероидам, кометам, а также для выполнения различных космических маневров вблизи Земли.

Настоящая книга была создана не только трудом автора, но и искренним энтузиазмом В. А. Егорова и В. И. Левантовского, которые редактировали, исправляли и издавали текст. Их советы и замечания немало способствовали его улучшению.

В 2005 г. Е. Н. Поляхова была награждена премией имени Ф. А. Цандера по теоретической космонавтике Российской Академии Наук (Постановление Президиума Российской Академии Наук от 8 ноября 2005 за № 251) за монографию «Космический полет с солнечным парусом». Эта книга Е. Н. Поляховой до сих пор является единственной отечественной научной монографией по проблеме космоплавания. Поскольку книга стала библиографической редкостью, а тема космоплавания не потеряла своей актуальности в аспекте базовых позиций: экология — энергосбережение — нанотехнологии, стал вопрос о ее переиздании.

В своей педагогической деятельности автор активно применял эту монографию на астрономическом отделении математикомеханического факультета Санкт-Петербургского государственного университета в спецкурсах «Теория солнечного паруса» и «Фотогравитационные задачи небесной механики», а также в курсовых и дипломных работах. Являясь широким специалистом в этой области динамики космического полета, Е. Н. Поляхова в 2002 году выпустила популярную брошюру-пособие «Введение в теорию солнечного паруса», Изд-во СПбГУ, 2002, задуманную как установочная лекция по теме космоплавания и истории развития идей Фридриха Артуровича Цандера в России и за рубежом. Как известно, цандеровская идея использования светового давления солнечных лучей для создания движущей силы малой тяги в космическом пространстве основана на создании экологически чистого космического двигателя, работающего от возоб-

новляющихся природных источников энергии. Эта концепция солнечного паруса позволяет также проектировать космические экраны, которые смогут защищать Землю от глобального потепления.

В качестве вступительной статьи к новому изданию взят текст автора, написанный им в научно-популярной форме. Этот текст снова возвращает нас от формул и строгих расчетов к ретроспективам отечественных и зарубежных приоритетов, к непростой истории вопроса, к гениальным фантазиям мечтателей, надевавшихся на их будущее воплощение в реальность, и к строгой чистоте науки о космосе!

Автор благодарит всех, кто в эти годы сотрудничал с ним по проблемам космоплавания и по смежным вопросам механики космического полета и фотогравитационной небесной механики. Подтверждая все благодарности, упомянутые в предисловии к изданию 1986 года, автор отдает светлую дань памяти Бориса Викторовича Раушенбаха и Всеволода Александровича Егорова, неизменно поддерживавших энтузиазм автора в вопросах парусных перелетов. Автор благодарит К. В. Холшевникова, А. С. Шмырова, Л. Л. Соколова, В. В. Коблика, В. В. Дикарева, А. А. Пережогина за плодотворное «парусное» сотрудничество и соавторство, надеясь на дальнейшее продолжение совместных работ. Автор признателен В. В. Белецкому, А. Л. Куницыну, Л. Г. Лукьянову, В. Н. Тхаю, И. И. Косенко, П. С. Красильнику, которые всегда активно поддерживали начинания автора в деле «парусных» и «фотогравитационных» выступлений и публикаций.

Что касается зарубежных ученых, то автор всегда находил активную поддержку своей работы и полезные советы, а также сведения о новых публикациях в переписке по электронной почте, в которой его корреспондентами в разное время были: Louis Friedman (USA), Jerome Wright (USA), Greg Matloff (USA), Robert Forward (USA), Colin McInnes (Great Britain), Claudio Maccone (Italy), Jorg Strobl (Austria), Manfred Leipold (Germany), Wolfgang Seboldt (Germany), Bernd Dachwald (Germany) и ряд других специалистов. Отдавая дань светлой памяти тех из них, кто ушел их жизни, не дождавшись запусков предложенных ими парусных перелетов (Jorg Strobl, Robert Forward), автор выражает им глубокую благодарность за неоценимую помощь и поддержку.

КОСМОПЛАВАНИЕ ПОД СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ — ФАНТАСТИКА МЕЧТАТЕЛЕЙ ИЛИ РЕАЛЬНОСТЬ НЕДАЛЕКОГО БУДУЩЕГО?

В течение нескольких миллиардов лет существования Солнечной системы лишь только пылевые частицы всегда перерабатывали даровую энергию солнечного света в энергию поступательного движения. Извергаемые ядрами комет, они покидали орбиты родительских тел, выстраиваясь в длинные хвосты. Наиболее восприимчивые к световому давлению пылинки преодолевали силу притяжения Солнца и отправлялись в межзвездное пространство. Однако технологический прогресс на планете Земля сделал принципиально возможным появление искусственных тел в миллиарды раз тяжелее пылинок, которые в скором времени начнут бороздить просторы Солнечной системы, запрягая лучи центральной звезды — Солнца — в узду многогектарных зеркальных солнечных парусов.

ФОТОННЫЙ ПИНГ-ПОНГ

Принцип движения в космосе под солнечным парусом базируется на эффекте светового давления (так называемом эффекте Лебедева), который мы разберем на нескольких воображаемых примерах. Начнем с довольно странного на первый взгляд мысленного эксперимента, который, тем не менее, даст нам базу для дальнейших иллюстраций. Представим себе абсолютно черный экран — парус, поглощающий весь падающий на него свет. Независимо от формы и ориентации к лучам такой парус всегда будет испытывать световое отталкивание: поглощая все приходящие фотоны, парус заимствует их импульс, направленный в сторону распространения света. Обратимся теперь к другой крайности — пусть наш парус является зеркальным, т. е. обладает идеальными

отражательными свойствами. Установим его в плоскость, перпендикулярную солнечным лучам, или, как иногда говорят, поставим парус «в полное раскрытие к лучам». И снова сила светового давления солнечных лучей окажется направленной вдоль их распространения. Набегающие фотоны дважды обмениваются импульсом с парусом: первый раз — при поглощении, как в случае с черным парусом, а второй раз — при отражении в обратном направлении. Величина силы светового давления при этом окажется вдвое больше, чем на черный парус равной площади. Очевидно, что реальный парус отражает лишь часть падающих на него лучей, поэтому его эффективность лежит где-то между идеальным и черным парусами. А теперь повернем плоский зеркальный парус под некоторым углом к лучам. Фотоны начнут отскакивать от паруса подобно шарикам пинг-понга, брошенным под углом к столу. Часть импульса, направленную параллельно парусу, фотоны сохранят у себя, так что парусу достанется теперь меньше, чем в полном его раскрытии к лучам. Величина светового давления уменьшится, а направление этого давления будет совпадать с нормалью к парусу, отложенной с его теневой стороны. Поворачивая парус, мы получаем возможность управлять направлением тяги «солнечного двигателя», однако за это приходится иногда платить ее величиной: плоский парус, поставленный параллельно лучам, вообще не даст никакой тяги.

Ускорение, которое сообщает космическому аппарату поток солнечных лучей, зависит от так называемой парусности аппарата, т. е. отношения площади паруса к массе всей конструкции при установке паруса в «полное раскрытие» к лучам, т.е. когда угол установки паруса, считаемый против часовой стрелки от направления луча к направлению нормали к теневой стороне, равен нулю. Если этот угол увеличить и сделать парус наклонным к лучам, то в выражении силы светового давления появится квадрат косинуса угла установки. Например, для достижения ускорения 1 мм/с^2 на расстоянии Земли от Солнца (150 млн км) космическому аппарату массой 500 кг, потребуется парус площадью 5 гектаров в полном раскрытии к лучам (например, это может быть квадрат со стороной 225 м). Для сравнения напомним, что гравитационное ускорение от Солнца составляет на орбите Земли 6 мм/с^2 . Итак, парусность предлагаемой нами конструкции оказывается равной $1000 \text{ см}^2/\text{г}$. Особо отметим, что масса паруса должна входить в те самые 500 кг, которыми мы ограничили общую массу аппарата.

Итак, если космический аппарат несет какую-то полезную нагрузку, его парус должен быть изготовлен из очень тонкой пленки, хорошо отражающей свет. Задача эта непростая, но в принципе решаемая на современном уровне космических технологий.

Итак, с помощью мысленных экспериментов, результаты которых могут быть проверены в лаборатории на Земле, мы разобрались с физическим принципом работы солнечного паруса. Посмотрим теперь, как световая тяга может быть использована для движения в космическом пространстве.

КОСМИЧЕСКИЙ СЕРФИНГ

Будем считать, что наш космический аппарат со сложенным солнечным парусом уже доставлен на орбиту вокруг Земли или Солнца. Начальная орбита может быть какой угодно. Успешное раскрытие паруса обеспечит космический аппарат «двигателем» малой тяги, обладающим практически неограниченным запасом «топлива» — солнечной энергии. Однако есть у него один досадный недостаток, лишь вскользь отмеченный в предыдущем разделе: в отличие от реактивных двигателей, мы не можем использовать его тягу в любом направлении с одинаковой эффективностью. Необходимо назревает задача: как сориентировать парус, чтобы добиться желаемого изменения орбиты. Забавно, но здесь аналогия с морским парусом далеко не всегда оказывается верной.

В самом деле, ветер, постоянно дующий в одном и том же направлении, в принципе позволяет кораблю преодолеть любое расстояние (для простоты, — в направлении ветра). Даже если морское течение и сносит корабль в сторону, то все равно ветер обеспечит какое-то движение в собственном направлении. В космическом пространстве это не так! Аппарат, однажды установивший парус в полное раскрытие к солнечным лучам, не сможет выйти «по спирали» за пределы Солнечной системы, если, конечно, он не сделан таким легким, что световое давление больше его веса в гравитационном поле Солнца. Раскрытие паруса на круговой гелиоцентрической орбите приведет лишь к тому, что спутник станет «легче», или, если угодно, с его точки зрения уменьшится масса Солнца. Но так как до раскрытия паруса спутник уже имел первую космическую скорость, а «уменьшение массы» Солнца означает еще и уменьшение первой космической скорости, то по отношению к «облегченному» Солнцу спутник будет иметь скорость большую, чем местная круговая. В результате перигелий новой орбиты будет совпадать с радиусом первоначальной круговой орбиты, а вот афелий окажется несколько дальше. Таким образом, сохраняемое простое расположение паруса в полное раскрытие к лучам позволит спутнику забраться чуть дальше от Солнца, но не более того.

Однако повернув парус под углом к солнечным лучам так, чтобы фотоны отскакивали назад относительно направления орбитального движения, мы получим небольшую движущую силу, направленную в

сторону орбитального движения, причем под некоторым углом к направлению скорости. Эта сила постепенно ускоряет космический аппарат, который теперь сможет двигаться по раскручивающейся спирали от Солнца. Правда, чем дальше парусник уйдет от Солнца, тем слабее будет сила светового давления и тем менее эффективным двигателем будет солнечный парус. Зато при «спуске» к Солнцу эффективность паруса будет неуклонно расти. Как вы уже догадались, для выхода на скручивающуюся спираль парус должен быть установлен так, чтобы отражать солнечный свет вперед, как будто «освещая» путь перед собой. Тогда сила давления лучей на парус, направленная по нормали к теневой стороне, будет направлена против скорости аппарата. Соответствующее торможение приведет к скручиванию спирали к Солнцу.

Нетрудно догадаться, как изменять наклон орбиты спутника с помощью паруса: для этого необходимо отбрасывать парусом солнечный зайчик перпендикулярно плоскости орбиты. Кроме того, вытянутую орбиту можно «вращать» вокруг Солнца, например, чтобы сделать ее похожей на орбиту астероида или кометы, сближение с которыми необходимо произвести.

Еще более интересные маневры можно выполнять с помощью солнечного паруса в околоземном пространстве, так как направление распространения светового излучения в этом случае не совпадает с направлением на центр тяготения — нашу планету. Кроме того, в течение года Солнце совершает полный оборот на небесной сфере относительно Земли, так что, запасшись терпением, можно дожидаться оптимального для маневра времени года и перевести с помощью паруса аппарат на желаемую орбиту.

А вот пример космического полета, в котором парусная тяга используется наряду с гравитационными маневрами. Эффективность паруса максимальна около Солнца, где она может быть использована, например, для выхода из Солнечной системы. Чтобы осуществить этот замысел, необходимо сначала выполнить ряд гравитационных маневров вблизи больших планет, погасить тем самым гелиоцентрическую скорость настолько, чтобы аппарат смог приблизиться к Солнцу на достаточно малое расстояние, и только в момент максимального сближения с Солнцем «поднять паруса». Световое давление скомпенсирует силу притяжения Солнца и космический аппарат, до раскрытия паруса двигавшийся по замкнутой орбите, сможет одним махом перейти на гиперболическую траекторию выхода из Солнечной системы. (Важно только достаточно долго не убирать паруса, так как стоит лишь сделать это, как к Солнцу «вернется» вся его масса и орбита может снова оказаться замкнутой.) Энергии, набранной парусником в результате гравитационных маневров и развертывания солнечных парусов, хватит не только

для вылета из Солнечной системы, но и для достижения им одной из ближайших звезд.

ВЕСТИ С ВЕРФИ

Первые практические разработки солнечного парусника были начаты в США в семидесятых годах. Исследования проблемы использования солнечного света в качестве движителя для космических аппаратов пока не воплотились в реальную регату, но тем не менее многие принципиальные проблемы, связанные с конструктивными особенностями парусного движителя, уже разрешены. Сделалась очевидной относительная дешевизна его исполнения.

Особенное оживление в американские разработки внесла намечавшаяся на 1986 год перспектива полета космического аппарата под солнечным парусом для встречи с кометой Галлея. Разработка началась с проекта квадратного паруса со стороной 800 метров. Как выяснилось, основная трудность состояла в упаковке гигантского полотнища в контейнер для вывода в космос и в разворачивании его в рабочее положение уже на орбите. Более удачной и перспективной тогда была признана альтернативная конструкция разрезного паруса наподобие вертолетного винта, каждая лопасть которого раскатывается из контейнера радиально. Трудностей с упаковкой и раскаткой лопасти в этом проекте не появлялось. Так возник знаменитый проект «Гелиоротор» — солнечный парус с двенадцатью лучами — лопастями длиной 7 км каждая, смонтированными в два яруса. Каждая лопасть может располагаться под независимым углом к световому потоку, разворачиваться встречно к соседней, а система ферм и распорок из легчайших синтетических материалов избавляет лопасть от перекрутки и перекосов. Сила тяги «Гелиоротора» примерно равнялась силе тяги упомянутого выше квадратного паруса. Время от запуска на околоземную орбиту до выхода из поля земного тяготения для этих двух моделей оценивалось одинаковым — около четырех месяцев из полного времени полета к комете, равного четырем годам.

В конце 80-х годов в США был объявлен конкурс проектов для необычайного космического мероприятия — гонок парусных яхт от Земли к Луне и далее к Марсу, посвященных 500-летию юбилею открытия Америки. Христофор Колумб впервые ступил на этот континент 12 октября 1492 года, и начало космических гонок намечалось соответственно на 1992 г. По замыслу организаторов гонок, сложенные в контейнеры яхты будут выведены на высокую, сильно эллиптическую околоземную орбиту (высота перигея около 1000 км, высота апогея — 36000 км), где их паруса будут развернуты в рабочее положение. Ожидалось, что лишь

через два-три месяца постепенной раскрутки яхты уйдут из поля земного тяготения, выполнят маневр около Луны и возьмут курс на Марс, отправившись в 500-дневное путешествие к этой планете. Победительницей первого этапа «Кубка космического паруса» должна была стать яхта, которая ближе всех (но не дальше чем на 10 000 км) подойдет к поверхности Луны, победительницей второго этапа — яхта, выполнившая аналогичный маневр около Марса.

Хотя Юбилейная регата так и не состоялась в намеченные сроки, эта смелая международная инициатива оказалась весьма полезной, выразив небывалый всплеск идей и конструкторских решений парусного дизайна во многих странах. Работа над техническими предложениями подтвердила опасения, что создание солнечного парусника является гораздо более сложной научно-технической задачей, нежели это представлялось ранее. Здесь были отмечены три основных проблемы: разветывание паруса площадью несколько гектар в рабочее положение, жесточайший лимит на полную массу корабля и обеспечение требуемой ориентации паруса по отношению к солнечным лучам в полете. Только при условии разрешения всех перечисленных проблем можно было говорить о реальности космической регаты. Упомянутая острота весового лимита означала, что при толщине полимерной парусной пленки всего в 4 микрона (а ее еще предстояло создать!) масса трехгектарного парусного полотнища должна была составить всего 300 кг, к которым следовало добавить массу необходимых элементов конструкции, аппаратуры систем управления парусом и электропитания, терморегулирования, навигации, радиоуправления и телеметрии. При этом предполагалось обеспечить достаточно сложное управление парусом, чтобы корабль мог идти левым или правым галсами, подставляя «солнечному ветру» корму или шел ребром паруса навстречу «ветру». И так в течение двух или трех лет!

Вообще, благодаря многочисленным исследованиям и разработкам, сегодня мы уже можем выбирать из огромного разнообразия дизайнов парусов. Это и сплошные плоские пленочные паруса (круглые, квадратные, веерные), и паруса-парашюты, купола и надувные баллоны, и разрезные паруса типа вертолетного винта, лепестковые паруса типа «ромашка» и «подсолнух», паруса сотовой конструкции на базе отдельных зеркальных модулей, системы пленочных передаточных зеркал и другие.

Среди парусов — систем зеркал особый интерес представляет конструкция так называемого «наилучшего», в смысле динамической эффективности, паруса. Такая эффективность обычных парусов всегда связана с углом их ориентации к лучам. В системе же зеркал устанавливается такой ход лучей, чтобы направления падающего и отраженного

световых потоков вообще не зависели друг от друга. Один из последних вариантов такого проекта получил название «Thrustor».

Специфика солнечного паруса состоит во взаимосвязи поступательного и вращательного движений всей конструкции. Чтобы управлять тягой, необходимо менять ориентацию паруса, что требует расхода горючего реактивных микродвигателей. Наивыгоднейшей представляется конструкция паруса, которая сама обеспечивала бы контроль если не за установкой ориентации, то хотя бы за ее удержанием. В этом плане одним из перспективных дизайнов солнечного паруса является двустворчатая конструкция, предложенная недавно с участием одного из авторов настоящей статьи (Е.Н.). Построив двустворчатое зеркало определенных пропорций, мы получим саморегулирующуюся по ориентации на Солнце конструкцию.

Разработка дизайна солнечного паруса — непростая техническая задача, тем более что видимая простота формы и геометрии паруса далеко не всегда означает простоту управления этой конструкцией в полете. Естественно, каждая конструкция имеет свои «за» и «против» применительно к конкретной задаче — цели полета и предстоящим маневрам. Кроме того, нельзя упускать из виду длительность пребывания паруса в условиях открытого космоса, которые влияют на поведение синтетической пленки: происходит ее слипание под действием статического электричества, плавление и перегрев в местах складок и заломов, эрозия под действием жесткого космического излучения и другие вредные изменения.

ПАРУСНЫЕ ГРЕЗЫ

Тем не менее, решение этих проблем открывает интересные перспективы в космоплавании. Разумно управляя солнечным парусом, можно разогнать космический аппарат около Земли, выйти в межпланетное пространство и отправиться в космическое путешествие. Мы уже указывали, что маневры, которые космический аппарат может выполнить с помощью солнечного паруса, достаточно разнообразны. Однако, как правило, они повторяют спектр маневров, в принципе осуществимых с помощью других двигательных установок малой тяги. Нас же прежде всего интересуют уникальные свойства именно парусной тяги. К ним в первую очередь следует отнести возможность функционирования паруса в околосолнечных областях, даже в области солнечной короны, где он одновременно может играть роль не только высокоэффективной энергетической установки, но и надежного термостойкого экрана, защищающего приборный отсек от перегрева. Такая конструкция окажется незаменимой для проведения исследования физики околосол-

нечного пространства и наблюдения солнечных пятен с близкого гелиоцентрического расстояния — имеется в виду возможность «создания» орбиты, синхронной с осевым вращением Солнца, но ниже гравитационной гелиосинхронной орбиты. На такой орбите космический аппарат как бы «зависает» над солнечным пятном по аналогии с полетом геостационарного спутника над одной и той же точкой Земли.

Возрастание динамической эффективности солнечного паруса именно при приближении к Солнцу позволяет считать его перспективным и выгодным именно на маршруте «к Солнцу». Актуальной может оказаться идея использования контейнера, снабженного солнечным парусом, для транспортировки к Солнцу радиоактивных отходов с Земли и «захоронения» их в солнечной короне, причем уникальные свойства парусных траекторий позволяют отправить контейнер по траектории, проходящей над орбитами планет во избежание экологических проблем.

Что касается околоземных космических маневров, то здесь их спектр еще более разнообразен. Например, уникальная роль паруса может состоять в его применении как сборщика космического мусора и техногенных осколков с околоземных спутниковых орбит. Космический «дворник» не только сможет подбирать мелкие осколки в контейнер, но и транспортировать его или прекративший функционирование спутник с густо населенной орбиты на более свободный «запасной путь». Проблема «очистки» орбит давно уже является актуальной. Например, на геостационарной орбите, где плотность «населения» уже приближается к критической, именно солнечный парус сможет оказать неоценимую услугу по ее очистке, вследствие отсутствия наней атмосферного сопротивления.

Обсуждая проекты солнечных парусов, нельзя обойти стороной часто обсуждавшийся параллельно с ними так называемый «световой» парус, движимый не природным солнечным светом, а давлением мощного лазерного луча, источник которого установлен на планете или на межпланетной станции. Если такой парус изготовлен из специальных материалов, способных выдержать давление лазерного излучения, он сможет работать и в удаленных от Солнца областях. Фокусировка лазерного излучения с помощью межпланетных линзовых установок позволит превратить световой парус в «звездный» и достичь соседних звезд всего за несколько десятков лет. Но это уже, говоря словами К.Э. Циолковского, «пока еще область фантазии».

В 1993 году парусная проблема неожиданно приобрела новый, более «земной» аспект, а именно — использование солнечного паруса не как космического движителя, а как космического осветителя Земли, движущегося по околоземной орбите.

Идея создания космических отражателей солнечного света в принципе не нова. Однако, будучи связана с сооружением гигантских космических конструкций, она до сих пор не получила реального воплощения. Технология таких крупногабаритных конструкций по существу еще только зарождается. Однако перспективы применения орбитальных устройств с зеркалами-прожекторами поистине безграничны. Прежде всего, солнечные рефлекторы смогут ночью освещать большие города. Не меньше нуждаются в дополнительном освещении заполярные регионы, где населенность достаточно велика. Для таких регионов периодическая подсветка не только сулит экономические выгоды, но и будет способствовать их социальному развитию. Это относится и к регионам Земли с интенсивно развитыми промыслами и добычей полезных ископаемых. Добрую службу в будущем может сослужить отраженный свет и в случаях стихийных бедствий (землетрясений, ураганов и т.п.) или крупных аварий, когда космическое освещение будет играть не менее важную роль, чем оперативная связь, осуществляемая сегодня с помощью спутников. В области внешних экономических связей и международной кооперации может появиться новый неожиданный «продукт» — доставка солнечного света из космоса.

Оценивая перспективы проекта космического осветителя нельзя не упомянуть и о психологическом факторе его восприятия людьми. До сих пор звезды и Луна украшали ночное небо, привлекая с глубокой древности романтиков, астрономов и навигаторов. Теперь наступает пора создания и эксплуатации искусственных «звезд», рукотворных «светил», «Нового света», которые помогут человеку, освещая его ночной путь.

Мы охарактеризовали основные свойства солнечного паруса и его различные технические и маневренные возможности. Однако не следует забывать, что космоплавание в световом потоке потребует долгих поисков сложных конструкторских решений и новых космических технологий, прежде чем людям удастся надежно «оседлать» солнечный луч. Мнения по поводу парусных перспектив пока еще никак нельзя признать единодушными. Однако в скорой неизбежности успешных парусных стартов мы, будучи энтузиастами солнечных парусов и оптимистами, не сомневаемся нисколько!

Литература

Амнуэль П. Р. Звездные корабли воображения. — М. Знание. Научно-попул. серия «Космонавтика. Астрономия». 1988.

Белецкий В. В. Очерки о движении космических тел. М.: Наука, 1977. Изд. 3. М.: Издательство ЛКИ/URSS, 2009.

Ванке В. А., Лесков Л. В., Лукьянов А. В. Космические энергосистемы. М.: Машиностроение, 1990.

Вернадский В. И. Размышления натуралиста. Научная мысль как планетное явление. Книга 2. М.: Наука, 1977.

Зайцев С. Ю., Кошелев В. А., Криволапова О. Ю., Мельников В. М. Свет из космоса // Наука в России. 1994. Вып. 1. С. 29–31.

Поляхова Е. Н. Космический полет с солнечным парусом. Проблемы и перспективы. М.: Наука, 1986.

Резников А. Е., Шварцбург А. А. Парусники эпохи гелиографических открытий // Природа. 1991. Вып. 5. С. 82–87.

Салахутдинов Г. М. Фридрих Артурович Цандер (К 100-летию со дня рождения). Научно-попул. серия «Космонавтика. Астрономия». М.: Знание, 1987.

Севастьянов Н. Первый космический парусник // Авиация и Космонавтика. 1992. Вып. 3/4. С. 46–47.

Сыромятников В. С., Рябко Е. Н. «Знамя» над Землей // Земля и Вселенная. 1994. Вып. 1. С. 13–22.

Поляхова Е. Н., Дикарев В. В. Космоплавание под солнечным парусом. Звездочет. Ноябрь 2000 (2001) С. 12–16.

Поляхова Е. Н. Введение в теорию солнечного паруса. Изд-во Санкт-Петербургского университета (учебное пособие). 2002. 56 стр.

Поляхова Е. Н. К столетию фотогравитационной небесной механики. Вестник Санкт-Петербургского ун-та. Сер. 1. Вып. 4. 2004. С. 89–118.

Поляхова Е. Н., Дикарев В. В. Космоплавание под парусом-фантастика или реальность недалекого будущего? Планетарий. 2005. Вып. 3–4. С. 4–6.

Мамонтов Д. И. На зеркальных парусах (Солнечные паруса-космические фрегаты). Популярная механика. 2006. № 2 (40). С. 26–32.

Fogg M. J. Terraforming: Engineering Planetary Environments. Publ. by Society of Automotive Eng. Warrendale. PA. USA. 1995.

Forward R. L. Future Magic / How today's science fiction will become tomorrow's reality / Avon Books. N. Y. 1988.

Friedman L. Star Sailing: Solar Sailing and Interstellar Travel. C. Wiley Sci. Edition. N. Y. 1988. (Library of Congress call number T L 783.9 F 75. 1987).

Mallove E. F., Matloff G. L. The Starflight Handbook. A Pioneer's Guide to Interstellar Travel. C. Wiley Sci. Edition. N. Y. 1989.

McInnes C. R. Solar Sailing: Technology, Dynamics and Mission Applications. Springer—Praxis Series in Space — Sci. and Technology. Berlin. 1999. (Library of Congress Data: T L 783.9 M. 39. 1999. ISBN: 1–85233–102–X).

Project Solar Sail, ed. by Arthur C. Clarke. Penguin Group. Penguin Books. USA Inc. N. Y. N. Y. 1990 (ISBN: 0–451–45002–7).

Souza D. M. Space Sailing. Lerner Publ. Co. Minneapolis. 1994 (Library of Congress call number T L 783.9 S. 68. 1993).

Wright J. L. Space Sailing. Gordon and Breach Science Publishers. Philadelphia. 1992 (Library of Congress call number T L 783.9 W 75. 1992).

ПРЕДИСЛОВИЕ

Одна из наиболее сложных проблем конца XX века — проблема обеспечения человечества энергией. Острота этой проблемы вызвана резким увеличением потребности в энергии, сокращением запасов традиционных энергоресурсов и рядом других причин. Один из путей экономии топлива — использование возобновляющихся, "вечных" источников энергии. К таким энергоресурсам в первую очередь относится энергия солнечных лучей, как тепловая, так и механическая. Эти "вечные" и к тому же экологически чистые энергоресурсы не требуют также и затрат на транспортировку их к месту потребления.

Сказанное затрагивает и космонавтику. Проблеме полной или частичной замены энергии реактивных двигателей космического аппарата "даровой" механической энергией светового давления, способной создать хотя и малую, но вполне ощутимую силу тяги в космическом пространстве, и посвящена эта книга. В ней рассказывается, в каких случаях и какими способами разумно использовать в космосе механические свойства светового потока, чтобы реализовать новый способ передвижения в космическом пространстве — с помощью солнечного паруса. Дается описание ряда интереснейших задач динамики космического полета с солнечным парусом, оцениваются перспективы использования механической энергии солнечных лучей.

Приоритет в области разработки проекта межпланетного перелета при помощи солнечного паруса-зеркала принадлежит замечательному советскому ученому, одному из выдающихся основоположников теоретической и практической космонавтики — Фридриху Артуровичу Цандеру, столетие со дня рождения которого будет отмечаться в 1987 году. Свой проект Ф.А. Цандер разработал еще в 20-е годы. С тех пор идея передвижения в космическом пространстве с помощью давления солнечного света, сформулированная и обоснованная в работах Ф.А. Цандера, неизменно привлекает ученых сравнительной простотой ее реализации и ее перспективностью для обеспечения маневренных возможностей космического аппарата без существенных энергетических затрат. Например,

разумно управляя солнечным парусом, можно разогнать космический аппарат по спиральной траектории вокруг Земли и выйти в межпланетное пространство, причем аппарат с парусом сможет и далее двигаться под действием солнечных лучей, выполняя полет как к Солнцу, так и от Солнца — в зависимости от закона управления солнечным парусом. Солнечные паруса могут оказаться пригодными не только для длительных межпланетных перелетов, но и для вспомогательных космических маневров: околоземных межорбитальных переходов, корректирующих маневров и т.д.

При современном уровне развития техники и космической технологии создание космических аппаратов, оснащенных обширными солнечными парусами — космическими двигателями, — считается уже практически выполнимым, так как изготовление тончайших полимерных пленок, необходимых для изготовления самого солнечного паруса, уже находится на уровне современных технических возможностей. Тем более реальным представляется создание небольших солнечных парусов, предназначенных в качестве вспомогательных движущих средств для коррекции орбитального или стабилизации углового положения космического аппарата. Возможно, уже в недалеком будущем появятся космические корабли с простейшим из космических двигателей — солнечным парусом, приводимые в движение неиссякаемой энергией солнечных лучей.

Неудивительно, что все эти соображения привлекают пристальное внимание исследователей, интересующихся проблемами создания солнечных парусов будущего, перспективностью разумного использования механических свойств светового потока, идущего от Солнца. Ошибаются те, кто считает, что полет с солнечным парусом — это что-то из области научной фантастики. Дело обстоит как раз наоборот.

Процесс "старения" идей в современной научно-фантастической литературе идет очень быстро, поскольку современная наука все время догоняет научную фантастику и, образно говоря, "наступает ей на пятки". Поэтому писатели-фантасты вынуждены в своих идеях все время опережать науку. Однако в отношении идеи космического полета с солнечным парусом можно наблюдать прямо противоположное: научные разработки парусных проектов оказываются зачастую столь феерическими и захватывающими воображение, что оставляют далеко позади фантазию писателей.

Настоящая книга рассчитана на широкий круг читателей, интересующихся проблемой космического полета с солнечным парусом, возникновением и развитием этой плодотворной научной идеи,

а также современным состоянием этой проблемы, характеризующимся созданием разнообразных проектов парусных перелетов будущего. При работе над рукописью автор стремился суммировать знания, накопленные в литературе по динамике полета с солнечным парусом, тем более, что число публикаций на эту тему достаточно велико. Материал излагается, как правило, в хронологическом порядке, что позволяет уловить оттенки исторического развития "парусной проблемы" как целого, а также сформулировать ее перспективы.

Стремясь сделать чтение книги доступным для всех, кто интересуется проблемой парусных перелетов, автор старался при изложении вопросов теории избегать громоздких выводов, затрудняющих наглядное изложение эволюции этой проблемы. Как кажется автору, для восприятия предлагаемого теоретического материала не требуется специальных знаний по динамике космического полета, с малой тягой в частности, или по математическим методам теории оптимизации космических маневров. В случае необходимости читатель может почерпнуть все недостающие сведения в многочисленных книгах по динамике космического полета, например в книге Г.Л. Гродзовского, Ю.Н. Иванова, В.В. Токарева "Механика космического полета: проблемы оптимизации" (М.: Наука, 1975), где теоретические основы механики космического полета излагаются с исчерпывающей полнотой.

Идея создания книги о солнечном парусе появилась как вполне закономерный итог многочисленных полезных обсуждений вопросов динамики парусного движения в космосе, регулярно проводившихся на Чтениях, посвященных разработке научного наследия и развитию идей Ф.А. Цандера, в работе которых автору неоднократно доводилось принимать участие. Эти обсуждения касались не только объема и последовательности расположения материала планируемого монографического обзора, но и целесообразности завершения такой работы к столетнему юбилею выдающегося ученого. В этой связи автор пользуется приятной возможностью поблагодарить Б.В. Раушенбаха и М.С. Константинова за постоянное внимание к теме.

При работе над рукописью автор неоднократно советовался со своими коллегами по кафедре небесной механики Ленинградского государственного университета, а также с рядом специалистов, чьи оригинальные публикации по проблемам парусных перелетов и смежным с ними проблемам в той или иной степени нашли свое отражение в рукописи. Всем им автор выражает свою признательность. В частности, автор благодарен Л.К. Гриневицкой, Б.И. Моркову, С.С. Лукьянову и А.М. Яншину за ряд полезных замечаний по поводу изложения отдельных разделов книги и А.С. Шмырову

за критический анализ и энтузиазм при обсуждении вопросов управления солнечным парусом. Свою искреннюю благодарность автор приносит также В.А. Егорову, взявшему на себя нелегкий труд редактирования рукописи. Его критические замечания и конкретные советы во многом способствовали улучшению книги.

Автор будет рад узнать мнение читателей о книге и надеется, что предлагаемая публикация послужит увеличению числа энтузиастов и приверженцев идеи космического полета с солнечным парусом в целях мирного освоения космоса.

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Открытие светового давления

Догадки о возможности существования светового давления закрадывались в головы ученых уже несколько столетий назад, а дискуссия по вопросу существования светового давления и его возможной роли как динамического космического фактора имеет более чем трехсотлетнюю давность. Еще в 1619 г. Иоганн Кеплер в своей знаменитой "*Opera omnia*" высказал вполне определенно гипотезу о том, что необычная характерная форма кометных хвостов и их отклонение обязаны своим происхождением механическому отталкивающему действию солнечных лучей, т.е. световому давлению. От утверждал, что лучи света производят давление на тела, на которые они падают, и стремятся двигать эти тела в направлении распространения света [В. 1, с. 110].

Гипотеза И. Кеплера о давлении света, основанная на тогдашней теории "испускания световых частичек", т.е. на теории истечения света, получила дальнейшее теоретическое обоснование в тех представлениях о природе света, которые долгое время спустя — вплоть до начала XIX столетия — считались основами физики. Теоретические исследования, а также неоднократные экспериментальные попытки обнаружения светового давления связаны с именами столь выдающихся ученых, как Л. Эйлер (1746 г.), А. Френель (1825 г.), Ф. Бессель (1836 г.), В. Крукс (1874 г.) и др. Известно, например, что Леонард Эйлер, будучи убежденным противником ньютоновой эмиссионной теории света, приписывал световому лучу силу давления, опираясь на волновую теорию света Х. Гюйгенса, и рассматривал световую волну как продольное колебание. Однако лишь в 1873 г. английскому физiku Джеймсу Максвеллу (1831 — 1879 гг.), основываясь на электромагнитной волновой теории света, ставшей господствующей к тому времени, удалось теоретически совершенно точно предсказать величину светового давления. Именно Дж. Максвеллу принадлежит заслуга теоретического обоснования динамической сущности этого явления на основе разработанной им теории электромагнитного поля: в своем знаменитом учебнике он устанавливает, что между яркостью луча и производимым им давлением должно существовать вполне определенное количественное соотношение [В. 2, с. 402].

В то же время все многочисленные попытки обнаружить предсказанное световое давление экспериментально и измерить его величину опытным путем, предпринятые многими исследователями в XVIII и XIX веках, оказались безуспешными. Впервые после длительных поисков удалось подтвердить опытом существование светового давления и с достаточной степенью точности измерить его весьма малую величину лишь замечательному русскому ученому-физику Петру Николаевичу Лебедеву (1866 — 1912). В 1899 — 1900 гг. он впервые в лабораторных условиях осуществил тонкий физический эксперимент, подтвердивший существование светового давления на твердые тела, и подробно описал его в работе "Опытное исследование светового давления" [В. 3, с. 121 — 147]. В 1909 — 1910 гг. П.Н. Лебедев решил еще более сложную в техническом отношении задачу — обнаружил и измерил давление световых лучей также и на молекулы газа. Он успешно использовал это явление для завершения построения теории кометных форм [В. 3, с. 381 — 408], подтвердив этим самым известную гипотезу выдающегося русского астронома Ф.А. Бредихина о том, что солнечные лучи действуют на хвост кометы "подобно ветру". Сам П.Н. Лебедев писал по этому поводу в 1912 г.: "Задача объяснить формы кометных хвостов световым давлением, которую триста лет назад поставил себе Кеплер, в настоящее время для метеорной пыли уже решена, а для газов близка к своему окончательному решению, так же теоретические и экспериментальные исследования, которые были сделаны до сих пор, дают достаточную уверенность, что путь к ее решению найден" [В. 3, с. 408].

Широкое философско-физическое значение экспериментов П.Н. Лебедева, доказавших существование механического действия света, состоит в том, что они позволили классифицировать свет как одну из форм материи. "Свет всегда исходит из вещества, рождается в веществе и, поглощаясь, исчезает в веществе. Встреча света с веществом всегда сопровождается взаимодействиями. Сущестующий материальный мир — движущаяся материя — представляется нам в двух основных формах — как вещество и как свет", — так писал позднее о свете академик С.И. Вавилов [В. 4, с. 40].

Открытие отталкивающего действия солнечных лучей подтвердило слова Ф. Энгельса в "Диалектике природы" [В. 5]:

"... притяжение и отталкивание столь же неотделимы друг от друга, как положительное и отрицательное, и поэтому уже на основании самой диалектики можно предсказать, что истинная теория материи должна отвести отталкиванию такое же важное место, как и притяжению ..."

Эффект светового давления, обнаруженный опытами П.Н. Лебедева, сразу нашел широчайшую область приложений в астрономии:

благодаря ему удалось окончательно оформить механическую теорию кометных хвостов, выявить основные закономерности в движении метеорной пыли в межпланетном пространстве, решить ряд проблем космогонического характера и т.д. Кроме того, интерес к этому явлению значительно вырос в свете тех задач, которые появились при освоении космического пространства. Здесь, с одной стороны, следует иметь в виду создание теории возмущенного движения искусственных небесных тел, учитывающих "вредное", возмущающее действие светового давления. С другой стороны, это исследование "полезных" динамических эффектов светового давления для передвижения в космическом пространстве, нашедшее отражение в построении теорий будущих космических перелетов с *солнечным парусом*, т.е. с использованием сил давления солнечных лучей. При этом необходимо отметить, что основы современных теорий перелетов с солнечным парусом создавались задолго до начала эпохи выхода человека в космическое пространство.

Действительно, после открытия П.Н. Лебедева [В. 3] идея использования этой силы истинно космического характера неоднократно привлекала внимание как ученых, так и писателей-фантастов. Авторы межпланетных фантазий не раз использовали впоследствии для путешествий своих героев давление солнечного света, однако ученые сначала отнеслись к идее такого полета недоверчиво. Например, в первой же книге, рассматривавшей возможность полетов под действием недавно открытого солнечного давления, с научной точки зрения, проект такого полета был отнесен к совершенно неосуществимым. Имеется в виду книга Я.И. Перельмана "Межпланетные путешествия" [В. 6], вышедшая первым изданием в 1915 г., в которой полеты с помощью зеркал и отражающих экранов наряду с полетами, использующими гравитационные поля и т.д., были охарактеризованы как нереальные вследствие ничтожной малости силы светового давления.

Однако совсем иное высказывание на эту тему мы находим у К.Э. Циолковского в статье "Космический корабль", датированной в первом варианте 1924 годом, а во втором — 1925 годом [В.7]. Здесь он четко указывает на принципиальную возможность передвижения космического корабля под действием малых сил солнечного давления: "Давление солнечного света на расстоянии Земли не более $0,0007 \text{ г/м}^2$. Чтобы произвести давление в 10 т (допуская, что снаряд весит только 1 т), нужна поверхность зеркала, не меньшая 16 миллионов квадратных метров. Тогда ребро квадратного параболического рефлектора должно иметь не менее 12,6 км. Нельзя считать это осуществимым, особенно в настоящее время. Такой способ получения скорости ставит ряд трудных вопросов. Но

давление солнечного света, электромагнитных волн и т.д. может быть и сейчас применяется в эфире к снарядам, успевшим уже победить тяготение Земли и нуждающимся только в дальнейшем космическом перемещении. Но все это пока область фантазии" [В.7, с. 116 или 159 по изданию 1925 г.]. Итак, отдавая себе отчет в технических трудностях проекта, К.Э.Циолковский тем не менее смотрит весьма оптимистично на принципиальную возможность использования светового давления в качестве движущей силы при космическом полете. Как мы увидим далее, К.Э.Циолковский не обманулся в своем прозорливом научном предвидении, хотя разработать теоретические основы концепции такого полета было суждено другому выдающемуся советскому ученому, пионеру отечественной теоретической космонавтики, создавшему школу в области теории и конструирования космических аппаратов, — Ф.А.Цандеру.

§ 2. Солнечный парус — идея Ф.А.Цандера

Имя Фридриха Артуровича Цандера (1887 — 1933 гг.) — замечательного советского ученого и инженера, энтузиаста межпланетных полетов, крупнейшего теоретика космонавтики — по праву занимает видное место в истории отечественной и мировой ракетно-космической науки и техники. Ему принадлежит также и первое серьезное исследование проблемы космического полета с помощью сил давления солнечных лучей, относящееся к 1924 — 1925 гг. В трудах Ф.А.Цандера блестящая конкретизация этой многогранной идеи нашла свое воплощение в виде инженерного анализа возможности разработки теории межпланетных перелетов с помощью зеркал и отражающих экранов как двигателей малой тяги. Довольно трудно судить о точной дате возникновения у Ф.А.Цандера идей о различных способах применения солнечной энергии в межпланетных полетах. Однако установлено, что уже в 1908 г. он упоминал об этом, а в 20-х годах уделял большое внимание идее использования для движения в космосе "даровой" энергии солнечного излучения.

Уже в своей самой первой научной публикации по проблемам космонавтики и ракетно-космической техники "Перелеты на другие планеты" [В.8], которая появилась в 1924 г. и подводила итог многолетних исследований ученого в области теоретической космонавтики, Ф.А.Цандер пишет: "При желании перелететь на другие планеты ... выгоднее будет лететь при помощи зеркал или экранов из тончайших листов ... Зеркала не требуют горючего и не производят больших напряжений в материале корабля" [В.8, с. 268]. Во второй своей статье под тем же названием [В.9], увидевшей



Ф. Цандер

свет впервые лишь в 1947 г., Ф.А.Цандер четко конкретизирует область применения в космосе движущей силы светового отталкивания, разграничивая ее с областью необходимого применения ракетного двигателя и тем самым развивая идею Циолковского: "Ракету с ее громадным расходом горючего и большой толкающей силой следовало бы применять только для вылета из земной атмосферы и ускорения до скорости 8 км/с, а в дальнейшем — лишь для быстрых изменений пути при облете метеорных потоков. А дальше

в межпланетном пространстве при его огромных расстояниях и полной возможности применения малых толкающих сил гораздо лучше воспользоваться даровым световым давлением или передачей световой энергии на расстояние с помощью тончайших зеркал ...” [В.9, с. 276].

Итак, Ф.А.Цандер, как и К.Э.Циолковский, приходит к необходимому выводу о разграничении областей применения ракетного и парусного двигателей. Он проводит [В.9] сравнительный анализ ракетного полета (после достижения второй космической скорости) и полета с помощью зеркал и устанавливает, что, используя алюминиевое зеркало площадью 100000 м^2 и толщиной 10^{-3} мм , можно получить вес зеркала около 300 кг (а при серебряных пластинах — еще меньший вес). Все это, по его мнению, может дать существенную экономию в весе аппаратов для перелетов, например, на Марс. Что касается толщины отражающих зеркальных листов, то следует помнить, что Цандер опирался на технические достижения 20-х годов: тогда появились алюминиевые листы толщиной около $4 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$, знаменитые никелевые листы $1600 \text{ м} \times 2 \text{ м}$ толщиной 10^{-3} мм , изготовленные Эдисоном, и т.п. Неоднократные упоминания о заманчивых перспективах движения с помощью светового давления мы находим и в большой работе Ф.А.Цандера “Полеты на другие планеты (теория межпланетных путешествий)” [В.10], написанной им в 1924 — 1925 гг.

Подробная теоретическая разработка проблемы полета под действием давления солнечных лучей была приведена Цандером в двух рукописях: “О применении тончайших листов для полетов в межпланетном пространстве”, датированной им самим 18 июня 1924 г., и “О давлении света на комбинированные зеркала”, обозначенной 1925 годом. Много позднее на основе этих рукописей М.К.Тихонравовым была подготовлена к печати и в 1961 г. опубликована статья Ф.А.Цандера под общим названием “Об использовании силы давления света для полетов в межпланетном пространстве” [В.11]. Именно в этих основополагающих работах Ф.А.Цандеру удалось не только разработать подробную теоретическую концепцию полета, но и обрисовать инженерные особенности конструкции, известной в настоящее время под названием *солнечный парус* (историческую оценку этих работ мы находим в обзорах [В.12, В.13]). В них он впервые в истории космической науки сумел охватить широкий класс динамических проблем, связанных со световым давлением, большинство из которых позднее легли в основу соответствующих направлений современной динамики космического полета. Идеей полета под действием светового давления пронизаны многие отдельные высказывания Ф.А.Цандера, встречающиеся также и в его неопубликованных заметках, статьях и письмах, под-

12

робное библиографическое описание которых можно найти в сборнике [В.14].

С первых же строк работы [В.11] ученый предлагает четкую конкретизацию цели исследования и постановки задачи: "Использование светового давления не требует расхода горючего, и поэтому полет особенно дешев по сравнению с полетом при помощи ракеты. Давление света на листы — чрезвычайно малая величина, но длина путей, на которых это давление может действовать, а именно расстояния между планетами — огромны. Поэтому интересно исследовать вопрос о том, какой величины зеркала требуются в случае, если необходимо развивать на протяжении этих огромных расстояний скорости, соответствующие тем, которые дает ракета" [В.11, с. 362]. Первая и основная по важности задача, решенная в этой работе, — построение теории гелиоцентрических межпланетных перелетов с помощью силы светового давления — была выполнена Ф.А.Цандером на основе классической теории кеплерова движения с учетом сил лучевого отталкивания. Отмечая распространенность этих сил в космосе, он попутно предостерегает исследователей от чрезмерной переоценки их динамической роли в некоторых областях пространства: "Имеется случай, в котором нельзя пользоваться малыми силами, а именно случай, в котором межпланетный корабль, несмотря на действие малой силы на своем пути, попадает близко к планете ... В таких случаях, вблизи опасных мест, необходимо применение ракеты, дающей большие толкающие силы. Но эти случаи редки ... так что почти для всех передвижений в самой Солнечной системе можно пользоваться весьма малыми силами" [В.11, с. 362].

Второй задачей, также четко поставленной и изученной Ф.А.Цандером, следует считать проблему управляемого геоцентрического движения с помощью сил светового давления для "раскрутки" около земного шара и преодоления земного тяготения. Полемизируя на страницах своей статьи [В.11] с Я.И.Перельманом по поводу четвертого издания (1923 г.) его книги "Межпланетные путешествия" [В.6] и высказываемых им в ней резко негативных суждений о возможности полета с зеркалами, Ф.А.Цандер отмечает, что автор книги, "к сожалению, не делает различия между вылетом с Земли до возможности кружения вокруг земного шара и полетом в самом межпланетном пространстве, когда с помощью зеркал возможно изменение скорости" [В.11, с. 361] *). Сам Ф.А.Цандер,

*) Действительно, в главе "На волнах света" [В.6, с. 31 — 38 по 1-му изд.] Я.И.Перельман, описав природу светового давления и историю его открытия, справедливо замечает, что уйти из поля притяжения Земли с помощью зеркала не представляется возможным: "Точный учет безжалостно разрушает эту

напротив, ясно отдавал себе отчет в этом различии, понимая, что реализовать "кружение", т.е. достигнуть круговой скорости с помощью одних только сил давления, действительно невозможно. Именно поэтому, разрабатывая теорию околоземной раскрутки с помощью силы тяги отражающего экрана — паруса, — он подчеркивает, что только после выхода в околоземное космическое пространство, выполненного с помощью ракеты, уместно использовать силу тяги отражающего экрана, а там даже и это ничтожное давление света, действующее, однако, длительное время, может быть успешно использовано для разгона корабля от местной круговой скорости до параболической и более высоких скоростей геоцентрического движения.

Третьим аспектом исследований Ф.А.Цандера в области применения сил давления солнечных лучей следует считать разработку им инженерных особенностей зеркальных конструкций и, особенно, комбинированных систем зеркал и экранов, наиболее перспективных, по его мнению, для реализации полета с солнечным парусом. Об исторической значимости этих разработок Ф.А.Цандера писал М.К.Тихонравов [В.15].

Ниже будет рассказано о том, как концепция полета под действием сил лучевого отталкивания, сформулированная гениальным предвидением талантливого советского ученого, успешно разрабатывалась впоследствии отечественными и зарубежными специалистами, о том, в каком аспекте конструктивные особенности создания космического корабля с солнечным парусом — возможного корабля будущего — неоднократно исследовались и обсуждались в печати. В этих исследованиях солнечный парус выступал не только в "классической" роли простейшей маршевой силовой установки, но и совсем в иной, но не менее важной новой роли — элемента систем управления и ориентации космического аппарата. Библиографические ссылки на соответствующие статьи будут приведены в конце книги в списке литературы, причем, как правило, они носят сугубо специальный характер. Если же обратиться к книгам, то следует упомянуть "Механику космического полета в элементарном изложении" В.И.Левантовского [В.16] и "Очерки о движении космических тел" В.В.Белецкого [В.17], в которых проблема полета с солнечным парусом получила прекрасное многоплановое освещение. Обе эти книги необходимо прочитать всем, кто интересуется проблемой полета с солнечным парусом.

мечту, не оставляя и тени надежды на осуществление подобного проекта". Таким образом, речь идет о различии задач: ухода от Земли только с помощью светового давления и применения этого давления уже на орбите.

§ 3. Световое давление в Солнечной системе

Давление светового излучения является природным фактором, противостоящим гравитационному притяжению, и все небесные тела испытывают действие двух противоположных по направлению сил от других излучающих небесных тел: гравитационного притяжения и отталкивания под действием светового излучения. Однако для большинства тел Солнечной системы гравитационные воздействия несоизмеримо больше давления солнечных лучей, которое лишь для определенного класса тел вызывает ощутимые возмущающие эффекты.

Световым давлением называется механическое действие световых лучей, производимое на облучаемые ими тела и вызываемое взаимодействием между световым излучением и отражающим или поглощающим свет телом. Величина этого давления зависит от мощности излучения источника света и от свойств поверхностей встречающихся тел. Теоретическое объяснение сущности эффекта светового давления может быть дано на основе как электромагнитной, так и квантовой теории света. Любое тело, абсолютная температура которого отлична от нуля, обладает электромагнитным излучением, отталкивающим все тела, попадающие в поле этого излучения. В равной степени это относится и к Солнцу, т.е. термин *давление солнечной радиации* предполагает давление электромагнитного излучения Солнца любых длин волн, хотя солнечная радиация воспринимается глазом как солнечный свет только в небольшом диапазоне длин волн.

Заметим, что электромагнитное излучение создает основной энергетический поток в межпланетном пространстве, а видимый свет занимает в нем лишь узкую полосу частот с длинами волн 400 – 760 нм ($1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$), причем различным длинам волн соответствуют разные цвета: 400 нм ($4 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ или 4000 Å) – фиолетовый цвет, 760 нм ($7,6 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ или 7600 Å) – красный цвет. Этим граничным длинам волн светового диапазона соответствуют частоты электромагнитных колебаний от $0,8 \cdot 10^{15}$ гц до $0,4 \cdot 10^{15}$ гц. Электромагнитное излучение Солнца имеет максимум интенсивности в видимой области спектра излучения на длине волны примерно 5500 Å . Звезды, в том числе и наше Солнце, излучают электромагнитные волны не только в видимой световой области. Многообразие физических процессов порождает электромагнитное излучение в огромном диапазоне длин волн – от сверхдлинных радиоволн, у которых длина волны составляет сотни и тысячи метров, до гамма-лучей, у которых длина волны измеряется миллионными долями нанометра. На рис. 1 [В.18, с. 56] изображен непрерывный электромагнитный спектр (полный набор всевозможных длин волн), разбитый на диапазоны.

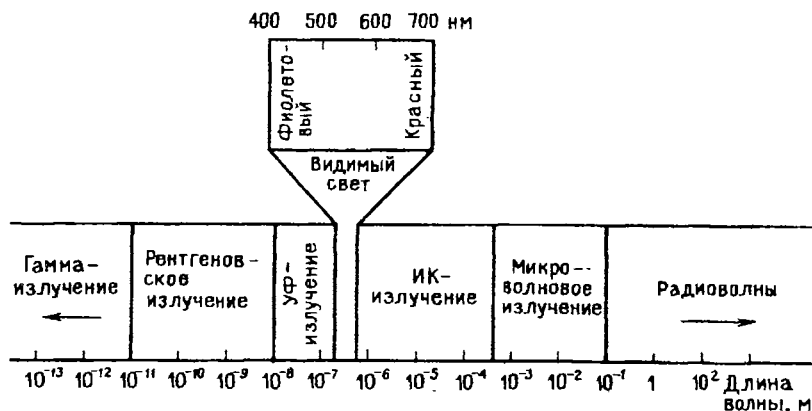


Рис. 1

Соответственно и частоты колебаний лежат в огромном диапазоне — от десятков герц до многих миллиардов мегагерц. Кроме длины волны и частоты электромагнитное излучение можно оценивать энергией кванта излучения: она тем больше, чем выше частота колебаний, т.е. чем короче волна. Энергия светового кванта составляет несколько электрон-вольт (эВ). Более низкочастотные колебания — с энергией в десятые и сотые доли электрон-вольта — это инфракрасное излучение, а с энергией в сотые и тысячные доли электрон-вольта — субмиллиметровые радиоволны. Для колебаний с более высокой частотой, чем у видимого света, принято такое деление: следующие сразу за видимым светом электромагнитные волны, кванты которых имеют энергию примерно от 10 эВ до 1 кэВ, — это ультрафиолетовое излучение, а кванты с энергией до 100 кэВ — рентгеновские лучи. Наконец, кванты с энергией более 100 кэВ — это уже гамма-излучение.

В задачах о полетах космических аппаратов с солнечным парусом предпочтительнее использовать термин *давление солнечной радиации* как более точный, чем термин *световое давление солнечных лучей*, хотя в литературе по динамике космического полета эти термины некоторые авторы считают тождественными, понимая под солнечной радиацией лишь световое (фотонное) излучение, но не корпускулярную солнечную радиацию (о ней будет сказано ниже).

Что касается механического воздействия световых лучей, то, согласно волновой электромагнитной теории света, давление, которое оказывает на поверхность тела плоская электромагнитная волна, падающая перпендикулярно этой поверхности, равно плотности электромагнитной энергии (т.е. энергии, заключенной в единице объема) вблизи поверхности. Эта энергия складывается из энергий

падающих и отраженных от тела волн. Пусть мощность солнечной электромагнитной волны, падающей на единицу поверхности, находящейся на гелиоцентрическом расстоянии r , равна S_r [Вт/м²], а мощность соответствующей отраженной волны равна ϵS_r , где ϵ — коэффициент отражения. Тогда суммарная плотность лучистой энергии падающих и отраженных волн составляет $(1+\epsilon)S_r/c$, где c — скорость света, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, а световое давление на площадку, ориентированную нормально к потоку лучей, определяется формулой Максвелла

$$P_r = (1 + \epsilon) \frac{S_r}{c} \left[\frac{\text{сила}}{\text{длина}^2} \right], \quad (3.1)$$

Таким образом, зависимость силы светового давления от мощности излучения S_r является линейной.

С точки зрения квантовой теории свет есть поток частиц — фотонов, каждый из которых обладает энергией $\hbar\nu$ и импульсом $\hbar\nu/c$, где $\hbar$ — постоянная Планка, ν — частота световых колебаний. Число фотонов, которое попадает на 1 м² перпендикулярной к потоку фотонов поверхности за 1 секунду, равно

$$L = \frac{S_r}{\hbar\nu}.$$

Соответственно суммарный импульс, передаваемый фотонами единичной площадке 1 м² в течение 1 с, равен

$$\frac{S_r}{c} = \frac{L \hbar\nu}{c}.$$

Именно этой величине и равно механическое воздействие фотонов на полностью поглощающую поверхность. Если же поверхность частично отражает свет, то число отраженных фотонов, уносящих

импульс обратного направления, равно $L' = \frac{\epsilon S_r}{\hbar\nu}$. В результате по-

верхность получит дополнительный импульс $\frac{\hbar\nu L'}{c} = \frac{\epsilon S_r}{c}$, а суммарный импульс за 1 с, т.е. полное световое давление, составит $P_r = (1 + \epsilon) S_r / c$.

Таким образом, давление света на тело вызывается взаимодействием между световым излучением источника и отражающим (или поглощающим) свет телом. Все вышеприведенные формулы справедливы в предположении, что гелиоцентрическая скорость облучаемого тела мала по сравнению со скоростью света. В релятивистском случае, когда скорость тела сравнима со скоростью светового

потока (этот случай в книге не рассматривается), к этим формулам добавляются абберационные релятивистские поправки, определяющие так называемые динамические эффекты солнечной радиации.

Если же теперь обратиться к динамическим свойствам светового потока, то нельзя не согласиться с тем, что, как указывает В.В.Радзиевский [В.19], от Солнца как бы "дует ураганный световой ветер", и не удивительно, что он наводит на мысль о возможности использования солнечных парусов для космической навигации. Однако Земля, а тем более небольшая поверхность космического аппарата, перехватывает лишь ничтожную долю этого огромного, рассеиваемого в окосолнечное пространство количества радиации. Потому световое давление на реальные тела в космическом пространстве оказывается весьма малым по сравнению с суммарной мощностью излучения такого источника, как Солнце. Мощность солнечной радиации на расстоянии Земли от Солнца, попадающая на площадку 1 м^2 при ее нормальной ориентации к лучам, называется *солнечной постоянной* $S_3 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$. Поток энергии, излучаемый Солнцем, равен $3,86 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$.

Коэффициент отражения поверхности площадки ϵ зависит от отражательных свойств этой поверхности. В нашей книге мы всюду (если это специально не оговорено) будем пользоваться моделью геометрического отражения лучей, происходящего, как известно, по закону косинуса. Тем самым мы принимаем поверхность солнечного паруса идеально гладкой, а не шероховатой, когда отражение становится диффузным. В рамках модели геометрического отражения принимаем, что для абсолютно черного, поглощающего тела коэффициент ϵ равен нулю, а для идеального зеркала — единице. Так как для реальных, неидеальных зеркал значения коэффициента ϵ всегда лежат внутри интервала значений $0 \div 1$, мы в наших задачах о солнечном парусе будем принимать $\epsilon \leq 1$. В граничных случаях поглощения и зеркального отражения световое давление на единичную площадку следует определять по формулам, вытекающим из (3.1):

$$P_r^{\text{погл}} = S_r/c, \quad P_r^{\text{отр}} = 2S_r/c = 2P_r^{\text{погл}} \quad (3.2)$$

Известно, что для поглощающей поверхности на орбите Земли

$$P_3^{\text{погл}} = 0,464 \cdot 10^{-4} \text{ г/(см} \cdot \text{с}^2), \quad (3.3)$$

а для зеркальной поверхности

$$P_3^{\text{отр}} = 0,928 \cdot 10^{-4} \text{ г/(см} \cdot \text{с}^2). \quad (3.3')$$

Эти значения могут быть получены из следующих соображений.

Сила светового отталкивания, как и сила тяготения, подчиняется закону обратных квадратов, поскольку энергия излучения Солнца в единицу времени равна энергии, проходящей через последовательность концентрических сфер, охватывающих Солнце, а поверхность сферы радиуса r , как известно, равна $4\pi r^2$. Именно поэтому рассматриваемые нами величины мощности светового потока и создаваемого им светового давления изменяются обратно пропорционально квадрату гелиоцентрического расстояния:

$$S_r = S_3 \left(\frac{r_3}{r} \right)^2, \quad P_r = P_3 \left(\frac{r_3}{r} \right)^2, \quad (3.4)$$

где $r_3 = 149,6 \cdot 10^6$ км — среднее расстояние от Земли до Солнца. Этот закон означает, что в Солнечной системе для любых ее точек выполняется соотношение

$$P_r r^2 = P_3 r_3^2 = (1 + \epsilon) Q_C = \text{const}, \quad (3.5)$$

где $Q_C = 1,01 \cdot 10^{22}$ г·см/с². Константа Q_C есть импульс потока полной энергии излучения Солнца в 1 секунду, деленный на 4π . Сам импульс потока равен отношению полной энергии излучения Солнца в 1 с, т.е. $3,86 \cdot 10^{33}$ г·см²/с³, к скорости света $3 \cdot 10^{10}$ см/с.

На основе указанного закона с помощью (3.3) легко определить величины давления $P_r^{\text{полг}}$ ($\epsilon = 0$) на орбитах некоторых планет: Меркурий — $3,1 \cdot 10^{-5}$; Венера — $8,9 \cdot 10^{-6}$; Земля — $4,64 \cdot 10^{-6}$; Марс — $2,0 \cdot 10^{-6}$; Юпитер — $1,7 \cdot 10^{-7}$ Па. (1 Па = 1 Н/м² = 10 г/(см·с²).)

Итак, фотонная солнечная радиация, оказывающая механическое воздействие на тела, может создать ускорение этих тел. Какими должны быть эти тела, чтобы это ускорение оказалось достаточным для маневрирования в космическом пространстве, будет рассказано ниже, в § 4. Именно к фотонной радиации, способной "надуть солнечные паруса", относятся употребляемые иногда в научно-фантастической и научно-популярной литературе выражения "фотонный ветер", "световой ветер", "паруса, надутые солнечным ветром" и т.п. В той мере, в которой авторы, их употребляющие, отдают себе отчет, что подобные выражения призваны служить лишь некоторым художественным образом и что с физической точки зрения речь идет именно о фотонном (электромагнитном) давлении, художественный образ не противоречит научному смыслу динамической проблемы и позволяет наглядно проиллюстрировать аналогию с движением парусных океанских судов. Следует заметить, однако, что при употреблении выражения "солнечный ветер" может легко произойти подмена одного физического понятия другим, что приводит к досадным недоразумениям (и ошибкам) и дезориентирует читателей. Дело в том, что физики и астрофизики, изучающие околосолнечное космическое простран-

ство, называют *солнечным ветром* вовсе не фотонную, а корпускулярную солнечную радиацию, т.е. совсем другое физическое явление. Корпускулярное излучение Солнца представляет собой непрерывное истечение вещества из Солнца, являющееся естественным следствием высокой температуры солнечной короны — порядка миллиона градусов.

Природа солнечного (без кавычек!) ветра достаточно популярно описана в книге Д.Брандта [В.20]. Непрерывно истекающая из Солнца высокотемпературная ионизованная плазма состоит из протонов, электронов, а также, в меньшем числе, ядер некоторых элементов. Эти частицы движутся с почти постоянной гелиоцентрической скоростью, составляющей десятки и сотни километров в секунду. Поток частиц (в интервалах между хромосферными вспышками) имеет на орбите Земли среднюю плотность $q_3 = 5$ протон/м³, причем при практически постоянной скорости V плотность потока уменьшается обратно пропорционально квадрату гелиоцентрического расстояния. По этому же закону изменяется, следовательно, и плотность кинетической энергии потока, определяющая механическое давление солнечного ветра на нормально ориентированную к потоку единичную площадку.

Однако давление корпускулярного потока на несколько порядков слабее давления электромагнитного излучения Солнца. Разумеется, один только корпускулярный поток "истинного" солнечного ветра не может надуть никаких солнечных парусов. Однако следует помнить, что солнечный ветер может представлять интерес в задаче о полете с солнечным парусом как физический компонент той межпланетной среды, в которой движется аппарат с парусом. (Заметим, что именно корпускулярный солнечный ветер оказался, например, ответственным за выталкивание кометного вещества в хвост кометы. Это явление долгое время рассматривалось только как эффект прямого фотонного давления солнечных лучей. Главную роль солнечный ветер играет также в явлении отклонения и искривления газово-пылевых кометных хвостов при приближении комет к Солнцу.)

Таким образом, в задаче о полете с солнечным парусом никаких эффектов, кроме прямого давления фотонной солнечной радиации, учитывать не требуется. Такой упрощенной постановкой эта задача динамики космического полета отличается от задачи о давлении солнечной радиации на малые микрометеоритные частицы Солнечной системы, на движения которых существенно могут влиять не только прямые давления фотонной и корпускулярной солнечных радиаций, но еще и релятивистские абберационные эффекты. Последние могут стать особенно существенными на космогонических интервалах времени.

Вопрос о давлении солнечной радиации в динамике космического полета возник впервые в связи с возмущенным движением легких спутников-баллонов. Исследования в этой области начались в СССР и в США вскоре после запусков первых спутников Земли и были связаны с неожиданными возмущениями орбит некоторых спутников. Оказалось, что для спутников с высокой парусностью (отношением эффективного поперечного сечения к массе) силы светового давления могут стать существенным возмущающим фактором, влияющим на орбитальное движение.

Теоретические разработки в области радиационных спутниковых возмущений начались с анализа аномалий в орбитальном движении: оказалось, что теории движения некоторых спутников, учитывающие только гравитационные и атмосферные возмущения, не дают должного согласия с наблюдениями. Именно необходимостью объяснить это несоответствие были обусловлены тщательные исследования эволюции таких орбит. В результате были надежно определены важнейшие возмущения от светового давления и установлена из наблюдений величина возмущающего радиационного ускорения. Было установлено также, что для круговых и близких к ним орбит световое давление вызывает смещение геометрического центра орбиты в ее плоскости в направлении, перпендикулярном линии Земля — Солнце, так что уменьшается высота в той части орбиты, в которой спутник движется "от Солнца". При первоначальных расчетах попадание спутника в тень Земли не учитывалось, а отражение лучей от поверхности спутника принималось строго зеркальным.

Первым спутником, по движению которого были с достаточной степенью точности определены радиационные возмущения орбиты, был отражающий сферический баллон "Эхо-1" радиусом 30 м, запущенный в 1960 г. в США для целей пассивной радиосвязи. Он был выполнен из тончайшей полимерной алюминизированной пленки — оболочки массой всего 68 кг, которая была запущена на орбиту в сложенном виде и уже на орбите надута газом, образовавшимся внутри оболочки вследствие разогрева Солнцем химически активных порошков, напыленных на ее внутреннюю поверхность. Парусность надутого баллона составляла около $100 \text{ см}^2/\text{г}$. В последующие годы именно таким способом были запущены в США и другие баллоны; самыми крупными из них были "Эхо-2" ($50 \text{ см}^2/\text{г}$) и "Пагос" ($130 \text{ см}^2/\text{г}$).

В течение последующих двух десятилетий теории орбитального движения спутников с учетом светового давления были доведены до высокой степени точности. В них был уже учтен возмущающий эффект земной тени, при прохождении которой исчезает возмущающее ускорение. Было установлено, что влияние тени вносит

немаловажный вклад в общий энергетический баланс радиационных возмущений, причем ее учет сопряжен с существенными аналитическими трудностями. Были разработаны численные, аналитические и комбинированные численно-аналитические теории, позволяющие с учетом тени Земли определять в любых элементах орбиты различные типы радиационных возмущений: вековые, долгопериодические и короткопериодические. Кроме давления прямого солнечного излучения в спутниковых задачах приходится принимать в расчет еще и давление отраженной от Земли солнечной радиации (главным образом, диффузно отраженной). Теории движения идеально сферических баллонов были обобщены впоследствии на случай спутников сложной геометрии: высокой парусностью обладают не только баллоны, но и спутники, оснащенные огромными отражающими антеннами или солнечными батареями. Основные рабочие формулы для учета эффектов светового давления приводятся, например, в справочном руководстве [B.21]. Разработка этих теорий продолжается и в настоящее время как в аспекте орбитального, так и вращательного спутниковых движений. По этому вопросу существует обширная научная литература. Список работ, сопровождающий подробный библиографический обзор по проблеме влияния светового давления Солнца на орбитальное движение искусственных спутников Земли, можно найти в обзоре [B.22].

Некоторые приемы и методы из спутниковых теорий возмущенного движения с учетом прямого светового давления нашли удачное применение и при разработке теорий движения космического аппарата с солнечным парусом, особенно в геоцентрических задачах, имеющих много общего со спутниковыми. Однако всегда следует помнить и о принципиальных различиях этих проблем. Ведь в спутниковых задачах световое давление выступает как негативный возмущающий фактор, который требуется заранее оценить количественно и качественно с целью исключения его из наблюдений или, наоборот, учесть в вычислениях с целью наибольшей точности прогнозирования движения по орбите. Наоборот, в парусных задачах прямое световое давление выступает совсем в иной, позитивной, роли — в роли основной движущей и управляющей силы (тяги) для полета в космическом пространстве. В наших дальнейших рассмотренных парусных задачах мы будем всегда иметь в виду только прямое давление солнечной радиации, пренебрегая всеми остальными радиационными эффектами.

Говоря об объектах с высокой парусностью, испытывающих влияние давления солнечных лучей, необходимо упомянуть о таких естественных телах Солнечной системы, как мельчайшие пылевые и микрометеоритные частицы. Известно, что для гравитационного

притяжения играет определяющую роль масса тела и, следовательно, его объем, а для светового отталкивания — площадь освещенной поверхности тела. Масса тела пропорциональна кубу линейных размеров, а поверхность — их квадрату, так что с уменьшением размеров тела его масса уменьшается быстрее, чем площадь поверхности. Как образно писал Я.И.Перельман, происходит "сопоставление кубов с квадратами" [В.6, с. 33]. Следовательно, для того чтобы сила светового отталкивания оказалась больше силы тяготения, нужно уменьшить размеры тела. Для тяжелых однородных сферических частиц радиусом ρ и плотностью δ парусность σ вычисляется по формуле, использующей объем сферы $(4/3)\pi\rho^3$, так что отношение поперечного сечения сферы к ее массе составляет

$$\sigma = \frac{\pi\rho^2}{m} = \frac{\pi\rho^2}{(4/3)\pi\rho^3\delta} = \frac{3}{4\rho\delta}. \quad (3.6)$$

Например, ледяная микрометеоритная частица ($\delta = 0,9 \text{ г/см}^3$) радиусом $\rho = 10^{-4} \text{ см}$ обладает парусностью $\sigma \approx 10^4 \text{ см}^2/\text{г}$, т.е. в среднем на два порядка более высокой, чем парусность надувных спутников-баллонов. Именно вследствие высокой парусности таких частиц орбиты их гелиоцентрического движения обладают интересными динамическими особенностями, связанными с движениями в фотогравитационных полях, о чем пойдет речь ниже, в § 5 *).

§ 4. Сила тяги и ускорение тел под действием давления солнечных лучей

Пусть плоский парус имеет площадь A и массу m . В частном случае сохранения нормальной ориентации площадки к лучам ее парусность определяется отношением A/m . Тогда сила тяги, действующая по лучу света, и ускорение аппарата, создаваемое этой

* Любопытно заметить, что сопоставление между собой солнечных фотогравитационных эффектов на малые частицы и на обширные зеркала мы находим у Я.И.Перельмана, который пишет: "Мельчайшие бактерии счастливее человека: они могут отдаваться увлекательному действию солнечных лучей и уноситься с невообразимой быстротой в безграничный простор Вселенной. Но не может ли и человек воспользоваться той же силой для межпланетных путешествий? Для этого не надо было бы непременно уменьшиться до микроскопических размеров — достаточно устроить снаряд с таким же выгодным отношением поверхности и массы, как у мельчайших пылинкок, отталкиваемых лучами Солнца. Другими словами: озаряемая светом поверхность снаряда должна быть во столько же раз больше освещенной поверхности пылинки, во сколько раз вес снаряда больше веса этой пылинки" [В.6, с. 36]

тягой, равны

$$F_N = P_r A = (1 + \epsilon) \frac{S_r}{c} A, \quad (4.1)$$

$$w_N = \frac{F_N}{m} = P_r \frac{A}{\dot{m}} = (1 + \epsilon) \frac{S_r}{c} \frac{A}{\dot{m}}.$$

В этих формулах предполагается, что сила тяги F_N есть алгебраическая сумма тяговых усилий, создаваемых падающим и отраженным световыми потоками, т.е.

$$F_N = F_N^{\text{пад}} + F_N^{\text{отр}}, \quad F_N^{\text{пад}} = \frac{S_r}{c} A, \quad F_N^{\text{отр}} = \epsilon \frac{S_r}{c} A. \quad (4.2)$$

В частности, для идеально зеркальной площадки ($\epsilon = 1$)

$$F_N^{\text{пад}} = F_N^{\text{отр}} = \frac{S_r}{c} A, \quad F_N^{\text{зерк}} = \frac{2S_r}{c} A. \quad (4.2')$$

Рассмотрим теперь ту же площадку, ориентированную под углом θ к солнечным лучам (θ – угол падения лучей, т.е. угол между направлением лучей и нормалью к теневой стороне площадки) (рис. 2, а). Напомним, что при этом $\sigma_{\max} = A/m$, а рабочая (текущая) парусность площадки $\sigma(\theta)$ определяется формулой

$$\sigma(\theta) = \frac{A}{m} \cos \theta = \frac{A_{\text{mid}}}{m}. \quad (4.3)$$

Здесь проекция $A \cos \theta$ выражает площадь поперечного к потоку сечения площадки ("миделя"), т.е. так называемую *эффективную*

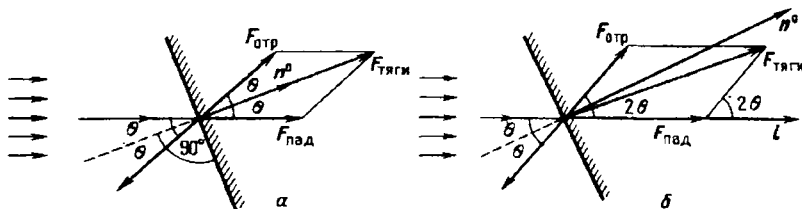


Рис. 2

площадь A_{mid} . Угол θ будем называть *углом установки солнечного паруса*. В рассматриваемом случае сила тяги, создаваемая световым давлением, есть $F_n \cos \theta$, что непосредственно следует из сопоставления формул (4.1) и (4.3). Однако представляет интерес рассмотреть отдельно случаи полного (зеркального) и неполного отражения параллельного потока лучей от площадки, приняв, что отраже-

ние происходит строго по геометрическому закону, а не является диффузным (рассеянным), как, например, для шероховатых поверхностей. Здесь и в дальнейшем мы будем, как уже указывалось в § 3, пользоваться только законом геометрического отражения лучей от солнечного паруса (законом косинуса), т.е. оставаться в рамках законов геометрической оптики, предполагая, что коэффициент ϵ зеркального отражения поверхности паруса может быть любым из интервала $[0 \div 1]$.

На рис. 2, а изображена геометрия лучей для частного случая зеркальной площадки, когда сложение сил происходит по закону ромба. Действительно, имеем

$$\epsilon = 1, F_{\text{пад}} = F_{\text{отр}} = \frac{S_r}{c} A \cos \theta. \quad (4.4)$$

Тогда результирующая сила тяги, направленная строго по нормали $\mathbf{n}$ ($\mathbf{n}^0$ – орт нормали), составляет

$$F_{\text{тяги}} = F_{\text{пад}} + F_{\text{отр}} = \frac{2S_r}{c} A \cos^2 \theta \mathbf{n}^0. \quad (4.4')$$

Ускорение, приобретаемое такой зеркальной площадкой, составляет

$$w^{\text{зерк}} = \frac{2S_r}{c} \frac{A}{m} \cos^2 \theta. \quad (4.5)$$

Применив понятие рабочей и максимальной парусности в соответствии с формулой (4.3), перепишем (4.5) в виде

$$w^{\text{зерк}} = \frac{2S_r}{c} \sigma(\theta) \cos \theta = \frac{2S_r}{c} \sigma_{\text{max}} \cos^2 \theta. \quad (4.5')$$

Силы, изображенные на рис. 2, а, определяются взаимодействием потока светового излучения Солнца с поверхностью паруса, т.е. изменением вектора количества движения потока фотонов. Собственно *силой светового давления* принято называть сумму проекций всех сил на нормаль к площадке. Отсюда ясно, что для площадки, нормально ориентированной к солнечным лучам, сила тяги при любом коэффициенте отражения оказывается в точности равной световому давлению F_N из (4.1). Однако этот закон справедлив и для зеркальной площадки, ориентированной произвольно к солнечным лучам. Действительно, если спроектировать силы (4.4) на нормаль, получим

$$(F_{\text{пад}})_n = (F_{\text{отр}})_n = \frac{S_r}{c} A \cos^2 \theta, \quad (4.5'')$$

$$(F_{\text{пад}})_n + (F_{\text{отр}})_n = \frac{2S_r}{c} A \cos^2 \theta.$$

Легко видеть, что результат совпадает с величиной силы из (4.4').

Рассмотрим теперь более сложную геометрию сил, проявляющуюся в случае неполного геометрического отражения ($0 < \epsilon < 1$). Из рис. 2, б очевидно, что вектор силы тяги $F_{\text{тяги}}$ располагается между направлением орта нормали n^0 и направлением орта светового потока i^0 ($n^0 \cdot i^0 = \cos \theta$). По аналогии с формулами (4.2) получим

$$F_{\text{тяги}} = F_{\text{пад}} + F_{\text{отр}}, \quad (4.6)$$

$$F_{\text{пад}} = \frac{S_r}{c} A \cos \theta, \quad F_{\text{отр}} = \epsilon \frac{S_r}{c} A \cos \theta. \quad (4.7)$$

Сложив компоненты (4.7) по правилу параллелограмма (см. рис. 2, б), величина диагонали которого содержит множитель $\sqrt{1 + \epsilon^2 - 2\epsilon \cos(\pi - 2\theta)}$, получим:

$$F_{\text{тяги}} = \frac{S_r}{c} A \sqrt{1 + \epsilon^2 + 2\epsilon \cos 2\theta} \cos \theta e^0, \quad (4.8)$$

где e^0 — орт переменного направления силы тяги, заключенного между направлениями нормали к теневой стороне паруса и потока. Вывод этой формулы можно найти также в статье А.А. Карымова [В.23]. В частном случае полностью поглощающей поверхности ($\epsilon = 0$) из (4.7) следует, что сила тяги всегда направлена строго по лучу i^0 и это направление не зависит от угла установки θ , как бы ни был расположен парус, т.е.

$$F_{\text{тяги}}^{\text{погл}} = \frac{S_r}{c} A \cos \theta i^0. \quad (4.8')$$

При полном зеркальном отражении ($\epsilon = 1$) сила тяги всегда направлена по нормали n^0 к теневой стороне экрана (см. рис. 2, а), а ее направление снова не зависит от угла установки:

$$F_{\text{тяги}}^{\text{отр}} = \frac{S_r}{c} A \sqrt{2(1 + \cos 2\theta)} \cos \theta n^0 = \frac{2S_r}{c} A \cos^2 \theta n^0. \quad (4.8'')$$

Таким образом, мы пришли опять к формуле (4.4') и показали, что она как частный случай вытекает из более общей формулы (4.8). Ускорение, соответствующее этому случаю, дается формулой (4.5) или (4.5'). На рис. 3 приведена диаграмма [В.24, с.61] зависимости силы тяги зеркального паруса, направленной по нормали к нему, от угла θ установки паруса. Сила тяги паруса, изображенного на схеме, обозначена жирной стрелкой. Диаграмма соответствует закону квадрата косинуса. При неполном отражении ($\epsilon < 1$) вектор силы тяги отклоняется от нормали по направлению к потоку фотонов. Таким образом, специфической особенностью солнечного паруса является зависимость величины создаваемой им тяги от ее направления.

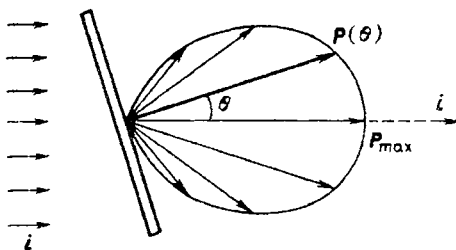


Рис. 3

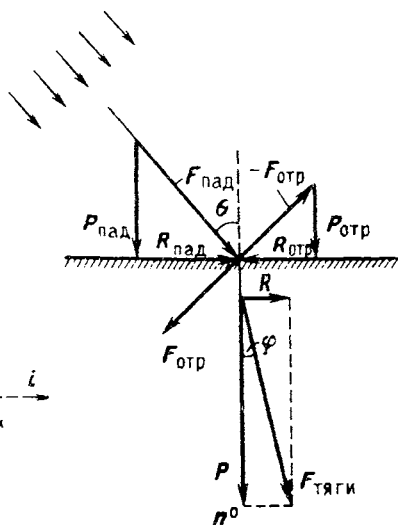


Рис. 4

Формулы (4.4') и (4.8'') представляют интерес именно применительно к полету с солнечным парусом. Они показывают, что зеркальный парус не только развивает максимальную по величине тягу, но и ее направление всегда жестко связано с нормалью к парусу. Это обеспечивает принципиальную возможность, а также достаточную простоту управления тягой. В силу вышесказанного зеркальный парус можно считать наилучшим в классе плоских солнечных парусов. Все современные исследования по динамике полета с солнечным парусом, как правило, ограничиваются этим простейшим случаем. Зеркальная модель плоского паруса вполне годится для решения траекторных задач, не затрагивающих вопросов, связанных с физическим состоянием самого паруса или с его конструктивными особенностями.

Рассмотрим теперь вопрос о касательных проекциях тяги, создаваемых световым давлением. Для анализа силовых воздействий на парус используем рис. 4, на котором изображены те же силы, что и на рис. 2, но спроектированные на нормальное и на касательное к площадке направления. Например, вычислим проекции сил $F_{\text{пад}}$ и $F_{\text{отр}}$, определяемых формулами (4.7), на указанные направления. Сумму проекций на нормаль P мы будем называть собственно световым давлением (см. рис. 4) :

$$P = P_{\text{пад}} + P_{\text{отр}}, \quad P_{\text{пад}} = F_{\text{пад}} \cos \theta = \frac{S_r}{c} A \cos^2 \theta,$$

$$P_{\text{отр}} = F_{\text{отр}} \cos \theta = \epsilon \frac{S_r}{c} A \cos^2 \theta, \quad |P| = P = (1 + \epsilon) \frac{S_r}{c} A \cos^2 \theta.$$

Аналогично находим и касательные проекции

$$R = R_{\text{пад}} - R_{\text{отр}}, \quad R_{\text{пад}} = F_{\text{пад}} \sin \theta = \frac{S_r}{c} A \cos \theta \sin \theta,$$

$$R_{\text{отр}} = F_{\text{отр}} \sin \theta = \epsilon \frac{S_r}{c} A \cos \theta \sin \theta,$$

$$|R| = R = (1 - \epsilon) \frac{S_r}{c} A \cos \theta \sin \theta,$$

причем $\lim_{\epsilon \rightarrow 1} R = 0$.

Полную силу тяги найдем как сумму $F_{\text{тяги}} = P + R$, величина которой составляет

$$F_{\text{тяги}} = \frac{S_r}{c} A \sqrt{1 + \epsilon^2 + 2\epsilon \cos 2\theta} \cos \theta, \quad (4.9)$$

что уже было найдено выше другим путем (см. рис. 2). Схема на рис. 4 позволяет также определить угол φ , на который направление силы тяги $F_{\text{тяги}}$ отклоняется от нормали п:

$$\sin \varphi = \frac{(1 - \epsilon) \sin \theta}{\sqrt{1 + \epsilon^2 + 2\epsilon \cos 2\theta}}. \quad (4.9')$$

Однако поскольку при близких к 1 значениях ϵ касательные проекции не создают существенных тяговых усилий, то в наших модельных парусных задачах можно с достаточной степенью точности пренебречь углом φ отклонения силы тяги от нормали (возникающим за счет касательных проекций) и принять, что для достаточно высокого коэффициента отражения паруса ($\epsilon \leq 1$), т.е. для почти зеркального (но не идеально зеркального) паруса сила тяги совпадает по величине и направлению со световым давлением. В результате в последующих динамических рассмотрениях мы будем (если это специально не оговорено) как для полного, так и для неполного отражения пользоваться упрощенными рабочими формулами для расчета силы тяги и ускорения аппарата с парусом:

$$F_{\text{тяги}} \equiv P = (1 + \epsilon) \frac{S_r}{c} A \cos^2 \theta n^0, \quad (4.10)$$

$$w^{\text{rad}} = \frac{P}{m} = (1 + \epsilon) \frac{S_r}{c} \frac{A}{m} \cos^2 \theta = P_r \frac{A}{m} \cos^2 \theta$$

или

$$w^{\text{rad}} = P_r \sigma(\theta) \cos \theta = P_r \sigma_{\text{max}} \cos^2 \theta,$$

где P_r определяется по правилу (3.1), а $\sigma(\theta)$ – по правилу (4.3).

Заметим, что в частном случае зеркального отражения ($\epsilon = 1$) можно использовать формулы

$$F_{\text{тяги}} \equiv P = \frac{2S_r}{c} A \cos^2 \theta n^0, \quad w^{\text{rad}} = \frac{2S_r}{c} \frac{A}{m} \cos^2 \theta, \quad (4.11)$$

которые, в отличие от приближенных формул (4.10), являются строгими, так как для $\epsilon = 1$ касательные проекции в точности компенсируют друг друга: $\mathbf{R} = 0$. Действительно, возвращаясь к рис. 2, можно видеть, что если падающий световой поток создает тягу $F_{\text{пад}}$, направленную по потоку лучей, то полностью отраженный поток создает дополнительную тягу $F_{\text{отр}}$, равную $F_{\text{пад}}$ по величине и направленную симметрично относительно нормали. Поэтому результирующая сила тяги равна световому давлению P и направлена по нормали, а одинаковые касательные проекции компенсируют друг друга. Последнее соображение еще раз подчеркивает эффективность зеркального паруса, который защищен от вредных деформирующих воздействий несимметричных касательных напряжений. Таким образом, зеркальный парус как в тяговом отношении, так и в отношении продольных эффектов оказывается наилучшим из плоских парусов. Дополнительные возможности повышения эффективности паруса появятся, по-видимому, лишь при конструировании комбинированных систем парусов-зеркал, устанавливаемых под разными углами к световому потоку.

При вычислении светодого давления на тела сложной геометрии можно пользоваться выведенными выше формулами, считая их относящимися к элементарным силам dP и dR . Полные силы P и R необходимо вычислять в таких случаях путем интегрирования по полной освещенной поверхности тела или его частей. Сначала определяются отдельные элементарные векторы тяги на разных участках поверхности, а потом их общая векторная сумма. Отдельно следует отметить частный случай солнечного паруса – сферу. Можно доказать упомянутым выше интегральным методом, что световое давление на идеальную сферу, отражение лучей от которой происходит строго геометрически (а не диффузно), вообще не зависит от коэффициента отражения ϵ (доказательство можно найти, например, в [В.25]). Тогда оказывается, что для любого ϵ ускорение сферы с площадью поперечного сечения $A = \pi r^2$, т.е. с парусностью $\sigma_{\text{max}} = A/m = \pi r^2/m$, равно

$$w^{\text{rad}} = \frac{S_r}{c} \frac{A}{m} = P_r^{\text{полн}} \frac{A}{m}, \quad (4.12)$$

где константа $P_r^{\text{полн}}$ определяется формулами (3.3) и (3.5).

Формула (4.12) удобна для вычисления возмущающего ускорения баллона под действием светового давления. В той мере, в ко-

торой легкий отражающий сферический баллон может служить солнечным парусом, прикрепляющимся к космическому аппарату, эта формула оказывается полезной и в специальных парусных задачах. Хотя теоретически сила тяги баллона не зависит от коэффициента отражения, спутники-баллоны тем не менее всегда выполняются из отражающей, почти зеркальной алюминизированной пленки. Это связано с требованиями видимости спутника при оптических наблюдениях, а также с защитными мероприятиями по избежанию перегрева и разрушения полимерной пленки. Кроме того, в результате термических деформаций баллон может потерять первоначальную сферическую форму, после чего его коэффициент отражения может стать существенным с динамической точки зрения. Деформации сферической формы паруса-баллона могут быть вызваны также пробоями его поверхности микрометеоритными частицами; известно, например, что спутник-баллон "Pioneer" (США) постепенно превратился из сферы в трехосный эллипсоид [В.22].

При характеристике динамических свойств баллона как объемного тела следует заметить особенность, существенную для геоцентрического движения. Плоский парус, будучи ориентирован требуемым образом к солнечным лучам, может занимать любое положение относительно Земли, тогда как эффективное сечение баллона относительно направления на Землю всегда неизменно. Это различие может приобрести значение, если кроме прямого излучения Солнца необходимо учесть отраженное от Земли излучение Солнца, собственное (инфракрасное) излучение Земли, а также солнечное излучение, отраженное от Луны (влияние этих эффектов на спутниковые движения описано в обзоре [В.22]). В околоземном пространстве поток энергии излучения от Солнца составляет 1400 Вт/м^2 , диффузное излучение, рассеянное Землей, составляет 120 Вт/м^2 , а рассеянное Луной – всего 10^{-3} Вт/м^2 . Собственное излучение Земли, смещенное в инфракрасную область спектра, составляет 20 Вт/м^2 . Влияние других источников излучения (звезд, планет) на динамику и тепловой режим паруса-баллона пренебрежимо мало. Таким образом, любой из указанных выше эффектов может стать временным источником возмущений в динамике и тепловом режиме как баллонов, так и плоских парусов. В высокоточных динамических задачах парусного движения эти эффекты следует иметь в виду также и во время прохождения паруса через тень Земли или Луны, когда прямое световое давление отсутствует вследствие экранирования.

ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ

§ 5. Закон Ньютона – Лебедева и динамика движений в центральном фотогравитационном поле Солнца

Математическое сравнение сил ньютоновского тяготения и светового отталкивания было проведено П.Н. Лебедевым в 1891 г., т.е. еще до осуществления знаменитого опыта, позволившего экспериментально подтвердить существование светового давления. В этом теоретическом сравнении состоит немалая заслуга ученого, несколько не уступающая по своему значению заслуге экспериментального подтверждения упомянутого эффекта. Обе силы, ньютоновское тяготение и лебедевское световое отталкивание (репульсия), обладают рядом очевидных общих свойств. Действительно, обе силы по величине обратно пропорциональны квадрату расстояния от излучающего и гравитирующего тела и обе действуют по одной прямой, в результате чего роль светового отталкивания сводится к уменьшению (редукции) силы тяготения, т.е. как бы к уменьшению "тяжелой" массы излучающего тела. (Напомним, что гипотеза, касающаяся убывания отталкивающей силы солнечных лучей пропорционально r^{-2} , принадлежит астроному Ф. Бесселю (1836 г.) и была развита им применительно к теории форм кометных хвостов.) Эти соображения и позволили П.Н. Лебедеву описать действие обеих сил единой формулой, получившей впоследствии название закона Ньютона – Лебедева. Сам П.Н. Лебедев хорошо понимал огромное значение найденного им физического закона: "Я, кажется, сделал очень важное открытие в теории движения светил, специально комет... Найденный закон распространяется на все небесные тела... Озадачен, даже ошеломлен его общностью, которую сначала не предчувствовал. Выведенный мной закон не есть дело минутного наития: около двух лет ношу я его зачатки" [В. 3].

Для центрального фотогравитационного поля Солнца, в котором движется некоторое сферическое тело или частица массы m , закон Ньютона – Лебедева может быть записан в форме, повторяющей традиционную форму записи закона Ньютона для тяготения:

$$F = - \frac{fM'm}{r^2} r^0. \quad (5.1)$$

Здесь r^0 – орт радиального гелиоцентрического направления,

r — гелиоцентрическое расстояние точки m , M' — редуцированная, "лебедевская" масса Солнца, как бы уменьшенная световым отталкиванием его лучей по сравнению с его "тяжелой" массой $M_C = 2 \cdot 10^{33}$ г. Теперь $M' < M_C$, причем истинная, "тяжелая", масса M_C может интерпретироваться как неизменная масса гравитирующего "темного" Солнца, более тяжелого, чем "яркое" Солнце массой M'_C .

Теоретическое значение редуцированной массы M' зависит не только от интенсивности излучения Солнца, но также и от таких параметров самого облучаемого тела, как радиус и плотность, определяющие массу тела m , входящую в формулу (5.1). Как будет показано ниже, при определенных условиях масса m может принимать нулевое или даже отрицательное значение.

Фотогравитационное поле, описываемое законом (5.1), остается центральным, следовательно, этот закон применим для описания только тех движений, при которых сила тяги направлена строго вдоль гелиоцентрического радиус-вектора, т.е. равна световому давлению. Это выполняется, во-первых, для тел идеально сферической формы (искусственного или естественного происхождения) и, во-вторых, для плоской поверхности, отражающей солнечные лучи и неизменно ориентированной нормально к ним (солнечный парус). При этом если тела обладают симметрией отражательных свойств относительно луча или эти свойства однородны, то сила светового отталкивания хорошо вписывается в закон всемирного тяготения *).

Установим теперь связь редукции солнечной массы за счет сил светового отталкивания с рабочей парусностью облучаемых тел σ , определяемой как отношение текущей площади поперечного сечения (миделя) A_{mid} к массе m . В частности, для плоского паруса общей площадью A , как уже отмечалось в § 4, максимальная парусность (см. (4.3))

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{A}{m} = \text{const}, \quad \sigma(\theta) = \frac{A_{\text{mid}}}{m} \quad (5.2)$$

Если тело имеет сферическую форму, то в случае, если оно полое

*) Сам П.Н. Лебедев писал по этому поводу: "Те силы, с которыми действует яркий солнечный свет или концентрированный свет вольтовой дуги на твердые и газообразные тела, нас окружающие, так малы по сравнению с силами тяготения, что только особыми приемами их удается обнаружить в наших лабораториях. Но в межзвездном пространстве силы светового давления, действуя на тела с малыми массами, не только становятся соизмеримыми с силами тяготения этих масс, но могут и во много раз превосходить их по величине. Наиболее яркое проявление светового давления мы наблюдаем на образованиях кометных хвостов" [В. 3, с. 399].

(сферическая оболочка радиусом ρ), неизменную парусность удобно вычислять так:

$$\sigma_{\max} = \frac{A_{\text{mid}}}{m} = \frac{\pi \rho^2}{m} = \text{const}, \quad (5.3)$$

а если оно сплошное и однородное радиусом ρ и плотностью δ , то

$$\sigma_{\max} = \frac{\pi \rho^2}{m} = \frac{3}{4\rho\sigma}. \quad (5.4)$$

Запишем теперь уравнения плоского орбитального гелиоцентрического движения центра масс облучаемого тела в фотогравитационном поле Солнца

$$mw_r = -\frac{fM'_C m}{r^2} = -\frac{fM_C m}{r^2} + F_N, \quad mw_\varphi = 0,$$

где w_r и w_φ — радиальное и трансверсальное ускорения центра масс, F_N — центральная возмущающая сила, равная в данном случае световому давлению на облучаемое тело или силе тяги нормально ориентированного к лучам солнечного паруса. При расчете силы F_N можно также воспользоваться формулой (4.10), которая для центральной силы ($\theta = 0$) снова показывает, что сила $F_N =$

$$= (1 + \epsilon) \frac{S_r}{c} A, \quad \text{а соответствующее ускорение } w^{\text{rad}} = \frac{F_N}{m} =$$

$$= (1 + \epsilon) \frac{S_r}{c} \sigma, \quad \text{где } \sigma \equiv \sigma_{\max} \text{ — парусность тела. Теперь, пользуясь}$$

формулами (3.1) и (3.5), запишем ускорение

$$w^{\text{rad}} = \frac{F_N}{m} = \frac{(1 + \epsilon)\sigma}{r^2} Q_C = \frac{\sigma}{r^2} Q_C^*, \quad (5.5)$$

имея в виду, что радиационная константа Q_C , входящая в Q_C^* , дается формулой (3.5). Окончательно суммарное радиальное ускорение w_r тела принимает вид

$$w_r = w^{\text{gr}} + w^{\text{rad}} = -\frac{fM_C}{r^2} + \frac{F_N}{m} = -\frac{f}{r^2} \left(M_C - \frac{\sigma}{f} Q_C^* \right), \quad (5.5')$$

причем легко видеть, что редукция

$$\mu = -\frac{\sigma}{f} Q_C^* = -(1 + \epsilon) \frac{\sigma}{f} Q_C < 0 \quad (5.6)$$

действительно имеет размерность массы. Теперь, вводя вспомогательную безразмерную величину

$$\beta = -\frac{\mu}{M_C} = \frac{\sigma Q_C^*}{fM_C} = (1 + \epsilon) \sigma \frac{Q_C}{fM_C} > 0, \quad (5.7)$$

которую мы, в отличие от редукции массы Солнца μ , будем называть *редукцией гравитационного поля Солнца*, перепишем закон Ньютона – Лебедева (5.1) в виде

$$\begin{aligned} F &= - \frac{f(M_C + \mu)m}{r^2} r^0 = - \frac{fM_C m}{r^2} (1 - \beta) r^0 = \\ &= - \frac{fM' m}{r^2} r^0, \quad M' = M_C(1 - \beta). \end{aligned} \quad (5.8)$$

Замена истинной массы Солнца M_C на редуцированную массу $M' < M_C$ означает одновременно замену гравитационного параметра $K = fM_C$ (гравитационное K -поле) на параметр $K' = fM'$ (фотогравитационное K' -поле), причем

$$K' = fM' = f(M_C + \mu) = fM_C(1 - \beta) = K(1 - \beta) < K. \quad (5.9)$$

Безразмерная величина $\beta = - \frac{\mu}{M_C} > 0$ из (5.7) является как бы редукцией интенсивности гравитационного поля Солнца и показывает, что световое давление солнечных лучей на данное тело редуцирует силу притяжения этого тела Солнцем в отношении $(1 - \beta)$. Связь парусности объекта σ с редукциями массы μ и поля β дается формулой, вытекающей из (5.6) и (5.7):

$$\sigma = - \frac{f}{Q_C^*} \mu = \beta \frac{fM_C}{Q_C^*}, \quad (5.10)$$

где $Q_C^* = (1 + \epsilon) Q_C$, $Q_C = 1,01 \cdot 10^{22} \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с}^2$.

Так как силовая функция фотогравитационного центрального поля имеет вид

$$U = \frac{f(M_C + \mu)m}{r} = \frac{fM_C(1 - \beta)m}{r} = \frac{K'm}{r},$$

то интеграл энергии $\frac{1}{2} mv^2 - U = h$ позволяет записать удвоенную полную энергию точки единичной массы, движущейся в центральном фотогравитационном поле, в виде

$$\tilde{h} = v^2 - \frac{2fM_C(1 - \beta)}{r} = v^2 - \frac{2K'}{r}. \quad (5.11)$$

На основании вышеприведенных формул можно заключить, что в центральном фотогравитационном поле остаются справедливыми все формулы кеплеровой задачи двух тел при условии, что вместо параметра гравитационного поля K подставлен меньший параметр фотогравитационного поля $K' < K$. Соответственно изменятся и энергетические характеристики движения.

Рассмотрим теперь, как изменится траектория материальной точки, движущейся первоначально в гравитационном поле Солнца ("темного") по круговой орбите радиусом r_0 (круговая орбитальная скорость $v_0 = \sqrt{K/r_0}$), если значение редукции $\beta = 0$ (соответствующее K -полю) внезапно изменить на значение $\beta > 0$. Такое изменение β означает как бы внезапный, "ударный" переход из K -поля в K' -поле излучающего Солнца, который практически

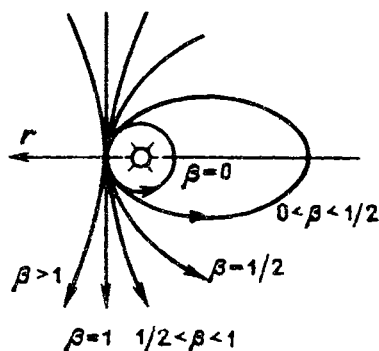


Рис. 5

может быть реализован лишь для тел с переменной парусностью. Например, если на космическом аппарате внезапно развернуть солнечный парус и сориентировать его плоскость нормально к солнечным лучам, то произойдет "ударное" увеличение парусности, влекущее за собой мгновенное изменение теоретических значений величин μ , β , M' , K' в соответствии с формулами (5.6) – (5.9). Другим примером может служить сферический парус-баллон, радиус которого можно искусственным путем увеличивать во время движения по орбите. Если его радиус увеличится, например, в два раза, то сила тяготения для заданного на заданном расстоянии r от Солнца вообще не изменится, а сила светового отталкивания, в соответствии с формулой (5.2), возрастет вчетверо. Возрастание силы F_N интерпретируется как теоретический "переход" в новое, фотогравитационное поле. Аналогично можно осуществить и обратный "переход".

Если в результате указанных операций равнодействующая сил тяготения и отталкивания не перестает быть центральной, то движения будут по-прежнему происходить по коническим сечениям, но уже с измененными эксцентриситетами. Эволюция траекторий кеплеровой задачи двух тел в зависимости от величины β демонстрирует принципиальную возможность практического использования силы светового давления для полета в космическом пространстве. Действительно, зададимся несколькими значениями β (рис. 5) для первоначальной круговой орбиты:

1) если $\beta = 0$, то редукции поля нет, изменения орбиты не происходит;

2) если $0 < \beta < 1/2$, то при "переходе" из K -поля в K' -поле ($K' < K$) начальная круговая скорость $v = \sqrt{K/r_0}$ оказывается больше значения круговой гелиоцентрической скорости $v' = \sqrt{K'/r_0}$ в K' -поле, так что по отношению к K' -полю реальная ге-

лиоцентрическая скорость движения оказывается уже эллиптической, т.е. $v > v'$. Следовательно, при соответствующем увеличении парусности аппарат перейдет на эллиптическую орбиту, лежащую снаружи круговой, причем ее перигелием будет точка раскрытия паруса;

3) если $\beta = 1/2$, то $K' = K/2$ и начальная скорость

$$v = \sqrt{K/r_0} = \sqrt{2K'/r_0}$$

оказывается в точности параболической в K' -поле. Теоретическое значение круговой скорости в K' -поле составляет $v' = \sqrt{K'/r_0} = v/\sqrt{2}$, откуда заключаем, что $v = v'\sqrt{2}$ и точка должна покинуть K' -поле по параболе;

4) если $1/2 < \beta < 1$, то $v > v'\sqrt{2}$ и точка покидает K' -поле по ветви гиперболы, содержащей "яркое" Солнце в фокусе;

5) если $\beta = 1$, то в этом предельном случае наблюдается "гашения" полей, когда сила радиационного отталкивания полностью уравнивает силу тяготения "темного" Солнца: K' -поле отсутствует вовсе, т.е. точка будет двигаться равномерно и прямолинейно в бессилом пространстве со скоростью $v = \text{const} > 0$ по касательной к первоначальной круговой орбите;

6) если $\beta > 1$, то сила отталкивания преобладает над силой тяготения — эффект получается такой, как будто центральное тело отталкивает движущуюся точку; траекторией точки будет ветвь гиперболы, содержащая "пустой" фокус, т.е. выпуклая ветвь на рис. 5; с неограниченным увеличением β ветвь гиперболы будет приближаться к гелиоцентрическому радиус-вектору.

Из интеграла энергии (5.11) следует, что при движении по выпуклой ветви гиперболы ($\beta > 1$) местная гиперболическая скорость монотонно возрастает, а при неограниченном удалении от центра движение происходит равномерно по асимптоте гиперболы. Если точка обладает нулевой начальной гелиоцентрической скоростью, то произойдет ее выброс из Солнечной системы по лучу света с убывающим положительным ускорением, асимптотически стремящимся к нулю (скорость при этом возрастает, асимптотически стремясь к константе).

Итак, закон Ньютона — Лебедева замечательно расширяет класс возможных движений в кеплеровой задаче двух тел. Действительно, если в гравитационной кеплеровой задаче двух тел движения возможны только по трем типам конических сечений: эллипсу, параболе и вогнутой ветви гиперболы (не считая вырожденных траекторий соударений), то в фотогравитационной задаче двух тел к этим сечениям добавляются прямая с фокусом вне ее и прямая без фокуса, выпуклая ветвь гиперболы и точка (случай равновесия

сил при отсутствии скорости), т.е. теперь возможны движения по любым коническим сечениям.

Световое отталкивание может соперничать с тяготением (и даже превзойти его) для тел с высокой парусностью, таких как, например, легкие надувные баллоны или космические аппараты, снабженные огромными отражающими солнечными парусами. Однако, как уже указывалось в § 3, не следует забывать, что в природе существуют многочисленные естественные небесные тела, обладающие высокой парусностью и вследствие этого подчиняющиеся описанным выше законам движения в фотогравитационных центральных полях, — пылевые и микрометеоритные частицы, па-

русность которых $\sigma = \frac{3}{4} \rho \delta$ (см. формулы (3.7) или (5.4)) ока-

зывается весьма высокой за счет ничтожно малых размеров их радиусов ρ . Действительно, при любых комбинациях значений радиуса ρ и плотности частицы δ , произведение которых составляет, например, 10^{-4} г/см², получаем парусность $\sigma = 10^4$ см²/г, т.е. примерно в сто раз больше парусности огромных спутников-баллонов типа "Эхо". К этим объектам относится и отмеченное выше свойство "ударного" изменения их парусности (дробление или, наоборот, слипание частиц при их столкновениях), вследствие чего их орбиты подчиняются эволюционной схеме, изображенной на рис. 5.

Гелиоцентрическое движение пылевых и микрометеоритных частиц в Солнечной системе является примером природных движений в центральном фотогравитационном поле, демонстрирующим ряд полезных аналогий также и в аспекте движения космического аппарата с солнечным парусом. Охарактеризуем вкратце основные интересующие нас свойства этих движений [1.1]. Метеорное вещество, как известно, образует облако, концентрирующееся вблизи плоскости эклиптики, и в нем частицы движутся по произвольным эллиптическим орбитам, в результате чего неизбежно происходят столкновения частиц между собой. Измельченная материя переходит в разряд космической пыли, в орбитальную эволюцию которой сразу вносит существенный вклад интересующая нас сила светового давления солнечных лучей. Так, например, если микрометеоритная частица, движущаяся по эллиптической орбите с большой полуосью a_0 , распадается без взрыва на две частицы разных размеров ("ударное" изменение парусности), то меньшая частица, обладающая более высокой парусностью, сразу переходит на гелиоцентрическую орбиту, лежащую снаружи орбиты большей частицы и, тем более, снаружи прежней орбиты "родительской" частицы. Большая полуось a_1 и эксцентриситет e новой эллиптической орбиты любой из вновь образовавшихся частиц могут быть определены

из интеграла энергии (5.11), выражающего неизменность гелиоцентрической скорости точки до и после распада. Последнее предположение справедливо, так как обычно относительные скорости отделения частиц малы по сравнению с их орбитальными гелиоцентрическими скоростями.

В случае солнечного паруса мы тоже будем предполагать, что при быстром раскрытии паруса не происходит никакого импульсного изменения орбитальной скорости. Следовательно, интеграл (5.11) примет вид

$$v^2 = fM_C \left(\frac{2}{r_0} - \frac{1}{a_0} \right) = fM_C (1 - \beta) \left(\frac{2}{r_0} - \frac{1}{a_1} \right),$$

откуда

$$a_1 = (1 - \beta) r_0 a_0 (r_0 - 2\beta a_0)^{-1}. \quad (5.12)$$

Практический интерес формула (5.12) представляет для частного случая схода при помощи солнечного паруса с круговой гелиоцентрической орбиты радиусом $r_0 = a_0$ при исходной круговой скорости $v = \sqrt{fM_C/a_0}$. Тогда вместо (5.12) получим при $\beta > 0$

$$a_1 = \frac{(1 - \beta)a_0}{1 - 2\beta} > a_0, \quad (5.13)$$

причем $a_1 \rightarrow \infty$ при $\beta \rightarrow 1/2$, что соответствует параболе на рис. 5. Точка (космический аппарат) покидает орбиту со скоростью $v_\pi > v_{кр}$, где v_π — скорость в перигелии новой орбиты.

Помимо эволюции большой полуоси интересно проследить и изменение эксцентриситета новой орбиты: как показано в [1.1], новый эксцентриситет

$$e = \sqrt{1 + \frac{2\beta - 1}{(1 - \beta)^2}} = \frac{\beta}{1 - \beta}. \quad (5.14)$$

Легко видеть, что $e \rightarrow 0$ при $\beta \rightarrow 0$ (окружность на рис. 5), $e \rightarrow 1$ при $\beta \rightarrow 1/2$ (парабола). Эту же формулу легко получить из закона сохранения секториальной скорости при переходе на новую орбиту, рассмотренную выше:

$$fM_C a(1 - e^2) = fM_C (1 - \beta) r_\pi (1 + e).$$

Расчет редукции массы (5.6) и поля (5.7) для пылевых частиц производится при $\epsilon = 0$ (поглощение), т.е. при $Q_C^* \equiv Q_C$. К этому же результату можно прийти, считая частицу идеальной сферой, для которой значение отражательной способности ϵ вообще не играет роли, см. (4.12).

В отличие от объектов искусственного происхождения пылевые и микрометеоритные частицы обладают отличительным свойством

постепенно увеличивать свою парусность при приближении к Солнцу за счет испарения своего вещества при разогреве. После достижения ими некоторого минимального критического значения радиуса $\rho_{\text{крит}}$ они "выметаются" из Солнечной системы прямым давлением солнечных лучей по параболической или близкой к ней гиперболической орбите – вогнутой ветви на рис. 5. Выброс этих небесных тел по прямой ($\beta = 1$) или по выпуклой ветви гиперболы при описанном непрерывном возрастании парусности, по-видимому, просто не успевает осуществиться. Возможно, что эти траектории осуществимы для продуктов столкновений частиц при "ударном" возрастании парусности сразу на много порядков. Следует, однако, помнить, что описанные выше механические свойства движений в фотогравитационных полях вообще справедливы лишь до тех пор, пока радиус частицы ρ не становится сравнимым с длиной волны солнечной радиации, равной 0,1 мкм.

Часто встречается неверное утверждение, что частицы выбрасываются из Солнечной системы прямолинейно, по радиус-вектору, как только достигается равновесие сил тяготения Солнца и светового отталкивания его лучей, т.е. когда $\beta = 1$, $fM'_C = fM_C(1 - \beta) = 0$ в формулах (5.9). На самом деле строго радиальное движение возможно только для объектов, потерявших гелиоцентрическую скорость (например, в результате взрыва или столкновения). Тогда вследствие "гашения" скорости материальная точка будет находиться в покое относительно Солнца и начнет падать на него по прямой, если тяготение больше отталкивания, или покинет околосолнечное пространство также по радиальной прямой, если отталкивание больше тяготения (см. рис. 5). Для микрометеоритных частиц такое гашение скорости нехарактерно, а для объектов искусственного происхождения – вообще неосуществимо. (В научно-популярной и научно-фантастической литературе утверждение о равновесии упомянутых сил высказывается иногда именно в связи с солнечно-парусным полетом.) Если же для частицы равновесие сил все-таки окажется достигнутым, то при сходе с гелиоцентрической круговой орбиты движение будет происходить по прямой, перпендикулярной радиус-вектору (см. рис. 5). В действительности покидание нашей Солнечной системы пылевыми частицами начинается раньше, чем достигается такое равновесие ($\beta \approx 1$ для масс порядка $m \approx 10^{-12}$ г), и происходит по параболе уже при

$$\beta_{\text{крит}} = \begin{cases} \beta = \frac{1}{2} & \text{(первоначальная орбита круговая);} \\ \beta = \frac{1}{2} r_0 a_0^{-1} & \text{(первоначальная орбита эллиптическая} \\ & \text{(см. формулу (5.12)).)} \end{cases}$$

Для всех $\beta > \beta_{\text{крит}}$ уход совершается по гиперболе, для которой равновесие сил тоже еще сохраняется. Таким образом, прямолинейные траектории выброса для пылевых частиц не характерны.

Пылевые и микрометеоритные частицы (микрометеороиды), движущиеся в околосолнечном пространстве вследствие столкновений, дробления и испарения, оказываются, по-видимому, основным источником частиц, покидающих околосолнечное пространство с гиперболическими скоростями. Последние получили название β -метеороидов в соответствии со ставшим традиционным обозначением редукции гравитационного поля β (см. формулы (5.7) – (5.9)). Наблюдения, выполненные в последние годы с помощью космических аппаратов, показали, что экраны приборов действительно регистрируют в околосолнечном пространстве потоки β -метеороидов, летящих от Солнца с гиперболическими скоростями. Именно для них четко прослеживается корреляция: чем меньше масса и радиус частицы, тем выше скорость "выметания" из Солнечной системы и тем ближе направление скорости к гелиоцентрическому радиус-вектору [1.1, 1.2].

Основные элементы динамики движений этих естественных небесных тел в фотогравитационном поле Солнца справедливы и в прикладной задаче о полете космического аппарата с солнечным парусом, ориентированным так, чтобы результирующая фотогравитационная сила оставалась центральной. Итак, назовем такой " β -парус" *цандеровским парусом* и далее будем рассматривать лишь наиболее близкую к реальности область эллиптических гелиоцентрических движений, ограниченную траекторией параболического выброса, имея в виду, что применительно к динамике космического полета с солнечным парусом основные положения этой теории были развиты Ф.А. Цандером уже в 20-е годы на базе обобщенного закона Ньютона – Лебедева.

§ 6. Задача Ф.А. Цандера о межпланетном перелете по касательному гелиоцентрическому эллипсу

Ф.А. Цандер [В.11] впервые применил закон Ньютона – Лебедева к динамике космического полета, рассмотрев теоретически межпланетный переход аппарата с парусом-зеркалом, неизменно ориентированным нормально к солнечным лучам, выполняемый по касательному эллипсу между круговыми компланарными планетными орбитами. Эта задача по праву может называться *задачей Цандера о касательном переходе с зеркалом*. Основную динамическую концепцию полета под действием фотогравитационных сил Ф.А. Цандер выражает так: "Движение межпланетного корабля с зеркалом будет совершаться вокруг Солнца по кривым, по которым двигаются небесные тела, т.е. по кругу, эллипсу, парабо-

де или гиперболе, только для постоянной притяжения необходимо применять уменьшенное значение. Получается своего рода кажущееся ослабление притяжения Солнца... Межпланетный корабль, сохраняя скорость движения Земли вокруг Солнца, не будет оставаться на орбите Земли, что имело бы место без зеркала, а будет вследствие ослабления притяжения Солнца двигаться по орбите, афелий которой лежит от Солнца дальше орбиты Земли. Это делает возможным достижение других планет" [В.11, с. 372].

Именно эта цандеровская концепция полета с зеркальным парусом легла в основу дальнейших теоретических разработок, принятых в этой области динамики космического полета. Сам Ф.А. Цандер [В.11] развивает стройную динамическую теорию компланарного касательного перелета в фотогравитационном поле, на базе которой ему удалось получить основные соотношения между орбитальными характеристиками переходной траектории от орбиты Земли к круговым орбитам пяти внешних планет. При этом он широко пользуется сравнениями полученных характеристик с соответствующими численными характеристиками импульсных касательных переходов между круговыми компланарными орбитами планет – теми самыми траекториями, которые позднее получили название *гомановских траекторий*, хотя неоспорим приоритет Ф.А. Цандера также и в исследовании траекторий этого типа.

Ф.А. Цандер приводит [В.11, с. 374] значения полупериодов эллиптических движений для указанных выше перелетов с импульсной и парусной тягами по одной и той же траектории:

Т а б л и ц а 1

Полупериод		Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун
$\frac{1}{2} T_{\text{имп}}$	лет	0,710	2,72	6,35	16,1	30,2
	сут	259	995	2210	5880	11020
$\frac{1}{2} T_{\text{зерк}}$	лет	0,780	3,52	8,13	2,22	42,0
	сут	284	1284	2970	8100	15310

Уточненные значения этих величин приведены ниже, в табл. 2, строки 8, 9, 12, 13.

Прежде всего показательно сравнение полупериодов импульсного перехода, т.е. полета без зеркала, и полета с зеркалом по одному и тому же эллипсу: движение в фотогравитационном поле происходит медленнее, чем движение по кеплерову эллипсу с применением

импульса. Разность полупериодов возрастает по мере удаления планетных орбит от Солнца. На первый взгляд такой результат должен показаться парадоксальным — ведь световое давление солнечных лучей при движении аппарата от Солнца, казалось бы, должно "подгонять" аппарат, тем самым ускоряя полет. На самом деле два упомянутых движения по одной и той же эллиптической траектории, или, точнее, по двум совпадающим геометрически (но не динамически) траекториям, происходят при принципиально

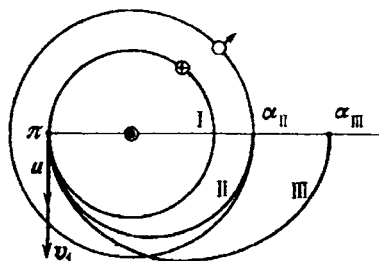


Рис. 6

различных стартовых (начальных) условиях. Чтобы уяснить это, рассмотрим подробнее динамические особенности движения в парусной задаче Цандера на примере перелета к орбите Марса, сравнив ее с траекторией импульсного перелета.

I. Импульсный касательный перелет без зеркала. Кеплерово эллиптическое движение аппарата начинается с круговой орбиты Земли (орбита I на рис. 6) радиуса $r_1 = r_3 = 149,6 \cdot 10^6$ км и заканчивается на круговой орбите Марса радиуса $r_2 = r_M = 228,0 \cdot 10^6$ км. Первоначальная круговая гелиоцентрическая скорость аппарата на орбите I равна орбитальной скорости кругового движения Земли и составляет

$$v_1 = v_3 = \sqrt{\frac{fM_C}{r_3}} = 29,78 \text{ км/с.} \quad (6.1)$$

Для того чтобы афелий (α_{II}) переходного кеплерова эллипса оказался расположенным на орбите Марса, необходимо и достаточно, чтобы большая полуось переходного эллипса II была равна

$$a = (r_1 + r_2)/2 = 188,8 \cdot 10^6 \text{ км.} \quad (6.2)$$

Без учета тяготения Земли выход именно на такую переходную траекторию можно обеспечить при условии, что начальная скорость аппарата в перигелии орбиты II удовлетворяет интегралу энергии орбитального кеплерова движения

$$v_\pi^2 = fM_C \left(\frac{2}{r_\pi} - \frac{1}{a} \right), \quad (6.3)$$

в котором $r_{\pi} = r_1 = r_3 = 149,6 \cdot 10^6$ км, а гравитационный параметр Солнца составляет $fM_C = 1327 \cdot 10^8$ км³/с². Начальная стартовая скорость $v_{\pi} = |v_{\pi}|$ на орбите II определяется как алгебраическая сумма модулей двух коллинеарных векторов: круговой скорости аппарата на орбите I, т.е. $v_1 = v_3$ (переносной скорости), и вектора положительного касательного импульса в перигелии орбиты u (относительной скорости), необходимого и достаточного для выхода на требуемый переходный эллипс II (см. рис. 6). При вычислении скорости v_{π} мы пока не прибегаем к использованию понятия сферы действия Земли, считая, что сложение скоростей, т.е. приложение импульса u , происходит в некоторой точке, условно совпадающей с центром масс Земли, движущимся по круговой околосолнечной орбите. Таким образом,

$$v_{\pi} = v_1 + u, \quad (6.4)$$

причем для определения импульса u служит интеграл энергии (6.3), преобразованный с помощью (6.4) к виду

$$v_{\pi}^2 = (v_1 + u)^2 = fM_C \left(\frac{2}{r_{\pi}} - \frac{1}{a} \right), \quad (6.5)$$

в котором на основании формулы (6.1) $v_1 = \sqrt{fM_C/r_3}$. Пользуясь далее формулой (6.2), находим импульс

$$u = \sqrt{\frac{2fM_C}{r_1}} \left(\sqrt{\frac{r_2}{r_1 + r_2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right). \quad (6.6)$$

Замечая, что коэффициент $\sqrt{2fM_C/r_1} = \sqrt{2} \sqrt{fM_C/r_1} = \sqrt{2} v_3$ выражает гелиоцентрическую параболическую скорость точки на расстоянии $r_1 = r_3$ от Солнца, равную $29,78 \sqrt{2} = 42,11$ км/с, вычисляем импульс по формуле (6.6):

$$u = 42,11 \left(\sqrt{\frac{228}{337,6}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 2,95 \text{ км/с.}$$

Этот же результат легко получить, если в правую часть уравнения (6.5) сразу ввести круговую скорость v_1 :

$$(v_1 + u)^2 = v_1^2 (2 - r_1/a), \quad (6.7)$$

после чего импульс u выразится простой формулой

$$u = v_1 \left(\sqrt{2 - \frac{r_1}{a}} - 1 \right) \quad (6.8)$$

(см. также строки 1 – 5 в табл. 2). Подставляя числовые значения,

получим на основании (6.8) :

$$u = 29,78 \left(\sqrt{2 - \frac{149,6}{188,8}} - 1 \right) = 2,95 \text{ км/с.}$$

Теперь определим время перелета аппарата по орбите II (см. рис. 6) до орбиты Марса, пользуясь третьим законом Кеплера и выбирая за эталон круговую орбиту Земли I, приняв $a_3 = r_1 = 149,6 \cdot 10^6$ км, $T_3 = 365,3$ сут. Записав третий закон Кеплера для периодов и полуосей

$$\left(\frac{T_{\text{имп}}}{T_3} \right)^2 = \left(\frac{a}{a_3} \right)^3, \quad T_{\text{имп}} = T_3 \left(\frac{a}{a_3} \right)^{3/2} \quad (6.9)$$

(см. строки 6 – 9 в табл. 2), легко вычислить, что полный период обращения по переходному эллипсу II составляет

$$T_{\text{имп}} = 365,3 \sqrt{\left(\frac{188,8}{149,6} \right)^3} = 515,1 \text{ сут,}$$

а время полета до орбиты Марса равно $T_{\text{имп}}/2 = 257,6$ сут. Это же значение $T_{\text{имп}}$ можно получить и без привлечения формул, используя эталонную орбиту, а используя известную формулу для средней угловой скорости орбитального движения по эллипсу (среднего движения), также являющуюся следствием третьего закона Кеплера:

$$n = \sqrt{f M_C} a^{-3/2}. \quad (6.10)$$

Теперь

$$T_{\text{имп}} = \frac{2\pi}{n} = \frac{2\pi}{\sqrt{f M_C}} a^{3/2}. \quad (6.11)$$

Установим затем связь периода $T_{\text{имп}}$ движения по орбите II с величиной касательного перигелийного импульса u с помощью формулы (6.7), позволяющей записать отношение

$$\frac{r_1}{a} = 2 - \left(\frac{v_1 + u}{v_1} \right)^2. \quad (6.12)$$

Подставив это отношение в закон (6.9) при $r_1 = a_3$ и при круговой скорости $v_1 = v_3 = 2\pi r_1/T_3$, получаем окончательно

$$T_{\text{имп}} = T_3 \left[1 - \frac{u T_3}{\pi r_1} - \left(\frac{u T_3}{2\pi r_1} \right)^2 \right]^{-3/2}$$

Принимая, что $u = 2,95$ км/с, $T_3 = 365,3$ сут $= 3,15 \cdot 10^7$ с, $r_1 = 149,6 \cdot 10^6$ км, и вычислив отдельное слагаемое $u T_3 / \pi r_1 = 0,197$,

Таблица 2

Номер по порядку	Физическая величина	Венера	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун
1	r_3 , а.е.	0,723331	1,52369	5,20370	9,58034	19,14103	30,19825
	r_3 , км	$108,21 \cdot 10^6$	$227,94 \cdot 10^6$	$778,3 \cdot 10^6$	$1429,3 \cdot 10^6$	$2875,0 \cdot 10^6$	$4504,4 \cdot 10^6$
2	$a = -(r_1 + r_2)$	$128,91 \cdot 10^6$	$188,77 \cdot 10^6$	$463,95 \cdot 10^6$	$789,45 \cdot 10^6$	$1512,3 \cdot 10^6$	$2327,0 \cdot 10^6$
3	r_1/a	1,161	0,792	0,322	0,189	0,0989	0,0643
4	$\sqrt{2 - r_1/a} - 1$	-0,084	0,099	0,295	0,346	0,379	0,391
5	u , км/с	-2,502	2,949	8,786	10,305	11,288	11,645
6	a/a_3	0,862	1,263	3,101	5,277	10,109	15,555
7	$(a/a_3)^{3/2}$	0,800	1,419	5,461	12,122	32,141	61,348
8	$T_{\text{нмп}}$, сут	146,092	259,138	997,534	2214,2	5870,5	11205,1
9	$T_{\text{нмп}}$, годы	0,400	0,709	2,731	6,061	16,070	30,674
10	u/v_1	-	0,099	0,295	0,346	0,379	0,391
11	$1 + u/v_1$	-	1,099	1,295	1,346	1,379	1,391
12	$T_{\text{зерк}}$, сут	-	284,793	1291,806	2980,3	8095,4	15586,3
13	$T_{\text{зерк}}$, годы	-	0,780	3,536	8,159	22,161	42,667

Т а б л и ц а 2 (окончание)

Номер по порядку	Физическая величина	Венера	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун
14	$T_{\text{имп}}/T_{\text{зрк}}$	—	0,910	0,772	0,743	0,725	0,719
15	$(T_{\text{имп}}/T_{\text{зрк}})^2$	—	0,828	0,596	0,552	0,526	0,517
16	β	—	0,172	0,404	0,448	0,474	0,483
17	$\mu = -\beta M_{\text{С}}, \Gamma$	—	$-3,44 \cdot 10^{32}$	$-8,08 \cdot 10^{32}$	$-8,96 \cdot 10^{32}$	$-9,48 \cdot 10^{32}$	$-9,66 \cdot 10^{32}$
18	$\sigma(\epsilon_1), \text{см}^2/\Gamma$	—	1151	2703	2997	3171	3231
19	$\sigma(\epsilon_1), \text{см}^2/\Gamma$	—	1141	2680	2972	3145	3205
20	$\mu/(1 + \epsilon_2), \Gamma$	—	$-1,85 \cdot 10^{32}$	$-4,34 \cdot 10^{32}$	$-4,82 \cdot 10^{32}$	$-5,10 \cdot 10^{32}$	$-5,10 \cdot 10^{32}$
21	$\sigma(\epsilon_2), \text{см}^2/\Gamma$	—	1237	2906	3227	3410	3475
22	$\sigma(\epsilon_2), \text{см}^2/\Gamma$	—	1227	2882	3196	3382	3446
23	$a_0(\epsilon_1), \text{см}/\text{с}^2$	—	0,107	0,251	0,278	0,294	0,299
24	$a_0(\epsilon_1), \text{см}/\text{с}^2$	—	0,106	0,248	0,276	0,292	0,297
25	$r_2 - r_1, \text{км}$	—	$78,34 \cdot 10^6$	$628,7 \cdot 10^6$	$1279,7 \cdot 10^6$	$2725,4 \cdot 10^6$	$4354,8 \cdot 10^6$
26	$2r_2, \text{км}$	—	$455,88 \cdot 10^6$	$1556,6 \cdot 10^6$	$2858,6 \cdot 10^6$	$5750,0 \cdot 10^6$	$9008,8 \cdot 10^6$
27	$\beta = (r_2 - r_1)/2r_2$	—	0,172	0,404	0,448	0,474	0,483
28	$(1 + u/v_1)^2$	—	1,208	1,678	1,811	1,901	1,936
29	e	—	0,208	0,678	0,811	0,901	0,936
30	$e = \beta/1 - \beta$	—	0,208	0,678	0,812	0,901	0,934

получаем снова

$$T_{\text{имп}} = 365,3 \left[1 - 0,197 - \frac{1}{4} (0,197)^2 \right]^{-3/2} = 515,1 \text{ сут.}$$

Итак, мы установили взаимосвязь важнейших элементов кеплеровой переходной импульсной траектории II, касательной к круговым орбитам Земли и Марса.

II. Цандеровский перелет с зеркалом. Пусть первоначальное движение аппарата с нераскрытым зеркалом-парусом происходит по круговой орбите Земли (орбита I на рис. 6) с круговой скоростью v_1 , определяемой формулой (6.1). В задаче Цандера предполагается, что в некоторой точке круговой орбиты прикрепленный к аппарату зеркальный парус раскрывается и затем в течение всего времени движения сохраняет нормальную ориентацию к солнечным лучам. Динамически раскрытие паруса означает мгновенный "переход" в новое, фотогравитационное K' -поле с ослабленной (фотогравитационной) постоянной $f(M_C + \mu)$ (см. § 5). Импульсного изменения скорости аппарата при раскрытии паруса, по нашему предположению, не происходит, так что абсолютная величина гелиоцентрической скорости остается неизменной. Однако теперь эта скорость по отношению к K' -полю оказывается уже не круговой, а эллиптической. Вследствие этого аппарат сойдет с круговой орбиты и перейдет на эллиптическую орбиту, лежащую снаружи круговой (случай $0 < \beta < 1/2$ на рис. 5), а точка раскрытия паруса на круговой орбите окажется перигелием π новой эллиптической орбиты II (см. рис. 6). В перигелии величина эллиптической скорости в отличие от (6.4) удовлетворяет условию

$$v_\pi = v_1 = v_3, \quad (6.13)$$

а дальнейшее распределение скорости вдоль эллиптической орбиты будет происходить в соответствии с орбитальным интегралом энергии кеплерова движения при новом значении фотогравитационной постоянной $f(M_C + \mu)$, $\mu < 0$. Именно такую траекторию космического полета при помощи зеркала, ориентированного нормально к лучам, мы в § 5 называли *цандеровской*.

Интеграл энергии, описывающий скорость движения в центральном фотогравитационном поле, для перигелия может быть записан с помощью (5.10) в виде

$$v_\pi^2 = f(M_C + \mu) \left(\frac{2}{r_\pi} - \frac{1}{a} \right) = fM_C (1 - \beta) \left(\frac{2}{r_\pi} - \frac{1}{a} \right), \quad (6.14)$$

где $r_\pi = r_3 = 149,6 \cdot 10^6$ км. Рассмотрим с помощью этого интегра-

ла основные свойства цандеровской траектории с парусом-зеркалом между круговыми орбитами Земли и Марса. Как показывает формула (6.14), единственному значению скорости v_π из формулы (6.13) могут соответствовать различные пары значений редукции массы $\mu < 0$ (или редукции поля $\beta > 0$) и большой полуоси цандеровского эллипса a . Физически это означает, что при заданных значениях расстояния r_π и скорости v_π перелет на более далекие гелиоцентрические расстояния (увеличение a) можно реализовать лишь при увеличении парусности аппарата, что соответствует уменьшению величин $M_C + \mu$ или $1 - \beta$ и определению парусности по формуле (5.10). Если же зафиксировать a , например, по формуле (6.2), т.е. потребовать, чтобы афелий переходного цандеровского эллипса находился именно на орбите Марса, то формула (6.14) показывает, что заданным a , r_π и v_π отвечает единственное значение парусности аппарата σ . Размеры и масса паруса при этом не фиксируются. Соответственно для достижения других орбит различных планет с орбиты Земли по цандеровскому эллипсу требуются другие значения парусности, которые удобно определять по формуле (5.10), предварительно вычислив значение редукций μ или β (рабочие формулы для вычисления редукций из динамических соображений будут приведены ниже, в п. IV).

Итак, интеграл энергии (6.14) фактически позволяет для известных значений a , r_π и v_π определить значение параметра фотогравитационного поля Солнца для траектории Цандера, т.е. $K' = fM_C'$ из формулы (5.9). Далее, с помощью формулы (5.9) можно, воспользовавшись третьим законом Кеплера в форме (6.11), найти также период движения по переходной цандеровской траектории

$$T_{\text{зерк}} = \frac{2\pi}{n_{\text{зерк}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{f(M_C + \mu)}} a^{3/2} = \frac{2\pi}{\sqrt{fM_C(1 - \beta)}} a^{3/2}, \quad (6.15)$$

где $n_{\text{зерк}}$ — среднее орбитальное движение аппарата с зеркалом по эллиптической траектории в фотогравитационном поле. Именно с помощью этой формулы вычисляются полупериоды $T_{\text{зерк}}/2$, приведенные в табл. 1 на основании данных Ф.А. Цандера из работы [В.11].

Прежде чем приступить к сравнительному анализу движений по импульсной траектории и по траектории Цандера ("зеркальной"), необходимо убедиться в том, что оба кеплерова эллипса полностью геометрически совпадают и что в обоих случаях можно рассматривать одну и ту же траекторию на рис. 6 (траектория II). Действительно, если предположить, что раскрытие паруса происходит в той же точке орбиты, что и приложение касательного импульса, то геометрическая тождественность соосных и софокусных

эллипсов очевидна сразу на основании равенств их перигельных r_p и афельных r_a расстояний, откуда также следует равенство их эксцентриситетов e и фокальных параметров p :

$$r_{\text{пимп}} = r_{\text{пзерк}} = a(1 - e), \quad r_{a\text{имп}} = r_{a\text{зерк}} = a(1 + e),$$

$$p_{\text{имп}} = p_{\text{зерк}} = a(1 - e^2).$$

Хотя геометрическая тождественность двух орбит очевидна, следует помнить о принципиальных динамических различиях движений по ним и, прежде всего, о различии постоянных площадей этих на первый взгляд совпадающих орбит, обусловленную тем, что в "тяжелом" фокусе исследуемых эллипсов находятся различные эффективные тяготеющие массы M_C и $M'_C = M_C + \mu < M_C$. Отсюда следует (как будет показано ниже) и различие некоторых динамических характеристик для двух типов движений в центральном поле: импульсного и зеркального цандеровского.

III. Сравнение периодов движений по импульсной и по цандеровской траекториям. Сравнение периодов $T_{\text{имп}}$ из (6.11) и $T_{\text{зерк}}$ из (6.15) показывает, что при одинаковой большой полуоси орбиты импульсного и цандеровского перелетов a всегда выполняется неравенство

$$T_{\text{зерк}} > T_{\text{имп}}, \quad (6.16)$$

причем с увеличением a возрастает и значение разности $T_{\text{зерк}} - T_{\text{имп}} > 0$. Именно это возрастание отмечалось выше для цандеровских данных, приведенных нами в табл. 1. Эта закономерность следует из тех очевидных соображений, что функция $T_{\text{зерк}}$ из (6.15) с ростом a возрастает быстрее функции $T_{\text{имп}}$ из (6.11), так как увеличение расстояния требует увеличения парусности, что в свою очередь означает уменьшение знаменателя $\sqrt{f(M_C + \mu)} = \sqrt{fM_C(1 - \beta)}$ в формуле (6.15). Из сравнения двух законов следует простая формула связи периодов

$$\frac{T_{\text{зерк}}}{T_{\text{имп}}} = \sqrt{\frac{M_C}{M_C + \mu}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta}} > 1, \quad (6.17)$$

а сравнение интегралов энергии (6.5) и (6.14) позволяет одновременно установить еще и формулу связи начальных скоростей двух рассматриваемых движений

$$\frac{v_{\text{пимп}}}{v_{\text{имп}}} = \sqrt{\frac{M_C}{M_C + \mu}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta}} > 1. \quad (6.18)$$

Сопоставление формул (6.16) — (6.18) показывает обратную пропорциональность периодов и начальных скоростей

$$\frac{T_{\text{зерк}}}{T_{\text{имп}}} = \frac{v_{\text{пимп}}}{v_{\text{пзерк}}}; \quad T_{\text{зерк}} v_{\text{пзерк}} = T_{\text{имп}} v_{\text{пимп}}. \quad (6.19)$$

Так как $v_{\text{зерк}} = v_1 = v_3$, $v_{\text{имп}} = v_1 + u$, то формулу (6.19) можно представить в виде

$$\frac{T_{\text{зерк}}}{T_{\text{имп}}} = \frac{v_1 + u}{v_1} = 1 + \frac{u}{v_1} > 1. \quad (6.20)$$

(см. строки 10 – 13 в табл. 2).

Эта формула с полным правом может называться *формулой Цандера* [В. 11, с. 373]. Ее удобство состоит в том, что она позволяет определить величину периода $T_{\text{зерк}}$ только с помощью известных характеристик соответствующей "идентичной" импульсной траектории касательного перелета, вообще не прибегая к вычислению парусности аппарата с зеркалом. (Парусность, конечно, присутствует в данной задаче, но неявным образом: через большую полуось цандеровского эллипса, однозначно связанную с редукцией массы μ с помощью (6.14) и участвующую в вычислении периода $T_{\text{имп}}$ по формуле третьего закона Кеплера (6.11).)

С помощью формулы Цандера (6.20) легко вычислить, что при перелете к орбите Марса (касательный импульс, как было показано выше, составляет $u = 2,95$ км/с) имеет место соотношение

$$\frac{T_{\text{зерк}}}{T_{\text{имп}}} = 1 + \frac{2,95}{29,78} = 1,1,$$

показывающее, что всегда для идентичных орбит $T_{\text{зерк}} = 1,1 T_{\text{имп}}$. С увеличением расстояния планетных орбит от Солнца увеличивается величина касательного импульса, необходимого для достижения этих орбит по схеме, изображенной на рис. 6; следовательно, увеличивается и отношение периодов в табл. 1. Следует заметить, что точные вычисления по формуле (6.20) приводят к некоторым расхождениям с числами Ф.А. Цандера из табл. 1, так как он пользовался значениями гелиоцентрических расстояний до планетных орбит, еще недостаточно точно определенными в те годы: так, например, среднее расстояние от Земли до Солнца он принимал равным $147 \cdot 10^6$ км, что соответственно дает для круговой скорости Земли значение 29,20 км/с, а не 29,78 км/с, соответствующее принятому в настоящее время значению астрономической единицы: 1 а.е. = $149,6 \cdot 10^6$ км.

Итак, на основе приведенного выше сравнения двух типов движения по одному и тому же эллипсу можно с уверенностью утверждать, что цандеровский касательный перелет с парусом-зеркалом может оказаться в данном классе задач выгодным с энергетической точки зрения, так как реализует тот же эллипс, что и импульсный перелет, но не требует никаких топливных затрат (так как происходит целиком на "даровой" энергии солнечных лучей). Однако

следует помнить, что вопрос о быстройдействии в этой задаче не возникает — периоды движения всегда больше, чем периоды импульсного движения, несмотря на геометрическую "идентичность" траекторий.

IV. Рабочие формулы для редукций и парусности. Приведенная выше формула (6.18) позволяет установить однозначную зависимость между скоростями двух описанных выше движений по совпадающим траекториям и редукциями солнечной массы μ или поля β . Кроме того, сравнивая (6.17) и (6.20), получим формулу

$$\frac{v_1}{v_1 + u} = \sqrt{1 + \frac{\mu}{M_C}} = \sqrt{1 - \beta},$$

показывающую, в каком отношении редуцируется орбитальная скорость в задаче Цандера по сравнению со скоростью движения по импульсной траектории. Тогда редукция поля

$$\beta = 1 - \left(\frac{v_1}{v_1 + u} \right)^2 < 1, \quad (6.21)$$

причем для цандеровского перелета к орбите Марса ($v_1 = v_3 = 29,78$ км/с, $u = 2,95$ км/с) получаем, в частности, значение $\beta = 0,17$, удовлетворяющее, как легко видеть, интервалу $0 < \beta < 1/2$ для траекторий на рис. 5.

С увеличением финальных гелиоцентрических расстояний возрастает необходимый касательный импульс u . С другой стороны, в § 5 было установлено, что покидание Солнечной системы по цандеровской параболе при помощи "β-паруса" соответствует случаю $\beta = 1/2$. Легко убедиться, что это значение сразу вытекает и из формулы (6.21). Действительно, если прилагаемый касательный импульс достаточен для превращения круговой скорости $v_1 = v_{кр}$ в параболическую $v_{пар} = v_{кр} + u$, то для цандеровского аналога получаем $\beta_{пар} = 1/2$. В частности, для старта с орбиты Земли на гелиоцентрическую импульсную параболу покидания должны осуществляться скорости: $v_{кр} = 29,78$ км/с, $u = 12,33$ км/с, $v_{пар} = 42,11$ км/с.

Конкретное значение парусности аппарата, необходимое для достижения заданной орбиты по цандеровской переходной траектории, можно вычислить по любому из вариантов формулы (5.10). В частности, зная, что

$$Q_C^* = (1 + \epsilon) Q_C, \quad Q_C = 1,01 \cdot 10^{22} \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с}^2,$$

$$f = 6,69 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2),$$

$$f M_C = 1327 \cdot 10^8 \text{ км}^3/\text{с}^2 = 1,327 \cdot 10^{26} \text{ см}^3/\text{с}^2,$$

можно получить два варианта полезной расчетной формулы для

парусности аппарата, оснащенного плоским парусом:

$$\sigma = -\frac{f}{Q_C} \frac{\mu}{1+\epsilon} = -6,69 \cdot 10^{-30} \frac{\mu}{1+\epsilon} \left[\frac{\text{см}^2}{\text{г}} \right] \quad (6.22)$$

или

$$\sigma = \frac{fM_C}{Q_C} \frac{\mu}{1+\epsilon} = 1,327 \cdot 10^4 \frac{\beta}{1+\epsilon} \left[\frac{\text{см}^2}{\text{г}} \right]. \quad (6.23)$$

Связь солнечных редукций β и μ (г), как устанавливалось в § 5, дается формулой $\beta = -\mu/M_C > 0$, а редукцию β мы должны теперь определить из динамических соображений. Для этого удобнее всего воспользоваться связью β со скоростями по формуле (6.21), объединив последнюю с (6.17), т.е.

$$\beta = 1 - \left(\frac{v_1}{v_1 + u} \right)^2 = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{u}{v_1} \right)^2} = 1 - \left(\frac{T_{\text{имп}}}{T_{\text{зерк}}} \right)^2 \quad (6.24)$$

(см. строки 14 – 16 в табл. 2).

Например, выше с помощью формулы (6.21) было определено, что для полета к Марсу парусность всегда вычисляется из значения безразмерной редукции поля $\beta = 0,17$, что соответствует размерной редукции массы Солнца

$$\mu = -0,17 M_C = -0,17 (2 \cdot 10^{33} \text{ г}) = -0,34 \cdot 10^{33} (\text{г}).$$

С помощью формул (6.22) или (6.23) для случая зеркального паруса ($\epsilon_1 = 1$) легко определить, что для полета к орбите Марса аппарат должен обладать парусностью $\sigma_{\text{max}} = 1150 \text{ см}^2/\text{г}$. Сам Ф.А. Цандер [В.11, с. 374] производил свои расчеты для $\epsilon = 0,86$, вследствие чего использованное им значение парусности для полета к орбите Марса составляет несколько меньшее значение. Расчеты редукции μ и $\mu/(1+\epsilon_2)$ и двух пар значений парусности σ_{max} по формулам (6.22) и (6.23) для $\epsilon_1 = 1$ (идеальное зеркало) и $\epsilon_2 = 0,86$ (цандеровский экран) приведены в строках 17 – 22 табл. 2.

Напомним, что значение парусности, соответствующее значениям $\epsilon = 1$ и редукции поля $\beta = 1/2$, т.е. параболе "покидания" в цандеровском движении, составляет, как нетрудно убедиться с помощью (6.23),

$$\sigma^* = 3,3 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{г}. \quad (6.24')$$

Эту парусность можно считать предельной в смысле осуществления замкнутых эллиптических цандеровских орбит. При всех $\sigma > \sigma^*$ траектории уже будут незамкнутыми: парабола, гипербола, прямая гипербола с "пустым" фокусом и т.д. (см. рис. 5) и аппарат с солнечным парусом будет покидать Солнечную систему. С этим пре-

дельным значением σ^* мы еще встретимся при обсуждении спиральных траекторий гелиоцентрической раскрутки в § 7.

Во многих парусных задачах удобно пользоваться значением возмущающего тягового ускорения w^{rad} , приобретаемого аппаратом за счет парусной тяги на произвольном гелиоцентрическом расстоянии r . Это текущее значение ускорения следует определять по формуле (5.5), которую в этом случае удобно привести к традиционной энергетической константе $P_3^{\text{погл}}$ из (3.3) и представить в виде

$$w^{\text{rad}} = \frac{F_N}{m} = \frac{(1 + \epsilon)\sigma}{r^2} Q_C \equiv (1 + \epsilon) \frac{Q_C}{r_3^2} \frac{\sigma}{(r/r_3)^2} =$$

$$= (1 + \epsilon) P_3^{\text{погл}} \frac{\sigma}{(r/r_3)^2} \quad (6.25)$$

Константу $P_3^{\text{погл}} = 0,46 \cdot 10^{-4} \text{ г/}(\text{см} \cdot \text{с}^2)$ мы вычисляем с помощью констант $Q_C = 1,01 \cdot 10^{22} \text{ г} \cdot \text{см/с}^2$ и $r_3 = 1,496 \cdot 10^{13} \text{ см}$. Итак, на орбите Земли ($r = r_3$) для нормальной ориентации паруса ($\sigma = \sigma_{\text{max}}$) и для зеркальной его поверхности ($\epsilon = 1$) получим, обозначая $w_3^{\text{rad}} = a_0$ и имея в виду, что $\sigma_{\text{max}} = A/m$:

$$a_0 \left[\frac{\text{см}}{\text{с}^2} \right] = 0,92 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma. \quad (6.25')$$

Например, парусность, требуемая для перелета к орбите Марса, т.е. $\sigma = 10^3 \text{ см}^2/\text{г}$, обеспечивает на орбите Земли тяговое парусное ускорение $a_0 = 0,1 \text{ см/с}^2$, а для ухода из Солнечной системы по цандеровской параболе, т.е. при $\sigma^* = 3,3 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{г}$, на орбите Земли достаточно ускорения $a_0 = 0,3 \text{ см/с}^2$ (ниже будет показано, что это значение определяется именно как половина гравитационного солнечного ускорения на орбите Земли, составляющего, как известно, $0,6 \text{ см/с}^2$).

Те же ускорения, w^{rad} на произвольном расстоянии r и a_0 на орбите легко определить и по значениям редукции гравитационного поля β , связав эти ускорения тем самым с гравитационными солнечными ускорениями. Соответствующая формула вытекает из (6.25) после подстановки в нее (6.23):

$$w^{\text{rad}} = (1 + \epsilon) \frac{Q_C}{r_3^2} \frac{\sigma}{(r/r_3)^2} = \frac{fM_C}{r_3^2} \frac{\beta}{(r/r_3)^2}.$$

Здесь коэффициент

$$\frac{fM_C}{r_3^2} = \left(\frac{F^{\text{гр}}}{m} \right)_3 = \frac{1,327 \cdot 10^{17} \text{ М}^3/\text{с}^2}{(1,496 \cdot 10^{11} \text{ М})^2} \approx 0,6 \text{ см/с}^2 \quad (6.26)$$

выражает гравитационное солнечное ускорение на орбите Земли. Теперь тяговое ускорение на орбите Земли вычисляется через β по простой формуле

$$a_0 = 0,6 \beta, \quad (6.26')$$

еще раз подтверждающей, что физический смысл редукции поля β состоит в ослаблении напряженности гравитационного поля Солнца в данной точке пространства.

Расчеты a_0 для $\epsilon_1 = 1$ по формулам (6.25') и (6.26') приведены в строках 23 – 24 табл. 2. Формула (6.26') снова показывает, что для достижения орбиты Марса ($\beta = 0,17$) аппарат с парусом должен на орбите Земли обладать тяговым ускорением $a_0 = 0,1 \text{ см/с}^2$, а для параболического ухода из Солнечной системы ($\beta = 1/2$) — тяговым ускорением $a_0 = 0,3 \text{ см/с}^2$, т.е. половиной гравитационного.

V. Сравнение постоянных площадей. Если постоянная площадей для первоначальной круговой орбиты составляет

$$c_I = r_1 v_1 = \sqrt{f M_C r_1}, \quad (6.27)$$

то для импульсной орбиты II (см. рис. 6) она составляет

$$c_{II \text{ имп}} = r_1 (v_1 + u) = c_I \left(1 + \frac{u}{v_1} \right) > c_I, \quad (6.28)$$

причем одновременно

$$c_{II \text{ имп}} = \sqrt{f M_C p_{II}} = \sqrt{f M_C a_{II} (1 - e_{II}^2)}. \quad (6.28')$$

Рассмотрим теперь цандеровский эллипс II (см. рис. 6). С одной стороны, следует иметь в виду его геометрическую тождественность импульсной орбите II, что означает тождественность фокальных параметров, больших полуосей и эксцентриситетов, а с другой стороны — учитывать равенство постоянной площадей цандеровского эллипса II и первоначальной круговой орбиты I. Итак, для фо-гравитационного поля с параметром $f M_C (1 - \beta)$ имеем

$$c_{II \text{ зерк}} = \sqrt{f M_C (1 - \beta) p_{II}} = \sqrt{f M_C (1 - \beta) a_{II} (1 - e_{II}^2)}, \quad (6.29)$$

$$c_{II \text{ зерк}} = r_1 v_1 = c_I. \quad (6.29')$$

Решая эти уравнения совместно и обозначив $r_1 \equiv r_\pi$ и $r_2 \equiv r_\alpha$, получим

$$p_{II} = \frac{r_1}{1 - \beta}, \quad (6.30)$$

$$e_{II} = \sqrt{1 - \frac{r_1}{a(1 - \beta)}} = \sqrt{1 - \frac{2r_1}{(r_1 + r_2)(1 - \beta)}} < 1.$$

При $\beta = 0$, $r_2 \rightarrow r_1$ эти формулы описывают прежнее круговое движение: $p = r_1$, $e = 0$. При $\beta = 1/2$, $a \rightarrow \infty$ получаем параболу: $p = 2r_1$, $e = 1$.

Эксцентриситет e_{II} можно выразить через редукцию β и через скорости v_1 и u . Действительно, из (6.28) и (6.28') находим фокальный параметр эллипса II:

$$p_{II} = \frac{c_{II\text{ямп}}^2}{fM_C} = \frac{c_I^2}{fM_C} \left(1 + \frac{u}{v_1}\right)^2 = \frac{(r_1 v_1)^2}{fM_C} \left(1 + \frac{u}{v_1}\right)^2. \quad (6.31)$$

Сравнивая значение p_{II} из (6.31) с его значением из (6.30), устанавливаем формулу связи

$$1 - \beta = \left(\frac{v_1}{v_1 + u}\right)^2 < 1, \quad (6.32)$$

вытекающую также и из формул (6.21) и (6.24). Далее воспользуемся соотношением (6.12), переписав его в виде

$$\frac{r_1}{a} = 2 - \left(\frac{v_1}{v_1 + u}\right)^{-2}.$$

Вводя обозначение

$$k = \frac{v_1}{v_1 + u} < 1, \quad (6.33)$$

получаем

$$\frac{r_1}{a} = \frac{2k^2 - 1}{k^2}, \quad 1 - \beta = k^2$$

и

$$e = \frac{1 - k^2}{k^2} < 1. \quad (6.34)$$

Возвращаясь к редукции $\beta > 0$, приходим к искомым формулам для e и a :

$$e = \frac{\beta}{1 - \beta} < 1, \quad (6.35)$$

$$a = \frac{r_1}{1 - e} = \frac{r_1(1 - \beta)}{1 - 2\beta} = \frac{r_1}{2 - (1 - \beta)^{-1}}. \quad (6.36)$$

При $\beta = 0$ получим $e = 0$, $a = r_1$. При $\beta = 1/2$ снова $e = 1$, $a \rightarrow \infty$; формулы (6.35) и (6.36) уместно сравнить с формулами (5.13) и (5.14), полученными нами для микрометеорных тел Солнечной системы.

Если теперь в (6.34) вернуться к скоростям, получим

$$e = \frac{1}{k^2} - 1 = \left(1 + \frac{u}{v_1}\right)^2 - 1. \quad (6.37)$$

Например, для полета к Марсу получим по формулам (6.32) – (6.37) следующие числа:

$$\beta_M = 0,17, \quad k^2 = \left(\frac{v_1}{v_1 + u} \right)^2 = 0,83, \quad e = \frac{1 - k^2}{k^2} = \frac{0,17}{0,83} = 0,225,$$

$$a = \frac{r_1}{2 - 1/0,83} = 1,25r_1 = 1,25 \text{ а.е.}$$

С увеличением расстояния до орбит планет назначения растет u в (6.37), убывает k в (6.33) и (6.34), растет β в (6.35), т.е. по мере удаления планетных орбит от Солнца эксцентриситет касательного цандеровского эллипса увеличивается, стремясь к единице.

Если заданы расстояния – радиусы планетных орбит r_1 и r_2 (исходной и конечной круговых орбит), то из формулы (6.36)

при $a = \frac{1}{2}(r_1 + r_2)$ следует, что

$$\beta = \frac{r_2 - r_1}{2r_2} \quad (6.38)$$

(см. строки 25 – 27 в табл. 2).

Кроме того, время перелета по цандеровскому эллипсу, определяемое по формуле (6.17) в сочетании с (6.38), оказывается равным

$$T_{\text{зерк}} = \frac{T_{\text{имп}}}{\sqrt{1 - \beta}} = T_{\text{имп}} \sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}}.$$

Возвращаясь к формуле (6.38), необходимо заметить, что именно по этой формуле сам Ф.А. Цандер вычислял [В.11] реду-

кции гравитационных полей, обозначив $\Sigma = \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1}$, так что $\beta =$

$= \frac{\Sigma}{1 + \Sigma}$. Это цандеровское обозначение для редуций поля, вы-

численных по формулам (6.24) и (6.38), используется в строках 25 – 27 табл. 2. Некоторое расхождение численных значений сравниваемых величин объясняется еще недостаточной точными определениями значений радиусов планетных орбит, которыми пользовался Ф.А. Цандер в 20-е годы. В строках 29 – 30 приведены значения эксцентриситетов цандеровских эллипсов, вычисленные по формулам (6.35) и (6.37) для перелета с зеркалом.

Конечная скорость в афелии цандеровского эллипса меньше круговой гелиоцентрической скорости на орбите планеты назначения. Действительно, из сравнения формул (6.27) и (6.29')

следует, что

$$c_{II \text{ зерк}} = c_I = r_1 v_1 = r_2 v_{2 \text{ зерк}} = \sqrt{f M_C r_1}, \quad (6.39)$$

откуда

$$v_{2 \text{ зерк}} = \sqrt{\frac{f M_C}{r_2}} \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} = v_{2 \text{ кр}} \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} < v_{2 \text{ кр}}. \quad (6.40)$$

Из (6.28), (6.39) и (6.40) следует, что $v_{2 \text{ зерк}} < v_{2 \text{ имп}}$, так как

$$c_{II \text{ имп}} = r_1 (v_1 + u) = r_2 v_{2 \text{ имп}} > c_I.$$

Последний результат означает, что полет по цандеровскому эллипсу, так же как и по импульсной траектории, не обеспечивает выполнения граничных условий по скоростям без дополнительного применения импульса.

В заключение остановимся вкратце на вопросе, который был задан в начале этого параграфа: в каком смысле и по отношению к какому случаю можно говорить, что световое давление "подгоняет" космический аппарат с солнечным парусом в его гелиоцентрическом движении. Речь о подобной ситуации может идти только при рассмотрении движений аппаратов, обладающих одинаковой начальной скоростью, когда на одном из них раскрывается цандеровский "β-парус". Итак, если оба аппарата получили на орбите Земли одинаковый касательный импульс u , то аппарат без паруса переходит с круговой орбиты I на эллиптическую импульсную орбиту II (см. рис. 6), а аппарат с парусом сойдет с орбиты II и будет двигаться по некоторой эллиптической орбите III, лежащей снаружи орбиты II, т.е. по цандеровской траектории в фотогравитационном поле, соответствующей новой перигелийной скорости $v_\pi = v_1 + u$. Очевидно, что аппарат с парусом быстрее достигнет орбиты Марса, чем аппарат без паруса, однако его траектория не коснется орбиты Марса, а пересечет ее, т.е. цандеровская схема перелета по касательному эллипсу будет нарушена и афелий орбиты III окажется вне орбиты Марса. Однако в принципе можно говорить о том, что в описанной ситуации солнечные лучи "подгоняют" аппарат, летящий по орбите III, по сравнению с аппаратом на орбите II.

Легко установить формулы связи элементов орбит II и III. Так как аппараты проходят перигелии своих орбит с одинаковыми скоростями $v_\pi = v_1 + u$, то оказываются равными и постоянные площадей орбит II и III:

$$c_{II, III} = (r_\pi v_\pi)_{II} = (r_\pi v_\pi)_{III},$$

причем одновременно

$$c_{II, III} = \sqrt{f M_C p_{II}} = \sqrt{f (M_C + \mu) p_{III}},$$

где $p_{II} = a_{II}(1 - e_{II}^2)$, $p_{III} = a_{III}(1 - e_{III}^2)$. Так как

$$r_{\pi} = a_{II}(1 - e_{II}) = a_{III}(1 - e_{III}),$$

то из (6.18) с помощью полученных формул можно вывести отношение

$$\frac{M_C}{M_C + \mu} = \frac{1}{1 - \beta} = \frac{p_{III}}{p_{II}} = \frac{1 + e_{III}}{1 + e_{II}} > 1,$$

означающее, что $e_{III} > e_{II}$. Кроме того, увеличение парусности аппарата влечет за собой увеличение эксцентриситета цандеровского эллипса II, поскольку импульсный эллипс здесь тождествен им-

пульсному эллипсу II. Окончательно $e_{III} = \frac{e_{II} + \beta}{1 - \beta}$, причем при

$e_{II} = 0$, $\beta = 1/2$, снова получаем выход с круговой орбиты на параболическую, т.е. $e_{III} = 1$ (см. рис. 5). Заканчивая обсуждение цандеровских эллипсов, следует отметить, что фотогравитационная задача не допускает реальных движений с солнечным парусом с земной орбиты к орбитам, лежащим внутри нее: это теоретически возможно лишь при "ударном" уменьшении парусности, что является малопривлекательной задачей в техническом отношении (например, такая ситуация возможна при слипании пылевых частиц в Солнечной системе, ведущем к уменьшению парусности [1.1]). Это не относится к перелетам с внешних орбит к орбите Земли: действительно, достигнув орбиты Марса по цандеровскому эллипсу, можно, свернув парус, вернуться к орбите Земли. Импульсные межпланетные перелеты, естественно, лишены этого ограничения.

VI. Цандеровский параболический перелет. По аналогии со сравнительным анализом эллиптических кеплеровских и цандеровских движений можно провести и сравнительный анализ динамических особенностей движения по соответствующим параболам, которые геометрически идентичны параболам с перигелийным расстоянием $r_{\pi} = r_3$. Как известно, выход аппарата на кеплерову параболу происходит с местной параболической скоростью в результате импульса, превращающего в перигелии местную круговую скорость $v_{м.кр} = v_3$ в местную параболическую $v_{м.пар} = v_{\pi\text{имп}} = \sqrt{2} v_{м.кр}$ (убывающую вдоль траектории по закону $\sim 1/\sqrt{r}$). Выход на цандеровскую параболу происходит вообще без приложения импульса, т.е. со скоростью $v_{\pi\text{зерк}} = v_3$, являющейся параболической скоростью в фотогравитационном поле (и также убывающей по закону $\sim 1/\sqrt{r}$). Следовательно, скорость в любой точке цандеровской параболы численно равна местной круговой скорости кеплерова движения $v_{\pi\text{имп}}^{\text{пар}} = \sqrt{2} v_{\pi\text{зерк}}^{\text{пар}}$. Этот вывод будет полезен нам в дальнейшем, в § 8, при сравнении цандеровских и спиральных траекторий.

Время полета по кеплеровой параболе от перицентра до заданного расстояния r (например, до пересечения с планетной орбитой радиуса r) можно вычислить по формуле

$$\tau_{\text{имп}} = \frac{\sqrt{2(r-r_{\pi})}}{3\sqrt{fM_{\text{С}}}} (r+2r_{\pi}), \quad (6.41)$$

вытекающей из интеграла площадей $r^2\dot{\varphi} = \text{const}$ при подстановке в него уравнения параболы в полярных координатах. Соответственно время цандеровского перелета по той же геометрически идентичной дуге параболы составляет

$$\tau_{\text{зерк}} = \frac{\sqrt{2(r-r_{\pi})}}{3\sqrt{fM_{\text{С}}(1-\beta)}} (r+2r_{\pi}).$$

Так как для параболы редукция $\beta = 1/2$, то

$$\tau_{\text{зерк}} = \frac{2\sqrt{r-r_{\pi}}}{3\sqrt{fM_{\text{С}}}} (r+2r_{\pi}) = \sqrt{2} \tau_{\text{имп}}. \quad (6.42)$$

Итак, параболический цандеровский перелет с зеркалом длится в $\sqrt{2}$ раз дольше, чем импульсный. Уместно также напомнить, что формулы (6.41) и (6.42) получаются в результате интегрирования формулы $r^2\dot{\varphi} = c$ (интеграл площадей), в которой, как показано в п. V, постоянная площадей c принимает значения: $c_{\text{имп}} = \sqrt{fM_{\text{С}}p}$ или $c_{\text{зерк}} = \sqrt{fM_{\text{С}}(1-\beta)p}$. Так как параболы двух движений геометрически идентичны, т.е. $p = 2r_{\pi} = 2r_{\text{З}}$, то при $\beta = 1/2$ получаем постоянные площадей

$$c_{\text{зерк}} = \sqrt{fM_{\text{С}}r_{\text{З}}}, \quad c_{\text{имп}} = \sqrt{2fM_{\text{С}}r_{\text{З}}} = \sqrt{2}c_{\text{зерк}}.$$

Этот результат соответствует упомянутому выше свойству скорости на цандеровской параболе. Заметим попутно, что поскольку $c = r_{\pi}v_{\pi}$, то, следовательно, при наших скоростях $v_{\text{имп}}^{\text{пар}} = \sqrt{2}v_{\text{зерк}}^{\text{пар}}$ получим снова $c_{\text{имп}} = r_{\text{З}}v_{\text{имп}}^{\text{пар}} = \sqrt{2}c_{\text{зерк}}$.

§ 7. Спиральные траектории межпланетных перелетов

Сформулированная и обоснованная Ф.А. Цандером в 20-е годы концепция перелета с¹ солнечным парусом долгие годы после смерти ученого находилась вне поля зрения исследователей, занимавшихся динамикой космического полета. К этому промежутку времени относится лишь обзорная статья М.К. Тихонравова [В.15]*).

^{*)}М.К. Тихонравов рассмотрел исследованный Ф.А. Цандером способ движения в космосе и уточнил размеры необходимых для этой цели парусных экранов. При этом величина нормального давления солнечного света

Однако в 50-е и 60-е годы эта забытая проблема неожиданно получает быстрое развитие в направлении исследования гелиоцентрических траекторий нового типа — спиральных логарифмических траекторий межпланетных перелетов с солнечным парусом. Эти траектории осуществляются при полете плоского солнечного паруса, ориентированного под некоторым постоянным углом к солнечным лучам, не равным нулю в отличие от цандеровской неизменной нормальной ориентации паруса. Этот угол (его называют *углом установки паруса*) образуется нормалью к теневой поверхности паруса и направлением потока солнечных лучей. Межпланетное маневрирование аппарата с управляемым парусом рассматривалось сначала для постоянного, а затем и для переменного в течение времени полета угла установки паруса. Цандеровская задача о траекториях в фотогравитационном поле Солнца вытекала из этих исследований как частный случай постоянной нормальной ориентации паруса (при нулевом угле установки).

Прежде чем описать динамические свойства спирального гелиоцентрического движения при помощи паруса, изложим вкратце известные геометрические свойства логарифмической спирали и покажем принципиальную возможность реализации этой некепplerовой траектории в поле сил тяготения и давления солнечной радиации.

1. Логарифмическая спиральная траектория. Частный случай касательной тяги. Известно, что логарифмическая спираль

$$r = r_0 e^{\varphi \operatorname{ctg} \alpha}, \quad \alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \quad (7.1)$$

есть кривая с асимптотической точкой в начале координат (в нашей задаче — в центре Солнца), обладающая свойством неизменности угла α между касательной и радиус-вектором, называемого *спиральным углом*. На рис. 7 изображены две спирали с разными углами α , но имеющие одинаковый радиус исходной круговой орбиты r_0 , с которой начинается выход на спираль. Очевидно, что при $\alpha \rightarrow 90^\circ$ спираль превращается в окружность, при $\alpha \rightarrow 0$ — в прямую, стремящуюся к гелиоцентрическому радиус-вектору.

Неизменность спирального угла означает выполнение ряда очевидных кинематических соотношений:

$$\begin{aligned} v_r &= v_\varphi \operatorname{ctg} \alpha, \quad \operatorname{ctg} \alpha = v_r / v_\varphi, \\ \dot{r} &= r \dot{\varphi} \operatorname{ctg} \alpha, \quad \ddot{r} = r \dot{\varphi}^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha + r \ddot{\varphi} \operatorname{ctg} \alpha. \end{aligned} \quad (7.2)$$

на расстоянии 1 а.е. от Солнца принималась М.К. Тихонравовым равной 0,791 мкс/м² [В.15, с. 109], что оказывается близким к величине давления, рассчитываемого для коэффициента отражения паруса $\epsilon = 0,7$. Сам Ф.А. Цандер принимал значение нормального давления равным 0,906 мкс/м² [В.11].

Рассмотрим теперь, какие динамические условия могут обеспечить выполнение соотношений (7.1) и (7.2), т.е. определим общий закон действия добавочной силы тяги, обеспечивающей движение по логарифмической траектории. Как известно, уравнения движения точки массой m в центральном поле тяготения Солнца при наличии произвольной силы тяги T имеют в полярных координатах вид

$$w_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = -\frac{fM_C}{r^2} + \frac{T_r}{m}, \quad w_\varphi = r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} = \frac{T_\varphi}{m}. \quad (7.3)$$

Зададим теперь силу тяги произвольной величины, потребовав, однако, чтобы вектор T составлял неизменный угол α с радиус-вектором r . Тогда

$$w_r = -\frac{fM_C}{r^2} + \frac{T}{m} \cos \alpha, \quad w_\varphi = \frac{T}{m} \sin \alpha. \quad (7.4)$$

Приняв сначала для простоты, что α и есть спиральный угол из уравнения (7.1), т.е. тяга неизменно оказывается касательной

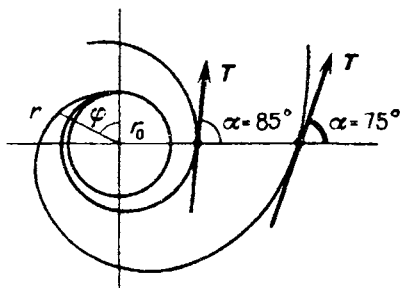


Рис. 7

к траектории, мы можем исключить T/m из (7.4), а затем с помощью кинематических соотношений (7.2) и дифференцирования $\dot{\varphi}^2$ установить кинематические свойства логарифмической спирали, не зависящие от реализующей ее силы тяги:

$$\dot{\varphi}^2 = \frac{fM_C}{r^3} \sin^2 \alpha, \quad \ddot{\varphi} = -\frac{3}{2} \dot{\varphi}^2 \operatorname{ctg} \alpha. \quad (7.5)$$

Полученные соотношения позволяют установить динамические условия осуществления спирального движения. Действительно, подставляя производные (7.5) в уравнения (7.3), находим с учетом (7.2) и ускорений (7.4), что для осуществления спирального движения необходимо, чтобы сила тяги изменялась пропорционально r^{-2} , т.е. по тому же закону, что и сила тяготения Солнца,

т.е. должно быть

$$\frac{T}{m} = \frac{fM_C}{2r^2} \cos \alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{F_{gr}}{m} \right) \cos \alpha. \quad (7.6)$$

Значение постоянного спирального угла при этом зависит от величины переменного тягового ускорения T/m и определяется как его отношение к местному центростремительному гравитационному гелиоцентрическому ускорению (оба ускорения изменяются как r^{-2}):

$$\cos \alpha = 2 \frac{T}{m} : \frac{fM_C}{r^2} = 2 \left(\frac{T}{m} \right)_3 : \frac{fM_C}{r_3^2} = \text{const.} \quad (7.7)$$

Здесь величина $(T/m)_3$ есть тяговое ускорение a_0 на орбите Земли, определяемое нами через парусность конструкции σ по формуле (6.25'), а величина fM_C/r_3^2 — солнечное гравитационное ускорение на орбите Земли, вычисленное по формуле (6.26'). Подставив эти формулы в (7.7), получим:

$$\cos \alpha \approx 3,3 a_0. \quad (7.8)$$

Эта формула позволяет вычислить значение спирального угла для перелета к заданной планетной орбите по заданному значению тягового ускорения a_0 солнечного паруса на орбите Земли при его нормальной ориентации к световому потоку, которое однозначно связано с заданной парусностью по формуле (6.25'). Эта формула справедлива только для случая касательной тяги, развиваемой парусом.

В предельном случае $\alpha = 0$ уравнения движения аппарата (7.4) принимают вид (сравнить с (5.5'))

$$w_r = - \frac{fM_C}{r^2} + \frac{T}{m}, \quad w_\varphi = 0,$$

соответствующий цандеровскому случаю движения в центральном фотогравитационном поле. Так как эти уравнения тождественны уравнению (5.8), перепишем их в виде

$$w_r = - \frac{fM_C}{r^2} (1 - \beta) = - \frac{fM_C}{r^2} \left(1 - \frac{T/m}{F_{gr}/m} \right), \quad w_\varphi = 0,$$

показывающем, что справедливо обозначение

$$\beta = \frac{T}{m} : \frac{F_{gr}}{m}, \quad (7.9)$$

еще раз выявляющее динамический смысл редукции поля $\beta > 0$ из задачи Цандера: β — это отношение тягового ускорения нормально ориентированного к потоку паруса к местному гравитационно-му солнечному ускорению.

Подставим теперь (7.9) в (7.7), после чего получим формулу

$$\cos \alpha = 2\beta, \quad (7.10)$$

позволяющую однозначно определять значение спирального угла α траектории раскрутки с касательной тягой по значению той цандеровской редукиции гравитационного поля Солнца, которая была бы обеспечена, если бы парус оказался ориентированным нормально к световому потоку. Формула (7.10) показывает также, что спиральное движение существует только вплоть до тех заданных значений парусности объекта, которые обеспечивают значение редукиции $\beta = 1/2$ и близкие к нему. Тогда $\cos \alpha = 1$, $\alpha = 0$, а логарифмическая спираль вырождается в цандеровскую траекторию параболического покидания при заданном начальном тяговом ускорении $a_0 = 0,3 \text{ см/с}^2$, определяемом из (7.8). Напомним, что формулы (7.8) и (7.10) относятся, так же как и все рассмотрение задачи о спиральной траектории с касательной тягой, только к полетам во внешние по отношению к орбите Земли области Солнечной системы, так как только для этих полетов имеет смысл сравнение с задачей Цандера.

Итак, основной результат, который вытекает из формул (7.6) — (7.10), состоит в том, что такой природный энергетический фактор, как световое давление солнечных лучей (изменяющееся по закону r^{-2}), может с успехом заменить малую реактивную силу тяги и обеспечить гелиоцентрическое движение по спиральной траектории парусной раскрутки. Именно соотношение (7.6) и демонстрирует принципиальную возможность парусных перелетов. Сопоставление логарифмической спирали, осуществляемой при помощи касательной тяги в предельном случае $\alpha = 0$, с цандеровской параболой покидания позволяет интерпретировать логарифмическую спираль как возмущенное цандеровское движение, т.е. как коническое сечение в фотогравитационном центральном поле, возмущенное ("закрученное") под действием постоянно действующей трансверсальной силы тяги. Это позволяет отнести спиральные траектории к классу цандеровских, рассматривая их как обобщение последних на случай нецентральности фотогравитационного поля Солнца.

Интересно отметить любопытное кинематическое свойство спирального движения, вытекающее из соотношений (7.5), подставленных в формулы (7.2):

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= \sqrt{\frac{fM_C}{r^3}} \sin \alpha, & v_\varphi &= r\dot{\varphi} = \sqrt{\frac{fM_C}{r}} \sin \alpha, \\ v_r &= \dot{r} = r\dot{\varphi} \operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{\frac{fM_C}{r}} \cos \alpha. \end{aligned} \quad (7.11)$$

Они означают, что в любой точке спирали полная орбитальная гелиоцентрическая скорость численно равна местной круговой гелиоцентрической скорости и совершенно не зависит от спирального угла траектории, т.е. от числа оборотов, необходимых для достижения аппаратом заданной точки пространства, составляя всюду

$$v = \sqrt{fM_C/r}. \quad (7.12)$$

Это свойство орбитальной скорости на спирали позволяет вычислить, например, работу силы тяги T , определяемую в соответствии с теоремой об изменении кинетической энергии:

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = E_C + E_T,$$

причем $E_C = fM_C m (1/r_2 - 1/r_1)$ — работа силы тяготения Солнца. Подставляя круговые скорости, определяемые формулой (7.12), устанавливаем, что работа силы тяги паруса

$$E_T = -\frac{1}{2} fM_C m \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

оказывается положительной при удалении от Солнца ($r_2 > r_1$) и отрицательной при приближении к нему ($r_2 < r_1$). Это свойство силы тяги паруса еще раз наводит на мысль о возможности осуществления движения за счет антигравитационной природы силы светового отталкивания.

Для определения времени полета до спирали следует проинтегрировать первую из формул (7.11), предварительно подставив в нее уравнение спирали (7.1), т.е. фактически проинтегрировать уравнение

$$e^{\frac{3}{2} \varphi \operatorname{ctg} \alpha} d\varphi = \sqrt{\frac{fM_C}{r_0^3}} \sin \alpha dt.$$

Оказывается, что для перехода между двумя любыми заданными точками спирали требуется время

$$\tau = \frac{2}{3\sqrt{fM_C} \cos \alpha} (r_2^{3/2} - r_1^{3/2}). \quad (7.13)$$

Итак, время движения по спирали существенно зависит от величины спирального угла α : чем больше α , т.е. чем сильнее закручена спираль, тем дольше будет двигаться аппарат. Минимальным пределом времени полета между двумя заданными точками является время "выброса" по параболе в фотогравитационном поле ($\cos \alpha = 2\beta = 1$, $\beta = 1/2$ — редукция поля):

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \tau_{\text{сп}} = \frac{2}{3\sqrt{fM_C}} (r_2^{3/2} - r_1^{3/2}).$$

Если теперь в (7.13) положить $r_1 = r_3$, а для $\cos \alpha$ воспользоваться формулой (7.7), получим

$$\tau = \frac{\sqrt{f M_C} (r^{3/2} - r_3^{3/2})}{3(T/m)r_3^2}. \quad (7.13')$$

Эту предельную формулу уместно сравнить с формулой (6.42) для времени перелета по цандеровской параболе в фотогравитационном поле. Легко видеть, что формулы совпадают в пределе при $r \rightarrow \infty$. Напомним, что цандеровская парабола — единственная траектория центрального фотогравитационного поля, на которой выполняется условие численного равенства скорости аппарата теоретическому значению местной круговой скорости, присущее логарифмической спирали с любым спиральным углом.

Итак, зависимость времени полета от силы тяги T осуществляется через угол α , связанный с тяговым ускорением a_0 на орбите Земли формулой (7.8), а с цандеровской редукцией поля β — формулой (7.10). Обе эти величины в свою очередь связаны с парусностью объекта σ формулами (6.23) и (6.23'). В нашем случае $\sigma = A/m$, поэтому приближенные рабочие формулы соответствия парусности A/m , ускорения a_0 и величины $\cos \alpha$ имеют (с учетом (3.3') и (4.2')) для зеркального паруса) вид

$$\begin{aligned} a_0 &= 2P_3 \frac{A}{m} = 0,92 \cdot 10^{-4} \frac{A}{m} \text{ см/с}^2, \\ \frac{A}{m} &= 1,01 \cdot 10^4 a_0 = 3,3 \cdot 10^3 \cos \alpha \text{ см}^2/\text{г}, \\ \cos \alpha &= 3,3 a_0 = 3,3 \cdot 10^{-4} \frac{A}{m} \leq 1. \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь модельный пример, задав $\alpha = 88^\circ$ (спираль близка к окружности). По приведенным выше формулам вычисляем:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= 0,035, \\ a_0 &= 0,01 \text{ см/с}^2, \\ A/m &= 10^2 \text{ см}^2/\text{г}. \end{aligned}$$

Для перелета с орбиты Земли ($r_1 = 1,496 \cdot 10^8$ км) к орбите Марса ($r_2 = 2,279 \cdot 10^8$ км) потребуется время

$$\begin{aligned} \tau &= 2(3\sqrt{1327 \cdot 10^8} \cdot 0,03)^{-1} \{ (2,279 \cdot 10^8)^{3/2} - (1,496 \cdot 10^8)^{3/2} \} = \\ &= 0,845 \cdot 10^8 \text{ с} \approx 978 \text{ сут} \approx 2,7 \text{ года}. \end{aligned}$$

При этом "путевой" угол, на который повернется за это время гелиоцентрический радиус-вектор аппарата, составит на основании

формулы (7.1) и (7.13)

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{2}{3 \operatorname{ctg} \alpha} \left| \ln \left(1 + \frac{3\tau \sqrt{f M_C} \cos \alpha}{2r_0^{3/2}} \right) \right| = \\ &= \frac{2}{3 \cdot 0,03} \left| \ln \left(1 + \frac{3 \cdot 0,85 \cdot 10^8 \sqrt{1327 \cdot 10^8 \cdot 0,03}}{2 \cdot (1,496 \cdot 10^8)^{3/2}} \right) \right| = \\ &= 11,30 \text{ рад} \approx 650^\circ,\end{aligned}$$

т.е. аппарат, вследствие своей низкой парусности и малой эффективности парусной тяги, вынужден совершить почти два гелиоцентрических оборота, прежде чем соответствующая этой парусности спиральная траектория пересечет орбиту Марса. Уменьшить время полета и число оборотов вокруг Солнца можно, только увеличивая парусность конструкции, что позволит "распрямить" спираль.

На основании выведенных выше рабочих формул можно заключить, что вся эта теория годится лишь до $\alpha = 0$, т.е. до

$$(a_0^*)_{\max} = 0,3 \text{ см/с}^2, \quad (A/m)_{\max} = \sigma^* = 3,3 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{г}.$$

С этими числами мы уже встречались в § 6 (см. формулу (6.24')) при обсуждении предельного значения парусности, соответствующего переходу от класса замкнутых цандеровских орбит к незамкнутым. Итак, логарифмическая спираль с касательной парусной тягой, пропорциональной r^{-2} , существует только вплоть до цандеровской параболы покидания и является "возмущенным" вариантом цандеровских эллипсов в присутствии возмущающей трансверсальной тяги, оказывающей на них "деформирующее" действие. При парусностях $\sigma > \sigma^*$ траектории спирального типа (их практическое назначение делается, однако, в этом случае сомнительным) должны описываться какими-то иными формулами, характеризующими эволюцию и деформацию цандеровских парабол и гипербол в присутствии трансверсального возмущения.

Таковы вкратце основные свойства спиральной траектории в модельной задаче полета для частного случая касательной тяги, пропорциональной r^{-2} и составляющей неизменный угол с радиус-вектором. Как легко видеть, это движение описывается в полярных координатах системой функций

$$\alpha = \alpha_0 = \text{const},$$

$$r(\varphi) = r_0 \exp(\varphi \operatorname{ctg} \alpha),$$

$$v(\varphi) = \sqrt{f M_C} \exp\left(-\frac{1}{2} \varphi \operatorname{ctg} \alpha\right) = \sqrt{\frac{f M_C}{r}}, \quad (7.14)$$

$$\tau(\varphi) = \frac{2r_0^{3/2}}{3\sqrt{fM_C} \cos \alpha} \left[\exp\left(\frac{3}{2} \varphi \operatorname{ctg} \alpha\right) - 1 \right],$$

$$w(\varphi) = \frac{T(\varphi)}{m} = \frac{fM_C \cos \alpha}{2r_0^2} \exp(-2\varphi \operatorname{ctg} \alpha).$$

Эта система функций с точностью до обозначений совпадает с системой, приведенной в [В.24, с. 617] и предлагаемой в качестве частного решения уравнений движения [В.24, с. 100] под действием касательной силы тяги, пропорциональной r^{-2} , т.е. в нашем случае

$$\frac{dr}{d\varphi} = r \operatorname{ctg} \alpha, \quad \frac{dt}{d\varphi} = \frac{r}{v \sin \alpha}, \quad \frac{v \sin \alpha}{r} \frac{dv}{d\varphi} = -\frac{fM_C}{r^2} \cos \alpha + \frac{T}{m}.$$

Легко видеть, что эти уравнения движения удовлетворяют приведенным выше формулам п. 1. Следует напомнить, что логарифмическая спираль является не единственным решением задачи о движении с касательной тягой [В.24], однако остальные решения относятся к реактивной малой тяге.

Итак, мы установили основные свойства спиральной логарифмической траектории, пользуясь записью формул в плоских полярных координатах. Если же за независимую переменную выбрать время t , то удобнее воспользоваться общими соотношениями для

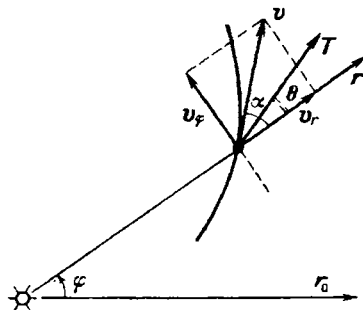


Рис. 8

малой силы тяги, полученными В.В.Белецким и В.А.Егоровым [1.3].

На рис. 8 изображено произвольное направление малой силы тяги T , составляющей угол θ с радиус-вектором r , и направление скорости v , составляющее с радиус-вектором r угол α . Для записи формул в [1.3] используется система безразмерных переменных:

- 1) безразмерное расстояние $r^* = r/r_0$;

2) безразмерная скорость $v^* = v/v_1$, где $v_1 = \sqrt{gr_0} = \sqrt{fM/r_0}$ — местная круговая скорость, $g = fM/r_0^2$ — гравитационное ускорение;

3) безразмерное время $\tau^* = t \sqrt{g/r_0} = tv_1/r_0$;

4) безразмерное тяговое ускорение $T^* = T/mg$.

В этих единицах легко определить полную орбитальную энергию единичной массы, отнесенную к гравитационному параметру притягивающего центра, $h^* = h/fMm$, а также безразмерную постоянную площадей $c^* = (r^*)^2 \dot{\varphi}$, т.е. удвоенную секториальную скорость $r^2 \dot{\varphi}$, отнесенную к r_0^2 . Для этих величин имеем сразу [1.3]

$$\frac{dh^*}{d\tau^*} = T^* v^* \cos(\alpha - \theta), \quad \frac{dc^*}{d\tau^*} = T^* r^* \sin \theta. \quad (7.15)$$

Напомним, что формула для $dh^*/d\tau^*$ вытекает из того факта, что для нашей задачи не выполняется интеграл энергии $\frac{1}{2}mv^2 - fMm/r = h = \text{const}$, а, напротив, по теореме об изменении полной орбитальной энергии имеем:

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 - \frac{fMm}{r} \right) = \\ &= m \dot{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{v} + \frac{fMm}{r^2} \dot{r} = - \frac{fMm}{r^2} r^0 \mathbf{v} + T \mathbf{v} + \frac{fMm}{r^2} \dot{r} = T \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (7.16)$$

Соответственно теорема об изменении кинетического момента дает вместо классического интеграла площадей $c = r^2 \dot{\varphi} = |\mathbf{r} \times \mathbf{v}| = \text{const}$ соотношение

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\mathbf{r} \times m \mathbf{v}) &= \frac{d(m \mathbf{c})}{dt} = \mathbf{r} \times \mathbf{T}, \\ \frac{dc}{dt} &= \frac{d(r^2 \dot{\varphi})}{dt} = \frac{T}{m} \sin \theta. \end{aligned} \quad (7.17)$$

Итак, при положительных функциях T^* , v^* и r^* увеличение или уменьшение функций $h^* = h^*(r^*)$ и $c^* = c^*(r^*)$ связано со знаком тригонометрических функций в (7.15). Например, если $\theta \in [0, 90^\circ]$, то $dc^*/d\tau^* > 0$, $dh^*/d\tau^* > 0$. Это означает раскрутку и уход от притягивающего центра. (Напомним, что для траектории, закручивающейся около притягивающего центра, полная орбитальная энергия всегда отрицательна ($h^* < 0$), а набор нулевой полной энергии $h^* = 0$ соответствует достижению местной параболической скорости.)

Если теперь силу тяги T направить по скорости v , то окажется (см. рис. 7 и 8), что постоянные углы θ и α равны. При этом система уравнений движения аппарата (7.15) – (7.17) под действием касательной тяги T сводится к четырем уравнениям, которые для полного определения траектории должны быть объединены с уравнением для полярного угла φ (вторым из уравнений (7.14)). В эту систему входят:

1) определение полной орбитальной энергии

$$h^* = \frac{1}{2} v^{*2} - \frac{1}{r^*}, \quad (7.18)$$

причем теперь

$$\frac{dh^*}{d\tau^*} = \left(\frac{dh^*}{d\tau^*} \right)_{\max} = T^* v^*;$$

2) уравнение движения в проекции на v (касательное ускорение)

$$\frac{dv^*}{d\tau^*} = T^* - \frac{\cos \alpha}{r^{*2}}; \quad (7.19)$$

3) определение радиальной скорости v_r^* :

$$v_r^* = \frac{dr^*}{d\tau^*} = v^* \cos \alpha; \quad (7.20)$$

4) уравнение движения в проекции на нормаль к траектории.

Кроме приведенных формул удобно пользоваться формулами для обобщенного фокального параметра

$$p^* = p / r_0,$$

где $p = c^2 / fM$, $c = |\mathbf{r} \times \mathbf{v}| = rv \sin \alpha$, или

$$p^* = p / r_0 = r^{*2} v^{*2} \sin^2 \alpha.$$

Дифференцируя по τ^* , получим с помощью (7.19) и (7.20):

$$\frac{dp^*}{d\tau^*} = \frac{2 T^* p^*}{v^*}. \quad (7.21)$$

Уравнения (7.18) и (7.21) показывают, что при раскрутке около центра притяжения под действием касательной тяги орбитальная энергия h^* и фокальный параметр p^* монотонно увеличиваются. Энергия h^* связана с величиной большой полуоси орбиты соотношением $h^* = -1/2a$, при этом, конечно, $a > 0$, следовательно, $h^* < 0$ (до тех пор пока не будет достигнута параболическая скорость,

т.е. пока энергия не достигнет нулевого значения $h^* = 0$). Монотонное увеличение h^* означает монотонное увеличение большой полуоси орбиты a . Одновременное увеличение фокального параметра p^* и полуоси a показывает, что размеры орбиты увеличиваются. При малых значениях ускорения T^* на одном витке траектории последняя будет слабо отличаться от кеплеровского эллипса, который получился бы при $T^* = 0$. Поскольку $da/d\tau^* > 0$ и $dp^*/d\tau^* > 0$, этот эллипс от витка к витку увеличивается в размерах, в результате чего аппарат движется по раскручивающейся спирали.

Рассмотрим движение по логарифмической спирали, для которой, как было установлено выше, имеют место соотношения, вытекающие из (7.6), т.е.

$$\alpha = \text{const}, \quad \frac{T}{m} = \frac{fM_C}{2r^2} \cos \alpha,$$

$$T^* = \frac{T}{m} : \frac{fM_C}{r_0^2} = \frac{r_0^2}{2r^2} \cos \alpha,$$

$$T^*|_{r=r_0} = T_0^* = \frac{1}{2} \cos \alpha, \quad T^* = \frac{T_0^*}{r^*}.$$

Подстановка этих соотношений в первое из уравнений (7.15) показывает, что при $\alpha \neq 0$ всегда имеем $h^* = -v^{*2}/2 < 0$, т.е. параболическая скорость на логарифмической спирали никогда не достигается (ср. с формулой (7.12)).

II. Солнечный парус на логарифмической траектории. Рассмотрим теперь, как изученная нами выше спиральная траектория может быть реализована при полете с силой тяги зеркального солнечного паруса, ориентированного под некоторым неизменным углом θ (рис. 9) к потоку солнечных лучей. Пользуясь обозначениями из § 4 и имея в виду формулу (4.6), определим угол θ как угол между направлением орта $\mathbf{n}^0$ нормали к теневой стороне паруса и направлением орта $\mathbf{i}^0$ светового потока, всегда совпадающим с направлением гелиоцентрического радиус-вектора $\mathbf{r}$ объекта, т.е.

$$\cos \theta = \mathbf{n}^0 \cdot \mathbf{i}^0. \quad (7.22)$$

Это скалярное произведение однозначно определяет знак угла θ , например, на рис. 9 изображен угол $\theta < 0$. Предполагая, что солнечный парус является зеркальным с обеих своих сторон, примем, что угол ориентации паруса θ (угол управления) изменяется в интервале $\left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right]$, так что всегда $\cos \theta > 0$.

Ускорение, развиваемое аппаратом под действием силы тяги паруса, в соответствии с формулами (3.3'), (3.4) и (4.5) равно

$$\begin{aligned} w^{\text{rad}} &= \frac{2S_r}{c} \frac{A}{m} \cos^2 \theta = \\ &= \frac{2S_3}{c} \left(\frac{r_3}{r} \right)^2 \frac{A}{m} \cos^2 \theta = \\ &= 0,92 \cdot 10^{-4} \left(\frac{r_3}{r} \right)^2 \frac{A}{m} \times \\ &\times \cos^2 \theta \text{ см/с}^2. \end{aligned}$$

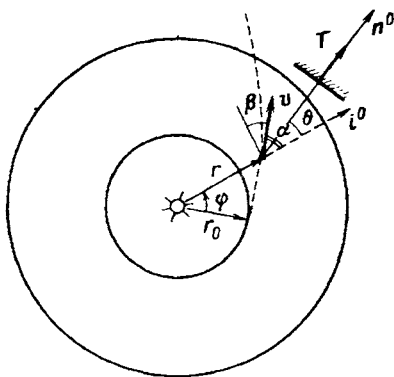


Рис. 9

Обозначив на основании формулы (6.25') через $a_0 [\text{см/с}^2] = 0,92 \cdot 10^{-4} A/m$ ускорение паруса площадью A с парусностью $A/m [\text{см}^2/\text{г}]$ на орбите Земли при его нормальной ориентации к солнечным лучам, будем в дальнейшем пользоваться краткой формулой:

$$w^{\text{rad}} = \frac{T}{m} = a_0 \left(\frac{r_3}{r} \right)^2 \cos^2 \theta. \quad (7.23)$$

Итак, мы конкретизировали силу тяги, задав ее как силу тяги паруса, направленную всегда по нормали к теневой поверхности паруса и, следовательно, удовлетворяющую требованию неизменности направления силы тяги по отношению к солнечным лучам, т.е. к радиус-вектору, в силу формулы (7.23). Для вычисления проекций тягового ускорения на радиальное и тангенциальное направления следует пользоваться углом θ (см. рис. 9). Уравнения движения примут вместо (7.4) вид [В.24, с. 417]

$$\begin{aligned} w_r &= \dot{v}_r - \frac{v_\varphi^2}{r} = (-b_0 + a_0 \cos^2 \theta) \left(\frac{r_3}{r} \right)^2, \\ w_\varphi &= \dot{v}_\varphi + \frac{v_r v_\varphi}{r} = a_0 \cos^2 \theta \sin \theta \left(\frac{r_3}{r} \right)^2, \end{aligned} \quad (7.24)$$

где $b_0 = 0,6 \text{ см/с}^2$ — гравитационное солнечное ускорение на орбите Земли, вычисленное выше по формуле (6.26').

В п. I мы пытались установить, какова должна быть тяга, позволяющая реализовать движение по логарифмической спирали, и установили, что в классе сил, подчиняющихся закону r^{-2} , ею в частном случае может быть и касательная тяга. Однако существует более общий класс движений, когда логарифмическая спираль осу-

ществляется при тяге T , не направленной по касательной к траектории, т.е. угол установки паруса (см. рис. 9) в общем случае не совпадает со спиральным углом α , а связан с ним некоторым соотношением. Несовпадение этих углов в общем случае обусловлено тем, что тяга, как показывает формула (7.23), зависит не только от θ , но и от парусности A/m . Поэтому при одном и том же угле установки θ мы можем получить различные значения T , а следовательно, и различные спиральные углы, определяемые формулой (7.7). Устанавливая один и тот же парус под разными углами, получим соответственно и разные траектории. Чтобы доказать, что уравнения движения (7.24) позволяют аппарату двигаться действительно по логарифмической спирали, достаточно проинтегрировать их (хотя бы в первом приближении), определить проекции скорости и показать, что выполняются основные геометрическое и кинематическое свойства спирали, вытекающие из (7.2) и (7.11) и означающие неизменность спирального угла α , т.е. угла наклона вектора скорости $\mathbf{v}$ к гелиоцентрическому радиус-вектору $\mathbf{r} \parallel \mathbf{i}^0$ (см. рис. 9):

$$\operatorname{ctg} \alpha = \left| \frac{v_r}{v_\varphi} \right| = \operatorname{const} > 0, \quad \alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right]. \quad (7.25)$$

Проблему интегрирования базовых уравнений (7.24) мы обсудим несколько позже.

Теперь уместно ненадолго вернуться к истории вопроса и напомнить об исследованиях 50-х годов, заложивших теоретические основы полета с солнечным парусом по логарифмическим траекториям. Зачинателем серии проектов космического парусного перелета, обсуждавшихся в те годы, главным образом в США, следует считать известного специалиста в области динамики космического полета К.Эрике. Материалы его статей о сферическом парусе-баллоне, предназначенном для маневров в космосе [1.4 – 1.6] нашли свое отражение также в [1.7], где проект сферического баллона обсуждался с точки зрения его преимуществ, состоящих в том, что он не требует управления ориентацией и может успешно совершать гелиоцентрические кеплеровы движения (более подробное обсуждение преимуществ и недостатков парусов-баллонов мы проведем в § 12).

В 1950 г. Д.Форбс [1.8] представил математическое исследование, результаты которого были применимы к анализу движения ракеты в центральном поле сил при общем условии постоянной тяги, приложенной по касательной к траектории ракеты. Одной из рассматриваемых траекторий оказалась логарифмическая спираль, причем для ее установления требовалось ускорение, пропорциональное r^{-2} , где r — расстояние от силового центра. Немного позд-

нее Р.Гарвин [1.9] опубликовал статью о движении с помощью солнечного паруса, предлагая использовать его на практике в качестве движителя в пределах Солнечной системы. Когда были сопоставлены эти две, на первый взгляд не связанные между собою статьи, стало очевидно, что существует новый космический маневр и средство для его выполнения.

Итак, автором первого проекта парусного перелета при ориентации плоского паруса под некоторым постоянным углом к потоку лучей был Р.Гарвин [1.9]. Именно он впервые ввел в строгую научную литературу компактный термин *солнечный парус*, заимствованный им, по-видимому, из модного в то время в США научно-фантастического бестселлера именно с таким названием [1.10], — термин, который сразу завоевал себе широкую популярность и на долгие годы обрел права гражданства в научных текстах *).

Итак, в [1.9] впервые было вычислено значение неизменного угла ориентации паруса θ , обеспечивающего максимум касательной проекции силы тяги, и утверждалось, что траекторией полета будет служить логарифмическая спираль, основные динамические свойства движения по которой были уже изучены ранее в [1.8] на базе общих свойств траекторий с малой реактивной тягой. Работы [1.9 — 1.12] положили начало изучению многочисленных спиралей в качестве траекторий при постоянном угле установки паруса (см. рис. 9).

Частное решение уравнений движения в форме (7.24) было впервые найдено Т.С.Цзу [1.13, 1.14] приближенно, а именно без учета в первом приближении компоненты $\dot{v}_r = \ddot{r}$ из радиального ускорения. Тогда первое из уравнений становится алгебраическим и появляется возможность также приближенно определить

*) Говоря о научной фантастике, которая неоднократно пользовалась благодатной темой полета под действием солнечных лучей (о некоторых научно-фантастических произведениях мы упомянем в § 11 и 14), следует напомнить, что еще в 1915 г. Я.И.Перельман ссылаясь на один научно-фантастический сюжет, в котором герои перелетали на Венеру и другие планеты в подобном снаряде. Они "соорудили какюту из легчайшего материала, снабженную огромным, но легким зеркалом, которое можно было поворачивать наподобие паруса. Помещая зеркало под различными углами к солнечным лучам, пассажиры небесного корабля, смотря по желанию, либо усиливали, либо ослабляли отталкивающее действие света, либо же совсем сводили его на нет, всецело отдаваясь притягательной силе. Они плавали взад и вперед по океану Вселенной, посещая одну планету за другой". По этому поводу Я.И.Перельман заключает: "В романе все выходит правдоподобно и заманчиво. Но увы!..." [В. 6, с. 36 — 37]. Однако современный читатель, пожалуй, уже не увидит бы в этой фантастике никаких физических противоречий и согласился бы с перспективностью идеи, возникшей, как оказалось, еще в начале нашего столетия.

скорости

$$v_r \approx -\frac{r_0}{\sqrt{r}} \frac{2a_0 \sin \theta \cos^2 \theta}{\sqrt{b_0 - a_0 \cos^3 \theta}}, \quad v_\varphi \approx \frac{r_0}{\sqrt{r}} \sqrt{b_0 - a_0 \cos^3 \theta} \quad (7.26)$$

($v_r = 0$ при $\theta = 90^\circ$ — круговое движение без тяги), а затем и компоненты ускорения

$$\begin{aligned} \dot{v}_r &= -\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \frac{2a_0^2 \sin^2 \theta \cos^4 \theta}{b_0 - a_0 \cos^3 \theta}, \\ \dot{v}_\varphi &= \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 a_0 \sin \theta \cos^2 \theta. \end{aligned} \quad (7.27)$$

Формулы (7.26) удовлетворяют условию (7.25), чем и доказывається, что в первом приближении траектория действительно оказывается логарифмической спиралью, причем спиральный угол α может быть легко найден как функция a_0 и θ :

$$\operatorname{ctg} \alpha = \left| \frac{v_r}{v_\varphi} \right| = \frac{2a_0 \sin \theta \cos^2 \theta}{b_0 - a_0 \cos^3 \theta} = \operatorname{const}. \quad (7.28)$$

Легко видеть, что постоянный спиральный угол α и постоянный угол установки θ совпадают лишь при $\theta = 90^\circ$, $\alpha = 90^\circ$, т.е. в частном предельном случае кеплерова кругового движения в отсутствие тяги ($\theta = 90^\circ$). Эти углы совпадают и в простейшем случае касательной парусной тяги, когда уравнение логарифмической спирали служит точным решением уравнений. Этот случай касательной парусной тяги подробно исследован в работах [1.15, 1.16].

Время перелета по спирали, вычисленное с помощью интегрирования формулы (7.26), при $\alpha \neq \theta$ составляет

$$\begin{aligned} \tau &= \int_{r_0}^r \frac{dr}{v_r} = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{b_0 - a_0 \cos^3 \theta}}{a_0 \sin \theta \cos^2 \theta} \frac{r^{3/2} - r_0^{3/2}}{r_0} = \\ &= \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{a_0}} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \theta \cos^2 \theta}} \frac{r^{3/2} - r_0^{3/2}}{r_0}. \end{aligned} \quad (7.29)$$

Время наискорейшего перелета определяется путем минимизации коэффициента в (7.29) и устанавливается из условия

$$\cos \theta = \pm \sqrt[3]{\frac{b_0}{a_0}}. \quad (7.30)$$

Так как подкоренное выражение b_0/a_0 всегда положительно, а $\cos \theta > 0$ на основании задания области управления (7.22'), то

в (7.30) следует выбрать положительный корень. Условие (7.30) выражает важнейшее с практической точки зрения свойство рассматриваемого класса траекторий — логарифмических спиралей с парусной тягой произвольного направления, — свойство, отличающее их от рассмотренного выше (§ 7, п. 1) класса логарифмических спиралей с касательной тягой: оно почти в два раза расширяет область задания тягового начального ускорения a_0 . Действительно, если для касательной тяги, в соответствии с формулами

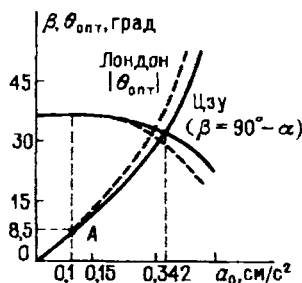


Рис. 10

(7.7) и (7.8), предельное значение a_0 составляет $3,3 \text{ см/с}^2$, то в соответствии с формулами (7.28) и (7.30) предельное значение a_0 , при котором $\theta = 0$, $\alpha = 0$, составляет $a_0 = b_0 = 0,6 \text{ см/с}^2$.

График дополнительного спирального угла $\beta = 90^\circ - \alpha$ (по теории Цзу), выраженного в функции ускорения a_0 для оптимального значения угла установки паруса θ из (7.30), изображен на рис. 10 сплошными линиями [1.13] (обозначение β для дополнительного спирального угла взято нами из основополагающей работы [1.13], и его не следует путать с традиционным обозначением редукции гравитационного поля Солнца β , использованным нами в теории цандеровских орбит, изложенной в § 5, 6).

Полученные формулы позволяют установить еще одно интересное свойство парусной спирали, состоящее в том, что отношение скорости аппарата к скорости планеты назначения по прибытии к орбите этой планеты одинаково для всех планет и не зависит от r . Действительно, квадрат круговой скорости на орбите планеты составляет

$$v_{\text{кр}}^2 = \frac{fM_{\text{С}}}{r} = \frac{fM_{\text{С}}}{r_3^2} \frac{r_3^2}{r} = b_0 \frac{r_3^2}{r}.$$

С другой стороны, полная орбитальная скорость на основании формулы (7.26) равна

$$v^2 = v_r^2 + v_\varphi^2 = b_0 \frac{r_3^2}{r} (1 + N(a_0, b_0, \theta)),$$

где

$$N = - \frac{a_0 \cos^3 \theta + (a_0^2/b_0) \cos^4 \theta (4 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}{b_0 - a_0 \cos^3 \theta},$$

вследствие чего получим отношение

$$\left(\frac{v}{v_{кр}} \right)^2 = 1 + N,$$

стремящееся к 1 при $\cos \theta \rightarrow 0$ ($\theta \rightarrow 90^\circ$), т.е. при нулевой тяге [1.13]. Этот результат обобщает результат модельной задачи о малой касательной тяге на спиральной траектории [1.13], для которой получается только первый член записанного разложения, соответствующий точному равенству величин скорости на спирали и местной круговой скорости.

Таково было в общих чертах приближенное решение задачи о полете под действием малой непрерывной силы тяги солнечного паруса при постоянном угле ориентации θ из интервала $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$.

Это решение позволило определить параметры спирали и найти оптимальную ориентацию солнечного паруса в полете. Однако условие $\dot{r} = 0$, одновременно означающее близость спирали к окружности, т.е. малость дополнительных углов $\beta = 90^\circ - \alpha$ (см. рис. 9), превратило одно из уравнений (7.24) в алгебраическое, вследствие чего произошла потеря двух постоянных интегрирования, а найденное решение оказалось лишенным общности — оно соответствовало только одной возможной траектории, удовлетворяющей одной паре начальных условий (значениям радиальной и трансверсальной скоростей в точке выхода на спираль).

Основываясь на работах Т.С. Цзу, точное решение системы (7.24) без всяких упрощающих предположений позднее получил Г. Лондон [1.17], установив форму частного интеграла системы (7.24). Для этого, подставив дважды продифференцированное уравнение спирали (7.1) и кинематические соотношения (7.2) в систему, решаемую с учетом всех слагаемых, и исключив $\dot{\varphi}$, он вывел промежуточное уравнение

$$e^{3\varphi \operatorname{tg} \beta} \dot{\varphi}^2 = \frac{\cos^2 \beta}{r_0} [b_0 - a_0 \cos^2 \theta (\cos \theta - \sin \theta \operatorname{tg} \beta)]. \quad (7.31)$$

Дифференцирование (7.31) приводит нас снова к формуле $\ddot{\varphi} = -\frac{3}{2} \dot{\varphi}^2 \operatorname{tg} \beta$, т.е. ко второй из формул (7.5) при $\operatorname{tg} \beta \equiv \operatorname{ctg} \alpha$.

Это доказывает, что решением уравнений движения (7.24) служит уравнение логарифмической спирали. Подставляя две полученные

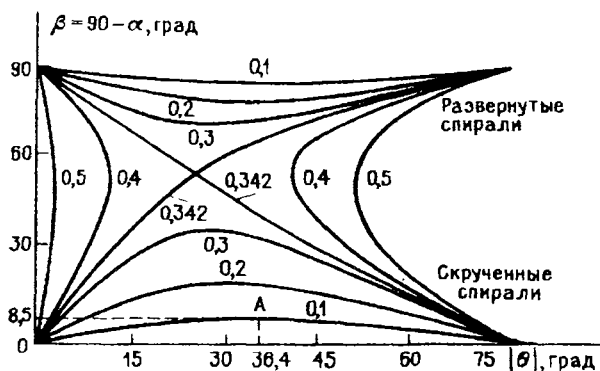


Рис. 11

формулы обратно в уравнения движения, можно после тождественных преобразований получить формулу однозначной связи угла установки паруса θ и дополнительного спирального угла $\beta = 90^\circ - \alpha$:

$$\frac{\sin \beta \cos \beta}{2 - \sin^2 \beta} = \frac{\sin \theta \cos^2 \theta}{(b_0/a_0) - \cos^3 \theta} \quad (7.32)$$

При малых β ($\sin^2 \beta \rightarrow 0$, $\cos \beta \rightarrow 1$) эта формула переходит в формулу (7.28) приближенной теории Т.С. Цзу для почти круговых спиралей. Уравнение (7.32) было решено в [1.17] графически для серии начальных условий из интервала значений ускорения (при нормальной ориентации паруса на орбите Земли)

$$0,1 \text{ см/с}^2 < a_0 < 0,5 \text{ см/с}^2$$

(см. рис. 10). Напомним, что рассматриваемая нами теория "работает" до значения ускорения $a_0 = b_0 = 0,6 \text{ см/с}^2$.

Графическое решение из [1.17] показало, что для $a_0 < 0,342 \text{ см/с}^2$ существуют верхняя и нижняя ветви решений (рис. 11), соответствующие большим и малым β , тогда как решение (7.28) дает только нижнюю ветвь (см. рис. 10). Это означает, что при небольшой парусности траекторией может быть сильно закрученная спираль (малые β), близкая к окружности, или, напротив, сильно развернутая спираль (большие β). Постоянный угол установки θ из интервала $[-\pi/2, +\pi/2]$ в обоих вариантах может быть любым, он влияет на величину компонентов скорости (7.2) и на время полета τ , которое оказывается больше для квазикруговой спирали. При $a_0 = 0,342 \text{ см/с}^2$ решение дает одну ветвь на рис. 11 для любых β и $|\theta|$ из интервала $[0, 90^\circ]$ (это значение выделено на рис. 10). Для больших ускорений $a_0 > 0,342 \text{ см/с}^2$, снова появляются две ветви решений, допускающие любые углы β , однако

для каждого ускорения a_0 имеется область углов установки $|\theta|$, в которой решения не существует вообще.

На рис. 10 штриховыми линиями изображены кривые $|\theta(a_0)|$ и $\beta(a_0)$ по Г. Лондону [1.17], полученные для нижних ветвей решения на рис. 11. Легко видеть, что различие приближенной теории Т.С. Цзу (сплошные линии) и точной теории Г. Лондона (штрихи) становится существенным лишь для больших a_0 .

Частный интеграл, полученный в [1.17], фактически сводится к формулам для компонент скорости

$$\begin{aligned} v_r = \dot{r} &= \frac{r_0}{\sqrt{r}} f(\beta, \theta, b_0, a_0) \sin \beta, \\ v_\varphi = r\dot{\varphi} &= \frac{r_0}{\sqrt{r}} f(\beta, \theta, b_0, a_0) \cos \beta, \end{aligned} \quad (7.33)$$

где

$$f = \sqrt{b_0 - a_0 \cos^2 \theta (\cos \theta - \sin \theta \operatorname{tg} \beta)}, \quad (7.33')$$

удовлетворяющим условию (7.25) и, следовательно, обеспечивающим движение по спирали и позволяющим определить начальные условия выхода на спираль. Это значит, что движение по спирали с дополнительным спиральным углом β вовсе не является автоматическим результатом одной только установки солнечного паруса под требуемым углом θ к солнечным лучам. Оно осуществляется только в том случае, если при этом еще и начальные значения компонент орбитальной скорости будут удовлетворять интегралу (7.33). (Формулы (7.33) легко получить, если выразить $\dot{\varphi}$ из (7.31) с учетом уравнения спирали (7.1), затем подставить $\dot{\varphi}$ в выражение $\dot{r} = r \dot{\varphi} \operatorname{tg} \beta$ из (7.2).)

Интегрируя первое из уравнений (7.33), получим время полета

$$\tau = \frac{2}{3} \frac{r^{3/2} - r_0^{3/2}}{f r_0 \sin \beta}. \quad (7.34)$$

Если в f подставить уравнение связи углов (7.32), снова придем к выражению (7.29) для τ .

Решения Г. Лондона [1.17], как более общие по сравнению с решениями Т.С. Цзу, оказались успешно применимы к более широкой области изменения углов θ и значений ускорения a_0 . Однако эти решения также не учитывали влияния начальной скорости на траекторию полета и были справедливы только при частных начальных условиях, так как однозначное задание v_r и v_φ в функции β , θ , a_0 и r_0 снова привело к потере в частном интеграле двух произвольных постоянных. Иными словами, исследование проблемы начальных условий показывает, что у Т.С. Цзу начальные условия

согласуются с формулами

$$v_r = \frac{r_0}{\sqrt{r}} \frac{2C_2}{\sqrt{-C_1}}, \quad v_\varphi = \frac{r_0}{\sqrt{r}} \sqrt{-C_1},$$

где $C_1 = a_0 \cos^3 \theta - b_0$, $C_2 = -a_0 \sin \theta \cos^2 \theta$. У Г. Лондона же они согласуются с аналогичными, но более точными формулами, вытекающими из (7.33):

$$v_r = \frac{r_0}{\sqrt{r}} \sin \beta \sqrt{-C_1 - C_2 \operatorname{tg} \beta},$$

$$v_\varphi = \frac{r_0}{\sqrt{r}} \cos \beta \sqrt{-C_1 - C_2 \operatorname{tg} \beta}.$$

III. Пути улучшения логарифмических спиральных решений.

Пути улучшения рассмотренных приближений рассмотрели А. Поцци и Л. ди Сочо [1.18–1.20]. Задавая приближенное значение трансверсальной скорости, равное круговой, т.е. удовлетворяющее условию $v_\varphi/v_{\varphi 0} = \sqrt{r_0/r}$, можно уравнение (7.24) представить в виде, позволяющем после интегрирования получить явные формулы для скоростей v_r и v_φ как функций начальных условий r_0 , C_1 , C_2 , v_{r0} и $v_{\varphi 0}$, а также констант интегрирования. Дальнейшие пути улучшения данного приближения состоят в применении метода итераций с использованием более широкого класса начальных условий. Работы [1.18–1.20] существенно повысили точность решения, однако исследование авторами было проведено для интервалов начальных скоростей, не сильно отличающихся от используемых в работах Т.С. Цзу и Г. Лондона. Поэтому требовались дальнейшие более широкие исследования влияния начальных условий на динамику движения по логарифмической спирали.

В последующие годы вопросы движения по спирали неоднократно затрагивались рядом авторов [1.21–1.27], однако наиболее интересной работой, внесшей существенные дополнения в теорию спирального движения при постоянном угле установки паруса, следует считать работу В.В. Маланина и С.Е. Мительмана [1.27]. Исследование, проведенное ими для функции $\pm(\sin \beta) f(\beta, \theta, b_0, a_0)$, где функция $f(\beta, \theta, b_0, a_0)$ определяется по (7.33') и связана со временем перелета очевидным соотношением, вытекающим из (7.34), а именно

$$f_1 = f \sin \beta = (3/2) \tau r_0 / (r^{3/2} - r_0^{3/2}),$$

позволило яснее охарактеризовать движения по двум ветвям логарифмической спирали из [1.17] (см. рис. 11). Оказалось, что хотя время движения по верхней ветви (развернутая спираль) меньше, чем по нижней, тем не менее для верхней ветви не существ-

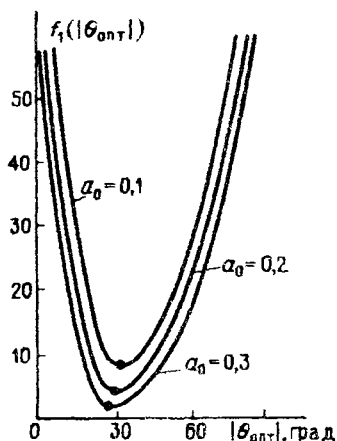


Рис. 12

чения θ_{opt} для минимумов f_1 следует сравнить со значениями на рис. 10 (штриховые линии на рис. 10 соответствуют нижним ветвям на рис. 11).

Аналитические результаты работы [1.27] подтвердили правильность эмпирического вывода Г. Лондона [1.17] о том, что в реальных парусных задачах ($a_0 \approx 0,1 \div 0,3$ см/с²) оптимальные решения существенны и наиболее интересны именно для нижних ветвей логарифмических решений на рис. 11, так как именно для них компоненты требуемой начальной скорости космического аппарата, выходящего на сильно закрученную спираль, быстро увеличиваются с увеличением спирального угла β .

Интересным результатом из [1.27] является также условие реализации круговой гелиоцентрической орбиты при постоянном угле установки θ :

$$\cos \theta = \sqrt[3]{(1 - v_\phi^2)/a_0} \quad (7.35)$$

(скорость отнесена к местной круговой, ускорение — к гравитационному ускорению на орбите Земли b_0). Область определения компоненты трансверсальной скорости $v_\phi \neq 1$ при $a_0 < 1$ определяется соотношением

$$\sqrt{1 - a_0} < v_\phi < \sqrt{1 + a_0}.$$

Тривиальный случай $v_\phi = 1$ означает, что постоянная круговая (трансверсальная) гелиоцентрическая скорость сохраняется при $\theta = \pm \pi/2$, т.е. когда зеркальный с обеих сторон парус повернут ребром к Солнцу и не дает никакой тяги. При $\theta = \text{const} > 0$ аппарат разгоняется, при $\theta = \text{const} < 0$ — тормозится.

вует решения задачи оптимального быстрогодействия (кроме тривиального решения $\theta = 0$, соответствующего цандеровским движениям по коническим сечениям при радиальной установке паруса), так как нет возможности выделения изолированных минимумов приведенной выше функции $f_1 = f \sin \beta$. Напротив, для нижней ветви (скрученная спираль) имеется возможность оптимизации по углу управления θ , причем минимальные величины функции f_1 действительно расположены вблизи угла установки $\theta = 30^\circ$. График $f_1(\theta)$ для нижней ветви изображен на рис. 12 [1.27], причем значения

Итак, общая теория движения по логарифмической спирали хотя и не всегда обладала достаточной строгостью решений уравнений движения, но позволила наглядно охарактеризовать динамику движения при постоянном угле установки паруса и сформулировать основные принципиальные свойства движения. Была разработана методика приближенного и точного определений оптимального значения этого постоянного угла в приближенном и точном случаях. Эта группа решений позволила также составить первое представление о возможностях использования солнечного паруса для спиральных прелетов между орбитами планет. Общую характеристику спиральных парусных прелетов в плане развития идей Ф.А. Цандера можно найти в обзорах [1.28, 1.29]. Пользуясь изложенными выше основными свойствами движений, рассмотрим теперь основные особенности межпланетных прелетов при постоянном угле установки солнечного паруса.

IV. Прелет к орбитам других планет. Если аппарат движется по круговой орбите Земли, то для перехода к орбитам других планет выгоднее всего так ориентировать парус, чтобы солнечный свет "дул" почти в корму космического корабля. Конечно, сила давления солнечных лучей на парус, ориентированный косо к лучам, будет меньше, чем в случае его нормальной ориентации к световому потоку; однако в случае косой ориентации силы тяги к потоку ее можно направить в требуемом направлении. Например, на рис. 13 изображены два случая наклонной ориентации тяги T к потоку, т.е. к радиус-вектору космического аппарата r . В положении 1 тяга дает положительную проекцию на трансверсаль, совпадающую на начальной круговой орбите Земли с направлением орбитальной скорости, а в положении 2 эта проекция направлена

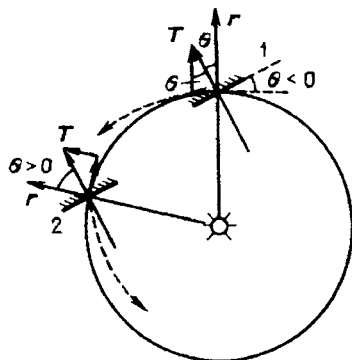


Рис. 13

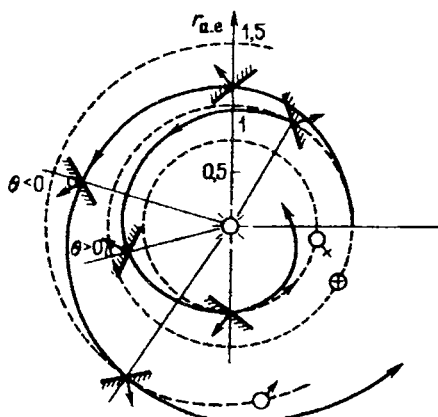


Рис. 14

против орбитальной скорости. Знак угла ориентации θ в обоих случаях диктуется правилом (7.22).

Рассмотрим сначала случай удаления от орбиты Земли. Тяга T в положении 1 направлена почти в сторону движения, и аппарат начнет по логарифмической спирали двигаться к орбите Марса. На основании формул (7.26) и (7.27) получим

$$\theta < 0, \quad v_r = \dot{r} > 0, \quad \dot{v}_\varphi < 0.$$

Это означает, что аппарат удаляется от Солнца (рис. 14), а обе компоненты скорости изменяются так, чтобы полная скорость убывала по закону круговой скорости, т.е. как $1/\sqrt{r}$. Именно эту задачу (правда, в приближенном варианте, т.е. при $\dot{v}_r = 0$) решил впервые Цзу [1.13] для перелета к Марсу по логарифмической спирали и нашел оптимальный неизменный угол установки θ , соответствующий минимуму времени перелета до орбиты Марса. Эту же задачу Лондон [1.17] решил в более общем виде и уточнил время полета до орбиты Марса при неизменном угле установки θ .

На первый взгляд может показаться, что под солнечным парусом нельзя двигаться к планетам, расположенным внутри орбиты Земли. Однако если ориентация паруса позволяет создать силу тяги, тормозящую первоначальное круговое гелиоцентрическое движение аппарата, то аппарат будет до спирали двигаться от орбиты Земли к орбите Венеры (положение 2 на рис. 13). Здесь трансверсальная проекция тяги направлена против скорости. В этом случае для $\theta > 0$ получим на основании (7.26) и (7.27)

$$\theta > 0, \quad v_r = \dot{r} < 0, \quad \dot{v}_\varphi > 0,$$

т.е. движение происходит к Солнцу (рис. 14), полная скорость,

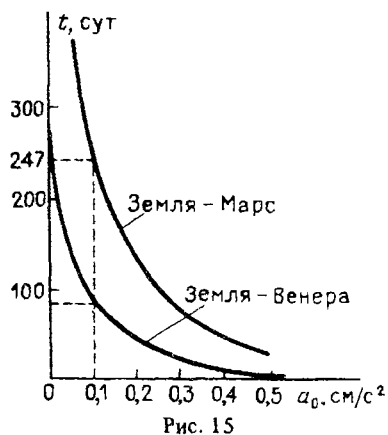


Рис. 15

как и круговая, увеличивается. На рис. 14 штриховыми линиями обозначены круговые орбиты Венеры (♀), Земли (⊕) и Марса (♂), сплошными линиями — дуги логарифмических спиральных траекторий перелетов с солнечным парусом. Для каждого положения паруса стрелкой изображается направление создаваемой им силы тяги, действующей по нормали к нему.

Расчеты показывают, что при $a_0 \approx 0,1 \text{ см/с}^2$ плоский круглый зеркальный парус диаметром

300 м, несущий полезный груз 500 кг, может достичь орбиты Марса за 247 суток, а орбиты Венеры – менее чем за 100 суток. На рис. 15 [1.17] приводятся графики значений t время перелетов как функций от значений начального тягового ускорения a_0 на орбите Земли.

Современные исследования, как правило, ограничиваются простейшим предельным случаем зеркального отражения паруса ($\epsilon = 1$), когда тяговое ускорение направлено строго по нормали к парусу, а управление парусом есть управление нормалью,

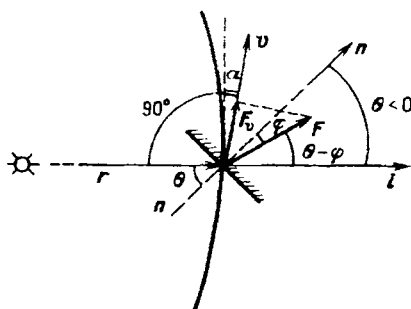


Рис. 16

составляющей угол θ с потоком лучей. Однако при неполном отражении ($\epsilon < 1$), как уже указывалось в § 4, направление силы T тяги солнечного паруса площадью A располагается между вектором n нормали к теневой стороне паруса и вектором светового потока i (рис. 16). Величина тяги (см. (4.9), (4.9'))

$$T = P_r A \sqrt{1 + \epsilon^2 + 2\epsilon \cos 2\theta \cos \theta}.$$

Направление тяги составляет с нормалью n угол

$$\varphi = \arcsin [(1 - \epsilon) \sin \theta (1 + \epsilon^2 + 2\epsilon \cos 2\theta)^{-1/2}],$$

знак которого определяется знаком скалярного произведения Tn . Именно с помощью этих общих формул (т.е. с учетом касательных напряжений) исследование траекторий полёта с парусом при постоянном угле установки провели И.А. и И.И. Меркуловы и И.А. Хоромский [1.30–1.32]. В этих работах исследованы предельные классы траекторий околосолнечных движений с парусом: движение, близкое к гелиоцентрической окружности (см. рис. 16), и движение, близкое к прямолинейному движению по лучу света i . При рассмотрении траекторий первого типа выписывалось выражение для проекции силы тяги T на направление v скорости паруса, составляющее малый угол α с трансверсалью (на рис. 16

стрелками показано направление отсчета углов $\theta < 0$, $\varphi < 0$):

$$-(\widehat{T}, \widehat{v}) = \pi/2 - \alpha - (\theta - \varphi),$$

$$T_v = P_0 A \sqrt{1 + \epsilon^2 + 2\epsilon \cos 2\theta \cos \theta \sin(\alpha + \theta - \varphi)}.$$

Для малых α получим выражение

$$T_v = P_0 A \sqrt{1 + \epsilon^2 + 2\epsilon \cos 2\theta \cos \theta \sin(\theta - \varphi)}.$$

Подставляя значение φ , приведенное выше, получаем выражение для проекции, зависящей от отражательной способности паруса ϵ :

$$T_v(\epsilon) = 2P_0 A \epsilon \sin \theta \cos^2 \theta.$$

Для максимизации проекции тяги на направление скорости в [1.30] составляется условие

$$\frac{dT_v}{d\theta} = 2P_0 A \epsilon (\cos^3 \theta - 2 \sin^2 \theta \cos \theta) = 0,$$

показывающее, что максимум проекции тяги достигается при $\sin \theta = \sqrt{3}/3$, $\theta \approx 35,26^\circ$.

С помощью этого результата из [1.30] в [1.31] и [1.32] определяются часовая и суточный приросты характеристической скорости аппарата с парусом и другие величины. Приведенные в упомянутых работах формулы позволяют при заданном времени полета и известных параметрах паруса произвести сравнительную весовую характеристику солнечного паруса и ракетных двигателей.

§ 8. Сопоставление спиральных траекторий с цандеровскими эллипсами и с касательными импульсными траекториями

Авторы проектов полетов с солнечным парусом по спиральным траекториям не могли не обратить внимания на тот факт, что в частном случае нулевого угла установки ($\theta = 0$), соответствующего неизменной нормальной ориентации паруса относительно светового потока, теория спирального движения сводится к цандеровской теории движения с парусом в центральном фотогравитационном поле (§ 5, 6). Однако следует помнить, что цандеровское движение, начинающееся с орбиты Земли, осуществимо лишь к внешним планетам, тогда как логарифмическая траектория (см. § 7, п. II) позволяет двигаться с орбиты Земли и к внутренним планетам. В § 6 мы детально рассмотрели задачу сравнения цандеровской и импульсной траекторий межпланетного перелета. Теперь представляет интерес сопоставить цандеровское движение с логарифмическим в случае выхода на оба эти движения с кру-

говой орбиты Земли ($r_0 = r_3$, $v_{кр} = v_3 = \sqrt{fM_C/r_3}$). Для сравнения выберем вариант перехода к орбите Марса и используем следующие данные из § 6:

$$\begin{aligned} r_3 &= 1,496 \cdot 10^8 \text{ км}, \quad r_M = 2,279 \cdot 10^8 \text{ км}, \\ a &= 1,888 \cdot 10^8 \text{ км}, \quad \beta = 0,17, \quad \frac{1}{2} T_{\text{имп}} = 259,1 \text{ сут}, \\ \frac{1}{2} T_{\text{шанд}} &\equiv \frac{1}{2} T_{\text{зерк}} = 284,8 \text{ сут}. \end{aligned}$$

Сравнение этих данных с параметрами спирального движения следует производить на основе уравнений движения в центральном поле, вытекающих из уравнений (7.24) при $\theta = 0$:

$$w_r = (-b_0 + a_0) \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 = -b_0 \left(1 - \frac{a_0}{b_0} \right) \left(\frac{r_0}{r} \right)^2, \quad w_\varphi = 0. \quad (8.1)$$

Сравнение уравнений (8.1) и (5.8) показывает, что $\beta = a_0/b_0$, и еще раз позволяет установить физический смысл редукции гравитационного поля — отношение радиационного и гравитационного ускорений на орбите Земли. В § 6 было вычислено, что $b_0 = 0,6 \text{ см/с}^2$ (см. формулу 6.26), т.е. для полета к орбите Марса (соответствующая цандеровская редукция $\beta = 0,17$) необходимо начальное тяговое ускорение в нормальной ориентации $a_0 = 0,1 \text{ см/с}^2$, соответствующее парусности $\sigma = A/m = 10^3 \text{ см}^2/\text{г}$ (см. формулы (6.25') и (6.26')).

В § 7 при обсуждении спиральных парусных траекторий с парусной тягой, отклоняющейся от касательного направления за счет несовпадения спирального угла и угла управления, т.е. угла установки паруса, было установлено, что такие траектории существуют в силу условия (7.30) вплоть до тяговых ускорений $a_0 = b_0 = 0,6 \text{ см/с}^2$, т.е. до значения цандеровской редукции $\beta = a_0/b_0 = 1$. Теория спиральных траекторий с касательной тягой существует до $\beta = 1/2$, т.е. до парусности $\sigma^* = 3,3 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{г}$ (см. (6.24')); следовательно, как показывает формула (6.23), на этот раз для $\beta = 1$ получим предельное значение парусности $\sigma^{**} = 6,6 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{г}$. Если бы такой парус сохранял свою нормальную ориентацию относительно лучей и далее, то он бы покинул Солнечную систему по прямой, перпендикулярной радиус-вектору точки старта (см. рис. 5 для случая $\beta = 1$ — гашение полей тяготения и излучения, покидание бессилового пространства по инерции). Ставя перед собой более насущную практическую задачу достижения с помощью паруса орбит ближайших к нам планет, мы используем увеличение парусности в указанных пределах, т.е. до $\beta = 1$, в целях построения "закругленной" спиральной траектории межпланетного

перелета. Так как угол ориентации паруса всегда отличен от нуля, то значение цандеровской редукции $\beta = 1$ имеет для спирали только теоретический, "эталонный" смысл. Пролетная прямолинейная траектория малоинтересна практически вследствие направления скорости движения по ней (этот вопрос будет обсуждаться ниже), а если мы употребим преимущества паруса с высоким β для построения скругленной траектории, да еще вдобавок сократим время движения по ней, увеличивая парусность, выгодность маневра будет очевидна.

Впервые сравнение двух траекторий полета с парусом — эллиптической и спиральной — произвел Г. Лондон [1.17], обобщив теорию эллиптического цандеровского движения на случай схода с произвольной гелиоцентрической орбиты. Заметим, что исследование движения с парусом, неизменно ориентированным нормально к лучам, Г. Лондон дал через 40 лет после публикаций работ Ф.А. Цандера. (Рабочие формулы для решения фотогравитационной задачи двух тел приводятся также в книге [B.24, с. 535].) Формулы для основных соотношений были даны в функции параметра $\kappa = v_3/v_{кр} > 1$ — отношения орбитальной скорости Земли к местной круговой гелиоцентрической скорости в точке выхода на спираль. Соответствующие величины ускорений a_0 , необходимых для достижения орбит планет, внешних по отношению к орбите Земли, приведены на рис. 17 [1.17]. Соответствующие спиральные траектории для этих a_0 исследовались графическим способом и рассматривалась нижняя часть ветви решений на рис. 11, соответствующая малым дополнительным спиральным углом $\beta = 90^\circ - \alpha$. Для спиралей, близких к окружности и годящихся для перелета к Марсу, в результате решения уравнения (7.32) при $a_0 = 0,1 \text{ см/с}^2$ (см. точки А на рис. 10 и 11) получилось

$$\alpha = 81,5^\circ, \quad \beta = 90^\circ - \alpha = 8,5^\circ, \quad |\theta| = 36,4^\circ, \quad \tau_{сп} \approx 247 \text{ сут},$$

т.е. время спирального перелета, вычисленное по формуле (7.34), оказалось меньше времени импульсного перелета и заведомо меньше времени цандеровского перелета. Напомним, что это сравнение производилось для геометрически идентичных касательного импульсного и касательного цандеровского эллипсов, а затем для спирального перелета с тем же значением ускорения a_0 , что и для цандеровского эллипса.

Детальная теория цандеровских траекторий была развита позднее С.Н. Кирпичниковым [1.33] для гелиоцентрического движения аппарата с солнечным парусом, выполненным в виде полого баллона заданного радиуса, толщины и плотности, несущего полезный груз. Технические параметры этого стационарного сферического паруса были аналогичны предложенным К. Эрике в его проекте [1.4–1.6]. Теория кеплеровых движений была представлена в

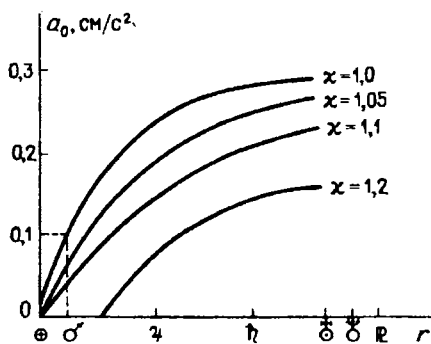


Рис. 17

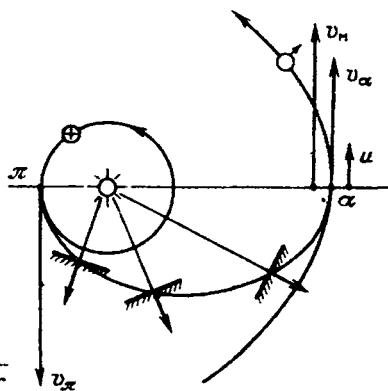


Рис. 18

[1.33] в виде формул для оскулирующих элементов конических сечений в фотогравитационном поле.

Сопоставление цандеровской траектории со спиральной можно производить по времени прелета до заданной планетной орбиты либо по степени несовпадения направления и величины скоростей в точке пересечения спирали и орбиты планеты назначения (скоростей на этой орбите и на спирали). По времени преимущество спиральной траектории очевидно, причем если оно имеет место для почти круговой спирали, то тем более очевидно, что это преимущество реализуется и для сильно развернутой спирали. Однако ни одна из логарифмических парусных спиралей, как будет показано ниже, не обеспечивает желаемого совпадения скоростей и в этом смысле не имеет преимущества перед импульсной или цандеровской парусными траекториями, которые тоже требуют импульсного выравнивая скоростей в конце полета. Следовательно, речь может идти лишь о том, какая траектория является более выгодной энергетически, т.е. требует меньшего импульса для выравнивания скоростей (поскольку ни в одном из двух случаев парусных движений без импульса не обойтись).

Рассмотрение этого вопроса начнем с напомним, что в задаче перелета между сферами действия планет для выхода на цандеровский эллипс с круговой орбиты Земли не требуется никакого импульса, так как скорость в перигелии цандеровского эллипса совпадает по величине и направлению с орбитальной скоростью Земли, т.е. $v_{\pi}^{\text{цанд}} = v_z = 29,78 \text{ км/с}$ (рис. 18). В результате раскрытия паруса аппарат перейдет на цандеровский эллипс, касательный к орбитам Земли и планеты (см. § 6). Так как постоянная площадей цандеровского эллипса равна постоянной площадью орбиты Земли (см. формулу (6.29')), т.е. $c = r_z v_z = r_{\alpha} v_{\alpha}^{\text{цанд}}$, заключаем,

что афелийная скорость

$$v_{\alpha}^{\text{цанд}} = \frac{r_3 v_3}{r_{\alpha}} = \sqrt{\frac{f M_{\text{с}}}{r_3}} \frac{r_3}{r_{\alpha}} = \sqrt{\frac{f M_{\text{с}}}{r_{\alpha}}} \sqrt{\frac{r_3}{r_{\alpha}}} \quad (8.2)$$

оказывается в r_3/r_{α} раз меньше орбитальной скорости Земли и в $\sqrt{r_3/r_{\alpha}}$ раз меньше местной круговой гелиоцентрической скорости в афелии, т.е. орбитальной скорости кругового движения планеты назначения. Для полета к Марсу ($v_M = 24,13$ км/с, $v_3 = 29,78$ км/с, $r_3 = 1,496 \cdot 10^8$ км, $r_M = 2,279 \cdot 10^8$ км) получим

$$r_3/r_M = 0,656, \quad \sqrt{r_3/r_M} = 0,81,$$

$$v_{\alpha}^{\text{цанд}} = 29,78 \cdot 0,66 = 19,54 \text{ км/с} \quad \text{или}$$

$$v_{\alpha}^{\text{цанд}} = 24,13 \cdot 0,81 = 19,54 \text{ км/с},$$

$$u_{\alpha}^{\text{цанд}} = 24,13 - 19,54 = +4,59 \text{ км/с}.$$

Итак, скорость в афелии цандеровского эллипса (8.2) во столько раз меньше скорости Марса, во сколько раз круговая скорость Марса меньше круговой скорости Земли. Так как цандеровский эллипс является касательным к орбите Марса, то скорости $v_{\alpha}^{\text{цанд}}$ и v_M направлены в одну сторону. На рис. 18 точки приложения скоростей в афелии α цандеровского эллипса разнесены условно; на траектории изображены три положения паруса и его силы тяги, соответствующие сохранению неизменной нормальной ориентации паруса к лучам. Для гашения скорости аппарата относительно Марса необходим положительный касательный импульс $u_{\alpha}^{\text{цанд}} = +4,59$ км/с. Соответственно для касательного импульсного перелета имеем для скоростей и выравнивающих импульсов следующие числа:

$$u_{\pi}^{\text{имп}} = +2,95 \text{ км/с}, \quad v_{\pi}^{\text{имп}} = 29,78 + 2,95 = 32,73 \text{ км/с},$$

$$v_{\alpha}^{\text{имп}} = v_{\pi}^{\text{имп}} \frac{r_{\pi}}{r_{\alpha}} = 32,73 \cdot 0,66 = 21,47 \text{ км/с},$$

$$u_{\alpha}^{\text{имп}} = 24,13 - 21,47 = +2,66 \text{ км/с}, \quad u_{\alpha}^{\text{имп}}/u_{\pi}^{\text{имп}} = 0,9.$$

Итак, касательный импульсный перелет характеризуется суммарным импульсом

$$u_{\pi}^{\text{имп}} + u_{\alpha}^{\text{имп}} = +2,95 + 2,66 = 5,61 \text{ км/с},$$

который оказывается больше, чем единственный импульс $u_{\alpha}^{\text{цанд}} = +4,59$ км/с для цандеровского перелета по эллипсу, что в смысле энергетических затрат говорит в пользу цандеровского перелета.

Спиральная траектория выглядит с точки зрения энергетических затрат несколько иначе. К моменту раскрытия паруса на орбите Земли скорость аппарата $v_1^{\text{сп}}$ должна численно равняться скорости v_3 , однако вектор $v_1^{\text{сп}}$ теперь должен быть развернут относительно вектора v_3 на требуемый угол $\beta = 90^\circ - \alpha$ (рис. 19). Пусть этот дополнительный спиральный угол известен заранее: мы установили, что его величина равняется $\beta = 8,5^\circ$, что соответствует тому же

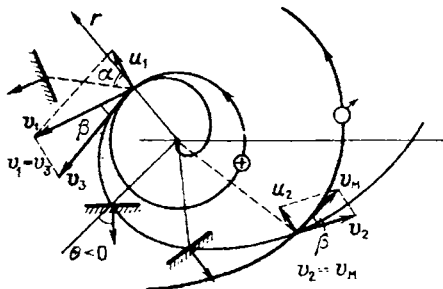


Рис. 19

значению тягового ускорения a_0 для паруса на спиральной траектории, что и для паруса на цандеровской траектории. Зная угол поворота скорости, найдем импульс на орбите старта:

$$u_1^{\text{сп}} = 2v_3 \sin(\beta/2) \approx v_3 \beta = 29,78 \cdot 0,142 = 4,42 \text{ км/с.} \quad (8.3)$$

После приложения этого импульса, направление которого указано на рис. 19, можно раскрыть парус, сориентировав его под таким углом ориентации $\theta < 0$ к потоку лучей, чтобы это значение θ вместе со значениями ускорения a_0 и спирального угла β удовлетворяли условию (7.30). Теперь аппарат с парусом по логарифмической спирали будет двигаться к орбите Марса со скоростью, которая в каждой точке траектории численно близка к местной круговой.

Вблизи орбиты Марса потребуются совершить маневр перехода на орбиту Марса. Рассмотрев на рис. 19 равнобедренный треугольник скоростей v_M и v_2 , аналогичный треугольнику для маневра выхода на спираль, устанавливаем, что при орбитальной скорости Марса $v_M = 24,13 \text{ км/с}$ и при требуемом спиральном угле $\beta = 8,5^\circ$ необходим импульс

$$u_2^{\text{сп}} = 2v_M \sin(\beta/2) \approx v_M \beta = 24,13 \cdot 0,142 = 3,58 \text{ км/с,} \quad (8.4)$$

направление которого очевидно из рис. 19. Легко убедиться в том, что найденные импульсы (8.3) и (8.4) связаны соотношением

$$\frac{u_2^{\text{сп}}}{u_1^{\text{сп}}} = \frac{v_M}{v_3} = \sqrt{\frac{r_3}{r_M}} = 0,81,$$

а их сумма составляет

$$u_1^{\text{сп}} + u_2^{\text{сп}} = 4,42 + 3,58 = 8,00 \text{ км/с.}$$

Итак, логарифмические траектории ни на одном конце не удовлетворяют граничным условиям по скоростям и, так же как и импульсные эллипсы, требуют приложения импульсов выравнивания на обоих концах траектории, причем суммарный импульс для спирали (8,00 км/с) оказывается выше, чем для касательного эллипса (5,61 км/с). В смысле величины импульса спиральная траектория еще сильнее "проигрывает" цандеровскому эллипсу, у которого этот единственный импульс составляет всего 4,59 км/с. Итак, преимущества спиралей перед цандеровскими эллипсами могут состоять только в меньшем времени движения, но никак не в энергетике. Однако и при оценке этих преимуществ следует помнить, что сокращение времени полета требует распрямления спирали, а это в свою очередь влечет за собой соответственное увеличение обоих импульсов. Напомним еще, что сравнение цандеровских и спиральных траекторий имеет смысл лишь для полетов к внешним орбитам (см. § 7). Именно эти характерные особенности спиральных парусных перелетов отмечает В.И. Левантовский. Обсуждая вопрос о применении импульса скорости при выходе на спираль, он справедливо замечает, что "весьма соизнательно, может ли аппарат с солнечным парусом, стартовавший с околоземной орбиты, выйти на границу сферы действия Земли со скоростью 4,4 км/с. Эту скорость скорее всего придется добавить с помощью химического двигателя, но тогда уже проще добавить эту скорость в нужном направлении и достичь Марса за гораздо более короткое время" [В. 16, с. 347]. Таким образом, область применения траекторий обоих описанных типов в практическом отношении весьма ограничена и, чтобы до предела использовать энергетику солнечного паруса, необходимо искать другие типы траекторий (о чем пойдет речь в § 9).

Характеризуя исследования в области парусных движений по коническим сечениям, необходимо отметить уже упомянутую выше работу И.И. Меркулова [1.30], в которой рассмотрен гипотетический случай движения при помощи паруса вдоль по лучу света. Как указывалось в § 5, такое движение возможно как предельный случай "выброса" (см. рис. 5) при нулевой начальной гелиоцентрической скорости или как предельный случай движения по асимптоте внешней ветви гиперболы при произвольной начальной скорости. В любом из этих случаев скорость точки сначала возрастает, а затем асимптотически стремится к константе. Именно для варианта прямолинейного "выброса" объекта, покидающего Солнечную систему под действием сил лучевого давления, в [1.30] предлагается удачная аналогия формулы для скорости движения

по лучу со знаменитой формулой К.Э. Циолковского для скорости ракеты. Роль числа Циолковского в данной задаче играет величина $Z = m_{\text{п}}/m_{\text{гр}}$ – отношение массы солнечного паруса к массе груза, т.е. ко всей остальной массе аппарата. Эта величина легко вводится в интеграл энергии типа (5.11) с учетом того, что световое давление пропорционально поверхности паруса A , легко выражаемой через его массу $m_{\text{п}}$.

Действительно, интеграл энергии точки в фотогравитационном поле, записанный в форме, выражающей закон сохранения удвоенной полной энергии орбитальной энергии единичной массы всей конструкции ($m_{\text{к}} = m_{\text{п}} + m_{\text{гр}}$) принимает вид

$$v^2 - \frac{2fM_{\text{с}}}{r} \left(1 - K \frac{Z}{1+Z} \right) = \tilde{h} = \text{const.}$$

Здесь K – физическая константа, содержащая Z – "парусное" число Циолковского, выражение в скобках определяет редукцию местной параболической скорости в фотогравитационном поле и с точки зрения цандеровской теории "β-паруса" (см. § 5) удовлетворяет равенству $\beta = K \frac{Z}{1+Z}$. Интеграл энергии, выраженный

через Z , позволяет получить формулу Циолковского для скорости прямолинейного ухода ($\beta \geq 1/2$), а также определить равновесное значение Z^* , соответствующее $\beta = 1$, т.е. равновесию сил тяготения и светового отталкивания. При $Z = Z^*$ точка остается в относительном покое или движется равномерно по инерции в бессиловом пространстве. (Преобладание силы светового давления над тяготением означает $\beta > 1$.)

Мы рассмотрели общие черты, а также принципиальные геометрические и энергетические отличия сравниваемых цандеровских и спиральных траекторий. Обсуждать спиральные траектории и пути их "усовершенствования" мы будем еще неоднократно, рассматривая вариационные теории спиральных движений с солнечным парусом. Что же касается собственно цандеровских траекторий, то для далеких межпланетных перелетов они кажутся пока мало-перспективными, более вероятно полезность применения нормальной ориентации паруса для создания семейств гелиоцентрических траекторий с удаляющимися от Солнца афелием. Именно в такой постановке цандеровская задача достаточно часто встречается в современных научных публикациях, посвященных орбитальным маневрам (см. § 17).

По поводу сравнения энергетики паруса и энергетики реактивного двигателя заметим, что, по утверждению К. Эрике, "использование давления солнечного излучения является, по существу,

идеальной формой реактивного движения, так как оно не требует расхода массы космического аппарата и, следовательно, соответствует бесконечному удельному импульсу" [1.7].

§ 9. Вариационные задачи оптимизации спиральных гелиоцентрических траекторий

Когда в 60-х годах удалось доказать, что при определенной программе изменения угла установки солнечного паруса можно осуществить перелет между орбитами планет не по пролетной спиральной траектории, а по траектории с наперед заданными краевыми условиями, было положено начало решению вариационных задач о парусных перелетах. Напомним, что выполнение крайних условий по скоростям означает, что скорость аппарата с солнечным парусом в начале и в конце траектории и по величине, и по направлению совпадает с соответствующими скоростями орбитальных круговых движений планет. Это направление динамики космического полета с солнечным парусом следует и на сегодняшний день считать наиболее перспективным, так как из всех траекторий, удовлетворяющих крайним условиям, наилучшими естественно считать траектории с наименьшим временем перелета (как наиболее эффективные в практическом отношении).

В вариационных парусных задачах оптимизации угол установки солнечного паруса $\theta(t)$ является единственной управляющей функцией, а начальное ускорение аппарата a_0 под действием сил светового давления при нормальной ориентации паруса к лучам — постоянным параметром, однозначно связанным с парусностью аппарата, т.е. с полезной нагрузкой, и характеризующим возможности управления парусом. Тогда задача оптимизации сводится к отысканию такого закона управления парусом (управления положением нормали), который обеспечивал бы минимум времени $T_{\min}$ при заданном ускорении a_0 . После решения задачи быстрогодействия можно получить решение более важной в техническом отношении задачи об отыскании величины $a_{0\min}$, однозначно связанной с парусностью и необходимой для реализации заданного времени перелета. Впервые решения вариационной парусной задачи в смысле минимума времени перелета $T_{\min}$ при заданном ускорении a_0 получили для вариантов перелетов Земля — Марс Х. Кэлли [1.34] в 1960 г., Дж. Кэвотти [1.35] в 1962 г., а для всех планет Солнечной системы — А.Н. Жуков и В.Н. Лебедев [1.36] в 1964 г.

Как уже указывалось в § 8, сравнение спиральных траекторий с импульсными позволило в свое время сделать вывод об относительной энергетической невыгодности логарифмических спиральных траекторий, поскольку характеристические скорости, требуемые для выравнивания скоростей аппарата и планеты назначения,

оказываются для спирали больше, чем для импульсных траекторий.

Из работ Т.С. Цзу [1.13] и Г.Лондона [1.17] с очевидностью следует, что для перелета между орбитами Земли и Марса по логарифмической спиральной траектории при помощи солнечного паруса, развивающего ускорение $0,1 \text{ см/с}^2$, необходимо создать в начале движения приращение скорости $4,5 \text{ км/с}$, а в конце траектории — приращение $3,6 \text{ км/с}$, что дает в сумме $8,1 \text{ км/с}$. При этом продолжительность перелета равна примерно 260 сут. Приблизительно такое же время перелета получается и при двухимпульсном касательном перелете между орбитами Земли и Марса, однако в этом случае сумма двух приращений скорости оказывается существенно меньше — всего $5,7 \text{ км/с}$ ($2,95 \text{ км/с} + 2,75 \text{ км/с}$). Именно поэтому имеет смысл поставить задачу о поиске принципиально новой траектории парусного перелета, вообще не требующей добавочных импульсов, а сразу обеспечивающей нужные направления и величины скоростей аппарата, а также минимизирующей функционал, характеризующий временные или энергетические затраты.

В основу исследований и поисков такой траектории легла базовая задача об определении зависимости угла установки паруса от времени $\theta(t)$, обеспечивающей минимум времени перелета между круговыми компланарными орбитами без фиксирования угловых орбитальных переменных. В работе А.Н. Жукова и В.Н. Лебедева [1.36] такая задача решалась с использованием принципа максимума Понтрягина [1.37], что позволило свести ее к краевой задаче для системы дифференциальных уравнений восьмого порядка. Для поиска оптимальной траектории использовалась система уравнений движения аппарата (7.24), записанная в безразмерных переменных:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= v_r, & \dot{v}_r &= \frac{v_\varphi^2}{r} + \frac{a_0 \cos^3 \theta - 1}{r^2}, \\ \dot{\varphi} &= \frac{v_\varphi}{r}, & \dot{v}_\varphi &= -\frac{v_r v_\varphi}{r} + \frac{a_0 \sin \theta \cos^2 \theta}{r^2}. \end{aligned} \quad (9.1)$$

Оптимальный закон управления парусом $\theta(t)$ должен обеспечить переход из точки $(r_0 = 1, v_r = 0, v_\varphi = 1)$ в точку $(r = r_1, v_r = 0, v_\varphi = 1/\sqrt{r_1})$ за минимальное время. Эти граничные условия и соответствуют касанию искомой траектории орбит планет старта и назначения, а также выражают тот факт, что скорость аппарата в граничных точках равна местной круговой. Угловая дальность полета за время перелета не фиксируется, т.е. угол поворота гелиоцентрического радиус-вектора аппарата за время маневра может быть любым.

Следуя принципу максимума, системе исходных уравнений (9.1) следует поставить в соответствие сопряженную ей систему уравнений для вспомогательных переменных p . Для составления этой системы используются формулы

$$\dot{p}_r = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial r}, \quad \dot{p}_{v_r} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial v_r}, \quad \dot{p}_\varphi = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \varphi}, \quad \dot{p}_{v_\varphi} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial v_\varphi}, \quad (9.2)$$

где $\mathcal{H}$ — функция Понтрягина. В соответствии с принципом максимума Понтрягина [1.37] искомый закон оптимального управления углом установки паруса $\theta(t)$ должен доставлять абсолютный максимум функции Понтрягина для задачи быстрогодействия, в данном случае имеющей вид

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & p_{v_r} \left(\frac{v_\varphi^2}{r} + \frac{a_0 \cos^3 \theta - 1}{r^2} \right) + \\ & + p_{v_\varphi} \left(-\frac{v_r v_\varphi}{r} + \frac{a_0 \sin \theta \cos^2 \theta}{r^2} \right) + p_r v_r + p_\varphi \frac{v_\varphi}{r}. \end{aligned} \quad (9.3)$$

С помощью (9.3) составляем сопряженную систему для вспомогательных переменных p :

$$\begin{aligned} \dot{p}_{v_r} &= -\frac{p_{v_\varphi} v_\varphi}{r} \quad p_r, \quad \dot{p}_\varphi = 0, \\ \dot{p}_{v_\varphi} &= -\frac{2p_{v_r} v_\varphi}{r} + \frac{p_{v_\varphi} v_r}{r}, \\ \dot{p}_r &= \frac{p_{v_r} v_\varphi^2}{r^2} - \frac{2p_{v_r}}{r^3} + \frac{2a_0 p_{v_r} \cos^3 \theta}{r^3} - \\ & - \frac{p_{v_\varphi} v_r v_\varphi}{r^2} + \frac{2a_0 p_{v_\varphi} \sin \theta \cos^2 \theta}{r^3}. \end{aligned} \quad (9.4)$$

При этом в конечной точке выполняется условие transversальности $p_\varphi(T) = 0$, где T — полное время перелета ($T = T_{\min}$), угол φ не задан. Равенство нулю переменной p_φ очевидно и из уравнения $\dot{p}_\varphi = 0$, откуда $p_\varphi = \text{const} \equiv 0$.

На основании принципа максимума в работе [1.36] было установлено, что оптимальная программа управления в рассматриваемой задаче быстрогодействия подчиняется закону

$$\text{tg } \theta = \frac{(\pm \sqrt{9p_r^2 + 8p_{v_\varphi}^2} - 3p_{v_r})}{4p_{v_\varphi}}. \quad (9.5)$$

В этом законе следует выбрать знак $+$, т.е. определить угол θ однозначно на интервале $[-\pi/2, +\pi/2]$, так как сила светового давления всегда направлена от Солнца.

Подставив (9.5) в уравнения (9.1) и (9.4), получаем систему семи дифференциальных уравнений, правые части которой являются однородными функциями вспомогательных переменных p . Итак, требуется найти решение этой системы для граничных условий

$$\begin{aligned} t=0, \quad v_r=0, \quad v_\varphi=1, \quad r=1, \quad \varphi=0, \quad p_{v_\varphi}=\pm 1, \\ t=t_1, \quad v_r=0, \quad v_\varphi=1/\sqrt{r_1}, \quad r=r_1 \quad (t_1 \text{ -- не фиксировано}), \end{aligned} \quad (9.6)$$

т.е. вариационная проблема отыскания траектории наискорейшего перелета свелась к краевой задаче для системы семи уравнений. В [1.36] решение краевой задачи выполнялось посредством метода Ньютона, что позволило свести ее к многократному численному решению (численному интегрированию) задачи Коши при указанных граничных условиях (9.6), означающих, что

$$\begin{aligned} p_{v_\varphi} &= +1 & \text{при} & \quad r_1 > r_0 & \text{(перелет к орбите Марса),} \\ p_{v_\varphi} &= -1 & \text{при} & \quad r_1 < r_0 & \text{(перелет к орбите Венеры).} \end{aligned}$$

Графическая иллюстрация выведенного в [1.36] закона управления приведена на рис. 20. Здесь построены кривые $\theta(t/T)$, где t/T — относительное время перелета, а T — полное время перелета. Значения T для тягового парусного ускорения в начальной точке $a_0 = 0,2 \text{ см/с}^2$ оказались равными [1.36]: для Венеры — 164 сут и для

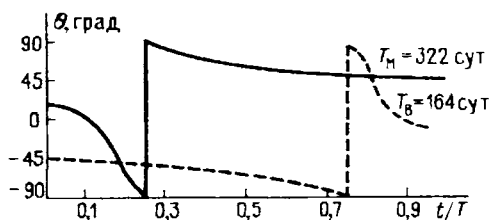


Рис. 20

Марса — 322 сут (см. также табл. 3 и 4, приведенные ниже). Кривые $\theta(t/T)$ для перелетов между орбитами Земли и указанных планет строились для паруса, зеркального с одной стороны ($\theta \in [-\pi/2, +\pi/2]$); сплошная кривая — перелет к орбите Марса, штриховая — к орбите Венеры. Вертикальные линии соответствуют повороту нормали на 180° , однако для паруса, зеркального с обеих сторон, эти кривые — без изломов.

Сравнение времени перелета между планетными орбитами в зависимости от величин начальных ускорений a_0 на примере перелета

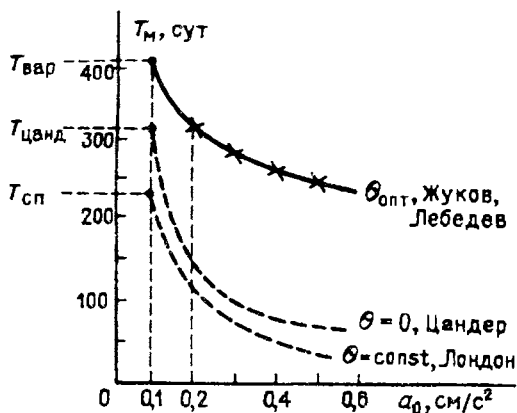


Рис. 21

к орбите Марса выполнено на графике T_M на рис. 21 [В.24, с. 418]. Здесь кривая $\theta_{\text{опт}}$ соответствует точному решению вариационной задачи из [1.36], причем крестики на кривой соответствуют числам, приведенным нами в табл. 3 [1.36]. Кривая $\theta = 0$ означает цандеровский эллиптический перелет при постоянной нормальной

ориентации паруса, кривая $\theta = \text{const}$ соответствует логарифмической спирали (Цзу, Лондон, см. § 7) с постоянным углом установки $\theta = -35,26^\circ$ [1.17]. Сравнение кривых показывает сильное влияние граничных условий по скорости на длительность перелетов.

Сравнение длительности оптимальных парусных перелетов с длительностями перелетов других типов (импульсных и цандеровских) предлагается в табл. 4, в которой в строках 1–2 и 6–7 приведены значения $T_{\text{опт}}$ [лет или сут] при двух значениях ускорения a_0 в случае перелетов к шести большим планетам Солнечной системы. В строке 3 табл. 4 приведены единственные возможные значения ускорений $a_{0,\text{цанд}}$ из табл. 2, при которых обеспечен касательный цандеровский перелет к указанным орбитам. Кроме того, в строках 4–5 табл. 4 приводятся значения полупериодов $T_{\text{цанд}}/2$ для принятых ускорений a_0 , а также "классические" значения полупериодов тех касательных импульсных перелетов $T_{\text{имп}}/2$, которые, как говорилось в § 8, геометрически тождественны цандеровским эллипсам.

Итак, сравнение вариационных, спиральных и цандеровских траекторий (предлагаемое в табл. 4 и графически — на рис. 21) по времени перелетов к планетным орбитам показывает, что выполнение граничных условий по скоростям необходимо влечет за собой увеличение времени перелета. Действительно, "дешевый"

Таблица 3

$a_0, \text{см/с}^2$	0,1 ($\approx 10^{-4}g$)	0,2	0,3	0,4	0,5
$T_{\text{Мопт}}, \text{сут}$	405	322	286	264	248

Т а б л и ц а 4

Номер по порядку	Физическая величина	Венера	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун
1	$T_{\text{опт. лет}}$	0,45	0,89	6,6	17	49	96
2	$T_{\text{опт. сут}}$	164	322				
3	a_0 а. е., см/с ²	—	0,107	0,251	0,278	0,294	0,299
4	$\frac{1}{2} T_{\text{панд. лет}}$	—	0,78	3,54	8,16	22,16	42,67
5	$\frac{1}{2} T_{\text{имп. лет}}$	—	0,71	2,73	6,06	16,07	30,67
6	$T_{\text{опт. лет}}$	0,57	1,12	8,3	21	62	121
7	$T_{\text{опт. сут}}$	207	405				

безимпульсный перелет уступает по "быстродействию" даже кан-деровскому эллиптическому перелету.

Если кратко охарактеризовать методы исследования парусных перелетов, то следует отметить, что вариационный метод, примененный для решения краевой задачи в [1.36], не является единственным. Так, в те же годы Х. Кэлли [1.34] решил аналогичную парусную задачу, применив специальный градиентный метод в пространстве управлений, называемый обычно *методом наискорейшего спуска* и имеющий ряд преимуществ при решении краевой двухточечной задачи численным методом. Иллюстрацией метода градиентного спуска в пространстве управлений как раз и служит предлагаемый в [1.34] расчет задачи о перелете с солнечным парусом к орбите Марса. Вариационная проблема максимального быстродействия при выполнении заданных конечных условий состоит здесь, как и в [1.36], в определении оптимальной программы управления $\theta(t)$, обеспечивающей минимальное время перелета $T_{\min}$ между круговыми орбитами. Уравнения и граничные условия выглядят так (углы θ берутся только положительными, переменные взяты в безразмерном виде):

$$\begin{aligned} \dot{r} &= v_r, & r(0) &= 1, \quad r(T) = r_1, \\ \dot{v}_r &= \frac{a_0}{r^2} |\cos^3 \theta| + \frac{v_\varphi^2}{r} - \frac{1}{r^2}, & v_r(0) &= 0, \quad v_r(T) = 0, \\ \dot{v}_\varphi &= \frac{a_0}{r^2} \sin \theta \cos^2 \theta - \frac{v_r v_\varphi}{r}, & v_\varphi(0) &= 1, \quad v_\varphi(T) = \frac{1}{\sqrt{r_1}}. \end{aligned}$$

Угловое перемещение φ не задано (метод удовлетворения краевых условий изложен в [В.24, гл. 18, § 2]).

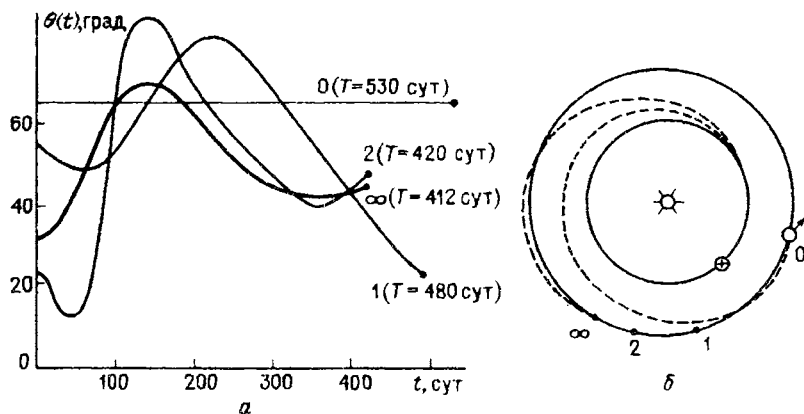


Рис. 22

Т а б л и ц а 5

Номер по порядку	Автор	T, сут	
		I ($a_0 = 0,1 \text{ см/с}^2$)	II ($a_0 = 0,2 \text{ см/с}^2$)
1	Т. Цзу (логарифмическая спираль)	250	118
2	Г. Лондон (логарифмическая спираль)	247	
3	Х. Кэлли (градиент)	412,5	
4	Х. Кэлли (уравнения Эйлера)	412,5	
5	А.Н. Жуков, В.Н. Лебедев (вариационный метод)	405	322
6	Т. Джаяраман	445,5	355,4

Расчет, выполненный в [1.34] для $r_1 = 1,52$, $a_0 = 0,1 \text{ см/с}^2$ (перелет к Марсу), проиллюстрирован графически на рис. 22, а. Здесь представлены программы изменения угла $\theta(t)$, соответствующие нулевому (0), первому (1), второму (2) шагам итерационного процесса, а также окончательному (∞) решению задачи по методу градиентного спуска в пространстве управлений. Характер соответствующих траекторий перелетов к круговой орбите Марса показан на рис. 22, б. Кривые 0 и ∞ пересекают орбиту Марса незадолго до ее достижения в точке, где выполнится условие по скорости. Точками 0, 1, 2, ∞ на орбите Марса обозначены финальные точки всех четырех траекторий, причем траектории 1 и 2, не изображенные на рисунке располагаются между траекторией 0 и орбитой Марса, не пересекая их.

Применение современных вариационных методов к проблеме парусных перелетов между орбитами планет мы находим также у Т. Джаярамана [1.38], использовавшего метод присоединенного градиентного алгоритма, дающий лучшую сходимость к оптимальному решению, нежели градиентные методы. Сравнение результатов [1.36] для полета к орбите Марса с результатами нескольких упомянутых выше исследований приведено в табл. 5. Действительно, если А.Н. Жуков и В.Н. Лебедев установили, что времена перелета к орбите Марса для двух значений a_0 из табл. 5 составляют 405 и 322 дня соответственно, то более точный вариационный метод, примененный в [1.38], дает (после 50 итераций) несколько большие значения — 445 и 355 дней соответственно. Эти данные сравниваются и с результатом Х. Кэлли для меньшего числа итераций [1.34], причем расчеты с применением двух различных мето-

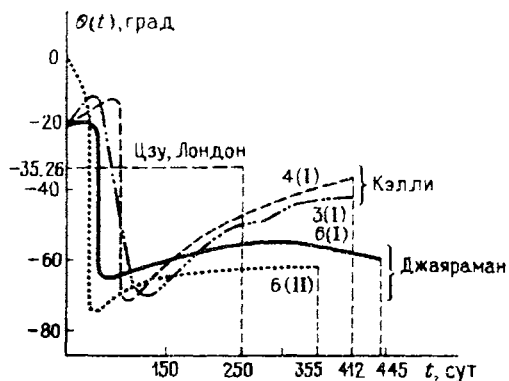


Рис. 23

дов дали в [1.34] одинаковый результат: 412,5 суток. Значения времен перелетов по логарифмическим спиральям (Цзу, Лондон) приведены для наглядности.

Графики углов установки $\theta(t)$ солнечного паруса в оптимальных и неоптимальных случаях из табл. 5 изображены на рис. 23. Не считая горизонтальной штриховой прямой, вы-

ражающей постоянное значение угла установки при движении по логарифмической спирали (Цзу, Лондон), все оптимальные схемы управления парусом по своему характеру похожи друг на друга. Цифры около кривых соответствуют строкам (фамилия исследователя) и столбцам (значение ускорения a_0) в табл. 5. Изобразим схематично эту примерную программу управления парусом для перелета к орбите Марса, учитывая, что угол θ изменяется в области отрицательных значений (рис. 24). Как следует из рис. 13, $\theta < 0$ означает, что отсчет от направления радиус-вектора к направлению силы тяги производится против часовой стрелки. Таким образом, в нашем случае вектор тяги T на рис. 24 все время как бы идет впереди радиус-вектора r . В начале движения тяга T остается некоторое время близкой к r , а затем поворачивается, и на большей части времени полета к орбите Марса радиус-вектор r располагается впереди.

Развитие теории вариационных парусных траекторий мы находим далее в работе К.Г. Валеева [1.39], исследовавшего локально-оптимальное управление углом установки паруса в задаче о покидании Солнечной системы, т.е. о выходе из гравитационного поля Солнца. На рис. 25 показаны положения паруса в оптимальной ориентации, обеспечивающие наибольшее приращение эксцентриситета исходной орбиты $e_0 = 0,5$ за один гелиоцентрический оборот. Угол установки паруса выбирался из условия максимума скорости $\dot{e}$ изменения эксцентриситета оскулирующей орбиты в каждый момент времени. При $e = 1$ аппарат покидает Солнечную систему по параболической траектории. В работе И.И. Нарожного [1.40] исследовалась оптимизация движения аппарата с комбинированной тяговой системой, состоящей из солнечного паруса и добавочного реактивного двигателя малой тяги (рассматривается плоский межорбитальный перелет к Марсу). Кроме того, в работе В.В. Маланина, С.Е. Мительмана [1.27] рассмотрена проблема оптимального

перехода между компланарными орбитами при малых углах установки $\theta(r)$, когда система (9.1) принимает вид

$$\dot{r} = v_r, \quad \dot{\varphi} = \frac{v_\varphi}{r}, \quad \dot{v}_r = \frac{v_\varphi^2}{r} + \frac{a_0}{r^2} - \frac{1}{r^2}, \quad \dot{v}_\varphi = -\frac{v_r v_\varphi}{r} + \frac{a_0 \theta}{r^2}.$$

Эта система интегрируется в [1.27] приближенно с помощью соотношений для спирали с постоянным углом установки $\theta = \text{const}$.

В разное время теория вариационных траекторий перелетов с солнечным парусом обсуждалась также в обзорных статьях

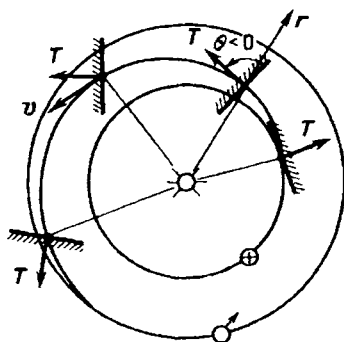


Рис. 24

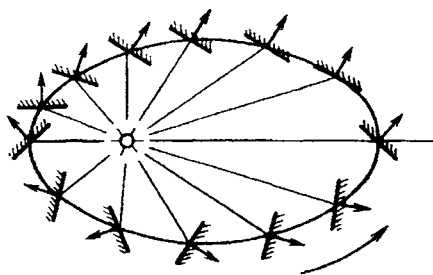


Рис. 25

В.И. Левантовского [1.41], А. Тангея [1.15], Д.Я. Зильмановича [1.42], а также в книгах В.И. Левантовского [В.16] и Г.Л. Гродзовского и др. [В.24]. В работе Г.Г. Полякова [1.43] была охарактеризована плоская задача о движении космического парусника с переменной площадью паруса и одновременно с переменным углом установки: описываются различные частные задания фиксированного направления скорости или ускорения, которые могут понадобиться на отдельных участках управляемого полета с солнечным парусом, и устанавливается, какой закон изменения площади паруса может их обеспечить.

Существенное развитие теория построения оптимальных траекторий получила затем в работах К. Зауера [1.44], который произвел расчеты оптимальных парусных перелетов к Марсу, Венере и Меркурию и предложил траекторию облета астероида Эрос с последующим возвращением на Землю. Утверждая, что ускорения $a_0 = 0,05 \div 0,2 \text{ см/с}^2$ находятся на уровне современных технических возможностей, он вычислил, что при $a_0 = 0,1 \text{ см/с}^2$ космический аппарат с солнечным парусом может доставить к Венере за 270 суток полезный груз весом 6,8 т, а за 200 суток — груз весом в 1,8 т. Сам парус представляет собой квадрат $800 \times 800 \text{ м}$, весящий око-

ло 5 т. С помощью этого паруса проектируется доставить к орбите Марса груз 5 – 7,5 т за 500 – 700 суток и доставить обратно около 200 кг марсианского грунта.

Приближенное аналитическое решение задачи об оптимальном в смысле быстродействия перелете с солнечным парусом, впервые учитывающее некомпланарность и эллиптичность планетных орбит, построили А.Ю. Коган и В.А. Котин [1.45]. Аналитическое решение краевой задачи им удалось получить благодаря использованию того факта, что оптимальное решение вариационной задачи близко к логарифмической спирали. Сравнение с результатами точных расчетов показало близкое совпадение результатов. Это позволяет использовать полученное аналитическое решение краевой задачи не только в качестве начального приближения для решения точной задачи, но и для получения оперативных приближенных оценок при прогнозировании траекторий.

§ 10. Пространственная задача

о квазикруговом спиральном межпланетном перелете

Выше рассматривались спиральные траектории межпланетных перелетов с солнечным парусом (логарифмические или вариационные) строго в плоскости эклиптики. Лишь в этом случае вектор силы тяги паруса целиком располагается в плоскости орбиты, а плоскость самого паруса перпендикулярна к орбитальной. Развитие теории парусных перелетов шло, с одной стороны, по линии повышения точности спиральных решений, а с другой – по линии разработки пространственного варианта гелиоцентрических спиралей, отклоняющихся от плоскости эклиптики под действием отличной от нуля компоненты силы тяги паруса, перпендикулярной плоскости первоначальной орбиты. Для вывода уравнений про-

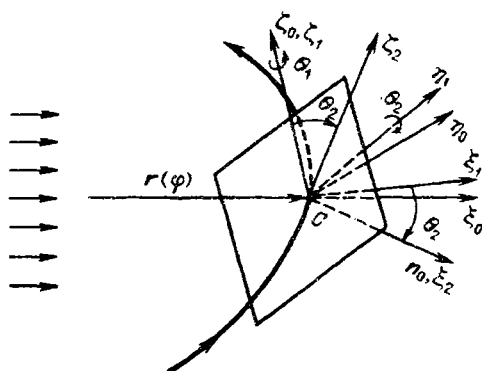


Рис. 26

странственного движения под действием силы тяги солнечного паруса необходимо знать углы ориентации нормали к теневой стороне паруса, вдоль по направлению которой находится, как мы предполагаем, вектор силы тяги. Введем так называемую орбитальную систему ортогональных осей, помещенную в центр масс

нашего космического аппарата C , и направим ось $C\xi_0$ по радиус-вектору, ось $C\eta_0$ — по трансверсали в плоскости орбиты, ось $C\xi_0$ — по нормали к плоскости орбиты (рис. 26). Как легко убедиться, пространственная ориентация нормали n^0 в предлагаемой системе определится поворотом на угол θ_1 в плоскости орбиты и поворотом на угол θ_2 перпендикулярно к плоскости орбиты. Поворот на угол θ_1 означает, что система $C\xi_0 \eta_0 \xi_0$ поворачивается вокруг оси $C\xi_0$ и переходит в положение $C\xi_1 \eta_1 \xi_1$, в котором оси $C\xi_1$ и $C\eta_1$ располагаются в плоскости орбиты. Поворот на угол θ_2 означает, что система $C\xi_1 \eta_1 \xi_1$ затем поворачивается вокруг оси $C\eta_1$ и переходит в положение $C\xi_2 \eta_2 \xi_2$, причем ось $C\xi_2$, с которой мы связываем направление нормали n^0 , покидает плоскость орбиты. Теперь можно записать направляющие косинусы нормали в системе $C\xi_0 \eta_0 \xi_0$ в виде

$$n^0 \{n_{\xi}^0, n_{\eta}^0, n_{\xi}^0\} = n^0 \{\cos \theta_1 \cos \theta_2, \sin \theta_1 \cos \theta_2, -\sin \theta_2\}. \quad (10.1)$$

В плоской задаче нормаль не выходит из плоскости орбиты, т.е. $\theta_2 = 0$, а угол θ_1 совпадает с углом установки θ , которым мы пользовались в плоской задаче в § 7.

Пусть на солнечный парус площадью A и массой m , находящийся первоначально на орбите Земли в нормальной к потоку лучей ориентации (см. формулы (3.3'), (4.2')), действует сила давления

$$F_N = P_3^{\text{зврк}} A = 2(S_3/c) A, \quad (10.2)$$

создающая нашему аппарату на орбите Земли тяговое парусное ускорение

$$a_0 = 2 \frac{S_3}{c} \frac{A}{m} = 9,28 \cdot 10^{-6} \frac{A}{m} \frac{\text{см}}{\text{с}^2}. \quad (10.2')$$

Отношение силы светового давления (10.2) к силе солнечного тяготения, действующей на аппарат, или, что то же самое, отношение тягового парусного ускорения (10.2') к гравитационному солнечному ускорению на орбите Земли, составляет некоторую величину

$$\kappa = \frac{2S_3}{c} \frac{A}{m} \frac{r_3^2}{fM_C}. \quad (10.3)$$

Зная, что солнечное ускорение на орбите Земли $0,6 \text{ см/с}^2$ и задавая парусность аппарата, например, $A/m = 10^3 \text{ см}^2/\text{г}$, получим $\kappa = 0,16$. Следовательно, для небольших значений парусности величину κ можно считать некоторым малым параметром, что позволяет применять соответствующие методы решения уравнений движения в пространственной задаче. Для оценки величины малого параметра могут служить формулы

$$\kappa = \begin{cases} 1,57 \cdot 10^{-4} A/m, & \text{где } A/m \text{ выражено в см}^2/\text{г}; \\ 1,57 \cdot 10^{-3} A/m, & \text{где } A/m \text{ выражено в м}^2/\text{кг}. \end{cases} \quad (10.3')$$

Займемся теперь составлением выражений для компонентов силы тяги паруса $F = F\{F_\xi, F_\eta, F_\zeta\}$ по осям орбитальной системы $C\xi_0\eta_0\zeta_0$, учитывая, что на произвольном расстоянии r от Солнца сила светового давления на парус с заданным с помощью (10.1) направлением нормали n^0 создает ускорение

$$\frac{F}{m} = 2 \frac{S_3}{c} \frac{A}{m} \left(\frac{r_3}{r} \right)^2 n^0 = a_0 \left(\frac{r_3}{r} \right)^2 n^0. \quad (10.4)$$

Компоненты этого тягового ускорения по осям орбитальной системы $C\xi_0\eta_0\zeta_0$ мы обозначим через S, T, W (рис. 27), используя традиционные небесно-механические обозначения для компонент возмущающего ускорения по осям орбитальной системы. С помощью направляющих косинусов (10.1) и формулы (10.3) для малого параметра эти компоненты ускорения из (10.4) могут быть приведены к виду ($n_\xi^0 \equiv S^*, n_\eta^0 \equiv T^*, n_\zeta^0 \equiv W^*$):

$$\begin{aligned} S &= a_0 \left(\frac{r_3}{r} \right)^2 n_\xi^0 = \frac{fM_C}{r^2} \kappa \cos \theta_1 \cos \theta_2 = \frac{fM_C}{r^2} \kappa S^*, \\ T &= a_0 \left(\frac{r_3}{r} \right)^2 n_\eta^0 = \frac{fM_C}{r^2} \kappa \sin \theta_1 \cos \theta_2 = \frac{fM_C}{r^2} \kappa T^*, \\ W &= a_0 \left(\frac{r_3}{r} \right)^2 n_\zeta^0 = -\frac{fM_C}{r^2} \kappa \sin \theta_2 = \frac{fM_C}{r^2} \kappa W^*. \end{aligned} \quad (10.5)$$

В данной пространственной задаче динамики космического полета целесообразно использовать систему смешанных переменных: часть переменных — полярные координаты в плоскости орбиты, другие — оскулирующие переменные (оскулирующие орбитальные элементы). Рассмотрим невращающуюся систему осей, помещенную в центр масс Солнца и имеющую плоскость эклиптики XOY в качестве опорной плоскости; ось X направлена в точку весеннего

равноденствия. Пусть орбита нашего космического аппарата ориентирована под оскулирующим углом i к плоскости эклиптики, а долгота оскулирующего восходящего узла отсчитывается от точки весеннего равноденствия и обозначена буквой Ω . Пусть ν^* — оскулирующая истинная аномалия аппарата, отсчитываемая от оскулирующего пе-

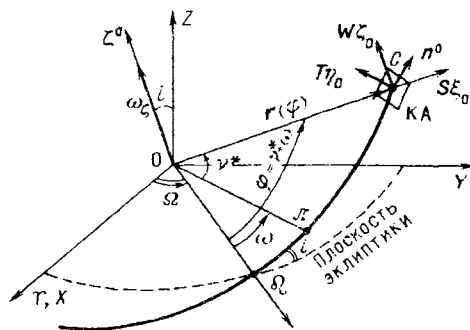


Рис. 27

ригелия π ; угол ω — угловое расстояние перигелия π от оскулирующего узла, угол $\varphi = \nu^* + \omega$ — оскулирующий аргумент широты, ν — истинная аномалия в невозмущенном движении.

Приняв радиус-вектор аппарата r и его истинную аномалию ν за полярные координаты, характеризующие движение в плоскости орбиты, запишем соответствующие уравнения движения

$$\ddot{r} - r\dot{\nu}^2 = -\frac{fM_C}{r^2} + S, \quad r\ddot{\nu} + 2\dot{r}\dot{\nu} = T, \quad (10.6)$$

имея при этом в виду, что орбитальный кинетический момент определяется соотношением

$$r^2 \dot{\nu} = \sqrt{fM_C p}, \quad (10.7)$$

где $p = a(1 - e^2)$ — фокальный параметр орбиты.

Для составления третьего уравнения движения в проекции на перпендикуляр к плоскости орбиты установим, с какой угловой скоростью $\vec{\omega}$ наша подвижная орбитальная система осей $C\xi_0\eta_0\zeta_0$ вращается относительно неподвижной точки O — начала инерциальной системы, — совпадающей с Солнцем. Перенесем систему $C\xi_0\eta_0\zeta_0$ параллельным переносом в точку O и рассмотрим нерегулярную прецессию: угол φ — угол собственного вращения, Ω — угол прецессии, i — угол нутации (пересечение орбитальной плоскости с плоскостью эклиптики происходит по линии узлов). В соответствии с кинематическими формулами Эйлера проекции мгновенной угловой скорости поворота подвижной системы $\vec{\omega}$ на подвижные оси этой же системы таковы (см. рис. 27):

$$\begin{pmatrix} \omega_{\xi} \\ \omega_{\eta} \\ \omega_{\zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d\Omega}{dt} \sin \varphi \sin i + \frac{di}{dt} \cos \varphi \\ \frac{d\Omega}{dt} \cos \varphi \sin i - \frac{di}{dt} \sin \varphi \\ \frac{d\nu}{dt} = \frac{d\Omega}{dt} \cos i + \frac{d\varphi}{dt} \end{pmatrix} \quad (10.8)$$

Вектор угловой скорости нутации $\vec{\omega}_{\zeta} = \vec{\nu}$, направленный перпендикулярно орбитальной плоскости, изображен на рис. 27.

При определении вектора абсолютной скорости аппарата $v\{v_{\xi}, v_{\eta}, v_{\zeta}\}$ следует иметь в виду, что этот вектор не должен содержать компоненты, перпендикулярной плоскости орбиты (по определению оскулирующей орбиты):

$$v_{\zeta} = v_{\zeta}^0 \equiv 0. \quad (10.9)$$

Запишем абсолютную скорость точки на расстоянии r от Солнца в

виде суммы переносной и относительной скоростей

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_e + \mathbf{v}_r = \mathbf{v}_O + \vec{\omega} \times \mathbf{r} + \mathbf{v}_r, \quad (10.10)$$

где каждый вектор скорости имеет следующие проекции:

$$\mathbf{v}_O = 0, \quad \mathbf{v}_r = v_r \{\dot{r}, 0, 0\},$$

$$\vec{\omega} \times \mathbf{r} = \begin{vmatrix} \vec{\xi}^0 & \vec{\eta}^0 & \vec{\zeta}^0 \\ \omega_{\xi} & \omega_{\eta} & \omega_{\zeta} \\ r & 0 & 0 \end{vmatrix} = \{0, \omega_{\zeta} r, -\omega_{\eta} r\}.$$

Окончательно находим проекции абсолютной скорости (10.10) на оси орбитальной системы:

$$\mathbf{v} = v \{v_{\xi}, v_{\eta}, v_{\zeta}\} = v \{\dot{r}, \omega_{\zeta} r, -\omega_{\eta} r\}.$$

Сопоставив проекцию $v_{\zeta} = -\omega_{\eta} r$ с условием оскуляции (10.9), заключаем, что $\omega_{\eta} \equiv 0$, т.е. вектор угловой скорости вращения орбитальной системы около точки O не выходит из плоскости $(\vec{\xi}_0, \vec{\zeta}_0)$. При этом $\dot{\omega}_{\eta} \equiv 0$.

Абсолютное ускорение космического аппарата подчиняется теореме Кориолиса

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_e + \mathbf{w}_r + 2\vec{\omega} \times \mathbf{v}_r, \quad (10.11)$$

где переносное, относительное и кориолисово ускорения определяются соотношениями

$$\mathbf{w}_e = \mathbf{w}_O + \vec{\omega} \times \mathbf{r} + \dot{\vec{\omega}} \times \mathbf{r} + \vec{\omega} \times \mathbf{v}_e = \vec{\omega} \times \mathbf{r} + \dot{\vec{\omega}} \times \mathbf{r} =$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{\xi}^0 & \vec{\eta}^0 & \vec{\zeta}^0 \\ \dot{\omega}_{\xi} & \dot{\omega}_{\eta} & \dot{\omega}_{\zeta} \\ r & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{\xi}^0 & \vec{\eta}^0 & \vec{\zeta}^0 \\ \omega_{\xi} & 0 & \omega_{\zeta} \\ 0 & \omega_{\zeta} r & -\omega_{\eta} r \end{vmatrix},$$

$$\mathbf{w}_r = \mathbf{w}_r \{\ddot{r}, 0, 0\}, \quad (10.12)$$

$$2\vec{\omega} \times \mathbf{v}_r = 2 \begin{vmatrix} \vec{\xi}^0 & \vec{\eta}^0 & \vec{\zeta}^0 \\ \omega_{\xi} & 0 & \omega_{\zeta} \\ \dot{r} & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Теперь, подставляя (10.12) в (10.11), остается подсчитать проекцию абсолютного ускорения на перпендикуляр к орбитальной плоскости $w_{\zeta} = \omega_{\xi} \omega_{\zeta} r = r\dot{\omega}_{\xi}$, после чего можно записать третье уравнение движения:

$$r\dot{v} \left(\frac{d\Omega}{dt} \sin \varphi \sin i + \frac{di}{dt} \cos \varphi \right) = W, \quad (10.13)$$

где соответствующая компонента тягового ускорения W опреде-

ляется третьей из формул (10.5). Напомним, что $r\dot{\nu} = r^{-1}\sqrt{fM_{\odot}}p$ на основании (10.7).

Итак, мы записали все три уравнения пространственного движения космического аппарата с солнечным парусом в гелиоцентрическом пространстве. Теперь приведем их к форме, аналогичной форме классических уравнений Бине, для чего в полученных уравнениях следует перейти к независимой переменной ν .

Для удобства запишем сначала уравнения (10.6) в виде, показывающем зависимость тягового возмущающего ускорения от r (обратно пропорциональную r^2), а также для наглядности содержащем малый параметр κ в виде линейного множителя, т.е.

$$\begin{aligned}\ddot{r} - r\dot{\nu}^2 &= -\frac{fM_{\odot}}{r^2} + \frac{fM_{\odot}\kappa S^*}{r^2} = -\frac{\mu}{r^2}(1 - \kappa S^*), \\ r\ddot{\nu} + 2\dot{r}\dot{\nu} &= \frac{\mu\kappa T^*}{r^2}, \quad r\dot{\nu}\omega_{\xi} = \frac{\mu\kappa W^*}{r^2},\end{aligned}\quad (10.14)$$

где обозначения S^* , T^* , W^* очевидны из (10.5). Обозначив гравитационный параметр Солнца $fM_{\odot}$ через μ (не путать с обозначением редукции массы Солнца из § 5) и зная, что $r^2\dot{\nu} = \sqrt{\mu p}$, перейдем к новым переменным ν и $u = r^{-1}$ с помощью формул

$$\begin{aligned}\dot{\nu} &= \sqrt{\mu p} u^2, \quad \dot{r} = -\sqrt{\mu p} \frac{du}{d\nu}, \\ \ddot{r} &= -\mu p u^2 \frac{d^2 u}{d\nu^2} - \frac{\mu u^2}{2} \frac{du}{d\nu} \frac{dp}{d\nu}, \\ \ddot{\nu} &= \sqrt{\mu p} u^2 \left(\frac{u^2 \sqrt{\mu}}{2\sqrt{p}} \frac{dp}{d\nu} + 2\sqrt{\mu p} u \frac{du}{d\nu} \right).\end{aligned}$$

Подставляя эти выражения в первые два уравнения (10.14), получим

$$\frac{d^2 u}{d\nu^2} + u = \frac{\mu - \kappa S^*}{\mu p} - \frac{\kappa T^*}{\mu p u} \frac{du}{d\nu}, \quad \frac{dp}{d\nu} = \frac{2\kappa T^*}{\mu u}. \quad (10.15)$$

В дополнение к полученным уравнениям для плоского движения необходимо преобразовать к новой независимой переменной ν — истинной аномалии — еще и третье уравнение в (10.14). В качестве новых переменных удобно выбрать компоненты вектора кинетического момента, отнесенные к $\sqrt{\mu p}$, которые мы обозначим

$$M = \sin \varphi \sin i, \quad L = \cos \varphi \sin i, \quad K = \cos i.$$

Вычисляя производные $\frac{dM}{d\nu}$, $\frac{d^2 M}{d\nu^2}$ и пользуясь приведенными

выше соотношениями для угловых скоростей, придем после тождественных преобразований к двум уравнениям

$$\frac{d^2 M}{dv^2} + M = \frac{\kappa W^* K}{\mu p u}, \quad \frac{dK}{dv} = - \frac{\kappa W^*}{\mu p u} \frac{dM}{dv}, \quad (10.16)$$

заменяющим третье уравнение движения.

Таким образом, вместо трех уравнений (10.14) относительно независимой переменной t мы пришли к системе четырех уравнений (два из них типа уравнений Бине), обладающей тем удобным свойством, что первые два уравнения (10.15) для движения в плоскости орбиты могут быть проинтегрированы независимо от двух остальных (10.16). Напомним, что такое расщепление системы осуществляется при любом законе изменения компонент возмущающего ускорения, лишь бы они не зависели от других переменных кроме $u = r^{-1}$ и невозмущенной истинной аномалии v . Наши уравнения были выведены для частного случая компонент ускорения, пропорциональных r^{-2} , вследствие чего приведение уравнений к форме Бине делается обобщаемым. Аналогичные уравнения пространственного движения, записанные для произвольных компонент ускорения, приводятся в [В.24, с. 104–105]. В уравнениях (10.15) – (10.16) нелинейным оказывается только первое уравнение.

Присутствие в правых частях уравнений малого параметра κ позволяет применить для решения такой системы соответствующие методы построения решений. Переходя к обсуждению проблемы построения решений уравнений пространственного парусного движения, обратимся к истории вопроса.

Впервые попытку построения аналитических решений уравнений пространственного движения с солнечным парусом вблизи плоскости эклиптики мы обнаруживаем в работе [1.46], где решения строились в виде асимптотических рядов по степеням малого параметра и за первое приближение принималась плоская логарифмическая спираль. Наиболее полное развитие на сегодняшний день задача о построении асимптотических решений по степеням малого параметра (безразмерного модуля силы тяги паруса) для гелиоцентрического движения по квазикруговым траекториям получила в работах Дж. ван дер Ха и В. Моды [1.47, 1.48]. Здесь в качестве первого приближения опять выбиралась плоская логарифмическая спираль, а возмущение плоского движения предполагалось происходящим за счет постоянной по величине компоненты силы тяги, направленной по нормали к плоскости орбиты.

Выбор уравнения плоской спирали в качестве первого приближения в процессе построения решений уравнений типа (10.15) – (10.16) связан прежде всего с выполнением условий, налагаемых

на скорость спирального движения, т.е. на величины ее радиальной и трансверсальной проекций. Действительно, если искать решения системы уравнений пространственного движения, задавая сначала решения плоского движения в виде логарифмической спирали

$$r(\nu) = r_0 e^{c_{\text{сп}} \nu} = r_0 e^{\nu \text{ctg } \alpha}, \quad (10.17)$$

то необходимо потребовать, чтобы радиальная и трансверсальная скорости в выхода подчинялись начальному условию

$$\dot{r} = c_{\text{сп}} \sqrt{\frac{C\mu}{r}}, \quad r\dot{\nu} = \sqrt{\frac{C\mu}{r}}. \quad (10.18)$$

Подстановка этих условий, преобразованных к форме $ru = C = \text{const}$ и $du/d\nu = -c_{\text{сп}}u$, в уравнения позволяет определить эти произвольные постоянные в виде рядов

$$c_{\text{сп}} = 2\kappa T^* [1 + \kappa S^* + \kappa^2 (S^{*2} + 2T^{*2}) + \dots], \quad (10.19)$$

$$C = 2\kappa T^* / c_{\text{сп}}$$

и установить спиральные углы (см. § 7)

$$\alpha = \text{arctg } c_{\text{сп}}, \quad \beta = 90^\circ - \alpha = \text{arctg } c_{\text{сп}}.$$

Решение уравнений пространственного движения, выполненное в работе [1.47] на базе спирального решения (10.17) – (10.18), имеет вид (с учетом обозначений $B = \kappa W^* C^{-1}$)

$$\begin{aligned} r(\nu) &= r_0 \exp(c_{\text{сп}} \nu), \quad p(\nu) = Cr(\nu), \\ M(\nu) &= B(1 + B^2)^{-1} [1 - \cos(\sqrt{1 + B^2} \nu)], \\ L(\nu) &= B(1 + B^2)^{-1/2} \sin(\sqrt{1 + B^2} \nu), \\ K(\nu) &= (1 + B^2)^{-1} [1 + B^2 \cos(\sqrt{1 + B^2} \nu)]. \end{aligned} \quad (10.20)$$

Первые два уравнения из (10.20) совместно с (10.19) показывают, что при $T > 0$ спираль раскручивается наружу, а при $T < 0$ – закручивается внутрь. Три последние уравнения из (10.20) характеризуют ориентацию орбитальной плоскости в процессе спирального движения. Их можно представить в виде функций истинной аномалии:

$$\begin{aligned} i(\nu) &= \arccos \frac{1 - 2B^2 \sin^2 \left(\sqrt{1 + B^2} \frac{\nu}{2} \right)}{1 + B^2}, \\ \Omega(\nu) &= \nu - \text{arctg} \left[\frac{\text{tg} \left(\sqrt{1 + B^2} \frac{\nu}{2} \right)}{\sqrt{1 + B^2}} \right]. \end{aligned} \quad (10.21)$$

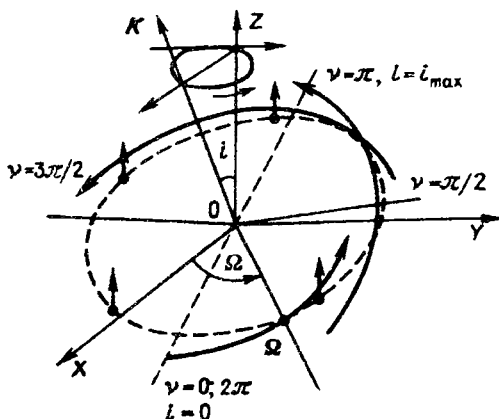


Рис. 28

Разложение $\Omega(\nu)$ по степеням малого параметра κ ведет к соотношению

$$\Omega(\nu) = \frac{1}{2} \nu + O(\kappa^2), \quad \nu \in [0, 2\pi],$$

показывающему, что линия узлов прецессирует в сторону орбитального движения с угловой скоростью, близкой к половине орбитальной угловой скорости аппарата, т.е. $\dot{\Omega} \approx \frac{1}{2} \dot{\nu}$. Следовательно, через два квазикруговых спиральных оборота траектория раскрутки снова вернется в плоскость эклиптики, заняв первоначальное положение. Периодическим образом изменяется и наклонение i : максимальное значение $i_{\max}$, как следует из (10.21), достигается при значении истинной аномалии $\nu = \pi/\sqrt{1+B^2}$, т.е. вблизи $\nu = \pi$, затем наклонение возвращается к начальному нулевому значению при $\nu = 2\pi/\sqrt{1+B^2}$.

Таким образом, в результате проведенного в [1.47] исследования задачи о пространственной парусной раскрутке при неизменной компоненте тягового ускорения W было установлено, что в ориентации орбиты относительно эклиптики не появляется никаких вековых эффектов, т.е. в результате прецессии орбита периодически возвращается в исходное положение. Эта прецессия плоскости раскрутки около плоскости эклиптики изображена на рис. 28: плоскость эклиптики обозначена штриховой линией, тремя сплошными дугами изображены три мгновенные положения оскулирующей орбитальной плоскости раскрутки. Штриховая прямая показывает направление, соответствующее экстремальным значениям i : $i = 0$, $i = i_{\max}$. Изображенный случай соответствует углу $\theta_2 < 0$ и направлению компоненты ускорения W вдоль по положительному направлению оси OZ , т.е. $W > 0$ (эти направления

указаны на линии эклиптики стрелками). Как видно из схемы, кинетический орбитальный момент K прецессирует около оси OZ , направление движения K показано стрелкой: прецессия является нерегулярной вследствие переменности угла нутации i (малая окружность показывает раствор конуса нутации).

Исследование плоской траектории спиральной раскрутки, описываемой первыми двумя уравнениями из (10.20), производилось в [1.47] путем аппроксимации квазикруговой спирали (10.17) некоторым эволюционирующим семейством оскулирующих эллипсов. Уравнение этого семейства для текущего значения истинной аномалии $\nu = \nu_1$ имеет вид

$$r(\nu_1) = \frac{C \exp(c_{\text{сп}} \nu)}{1 + e_1 \cos(\nu_1 - \omega_1)}, \quad (10.22)$$

где эксцентриситет и угловое расстояние соответствующего перигелия от узла подчиняются соотношениям

$$e_1 = \sqrt{c_{\text{сп}}^2 \exp(-2c_{\text{сп}} \nu_1) + (1 - C)^2}, \quad (10.22')$$

$$\omega_1 = \nu_1 - \pi + \arctg [c_{\text{сп}} (1 - C)^{-1} \exp(-c_{\text{сп}} \nu_1)].$$

Если первоначально эксцентриситет оскулирующего эллипса является величиной порядка малого параметра κ , то с увеличением аномалии ν он медленно убывает: траектория раскрутки превращается в квазикруговую. Перигелий оскулирующего эллипса движется в сторону орбитального движения аппарата, отставая от аппарата на угол, значение которого лежит в интервале $[\pi/2, \pi]$ при $T > 0$ и в интервале $[\pi, 3\pi/2]$ — при $T < 0$. Таким образом, в первом случае перигелий как бы отстает от аппарата, во втором — догоняет его. При $\nu \rightarrow \infty$ оказывается, что $\omega_1 = \nu - \pi$, т.е. перигелий стремится расположиться напротив аппарата.

Задача об определении оптимальных углов θ_1 и θ_2 установки солнечного паруса в пространственной задаче решалась в [1.47] как задача о максимальном радиальном удалении аппарата от начальной круговой орбиты за произвольное время. Оказалось, что это требование выполняется для плоской траектории, когда $\theta_2 = 0$, $W = 0$. Оптимальное значение угла θ_1 , тождественного теперь углу θ для плоской задачи (см. рис. 9), определялось в результате максимизации по углу управления некоторого коэффициента c_t из выражения для гелиоцентрического радиус-вектора аппарата как функции времени

$$r(t) = r_0 (1 + c_t t / r_0^{3/2})^{2/3}.$$

Оказалось, что оптимальное значение угла θ_1 определяется из условия [1.47]

$$8\kappa T^* \frac{\partial T^*}{\partial \theta_1} + \left[1 - \kappa S^* - \sqrt{(1 - \kappa S^*)^2 - 8\kappa^2 T^{*2}} \right] \frac{\partial S^*}{\partial \theta_1} = 0. \quad (10.23)$$

Решение этого уравнения относительно θ_1 было выполнено в [1.47] в виде асимптотического ряда по степеням малого параметра κ :

$$\theta_1 = \theta_{1,0} + \kappa \theta_{1,1} + \kappa^2 \theta_{1,2} + \dots$$

Подставляя этот ряд в (10.23) и производя разложения в ряд Тейлора в окрестности $\theta_{1,0}$, авторы получили решение для угла установки в плоском случае квазикругового спирального перелета в виде многочлена, взятого с точностью до κ^3 :

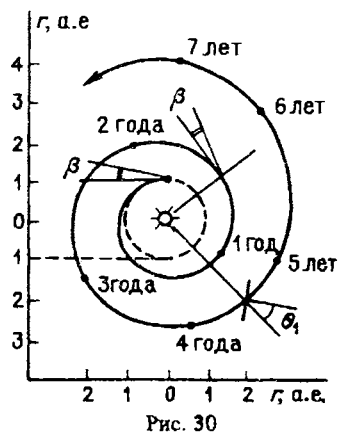
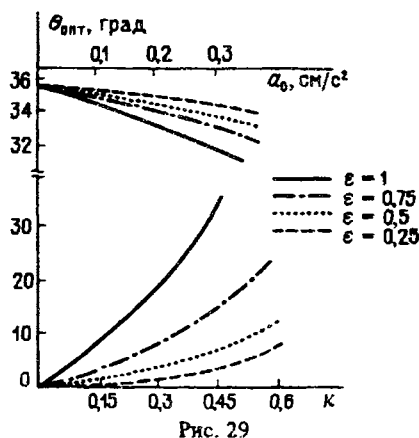
$$\theta_1 = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3} + \kappa K_1 + \kappa^2 K_2 + \kappa^3 K_3 + O(\kappa^4), \quad (10.23')$$

где K_1, K_2, K_3 — коэффициенты, являющиеся функциями физических параметров паруса.

Подстановка решения (10.23') в выражения (10.19) позволила вычислить постоянную $c_{сп}$, а затем спиральный угол $\beta = \arctg c_{сп}$, закон изменения которого может быть представлен непрерывной функцией

$$\beta = \epsilon Q_1 (1 + \kappa Q_2 + \kappa^2 Q_3) + O(\kappa^4), \quad (10.24)$$

где ϵ — отражательная способность паруса, Q_i — коэффициенты. Из (10.24) очевидно, что при $\epsilon \rightarrow 0$ (неотражающий парус), спиральный угол $\beta \rightarrow 0$ ($\alpha \rightarrow \pi/2$), раскрутки не происходит и траектория оказывается замкнутой. При малых κ (небольшая сила тяги паруса) значение угла установки θ_1 асимптотически стремится к постоянному значению $\theta_1 = 35,26^\circ$. Небольшими κ (см. формулу (10.3')) можно считать $\kappa \approx 0,15$ для $A/m = 1000 \text{ см}^2/\text{г}$. Напомним, что значение $\theta_1 = 35,26^\circ$ было получено ранее И.И. Меркуло-



вым в [1.30] из условия максимизации проекции силы тяги на направление скорости при малом эксцентриситете траектории. Это значение является предельным для малых e , соответствующих квазикруговому движению.

Итак, плоская задача о выборе спиральной траектории рассматривалась здесь как частный случай пространственной задачи, причем для плоского решения предельным оказался случай постоянного угла ориентации, уже рассмотренный в § 7, т.е. $|\theta| = 35,26^\circ$.

Соответственно и кривые, иллюстрирующие решения, во многом идентичны по своему характеру "классическим" кривым для постоянного угла установки (см. § 7). Действительно, на рис. 29 в верхней части графика изображены кривые значений $\theta_{1 \text{ опт}}$ для плоской траектории ($\theta_2 = 0, W = 0$) в виде функции малого параметра κ (нижняя шкала) или соответствующих значений полного ускорения аппарата a_0 (верхняя шкала). Четыре кривых соответствуют различным значениям отражающей способности поверхности паруса ϵ от 0,25 до 1. Легко видеть, что предельное значение $\theta_1 = 35,26^\circ$ соответствует нулевому тяговому ускорению паруса, т.е. замкнутой траектории и нулевому спиральному углу ($\beta = 0$). Если ускорение a_0 увеличивается, а с ним и малый параметр κ , то неограниченно увеличиваются значения спирального угла β (кривые внизу рис. 29). Очевидна смысловая идентичность этих графиков с графиками из § 7, $\theta_1 = \theta$.

Спиральная квазикруговая плоская траектория гелиоцентрической раскрутки для параметра $\kappa = 0,15$ и зеркального отражения паруса ($\epsilon = 1$) изображена на рис. 30. Точками на траектории отмечены сроки (в годах) достижения гелиоцентрических расстояний r (а.е.). Графики на рис. 31 показывают перспективность применения квазикруговых спиралей для межпланетных перелетов с малой тягой солнечного паруса в зависимости от величины κ . Например, даже при небольшой парусности $A/m = 100 \text{ см}^2/\text{г}$ ($\kappa = 0,015$) аппарат достигает орбиты Марса за 9 лет, а орбиты Венеры — за 4 года. Кривые для более высоких значений парусности, т.е. для больших κ , показывают значительно более короткие сроки достижения планетных орбит.

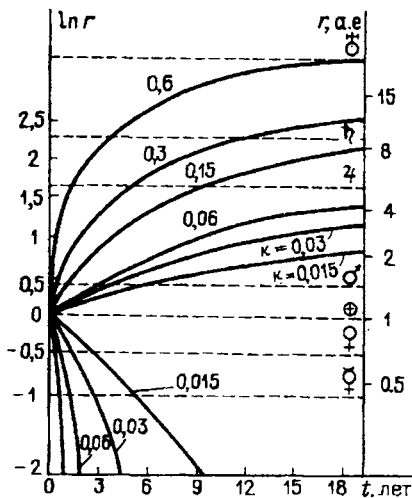


Рис. 31

Изложенные выше результаты относятся к плоским спиральям ($\theta_2 = 0$, $W = 0$). Однако в [1.47] было доказано, что если пространственная ориентация паруса определяется двумя углами θ_1 и θ_2 , отличными от нуля, в результате чего появляется отличная от нуля нормальная к плоскости орбиты компонента силы тяги, то все вышеизложенные результаты относятся и к пространственным спиральям, но только в случае, если компонента W остается неизменной по величине.

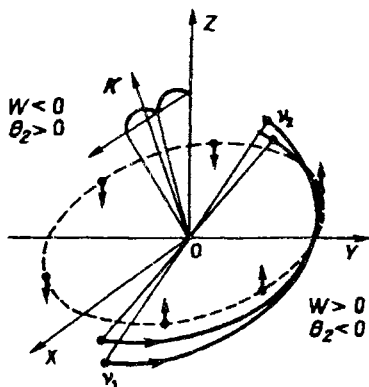


Рис. 32

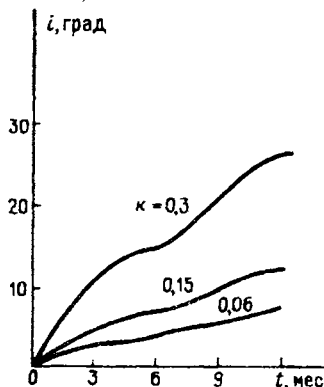


Рис. 33

Вывод о прецессии оскулирующей орбиты, аппроксимирующей пространственную квазикруговую траекторию раскрутки (см. рис. 28), оказался негативным с точки зрения применимости солнечного паруса для выполнения маневра разворота плоскости траектории раскрутки на большие углы (маневра непрерывного удаления этой плоскости от плоскости эклиптики). Для решения этой задачи тем же способом малого параметра в [1.47] было предпринято дополнительное исследование, позволившее установить, каким должно быть управление парусом, т.е. углами θ_1 и θ_2 , чтобы уверенно обеспечить вековые изменения положения плоскости орбиты, не налагая одновременно никаких ограничений на пространственное положение нормали к парусу n . Удалось установить, что при выполнении ограничений на скорость (10.18), т.е. для класса частных начальных условий, вековые изменения ориентации плоскости орбиты достигаются при управлении парусом, обеспечивающим периодические переключения направления компоненты W с "+" на "-" в упомянутых выше стационарных точках

$$\nu_k = k\pi / \sqrt{1 + B^2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Тогда управление нормальной компонентой ускорения модели-

руется по закону

$$W = \begin{cases} |W|, & \theta_2 < 0, & \nu_{2j} < \nu < \nu_{2j+1}, \\ -|W|, & \theta_2 > 0, & \nu_{2j+1} < \nu < \nu_{2j+2}, \end{cases} \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad (10.25)$$

т.е. угол θ_2 на рис. 32 в точке ν_2 "мгновенно" изменяется с $-\theta_2$ на $+\theta_2$, причем угол θ_1 и компоненты силы тяги S и T остаются неизменными. При таком законе управления происходит непрерывный поворот плоскости орбиты, а траектория конца прецессирующего вектора кинетического момента представляет собой серию незамкнутых полуокружностей на рис. 32. Линия узлов мгновенной оскулирующей орбиты расположена на угловом расстоянии 90° от точек переключения и совершает малые колебания около направления $\nu = \pi/2 + O(\kappa) = \nu_1 - \pi/2 = \pi/\sqrt{1+B^2} - \pi/2$, периодически возвращаясь в прежнее положение.

В задаче о попеременном переключении управления по закону (10.25) удалось рассмотреть несколько случаев эволюции орбиты спирального межпланетного перелета, однако наиболее интересными в практическом отношении оказались следующие два:

- 1) задача о развороте плоскости исходной круговой гелиоцентрической орбиты на 180° без изменения радиуса этой орбиты с последующим выходом на исходную круговую орбиту при измененном на противоположное направлении орбитального движения;
- 2) задача об аналогичном развороте, но с одновременным существенным радиальным удалением от первоначальной орбиты.

Первая задача формулируется как задача о фиксированном угле установки паруса при выполнении условий

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 0, & \theta_2 &= \pm \arcsin(\sqrt{3}/3) = \pm 35,26^\circ, \\ T &= 0, & W &= W_{\max} = \text{const}, \end{aligned} \quad (10.26)$$

доставляющих максимум скорости разворота плоскости орбиты при ее неизменном радиусе. Такую вырожденную пространственную спираль, витки которой расположены на одинаковых гелиоцентрических расстояниях, иногда называют "орбитой-маховиком". Расчеты [1.47] показывают, что для разворота плоскости на 180° , т.е. перемены направления орбитального движения на обратное, при $r_0 = 1$ а.е. и $\kappa = 0,15$ требуется 14 лет, а при $r_0 = 0,5$ а.е. и том же κ — всего около 5 лет. (Именно такой маневр на еще меньших гелиоцентрических расстояниях будет описан ниже в § 12, где будет охарактеризована "орбита-маховик" аппарата с солнечным парусом, необходимая, например, для маневра перехода в плоскость кометной орбиты, имеющей обратное по отношению к движению Земли гелиоцентрическое направле-

ние орбитального движения.) Ход увеличения наклонения i к плоскости эклиптики в процессе маневра разворота изображен на рис. 33 для ряда значений k при одном из вариантов закона управления (10.26).

Вторая, более общая по своей постановке задача о квазикруговом пространственном спиральном перелете с выполнением маневра разворота плоскости орбиты при одновременном радиальном удалении от Солнца с выполнением частных начальных условий по скоростям может быть сформулирована двояким способом. Это либо задача максимизации угла отклонения i плоскости орбиты от ее начального положения при фиксировании требуемого радиального удаления от орбиты Земли, либо обратная задача (задача о максимизации (или минимизации) гелиоцентрического расстояния аппарата при фиксированных углах установки θ_1 и θ_2 , обеспечивающих разворот плоскости орбиты на требуемый угол i). Оба эти варианта сводятся к задаче максимизации трансверсальной проекции тягового парусного ускорения $T(\theta_1, \theta_2)$ при постоянной нормальной тяговой компоненте $W = \text{const}$, и наоборот. В обоих случаях, как показано в [1.47], управление углами установки паруса обеспечивается при выполнении условия $\cos^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2 = 2/3$.

Теория спиральных траекторий с фиксированными углами установки паруса получила в [1.47] дальнейшее развитие в процессе построения более общей асимптотической теории парусной раскрутки с по-прежнему фиксированными, но уже произвольными углами установки и без ограничений на скорости, т.е. для произвольных начальных условий выхода на траекторию раскрутки. Полученные асимптотические решения [1.47] позволяют надежно обеспечить долгопериодическое прогнозирование движения, особенно для небольших эксцентриситетов.

Применение асимптотических методов для построения оптимальных парусных траекторий, расположенных в плоскости эклиптики, мы находим в работе тех же авторов [1.48]. Здесь уравнение спирали не использовалось, а теория парусной раскрутки строилась на базе уравнений эллиптического движения. Уравнения движения принимались в форме (10.15), причем в целях избежания особенностей при нулевых эксцентриситетах вводились новые, медленно меняющиеся переменные — компоненты вектора Лапласа $h = e \cos \omega$, $l = e \sin \omega$. В этих переменных инверсия радиус-вектора $u = r^{-1}$, входящая в уравнения (10.15), выразится в виде $u(\nu) = p^{-1}(1 + h \cos \nu + l \sin \nu)$. Если ввести обозначения

$$\Phi(\nu) = h \cos \nu + l \sin \nu, \quad \Psi(\nu) = h \sin \nu - l \cos \nu, \quad (10.27)$$

то вместо первого уравнения (уравнения Бине) из системы (10.15)

можно записать два автономных уравнения первого порядка

$$\frac{d\Phi(\nu)}{d\nu} = -\Psi + 2\kappa T^*, \quad \frac{d\Psi(\nu)}{d\nu} = \Phi + \kappa \left(S^* + \frac{T^* \Psi}{1 + \Phi} \right).$$

В работе [1.48] эти уравнения приводились далее к двум переменным $L = \ln p$, $E = -1/a$ (полная энергия), после чего были поставлены и решены следующие две вариационные задачи локально-оптимального управления углом установки паруса:

1) какое оптимальное управление парусом обеспечивает максимальный прирост большой полуоси, т.е. прирост полной орбитальной энергии, за один гелиоцентрический оборот аппарата;

2) какое оптимальное управление парусом обеспечивает максимальный прирост фокального параметра оскулирующего эллипса, т.е. максимальный прирост орбитального кинетического момента за один оборот.

При решении обеих этих задач оптимальное управление отыскивалось в виде асимптотических рядов по степеням малого параметра

$$\theta(\nu) = \theta_0(\nu) + \kappa \theta_1(\nu) + O(\kappa^2). \quad (10.28)$$

Здесь решение нулевого приближения по малому параметру находилось методом итерации, причем за $\theta_0^{(1)}$ принималось "классическое" значение постоянного угла θ на логарифмической спирали: $\theta_0^{(1)} = 35,26^\circ$. Выражение для оптимального управления

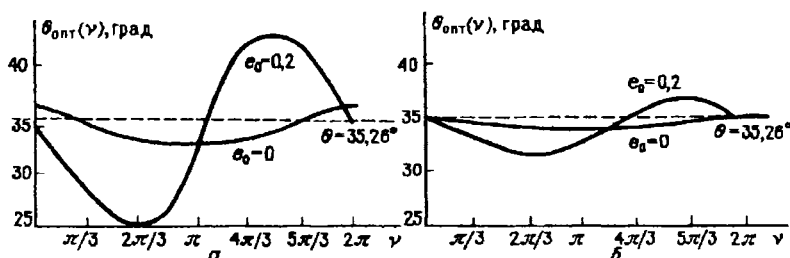


Рис. 34

в нулевом приближении, найденное в [1.48], имеет вид (с учетом обозначений (10.27))

$$\theta_0(\nu) = \frac{1}{2} \arcsin \left\{ \frac{(1 + \Phi_0) \sqrt{9\Psi_0^2 + 8(1 + \Phi_0)^2} - \Psi_0}{3[\Psi_0^2 + (1 + \Phi_0)^2]} \right\}.$$

Решение $\theta_1(\nu)$ из [1.48] вследствие его громоздкости мы не приводим. Использование предлагаемого в [1.48] оптимального управ-

ления (10.28) обеспечивает раскрутку с начальной круговой орбиты Земли ($e_0 = 0$), при которой большая полуось орбиты аппарата изменяется в соответствии с формулой

$$a(2\pi) = a_0 \exp[4,8368k + O(k^2)].$$

Иллюстрацией оптимального управления парусом в двух выше сформулированных задачах локально-оптимального режима раскрутки служат графики угла $\theta_{\text{опт}}(\nu)$ на рис. 34, а (максимизация приращения a) и на рис. 34, б (максимизация приращения p) на одном гелиоцентрическом обороте траектории раскрутки для схода с первоначальной орбиты различного эксцентриситета ($e_0 = 0, e_0 = 0,2$). Как видно из графиков, различия в схемах управления парусом растут по мере увеличения e_0 . Оптимизация управления солнечным парусом позволяет также сделать вывод, что, если не ставить целью решение вариационной задачи быстрого действия (см. § 9), а ограничиться задачами локально-оптимального управления солнечным парусом, диктуемыми соображениями наиболее выгоднейшей энергетики парусного движения, то "классическое" оптимальное значение угла установки паруса на логарифмической спирали $\theta = 35,26^\circ$ (см. § 7) дает хорошее приближение к оптимуму.

§ 11. От плоского паруса — к системе парусов-зеркал.

Износ солнечного паруса

Расчеты, проведенные Ф.А. Цандером [В.11], относились к плоским зеркалам-дискам и были ориентированы на уровень развития техники 20-х годов. Ф.А. Цандер предполагал, что эти диски смогут быть изготовлены из тонких листов металлической фольги, причем для химически чистого алюминия (плотность $2,6 \text{ г/см}^3$) предлагались толщины листов 10^{-3} мм (вариант I в табл. 6) и 10^{-4} мм (вариант II). Для них он вычислял площади и массы экранов-дисков при заданном начальном ускорении a_0 , необходимом для достижения заданных орбит планет. Приведем некоторые цандеровские параметры из [В.11, с.374]:

Таблица 6

Физическая величина	Марс	Юпитер	Сатурн
Площадь паруса A , км ²	0,1496	0,351	0,389
Радиус диска ρ , км	0,218	0,334	0,351
Масса паруса m_I , кг	389	912	1013
Масса паруса m_{II} , кг	156	365	405
Угловая скорость осевого вращения n , рад/мин	7,90	5,12	4,86

Ф.А. Цандер планировал транспортировать полезный груз около 1000 кг к орбите Марса, и в его проекте отношение поверхность/масса самого паруса

$$\frac{A}{m_1} = \frac{0,15 \cdot 10^{10} \text{ см}^2}{0,4 \cdot 10^6 \text{ г}} \approx 4 \cdot 10^3 \frac{\text{см}^2}{\text{г}},$$

а полная парусность конструкции

$$\sigma = \frac{A}{[m_1 + 1 \cdot 10^6] \text{ г}} = \frac{0,15 \cdot 10^{10} \text{ см}^2}{1,4 \cdot 10^6 \text{ г}} \approx 10^3 \frac{\text{см}^2}{\text{г}},$$

т.е. в четыре раза меньше. Эта парусность входит в формулу для расчета ускорения, поэтому для зеркального отражения ($\epsilon = 1$) получим

$$a_0 = 0,46 \cdot 10^{-4} \frac{\text{г}}{\text{см}} \frac{1}{\text{с}^2} (1 + \epsilon) \sigma \frac{\text{см}^2}{\text{г}} = 0,92 \cdot 10^{-4} \sigma \approx 0,1 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$$

(сравнить с табл. 2 из § 6). Однако сам Ф.А. Цандер принимал нагрузку на парус равной не 9,2 г/м² (для $\epsilon = 100\%$), а 6,8 г/м², исходя из того, что "давление равно лишь 0,75 от того, которое дает вполне отражающее зеркало" [В.11, с. 371]. Это в свою очередь соответствует отражательной способности $\epsilon = 0,48 < 50\%$ и ускорению $a_0 = 0,68 \cdot 10^{-4} \sigma = 0,075 \text{ см/с}^2$. Именно с таким начальным ускорением на орбите Земли должен был по проекту Ф.А. Цандера начать двигаться металлический парус-диск с диаметром около 450 м, массой около 400 кг, площадью $0,15 \cdot 10^6 \text{ м}^2$, толщиной 10^{-3} мм , чтобы транспортировать на орбиту Марса полезный груз массой в 1000 кг. Для создания жесткости круглых зеркальных листов следовало приводить их во вращение, так как, по замыслу Ф.А. Цандера, "экраны должны вращаться вокруг центральных осей для придания им жесткости" [В.8, с. 268]. Предлагаемые [В.11] значения постоянных угловых скоростей осевого вращения парусов-дисков n , предназначенные и достаточные, по расчетам Ф.А. Цандера, для обеспечения жесткости, приведены в табл. 6.

Сопоставляя расчеты Ф.А. Цандера с параметрами современных парусных проектов, необходимо отметить, что хотя его расчеты физических параметров парусов во многом представляют сейчас уже исторический интерес в техническом отношении, однако значения парусностей и ускорений, необходимые для расчетов цандеровских перелетов по эллиптическим траекториям, остаются неизменными, так как они всецело диктуются динамическими соображениями. Следовательно, может идти речь только о том, какими современными средствами и при каком техническом вооружении можно реализовать нужные значения парусности.

Резко возросший в 60-х годах научный интерес к разработке парусных проектов был обусловлен не только осуществлением выхода человечества в космическое пространство и сопутствующими успехами в его освоении, но и существенными достижениями в области химико-технологических процессов производства синтетических полимерных пленок, которые, по мнению исследователей, были единственным перспективным материалом для изготовления солнечных парусов. Итак, на смену первым проектам солнечных парусов — жестких металлических зеркал — пришли проекты обширных пленочных конструкций различной формы. Наипростейшая пленочная конструкция паруса, не требующая каркаса, — шар-баллон, надувающийся газом на орбите, — была предложена К. Эрике [1.4–1.6] еще в 1956 г. Однако, несмотря на достаточную простоту исполнения, парус-баллон со стационарной геометрией обладает двумя основными недостатками — неуправляемостью и невозможностью регулировки силы тяги вследствие стационарности формы. Эти недостатки означают динамическую пассивность паруса и потому его ограниченную пригодность для применения в качестве маршевой силовой установки для межпланетных перелетов. Напомним, что поперечное потоку света произвольное сечение паруса-баллона в динамическом отношении тождественно плоскому парусу в цандеровской ориентации, выполняющему движение по кеплеровой орбите ("адекватный" парус).

Хотя пассивные сферические баллоны прекрасно зарекомендовали себя в роли спутников-отражателей для целей радиосвязи [1.49], однако проект паруса-баллона для целей межпланетных перелетов больше уже не привлекал внимания исследователей. Но спустя почти 20 лет после проекта К. Эрике идея паруса-баллона в модифицированном варианте "пульсирующего" баллона (баллона с переменной геометрией) снова встречается в публикациях. На этот раз речь идет об использовании баллона с переменным радиусом для целей вспомогательных орбитальных маневров или коррекции орбиты (более подробное обсуждение этих проектов будет приведено в § 16 и 17)*).

*). Своеобразная и остроумная модель такого управляемого сферического паруса переменной геометрии нашла свое отражение также и в научной фантастике, в романе французского писателя Пьера Буля "Планета обезьян" [1.51]. Незаурядную изобретательность проявил герой этого романа — космонавт Джинн: "На сферическом парусе его корабля располагалось множество черных шторок, которые сворачивались или разворачивались по воле рулевого: при каждом таком маневре отражающая способность определенных секций паруса менялась, и одновременно менялось направление равнодействующих сил световых потоков. Кроме того, эластичная сфера-

Начиная с конца 50-х годов прочные позиции на много лет завоевывают проекты плоского (круглого или квадратного) зеркального паруса, выполненного из тончайшей полимерной пленки, натянутой на легчайшем жестком каркасе. Эти многочисленные проекты являлись современными модификациями проекта цандеровских листов-зеркал и удовлетворяли всем динамическим требованиям, предъявляемым к управляемому солнечному парусу, выполняющему роль силовой маршевой установки. При одинаковой с баллоном парусности плоский парус, ориентированный нормально к солнечным лучам, развивает в два раза большую силу тяги, нежели баллон. Большинство авторов научных статей по динамике полета с плоским солнечным парусом вообще не детализировали конструктивные особенности плоского паруса, решая, по сути дела, только модельную задачу о движении под действием силы тяги, развиваемой отражающей управляемой пластиной. В действительности для обеспечения жесткости и устойчивости пленочного экрана любой формы обязательно требуется пирамидальная система стоек и растяжек, удерживающих каркас с натянутой на него пленкой. Все это усложняет конструктивные особенности паруса, связанные с управлением по трем осям, т.е. с точностью реализации требуемого закона ориентации паруса, а это в свою очередь может оказать существенное влияние на динамику орбитального движения с парусом.

Наиболее полная информация, касающаяся различных сторон современного состояния проблемы постройки "солнечного парусника" приводится К. Зауэром [1.44]. Он полагает, что на уровне современных технических возможностей уже находится обеспечение тяговых ускорений $a_0 = 0,05 \div 0,2 \text{ см/с}^2$ при удельной нагрузке на парус около $7\text{--}8 \text{ г/м}^2$. Упомянутый диапазон ускорений вполне достаточен для выполнения полета к орбитам Марса и Венеры, как предлагается К. Зауэром, с помощью квадратного паруса, удерживаемого ферменной конструкцией площадью $0,64 \cdot 10^6 \text{ м}^2$ (размерами $800 \times 800 \text{ м}^2$), массой около 4700 кг вместе с каркасом и аппаратурой, причем масса самой синтетической пленки составляет около 2000 кг, аппаратуры — 500 кг (поверхностная плотность паруса $0,033 \text{ г/см}^2$). Двигаясь по ло-

парус могла по команде растягиваться или сокращаться: так, если Джинн хотел ускорить ход, он увеличивал диаметр оболочки до предела, тогда огромная площадь паруса вздувалась под напором световых потоков, и яхта устремлялась в глубь вселенной с безумной скоростью. Если же Джинн хотел замедлить ход, он нажимал другую кнопку. Сферический парус сжимался настолько, что в кабине можно было сидеть, лишь тесно прижавшись друг к другу. Давление световых лучей почти не влияло на крохотный шарик и, предоставленный самому себе, он словно повисал в пустоте на невидимой нити" (см. также заметку [1.50]).

гарифмической спирали, такой космический аппарат способен доставить на орбиту Венеры полезный груз в 7000 кг за 270 дней, а 2000 кг — всего за 200 дней. Полет к орбите Марса с грузом 5000 — 7500 кг можно осуществить за 500 — 700 сут и доставить на Марс посадочно-взлетный отсек массой 550 кг для забора грунта с поверхности. Таким способом на Землю может быть доставлено одновременно 160 кг марсианских пород. При увеличении стороны квадратного паруса до 2000 м на орбиту Марса за то же время можно будет доставить 25 т груза и даже за 800 — 1000 сут реализовать пилотируемый полет. Расчет показывает, что отношение поверхность/масса составляет $A/m \approx 1,4 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{г}$, а полная парусность проекта для груза 5 т составляет $[1.44] \sigma = 0,6 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{г}$. Сравнение этих цифр с приведенными выше цифрами, заимствованными из расчетов Ф.А. Цандера для металлических зеркал [В.11], показывает близость соответствующих значений ускорений. С одной стороны, это свидетельствует о размахе творческой научной мысли замечательного ученого, предвосхитившего в свое время прогресс космической техники на много лет вперед. С другой стороны, это показывает, что технические возможности сегодняшнего дня, связанные с успехами в технологии производства эластичных пленок, несут с собой реальные возможности и перспективы для осуществления мечты Ф.А. Цандера.

Интересная сравнительная оценка эффективности солнечного паруса и ионного двигателя была проведена в работах И.А. Меркулова и др. [1.30—1.32], где были установлены общие критерии, позволяющие определить, какой из методов использования солнечной энергии для движения аппарата более предпочтителен и в каких задачах: солнечный парус или солнечная батарея, питающая электроракетный двигатель. В частности, обсуждался вопрос [1.31] о сравнении весовых характеристик солнечного паруса и ионного двигателя, развивающих одинаковые тяговые усилия и имеющих источником энергии плоский солнечный экран (парус или батарею). Ставилась задача [1.32] выявить влияние параметров обоих типов солнечного экрана на преимущества конструкции космического аппарата в весовом отношении при одинаковых тяговых усилиях. Библиография и результаты исследований ряда авторов, сравнивавших в разное время длительность полетов по оптимальным траекториям космических полетов с солнечным парусом и с ионным двигателем, приведены в [1.38]. По сравнению с данными табл. 5 для разных вариантов парусных перелетов (250—445 сут) перелет с ионным двигателем занял бы 195—222 сут.

Цандеровская концепция ординарного плоского паруса-экрана предусматривала сложную схему управления этим экраном, т.е.

его ориентацией в пространстве, обеспечивающей выполнение заданного траекторного маневра. Мысль исследователей затем пришла к идее усиления динамической эффективности солнечного паруса не за счет технологических улучшений его физических параметров, а за счет постройки и проектирования комбинированной системы отражающих парусов-зеркал. В этой последовательности развития идей повторилась логическая схема развития творческой мысли самого Ф.А. Цандера, который от рассмотрения параметров ординарного паруса-экрана необходимо пришел к рассмотрению связанной системы нескольких зеркал, смонтированных на одной опорной конструкции. Его исследование "О давлении света на комбинированные зеркала", включенное в публикацию [В.11] и органически с нею связанное, содержит две основных проблемы:

1) проблему зависимости эффективности системы зеркал от геометрии установки, которая может быть угловой (совместной) или раздельной (рис. 35 и рис. 36);

2) проблему "приближения к источнику света", т.е. подбора таких наклонов зеркал, чтобы результирующая сила давления, как бы мала она ни оказалась, была направлена строго к источнику света.

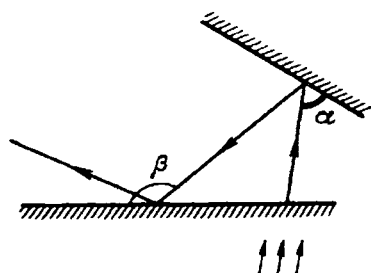


Рис. 35

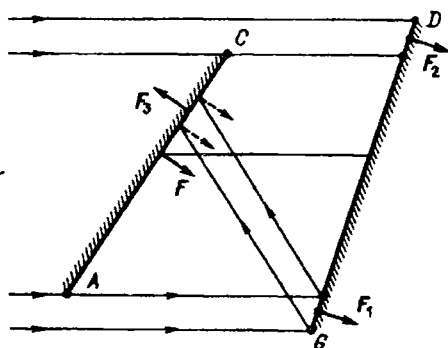


Рис. 36

Развитие первой цандеровской проблемы в современных исследованиях мы находим в виде подробно разработанной схемы двух раздельно установленных плоских солнечных парусов, предлагаемой в работах, выполненных В.В. Малайным с соавторами [1.52—1.54]. Такая система зеркал, будучи шарнирно связанной, управляется с помощью вращения. Динамическое описание задачи дается с учетом затемнения дальнего паруса DG (рис. 36) и действием отраженного от него светового потока на ближний парус AC . На изображенной схеме [1.53] F — сила давления на ближний парус, F_1 и F_2 — силы давления на освещенные участки дальнего паруса,

F_3 — сила давления отраженного потока. Одновременно для случая постоянных углов установки зеркал рассматривается и собственно цандеровская схема угловой установки зеркал (рис. 35).

Таким образом, исследования Ф.А. Цандера в 20-е годы по сравнительной энергетике различных систем зеркал не только не потеряли к настоящему времени своей актуальности, но и позволили на их базе выполнить расширенные современные исследования параметров систем и принципов управления ими. Эти исследования

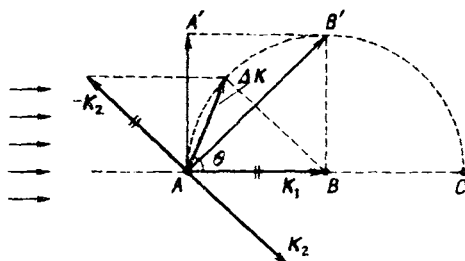


Рис. 37

показали целесообразность усиления тяги паруса не за счет увеличения размеров его поверхности, а за счет теоретически обоснованного подбора геометрической схемы отражения системы комбинированных зеркал. Весьма интересное исследование второй цандеровской проблемы предлагается в работе А.П. Скопцова [1.55], результаты которой нашли свое отражение в книге В.В. Белецкого [В.17]. Здесь речь идет о комбинированной системе зеркал, представляющей собой "наилучший" с энергетической точки зрения парус. Однако наиболее существенный результат этого исследования, непосредственно связанный со второй цандеровской проблемой, относится к анализу энергетике падающего и отраженного потоков в случае произвольной конструкции "наилучшего" паруса.

Пусть K_1 — главный вектор количества движения светового потока, падающего на систему зеркал (рис. 37), K_2 — тот же вектор для отраженного от системы светового потока. Результирующая сила светового давления P совпадает с направлением приращения

$$\Delta K = K_1 - K_2 = K_1 + (-K_2). \quad (11.1)$$

Очевидно, что идеальной "наилучшей" комбинированной системой парусов-зеркал произвольной конструкции, монтажа и формы (плоских или выпуклых) является такая конструкция, при которой выполняются условия:

- 1) $|K_1| = |K_2|$ (отражение зеркальное);
- 2) величина количества движения $|K_1|$ остается неизменной независимо от того, куда направлен K_2 .

Итак, основное требование, предъявляемое к "наилучшему" парусу, состоит в том, чтобы устранить главный недостаток плоского зеркала, сводящийся к тому, что любой поворот K_2 относительно K_1 обязательно является следствием изменения парусности, т.е. изменения $|K_1|$, а это необходимо влечет за собой изменение $|K_2|$.

Установим теперь, какому закону должна подчиняться схема отражения от системы зеркал, удовлетворяющая условиям 1) и 2).

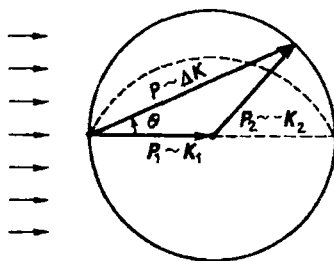


Рис. 38

Из геометрических соображений видно, что при повороте K_2 (например, по часовой стрелке на рис. 37) конец ΔK скользит по окружности радиусом $|K_1|$. Повернутое положение ($-K_2$) и соответствующий ему параллелограмм $AA'B'B$ также изображены на рис. 37. Итак, годографом вектора ΔK , т.е. годографом силы тяги зеркальной парусной системы, служит окружность радиусом $AB = BC = |K_1|$, причем точка C достигается, если вектор K_2 направлен строго к источнику света (предельное положение K_2).

Далее из геометрических соображений также очевидно, что даже в рассматриваемом предельном идеальном случае отражающей зеркальной системы вектор ΔK , а с ним и сила тяги системы P не могут иметь компоненты, направленной к источнику света. Кроме того, следует иметь в виду, что закон сохранения энергии означает, что $|K_2| \leq |K_1|$, т.е. система зеркал не может усилить поток света, а может лишь направить его "наилучшим", наивыгоднейшим образом.

Рассмотрение равнобедренного треугольника со сторонами K_1 и $(-K_2)$ (см. рис. 37), опирающегося на диаметр окружности, показывает, что

$$|\Delta K| = 2 |K_1| \cos \theta, \quad (11.2)$$

где θ — угол между направлением результирующей силы тяги системы и направлением падающего потока. Так как $|K_1| = \text{const}$, то сила тяги системы меняется строго по закону косинуса в отличие от силы тяги плоского паруса, изменяющейся по закону квадрата этого косинуса (см. § 4, формулу (4.5)). Как легко видеть,

угол θ изменяется в пределах от $-\pi/2$ до $+\pi/2$, для которых ΔK обращается в нуль. Все это еще раз подтверждает вывод о невозможности получить компоненту силы тяги солнечного паруса, направленную влево от точки A . Максимум силы тяги достигается, очевидно, при $\theta = 0$, т.е. $|\Delta K| = AC$. Круговая диаграмма изменения силы тяги P в зависимости от угла θ [В.17] изображена на рис. 38, где штриховой линией показана аналогичная диаграмма для менее эффективного плоского паруса, работающего по закону квадрата косинуса. Таким образом, предпринятое исследование [1.55] дало негативный ответ на вопрос, связанный с решением второй проблемы Ф.А. Цандера, и показало, что осуществить требование о направлении не только всей результирующей сил давления светового потока, но даже хотя бы ее доли "обратно к Солнцу" не представляется возможным ни при каких законах управления отдельными зеркалами или всей зеркальной системой в целом.

С помощью вариационного принципа максимума в [1.55] было показано также, что конструкция, реализующая закон косинуса, дает при любом фиксированном угле θ максимально возможное тяговое ускорение по сравнению с тем ускорением, которое при том же значении θ может дать любая из сравнимых парусных зеркальных конструкций, но для которой закон косинуса не выполняется. В этом смысле закон косинуса является предельным — это максимум того, что может дать теорема об изменении кинетического момента светового потока, лежащая в основе любого закона типа $P = P(\theta)$.

Техническое воплощение конструкции "наилучшего" паруса допускает, без сомнения, множество решений и вариантов. Так, например, в [1.55] в качестве одной из возможных конструкций

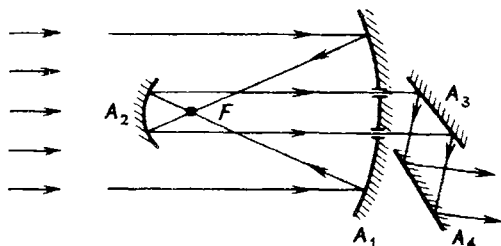


Рис. 39

такого паруса предлагалась и исследовалась система четырех идеально отражающих зеркал, смонтированных в одну конструкцию: двух параболических и двух плоских (рис. 39). Два параболических зеркала A_1 и A_2 предполагаются софокусными, причем фокусное расстояние зеркала A_2 много меньше, чем у зеркала A_1 , которое постоянно должно "смотреть на Солнце". Параллельный поток

света падает сначала на зеркало A_1 , а затем, отразившись, на зеркало A_2 . От зеркала A_2 идет узкий параллельный пучок света, обладающий тем же количеством движения, что и поток, падающий на зеркало A_1 , и через щель в A_1 попадает на систему плоских передаточных зеркал A_3 и A_4 . Эти зеркала, расположенные в тени большого зеркала A_1 , позволяют направить отраженный поток вообще в каком угодно направлении. Количества движения падающего и отраженного потоков в этой конструкции равны между собой по величине, причем направление отраженного потока никак не связано с направлением падающего. Тем самым достигается выполнение закона косинуса для системы зеркал.

В заключение, возвращаясь снова к трудам Ф.А. Цандера, необходимо напомнить, что, производя многочисленные оценки малых сил светового отталкивания, а также создаваемых ими малых скоростей и ускорений, Ф.А. Цандер неоднократно высказывал соображения о возможности усиления светового потока на экран не только за счет построения сложной системы зеркал, но и за счет своеобразного искусственного усиления мощности падающего светового потока. Если, как было показано выше, усиление мощности потока неизменного светового источника только за счет поворотов зеркал является несовместимым с принципом сохранения энергии и потому оказывается невозможным, то проблема искусственного усиления не связана с какими-либо физическими противоречиями*).

Проблема искусственной передачи энергии световых потоков не относится непосредственно к теме космического полета с солнечным парусом. Однако следует напомнить, что в 20-е годы увлечение Ф.А. Цандера идеей передачи энергии на расстояние многим казалось бесосновательным, и даже, как отмечает Т.М. Мелькумов [1.56], сложилось предвзятое мнение, что, интересуясь свето-

*) Эта проблема, сводящаяся к проблеме передачи энергии на расстояние, неоднократно привлекала внимание ученых. Так, у К.Э. Циолковского мы находим высказывание относительно искусственного создания светового потока: "... самый завлекательный способ... состоит в передаче энергии снаряду извне, с Земли... Она ему передается с планеты в образе параллельного пучка электромагнитных лучей. Этот параллельный пучок лучей и сам должен производить давление" [В.7, с. 115 или 158 по 2-му изд.]. В 1924 г. Ф.А. Цандер также отмечает кумулятивные свойства светового давления и предлагает своеобразные его усилители: "Для ускорения межпланетного корабля можно воспользоваться давлением света или других лучей, дающих лишь самые ничтожные ускорения, которые, однако, действуя в течение длительного времени, могут разогнать межпланетный корабль до значительных скоростей. Во-вторых, можно в межпланетном пространстве развернуть огромной величины вогнутые вращающиеся зеркала, которые, собирая солнечные лучи, направляют пучок почти параллельных лучей на зеркала, соединенные с межпланетным кораблем" [В.10, с. 286].

вым давлением как средством передвижения в межпланетном пространстве, Ф.А. Цандер придавал такой энергетической системе большее значение и приписывал ей большие возможности, чем она реально может обеспечить. В век лазерного луча эта мысль Ф.А. Цандера кажется особенно привлекательной и можно указать на современные попытки рассмотреть космический парус и его динамику для случая движения не под действием природных лучей, а под действием луча лазера [1.57]. Видимо, в этом случае сплошной пленочный отражающий солнечный парус выгоднее заменить световым парусом волокнистой структуры, выполненным из тончайших прозрачных полимерных волокон, поскольку такая структура светового паруса обеспечит нужную теплоотдачу паруса, не вызывая одновременно его отклонения от направления лазерного луча. Применение лазера для осуществления межзвездных парусных перелетов рассмотрено в [1.57–1.59].

Оригинальную разработку идеи Ф.А. Цандера о построении системы парусов-зеркал мы находим также у Н.Д. Джуманалиева и М.И. Киселева [1.60], исследовавших возможность управления орбитальным гелиоцентрическим движением аппарата с солнечным парусом при помощи движущегося вблизи него другого такого же аппарата с парусом. Оба паруса ориентированы нормально к солнечным лучам. Если рассмотреть движение аппаратов в центральном фотогравитационном поле с учетом полного или частичного затенения одного паруса другим, то можно [1.60] установить условия синхронного орбитального движения обоих аппаратов или, например, их сближения. Если в линейном приближении исследовать возмущения орбиты затеняемого паруса, движущегося по внешней гелиоцентрической орбите, возникающие под действием нагоняющего его второго затеняющего паруса, движущегося по внутренней орбите, т.е. с большей угловой скоростью, то оказывается, что "внешний" аппарат переходит на орбиту меньшего радиуса, в пределе соприкасающуюся с орбитой "внутреннего" аппарата. При построении теории таких гелиоцентрических маневров авторы использовали цандеровскую теорию движения в центральном фотогравитационном поле с системой парусов-зеркал, применив ее к задаче, в которой паруса одной системы оказываются как бы разнесенными вдоль орбиты. Такая постановка задачи таит в себе бесчисленные варианты гелиоцентрических маневров с помощью двух или нескольких аппаратов, снабженных солнечными парусами. К сожалению, эта интереснейшая задача с тех пор более никем не разрабатывалась.

Все исследователи динамики парусных перелетов, как правило, ограничиваются простейшим случаем идеально отражающей парусной поверхности или поверхности с коэффициентом отраже-

ния, несколько меньшим единицы, принимая коэффициент отражения паруса неизменным в течение всего времени движения. На самом деле это не так. Постепенное ухудшение оптических характеристик паруса во время полета происходит под действием таких космических факторов, как высокий вакуум, микрометеоритные пробои, корпускулярные солнечные потоки, гамма-излучение высоких энергий и т.п. Ухудшение оптиче-

Рис. 40

Действительно, простейшая модель силы давления солнечной радиации, принимающая коэффициент отражения ϵ равным 1 для полностью зеркального отражения и 0 для абсолютно черного тела, близка к реальности для металлических поверхностей (алюминия и серебра), применяемых как материалы или покрытия для солнечного паруса: они обладают коэффициентом отражения светового солнечного излучения, близким к 1 (рис. 40) [В.24]. Это оправдывает проведение предварительного анализа характеристик солнечного паруса в идеальной постановке при $\epsilon = 1$. Толщины парусов из алюминиевой фольги и из полимерной алюминизированной пленки составляют 10^{-6} и $2,5 \cdot 10^{-6}$ м [В.24, с. 62] (соответствующее ускорение — около $3 \cdot 10^{-3}$ м/с²). Однако дальнейшее существенное улучшение характеристик солнечного паруса (как движителя) путем снижения толщины используемых пленок лимитируется потерей зеркальных свойств поверхности при толщинах порядка длины волны светового излучения, а также учетом сублимации в вакууме и микрометеоритной эрозии.

Кроме отличия реального коэффициента отражения парусной пленки от единицы в модели силы давления, применяемой в точных расчетах, следует учитывать наряду с коэффициентом строго зеркального отражения еще и коэффициент прозрачности пленки, а также диффузное отражение и температурные характеристики освещенной и теневой сторон паруса. Модель, учитывающая наиболее полно все отличия реального режима отражения от пленочных поверхностей от идеальной постановки задачи, приведена в [1.47, 1.48].

Здесь для силы светового давления предлагается интегральная формула

$$F = 2P_r \iint_A |u^n \cdot u^s| \{ \sigma_1 u^s + [\sigma_2 (u^n \cdot u^s) u^n] \} dA,$$

где $P_r = 0,46 \cdot 10^{-4}$ г/(см · с²) — удельное давление на орбите Земли, A — полная эффективная освещенная поверхность паруса, u^s — орт луча, u^n — орт нормали, знак скалярного произведения означает неотрицательность проекции тяги на орт луча. Если через ρ обозначить коэффициент строго зеркального отражения, а через τ — коэффициент прозрачности пленки, то вспомогательные коэффициенты σ_1 и σ_2 определятся в виде

$$\sigma_1 = (1 - \rho - \tau)/2, \quad \sigma_2 = \pm \rho_1 [(1 - \rho_2) + k(1 - \rho_1 - \tau)]/3,$$

причем $\rho = \rho_1 \rho_2$.

Пусть ρ_1 — доля отраженных фотонов в полном потоке падающей на парус радиации, $(1 - \rho_1)$ — коэффициент поглощения, ρ_2 — доля из ρ_1 отраженных строго геометрически (а не диффузно) фотонов, $(1 - \rho_2)$ — доля из ρ_1 диффузно отраженных фотонов, $d = \rho_1 (1 - \rho_2)$ — коэффициент диффузного отражения (знак в σ_2 определяется знаком скалярного произведения $u^n \cdot u^s$). Температурный коэффициент солнечного паруса определяется как функция температур T_f и T_b нагрева соответственно передней (освещенной) и задней (теневой) сторон паруса и соответствующих им коэффициентов излучения этих сторон ϵ_f и ϵ_b :

$$k = (\epsilon_f T_f^4 - \epsilon_b T_b^4) (\epsilon_f T_f^4 + \epsilon_b T_b^4)^{-1}.$$

Легко видеть, что эта модель [1.47] при $k = 0, \tau = 0$ (непрозрачный парус с одинаково излучающими сторонами) сводится к "классической" формуле $F = (1 + \epsilon) P_r A u^s$ (см. § 4, формулу (4.1)), если положить $1 + \epsilon = 2(\rho + \sigma_1 + \sigma_2)$. Напомним, что сила светового давления на идеальную непрозрачную сферу с любым коэффициентом отражения составляет $F = P_r (\pi R^2) u^s$, т.е. $\sigma_1 = 1/2, \sigma_2 = 0$ ($\rho \neq 0$, но в формуле не участвует). Для непрозрачного плоского зеркала $\rho = \rho_1 = \rho_2 = 1, \sigma_1 = \sigma_2 = 0, \epsilon = 1$; для абсолютно черного тела $\rho = \rho_1 = \rho_2 = 0, \sigma_1 = 1/2, \epsilon = 0$.

Пользуясь физическими характеристиками непрозрачного пленочного паруса ($\tau = 0$) из синтетического полимерного материала, приведенными в [1.47], легко подсчитать коэффициенты из приведенной выше полной модели силы и коэффициент ϵ для чаще всего используемой приближенной физической модели паруса: $\rho_1 = 0,88$, $1 - \rho_1 = 0,12$, $\rho_2 = 0,94$, $1 - \rho_2 = 0,06$, $\rho = 0,83$ (коэффициент зеркального отражения), $d = 0,05$ (коэффициент диффузного отражения), $\sigma_1 = 0,09$, $e_f = 0,05$, $e_b = 0,60$, $k = -0,85$, $\sigma_2 = -0,02$, $\rho + \sigma_1 + \sigma_2 = 0,90$, $\epsilon = 0,80$.

Итак, мы на численном примере убедились в том, что приближенный модельный коэффициент отражения ϵ , используемый в данной книге и в большинстве публикаций по солнечному парусу, действительно близок к истинному физическому коэффициенту отражения ρ из высокоточной модели [1.47]. Несовпадения этих коэффициентов обусловлены различиями излучательных и переизлучательных свойств освещенной и теневой сторон пленки при разогреве в космосе, когда все тепловое излучение обеспечивается через теневую сторону паруса. Вредные космические факторы (воздействие высоких температур, нарушение баланса теплоотдачи, пробои, воздействие жесткой солнечной и космической радиаций и т.п.), как указывалось выше, вызовут эрозию, замутнение, потемнение, а также увеличение прозрачности пленки, т.е. уменьшение коэффициентов ρ_1 , ρ_2 и ρ , увеличение τ (парус становится полупрозрачным), уменьшение суммы $(\sigma_1 + \sigma_2)$, а с нею и коэффициент ϵ идеальной модели.

Если теперь обратиться к учету изменения физических характеристик солнечного паруса при расчете космической траектории парусного перелета, т.е. к динамике орбитального парусного движения, следует отметить приближенный анализ межорбитального перелета с претерпевающим износ парусом, выполненный Н.Д. Джуманалиевым и М.И. Киселевым [1.61]. Исследовалось влияние свойств пленочных парусов при их старении на динамику полета. Оказалось, что с учетом изменения коэффициентов отражения и прозрачности паруса со временем (полупрозрачный парус), а также степени эрозии пленочной поверхности траектория полета оказывается спиралью с переменным убывающим шагом.

В упомянутой работе уравнения спирального парусного движения были проинтегрированы для зависимости коэффициента отражения от времени, но без введения явной функции, конкретизирующей этот закон. Поскольку указанные выше вредные космические факторы, вызывающие старение паруса, обычно связаны с интенсивностью солнечного излучения в данной точке пространства, представляется разумным предположить, что старение паруса, как и все радиационные эффекты, подчиняется закону обратной

пропорциональности квадрату гелиоцентрического расстояния r . Тогда простейший закон изменения ϵ может быть представлен как

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -\frac{\delta}{r^2} \quad (\delta > 0), \quad (11.3)$$

причем коэффициент пропорциональности δ [длина²/время] определяется из технологического эксперимента с пленкой в лабораторных условиях, приближенных к орбитальным. Предлагаемый закон означает, что при движении аппарата с парусом по эллиптической гелиоцентрической орбите коэффициент ϵ оказывается линейной функцией истинной аномалии аппарата φ на орбите

$$\epsilon = \epsilon_0 - \delta \int \frac{dt}{r^2} = \epsilon_0 - \frac{\delta}{\sqrt{fM'_C p}} \int d\varphi = \epsilon_0 - \frac{\varphi \delta}{\sqrt{fM'_C p}}, \quad (11.3')$$

где fM'_C — фотогравитационный параметр Солнца, p — фокальный параметр орбиты.

Влияние износа солнечного паруса, происходящего по закону (11.3), на эволюцию орбитального движения было исследовано автором [1.62] для цандеровского движения в центральном фотогравитационном поле. Как указывалось в § 5, редукция массы Солнца μ и редукция гравитационного поля β вычисляются по формулам (5.6) — (5.7) при заданной парусности аппарата $\sigma = A/m = \text{const}$ и заданном коэффициенте отражения ϵ . Из этих формул видно, что изменение фотогравитационного параметра Солнца $fM'_C = f(M_C + \mu) = fM_C(1 - \beta)$ вследствие старения солнечного паруса в нашей задаче происходит в соответствии с формулой

$$\frac{d(fM'_C)}{dt} = -(fM_C) \frac{d\beta}{dt} = -(fM_C) \left(-\frac{\beta}{1 + \epsilon_0} \right) \frac{\delta}{r^2} = \frac{K}{r^2}, \quad (11.4)$$

где $K > 0$ и имеет размерность [длина⁵/время³]. Так как цандеровские траектории существуют только вне орбиты старта (в нашей задаче — вне орбиты Земли), то $r \geq r_0$.

Запишем уравнения эллиптического движения в центральном поле Солнца с переменной интенсивностью поля (11.4) и усредним их на одном гелиоцентрическом обороте. Получим скорости изменения элементов орбиты парусного движения в фотогравитационном поле в невозмущенном случае:

$$\left[\frac{da}{dt} \right] = -\frac{K(1 + e_0^2)}{(fM'_C)_0 p_0 \sqrt{1 - e_0^2}} < 0,$$

$$\left[\frac{de}{dt} \right] = -\frac{Ke_0}{(fM'_C)_0 a_0^2 \sqrt{1 - e_0^2}} < 0,$$

$$\left[\frac{dp}{dt} \right] = - \frac{K \sqrt{1 - e_0^2}}{(fM'_C)_0 a_0} < 0. \quad (11.5)$$

Таким образом, мы установили скорости изменения (убывания) большой полуоси, эксцентриситета и фокального параметра первоначальной цандеровской орбиты. Одновременно с помощью (6.15) можно установить скорость убывания периода цандеровского движения

$$\left[\frac{dT_{\text{цанд}}}{dt} \right] = - \frac{2\pi K(2 + e_0^2)}{(fM'_C)_0 \sqrt{(fM'_C)_0 p_0} (1 - e_0^2)} < 0, \quad (11.6)$$

соответствующее увеличению среднего орбитального движения (вековое ускорение), а также скорость возрастания параметра фотогравитационного поля

$$\left[\frac{d(fM'_C)}{dt} \right] = \frac{K}{2\pi a_0^{3/2} \sqrt{p_0}} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{K}{a_0^2 \sqrt{1 - e_0^2}} > 0.$$

В качестве примера рассмотрим космический аппарат с солнечным парусом (в цандеровской ориентации) при $\sigma = A/m = 10^3 \text{ см}^2/\text{г}$, обладающим отражающей способностью $\epsilon_0 = 1$. Этих начальных данных вполне достаточно, чтобы однозначно определить все редуccionные и вспомогательные величины нашей задачи. Итак,

$$\mu_0 = -3 \cdot 10^{32} \text{ г}, \quad M_C = 2 \cdot 10^{33} \text{ г}, \quad \beta_0 = 0,15.$$

$$fM_C = 1,327 \cdot 10^{26} \text{ см}^3/\text{с}^2, \quad (fM'_C)_0 = 1,125 \cdot 10^{26} \text{ см}^3/\text{с}^2.$$

Однозначно определяется и эксцентриситет цандеровской орбиты. Действительно, пусть движение начинается на орбите Земли, где раскрывается цандеровский солнечный парус ($r_\pi = 1 \text{ а.е.}$), после чего аппарат переходит на эллиптическую цандеровскую орбиту, лежащую вне орбиты Земли (см. § 5). Формулы фотогравитационной задачи двух тел, в частности формула (5.14), показывают, что единственное значение эксцентриситета цандеровской орбиты для заданных редуccionных величин составляет $e_0 = 0,178$. Итак, новая орбита космического аппарата, которая в нашей задаче играет роль первоначальной цандеровской орбиты, вследствие износа и старения паруса будет претерпевать изменения, описанные формулами (11.5) — (11.6). Пусть за время, равное одному цандеровскому периоду $T_{\text{цанд}}$, т.е. на дуге $\varphi \in [0, 2\pi]$, коэффициент отражения убывает от $\epsilon_0 = 1$ до $\epsilon = 0,5$ по закону (11.3). Первоначальная орбита характеризуется элементами: $p_0 = 1,165 \text{ а.е.}$, $r_{\alpha,0} = 1,44 \text{ а.е.}$, $T_0^{\text{цанд}} = 1,46 \text{ года}$. За это время параметр фотогравита

ционного силового поля увеличится от начального значения $(fM'_C)_0$ на величину $4,5 \cdot 10^{24} \text{ см}^3/\text{с}^2$, т.е. его приращение составит около 4% первоначального значения. Уменьшатся элементы цандеровской орбиты $\Delta a/a_0 = -4,6\%$, $\Delta e/e_0 = -4,0\%$, $\Delta r_\alpha/r_{\alpha 0} = -5,2\%$, т.е. аппарат сходит с первоначальной цандеровской орбиты, возвращаясь к круговой орбите Земли. Таким образом, учет износа паруса в динамических траекторных задачах оказывается необходимым, особенно при прогнозировании движений на длительных интервалах времени. Изложенный метод [1.62] может быть применен и к другим законам изменения коэффициента ϵ , нежели закон (11.3), а также к задаче о движении по цандеровской орбите с переменной парусностью при неизменном коэффициенте ϵ . Действительно, формула для изменения фотогравитационного параметра поля на основании формул (5.7) – (5.9) может быть представлена в виде

$$\frac{d(fM'_C)}{dt} = -fM_C \frac{d\beta}{dt},$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{Q_C}{fM_C} \frac{A}{m} \frac{d\epsilon}{dt} + \frac{Q_C}{fM_C} (1 + \epsilon) \frac{d}{dt} \left(\frac{A}{m} \right).$$

В нашей задаче мы полагали $\sigma = A/m = \text{const.}$

Заметим, что выведенные выше формулы для скоростей вековых изменений оскулирующих элементов цандеровской эллиптической орбиты (11.5) легко получить непосредственным интегрированием уравнения Бине для цандеровской задачи с переменной интенсивностью центрального фотогравитационного поля за счет износа солнечного паруса. Вводя инверсию $u = r^{-1}$ и обозначая c_0 постоянную площадей первоначальной цандеровской орбиты, равную $\sqrt{(fM'_C)_0 p_0}$, запишем равнодействующую сил тяготения и светового отталкивания (обе силы центральные)

$$F_r = -fM'_C m u^2 = -(fM'_C)_0 m u^2 - m u^2 K c_0^{-1} \varphi, \quad (11.7)$$

где fM'_C оказывается линейной функцией φ , и неизменный кинетический момент единичной массы

$$c(\varphi) = \sqrt{fM'_C p(\varphi)} = \sqrt{(fM'_C)_0 p_0} = c_0 = \text{const}, \quad (11.8)$$

после этого уравнение Бине в линейном относительно K/c_0 приближении примет вид

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{(fM'_C)_0}{c_0^2} \left[1 + \frac{K\varphi}{(fM'_C)_0 c_0} \right].$$

Решением составленного уравнения служит оскулирующий цандеровский эллипс $r = p(1 + e \cos \varphi)^{-1}$ с элементами

$$p(\varphi) = p_0 \left[1 - \frac{K\varphi}{(fM_C)_0 c_0} \right], \quad e(\varphi) = e_0 \left[1 - \frac{K\varphi}{(fM_C)_0 c_0} \right]. \quad (11.9)$$

Вычисление абсолютных и относительных возмущений элементов за один цандеровский период (6.15) снова приведет нас к формулам (11.5), а (11.7) и (11.9) подтверждают выполнение (11.8).

В более общем случае, когда цандеровская орбита подвергается еще и внешним возмущающим воздействиям, ее вековые возмущения могут быть определены описанными выше способами с участием на этот раз еще и возмущающих ускорений. Впрочем, метод интегрирования уравнения Бине оказывается в таких задачах менее гибким, нежели метод усреднения, и его удобно использовать для описания орбитальной эволюции лишь до тех пор, пока это уравнение не перестает быть линейным.

§ 12. Современные проекты конструкций солнечных парусов для гелиоцентрических перелетов

Первые практические лабораторные исследования по технологии исполнения солнечного паруса и отыскания его наилучшей конструкции и конфигурации, начатые в США, относятся, по данным обзоров [1.63 — 1.65], к 1969 — 70 гг. Фантастика постепенно приближалась к реальности. Парус перестал восприниматься как экзотический проект неугомонных фантастов, и стала очевидной его относительная дешевизна в исполнении. За последующее десятилетие были разрешены почти все технические конструктивные и технологические проблемы, связанные с постройкой солнечного паруса. По мнению специалистов центра космических полетов NASA, создававших проект полета совместно с Лабораторией реактивных двигателей Калифорнийского технологического института (JPL, Pasadena) и с рядом других научно-исследовательских учреждений США, космический парусник в недалеком будущем сможет успешно соперничать с солнечно-электрическим двигателем малой тяги.

При выборе возможной конструкции солнечного паруса обсуждались многочисленные варианты его геометрии и пропорций, предлагаемые различными специалистами. Практически сразу, как недостаточно надежные, были исключены из рассмотрения конструкции типа вращающихся дисков, надувных баллонов и раскрытых парашютов. Реальной разработке (на уровне составления предварительной технической документации) и подробному сравнительному анализу подверглись два соперничающих между собой вплоть до сегодняшнего дня проекта солнечного паруса: квадратный парус и

так называемый *гелиоротор*. Первоначально обе эти конструкции исследовались с точки зрения возможной их посылки к комете Галлея. Хотя позднее проект этого полета был отклонен и к кометам было решено отправлять аппараты, снабженные реактивными или солнечно-электрическими двигателями, представляет интерес рассмотреть, почему траектория космического перелета к комете привлекла внимание ученых как перспективная именно в смысле парусного движения.

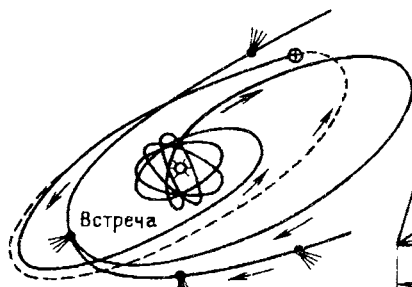


Рис. 41

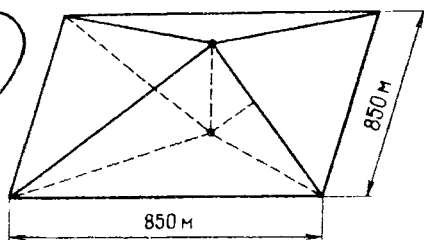


Рис. 42

Дело в том, что плоскость орбиты кометы Галлея наклонена к плоскости эклиптики на 162° , вследствие чего космическая траектория перелета к этой комете с целью ее длительного сопровождения должна включать в себя этап маневра разворота плоскости орбиты аппарата почти на 180° . Конечно, маневр желательно выполнить с минимальными энергетическими затратами. Долгое время считалось, что двигатели малой тяги типа солнечного паруса или солнечно-электрического двигателя вообще не в состоянии выполнить маневр такого гелиоцентрического разворота, пока в 1974 г. Дж. Райт [1.66 – 1.68] не показал, что такой маневр динамически вполне осуществим. Для этого нужно сначала отправить космический аппарат с таким движителем в близкие окосолнечные области, где он как бы зарядится солнечной энергией, достаточной для выполнения маневра разворота плоскости орбиты, а затем вернется обратно к орбите Земли для выполнения требуемых научных исследований. Именно такая схема полета к "обратной" орбите кометы изображена на рис. 41. Она в принципе пригодна для встречи с любым другим небесным телом, движущимся по "обратной" (по отношению к направлению орбитального движения Земли) траектории (астероида, космического аппарата).

Вариант полета к комете Галлея с энергетической "подзарядкой" вблизи Солнца [1.68] предполагал полетное время около 3 – 4 лет и состоял из трех основных этапов (см. рис. 41):

1) уход с орбиты Земли в прямом направлении (в сторону ее орбитального движения) для выхода на околосолнечную гелиоцентрическую орбиту (при полете с парусом длительность этапа оценивается примерно в 1 год при радиусе промежуточной круговой орбиты 0,25 а.е.);

2) движение по круговой орбите (орбита-маховик) для требуемого разворота направления движения на обратное после нескольких гелиоцентрических витков (длительность маневра разворота, выполняемого с помощью солнечного паруса, составляет тоже около 1 года);

3) полет назад к орбите Земли для встречи с кометой в попутном движении с ней (длительность этапа возвращения для парусного варианта составляет 2,5 года при встрече с кометой на гелиоцентрическом расстоянии 0,97 а.е.). Напомним, что динамика маневра на орбите-маховике вкратце уже описана выше в § 11

Именно для осуществления полета по такой траектории с обязательным разворотом на околосолнечной орбите-маховике и были предложены в разное время два упомянутых варианта конструкции солнечных парусов. Квадратный парус [1.66 – 1.69] представляет собой огромный пленочный экран, натянутый на квадратный ферменный каркас со сторонами 850 X 850 м, выполненный из тончайшего алюминизированного полиимидного пластика каптон толщиной не более 2,5 мкм при толщине алюминиевого покрытия, не превышающем 0,1 мкм (рис. 42). Вся конструкция, напоминающая воздушный змей, максимально облегчена, несущие мачты и фермы смонтированы из жестких стержней, выполненных из облегченных материалов (сплавов). Каркас воспринимает силовые нагрузки, действующие на поверхность паруса, и крепится к аппарату при помощи центральной штанги, подкрепленной растяжками. Вес контейнера с приборами не превышает 800 кг, полный вес конструкции – 5000 кг. В зависимости от деталей проекта средняя нагрузка на такой парус не превосходит $40 - 60 \text{ г/м}^2$, а создаваемое таким парусом ускорение составляет $0,03 - 0,13 \text{ см/с}^2$.

Так как траектория, изображенная на рис. 41, была первоначально признана возможной для парусного полета к комете Галлея, а автор траектории [1.66 – 1.68] предлагал для ее выполнения именно квадратный парус, легко понять, почему разработка всего проекта велась сначала с ориентацией именно на такой парус. В целом конструкция квадратного паруса-”змея” была сразу признана вполне жизнеспособной. Но в результате более подробного анализа этого проекта и эскизной проработки деталей его конструкции совместно с тщательными работами в области изыскания необходимых материалов, динамики управления полетом, принципов развертывания паруса из контейнера на орбите, орбитальной механи-

ки, навигации и терморегулирования проект квадратного паруса был снят с дальнейшего рассмотрения в связи с его недостаточной надежностью. После этого внимание конструкторов сосредоточилось на проекте паруса-гелиоротора.

Проект гелиоротора был предложен Р.Макнилом [1.70 — 1.72] раньше проекта квадратного паруса, но поскольку он не был обеспечен собственной траекторией, то долгое время оставался вне сферы внимания конструкторов. Позднее именно он был рекомендован для осуществления полета по траектории, изображенной на рис. 41, как единственная достаточно надежная и перспективная движительная парусная установка для выполнения полета к орбите с наклоном $i > 90^\circ$. Этот вращающийся солнечный парус получил название "Heliogyro" (гелиоротор, солнечный гироскоп, солнечная вертушка). По мнению конструкторов, именно этот парус имеет наибольший шанс на полет в ближайшие десятилетия и, вероятно, в недалеком будущем сможет успешно конкурировать с предлагаемыми параллельно проектами ионно-плазменных и солнечно-электрических двигателей малой тяги. Обзор программы технологической проработки проекта гелиоротора проведен в [1.70 — 1.72] и в отчетах всей рабочей группы лаборатории JPL [1.64, 1.65]. Проект гелиоротора наряду с другими проектами нашел отражение на страницах научно-популярных журналов разных стран [1.73 — 1.77] и на страницах советского журнала "Техника — молодежи" [1.50, 1.78].

Парус-гелиоротор — парус роторного типа. В этой связи уместно вспомнить концепцию Ф.А.Цандера о вращении паруса [В.8, с. 268]. Принцип использования центробежных сил для придания отражающей поверхности необходимой жесткости неоднократно использовался в проектах плоских парусов-дисков, вращающихся относи-

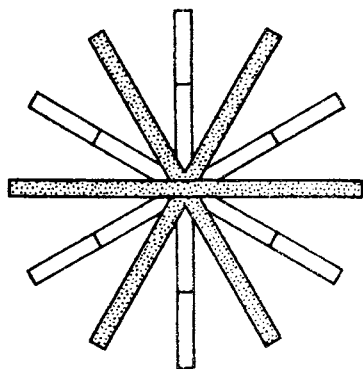


Рис. 43

тельно оси, направленной по нормали к поверхности в сторону Солнца. Такая конструкция не требует ферменного каркаса и потому характеризуется значительно меньшей удельной массой, чем квадратный парус. Однако и в этой конструкции, несмотря на очевидную простоту исполнения, имеется ряд существенных недостатков: необходимы сложные приспособления для разворачивания светоотражающей поверхности в космосе, заданная пространст-

венная ориентация этих парусов сопряжена с существенными трудностями вследствие больших размеров конструкции. Более совершенной конструкцией, также динамически основанной на вращении, следует считать парус роторного типа "Heliogyro" состоящий из нескольких гибких лопастей, вращающихся в плоскости, перпендикулярной к направлению на Солнце. С целью детальной конструктивной проработки были выбраны два варианта паруса "Heliogyro": демонстрационная модель минимальных размеров,

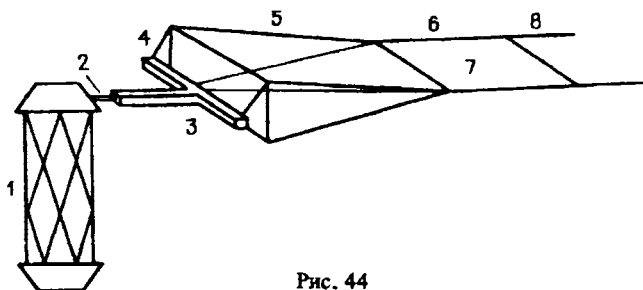


Рис. 44

предназначенная для полета по околоземной орбите продолжительностью 1 год, и основная модель для гелиоцентрического полета к комете. Первый вариант представляет собой четырехлопастную конструкцию; в соответствии со вторым вариантом солнечный ротор должен иметь 12 лопастей, исходящих из центральной части аппарата и смонтированных в два яруса по 6 лопастей в каждом (рис. 43). Лопасты будут выполнены из алюминизированной пленки, закрепленной в центральной части аппарата на легчайших направляющих. В центре конструкции расположится отсек с приборами (полезный груз). Весь гелиоротор вращается, причем центробежная сила обеспечивает как структурную жесткость лопасти, так и первоначальное усилие для развертывания лопастей в космосе. Использование 12 узких лопастей размером 7500×8 м каждая обеспечит примерно ту же площадь отражающей поверхности, что и квадратный парус размером 850×850 м. Лопасты ориентированы вдоль своих продольных осей подобно лопастям вертолетного винта с переменным углом атаки, что позволяет управлять полетом, изменяя углы установки парусов-лопастей.

Очень серьезной сопутствующей проблемой является выбор метода разворачивания паруса после выведения на орбиту. В сложном виде лопасти намотаны на бобины и занимают небольшой объем, бобины закреплены на ступице, смонтированной на аппарате (рис. 44). В развернутом виде лопасти гелиоротора обладают необходимой жесткостью за счет центробежных сил вращения. Углы атаки лопастей могут изменяться с целью регулирования тягово-

Таблица 7

Физическая величина	Вариант I	Вариант II
Диаметр в свернутом положении, м	1,3	4,3
Диаметр в развернутом положении, м	1200	15000
Размеры лопасти, м	0,7 × 600	8 × 7500
Удлинение лопасти	860	940
Число лопастей	4	12
Частота вращения, об/мин	1,3	0,3
Суммарная площадь поверхности, м ²	1590	630000
Полная масса, кг	45	4800
Максимальная парусность, см ² /г	400	1300
Минимальное расстояние от Солнца, а.е.	1,0	0,25
Максимальное тяговое ускорение, см/с ²	0,03	0,16

го усилия, развиваемого парусом в пределах $\pm 30\%$ от максимального значения, причем гелиоротор может работать как в режиме с постоянным углом атаки лопастей, так и с переменным. На рис. 44 изображена упрощенная конструктивная схема роторного паруса: 1 — ступица (ферменная балка), 2 — устройство демпфирования изгибающих моментов, 3 — крестовина, 4 — жесткий стержень, 5 — стойки, 6 — внешняя боковая кромка. 7 — светоотражающая пленка, 8 — поперечные распорки. Характеристики конструкций гелиоротора в соответствии с двумя упомянутыми вариантами запусков (вариант I — демонстрационная модель на круговой геоцентрической орбите высотой 8000 км, вариант II — гелиоцентрический перелет к комете по траектории, изображенной на рис. 41, и доставка в зону встречи полезного груза около 1000 кг) приведены в табл. 7 [1.64].

Вывод гелиоротора на орбиту будет производиться в несколько этапов, причем раскрутка, необходимая для разворачивания пленочных лопастей, начнется лишь на последнем этапе маневра вывода. Углы установки парусов-лопастей предполагается задать так, чтобы максимизировать момент сил светового давления на лопасти, способствующий развертыванию парусов только под действием центробежных сил. Развертывание конструкции будет длиться около двух недель, а поддержание режима равномерного вращения обеспечит необходимую продольную жесткость всей конструкции, причем чем выше угловая скорость вращения, тем сильнее натяжение пленочных лопастей. Таким образом, гелиоротором, как утверждают авторы проекта [1.64], будет легче управлять, чем квадратным парусом-«змеем», стабилизированным по трем осям, или сплошным вращающимся парусом-диском. Его огромное преимуще-

щество перед другими парусными конструкциями состоит также в эффекте центробежных сил, вследствие действия которых продольные направляющие не являются несущей конструкцией (как фермы и растяжки квадратного паруса), а вместе с поперечными направляющими служат главным образом для управления углом установки лопасти вдоль продольной оси и помогают избежать перекручивания восьмикилометровой пленочной ленты.

По мнению авторов проекта, роторный парус обладает и рядом других очевидных преимуществ перед прочими парусными конструкциями:

- конструкция гелиоротора поддается математическому моделированию, позволяющему предсказать его поведение в полете, а также рассчитать динамические параметры, напряжения, деформации и т. д.;

- массивный отсек с приборами (полезный груз) расположен в геометрическом и динамическом центре симметричной конструкции, что позволяет избежать излишних возмущающих эффектов;

- процессы развертывания лопастей и ввода паруса в действие можно частично обработать в наземных лабораторных условиях.

Наиболее важным компонентом солнечного паруса является светоотражающая поверхность, которая изготавливается из высокопрочной полимерной пленки [1.79 — 1.84]. Относительная масса пленки составляет 30 — 60% массы всей конструкции, поэтому пленка должна иметь малую удельную массу, что может быть достигнуто уменьшением толщины пленки и ее плотности. Далее, пленка должна обладать высокой отражающей способностью, что важно не только как динамический фактор в полете, но и как фактор поддержания заданного температурного режима солнечного паруса; материал пленки должен быть стоек к жесткой радиации в космическом пространстве. На основании этих требований к пленке можно предположить, что наиболее подходящим материалом для изготовления солнечного паруса была бы полированная металлическая фольга (из различных металлов), которая обладает высокой стойкостью к воздействию вредных факторов космической среды и имеет высокую отражательную способность в широком диапазоне частот спектра солнечного излучения. По-видимому, именно о такой фольге-зеркале мечтал Ф.А.Цандер в 20-е годы. Однако толщина такой пленки из-за ограничений по массе должна быть чрезвычайно мала — 1 мкм и менее, что не является реальным в настоящее время [1.80]. Возможно, в перспективе удастся получить непосредственно в открытом космосе сверхтонкие металлические пленки путем вакуумного напыления паров металла на основу, удаляемую после напыления. Как указано в [1.80], этот про-

цесс изготовления парусной фольги заслуживает дальнейшего исследования и разработки.

Достаточно хорошим материалом для изготовления светоотражающей поверхности может служить металлизированная полимерная пленка различного химического состава. Характеристики некоторых сортов полимерной пленки приводятся в [1.65, 1.80].

По данным [1.80] преимущества по сравнению с другими материалами в смысле рабочей температуры, плотности и стойкости к радиации имеют пленки майлар и полиимидная пленка (каптон). Пленка майлар прекрасно зарекомендовала себя при изготовлении спутников-баллонов и сейчас хорошо освоена технология ее производства в больших количествах при толщине 3,8 мкм. Полиимидные же пленки выпускаются пока в ограниченных количествах и толщиной не менее 8 мкм. Пленка майлар служит наиболее подходящим материалом для изготовления демонстрационной модели гелиоротора, предназначенной для геоцентрического движения, так как при небольшой продолжительности полета (1 год) допустима ее ограниченная стойкость к жесткой радиации, а разогрев на геоцентрической орбите не превысит допустимую эксплуатационную температуру 150 °С. Однако пленка майлар уступает полиимидным пленкам в значениях коэффициента термического расширения: $2,5 \cdot 10^{-5}$ °С у каптона вместо $5,3 \cdot 10^{-5}$ °С у майлара. Максимальная рабочая температура вместо 150 °С для майлара составляет для каптона 350 °С, вследствие чего именно полиимидной пленке каптон следует отдать предпочтение при изготовлении солнечного паруса для межпланетного полета при существенном приближении к Солнцу. Кроме того, при продолжительности полета в несколько лет весьма существенным окажется и более высокая стойкость каптона к воздействиям космической радиации и потока высокоэнергетических частиц: предельная мощность дозы радиационного воздействия для каптона в полтора раза выше, чем для майлара.

Поверхность пленки, обращенная к Солнцу, должна быть покрыта слоем алюминия толщиной 100 нм ($1000 \text{ \AA} = 100 \text{ нм}$), что создает отражательную способность не менее 0,88 [1.70]. Противоположная сторона пленки покрывается в целях терморегулирования слоем хрома толщиной 12,5 нм (125 Å) с коэффициентом излучения 0,63. При этих данных средняя температура лопасти при приближении к Солнцу на расстояние 0,25 а.е. (см. рис. 41) составляет 221 °С, причем за полный период изменения угла атаки (465 с) температура лопастей будет изменяться от 203 °С до 234 °С при небольших углах атаки и в диапазоне от 192 °С до 245 °С — при больших углах атаки [1.65, 1.70].

Материалами для изготовления боковых кромок лопастей гелиоротора, воспринимающих растягивающие нагрузки, вызванные действием центробежных сил, могут служить различные композиционные материалы на основе полимерных матриц, армированных углеродными волокнами [1.80 — 1.81]. Эти материалы должны также удовлетворять указанным выше требованиям к прочности на растяжение, эластичности (при намотке лопасти на бобину), термостойкости и т.д. Для гелиоротора, например, предлагается композиционный материал с полиимидной матрицей, выдерживающей температуру 245°C . (Для изготовления поперечных распорок, обеспечивающих сохранение необходимой ширины лопасти при действии на нее изгибающих и крутящих моментов, рекомендуется использовать графитно-полиимидную нить с сечением 1×1 мм. Элементы каркаса изготавливаются из графитно-полиимидных трубок, соединенных между собой титановыми узлами.) Указанные в [1.80] материалы освоены промышленностью США, обладают приемлемой стоимостью и в перспективе могут производиться в необходимых количествах.

Продолжая обсуждение главной проблемы полета с парусом — проблемы терморегулирования, — необходимо отметить, что эта проблема касается прежде всего полетов к близким околосолнечным областям, где воздействие солнечной радиации на паруса возрастет в 15 — 20 раз. Вопросы нанесения на теневую сторону паруса специального покрытия, увеличивающего излучательную способность материала почти в два раза, обсуждаются в работах [1.64, 1.83, 1.84]. Например, если одно алюминиевое покрытие дает излучательную способность не более 0,34, то покрытие полимера слоем хрома толщиной $100 - 120 \text{ \AA}$ или окислом индия (или олова) толщиной $1000 \text{ \AA}$ уже повышает излучательную способность до 0,64, что снижает максимальную расчетную температуру разогрева паруса на расстоянии 0,25 а.е. от Солнца с первоначальных 370°C до 260°C . На рис. 45 [1.64] даны графики рабочих температур полиимидной пленки каптон для значений излучательной способности паруса 0,2 и 0,65. Вертикальная черта соответствует орбите Земли.

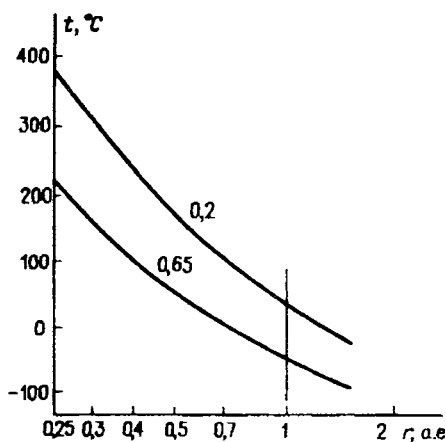


Рис. 45

Требования, предъявляемые к терморегулированию паруса, в равной степени относятся к опорной конструкции и к приборному отсеку. Определенные сложности в терморегулировании возникнут и при развертывании паруса на орбите Земли, что может оказаться особенно существенным для квадратного или другого плоского паруса. Поэтому [1.84] развертывание паруса у Земли должно производиться при ориентации паруса боковой стороной на Солнце, для избежания перегрева конструкции. Оказывается, при прямом освещении Солнцем уже на этапе развертывания паруса температура поверхности алюминизированного покрытия может достигнуть 400°C . Особенно следует избегать образования складок на поверхности, так как лабораторные эксперименты показали, что вблизи царапин и складок пленки ее температура вследствие многократного отражения солнечных лучей и нарушения излучения с теневой стороны может оказаться на $75 - 100^{\circ}\text{C}$ выше расчетной. Повышенное теплопоглощение создается и в местах склейки и сварки листов пленки.

Эти технические детали проблемы терморегулирования паруса с ясностью показывают, что часто встречающаяся, в том числе и в данной книге, постановка задачи о движении паруса, зеркального с обеих сторон, является не более чем математической моделью, удобной, но не имеющей реальных технических аналогий.

Конструкция гелиоротора к настоящему времени является первой спроектированной во всех подробностях базовой конструкцией солнечного паруса. Ее целевое назначение может быть весьма разнообразным, однако, пожалуй, наиболее интересным ее применением среди всех, предлагавшихся до сих пор, служит вариант полета сначала к околосолнечным областям с целью "подзарядки" и набора солнечной энергии, а оттуда — обратно к орбите Земли для выполнения намеченных экспериментов. По предлагаемой схеме намечаются также полеты с парусом к комете Энке (600 сут) [1.64], облет кометы Энке с возвращением на Землю (4 — 5 лет), полет к Марсу с возвращением (4 года), полет к Меркурию (350 дней), к астероидам и т.д. Так как такие полеты едва ли смогут быть осуществлены ранее чем через 10 — 20 лет, то предлагаемый проект гелиоротора также следует считать в значительной степени предварительным. Разработанная конструкция и усовершенствованиям, прежде чем состоится ее первый запуск.

Не менее важными наряду с разработками гелиоротора являются современные разработки квадратного и других конструкций паруса, предназначенного для различных вариантов гелиоцентрических и геоцентрических маневров и перелетов [1.85, 1.86]. Например, в [1.86] представлены результаты эскизного проектирования

пилотируемой экспедиции на Марс, все оборудование для работы и снабжения которой будет заблаговременно доставлено к Марсу с помощью 14 пусков грузовых космических кораблей, оснащенных солнечными парусами. Эта флотилия транспортных парусников доставит с Земли суммарно более 400 т груза, причем каждый корабль предполагается оснастить парусом размерами 2×2 км и массой около 20 т при грузоподъемности каждого парусника около 30 т (толщина парусной пленки 2,5 мкм при удельной массе $4,8 \text{ г/м}^2$, что соответствует парусности $2 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{г}$).

Главным препятствием для перехода от эскизного проектирования к завершающему этапу разработки солнечного паруса является, по мнению зарубежных ученых, финансовый риск, связанный с невозможностью проведения полных наземных испытаний: сила тяжести разрушит любую пригодную конструкцию и даже не позволит развернуть парус. Испытанию же на низкой орбите мешает сопротивление разреженной атмосферы.

Не меньший интерес представляют и проекты изготовления солнечного паруса непосредственно в космосе. Например, способ, ко-

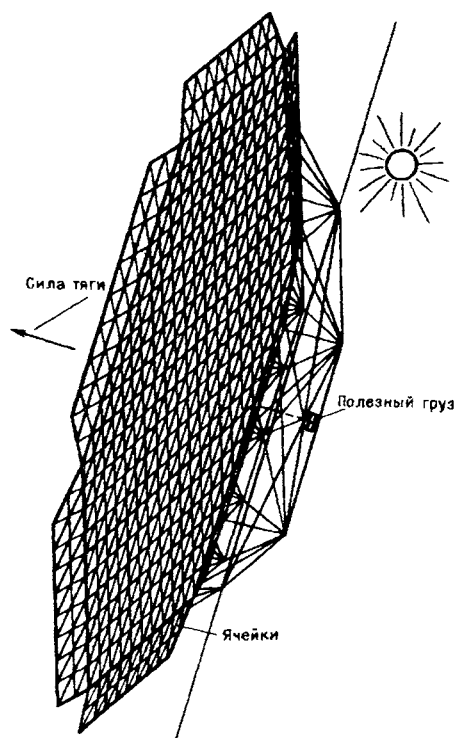


Рис. 46

торый недавно предложил К. Дрекслер [1.87 – 1.89], обещает повышение эффективности солнечного паруса путем изготовления синтетической пленки в невесомости, что позволит создать пленку толщиной всего 100 нм (0,1 мкм) и даже тоньше. Ожидаемое увеличение эффективности паруса в 20 – 80 раз превысит эффективность парусов, построенных в наземных условиях. Если сейчас предельные ускорения, находящиеся на уровне современных технических возможностей для парусов, построенных на Земле, составляют $0,05 - 0,2 \text{ см/с}^2$, то ускорения, создаваемые парусом, смонтированным непосредственно на орбите, достигнут 1 см/с^2 . Для монтажа паруса на орбиту будет выведена в сложенном виде легкая решетка, разворачивающаяся в плоский шестиугольник, набранный на основе множества треугольных ячеек (рис. 46). Диаметр решетки может составлять от 0,5 км до 5 км. Вместе с решеткой монтируется технологическое устройство, вырабатывающее до $3 \cdot 10^7 \text{ м}^2$ пленки в год. Пленка разрезается на треугольные пластины, вклеивающиеся в ячейки. После изготовления паруса система ферм и растяжек отсекается, и парус отправляется в самостоятельное путешествие. Масса такого паруса может достигать 13 т. Конструктивные особенности проекта также предполагают реализацию цандеровской идеи о вращении экрана около центральной оси – здесь, как и в модели гелиоротора, радиальная жесткость конструкции создается равномерным вращением.

Высокая скорость движения такого паруса создает заманчивые перспективы для будущих полетов, которые пока остаются в рамках научной фантастики. Когда удастся производить непосредственно в космосе такие тончайшие солнечные паруса, они станут,

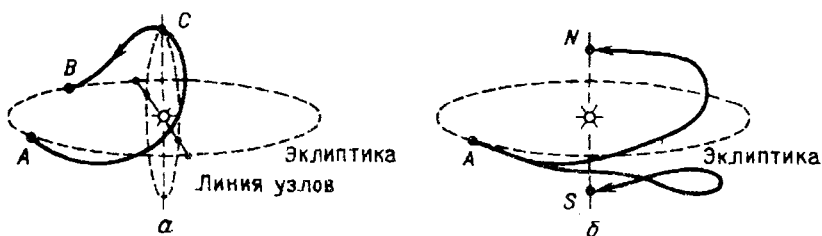


Рис. 47

возможно, основным средством для полетов по Солнечной системе, включая даже полеты человека. Однако едва ли не самым любопытным из возможных представляется полет вне плоскости эклиптики к полярным околосолнечным областям, исключительно перспективный с точки зрения космических и астрономических исследований в этой неизученной области пространства. На рис. 47, а [1.87] изображена схема такого полета с возвращением на Землю:

A — точка старта с Земли, B — точка возврата на орбиту Земли, C — точка максимального удаления от плоскости эклиптики. Штриховая окружность, проведенная через точку C , расположена внутри орбиты Земли (имеет радиус, меньший 1 а.е.). На рис. 47,б изображена схема полетов от точки A на орбите Земли к северной и южной полярным околосолнечным областям для создания длительно функционирующей солнечной обсерватории (расстояния точек N и S от Солнца также меньше 1 а.е.).

Для полетов к полярным областям потребуется движитель с тягой не менее 100 — 200 Н. Предполагается, что изготовленный вышеуказанным способом солнечный парус обеспечит такую силу тяги и сможет вывести на указанные траектории астрономическую обсерваторию массой 15 — 30 т. Соответствующее управление парусом должно удерживать обсерваторию в необходимом равновесном положении в точках N и S . Тяга около 100 Н окажется достаточной для выполнения другого весьма фантастического по своему замыслу маневра — транспортировки к Земле небольших астероидов, состоящих из ценного рудного материала.

Не менее захватывающий полуфантастический проект парусного перелета излагается в работе [1.90], посвященной описанию полета космического корабля с тремя солнечными парусами радиусом 200 км каждый за пределы Солнечной системы к звезде α Центавра. Авторы проекта предполагают, что такой корабль, несущий на борту колонию космонавтов численностью до тысячи человек, сможет достичь этой звезды за 1200 лет. Главная опасность, по их мнению, грозит космонавтам со стороны высокотемпературных воздействий, испытываемых парусным кораблем при близком к Солнцу прохождении перигелия околосолнечного эллипса: температура поверхности корабля достигнет 1500 °С. В работе [1.91] предложены алгоритмы вывода аппарата с парусом на эллиптическую или гиперболическую орбиту вокруг достигнутой звезды α Центавра. Там же обсуждается модификация двигательной установки, состоящая из комбинации солнечного паруса с ядерным двигателем.

Авторы проекта предлагают несколько вариантов космических парусников, способных покинуть Солнечную систему. Так, чтобы уйти из Солнечной системы, пройдя перигелий на гелиоцентрическом расстоянии 0,01 а.е. со скоростью, составляющей около 0,0014 скорости света, т.е. около 420 км/с, потребуются три солнечных паруса радиусом 200 км каждый при парусности $2 \cdot 10^5$ см²/г. Общая грузоподъемность такого космического корабля составляет 10^7 кг (полезный груз и масса паруса с тросами). Если же пользоваться менее эффективными парусами (парусность 10^5 см²/г, радиус 50 км), то маневр можно осуществить, снабдив корабль уже не менее чем 76 такими парусами. При всей своей

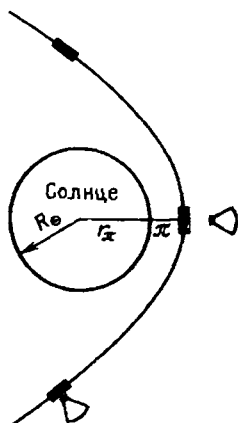


Рис. 48

фантастичности этот проект дает, однако, наглядное представление о зависимости эффективности парусных двигателей от размеров и технологических особенностей паруса. Вариант с тремя парусами соответствует ускорению вблизи перигелия около $4g$ (g — гравитационное ускорение на поверхности Земли), причем время полета до звезды, оцениваемое в 1200 лет, можно сократить до 1100 лет за счет гравитационного разгона вблизи Сатурна при покидании Солнечной системы. Если же увеличить ускорение до $10 \div 20g$, то время полета можно уменьшить до 800 лет.

Предлагая пока фантастические проекты межзвездных космических полетов под солнечными парусами, авторы работ [1.90 — 1.92] тем не менее весьма серьезно подходят к ряду практических проблем. Во-первых, это проблема разогрева при сближении аппарата с Солнцем, во-вторых — проблема быстроты развертывания солнечного паруса. В проекте межзвездного парусного плавания обе эти проблемы одновременно предлагается решать весьма неожиданным способом, т.е. путем швартовки космического парусного корабля к небольшому астероиду, площадь тени которого больше максимальной площади паруса. Сначала астероид выводит аппарат на параболическую орбиту около Солнца ($R_C \approx 1$ млн. км) с заданным перигелием $r_\pi \approx 0,01$ а.е. $\approx 1,5$ млн. км, где гравитационное солнечное ускорение составляет около $6g$ (рис. 48). При подходе к перигелию аппарат "прячется" за астероид во избежание критического разогрева парусов. В момент прохождения перигелия аппарат отстыковывается от "экрана" и со всеми развернутыми парусами выходит из-за прикрытия и переходит на требуемую орбиту под действием светового давления. За короткое время пребывания вблизи Солнца температура парусов не успеет достичь критических значений: при прогнозируемых скоростях прохождения перигелия корабль уже через полчаса окажется на расстоянии $2,3 \cdot 10^6$ км от Солнца в безопасной зоне, где температура парусов снизится с 2000 К до 1000 К. На такие температуры рассчитывается солнечный парус, выполненный не из пленки, а из специальной металлической фольги толщиной 10^{-8} м с точкой плавления 2600 К.

Идея искусственного экранирования паруса от разогрева одновременно решает и проблему развертывания, так как позволяет заранее приготовить парус, развернув его в тени в рабочее положение.

ние, готовое к полету. В проекте парусного звездоплавания речь идет о "минутной готовности" вблизи перигелия, так как при скорости порядка 0,0014 скорости света опоздание в крайне трудоемком полном развертывании множества парусов на 1 минуту будет означать ошибку в 25 000 км при выходе на расчетную траекторию (угловая ошибка $0,1^\circ$), а на расстоянии в 4 световых года соответствующий промах достигнет 440 а.е. Движение аппарата, покидающего Солнечную систему, будет происходить по гиперболе, обращенной к Солнцу своей выпуклостью, т.е. по цандеровской траектории движения в центральном фотогравитационном поле (см. рис. 5 и формулы из § 5). Авторы проекта указывают на перспективность перелетов к другим звездам с помощью солнечного паруса в отдаленном будущем (через $4 \cdot 10^9$ лет) [1.92].

В заключение уместно остановиться на проблеме, общей для любой конструкции солнечного паруса, — на проблеме возможности пробоев материала паруса микрометеороидами (см. § 3). Не обсуждая вопрос о крайне нежелательной (для столь хрупкой конструкции, как солнечный парус) встрече в космосе с достаточно массивной частицей, которая может попросту сломать его или сильно повредить (вероятность такого события всегда отлична от нуля), займемся вопросом о возможности многократных встреч с мельчайшими микрометеоритными и пылевыми частицами, населяющими Солнечную систему. Эти частицы, получившие название микрометеороидов, создают околосолнечный рой [1.2], причем средняя плотность микрометеороидного вещества в Солнечной системе составляет вблизи орбиты Земли $1,3 \cdot 10^{-22}$ г/см³. Эта плотность увеличивается вблизи Солнца и, наоборот, уменьшается к периферийным областям Солнечной системы. Уменьшение плотности при удалении от Солнца происходит неравномерно, есть области с повышенным и с пониженным содержанием частиц, причем эти области геометрически не связаны с планетными орбитами: вероятно, распределение частиц в значительной мере обусловлено космическими электромагнитными силами.

На основании современных сведений о микрометеоритной и пылевой материи [1.1, 1.2] можно заключить, что солнечный парус будет неизбежно подвергаться бомбардировке микрометеороидами. Так как наблюдается корреляция: чем меньше масса частицы — тем выше ее скорость, то очевидно, что и самые мельчайшие частицы, движущиеся с гиперболическими скоростями, смогут повредить пленочную поверхность. Для защиты от пробоев предлагается, например [1.80], покрывать пленку армирующей сеткой, чтобы ячеистая структура сетки помогала локализовать места пробоев и избежать расползания повреждений. В этом плане весьма перспективна также сотовая структура (см. рис. 46), предлагае-

мая в [1.87, 1.88]. Оценка опасности пробоев паруса выражается по [1.80] в следующих цифрах: за 4 года предполагаемого полета солнечного паруса уменьшение размеров его отражающей поверхности за счет пробоев составит вблизи орбиты Земли около 7%, а в более близких к Солнцу областях — около 12%.

Проблема пробоя солнечных парусов микрометеороидами беспокоит также и авторов проекта межзвездного парусного путешествия. В [1.90] приведен расчет силовых нагрузок на армирующие сетки противометеоритной защиты, возрастающих при

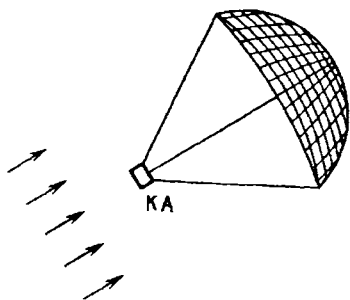


Рис. 49

приближении к внутренним областям Солнечной системы, так как именно от Солнца движутся гиперболические потоки пылевых и микрометеоритных частиц, покидающих Солнечную систему. Схема армирующей сетки, наброшенной на парус парашютного типа, изображена на рис. 49; в действительности эта сетка предполагается очень мелкой, со стороной каждой ячейки около 8–10 см, что позволит разделить поверхность паруса с 40-километровым радиусом на 10^{12} элементов. Сетка будет состоять из волокон диаметром 10^{-5} м, причем масса сетки увеличит на 35% массу каждого паруса. Это снижает эффективность парусного корабля, однако в меньшей степени, чем прогнозируемые пробои. В [1.90] приведены расчеты силовых нагрузок и прочностных характеристик сеточного каркаса при полной массе парусника $5 \cdot 10^6$ кг и максимальном ускорении при прохождении перигелия порядка 25g.

Необходимо напомнить, что микрометеоритная опасность беспокоила в свое время и Ф.А. Цандера [В.10, 1.93]; он напоминает о ней и предлагает создание искусственных электростатических полей для предохранения аппарата с парусом от столкновений с мельчайшей пылью и частицами. В настоящее время в связи с космическими экспериментами существенно улучшились наши знания относительно свойств межпланетной среды и стало ясно, что, хотя количественные оценки Ф.А. Цандера следует признать устаревшими, но его идеи электростатической защиты заслужива-

ют серьезного внимания и пристального исследования. Учитывая, что электризация поверхности паруса может способствовать дополнительному притяжению пылевых частиц, движущихся в космических электромагнитных полях, следует признать необходимым нанесение отражающих свет металлизированных покрытий, способствующих одновременно устранению нежелательной электризации паруса в космосе. Речь о снятии вредного статического электричества с пленочных лопастей гелиоротора уже шла выше [1.64], этой проблеме посвящено несколько статей, в частности [1.94—1.96]. В них устанавливается ориентация дуговых разрядов на парусной пленке майлар и их интенсивность в зависимости от полимерной структуры пленки (при толщине 75 мкм [1.94]), приводятся зарядовые характеристики космических диэлектриков: пленок из тефлона и полиимида (каптона) [1.95]. На полимерные пленки со стороны их освещенной поверхности рекомендуется наносить прозрачный токопроводящий слой окиси индия, препятствующий возникновению электрических зарядов, которые могут повысить потенциал парусной поверхности до 12000 В и привести к электрическим разрядам с разрушительными последствиями. Ряд интересных практических соображений о материалах для парусных перелетов к ближайшим звездам приведен в [1.97—1.100].

Кроме идеи отклонения метеорных частиц мы находим у Ф.А. Цандера также и некоторые другие практические рекомендации по уменьшению метеорной опасности [В.10, с. 288], в частности выбор траекторий вне постоянных орбит метеорных роев, разделение аппарата на ряд отсеков с автоматическим приспособлением для их отделения в случае пробоя и т.п. Практические цандеровские рекомендации тех лет могут оказаться актуальными и для современных парусных конструкций, например для перспективной конструкции сотового паруса.

Таким образом, обеспечение высокой надежности космических аппаратов в настоящее время становится одной из главных проблем космонавтики. Основным фактором, определяющим надежность работы систем и корабля в целом при его длительном функционировании в космическом пространстве, является учет влияния условий окружающей среды и принятие мер по защите приборов и самого солнечного паруса от этих влияний. Некоторые идеи Ф.А. Цандера, касающиеся учета воздействия определенных факторов космического пространства, в наше время получили широкое развитие, хотя иногда и в несколько иной интерпретации, нежели были в свое время сформулированы им самим. О развитии этих идей в области защиты космических аппаратов интересно рассказывает И.М. Коровин [1.101], справедливо отмечая, что цандеровские идеи опередили даже наше время, когда современная наука и техника лишь подошли к их практической реализации.

ГЕОЦЕНТРИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ

§ 13. Квазикруговые спиральные траектории раскрутки с солнечным парусом вокруг Земли

Рассматривавшиеся в части I проекты гелиоцентрических межпланетных перелетов с солнечным парусом ставили своей целью теорию и расчет гелиоцентрической траектории вне сферы действия планет старта и назначения. Как правило, предполагалось, что раскрытие паруса происходит на орбите Земли уже после освобождения космического аппарата от земного тяготения. Однако Ф.А. Цандер [В.11] предлагал именно полную двухэтапную схему полета, при которой сначала выполняется раскрутка аппарата с уже раскрытым парусом по спирали вокруг Земли для выхода на требуемую стартовую геоцентрическую траекторию, а затем уже осуществляется гелиоцентрический межпланетный перелет, также с солнечным парусом. С динамической точки зрения мы имеем дело здесь с двумя совершенно разными задачами. Кроме того, с очевидностью выступает логическая преемственность двух указанных функциональных этапов работы солнечного паруса, на протяжении каждого из которых парус выступает как космический движитель малой тяги, выполняющий, однако, принципиально различные в динамическом отношении маневры.

Проследивая развитие цандеровских идей в современной динамике космического полета [1.28] следует заметить, что эта полная комплексная схема парусного перелета, к сожалению, так никогда и не была полностью проанализирована и никто из исследователей ни теоретически, ни численно не объединил оба эти этапа в одну задачу. Это произошло, по-видимому, именно в силу упомянутых динамических различий обеих задач. Кроме того, необходимо заметить, что бурное развитие парусных задач началось в 60-е годы сразу с гелиоцентрического этапа задачи, т.е. со второго цандеровского этапа движения. На первый взгляд представляется парадоксальным, что столь "близкая" геоцентрическая задача о раскрутке с солнечным парусом достаточно долго оставалась на втором плане, уступая место зачастую полужантасмическим проектам далеких межпланетных парусных плаваний. Несмотря на, казалось бы, большую перспективность скорой технической реализации, эта

задача в те же годы удостоилась значительно более скромного количества исследований.

Объяснить указанное нарушение преемственности и определенную диспропорцию научных интересов в этом случае нетрудно, если учесть, что любая постановка задачи по построению космической парусной траектории сначала основывается на некоторой небесно-механической базовой теории, а затем уже конкретизируется в плане разработки инженерных деталей проекта и обеспечения требуемого управления парусом. С этой точки зрения задачу гелиоцентрического межпланетного перелета можно в некотором отношении называть более легкой, так как она опирается на модельную задачу о движении с парусной тягой в невозмущенном гравитационном поле Солнца. Так как в этой задаче сила светового давления солнечных лучей рассматривается как сила тяги (в отличие от задач классической небесной механики, где она рассматривается как возмущающая сила), то общую постановку гелиоцентрической парусной задачи действительно можно считать невозмущенной. Кроме того, в силу физических соображений (см. § 5, 6) тяговое ускорение паруса частично (в виде радиальной составляющей) или даже полностью (цандеровские конические сечения) удастся удачно вписать в алгоритм ограниченной фотогравитационной задачи двух или даже трех тел. Именно вследствие этих соображений алгоритм невозмущенной гелиоцентрической задачи о движении с солнечным парусом сразу привлек к себе внимание исследователей своей сравнительной простотой и изяществом, позволяющими четко выделить эффекты светового давления и построить динамическое описание траектории межпланетного парусного перелета.

С другой стороны, геоцентрическая задача о раскрутке (вокруг Земли), начинающейся с низкой околоземной орбиты и выполняемой за счет малой силы тяги управляемого солнечного паруса, не может рассматриваться как невозмущенная даже в самой грубой модельной постановке; кроме того, эта задача отличается от гелиоцентрической еще и изменением направления солнечных лучей по отношению к центру тяготения. Оказываясь расширенной модификацией спутниковой задачи, она должна уже в первом приближении рассматриваться как возмущенная (имеются в виду гравитационные, атмосферные и теневые эффекты), что существенно усложняет как процедуру численного интегрирования уравнений движения, так и процедуру построения аналитических решений. Именно поэтому разработка возмущенной геоцентрической задачи о полете с управляемым парусом началось сравнительно недавно, и эту задачу пока еще никак нельзя считать решенной.

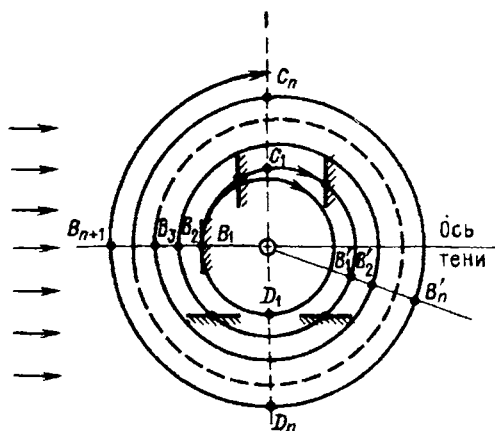


Рис. 50

Основополагающая постановка задачи о геоцентрической раскрутке, начинающейся с круговой околоземной орбиты, Ф.А. Цандером [В.11] была, конечно, сформулирована как невозмущенная — в те годы она и не могла быть иной. Основная заслуга Ф.А. Цандера в плане формулировки этой задачи состоит в том, что, во-первых, он предложил простую и одновременно весьма выгодную энергетическую схему управления парусом [В.11, с. 368] (рис. 50): на том участке, где солнечные лучи "дуют в корму" космического корабля (участки $B_1B'_1, B_2B'_2$ и т.д.), плоскость отражающего паруса должна быть строго перпендикулярна солнечным лучам, в тени ориентация безразлична, а по выходе из тени, т.е. там, где корабль движется навстречу свету (участки B'_1B_2, B'_2B_3 и т.д.), парус следует держать расположенным ребром к Солнцу или просто свернутым. Об этой схеме сам Ф.А. Цандер пишет [В.11, с. 367]: "Мы должны, кружась вокруг земного шара, при каждом облете пользоваться зеркалом от точек B_n через C_n к B'_n , ставя на пути $B'_nD_nB_{n+1}$ зеркало так, чтобы лучи скользили по его поверхности, не производя действия".

В качестве траектории раскрутки (в математическом смысле) Ф.А. Цандер предлагал классическую раскручивающуюся (архимедову) спираль, у которой каждый луч пересекает витки кривой в точках, находящихся на одинаковом расстоянии друг от друга (см. рис. 50). Принимая, что на каждом витке такой спиральной траектории, начинающейся с круговой орбиты, средняя скорость космического аппарата приближенно равна круговой орбитальной скорости, Ф.А. Цандер так определяет время раскрутки до набора параболической скорости: примерно 170 сут для модели зеркального паруса площадью 10^5 м^2 и полной массой (вместе с полезным

грузом) около 1000 кг (парусность такой конструкции составляет $10^3 \text{ см}^2/\text{г}$).

Итак, основная заслуга Ф.А. Цандера в деле разработки геоцентрической задачи состоит в формулировке общей исходной концепции геоцентрической раскрутки и сводится вкратце к двум основным положениям: 1) успешная аппроксимация траектории квазикруговой спиралью, 2) энергетическое обоснование закона управления парусом по релейной схеме переключения 0 или 1. Последующие исследования режимов раскрутки в этой задаче необходимо внесли некоторые незначительные коррективы в цандеровскую модельную схему, не нарушив, однако, ее логической целостности. Анализируя эти коррективы, следует, например, иметь в виду, что траектория, изображенная Ф.А. Цандером (см. рис. 50), носит в значительной степени условно-иллюстративный характер. Это связано с тем, что прохождение аппарата через тень Земли, изображенное в виде луча с точками "включения" $B'_1, \dots, B'_n$, не позволит обеспечить изображенное Ф.А. Цандером неизменное расстояние между витками спиральной траектории. Кроме того, в выполненных им расчетах траектории раскрутки тень вообще в расчет не принималась. К обсуждению цандеровской схемы квазикруговой раскрутки мы еще вернемся в § 17 при обсуждении релейных схем управления парусом, предназначенных для коррекции орбит.

Относительно цандеровского закона переключения по релейной схеме 0 или 1 было в дальнейшем установлено, что хотя такое управление заведомо не является оптимальным, т.е. обеспечивает разгон до параболической скорости отнюдь не за минимальное время, оно тем не менее представляется весьма выгодным энергетически (см. § 15) в ряде задач о парусной раскрутке. Однако в действительности это управление, как будет показано ниже в § 15, обеспечивает траекторию, лучше аппроксимируемую семейством кеплеровых эллипсов, нежели раскручивающейся квазикруговой цандеровской спиралью. С другой стороны, предлагаемому Ф.А. Цандером для своего закона управления движению по квазикруговой спирали на самом деле отвечает несколько иной закон управления, имеющий релейный лишь в качестве своего первого приближения. Имея в виду эти незначительные коррективы, следует заметить, что они еще подчеркивают принципиальную правильность идей Ф.А. Цандера, силой своего научного предвидения и высокоразвитой научной интуиции сразу верно сформулировавшего основной принцип парусной геоцентрической раскрутки, подчиняющейся, вдобавок, энергетически выгодной схеме управления.

Первые немногочисленные исследования геоцентрической парусной раскрутки появились одновременно с исследованиями

гелиоцентрического полета — т.е. в начале 60-х годов. Дальнейшее развитие тематики происходило по двум основным направлениям: вариант А — раскрутка с круговой орбиты, лежащей в плоскости эклиптики; вариант В — раскрутка с круговой орбиты, перпендикулярной и к потоку солнечных лучей, и к плоскости эклиптики (с терминаторной орбиты). Обе упомянутые задачи развивают цандеровскую концепцию и вносят соответствующие вышеупомянутые коррективы в его опорную схему. Например, именно для эклиптической раскрутки А используется релейный (или близкий к нему непрерывный) цандеровский закон управления парусом, однако траектория раскрутки оказывается не квазикруговой, а эллиптической. С этим типом движения мы еще встретимся в § 15.

Вариант В, которому в основном посвящен данный параграф, полностью реализует квазикруговую цандеровскую раскрутку, внося некоторые коррективы в цандеровский закон управления.

Теория квазикруговой раскрутки с помощью солнечного паруса, созданная в 60-е годы, была тесно связана с первыми разработками теории движения под действием малой касательной тяги и основывалась на ряде готовых численно-аналитических результатов решения этой задачи. Такие результаты были получены Ф. Перкинсом [2.1], заложившим аналитические основы теории спиральной геоцентрической раскрутки с непрерывной малой касательной тягой, т.е. тягой, направленной по геоцентрической скорости

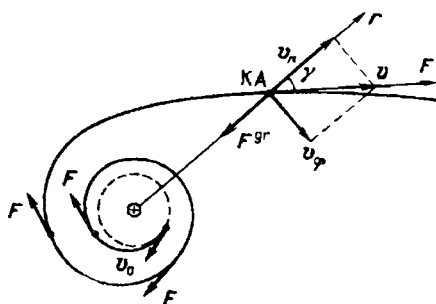


Рис. 51

аппарата. В ней впервые было построено решение плоской асимптотической задачи о разгоне с малой касательной тягой от начальной круговой скорости до набора нулевой полной энергии (местной параболической скорости в конечной точке). Эта задача впоследствии подробно исследовалась В.В. Белецким и В.А. Егоровым [1.3], Д.Е. Охочимским [2.2], а также рядом других авторов; подробную библиографию по проблеме разгона можно найти в монографии Г.Л. Гродзовского и др. [В.24]. Современное состоя-

ние этой сложной динамической проблемы охарактеризовано В.В. Белецким в очерке "В космос по спирали" [В.17, с. 252–264].

Как показано в [2.1], геоцентрическая траектория раскрутки в присутствии постоянной малой касательной тяги неизменно оказывается развернутой спиралью (рис. 51), расположенной в плоскости первоначальной орбиты и аппроксимируемой семейством круговых орбит с увеличивающимся радиусом. Эта спираль остается квазикруговой достаточно долго, вплоть до момента покидания нулевой полной орбитальной энергии, т.е. до момента покидания гравитационного поля Земли с местной параболической скоростью, когда спираль уже стремится развернуться в прямую. Энергетический баланс такой плоской раскрутки предполагает, что средняя орбитальная скорость на любом витке спирали близка к местной круговой скорости, т.е. к $v = \sqrt{fM_3/r}$, и монотонно убывает от витка к витку. Грубо приближенные формулы, описывающие приращения радиус-вектора Δr и орбитальной скорости Δv в виде функций полярного угла φ , вытекают из уравнений орбитального движения после их линеаризации по эксцентриситету. Они имеют вид

$$\begin{aligned}\Delta r &= 2 \frac{F}{m} \left(\frac{r_0}{v_0} \right)^2 (\Delta\varphi - \sin \Delta\varphi), \\ \Delta v &= - \frac{F}{m} \left(\frac{r_0}{v_0} \right) (\Delta\varphi - 2 \sin \Delta\varphi).\end{aligned}\quad (13.1)$$

и описывают синусоидальные колебания, налагающиеся на общий вековой ход. Здесь φ — полярный угол аппарата на спирали (см. рис. 51), r_0 — радиус начальной круговой орбиты, v — местная круговая скорость на первоначальной орбите. Тяга F считается малой, если она составляет менее 1 % от силы тяготения на первоначальной орбите. Закон убывания геоцентрической скорости со временем t , установленный с точностью до периодических слагаемых, имеет при этом вид

$$\Delta v \approx - \frac{F}{m} \Delta t. \quad (13.1')$$

Формулы (13.1) и (13.1') позволяют составить наглядное представление о характере раскрутки (увеличении r) и о немонотонном (в линейном приближении) поведении скорости аппарата v до тех пор, пока эта скорость не окажется равной местной параболической скорости в конечной точке. Напомним, что и круговая, и параболическая местные скорости убывают по закону $\sim 1/\sqrt{r}$ с удалением от центра притяжения. Здесь мы снова сталкиваемся с традиционным для динамики космического полета парадоксом: состоящим

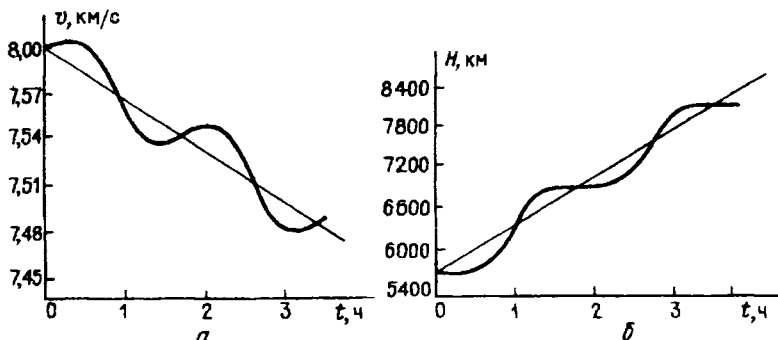


Рис. 52

в том, что сила, ускоряющая аппарат в сторону движения, вызывает постепенное убывание его орбитальной скорости. Физическая природа этого парадокса также охарактеризована в упомянутом выше очерке В.В. Белецкого.

Как легко видеть из формул (13.1), на монотонный ход изменения r и v накладываются некоторые периодические колебания. Динамическое объяснение этого явления достаточно просто. Действительно, на первоначальной круговой орбите сила тяготения Земли fM_3m/r^2 уравнивается центробежной силой mv^2/r . При непрерывном действии малой тяги максимальное возрастание кинетической энергии аппарата достигается, как известно, путем максимизации проекции тяги F на направление скорости v . Это следует из теоремы об изменении полной орбитальной энергии $h = mv^2/2 - fM_3m/r$:

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 - \frac{fM_3m}{r} \right) = m \dot{v} v + \frac{fM_3m}{r^2} \dot{r} = \\ &= \left(-\frac{fM_3m}{r^3} \mathbf{r} + \mathbf{F} \right) \mathbf{v} + \frac{fM_3m}{r^2} \dot{r} = \mathbf{F} \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (13.2)$$

В нашей задаче тяга F всегда направлена по касательной к траектории, следовательно, $F \parallel v$ и полная энергия h аппарата возрастает с максимально возможной скоростью. Это возрастание влечет за собой возрастание линейной скорости на данном участке (не путать с общей тенденцией векового уменьшения средней круговой скорости от витка к витку), а возрастание скорости в свою очередь вызывает увеличение центробежной силы, превосходящей теперь силу тяготения (предполагаем, что рассматриваемый участок круговой дуги мал и сила тяготения еще не успела измениться). Именно поэтому аппарат постепенно набирает высоту, удаляясь от Земли: переходит на новую равновесную орбиту.

Начальный характер убывания скорости изображен на рис. 52, а [2.1]. На общий монотонный вековой ход убывания скорости v накладываются малые периодические колебания, причем на небольшом интервале времени раскрутки (порядка нескольких часов на рис. 52, а) вековое изменение скорости хорошо описывается линейной функцией. Аналогичный характер носит и возрастание высоты аппарата над Землей H (рис. 52, б).

Задача о разгоне с касательным постоянным ускорением была подробно исследована В.В. Белецким и В.А. Егоровым [1.3]. Имми показано, что в силу монотонного увеличения полной орбитальной энергии h (а следовательно, большой полуоси a орбиты) и фокального параметра p (удовлетворяющего уравнению $dp/dt = 2Fp/v > 0$) оскулирующая орбита непрерывно увеличивает свои размеры, движение идет по развертывающейся спирали. Из-за увеличения размеров орбиты оскулирующий период обращения будет увеличиваться, а средняя за оборот скорость движения будет уменьшаться вплоть до значения местной параболической скорости на отрыве. Сделав какое-то число оборотов вокруг Земли по плоской развертывающейся спирали, аппарат с малой скоростью выходит на конечный участок траектории раскрутки — на плавную дугу траектории, уже не закручивающуюся вокруг Земли (рис. 53). На этой дуге достигается нулевая полная орбитальная энергия аппарата (точка $h = 0$). До этого его полная энергия была отрицательной, что обозначено на траектории раскрутки по спирали на рис. 53 точками $h = -0,5$ (начало движения) и $h = -0,25$. В точке $h = 0$ геоцентрическая скорость оказывается равной местной параболической скорости.

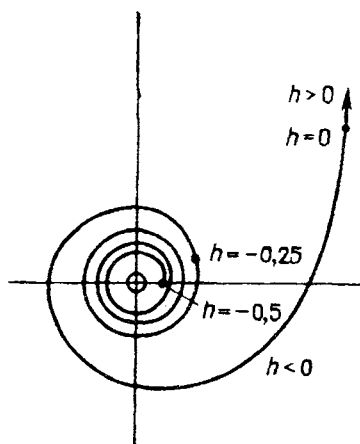


Рис. 53

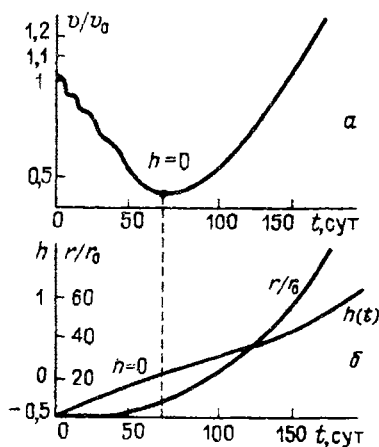


Рис. 54

Если затем тягу выключить то дальнейший полет будет происходить свободно, и тело покинет поле тяготения Земли по параболе (схему сложения этой скорости с орбитальной скоростью Земли и задачу дальнейшего гелиоцентрического движения аппарата мы пока не рассматриваем). Если же тяга будет продолжать действовать по прежнему закону, то активное движение будет теперь происходить уже по траектории, асимптотически приближающейся к геоцентрическому радиус-вектору, причем после точки $h = 0$ скорость на траектории ухода будет в пределе увеличиваться линейно [2.1, 1.3, 1.7]:

$$\dot{r} \rightarrow v, v \rightarrow \frac{F}{m} t, \dot{v} = \frac{F}{m} = \text{const}, r \rightarrow \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2.$$

Таким образом, на смену монотонному уменьшению средней скорости от витка к витку (по закону $\sim 1/\sqrt{r}$ при $h < 0$) приходит монотонное увеличение скорости по линейному закону (при $h > 0$) и начинается близкое к равноускоренному движение аппарата, вследствие чего $h \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow \infty$. График на рис. 54 [1.3] показывает характер изменения скорости v при раскрутке на длительных интервалах времени, выраженной в долях начальной круговой скорости $v_0 = 7,9$ км/с: в окрестности точки $h = 0$ скорость имеет абсолютный минимум, в левой части графика заметны периодические колебания, аналогичные тем, которые в более крупном масштабе изображены на рис. 52. На участке графика, следующим за точкой $h = 0$, скорость увеличивается почти линейно. Расчет [1.3], на основании которого строились кривые на рис. 53 и 54, производился для малых высот начальной круговой орбиты ($v \approx v_0$) и для тягового ускорения $F/m \approx 0,01g$ (g — ускорение силы тяготения на расстоянии r_0 от центра притяжения). В нижней части графика изображены кривые изменения безразмерной полной орбитальной энергии h и отношения r/r_0 при раскрутке *).

*) Расчеты, выполненные в [1.3], показали, что время разгона при ускорении порядка $0,1 \text{ см/с}^2$ с круговой орбиты с высоты 300 км над поверхностью планеты составляет около 100 сут при движении вокруг Земли и 30 сут при разгоне вокруг Марса. Те же времена потребуются для торможения с такими же ускорениями от параболической скорости до круговой с выходом на круговую орбиту высотой 300 км. Для разгона с таким ускорением с околоземной орбиты с высотой над поверхностью Земли около 6000 км потребуется около 40 сут. При уменьшении величины F касательной тяги время разгона увеличивается приблизительно как g/F , причем характер изменения параметров сохраняется. Соответственно ускорение в диапазоне от $0,05$ до $0,5 \text{ см/с}^2$ обеспечивает разгон аппарата около Земли до параболической скорости (или торможение от параболической до круговой) соответственно за время от 7 месяцев до 2 недель. Число витков всех этих траекторий до набора параболической геоцентрической скорости хорошо представляется формулой $n = 0,04 g/F$

Возвращаясь к исследованию спиральных траекторий, выполненному в [2.1], следует указать, что Ф.Перкинс, анализируя данные точного численного решения уравнений разгона точки малой касательной тягой, ускорение от которой постоянно по модулю, подметил возможность универсального (не зависящего от малого параметра) графического представления данных траектории разгона — спирали. В качестве решения задачи ему удалось получить обобщенные уравнения некоторой усредненной траектории раскрутки с малой касательной тягой (универсальная траектория), означающие, что все такие траектории с разными ускорениями в некотором смысле мало отличаются одна от другой и одновременно мало отличаются от некоторой универсальной раскручивающейся спирали, исходящей из гравитационного центра. Следовательно, в случае исходной круговой орбиты положение начальной точки выхода на спираль оказывается несущественным для характеристики движения и решение будет применимо сразу ко всем траекториям, т.е. не будет зависеть ни от начальных условий, ни от значений величин, участвующих в вычислении отношения

$$Q = \frac{w_0}{fM_3/r_0^2}. \quad (13.3)$$

Эта величина, которая при необходимости может служить малым параметром задачи (см. ниже § 15 — 18), вычисляется как отношение начального тягового ускорения $w_0 = (F/m)_0$ к гравитационному ускорению fM_3/r_0^2 на начальной орбите, и ее можно называть безразмерным тяговым ускорением.

Таким образом, универсальная траектория годится для любых малых ускорений w_0 и для любого соотношения гравитационного параметра притягивающего центра fM_3 и радиуса орбиты r_0 , дающих фиксированное значение параметра Q . Результаты приближенной теории получили позднее всестороннее освещение и развитие в книге [1.7]. Точная асимптотическая теория разгона в центральном поле под действием постоянного касательного ускорения была разработана Д.Е.Охочимским [2.2] для случая разгона не только до параболических, но и до гиперболических скоростей в рамках единой схемы движения. Несколько иной подход к математической теории спирального разгона мы находим в работе В.В.Ларичевой и Г.Б.Ефимова [2.3], где обсуждается разгон без эксцентриситетных колебаний. Здесь уравнения многовиткового разгона аппарата малой тягой трактуются как некоторая несимметрично колебательная система, решения которой осциллируют около частного спирального решения, определяющего линию центров колебаний в системе. Исследование проводится в амплитудно-

фазовых переменных, отсчитываемых от спирального решения, причем эти переменные эффективны для получения единого асимптотического представления колебательных решений на большом интервале аргумента всюду вплоть до спирали.

Итак, в начале 60-х годов уже существовало приближенное численно-аналитическое описание спиральной траектории раскрутки под действием постоянной малой касательной силы тяги, показывающее, что на небольшом удалении от Земли траектория раскрутки хорошо аппроксимируется квазикруговой спиралью, а на существенном удалении — логарифмической гиперболой. Отметим, что формы этих кривых не зависят ни от начальных условий, ни от физических параметров задачи. Казалось бы, теперь полученные результаты можно было с успехом применить к задаче парусной раскрутки, однако первые же попытки сделать это потерпели неудачу — выяснилось, что именно требование непрерывности действия касательной тяги не позволяет автоматически перенести полученные результаты на случай парусной тяги.

Действительно, условие непрерывности касательной тяги солнечного паруса означало бы, что нормаль к теневой поверхности паруса, по которой направлена тяга (см. § 4), постоянно должна совпадать с направлением скорости аппарата в его орбитальном движении. Не говоря уже о том, что такое требование совершенно не соответствует разумной энергетике паруса (см. цандеровскую "стратегию" на рис. 50), это требование еще означало бы, что в точке, где скорость направлена строго против лучей, сила тяги паруса оказалась бы направленной к Солнцу, что вообще физически принципиально невозможно для солнечного паруса, так как противоречит закону сохранения энергии (см. § 12). Таким образом, траектория раскрутки с парусом в плоскости эклиптики или близкой к ней (вариант А) не удовлетворяет условию непрерывности тяги, вследствие чего применить теорию универсальной траектории к этой модели оказалось невозможным. Однако выяснилось, что условие непрерывности парусной тяги может быть выполнено на терминаторной орбите (вариант В), скорость на которой всегда перпендикулярна солнечным лучам. С другой стороны, в отличие от задачи [2.1], на этой орбите делается невыполнимым условие направления тяги по скорости (направление нормали к парусу по скорости означает, что парус не дает тяги). Как будет показано ниже, на терминаторной орбите оказывается возможным реализовать такую схему управления непрерывной тягой солнечного паруса, при которой эта тяга обладает хотя бы непрерывной и неизменной проекцией на скорость. Когда такое свойство терминаторной орбиты было установлено, оказалось возможным применить к ней готовые численные решения из [2.1].

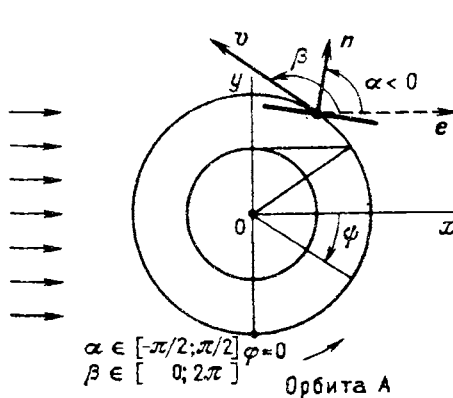


Рис. 55

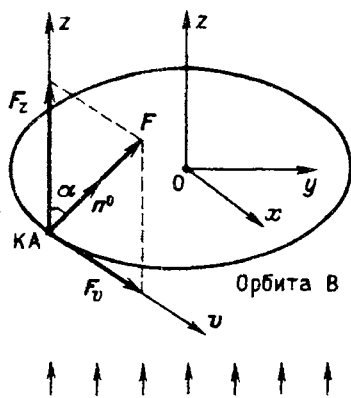


Рис. 56

Для зеркального солнечного паруса площадью A сила тяги (см. § 4)

$$F = P_3 A (n \cdot e)^2 n, \quad (13.4)$$

где n — орт нормали к парусу, e — орт направления Солнце — Земля, всегда расположенный в плоскости эклиптики (рис. 55). Очевидно, что сила тяги паруса, ориентированного ребром к Солнцу, равна нулю: $n \perp e$, $n \cdot e = 0$, $F = 0$, а сила тяги паруса, ориентированного нормально к лучам, — максимальна: $n \parallel e$, $n \cdot e = 1$, $F = F_{\max}$. Ориентация паруса, обеспечивающего максимум произведения $F \cdot v$ (мощности паруса) из (13.2), лежит между ориентацией, при которой тяга максимальна ($n \parallel e$), и ориентацией, при которой тяга хотя и не максимальна, но зато целиком направлена по скорости ($n \parallel v$, $n \cdot v = 1$). Соответственно максимальная возможная скорость возрастания полной орбитальной энергии из (13.2) зависит в конечном итоге от взаимной ориентации векторов v и e , т.е. от ориентации скорости, а следовательно, и плоскости орбиты относительно солнечных лучей.

Если рассмотреть два вышеупомянутых случая ориентации орбиты: А (см. рис. 55) и В (рис. 56), то на первый взгляд орбита А кажется более перспективной в смысле энергетики парусной раскрутки. Действительно, на участке движения от Солнца происходит интенсивный набор энергии, который (см. § 15) вызывает превращение круговой орбиты в эллиптическую, вследствие чего раскрутка будет происходить не по квазикруговой спирали, а по квазиэллиптической. Кроме того, расположение орбиты в плоскости эклиптики означает, что поток солнечных лучей целиком располагается в плоскости орбиты, что весьма выгодно энергетически. Однако существенным недостатком варианта А является система-

тическое прохождение аппарата через тень Земли, где тяга исчезает, что сразу снижает скорость раскрутки. Другим недостатком варианта А является и то, что на части орбиты, где аппарат движется к Солнцу (верхняя часть орбиты на рис. 55), также происходит уменьшение скорости изменения кинетической энергии, так как тяга мала или отсутствует.

Орбита В, расположенная в плоскости земного терминатора, лишена указанных недостатков орбиты А: она постоянно освещена Солнцем (годовое движение Солнца мы пока не рассматриваем), поэтому на ней возможно непрерывное увеличение кинетической энергии на протяжении всего оборота. Однако скорость на этой орбите всегда перпендикулярна солнечным лучам, вследствие чего в данном случае едва ли удастся получить достаточно большую проекцию тяги на скорость (на рис. 56 терминаторная орбита изображена освещенной снизу, оси Ox и Oy лежат в плоскости орбиты, сила тяги F расположена вне плоскости орбиты, что делает задачу пространственной в отличие от задачи с орбитой А). Как легко заключить из геометрических соображений, сравнив рис. 55 и рис. 56, сила тяги на орбите В обязательно будет обладать отличной от нуля компонентой F_z , направленной вдоль перпендикулярной плоскости орбиты оси Oz , совпадающей по направлению с потоком солнечных лучей.

Парус на терминаторной орбите может оставаться зеркальным только с одной стороны. Он должен вращаться с периодом, равным периоду орбитального движения аппарата вокруг оси, перпендикулярной плоскости орбиты, в нашем случае — вокруг оси Oz . Если потребовать, чтобы нормаль к парусу n составляла с осью Oz неизменный угол α_1 (угол полураствора конуса, описываемого вектором n около оси Oz), равный углу падения лучей на парус, то окажется, что на зеркальный парус, в соответствии с формулой (13.4), будет действовать непрерывная сила тяги за счет светового давления $F = 2P_3 A \cos^2 \alpha_1 n$. Эта сила тяги имеет составляющую $F_z = 2P_3 A \cos^3 \alpha_1$ в направлении оси Oz и составляющую $F_{xy} = 2P_3 A \cos^2 \alpha_1 \sin \alpha_1$ в плоскости орбиты xOy . Этой непрерывной составляющей F_{xy} мы можем распорядиться, как требуется. В данном случае выгодно направить эту проекцию тяги целиком по скорости, чтобы обеспечить выполнение интересующего нас условия неизменности модуля касательной проекции тяги F из (13.4) и максимизации произведения Fv из (13.2). Продифференцировав F_{xy} по α_1 , можно легко найти значение α_1 , дающее максимум проекции $F_v \equiv F_{xy}$. Оно оказывается равным $\alpha = 35,26^\circ$. На основании этого значения можно установить, что предельное максимальное значение проекции силы тяги на плоскость xy составляет $F_{xy}^{max} = F_v^{max} = 0,77 P_3 A$. При этом проекция $F_z = 1,08 P_3 A$,

тогда как $F_z^{\max} = 2P_3 A$. Итак, величины проекций не зависят ни от размеров соответствующего витка орбиты, ни от положения аппарата на ней. Становится очевидным, что терминаторная орбита удовлетворяет требованию неизменности касательной проекции тяги (без учета поворота плоскости движения).

В. Фимпл [2.4] первым попытался построить теорию квазикруговой парусной раскрутки с терминаторной орбиты. Он поставил и решил задачу об определении энергетически оптимальной программы управления парусом на терминаторной орбите, удовлетворяющей требованию максимизации проекции тяги F на скорость v . Эта программа [В.24, с. 420] называется *локально-оптимальной*. Она обеспечивает для текущего момента времени максимальную скорость возрастания полной энергии аппарата, однако делает это необязательно за минимальное время, т.е. не является оптимальной в смысле быстрейшего действия (напомним, что на траектории, раскручивающейся вокруг Земли, орбитальная энергия аппарата h всегда отрицательна). В этой связи уместно добавить, следуя В.В. Белецкому и В.А. Егорову [1.3], что вектор ускорения в оптимальной программе с постоянным по модулю ускорением в любой момент времени лежит между двумя направлениями: трансверсальным и касательным, совпадая с последним лишь в конечной точке маневра. Если ускорение малой тяги постоянно и направлено все время касательно, то отличие времени выхода на значение $h = 0$ от минимального не превышает 0,5 %.

Хотя теорию [2.4] парусной раскрутки пришлось разрабатывать целиком и полностью заново, в ее основу удалось положить обобщенный метод универсальной траектории [2.1] и, основываясь на свойстве неизменности проекции F_v , получить численно-аналитические решения, не зависящие ни от парусности аппарата, ни от начальных стартовых условий выхода на спираль.

Для определения закона управления, реализующего перечисленные выше требования, в [2.4] предлагалось сначала записать силу тяги в виде функции направляющих косинусов вектора F относительно трех ортогональных осей системы $Ozxy$:

$$F = 2P_3 A \cos^2 \alpha_1 \sum_{i=1}^3 \cos \alpha_i e_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (13.5)$$

где α_i — угол, составляемый нормалью n к теневой стороне паруса с осями Oz , Ox , Oy ; e_i — орты этих осей. С помощью (13.5) скалярное произведение, выражающее проекцию тяги на скорость, можно представить в виде

$$Fv = 2P_3 A \cos^2 \alpha_1 \sum_{i=1}^3 \dot{x}_i \cos \alpha_i. \quad (13.6)$$

Теперь направляющие косинусы должны быть выбраны из локально-оптимального условия максимума скорости приращения полной энергии $\text{тах}(\mathbf{F} \cdot \mathbf{v})$. Максимизируя выражение (13.6) относительно косинусов трех управляющих углов α_i , получим

$$\begin{aligned}\cos \alpha_1 &= q^{-1} (3 \cos \beta_1 + \sqrt{\cos^2 \beta_1 + 8}), \\ \cos \alpha_{2,3} &= 2 q^{-1} \cos \beta_{2,3},\end{aligned}\quad (13.7)$$

где $\beta_i = \arccos v_i / |\mathbf{v}|$ ($i = 1, 2, 3$) — направляющие косинусы вектора скорости $\mathbf{v}$, являющиеся функциями положения аппарата на орбите, а величина q может быть найдена из условия:

$$q^2 = 6 \cos^2 \beta_1 + 6 \cos \beta_1 \sqrt{\cos^2 \beta_1 + 8} + 12.$$

В нашем частном случае терминаторной орбиты скорость не имеет составляющей вдоль оси Oz : $v_1 = v_z = 0$, $\beta_1 = 90^\circ$. Подставляя эти значения в полученные выше формулы, находим

$$\alpha_1 = 35,26^\circ, \quad \beta_1 = 90^\circ, \quad \cos \alpha_{2,3} = 0,577 \cos \beta_{2,3}.$$

При такой программе управления аппарат ускоряется как в плоскости исходной орбиты, так одновременно и перпендикулярно ей, т.е. в направлении солнечных лучей. В начале раскрутки смещение вдоль Oz мало и траектория раскрутки близка к плоской квазикруговой спирали. Именно на этом участке В.Фимпл использовал [2.4] готовое приближенное численное решение из [2.1], состыковав его с численным решением уравнений движения под действием тяги (13.5)

$$\ddot{x}_i - 2P_3 \frac{A}{m} \left(\frac{R_3}{R} \right)^2 \cos^2 \alpha_1 \cos \alpha_i + f M_3 x_i \left(\sum_{i=1}^3 x_i^2 \right)^{-3/2} = 0$$

при локально-оптимальном управлении (13.7).

Применение методики универсальной траектории позволило установить, что общий характер раскрутки с парусом с терминаторной орбиты и поведение траекторных параметров близки к изображенным на рис. 51 — 53 и не зависят ни от параметров паруса, ни от стартовых условий выхода на спираль. С течением времени гравитационная сила уменьшается и перестает компенсировать действие неизменной компоненты ускорения вдоль солнечных лучей, в результате чего задача становится пространственной, что требует дополнительных численных исследований.

В работе [2.4] ставилась цель не только исследовать задачу о раскрутке с терминаторной орбиты, но и изучить ее недостатки и преимущества по сравнению с раскруткой с орбиты А. Для сравнения локально-оптимальное управление без учета тени планеты было

построено и на орбите А. Для этого в плоскости орбиты оказалось достаточным, записав проекцию тяги на скорость

$$F_v = \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} = \frac{2 P_3 A}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} (\dot{x} \cos^3 \alpha + \dot{y} \cos^2 \alpha \sin \alpha), \quad (13.8)$$

максимизировать ее относительно единственного управляющего угла α установки паруса. Получилось, что в существенно плоской задаче А (см. рис. 55), в которой нормаль к парусу $\mathbf{n}$ вообще не выходит из плоскости эклиптической орбиты, локально-оптимальный закон управления парусом, зеркальным с обеих сторон, имеет вид [2.4]:

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{6} (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \sqrt{9 - \sin^2 \beta} + 3)}, \quad (13.9)$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \psi, \quad \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right], \quad \beta \in [0, 2\pi],$$

где ψ — полярный угол (см. рис. 55). Очевидно, что это локально-оптимальное управление парусом на орбите А не может обеспечить неизменность проекции тяги на скорость, поэтому готовые численные результаты из [2.1] здесь неприменимы. Численное моделирование траектории раскрутки с орбиты, выполненное отдельно для орбиты А в [2.4], дало результаты, зависящие и от парусности аппарата, и от начальных условий ухода с первоначальной орбиты.

Итак, были получены две принципиально разные программы управления парусом (13.7) и (13.9). Теперь можно было сравнить обе задачи и установить, какая же из них обеспечит быстрее удаление аппарата от Земли. Например, численные оценки показали, что для орбиты А максимальное относительное приращение большой полуоси за виток, определяемое в результате интегрирования уравнений для оскулирующих орбитальных элементов в плоском случае и в присутствии возмущающей силы тяги с касательной и нормальной компонентами $F_\tau = F \cos^2 \alpha \cos^2 (\alpha - \beta)$, $F_n = F \cos^2 \alpha [-\sin (\alpha - \beta)]$ (см. также § 16), составляет $(\Delta a/a_0)_{\max} \approx 5,5 Q$ без учета тени Земли. В этих оценках использовано безразмерное тяговое ускорение Q , определяемое по формуле (13.3), в которой на этот раз величина w_0 вычисляется как радиационное ускорение аппарата с солнечным парусом в случае нормальной ориентации паруса к лучам. Для аппарата с заданной парусностью мы будем величину радиационного ускорения w_0 во всех описываемых ниже геоцентрических задачах принимать постоянной (в отличие от гелиоцентрических парусных задач), пренебрегая тем самым незначительным изменением величины

удельного светового давления в разных частях геоцентрической орбиты за счет изменения гелиоцентрического расстояния аппарата. Это изменение мы сразу полагаем пренебрежимо малым по отношению к расстоянию от Земли до Солнца и принимаем, что для зеркального паруса в формулах (13.4) – (13.8) коэффициент P_3 можно принять равным величине $P_3^{\text{отр}} = 2S_3/c$ из (3.3'), а радиационное ускорение $w_0 = w$, входящее в параметр Q , рассчитывать по формуле, вытекающей из (4.11) при нормальной ориентации:

$$w = P_3^{\text{отр}} \frac{A}{m} = \frac{2S_3}{c} \frac{A}{m},$$

где A – полная площадь паруса.

Таким образом, для паруса, обеспечивающего значение параметра $Q = 10^{-4}$ (эта величина зависит и от парусности и от радиуса начальной круговой орбиты), достижение эксцентриситета $e = 0,1$ при раскрутке с круговой орбиты типа А ($e_0 = 0$) обеспечивается после 625 витков спирали – орбита А медленно превращается в эллиптическую. Аналогичные приближенные числовые оценки [2.4] были выполнены и для раскрутки с орбиты А с учетом тени Земли: на рис. 57 для различных значений r_0/R_3 приведен график

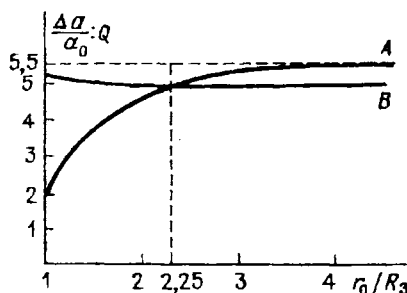


Рис. 57

отношения $(\Delta a/a_0):Q$. С увеличением r_0 ускоряется рост большой полуоси за счет ослабления эффекта тени с высотой и достигается вычисленный выше максимум.

Аналогичные оценки были выполнены и для орбиты В, причем оказалось, что для терминаторной орбиты приращение большой полуоси практически не изменяется при выходе с любого r_0 , т.е. $(\Delta a/a_0)/Q \approx 4,83$ (кривая В на рис. 57 расположена почти горизонтально). Этот результат означает равномерное увеличение a в процессе квазикруговой раскрутки от витка к витку, которые для такой спирали располагаются почти на одинаковом расстоянии друг

от друга, — этим еще раз подтверждается правильность научной интуиции Ф.А.Цандера, верно предсказавшего общий характер спиральной траектории раскрутки (см. рис. 50). "Равновесное" значение радиуса первоначальной орбиты $r_0^* = 2,25 R_3$, отмеченное на рис. 57, означает, что при раскрутке с этой высоты обе траектории А и В, располагающиеся в разных плоскостях, эквивалентны по скорости набора высоты. Для $r_0 < r_0^*$ раскрутку выгоднее производить с терминаторной орбиты В, а для $r_0 > r_0^*$ — с эклиптической орбиты А, для которой на больших высотах эффект тени становится уже незначителен.

Все приведенные выше сравнительные оценки, так же как и сама теория раскрутки с терминаторной орбиты, были получены [2.4] без учета годовичного движения Земли вокруг Солнца. Для эклиптической орбиты А это движение не может изменить плоскости раскрутки. Для терминаторной орбиты учет годовичного движения означает, что плоскость орбиты поворачивается относительно направления солнечных лучей (влияние сжатия планеты в этих задачах не учитывается). Этот поворот будет существенно влиять на скорость набора нулевой полной энергии, так как тяга окажется теперь функцией времени, что делает неприменимыми изложенные выше методы исследования. Орбита через некоторое время займет положение, по-прежнему ориентированное перпендикулярно плоскости эклиптики, но теперь уже вдоль светового потока. Вблизи этого положения энергетический режим будет напоминать режим раскрутки на орбите А.

В связи с вопросом о годовичном движении плоскости первоначально терминаторной орбиты необходимо отметить еще одну работу тех лет — В.В.Шувалова [2.5]. В ней обсуждались преимущества терминаторной орбиты по сравнению с эклиптической орбитой, но не для локально-оптимального управления на последней, а для управления с так называемым *половинным углом*, о чем пойдет речь в § 15. Выводы относительно безусловной перспективности раскрутки с терминаторной орбиты совпали с выводами [2.4], однако в [2.5] была впервые выдвинута еще одна весьма интересная и плодотворная идея, касающаяся поддержания неизменности плоскости терминаторной орбиты в течение года, а также обсуждались варианты направления проекции силы тяги на плоскость орбиты не по скорости, а по трансверсали в случае эллиптической терминаторной орбиты.

Идея поддержания требуемой ориентации относительно солнечных лучей в течение года основывалась на свойствах резонансных околоземных орбит искусственных спутников, обладающих соизмеримостью 1:1 между угловой скоростью движения Солнца по эклиптике (около 1 град/сут) и угловой скоростью поворота

линии узлов орбиты только под действием светового давления на парус, т.е. под действием нормальной к плоскости орбиты компоненты силы тяги, направленной вдоль оси Oz на рис. 56. Рассмотрение, выполненное [2.5] для движения только в центральном гравитационном поле Земли, показало, что эта, на первый взгляд "вредная" компонента силы тяги может тем не менее помочь скомпенсировать другой нежелательный эффект — поворот плоскости относительно направления на Солнце. Конечно, такую компенсацию можно реализовать лишь при строго определенных значениях парусности аппарата. Кроме того, сам режим раскрутки, т.е. рост большой полуоси, будет нарушать этот баланс. Поэтому задача о поддержании плоскости терминаторной орбиты на самом деле оказывается гораздо более сложной, чем это может показаться на основании выводов в [2.5], главным образом за счет необходимости реально учитывать вековые эффекты ухода узла под влиянием нецентральности гравитационного поля Земли, а также притяжения Луны и Солнца (последний эффект увеличивается с высотой).

Так как наклон плоскости терминаторной орбиты к экватору в течение года изменяется в пределах $90^\circ \pm 23,5^\circ$, т.е. орбита достаточно близка к полярной, то можно заключить, что вековой уход узла за счет гравитационных эффектов будет невелик (он равен нулю для строго полярной орбиты и меняет знак при переходе i через $\pi/2$). Однако гравитационными эффектами сжатия и "третьих" тел пренебрегать нельзя (соответствующие числа приведены в § 16) и было бы интересно поставить и решить сначала спутниковую задачу о пассивном поддержании ориентации орбиты в плоскости земного терминатора за счет равенства угловых скоростей движения Солнца и движения узла под действием суммарного эффекта гравитационных возмущений и светового давления, а затем обобщить эту задачу на случай квазикруговой парусной раскрутки. (Рабочие формулы для различных резонансных случаев орбитального движения с учетом гравитационных эффектов и светового давления можно найти в работе автора [2.6]). Лишь после решения такой точной задачи можно будет говорить о начальных условиях, гарантирующих сохранение плоскости раскрутки относительно солнечных лучей в процессе всего времени набора параболической скорости. На сегодняшний день, насколько автору известно, эта задача в такой постановке еще не нашла ни своего развития, ни окончательного решения. Известен пока лишь "классический" пассивный (без применения тягового ускорения) способ обеспечения солнечно-синхронной орбиты за счет компенсации движения Солнца прецессией узла с учетом одних только гравитационных эффектов [2.7]. Этот способ применяется при расчете движения

спутников, оснащенных солнечными батареями, которые должны быть непрерывно освещены Солнцем, или при расчете условий непрерывных визуальных наблюдений. Активные способы поддержания солнечно-синхронной орбиты мы не рассматриваем.

Итак, исследования околотерминационной орбиты позволили признать ее вполне жизнеспособной и перспективной для раскрутки, несмотря на определенные трудности, связанные с переменностью ее плоскости. Однако, к удивлению (и сожалению) автора настоящего обзора, интересная задача парусной терминационной раскрутки с тех лет вообще больше в научной литературе не обсуждалась. По мнению автора, эта проблема заслуживает тщательного численного и аналитического исследования с учетом возмущающих эффектов и с применением методов современной теории управления.

Заканчивая обсуждение квазикруговой теории раскрутки и переходя к обсуждению геоцентрической раскрутки эллиптического типа, уместно дать ответ на следующий вопрос: почему решением гелиоцентрической задачи о перелете с парусом под действием касательной тяги (см. § 7 — 8) опорной траекторией является логарифмическая спираль, тогда как решением аналогичной геоцентрической задачи служит некоторая квазикруговая спираль, ничего общего с логарифмической не имеющая? Напомним, что логарифмическая спираль или некоторая ее вариационная модификация служит решением уравнений гелиоцентрического движения в случае, когда обе силы, и центральная сила тяготения Солнца, и сила тяги паруса (касательная или близкая к ней), подчинены одному и тому же закону обратной пропорциональности квадрату гелиоцентрического расстояния. Напротив, в задаче о движении в центральном поле тяготения Земли при наличии касательной или близкой к ней парусной тяги мы пользуемся постоянной величиной удельного светового давления для заданного гелиоцентрического расстояния, полагая, что эта тяга в силу физических причин никак не связана с изменением геоцентрического расстояния при раскрутке. Таким образом, геоцентрического движения с парусом по логарифмической спирали в этих предположениях никогда получить не удастся.

§ 14. Оптимизация геоцентрических траекторий раскрутки с "наилучшим" солнечным парусом

Плоский солнечный парус (см. § 13), какому бы закону управления он ни подчинялся, не может развить силу тяги, неизменно направленную вдоль по скорости орбитального движения аппарата: либо это требование удовлетворяется лишь на отдельных участках траектории, либо тяга непрерывна, но всегда отклонена от направ-

ления скорости. Однако упомянутую в § 13 теорию движения с касательной тягой, которую вследствие этого не удалось полностью применить к плоскому парусу, удалось более успешно (хотя тоже не целиком) применить к так называемому *наилучшему парусу* (см. § 11). Этот парус представляет собой специальную систему парусов-зеркал. Он обладает, в отличие от плоского паруса, важнейшей динамической особенностью, состоящей в независимости направлений падающего и отраженного световых потоков. В результате величина компоненты полной силы тяги, возникающей под действием падающего потока и потому всегда направленной по лучу света, совершенно не связана с направлением другой ее компоненты, возникающей под действием отраженного потока и направленной произвольно в зависимости от взаимного расположения зеркал этой сложной конструкции (рис. 35 — 39).

"Наилучший" закон действия солнечного паруса был исследован А.П.Скопцовым [1.55] и В.В.Белецким [В.17], показавшими, что этот закон является законом косинуса угла падения (см. формулу (11.2)), а не законом квадрата этого косинуса, как в случае плоского паруса (см. формулу (4.5)), причем в принципе "наилучший" парус может допускать различное конструктивное исполнение, а не только изображенное на рис. 39. Применение методов современной теории управления к этой задаче показало, что локально-оптимальное управление "наилучшим" парусом, дающее максимум приращения полной орбитальной энергии, в данной задаче будет весьма близко к оптимальному по быстродействию управлению.

Схема тяговых усилий, действующих на сложный парус, не зависит от его конструкции, и в любом случае сила тяги складывается из двух сил P_1 и P_2 (см. рис. 38). Сила P_1 постоянна по величине и всегда направлена по световому потоку, тогда как сила P_2 может быть направлена по скорости. Пусть она образует с радиальным направлением угол γ . Условие, что компонента силы тяги P_2 , обусловленная отраженным потоком, направлена по скорости v , означает, что для радиальной v_r и трансверсальной v_φ проекций скорости выполняются соотношения (см. рис. 51):

$$\gamma = \gamma(t), \quad \cos \gamma = \frac{v_r}{v}, \quad \sin \gamma = \frac{v_\varphi}{v}, \quad v^2 = v_r^2 + v_\varphi^2. \quad (14.1)$$

Таким образом, "наилучший" парус в любой момент времени и в любой точке произвольной околоземной траектории сообщает аппарату ненулевое касательное тяговое усилие, являющееся некоторой частью полной силы тяги такого паруса P (см. рис. 38). Именно указанное выше свойство паруса, состоящее в независимости направлений двух тяговых усилий P_1 и P_2 , позволяет распоря-

даться выходящим потоком P_2 нужным нам способом и всегда направлять его по скорости. В этом состоит очевидное преимущество "наилучшего" паруса перед плоским, который (см. § 13) может обладать непрерывной касательной компонентой полной силы тяги только на терминаторной орбите. Хотя непрерывность касательной компоненты силы тяги "наилучшего" паруса имеет место на орбите с любым наклоном к плоскости экватора, можно предположить, что в смысле эффективности раскрутки эклиптическая орбита, как обладающая максимальной интенсивностью удельного давления солнечной радиации, несмотря на попадание в тень, будет опять-таки иметь ряд динамических преимуществ.

Если удвоенную полную энергию орбитального движения представить в виде

$$\tilde{h} = v_r^2 + v_\varphi^2 - \frac{2fM_3}{r}, \quad (14.2)$$

то можно показать [1.55], что максимум производной $d\tilde{h}/dt$ по управлению $\gamma(t)$ достигается на локально-оптимальном управлении, т.е. на таком, при котором, как уже указывалось выше, компонента силы тяги целиком направлена по скорости. Достаточно сложное оптимальное в смысле быстрогодействия управление парусом [1.55] оказывается весьма близким к этому простому локально-оптимальному управлению (14.1). Напомним (см. § 13), что локально-оптимальным управлением (в нашем случае — углом $\gamma(t)$) является такое, при котором в каждой точке фазового пространства осуществляется максимальный прирост функции $\tilde{h}$ из (14.2), т.е. максимальный прирост полной орбитальной энергии (хотя и не обязательно за минимальное время), соответствующий направлению компоненты P_2 в любой момент времени по скорости.

Задача о локально-оптимальном управлении солнечным парусом допускает в данном случае простую и наглядную геометрическую интерпретацию: она оказывается как бы суперпозицией двух уже известных задач, описывающих движение под действием: 1) постоянного по величине и по направлению ускорения, создаваемого падающим световым потоком P_1 , и 2) постоянного по величине касательного ускорения, создаваемого отраженным потоком P_2 , прямо противоположным направлению вектора скорости v . Абсолютные величины этих двух ускорений в случае зеркального "наилучшего" паруса одинаковы (см. формулу (11.1) для случая зеркального отражения). При этом всегда обеспечивается монотонное возрастание энергии $\tilde{h}$, гарантирующее достижение любого отрицательного значения полной энергии $\tilde{h} > \tilde{h}_0$ на закручивающейся траектории и нулевого значения полной энергии $\tilde{h} = 0$ в момент выхода на параболу.

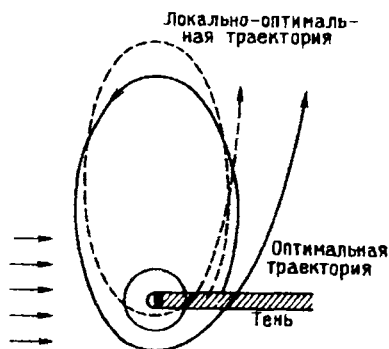


Рис. 58

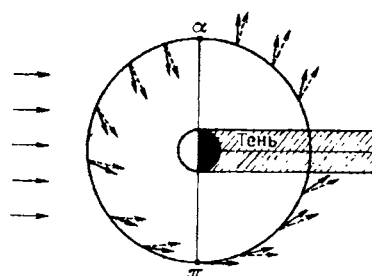


Рис. 59

Численные исследования, произведенные [1.55] для раскрутки в плоскости эклиптики с учетом эффектов тени и полутени, выполнялись для двух упомянутых законов управления. Удалось установить, что на каждом из управлений при различных начальных условиях общий характер раскрутки примерно одинаков. Однако в этой задаче раскрутка будет происходить не по квазикруговой спирали (см. цандеровский вариант раскрутки с терминаторной орбиты), а по квазиэллиптической спирали с четко выраженными апогеем и перигеем. Эти траектории характеризуются тем общим свойством, что достижение местной параболической скорости, означающее преодоление поля тяготения Земли, происходит всегда на полувитке перигей – апогей.

Подробное численное исследование обоих типов траекторий показало, что уже с первых витков локально-оптимальная траектория раскрутки показывает монотонное увеличение радиус-вектора перигея до некоторого максимального значения, после чего радиус-вектор перигея начинает столь же монотонно уменьшаться. Вследствие этого на последних витках перед отрывом локально-оптимальная траектория может не только пересечь первоначальную круговую орбиту, но даже "пересечь" поверхность Земли. Все это предъявляет высокие требования к подбору начальных условий выхода на спираль. Наоборот, оптимальная траектория оказывается в этом смысле более спокойной и надежной: радиус-вектор перигея изменяется незначительно, оставаясь всегда больше радиуса первоначальной круговой орбиты. Эти геометрические свойства траекторий двух типов изображены на рис. 58 для последнего витка оптимальной траектории (сплошная линия) и локально-оптимальной траектории (штриховая линия) при раскрутке с орбиты радиусом 22,7 тыс. км. При выходе с более высоких околоземных орбит, например с орбиты типа геостационарной, описанного уменьшения

высоты перигея не наблюдается ни для какого управления. Перигей всегда располагается выше перигея первоначальной орбиты, хотя для оптимального управления высота перигея растет по-прежнему быстрее, чем для локально-оптимального.

Расчеты [1.55] показали, что оптимальное управление дает в среднем сокращение времени разгона на 1 — 2% по сравнению с локально-оптимальным. Тот факт, что локально-оптимальное управление дает хорошее приближение оптимального, особенно для выхода с высоких орбит, наглядно проиллюстрирован диаграммой на рис. 59 [1.55]: сплошные линии изображают силу тяги для оптимального управления, штриховые — для локально-оптимального. Легко видеть, что вектор оптимальной силы тяги располагается между вектором локально-оптимальной силы (штрихи) и вектором скорости, причем ближе к первому. Эти три вектора совпадают по направлению лишь в перигее, а в апогее обе силы тяги обращаются в нуль (точка переключения). В случае плоского паруса эта программа означала бы нормальную ориентацию к лучам в перигее и ориентацию ребром к Солнцу — в апогее. В случае сложного паруса это означает, что и "наилучший" парус также должен быть перпендикулярен лучам только в той точке орбиты, где их направление точно совпадает с вектором скорости (точка π), и как бы поставлен ребром к Солнцу в той точке, где он движется в точности навстречу им (точка α). Здесь имеется в виду не реальная геометрическая ориентация зеркал, а результирующее направление силы тяги, соответствующее воображаемой нормали плоского аналога.

В отличие от задачи о разгоне с реактивной тягой всякая геоцентрическая парусная задача о выходе из поля тяготения обладает одной особенностью, налагающей серьезные ограничения на начальные условия старта с круговой орбиты, — выход на траекторию ухода в бесконечность обязательно должен происходить в направлении от Солнца. Это тем более важно, если требуется, чтобы световое давление на парус продолжало выгодно действовать и после выхода на участок с $\tilde{h} > 0$. Весьма интересные с этой точки зрения результаты расчетов траекторий раскрутки аппарата с "наилучшим" парусом, начинающейся с геостационарной орбиты, приведены В.И. Левантовским [В. 16]. Они наглядно демонстрируют зависимость параметров траектории (времени движения и величины местной параболической скорости при отрыве) от угловой координаты точки старта на начальной круговой орбите и показывают, что положение точки набора нулевой полной энергии сильно зависит от положения точки старта. При этом наиболее выгодной оказывается траектория, направление скорости аппарата на которой вблизи точки отрыва ближе всего к направлению солнечных лучей, — на такой почти прямолинейной траектории с линейно

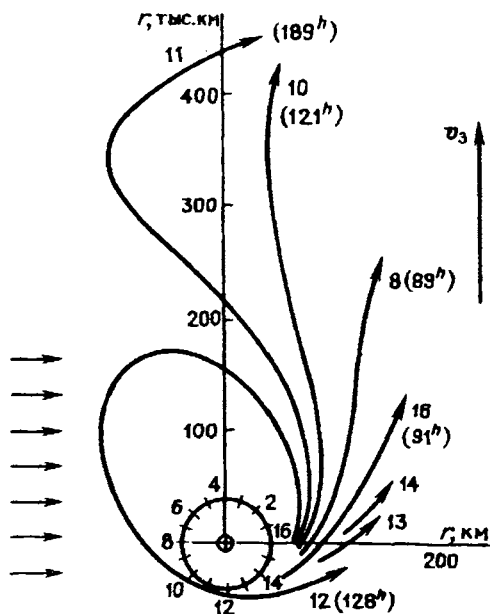


Рис. 60

увеличивающейся скоростью движения по ней солнечный парус может работать еще достаточно долго. Иллюстрацией к вышесказанному служат траектории, изображенные на рис. 60 [В. 16] и показывающие направление параболических скоростей для различных начальных условий (номер стартовой точки на первоначальной окружности соответствует номеру траектории). Расчеты проводились без учета тени для старта с геостационарной орбиты при максимальном тяговом ускорении, близком к $0,001g$. Для изображенных траекторий имеем следующие значения времени разгона и местных параболических скоростей: траектория 8, $t = 89$ ч, $v = 1,7$ км/с; траектория 10, $t = 121$ ч, $v = 1,41$ км/с; траектория 11, $t = 189$ ч, $v = 1,38$ км/с; траектория 12, $t = 128$ ч, $v = 4,15$ км/с; траектория 13, $t = 100$ ч, $v = 3,15$ км/с; траектория 16, $t = 91$ ч, $v = 2,14$ км/с.

Из конфигураций траекторий раскрутки на рис. 60 видно, что наиболее выгодной траекторией в смысле направления ухода от Земли оказывается траектория 12, огибающая Землю и вследствие этого отнюдь не являющаяся оптимальной по времени раскрутки, занимающей 128 ч. Однако набор нулевой энергии осуществляется достаточно близко к Земле, на геоцентрическом расстоянии около 50 тыс. км (т.е. чуть выше геостационарной спутниковой орбиты), с достаточно высокой местной параболической скоростью 4,15 км/с, что на почти прямолинейной траектории дальнейшего

движения позволит аппарату быстро увеличивать скорость. Если же угловое положение точки старта выбрано неудачно (например, траектория 11), то движение будет достаточно долго происходить навстречу солнечным лучам, что существенно увеличит время набора параболической скорости, причем последняя, будучи достигнута уже на значительном геоцентрическом расстоянии, оказывается малой.

Принципы геоцентрической раскрутки с "наилучшим" солнечным парусом нашли свое отражение в книге В.В. Белецкого [В. 17], где свойства траекторий раскрутки, установленные А.П. Скопцовым [1.55], были удачно использованы для анализа научно-фантастического рассказа А. Кларка "Солнечный ветер" [2.8] *).

В "Очерках. . ." траектории воображаемых парусников, участвующих в спортивных состязаниях, охарактеризованы именно с точки зрения зависимости формы траекторий и времени разгона от полярного угла точки старта, отсчитываемого от оси тени Земли. Сама точка старта находится на стационарной орбите.

По замыслу А. Кларка, солнечная яхта обладает плоским круглым парусом, поэтому расчеты, выполненные В.В. Белецким [В. 17] для "наилучшего" паруса, должны были быть соотнесены с плоским парусом. Очевидно, если сложный и плоский паруса дают одинаковую максимальную силу тяги P_n , вычисленную для случая нормальной ориентации плоского паруса к лучам, то для плоского паруса текущее значение силы тяги $P = P_n \cos^2 \theta$, а для сложного, "наилучшего", паруса $P = P_n \cos \theta$, где θ — угол падения солнечных лучей на плоский парус или соответствующий и равный ему угол между силами P и P_1 на рис. 38. Таким образом, "наилучшему" парусу всегда можно поставить в соответствие некоторый плоский аналог, расположенный нормально к тяге P "наилучшего" паруса. Тогда воображаемый плоский парус даст тягу в том же направлении, что и "наилучший", хотя, как это следует из приведенных выше формул, величина силы тяги плоского аналога будет несколько меньше силы тяги рассматриваемого "наилучшего" паруса.

Локально-оптимальная траектория геоцентрической раскрутки яхты с солнечным парусом для перелета к Луне с указанием вре-

*) Английский ученый Артур Чарльз Кларк — один из крупнейших современных писателей-фантастов. Читателям научно-фантастической литературы хорошо известна его способность просто и увлекательно излагать сложные научные проблемы наших дней. По художественному мастерству и по серьезности подхода к научной стороне фантастики писатель, являющийся энтузиастом и пропагандистом идеи космического полета бесспорно занимает выдающееся место среди представителей этого литературного жанра. Это относится и к фантастическому описанию гонок яхт под солнечными парусами от Земли к Луне.

мени раскрутки в часах изображена на рис. 61 [В.17]. Расчеты производились с учетом тени Земли для раскрутки с геостационарной орбиты, когда максимальное ускорение тяги равно $0,001g$, а диаметр плоского круглого паруса, аналогичного в указанном выше энергетическом смысле "наилучшему" парусу, составляет 2,4 км. Эта траектория, начинающаяся с точки геостационарной орбиты с угловой координатой $\varphi = -90^\circ$, аналогична траектории раскрутки 12 на рис. 60 [В.16], хотя значения времени ухода на

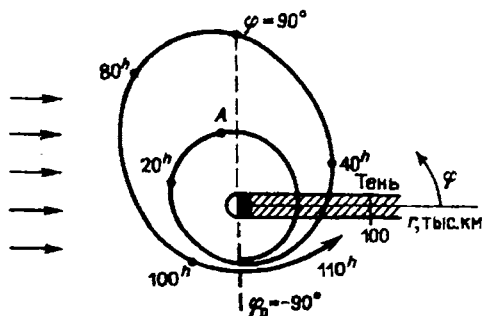


Рис. 61

на рис. 60 несколько другие за счет полной освещенности орбиты и иного значения тягового ускорения. Заметим попутно, что в обсуждаемых вариантах перелета речь идет о первоначальной круговой орбите, не являющейся в строгом смысле геостационарной (которая расположена в плоскости земного экватора), а лишь о суточной (24-часовой) орбите, расположенной в плоскости эклиптики. Предполагается, что плоскость орбиты Луны также совпадает с плоскостью эклиптики.

В рассматриваемом случае раскрутка происходит за 110 ч. Годограф ускорений для различных значений углового положения аппарата относительно оси тени Земли (см. рис. 61) на одном витке локально-оптимальной траектории раскрутки изображен на рис. 62 [1.55]. Направления вектора тягового ускорения изображены совместно с положением нормального к нему воображаемого плоского паруса, аналогичного "наилучшему" парусу, используемому для раскрутки. На большей части дуги годографа, соответствующей движению аппарата к Солнцу, т.е. для углов $24^\circ \leq \varphi \leq 168^\circ$, парус почти параллелен лучам, наклон к ним не превышает $35 - 45^\circ$. Строго ребром к Солнцу парус-аналог расположен только в точке $\varphi = 96^\circ$ (соответствующее положение аппарата изображено на рис. 61 точкой А). Здесь тяговое ускорение обращается в нуль. Предлагаемая программа [В. 17] локально-оптимального управления "наилучшим" парусом, изображенная на рис. 62 для плоского

паруса-аналога, показывает, что "стратегия" плоского паруса (также локально-оптимальная) весьма близка к закону равномерного вращения плоского паруса вокруг оси, перпендикулярной плоскости орбиты, с угловой скоростью, равной половине орбитальной угловой скорости аппарата. Этот закон, который в § 15 будет назван *законом половинного угла*.

Изображенная на рис. 61 110-часовая траектория раскрутки может, как и аналогичная 128-часовая траектория 12 на рис. 60,

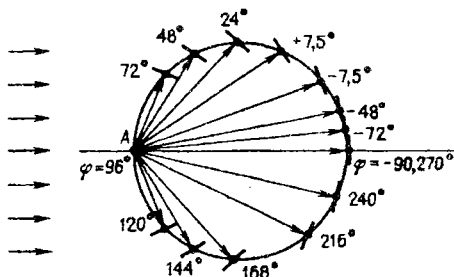


Рис. 62

считаться удачной, поскольку стартовые условия обеспечивают набор параболической скорости, достаточно большой по величине и направленной как раз вдоль дуги движения от Солнца. В результате аппарат будет ускоряться для полета и достижения Луны. Менее удачная 196-часовая траектория, начинающаяся с точки $\varphi = -135^\circ$, близкая к 189-часовой траектории 11 на рис. 60, показана на рис. 63 [В. 17]: движение происходит медленнее, чем в предыдущем случае, так что время выхода существенно увеличивается. И, наконец, совсем неудачная петлеобразная траектория изображена на рис. 64 [В. 17]. Она осуществляется, если раскрытый парус постоянно держать нормально к солнечным лучам, в результате чего световое давление как бы сдует аппарат с таким парусом в сторону, не дав ему выполнить ни одного витка вокруг Земли за счет парусной тяги, — единственный реализуемый виток выполняется за счет гравитационного захвата, после чего световое давление почти прямолинейно выбрасывает аппарат из поля земного тяготения (сравните с цандеровской задачей движения в центральном фотогравитационном поле по коническим сечениям при неизменной нормальной ориентации паруса к лучам).

Заканчивая обсуждение различных типов траекторий раскрутки при помощи солнечного паруса вокруг Земли, необходимо снова остановиться на вопросе, который вскользь затрагивался нами и ранее: как будет двигаться аппарат после набора геоцентрической параболической скорости? Следует иметь в виду (см. § 13), что

рассмотренные выше различные траектории раскрутки могут с достаточной степенью точности считаться геоцентрическими только вплоть до границы так называемой *сферы действия Земли*, т.е. воображаемой сферы, внутри которой гравитационное ускорение от Земли может считаться основным, а гравитационные ускорения от всех прочих тел (от Солнца, Луны, планет) — возмущающими.

Понятие сферы действия меньшей массы M_2 относительно большей массы M_1 в ограниченной круговой задаче трех тел M_1, M_2 и m

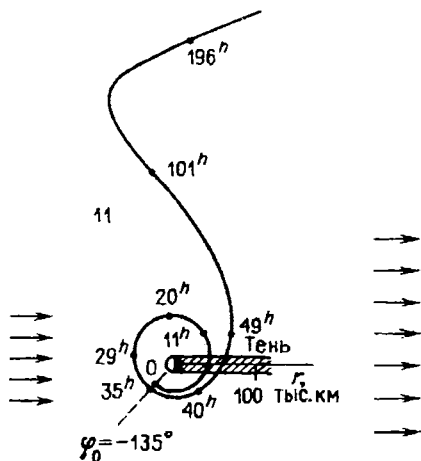


Рис. 63

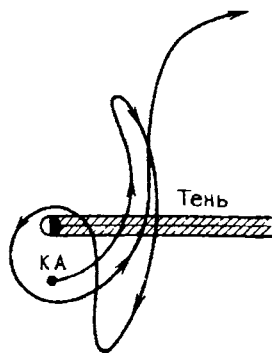


Рис. 64

впервые в рассмотрение ввел. П. Лаплас как M_2 -центрическую сферу некоторого радиуса ρ . Внутри этой сферы целесообразно принять массу M_2 (планету) за центральное тело, а массу M_1 (Солнце) — за возмущающее. Он показал, что если взять $\rho = r\tilde{\mu}^{2/5}$, где r — расстояние планеты от Солнца, $\tilde{\mu} = M_2/M_1$ — отношение масс, то на воображаемой границе сферы действия отношение возмущающей силы к силе притяжения центрального тела не зависит от того, какая из притягивающих масс принята за центральную. Сферой действия меньшей массы M_2 относительно большей M_1 и называется область пространства около массы M_2 , в которой $F_1/g_2 \leq F_2/g_1$. Здесь g_1 и g_2 — силы притяжения масс M_1 и M_2 , а F_1 и F_2 — гравитационные возмущения от этих масс, налагающиеся соответственно на силы g_2 и g_1 . На границе сферы действия (на ее поверхности) отношения сил удовлетворяют формуле $F_1/g_2 = F_2/g_1 \leq (4\tilde{\mu})^{1/5}$ и убывают вместе с $\tilde{\mu}$ [2.9, с. 47].

Радиус сферы действия Земли составляет примерно 930 тыс. км. На ее границе остаточная геоцентрическая скорость аппарата (играющая роль относительной скорости) векторно складывается

с переносной гелиоцентрической скоростью аппарата, движущегося вокруг Солнца вместе со сферой действия Земли (рис. 65). В парусных задачах можно считать эту переносную скорость постоянной и численно равной средней орбитальной скорости Земли, т.е. $v_3 \approx 29,8$ км/с. Пользуясь этой константой вместо переменной переносной скорости аппарата, мы тем самым пренебрегаем эллиптичностью орбиты Земли и разницей гелиоцентрических расстояний

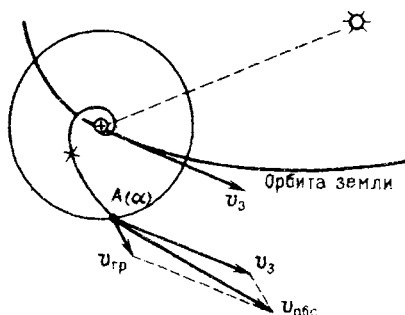


Рис. 65

аппарата в различных точках сферы действия, т.е. при рассмотрении движения аппарата относительно Солнца мы считаем сферу действия точкой.

В этих предположениях рассмотрим сначала вариант движения, когда солнечный парус нужен только для набора геоцентрической параболической скорости вблизи Земли, а после набора движение происходит свободно, без паруса (на рис. 65 точка набора обозначена крестиком). Итак, набрав параболическую скорость, аппарат будет двигаться по геоцентрической параболе, и если на его пути не встретится Луна (вариант гравитационного захвата мы не обсуждаем), то аппарат выйдет на границу сферы действия Земли с небольшой остаточной граничной скоростью $v_{гр} \approx 0,9$ км/с (ее можно легко рассчитать с помощью интеграла энергии геоцентрического движения). Начиная с границы сферы действия Земли, движение аппарата можно уже рассматривать как гелиоцентрическое, принимая все остальные гравитационные эффекты за возмущающие. Гелиоцентрическая абсолютная скорость аппарата $v_{абс}$ определится теперь как геометрическая сумма векторов переносной скорости аппарата, равной орбитальной скорости Земли v_3 , и его относительной геоцентрической скорости $v_{гр}$. Величина абсолютной скорости зависит от направления остаточной скорости по отношению к вектору орбитальной скорости Земли и колеблется в пределах между алгебраическими суммой и разностью этих величин.

Если вектор граничной скорости совпадает, например по направлению, с орбитальной скоростью Земли, то результирующая абсолютная скорость, равная сумме векторов, обеспечивает касательный перелет по эллипсу, целиком лежащему вне орбиты Земли.

В другом предельном случае, когда эти скорости направлены по одной прямой, но в разные стороны, результирующая скорость, равная разности скоростей и направленная в сторону орбитального вращения Земли, обеспечивает касательный перелет по эллипсу, целиком расположенному внутри орбиты Земли, не считая точки касания. Во всех промежуточных случаях орбита гелиоцентрического движения аппарата будет частично расположена вне орбиты Земли, частично — внутри нее.

Уже на примере этой простейшей модельной задачи видно, какое огромное значение с точки зрения выполнения того или иного гелиоцентрического маневра имеют два фактора, порождаемые задачей о геоцентрической парусной раскрутке: плоскость раскрутки и направление скорости выхода из сферы действия (вариант точечной сферы действия здесь не рассматриваем). Например, раскрутка с терминаторной орбиты, перпендикулярной потоку солнечных лучей и одновременно плоскости эклиптики, никогда не позволит аппарату и вектору его результирующей скорости одновременно расположиться в плоскости эклиптики.

Не менее существенное значение имеет направление выходной граничной скорости $v_{гр}$, близкое к направлению местной параболической скорости в момент набора нулевой полной геоцентрической энергии (см. рис. 65). Если учесть, что направление орбитальной скорости Земли v_3 всегда перпендикулярно потоку солнечных лучей, то делается ясным, что раскрутка с помощью солнечного паруса, обеспечивающая параболический уход от Земли только в сторону от Солнца, далеко не всегда может обеспечить требуемый гелиоцентрический маневр, даже если вектор выходной скорости расположен в плоскости эклиптики. Действительно, векторы геоцентрических параболических скоростей, изображенные на рис. 60, почти все расположены в первой четверти, что соответствует выходу с первоначальной круговой орбиты против часовой стрелки. Если же направление этого выхода сменить на противоположное, то картина будет зеркальной относительно горизонтальной оси и почти все скорости расположатся в четвертой четверти. Если принять, что скорость орбитального движения Земли v_3 вместе с ее воображаемой сферой действия направлена на рис. 60 вертикально вверх, то окажется, что возможное направление геоцентрической скорости выхода на гелиоцентрическую траекторию всегда расположено в правой полуплоскости, что значительно сужает маневрен-

ность перелета с парусом по сравнению с маневренностью импульсных перелетов.

В какой бы точке правой полуплоскости на рис. 60 ни происходил набор нулевой полной энергии, и по какой бы из парабол не происходил дальнейший свободный полет аппарата, все значения местной геоцентрической параболической скорости, различные для начала свободного движения, достигнут одинакового значения $v_{гр} = v_{м.пар} = 0,9$ км/с на границе сферы действия Земли. Следовательно, на границе в сложении скоростей участвуют две неизменные по величине скорости: орбитальная скорость Земли $v_3 = 29,8$ км/с и местная геоцентрическая параболическая скорость $v_{м.пар}$, направление которой может быть любым в правой полуплоскости. В результате диагональ параллелограмма скоростей на рис. 65, т.е. скорость $v_{абс}$, будет по величине и по направлению незначительно отличаться от орбитальной скорости Земли v_3 . В соответствие каждой геоцентрической параболы на рис. 60 окажется поставлена некоторая близкая к круговой орбите Земли эллиптическая гелиоцентрическая траектория, афелий которой α расположен в воображаемой точке A на границе сферы действия (см. рис. 65). Все такие эллипсы будут различаться величинами и направлениями своих больших полуосей, поскольку в силу интеграла энергии большая полуось кеплерова эллипса однозначно определяется значением текущей скорости на заданном расстоянии от центра притяжения (в данном случае — от Солнца), т.е. значением $v_{абс}$. Даже в предельном случае коллинеарности двух рассматриваемых скоростей v_3 и $v_{пр}$, практически неосуществимом для солнечного паруса, касательный импульс 0,9 км/с в любом из двух направлений не может обеспечить перелета ни к орбите Марса, ни к орбите Венеры. Напомним, что для достижения орбиты Марса по касательному эллипсу требуется импульс +2,95 км/с, а для достижения орбиты Венеры — отрицательный импульс (–2,43 км/с). Таким образом, задача об "ограниченной" парусной раскрутке (с последующим свободным движением) нужна лишь для анализа близких гелиоцентрических маневров, однако она может оказаться практически полезной в случае использования солнечного паруса с ограниченным рабочим временем, т.е. претерпевающего быстрый износ.

Принципиально иную картину мы наблюдаем, если солнечный парус продолжает работать и после набора нулевой полной энергии. В этом случае стыковка геоцентрической и гелиоцентрической задач выглядит сложнее. На каждой траектории набор местной геоцентрической параболической скорости происходит на различном удалении от Земли, в результате чего и значение достигнутой параболической скорости в каждой точке оказывается различным

(см. рис. 60). Начиная с момента набора (крестик на рис. 65) и до достижения границы сферы действия Земли солнечный парус обязан работать на максимально возможное увеличение скорости к моменту достижения этой границы. Движение будет теперь происходить не по дуге параболы, как для варианта свободного полета, а по почти прямолинейной траектории (см. § 13), скорость на которой будет увеличиваться почти линейно. Очевидно, чем ближе траектория будет расположена к потоку солнечных лучей (горизонтальная ось на рис. 60), тем большей скорости можно на ней достигнуть за счет почти нормального расположения паруса относительно солнечных лучей.

На других направлениях будут достигнуты несколько меньшие ускорения, что обусловлено уменьшением угла падения лучей на парус и снижения вследствие этого его тяги. Именно в течение прямолинейного разгона огромное значение имеет начальная величина скорости, которая далее будет увеличиваться, а не убывать, как в случае свободного движения. (В действительности прямолинейное движение в строгом смысле слова в поле тяготения осуществиться не может, даже при наличии постоянно действующего неизменного тягового ускорения — речь может идти лишь о движении по слабо искривленной траектории, аппроксимируемой отрезком прямой. Кроме того, чем ближе к Земле будет обеспечен набор параболической скорости, тем большей скорости можно достичь к границе сферы действия.)

Итак, на этот раз значения граничных геоцентрических скоростей будут уже не только больше остаточных граничных параболических скоростей предыдущего варианта, но и существенно больше параболических скоростей в точках набора нулевой полной энергии. Направления же этих скоростей на границе сферы действия будут примерно те же. Легко заключить, что теперь результирующая гелиоцентрическая скорость v_{abc} , определяемая диагональю параллелограмма скоростей на рис. 65, будет и по величине, и по направлению существенно отличаться от скорости Земли v_3 , что делает на этот раз возможным исследование более удаленных от орбит Земли областей пространства.

Мы рассмотрели два варианта энергетического режима выхода на границу сферы действия: с почти погашенной выходной геоцентрической скоростью и, наоборот, со скоростью, увеличивающейся на почти прямолинейном участке геоцентрического пути. Если теперь вернуться к концепции цандеровских эллипсов в гелиоцентрическом фотогравитационном поле, то можно утверждать, что первый вариант представляется перспективным, например, для осуществления цандеровского движения (см. § 6). Действительно, основным условием выхода на цандеровский эллипс является

ориентация солнечного паруса в положение, нормальное к солнечным лучам, при почти полностью погашенной относительной геоцентрической скорости на границе. В этом случае парус работает на двух этапах движения, между которыми происходит свободный полет. Возражения в этой схеме может вызвать, с одной стороны, нерентабельность цандеровского движения, а с другой стороны — непроеизводительный простой паруса на этапе свободного полета. Во втором же варианте при соответствующей стратегии управления солнечный парус работает без перерыва на всех трех этапах движения (геоцентрической раскрутки, прямолинейного разгона, гелиоцентрического спирального движения), выполняя на каждом из трех этапов принципиально различные динамические задачи.

§ 15. Геоцентрические траектории раскрутки при заданном угле установки солнечного паруса

Каким бы ни был заданный закон управления солнечным парусом (плоским или парусом — системой зеркал), если этот закон выражается непрерывной функцией, то в его основе должен лежать следующий основной принцип: *парус должен работать и на том участке орбиты, где аппарат движется навстречу солнечным лучам.* Только при этом условии полная орбитальная энергия аппарата будет непрерывно возрастать. Оказалось, что такому условию можно удовлетворить, если на слабо вытянутых витках почти круговой орбиты равномерно поворачивать плоский парус относительно солнечных лучей с угловой скоростью, равной половине угловой скорости орбитального движения аппарата вокруг Земли.

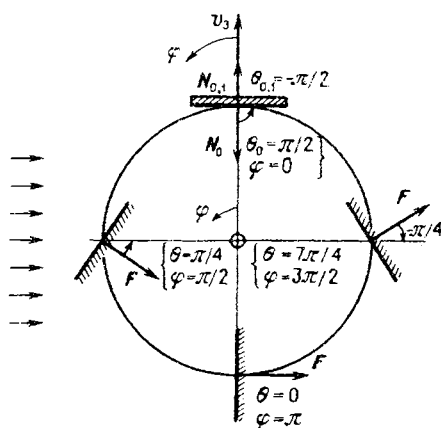


Рис. 66

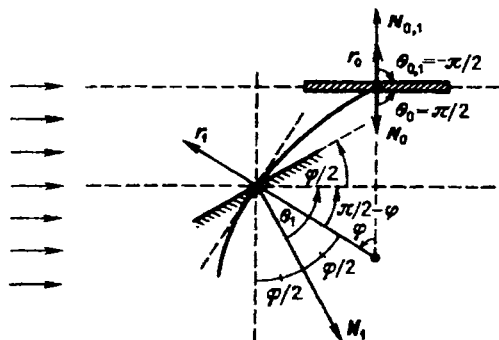


Рис. 67

Закон такого равномерного вращения с так называемой *половиной угловой скоростью* предложил в 1961 г. Н. Сэндс [2.10].

Пусть орбита аппарата расположена в плоскости эклиптики и первоначально является круговой. Солнечный парус представляет собой зеркально отражающий с обеих сторон плоский диск, перпендикулярный плоскости эклиптики и равномерно поворачивающийся вокруг оси эклиптики с угловой скоростью

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{d\varphi}{dt}, \quad (15.1)$$

где φ — полярный угол системы плоских орбитальных полярных координат r и φ , отсчитываемый в прямом направлении от апекса планеты, т.е. от оси, перпендикулярной направлению солнечных лучей и направленной в сторону орбитального движения Земли по v_3 (рис. 66). Угол θ — угол падения лучей на парус. Если принять на рис. 66 и 67, что в положении ребром к Солнцу (верхнее положение) нормаль к парусу N направлена к Земле ($\varphi = 0$, $\theta_0 = \pi/2$, $N = N_0$), то поворот радиус-вектора аппарата на угол φ (см. рис. 67) соответствует переходу нормали из положения θ в положение 1 , т.е. ее повороту относительно лучей на угол $\varphi/2$. Из геометрических соображений следует, что

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}. \quad (15.2)$$

За орбитальный период ($\varphi = 2\pi$) нормаль повернется так, что в верхнем положении на рис. 67 нормаль $N_{0,1}$ будет направлена от Земли ($\theta_{0,1} = -\pi/2$), однако, приняв, что парус является зеркальным с обеих сторон, будем рассматривать только промежуток $[0, \pi]$ для угла поворота нормали. На рис. 66 стрелками изображены векторы сил тяги F , имеющие переменные значения: в нижней

точке — максимум, в верхней — тяги нет, в крайних положениях значения одинаковы.

Ускорение аппарата с фиксированной поверхностью паруса для нормального к солнечным лучам положения будем вычислять по формуле (см. § 4)

$$w_0 = P_3^{\text{зерк}} \frac{A}{m}, \quad P_3^{\text{зерк}} = \frac{2S_3}{c} = 0,92 \cdot 10^{-4} \frac{\text{г см}}{\text{с}^2}, \quad (15.2')$$

принимая значение постоянной $P_3^{\text{зерк}}$ неизменным для всех геоцентрических задач. Поскольку (см. (4.5)) текущее значение тягового

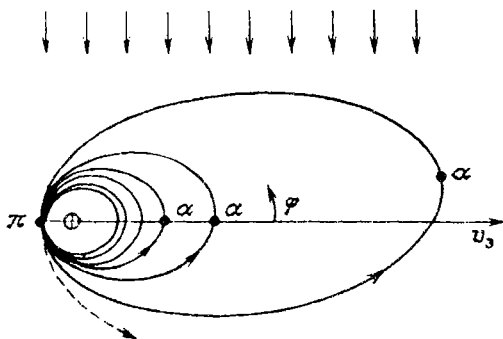


Рис. 68

ускорения, развиваемого солнечным парусом, есть $w = w_0 \cos^2 \theta$, то в случае нашего закона (15.2) получим зависимость

$$w = w_0 \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \quad (15.3)$$

представляющую тяговое ускорение в виде функции полярного угла φ аппарата на орбите. Спроектировав ускорение на радиальное и трансверсальное направления, получим проекции

$$w_r = -w \cos \frac{\varphi}{2} \frac{\sin \varphi/2}{|\sin \varphi/2|} = -\frac{1}{2} w \frac{\sin \varphi}{|\sin \varphi/2|}, \quad w_\varphi = w \left| \sin \frac{\varphi}{2} \right|,$$

которые с учетом зависимости (15.3) принимают вид

$$w_r = -\frac{1}{2} w_0 \left| \sin \frac{\varphi}{2} \right| \sin \varphi, \quad w_\varphi = w_0 \left| \sin^3 \frac{\varphi}{2} \right|. \quad (15.3')$$

Таким образом, при выполнении закона (15.1) — (15.2) управления парусом на космический аппарат будет действовать возмущающая сила, трансверсальная компонента которой в любой точке орбиты будет положительной величиной.

Уравнения движения аппарата интегрировались численно. [2.10] в предположении о центральности гравитационного поля Земли и об отсутствии иных возмущений кроме светового давления. Результаты вычислений времени набора нулевой полной энергии показали сильную зависимость длительности движения от начальных условий при сохранении квазисимметрии плоской траектории раскрутки относительно оси, перпендикулярной направлению солнечных лучей (рис. 68), за исключением последних витков перед отрывом.

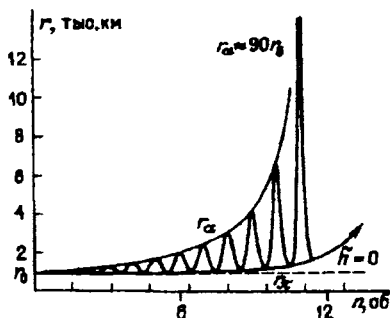


Рис. 69

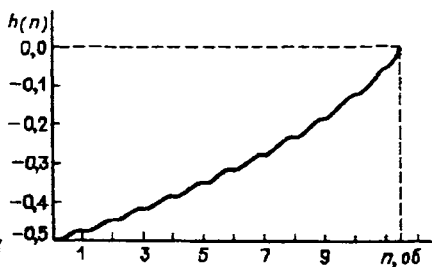


Рис. 70

Квазиэллиптическая спиральная траектория раскрутки обладает быстро удаляющимся от Земли апогеем и практически малоподвижным перигеем (не считая последних витков). Эта квазисимметрия траектории относительно оси, связанной с апексом Земли, а также "скольжение" апогея вперед по ходу орбитального движения Земли объясняется [2.10] как следствие динамической симметрии ориентации плоскости паруса относительно скорости v_3 на одном геоцентрическом витке (см. рис. 66), а также соответствующей симметрией набора нулевой полной энергии. Как следствие этой симметрии суммарный набор энергии за оборот можно интерпретировать как приложенный "импульсивно" в перигее.

Модельный пример выхода с круговой орбиты радиусом $r_0 = 7200$ км при парусности $A/m = 10^5$ см²/г (площадь паруса $A = 10^{10}$ см², диаметр эквивалентного круга 1120 м, масса всей конструкции $m = 10^5$ г) дает время выхода всего 112 сут. При этом последний апогей расположен на геоцентрическом расстоянии $r_\alpha = 610\,000$ км $\approx 88 r_0$, т.е. на расстоянии, почти вдвое превышающем радиус орбиты Луны. Геометрическая картина раскрутки дополняется графиком на рис. 69, показывающим изменение радиус-векторов r_π и r_α .

Отрыв в данном случае всегда происходит на дуге, следующей за "последним" перигеем (см. рис. 69 и 70), причем Сэндс [2.10]

этому интересному явлению дает объяснение, основанное на анализе энергетического режима раскрутки, проиллюстрированного графиком h на рис. 70. Здесь изображена кривая изменения безразмерной полной орбитальной энергии $h(n)$ в процессе раскрутки в виде функции числа n геоцентрических оборотов аппарата: кривая, описывающая набор нулевой полной энергии, показывает, что h является неубывающей функцией времени. Кроме того, зигзагообразный характер кривой $h(n)$ показывает, что хотя теоретически набор нулевой энергии может произойти при любом значении фазового угла φ от начала раскрутки, но вероятнее всего, что выход на нулевое значение произойдет вблизи перигея. Действительно, вблизи целых значений n кривая $h(n)$ идет почти полого, т.е. вблизи апогея набор энергии незначителен, тогда как в интервалах между целыми значениями n энергия растет почти линейно (отсчет фазового угла производится от направления v_3 , т.е. от апогея, см. рис. 68).

Критику "половинного" закона в том смысле, что он не является наилучшим по энергетике, мы находим в те же годы в работе В.В. Шувалова [2.5]. Установив из (15.3') среднее значение трансверсальной силы (создающей ускорение w_φ) за один орбитальный период движения по круговой орбите и вычислив (см. также формулу (15.2')) среднее

$$\begin{aligned} F_\varphi^* &= (m w_\varphi)^* = m w_0 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^3 \frac{\varphi}{2} d\varphi = \\ &= m w_0 \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \sin^3 \frac{\varphi}{2} d\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \\ &= \frac{2}{\pi} P_3^{\text{зёрк}} A \left(-\cos \frac{\psi}{2} + \frac{1}{3} \cos^3 \frac{\psi}{2} \right) \Big|_0^\pi = \\ &= \frac{4}{3\pi} P_3^{\text{зёрк}} A = 0,425 P_3^{\text{зёрк}} A, \end{aligned} \quad (15.4)$$

где $P_3^{\text{зёрк}} = 2S_3/c$ — удельное давление на зеркальный парус, он предложил другой закон, обеспечивающий максимум не трансверсальной силы (при "половинном" законе), а максимум касательной компоненты силы F_τ в любой точке круговой орбиты при любом законе вращения паруса. Действительно, если записать выражение для касательной компоненты силы тяги (см. рис. 55 при $\alpha = \theta, \beta = \varphi$)

$$F_\tau = P_3^{\text{зёрк}} A \cos^2 \theta \cos(\theta - \varphi) \quad (15.5)$$

и приравняв нулю $dF_\tau/d\theta$ при $\varphi = \text{const}$, то получим соотношение между углами θ и φ , соответствующее максимуму силы F_τ и,

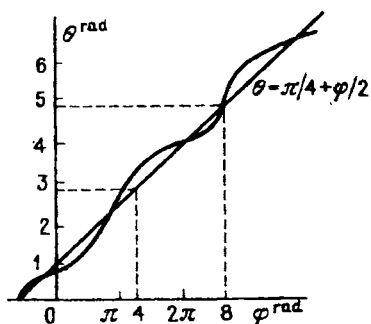


Рис. 71

следовательно, обеспечивающее локально-оптимальное управление

$$\theta = -\frac{1}{2} \left[\arcsin\left(\frac{1}{3} \sin \varphi\right) - \varphi \right]. \quad (15.5')$$

Подставляя θ в (15.5) для силы F_τ и усредняя за оборот, т.е. по всем значениям $\varphi \in [0, 2\pi]$ можно вычислить среднее

$$F_\tau^* = 0,445 P_3^{\text{зв}} K_A.$$

Таким образом, был предложен локально-оптимальный закон [2.5], дающий на круговой орбите некоторый энергетический выигрыш (4 – 5%) по сравнению с "половинным" законом [2.10]. Одновременно [2.5] было высказано предположение, что этот закон даст на эллиптической орбите еще более существенный энергетический выигрыш, нежели на круговой, которое полностью подтвердилось впоследствии (см. § 16).

Энергетика "половинного" закона, являющегося наипростейшей аппроксимацией цандеровского релейного закона θ или 1 непрерывной функцией (см. § 13), обсуждалась также В.В. Белецким [В.17] и В.И. Левантовским [В.16]. Например, если сравнить график значений полной орбитальной энергии h из области отрицательных ее значений для спиралей, огибающих Землю, для "половинного" закона управления [2.10] с соответствующей кривой для "наилучшего" паруса, то энергетический режим раскрутки с "половинным" углом [В.17] весьма близок к локально-оптимальному управлению, обеспечивающему максимальное приращение орбитальной энергии. Общий характер локально-оптимального управления сложным "наилучшим" парусом (см. § 13) очень близок именно к такому наипростейшему непрерывному управлению парусом, когда плоский парус равномерно вращается в ту же сторону, в которую движется аппарат по орбите, но с угловой скоростью, вдвое меньше орбитальной угловой скорости. Для круговой орбиты это вращение паруса оказывается равномерным.

Если θ – угол падения, т.е. угол между нормалью к парусу и направлением солнечных лучей, то локально-оптимальное управление близко к следующему: $\theta = \pi/4 + \varphi/2$. Сравнение законов изменения углов установки "наилучшего" и "половинного" парусов при управлении последним по этому закону изображено на рис. 71 [В.17]. Легко видеть, что отклонение не превышает 5%.

Закон $\theta = \pi/4 + \varphi/2$ идентичен закону $\theta = \pi/2 - \varphi/2$, если принять, что в первом варианте отсчет полярного угла производится не от перпендикуляра к лучам, а от направления светового потока. Следовательно, справедлив вывод о том, что энергетический режим раскрутки при управлении по закону (15.2), изображенный на рис. 70, весьма близок к локально-оптимальному энергетическому режиму, которым в свою очередь успешно аппроксимируется режим раскрутки с "наилучшим" парусом. Следует заметить, что направление вращения плоского паруса вокруг перпендикуляра к плоскости эклиптики, происходящее в ту же сторону, что и орбитальное движение аппарата, является единственно приемлемым для раскрутки, так как только в этом случае проекция силы тяги на скорость всюду оказывается положительной. В случае противоположного направления вращения паруса направление тяги в нижней точке на рис. 66 сохранилось бы прежним, тогда как во всех остальных точках орбиты проекция силы тяги на скорость была бы отрицательной, что сделало бы раскрутку принципиально невозможной.

Идея движения аппарата при "половинном" угле установки солнечного паруса [2.10] получила дальнейшее развитие в работах Л.К. Гриневитской совместно с автором настоящей книги [2.11–2.19]. В работе [2.11] дифференциальные уравнения движения аппарата в плоскости эклиптики с правыми частями (15.3') решались аналитически, причем для построения общих решений уравнений движения применялся метод малого параметра. За малый параметр Q (см. § 13) выбиралось отношение неизменного ускорения $w_0 = \frac{2S_3}{c} \frac{A}{m}$ от силы светового давления к гравитационному ускорению на начальной круговой орбите радиусом r_0 , т.е.

$$Q = \frac{w_0}{fM_3/r_0^2} \quad (15.6)$$

Уравнения движения с правыми частями (15.3') записывались с применением переменных Бине u, φ в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u &= \Phi_1(c) + Q\Phi_2\left(\varphi, u, c, \frac{du}{d\varphi}\right), \\ \frac{dc}{d\varphi} &= Q\Phi_3(\varphi, u, c), \end{aligned} \quad (15.7)$$

где $\Phi_1 = fM_3/c^2$; $u = 1/r$ — инверсия радиус-вектора; Φ_2, Φ_3 — некоторые функции [2.11] $c = r^2 \dot{\varphi} = u^{-2} \dot{\varphi}$ — переменная, превращающаяся в отсутствие светового давления ($w_0 = 0$) в постоянную

площадей невозмущенного кеплерова движения $r^2 \dot{\varphi} = \text{const}$.
Общее решение системы отыскивалось в виде сходящихся рядов по степеням малого параметра Q :

$$\begin{aligned} u &= u_0 + Qu_1(\varphi) + Q^2 u_2(\varphi) + \dots, \\ c &= c_0 + Qc_1(\varphi) + Q^2 c_2(\varphi) + \dots \end{aligned} \quad (15.8)$$

Решением нулевого приближения относительно Q служит в нашей задаче невозмущенное кеплерово движение:

$$u_0 = p^{-1}(1 + e \cos \varphi), \quad c_0 = \sqrt{fM_3 p}. \quad (15.9)$$

Подставляя решение нулевого приближения в исходную систему (15.7) и выполняя разложение 2π -периодических правых частей в ряды Фурье на полном обороте аппарата вокруг Земли, можно получить систему первого приближения, имеющую явный вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_1}{d\varphi^2} + u_1 &= f_1(\varphi) = \frac{1}{2r_0} \left| \sin \frac{\varphi}{2} \right| \sin \varphi, \\ \frac{dc_1}{d\varphi} &= \tilde{f}_1(\varphi) = \sqrt{fM_3 r_0} \left| \sin^3 \frac{\varphi}{2} \right|. \end{aligned} \quad (15.10)$$

Так как условия существования строго периодических решений для этой системы нарушены, то ее решение должно содержать кроме периодических еще и вековые члены. Решение первого приближения было найдено [2.11] в виде

$$u_1 = (1/2)b_1(\sin \varphi - \varphi \cos \varphi), \quad c_1 = (1/2)a_0 \varphi + a_1 \sin \varphi, \quad (15.11)$$

причем коэффициенты рядов Фурье, входящие в решение, определяются формулами разложений правых частей уравнений (15.10).

Найденное решение (15.11), будучи объединено с решением (15.9) по правилу (15.8), позволяет представить плоскую траекторию эклиптической раскрутки в виде семейства оскулирующих эллипсов с переменным (увеличивающимся) эксцентриситетом $e = e(\varphi)$, с переменным расстоянием перигея от полярной оси $\alpha = \alpha(\varphi)$, нарушающим симметрию семейства относительно оси, но с неизменным (с точностью до первого приближения) фокальным параметром $p = r_0 = \text{const}$. Уравнение семейства этих эволюционных эллипсов имеет вид (рис. 68)

$$r = p(\varphi) \{1 - e(\varphi) \cos [\varphi + \alpha(\varphi)]\}^{-1}, \quad (15.12)$$

где $p(\varphi) = r_0 = \text{const}$, $e(\varphi) = 8w_0 r_0^2 \varphi (1 + \varphi^2)^{1/2} / 15\pi fM_3$, $\alpha(\varphi) = \arcsin (1 + \varphi^2)^{-1/2}$. Формулы для изменения орбитальных элементов (как функций числа оборотов аппарата вокруг Земли) могут быть представлены в виде, позволяющим определить приближенные значения орбитальных элементов на произвольном n -м

витке раскрутки:

$$e_n = Qn, \quad \alpha_n = \arcsin(2\pi n)^{-1}, \quad p = r_0 = \text{const}, \quad (15.13)$$

$$a_n = \frac{r_0}{1 - (Qn)^2}, \quad r_{an} = \frac{r_0}{1 - Qn}, \quad r_{\pi n} = \frac{r_0}{1 + Qn}$$

Полученные простые формулы позволяют прогнозировать эволюцию траектории раскрутки без применения численных методов. Эксцентриситет увеличивается практически линейно, причем приращение e от витка к витку является величиной порядка малого параметра Q . Угол α уже после нескольких оборотов превращается в константу, что подтверждает вывод, сделанный в [2.10] относительно сохраняющейся квазисимметрии семейства эллипсов относительно полярной оси, связанной с направлением v_z (см. рис. 68), в результате чего большая полуось семейства почти все время совпадает с полярной осью, не считая последнего витка. Высота апогея растет существенно быстрее высоты малоподвижного перигея и резко увеличивается перед обращением h в нуль вблизи перигея. Большая полуось a растет медленнее, чем r_α , вследствие чего выполнение условия $p = r_0 = \text{const}$ может привести к уменьшению радиус-вектора перигея r_π , который может стать меньше радиуса Земли. Такие случаи требуют специального численного исследования с учетом зависимости траектории от начальных условий. Точность полученных решений (15.12)–(15.13) в смысле первого приближения относительно малого параметра Q оказалось [2.11, 2.12] вполне достаточной для прогноза, и решений второго приближения не потребовалось. Хотя они были получены, выяснилось, что существенного изменения точности расчета траектории по сравнению с первым приближением для данной постановки задачи они не дают.

Обобщение изложенной теории для ухода в бесконечность с орбиты малого, а затем с орбиты произвольного эксцентриситета было выполнено с участием тех же авторов [2.13, 2.14]. В этом случае фокальный параметр уже не остается постоянным, а также нарушается квазисимметрия траектории относительно полярной оси. Выход с эллиптической орбиты оказывается "полезным" с точки зрения сокращения времени раскрутки, определяемого как время набора нулевой полной энергии. В этом случае время раскрутки действительно сокращается по сравнению с выходом с круговой орбиты радиуса r_0 , в чем можно убедиться в результате численных расчетов [2.13, 2.14], если принять при сравнении, что начальные значения фокального параметра и большой полуоси эллиптической орбиты соотносятся с r_0 как $p = r_0(1 + e_0)$ и $a_0 = r_0(1 - e_0)^{-1}$. В обоих случаях задания начальных эксцентриситетов определены элементы семейства эллипсов (15.12).

При использовании метода малого параметра в данных задачах следует иметь в виду границы его применимости, определяемые тем, что малый параметр Q из (15.6) при удалении аппарата от Земли перестает быть малым за счет уменьшения гравитационного ускорения, тогда как ускорение от светового давления w_0 остается неизменным. Если n_k — номер конечного витка траектории раскрутки, параметры которого с достаточной надежностью определены по формулам предлагаемой аналитической теории, а φ_k — значение полярного угла для окончания раскрутки, то верхняя граница промежутка $[0, \varphi_k)$ должна определяться из условия, что отношение ускорения w_0 к гравитационному ускорению в апогее последнего, n_k -го, оскулирующего эллипса, т.е. к величине $fM_3/r_{\alpha k}^2$, все еще остается малым. Формулы для границ рабочего промежутка при использовании метода малого параметра, выведенные в [2.12] при исследовании оценок погрешности применяемого метода для выхода с первоначально круговой орбиты, позволяют определить полярный угол конечной точки и номер последнего витка:

$$\varphi_k \approx 0,45 Q_0^{-1}, \quad n_k \approx 0,07 Q_0^{-1}$$

(Q_0 — значение Q в начале промежутка).

Этот результат находится [2.12] в хорошем согласии с результатами численных исследований.

Итак, метод справедлив на интервале времени $t \sim Q^{-1}$. Вследствие переменности малого параметра прогнозирование с помощью аналитического решения можно производить только вдоль каждого последовательного участка траектории, причем конечная точка предыдущего участка должна служить начальной для следующего. Метод малого параметра плохо прогнозирует движение вблизи отрыва ($h = 0$), вследствие чего встает вопрос о "стыковке" предлагаемых решений с решениями, найденными с помощью какого-нибудь другого метода, позволяющего увереннее исследовать переход h через нуль.

К сказанному заметим, что исследования, упомянутые в § 15, имели дело с задачей возмущенного движения в единственном смысле: возмущением является воздействие светового давления на парус, т.е. возмущающее (с точки зрения небесной механики) ускорение служит одновременно активным тяговым ускорением, обеспечивающим раскрутку. Никаких других возмущений в этих задачах не учитывалось — ни атмосферных, ни гравитационных. Вопрос об учете тени Земли — особый. Собственно тень Земли не создает никаких активных дополнительных возмущений невозмущенного кеплерова движения (в рамках спутниковой задачи с учетом светового давления). Она, однако, нарушает режим воз-

действия постоянно действующего радиационного возмущения, делая его нерегулярным, и потому сама служит возмущением. (Влияние тени Земли мы будем обсуждать отдельно в § 16.) Если же обратиться к упомянутым выше постоянно действующим возмущениям гравитационного или диссипативного свойства, включив возмущение от силы светового давления на парус (силу тяги паруса) в режим невозмущенной, но теперь уже некеплеровой задачи, то следует сказать, что задача о парусной раскрутке в нецентральной поле тяготения Земли (хотя бы с точностью до второй гармоники потенциала сжатия Земли) пока еще никем не была рассмотрена. По крайней мере, строгие исследования, хотя бы численные, не говоря уже об аналитических решениях, построение которых с учетом нецентральной поля может оказаться весьма трудоемким, автору настоящей книги не известны. Ряд соображений по поводу влияния нецентральной гравитационного поля на точность учета тени Земли были высказаны в работе [2.15] и будут также обсуждаться ниже, в § 16.

Коснемся атмосферных воздействий. Если раскрутка при помощи паруса начинается с достаточно низких орбит, то на первых витках траектории атмосферное сопротивление способно существенно изменить характер движения, повлияв на весь ход орбитальной эволюции (для начального радиуса круговой орбиты порядка 7000 км атмосферное сопротивление сравнимо с силой светового давления). На больших высотах аэродинамическая теория, основанная на анализе течения сплошной среды, перестает быть справедливой и следует применять теорию свободно-молекулярного движения. Именно такая модельная задача была рассмотрена Л.К. Гриневицкой [2.16] для парусной раскрутки с "половинным" углом. При подключении диссипативных эффектов в систему уравнений плоского движения предполагалось, что плотность атмосферы является убывающей функцией геоцентрического расстояния, а для начальных слабо эллиптических витков ее можно приближенно принять постоянной и не учитывать изменение плотности от перигея к апогею.

Пусть к тяговому ускорению зеркального солнечного паруса w добавляется возмущающее ускорение под действием сопротивления атмосферы

$$w_1 = \rho(r)(A/m)v_c^2 \sin^2 \psi,$$

где A/m — парусность аппарата в нормальной к потоку ориентации паруса, v_c — орбитальная скорость центра масс аппарата (рис. 72), ψ — угол атаки, $\rho(r)$ — плотность атмосферы, являющаяся в нашей задаче функцией геоцентрического расстояния аппарата на орбите раскрутки и принимаемая, как указывалось выше, постоянной

ситета увеличивается от $e = 0$ до $e = 0,35$ уже через 150 оборотов без учета сопротивления и только через 200 оборотов — с учетом сопротивления. При начальной высоте 700 км для достижения того же эксцентриситета требуется уже 550 оборотов. Таким образом, даже на достаточно больших высотах атмосфера оказывает немаловажное тормозящее действие на режим раскрутки космического аппарата.

Пространственная задача о геоцентрической парусной раскрутке впервые также была рассмотрена в работах [2.17–2.19] для выхода на значение $h = 0$ с произвольно ориентированной круговой первоначальной орбиты при условии отсутствия иных возмущающих эффектов, кроме сил светового давления на солнечный парус. Впервые методом малого параметра была решена (в виде функций времени) общая система уравнений поступательно-вращательного движения аппарата с солнечным парусом, состоящая из десяти уравнений. Первые три описывают орбитальное движение центра масс космического аппарата. С помощью формул приведения его геоцентрических координат к переменным эллиптического движения $r(t)$, $u(t) = [\nu^*(t) + \omega(t)]$, $\Omega(t)$, $i(t)$ (радиус-вектор, аргумент широты, долгота узла, наклонение) можно записать уравнения движения через эти переменные в прямоугольной орбитальной системе координат $Or\varphi n$ (радиальное, трансверсальное и нормальное к плоскости орбиты направления). Входящая в u величина $\nu^*(t)$ — оскулирующая истинная аномалия, ниже буквой ν будем обозначать ее невозмущенное значение. В новых переменных уравнения движения центра масс O (рис. 73) примут вид

$$\ddot{r} - r\dot{\nu}^2 + G_1 = w_r, \quad r\ddot{\nu} + 2\dot{r}\dot{\nu} + G_2 = w_\varphi, \quad G_3 = w_n, \quad (15.14)$$

причем функции G_1, G_2, G_3 зависят от переменных $r, u, \Omega, i, di/dt, dv/dt, d\Omega/dt, di/dt$ [2.17–2.19]:

$$G_1 = \frac{fM_3}{r^2} - r\left(\frac{di}{dt}\right)^2 \sin^2 u - r\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)^2 \cos^2 u - r\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)^2 \sin^2 u \cos^2 i - \\ - 2r \frac{dv}{dt} \frac{d\Omega}{dt} \cos i + r \frac{di}{dt} \frac{d\Omega}{dt} \sin 2u \sin i,$$

$$G_2 = r\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)^2 \sin u \sin^2 i \cos u + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\Omega}{dt} \cos i + r \frac{d^2 \Omega}{dt^2} \cos i - \\ - 2r \frac{di}{dt} \frac{d\Omega}{dt} \sin^2 u \sin i - r\left(\frac{di}{dt}\right)^2 \sin u \cos i,$$

$$G_3 = -2 \frac{dr}{dt} \frac{d\Omega}{dt} \cos u \sin i + 2r \frac{dv}{dt} \frac{d\Omega}{dt} \sin u \sin i -$$

$$-r \frac{d^2 \Omega}{dt^2} \cos u \sin i + 2 \frac{dr}{dt} \frac{di}{dt} \sin u + 2r \frac{dv}{dt} \frac{di}{dt} \cos u + \\ + r \left(\frac{d\Omega}{dt} \right)^2 \sin u \cos i \sin i + r \frac{d^2 i}{dt^2} \sin u.$$

Компоненты возмущающего радиационного ускорения w_r , w_φ , w_n в этой пространственной задаче являются функциями трех направляющих косинусов линии Земля — Солнце относительно осей системы $Or\varphi n$, переменных эллиптического движения и трех углов ориентации нормали к солнечному парусу по отношению к ортогональной системе орбитальных координат $Or\varphi n$ (см. рис. 73). Углы ориентации соответствуют трем последовательным поворотам $\delta_1, \delta_2, \delta_3$, позволяющим совместить оси этой системы с осями системы $O\xi\eta\zeta$, жестко связанной с плоским солнечным парусом: ось $O\xi$ идет по нормали к парусу N , оси $O\eta$ и $O\zeta$ расположены в плоскости паруса (изображена волнистой чертой) и совпадают с двумя главными центральными осями инерции. Начало координат O совпадает с центром масс солнечного паруса. Теперь положение нормали N полностью определено двумя углами δ_1 и δ_2 , а третий угол δ_3 характеризует несущественное для создания тяги вращение плоского паруса около своей нормали N^0 , положение орта которой характеризуется следующими направляющими косинусами по отношению к осям $Or\varphi n$:

$$N^0 = N^0 \{ \cos \delta_1 \cos \delta_2, \sin \delta_1 \cos \delta_2, -\sin \delta_2 \}. \quad (15.15)$$

На рис. 73 изображены также промежуточные положения осей $r, r', \dots, n''$, соответствующие трем последовательным поворотам на углы δ_1, δ_2 и δ_3 , необходимым для совмещения систем $Or\varphi n$ и $O\xi\eta\zeta$.

Ориентацию начальной орбиты относительно экватора примем произвольной и определим ее наклоном i и долготой восходящего узла Ω , отсчитываемой от точки весеннего равноденствия Υ (рис. 74). Положение Солнца относительно плоскости первоначальной орбиты космического аппарата определим широтой b и долготой l , связанными с экваториальными координатами Солнца δ_C , α_C соотношениями [B.21]

$$\cos b \cos l = \cos(\alpha_C - \Omega) \cos \delta_C,$$

$$\cos b \sin l = \sin \delta_C \sin i + \cos \delta_C \sin(\alpha_C - \Omega) \cos i,$$

$$\sin b = \sin \delta_C \cos i - \cos \delta_C \sin(\alpha_C - \Omega) \sin i.$$

При этом координаты δ_C , α_C связаны с наклоном эклиптики к экватору $\epsilon = 23,5^\circ$ и со средней долготой Солнца на эклиптике λ_C

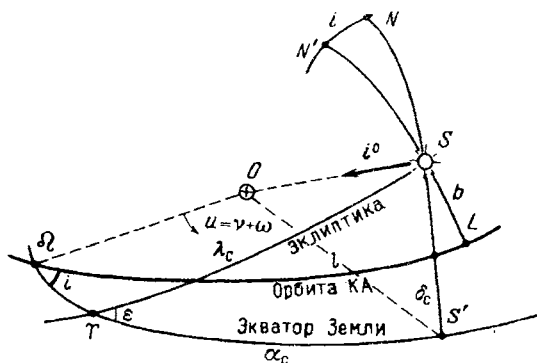


Рис. 74

соотношениями

$$\sin \delta_C = \sin \lambda_C \sin \epsilon, \quad \operatorname{tg} \alpha_C = \operatorname{tg} \lambda_C \cos \epsilon.$$

Из геометрических соотношений и формулы (15.15) косинус угла между направлением солнечных лучей и нормалью к парусу, т.е. угол падения лучей на парус, выражается через углы ориентации нормали $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ и координаты Солнца относительно орбиты аппарата следующим образом (см. рис. 73 и 74):

$$(i^0, N^0) = \cos b \cos \delta_2 \cos(u - l + \delta_1) + \sin b \sin \delta_2,$$

где u — аргумент широты аппарата. Подставив эту формулу в выражение для силы тяги паруса, содержащее квадрат косинуса угла падения, и переходя от углов b и l к экваториальным координатам Солнца δ_C и α_C , запишем выражения для правых частей системы (15.14):

$$\begin{aligned} w_r &= -w_0 R^2(u, \Omega, i) \cos \frac{u}{2} \operatorname{sgn} \sin \frac{u}{2}, \\ w_\varphi &= w_0 R^2(u, \Omega, i) \sin \frac{u}{2} \operatorname{sgn} \sin \frac{u}{2}, \\ w_n &= 0, \end{aligned} \quad (15.16)$$

где

$$\begin{aligned} R(u, \Omega, i) &= \cos \frac{u}{2} \cos(\alpha_C - \Omega) \cos \delta_C + \\ &+ \sin \frac{u}{2} [\sin \delta_C \sin i + \cos \delta_C \sin(\alpha_C - \Omega) \cos i]. \end{aligned}$$

Итак, мы составили систему уравнений орбитального движения космического аппарата с солнечным парусом при заданном "поло-

винном" угле установки паруса. При этом ориентация орбиты относительно экватора принималась произвольной. Теперь к трем уравнениям орбитального движения центра масс (15.14) с правыми частями (15.16) следует добавить шесть уравнений вращательного движения около центра масс, приняв, что плоский солнечный парус обладает динамической симметрией, вследствие чего оказываются равными нулю возмущающие моменты сил тяготения Земли и светового давления. Они состоят из трех кинематических и трех динамических уравнений Эйлера, причем в правых частях последних стоят лишь моменты программного управления парусом по "половинному" закону, для которых принимаем

$$M_{\xi}^{\pi} = M_{\eta}^{\pi} = 0, \quad M_{\zeta}^{\pi} = B\ddot{\nu}/2, \quad (15.17)$$

где B — момент инерции паруса вдоль главной центральной оси $O\xi$ ($B = C$). Так как на рис. 73 $rO\varphi$ — плоскость орбиты, а перпендикуляром к ней служит ось On , то задаваемое управление (15.17), однозначно определяющее изменение всех трех углов $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ в виде функций времени, не дает указания, как ось вращения паруса связана с орбитальной системой осей (в отличие от плоского случая орбитального движения, когда парус вращается вокруг перпендикуляра к плоскости эклиптики).

Кинематические уравнения Эйлера, выражающие проекции абсолютной угловой скорости паруса p, q, r на оси подвижной системы $O\xi\eta\zeta$, жестко связанной с нормалью к парусу N , составляют с учетом сложения вращений

$$p = \omega_{\xi}^* + \omega_{\xi}, \quad q = \omega_{\eta}^* + \omega_{\eta}, \quad r = \omega_{\zeta}^* + \omega_{\zeta},$$

где $\omega_{\xi}^*, \omega_{\eta}^*, \omega_{\zeta}^*$ — проекции на подвижные оси $O\xi\eta\zeta$ вектора $\vec{\omega}^*$, т.е. вектора мгновенной угловой скорости вращения паруса относительно орбитальной системы осей $Or\varphi n$, а проекции $\omega_{\xi}, \omega_{\eta}, \omega_{\zeta}$ — проекции на те же оси вектора $\vec{\omega}$, т.е. вектора мгновенной угловой скорости вращения орбитальной системы $Or\varphi n$ относительно геоцентрической инерциальной системы осей. Если проекции $\vec{\omega}^*$ легко выразить по эйлеровым кинематическим формулам через углы ориентации $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ и их производные, то проекции $\vec{\omega}$ вдоль осей $Or, O\varphi, On$ следует выразить через элементы орбитального движения по классическим формулам поворота осей (10.8).

Когда шесть уравнений вращательного движения, составленные с учетом перечисленных выше указаний, будут присоединены к трем уравнениям (15.14), то к полученным девяти уравнениям следует добавить еще одно уравнение связи поступательного и вращательного движений, так как число координат избыточно. Назовем это уравнение *условием оскуляции*, поскольку оно выражает тот факт, что вектор скорости аппарата v всегда расположен в

орбитальной плоскости $Or\varphi$, т.е. $v \cdot n^0 = 0$ (см. § 10, формулу (10.9)). Третье уравнение движения центра масс удобно привести к виду, содержащему орбитальные элементы. Вывод такого уравнения приводится в § 10. С учетом используемых здесь обозначений: $u = \nu^* + \omega$ — аргумент широты аппарата (см. рис. 74), ν^* — оскулирующая истинная аномалия, ν — истинная аномалия в невозмущенном движении, запишем требуемое уравнение по аналогии с (10.13):

$$m \omega_r r \dot{\nu} = F_n$$

или

$$mr\dot{\nu} \left(\frac{d\Omega}{dt} \sin u \sin i + \frac{di}{dt} \cos u \right) = F_n,$$

где

$$\dot{\nu} = \frac{\sqrt{fM_3p}}{r^2} = \frac{d\Omega}{dt} \cos i + \frac{du}{dt}.$$

Построение общего решения системы десяти уравнений в нулевом (кеплеровом) приближении относительно ускорения w_0 (т.е. относительно малого параметра Q) дает при $Q = 0$ для начальной круговой орбиты:

$$u = \dot{u}t, \quad r = r_0, \quad \Omega = \text{const}, \quad i = \text{const}, \quad \delta_1 = u/2, \quad \delta_2 = \delta_3 = 0, \quad (15.18)$$

т.е. раскрутки не происходит. Решения первого приближения (мы их не приводим вследствие громоздкости) показывают, что скорости увеличения радиус-вектора r центра масс аппарата и аргумента широты $u = \nu^* + \omega$ в процессе раскрутки зависят не только от величины малого параметра Q , как в существенно плоской задаче, но и от ряда вспомогательных параметров, характеризующих ориентацию паруса относительно орбиты и солнечных лучей. Кроме того, в процессе раскрутки с произвольно ориентированной геоцентрической орбиты первоначальная ориентация этой орбиты сохраняется, т.е.

$$i = i_0 = \text{const}, \quad \Omega = \Omega_0 = \text{const}.$$

Исследование ориентации паруса в первом приближении относительно Q показало, что нормаль к парусу, расположенная в нулевом приближении (15.18) в плоскости орбиты $Or\varphi$, и в первом приближении не выйдет из этой плоскости и будет вращаться около оси On (см. рис. 73) по "половинному" закону. Это значит, что угловое положение паруса в пространственной задаче для произвольной ориентации орбиты подчиняется закону управления парусом в плоской эклиптической задаче. Этот вывод является глав-

ным результатом выполненных Л.К. Гриневичкой и Е.Н. Поляховой исследований [2.17–2.19]. Он расширяет возможности применения аналитических методов расчета раскрутки по программе плоской задачи применительно к орбитам, не лежащим в плоскости эклиптики.

§ 16. Учет эффекта тени Земли в геоцентрических парусных задачах

При исследовании геоцентрического движения космического аппарата с солнечным парусом следует уделить пристальное внимание проблеме учета тени Земли, что особенно существенно на первых низких витках траектории раскрутки. Не считая терминаторной орбиты (см. § 13), всегда освещенной Солнцем, все геоцентрические орбиты космических аппаратов подвержены теневому эффекту, который создает на орбите участок нулевой парусной тяги и нарушает энергетический режим раскрутки. В парусных задачах учет тени осложняется еще переменностью размеров теневого участка от витка к витку.

Реально тень Земли представляет собой конус высотой около $1,42 \cdot 10^6$ км, что более чем в 220 раз больше радиуса Земли. Вследствие этого для низких орбит вполне уместно представление конуса полной земной тени (без учета полутени) в виде прямого кругового цилиндра, радиус основания которого равен радиусу Земли, а ось совпадает с линией Солнце – Земля (рис. 75). Для

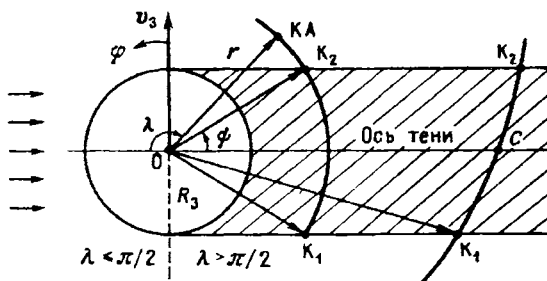


Рис. 75

геометрической характеристики теневой части орбиты $K_1 K_2$ обычно пользуются угловым геоцентрическим расстоянием аппарата от Солнца λ , считаемым по большому кругу, причем угол определен на промежутке $[0, \pi]$. При $\lambda \leq \pi/2$ ($\cos \lambda \geq 0$) аппарат находится в световом полупространстве, а при $\lambda > \pi/2$ ($\cos \lambda < 0$) — в теневом полупространстве, в котором он попадает в тень, как только выполнится условие затмения

$$r \sin \lambda = r \sin \psi \leq R_3. \quad (16.1)$$

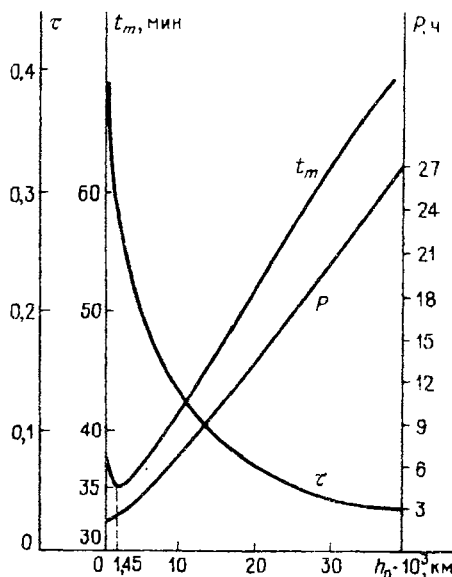


Рис. 76

Чертеж на рис. 75 изображает орбиту, лежащую в плоскости эклиптики и потому содержащую в своей плоскости ось тени (смысл углов λ и ψ очевиден из чертежа). Если орбита имеет произвольное наклонение, то ось тени не лежит в ее плоскости и линия OC является проекцией оси тени на плоскость орбиты. Если модель цилиндрической тени является слишком грубой, следует пользоваться конической моделью тени и полутени, учитывающей видимые размеры диска Солнца и расстояние до него. Погрешности цилиндрической модели обусловлены величинами полурастворов конуса тени $0,26^\circ$ и конуса полутени $0,27^\circ$ [2.20, 2.21].

Если круговая начальная орбита расположена в плоскости эклиптики, то геоцентрический угол ψ (см. рис. 75) оказывается в данном случае половиной теневого угла и связан с высотой полета H зависимостью $\psi = \arcsin(R_3/(R_3 + H))$. Отношение максимального времени затмения $t_{\max}$ ко всему периоду обращения P , т.е. максимальное значение относительного времени пребывания в тени (обозначим его через τ), определится из отношения $\tau = t_{\max}/P = \psi/\pi$. По третьему закону Кеплера $P = 2\pi\sqrt{(R + H)^3/\mu_3}$, где μ_3 — гравитационный параметр Земли. Максимальное время затмения составляет [2.22]

$$t_{\max} = \frac{P}{\pi} \arcsin \frac{R_3}{R_3 + H}.$$

Величины $t_{\max}$, P и τ как функции начальной высоты полета H_0 для движения в плоскости эклиптики по круговой орбите изображены на рис. 76 [2.22], где $t_{\max} = t_m$. При раскрутке аппарата с солнечным парусом с такой первоначальной орбиты относительное время пребывания аппарата в тени Земли τ непрерывно уменьшается, несмотря на возрастание абсолютного времени затмения $t_{\max}$, начиная с высоты $H_0 = 1450$ км, где $t_{\max} = 35$ мин. При режиме парусной раскрутки в плоскости эклиптики по квазикруговой спиральной траектории [2.4] (ниже эта схема будет обсуждаться подробнее) "вредный" эффект тени Земли постепенно ослабевает. При раскрутке по квазиэллиптической спирали, а также при движении вне плоскости эклиптики рассматриваемые теневые эффекты выглядят сложнее.

Действительно, обратимся к спутниковой задаче. Если в ней пренебречь возмущениями орбиты, положение теневого участка связано только с положением орбиты относительно Солнца. Необходимо сразу отметить, что качественно эффект тени проявляется в систематических долгопериодических возмущениях первого порядка относительно возмущающего радиационного ускорения w_0 . При этом наиболее существенными оказываются возмущения большой полуоси орбиты [2.20]. Количественно возмущающий эффект тени определяется не только длительностью пребывания спутника в тени Земли, но и геометрической асимметрией теневой области $K_1 K_2$ относительно линии апсид орбиты, т.е. зависит от того, какая точка — вход или выход из тени — расположена ближе к Земле. Все вышесказанное относится к спутникам с большой парусностью, подверженным существенным возмущениям от сил светового

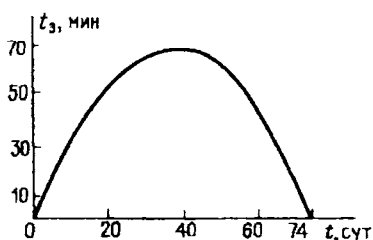


Рис. 77

давления. Однако при построении теории геоцентрической раскрутки с помощью солнечного паруса надо иметь в виду не только указанные выше свойства теневого эффекта, проявляющиеся в спутниковых движениях, но и систематическое уменьшение теневого участка $K_1 K_2$ от витка к витку, причем он может быть расположен асимметрично относительно линии апсид.

Например, весьма перспективная для парусной раскрутки эклиптическая орбита, соответствующая при прочих равных условиях максимуму силы светового давления на парус, оказывается, к сожалению, крайне невыгодной с точки зрения попадания в тень даже при больших начальных высотах. На рис. 77 показан характер более выгодных условий освещенности высокой геостационарной орбиты, расположенной в экваториальной плоскости: зона экранирования существует только 74 дня в году, причем интервал пребывания в тени на каждом 24-часовом обороте не превышает одного часа. Все остальное время года геостационарный спутник непрерывно освещен Солнцем.

Способы учета тени Земли можно условно разделить на два основных класса: численные и аналитические. Среди численных методов следует в свою очередь различать два метода в зависимости от того, в какой небесно-механической задаче они используются. Если уравнения орбитального движения интегрируются численно, то учет тени Земли осуществляется путем проверки условия затмения в процессе интегрирования. Необходимое и достаточное условие затмения физически выражает тот факт, что Солнце, наблюдаемое с космического аппарата, оказывается за диском Земли. Именно это условие, как уже указывалось, может быть записано в виде (16.1). В процессе численного интегрирования это условие проверяется автоматически путем оценки значения $\cos \psi = -r^{-1} \sqrt{r^2 - R_3^2}$, где r — геоцентрическое расстояние до объекта, вычисляемое по текущим значениям его координат. Второй из численных методов учета тени состоит в определении угловых координат теневого участка орбиты путем решения так называемого уравнения тени. Оно представляет собой уравнение линии пересечения двух плоских кривых: орбиты аппарата и эллипса, которым является сечение прямого кругового цилиндра тени Земли плоскостью орбиты. Как правило, в теориях движений ИСЗ пользуются уравнением тени в виде алгебраического уравнения четвертой степени относительно тригонометрических функций угловых переменных эллиптического движения. Для круговой орбиты уравнение четвертой степени вырождается в биквадратное. Существуют методы решения уравнения тени, вообще не требующие обращения к алгебраическому уравнению четвертой степени.

Аналитические методы учета тени Земли основаны на использовании в исходных уравнениях орбитального движения так называемой функции тени. Тогда аналитическое решение уравнений движения производится с учетом этой функции тени, которая предварительно представляется в виде некоторого разложения. Обычно функцией тени называют какую-либо непрерывную функцию, аппроксимирующую разрывный теневой множитель, вводимый

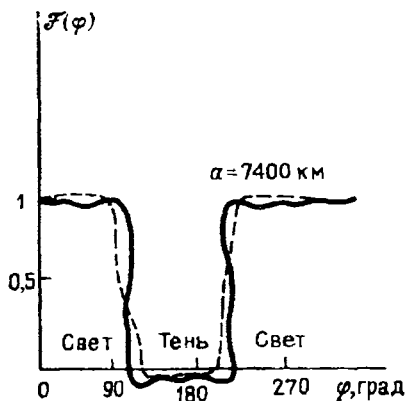


Рис. 78

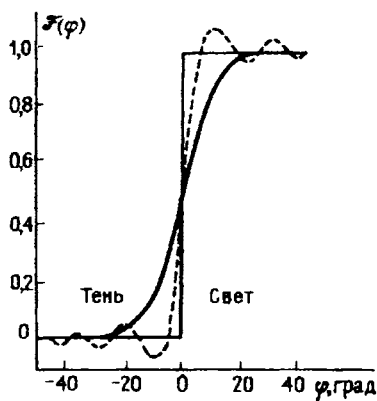


Рис. 79

в уравнения из физических соображений и принимающий только два возможных значения: 0 -- в тени и 1 -- на свету. Аппроксимация этого "релейного" множителя непрерывной и даже гладкой функцией сопровождается обязательным разложением этой функции в ряды специального типа: либо в ряды по сферическим функциям (полиномам Лежандра), либо в ряды Фурье, либо в сходящиеся тригонометрические ряды. Геометрические формы непрерывной функции тени $F(\varphi)$ изображены на рис. 78 в виде функций истинной аномалии φ (сплошная кривая -- разложение по сферическим функциям, штриховая -- разложение в ряды Фурье). На рис. 79 изображена сглаженная функция тени (сплошная кривая), определяемая на этот раз тригонометрическими разложениями. Штриховая линия соответствует рядам Фурье, как и на рис. 78. Общее свойство функций тени, аппроксимирующих разрывный "теневого" множитель 0 или 1, состоит в том, что чем больше слагаемых берется в разложении, тем больше соответствующая производная вблизи граничной точки разрыва, т.е. в области полутеней. Существуют и другие модели непрерывных функций тени, хорошо аппроксимирующих указанный переход, но вообще не требующие разложения в ряды. Подробное обсуждение типов уравнений тени и методов их решений, а также исследование различных функций тени и их свойств приводится в обзорах [2.21, В.22].

Переходя к обсуждению эффектов тени Земли непосредственно в парусных задачах, следует напомнить, что впервые учет теневой области для траектории околоземной парусной раскрутки произвел В. Фимпл [2.4] для орбиты, лежащей в плоскости эклиптики (см. § 13). Он принял приближенно, что на первых витках траектории квазиэллиптической раскрутки, для которых эффект тени особенно важен, так как размеры теневого участка орбиты отно-

сительно велики, движение можно принять близким к круговому. С одной стороны, это означает, что для определения изменения большой полуоси и эксцентриситета орбиты можно пользоваться простыми уравнениями, предлагаемыми [2.4] в форме

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a}{v_0} w_\tau, \quad \frac{de}{dt} = \frac{2 \cos \varphi}{v_0} w_\tau + \frac{\sin \varphi}{v_0} w_n,$$

где v_0 — круговая скорость в начале витка, w_τ и w_n — проекции ускорения аппарата под действием силы тяги паруса на касательное и нормальное направления. Если w_0 — ускорение аппарата при его нормальной ориентации к лучам, α — угол падения лучей, β — угол ориентации вектора скорости к лучам (см. рис. 55, где счет полярного угла φ ведется от нижнего положения), то для проекций ускорения получим, имея в виду, что $\alpha = \theta$, $\beta = \varphi$:

$$w_\tau = w_0 \cos^2 \alpha \cos(\alpha - \beta), \quad w_n = w_0 \cos^2 \alpha (-\sin(\alpha - \beta)),$$

$$\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right], \quad \beta \in [0, 2\pi].$$

С другой стороны, предположение о круговом движении позволяет пользоваться упрощением (см. рис. 55)

$$dt = \frac{r_0}{v_0} d\varphi \approx \frac{r_0}{v_0} d\beta.$$

Окончательно, если для симметричного участка тени на круговой орбите принять на основании (16.1), что угол $\psi = \arcsin(R_3/r) = \pi - \lambda$ составляет половину центрального угла, стягиваемого затененным участком круговой орбиты А (см. рис. 55), можно записать относительное приращение большой полуоси за виток в виде [2.4]:

$$\frac{\Delta a}{a_0} = 2Q \left[2 \int_0^{\frac{\pi}{2} + \psi} \cos^2 \alpha \cos(\alpha - \beta) d\beta - \int_{\frac{\pi}{2} - \psi}^{\frac{\pi}{2} + \psi} \cos^2 \alpha \cos(\alpha - \beta) d\beta \right].$$

Здесь Q — малый параметр, определяемый формулой (13.3).

Обсуждение влияния теневого эффекта на раскрутку по круговой эклиптической орбите мы находим в работе В.В. Шувалова [2.5]. Здесь для "половинного" закона вращения солнечного паруса вычисляется среднее за оборот значение трансверсальной силы тяги (см. также (15.4))

$$\begin{aligned} F_\varphi^* &= \frac{mw_0}{2\pi} \int_{(\text{по свету})} \sin^3 \frac{\varphi}{2} d\varphi = \\ &= \frac{mw_0}{4\pi} \left[\int_0^{\frac{3\pi}{2} - \psi} \sin^3 \frac{\varphi}{2} d\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \int_{\frac{3\pi}{2} + \psi}^{2\pi} \sin^3 \frac{\varphi}{2} d\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right]. \end{aligned}$$

Здесь по-прежнему $\sin \psi = R_3/r$, счет φ на круговой орбите ведется, как показано на рис. 75. Интегрируя, находим

$$F_{\varphi}^* = 0,425 P_3^{\text{зерк}} + 0,037 P_3^{\text{зерк}} \left[\left(5 + \frac{R_3}{r} \right) \sqrt{1 - \frac{R_3}{r}} - \left(5 - \frac{R_3}{r} \right) \sqrt{1 + \frac{R_3}{r}} \right],$$

где $P_3^{\text{зерк}}$ для зеркального паруса то же, что и в формуле (15.4). В частности, оказывается, что при $r = R_3$, $r = 2R_3$, $r = 3R_3$ средняя величина трансверсальной силы оказывается равной $0,21 P_3^{\text{зерк}}$, $0,37 P_3^{\text{зерк}}$ и $0,39 P_3^{\text{зерк}}$ соответственно. Отсюда ясно, что учет тени Земли должен существенно изменить результаты численных исследований, выполненных для полной освещенности.

Переходя к обсуждению "функций тени", следует заметить, что если в спутниковых задачах применение функций тени получило широкое развитие, то в парусных задачах мы встречаемся с этим приемом гораздо реже. Например, А.П. Скопцов [1.55] применил функцию тени, не требующую разложения в ряды специального типа. Эта функция аппроксимирует разрывный переход от 0 к 1

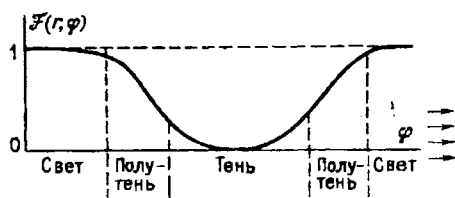


Рис. 80

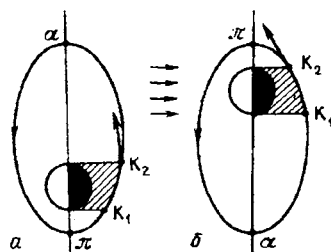


Рис. 81

непрерывной плавной функцией, учитывающей наличие полугеней вблизи точки разрыва (рис. 80), что соответствует конической модели тени:

$$\bar{F}(r, \varphi) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \left[\alpha \sqrt{1 - \left(\frac{R_3}{r} \right)^2} - \cos \alpha \right].$$

Параметр α определяет скорость возрастания $\bar{F}(r, \varphi)$ от 0 до 1. С помощью этой функции была построена численно-аналитическая теория раскрутки аппарата вокруг Земли и удалось исследовать влияние тени на режим раскрутки для моделей резкой и размытой тени. Оказалось, что не только сам факт попадания в тень и относитель-

ное время пребывания аппарата в тени, но и физические свойства границ теневого участка оказывают влияние на режим раскрутки.

Асимметрия теневого участка орбиты относительно линии апсид орбиты может существенно повлиять на характер изменения орбитальных элементов. Если мы рассмотрим космический аппарат, обладающий высокой парусностью, то легко заключить, что если теновый участок K_1K_2 вырезается из той выгодной части орбиты, где световое давление разгоняет аппарат в его движении "от Солнца", то в целом за виток произойдет уменьшение большой полуоси и следующий апогей будет достигнут на меньшей высоте. Такая конфигурация изображена на рис. 81, а; переход на орбиту с меньшей полуосью показан стрелкой. Эта ситуация является невыгодной с точки зрения раскрутки и удаления от Земли. Напротив, когда имеет место конфигурация орбиты и ее теневого участка K_1K_2 , при которой последний вырезается из невыгодной дуги траектории, где аппарат движется навстречу солнечным лучам, то произойдет систематическое увеличение большой полуоси орбиты аппарата от витка к витку (показано стрелкой на рис. 81, б). Если аппарат обладает достаточно высокой парусностью, то силы светового давления при наличии тени от Земли естественным образом могут при указанной конфигурации обеспечить раскрутку аппарата и его уход от Земли. Речь идет о том, как это интересное природное свойство движения использовать наилучшим образом в рассматриваемых нами парусных задачах.

Анализ энергетики при прохождении через тень позволяет установить следующие интересные закономерности, порождаемые асимметрией: сближение большой полуоси с осью тени сопровождается увеличением большой полуоси и уменьшением эксцентриситета. *) Увеличение большой полуоси (нам интересен именно этот вариант орбитальной эволюции) соответствует переходу на все более высокие орбиты, т.е. на все более низкие уровни полной орбитальной энергии в смысле $|h|$ [В.17, с. 107]. Однако следует помнить, что только специальные исследования могут показать, при каких условиях это увеличение полуоси действительно будет бесконечно велико.

Описанное выше свойство асимметричных теневых участков изменять большую полуось орбиты наводит на мысль об искусственном расширении нужного, т.е. энергетически выгодного, тенево-

*) Подробное и наглядное описание энергетики орбиты при систематическом попадании в тень приводится В.В. Белецким [В.17, с. 105—109]: "... в принципе влияние тени может быть таким, что большая полуось увеличится до весьма существенных размеров, а может быть, и до бесконечно большого размера, и спутник улетит от Земли в космическое пространство! По крайней мере теоретическая возможность этого не исключена".

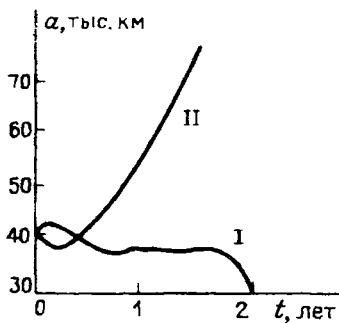


Рис. 82

ти орбиты, означает участок искусственной тени, участок движения с развернутым парусом — участок, на котором активно работает сила светового давления. Специальным образом подобранная ориентация искусственных теней, обоснованная с помощью аналитической теории орбитальной эволюции в асимметричном случае, позволяет получить более интенсивную раскрутку за счет комбинации природного теневого эффекта с его искусственным аналогом. Численные исследования [2.20], проведенные для различных вариантов асимметрии, ориентации и размеров тневых участков, показали, например, два крайних случая орбитальной эволюции, изображенные на рис. 82. Здесь приведены графики большой полуоси a орбиты типа геостационарной. Случай I соответствует убыванию большой полуоси при условии, что баллон работает только на половине витка круговой орбиты, причем вторая половина орбиты, на которой баллон свернут, является "тенью" и обязательно совпадает с дугой, на которой движение происходит "от Солнца". Случай II соответствует интенсивной раскрутке, при которой баллон за один год покинет поле тяготения Земли. В этом случае "тенью" служит половина орбиты, движение на которой ориентировано против солнечных лучей.

Если обсуждать реальность создания искусственных тневых участков как участков с минимальной или даже нулевой парусностью баллона переменной геометрии, то делается очевидным, что в той степени, в которой эта процедура представляется осуществимой технически, можно предположить возможность создания таких участков в заранее запланированном месте орбиты, вообще не связывая их местоположение с физической тенью Земли. Итак, мы приходим снова к идее цандеровского управления по релейной схеме переключения, но не для плоского паруса-зеркала, которое предлагал сам Ф.А. Цандер, а для баллона. Выше, в § 11, мы уже упоминали, что идея полета в космос при помощи паруса-баллона была впервые высказана в 1956 г. К. Эрике [1.4], который имел

в виду гелиоцентрические движения, выполняемые надутым парусом-баллоном. Эта идея впоследствии никем не была поддержана, так как тяговая эффективность баллона (даже с переменной геометрией) весьма ограничена и для выполнения гелиоцентрических межпланетных перелетов малоперспективна. Идея Эрике оказалась тем не менее перспективна для выполнения различных маневров как в гелиоцентрических, так и в геоцентрических задачах. Не считая упомянутой выше работы автора [2.20] об искусственных теневых участках, развитие идеи о переменной геометрии баллона для выполнения различных корректирующих маневров мы находим и у других авторов, о чем поговорим подробнее в § 18 при обсуждении различных задач маневров парусной коррекции.

Вернемся к влиянию тени на энергетику околоземной раскрутки и обсудим эту задачу на примере эклиптической раскрутки при "половинном" законе управления парусом. Если мы снова рассмотрим геометрическую картину этой раскрутки, изображенную на рис. 68 на основании расчетов, которые выполнил Н. Сэндс [2.10] без учета тени, и мысленно представим себе теневой участок орбиты, "вырезаемый" цилиндром тени Земли (воображаемый цилиндр на рис. 68 ориентирован вниз), то станет ясно, что в этой задаче тень может играть только отрицательную роль в смысле эффективности раскрутки. Действительно, участок тени приходится на дугу орбиты, по которой аппарат движется "от Солнца". Если бы по такой траектории двигался аппарат с большой парусностью, не обладающий управлением, но никакой раскрутки вообще бы не получилось и большая полуось уменьшалась бы. Однако мы решаем задачу о раскрутке с помощью управляемого плоского паруса, который обеспечит раскрутку по изображенному семейству эллипсов. При этом его ось симметрии перпендикулярна оси тени, расположенной в данной задаче в плоскости орбиты. Поэтому можно говорить лишь о том, что эффект тени несколько замедлит темп раскрутки. Это видно еще и из того, что с геометрической точки зрения мы имеем дело с эволюцией теневого участка от первоначально симметричной конфигурации к асимметричной конфигурации (см. рис. 75, 81). Вредное влияние тени будет несколько компенсироваться лишь тем, что с увеличением высоты над Землей быстро уменьшаются относительные размеры теневого участка и относительная длительность пребывания аппарата в тени.

Аналитически влияние цилиндрической тени Земли в указанной выше задаче о раскрутке с помощью солнечного паруса с "половинным" углом управления было исследовано Л.К. Гриневицкой совместно с автором настоящей книги в работе [2.15]. При построении аналитических решений уравнений движения применялся метод малого параметра, уже описанный в § 15 применительно

к этой задаче. Применимость метода ограничивается областью, на которой сам малый параметр еще можно с достаточной степенью точности считать малым. Построение решений теневой задачи в [2.15], так же как и в задаче о полной освещенности, выполнялось с точностью до первого приближения по малому параметру.

Ограничиваясь цилиндрической моделью тени, легко установить, что в нашей задаче границы тени имеют координаты

$$\varphi_1 = \frac{3\pi}{2} - \psi_1, \quad \varphi_2 = \frac{3\pi}{2} + \psi_2,$$

причем углы принимают значения

$$\psi_1 = \arcsin R_3/r_1, \quad \psi_2 = \arcsin R_3/r_2.$$

При решении системы первого приближения (15.10) с учетом тени разложение в ряды Фурье выполнялось по освещенной части орбиты, что соответствовало "релейной" схеме учета тени по закону 0 или 1. Для симметричной теневой области круговой орбиты пределы φ_1 и φ_2 оставались бы постоянными, а функции $f_1(\varphi)$ и $\tilde{f}_1(\varphi)$ из (15.10) были бы строго периодическими, вследствие чего эффект тени проявлялся бы только в изменении величин коэффициентов рядов Фурье по сравнению с их величинами для полностью освещенной орбиты. В случае прохождения аппарата через тень Земли эти функции перестают быть строго периодическими. Учитывая характер траектории раскрутки, представляющей собой семейство эллипсов с малоподвижным перигеем и быстро движущимся апогеем [2.10, 2.11], можно ввести следующую простейшую модель эволюции теневых участков: координаты r_1 и φ_1 точки входа в тень K_1 считать в первом приближении неизменными, тогда как координаты точки выхода из тени K_2 считать переменными при непрерывном убывании размеров теневых участков. Именно для такой модели [2.15] был разработан приближенный численно-графический метод определения коэффициентов рядов Фурье, позволяющий оценить их верхний предел, соответствующий переменной границе выхода из тени K_2 . Полученные среднеинтегральные значения коэффициентов рядов Фурье позволяют определить границы r_{2n} и φ_{2n} точки K_2 на любом n -м витке траектории раскрутки. Прохождение через тень, как уже указывалось выше, в данной задаче оказывает тормозящее действие на режим парусной раскрутки, а численные исследования, выполненные с помощью охарактеризованного выше метода, позволяют установить также и количественный эффект тени. Например, высота апогея орбиты, достигаемая за 140 оборотов, оказывается на 1000 км меньше, чем в гипотетическом случае полной освещенности, а эксцентриситет увеличивается вдвое медленнее, чем для освещенной орбиты.

При обсуждении теневых эффектов в парусной задаче необходимо иметь в виду, что рассмотренные выше методы учета тени уместны лишь на небольших интервалах времени, на которых можно пренебречь движением Солнца по эклиптике (годовое движение) и возмущающими гравитационными эффектами (атмосферное сопротивление обсуждалось в § 15). Как правило, эти интервалы времени должны быть порядка нескольких десятков периодов геоцентрических оборотов аппарата. При рассмотрении большого числа оборотов учет тени при раскрутке в центральном поле тяготения Земли без учета годового движения Солнца теряет смысл, так как в действительности указанные эффекты будут сдвигать теневую область орбиты, принципиально изменяя первоначальное расположение теневой области относительно линии апсид и линии узлов орбиты.

Годичное движение Солнца (со скоростью около 1 град/сут) соответствующим образом поворачивает ось тени, расположенную в плоскости эклиптики. Эффекты несферичности Земли, а именно возмущающее влияние второй гармоники в разложении геопотенциала, вызывают вековые смещения перигея и узла орбиты. Вековое смещение перигея равно нулю лишь для орбит с так называемым *критическим наклоном*: около 64° и около 116° , а вековое смещение узла отсутствует лишь у полярных орбит. Так или иначе эклиптическая орбита обязательно будет подвергаться этим вековым эффектам, величину которых легко вычислить по известным формулам (например, из [B.21]) и установить, как будут изменяться эти величины в нашей задаче. Если, например, взять момент старта и момент через 140 оборотов после старта, то [2.15] наша траектория раскрутки с "половинным" углом характеризуется следующими значениями среднего движения n , периода T , векового ухода перигея $\dot{\omega}$ и векового ухода узла $\dot{\Omega}$ при $r_0 = 7000$ км, $e_0 = 0$, $w_0 = 0,85$ см/с²:

Физическая величина	Старт	140-й оборот
n , град/ч	210	182
T , ч	1,71	1,98
$\dot{\omega}$, град/ч	0,55	0,42
$\dot{\Omega}$, град/ч	- 0,31	- 0,27

Итак, за время движения (около 250 ч) годовым движением Солнца можно пренебречь (оно не превысит 10°) и считать ось тени неподвижной. Однако перигей орбиты за это время повернется уже на 120° , т.е. окажется на другой стороне орбиты, что существенным образом изменит расположение линии апсид относительно

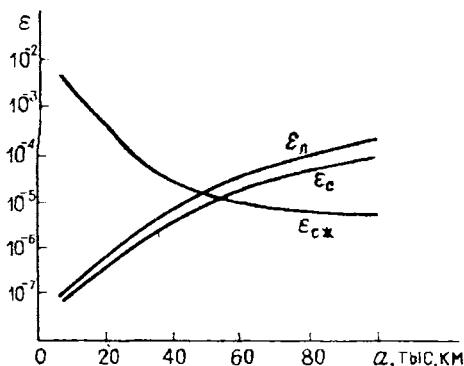


Рис. 83

оси тени, нарушив прежнюю асимметрию. За это же время узел орбиты повернется почти на 90° и, хотя наклонение орбиты не изменится и по-прежнему будет составлять $23,5^\circ$, но орбита выйдет из плоскости эклиптики, и ее линия узлов уже не будет проходить через точки равноденствий. Таким образом, нет смысла учитывать тень Земли в приближенной задаче о раскрутке в центральном поле, и наоборот, желая учесть как можно больше возмущающих эффектов, следует прибегать не к приближенным оценочным формулам, полученным на базе модельных задач, а к точному интегрированию уравнений геоцентрического движения аппарата с солнечным парусом. При этом мы никогда не получим существенно плоского орбитального движения. Кроме того, хотя можно возразить, что эффекты несферичности Земли убывают с высотой, необходимо помнить, что им на смену приходят вековые уходы узла и перигея под влиянием гравитационных лунно-солнечных возмущений, которые как раз увеличиваются с высотой.

Сравнивая количественно оба класса гравитационных возмущений (от "третьего тела" и от сжатия Земли), удобно воспользоваться наглядным критерием сравнения [2.23]. Лунно-солнечные возмущения в элементах орбиты имеют так называемый *характерный*

множитель $\epsilon' = 2 \frac{m'}{m} \left(\frac{a}{a'} \right)^3$, где m' — масса Луны или Солнца,

m — масса Земли, a — большая полуось орбиты ИСЗ или космического аппарата, a' — большая полуось орбиты возмущающего тела. Возмущающее ускорение, отнесенное к величине основного ускорения от притяжения Земли, имеет примерно тот же порядок, что и ϵ' . Возмущения элементов на интервале одного оборота, обусловленные притяжением Луны и Солнца, также имеют порядок ϵ' . На рис. 83 приведены графики зависимости ϵ' от большой полуоси

орбиты ИСЗ для лунных и солнечных возмущений порознь, т.е. для ϵ_c и ϵ_d . Для сравнения на том же рисунке приведен аналогичный график для параметра $\epsilon_{сж}$, характеризующего величину возмущений в элементах ИСЗ от сжатия Земли. Параметр $\epsilon_{сж}$ определя-

ется по формуле $\epsilon_{сж} = 3J_2 \frac{R_{03}^2}{a^2(1-e^2)}$, где J_2 — коэффициент

при второй зональной гармонике в разложении геопотенциала, R_{03} — экваториальный радиус Земли, e — эксцентриситет орбиты. Из графиков видно, что возмущения от Луны и Солнца возрастают, а возмущения от сжатия убывают с ростом a . Одинаковый порядок эти возмущения имеют при $a \approx 44\,000$ км.

Таким образом, геостационарный спутник, радиус орбиты которого составляет 42 200 км, испытывает близкие по величине возмущения совершенно различной природы, что необходимо иметь в виду при обсуждении вопросов движения с солнечным парусом на аналогичных высотах. В этом случае тяговое ускорение паруса может оказаться по величине сравнимым с возмущающими гравитационными ускорениями. В табл. 8 приводятся значения различных ускорений для паруса-баллона с пятью различными значениями парусности при движении на высоте геостационарной орбиты (напомним, что ускорение сферического отражающего баллона от силы светового давления составляет половину тягового ускорения плоского зеркального адекватного (в смысле парусности) солнечного паруса при его нормальной ориентации к солнечным лучам). Случай 4) соответствует баллонам-спутникам, случай 5) — солнечным парусам-двигателям, предназначенным для выполнения гео- и гелиоцентрических маневров.

Таблица 8

Эффекты	Ускорение, м/с ²
Центральное гравитационное поле Земли	$2,24 \cdot 10^{-1}$
J_{20} (первая степень сжатия)	$2,78 \cdot 10^{-6}$
Солнечное возмущение	$< 4 \cdot 10^{-7}$
Лунное возмущение	$< 9 \cdot 10^{-7}$
Возмущение от светового давления (поглощение, $P_3 = 0,46 \cdot 10^{-4}$ г/(см · с ²):	
1) $A/m = 0,1$ см ² /г = $0,01$ м ² /кг	$5 \cdot 10^{-8}$
2) $A/m = 1$ см ² /г = $0,1$ м ² /кг	$5 \cdot 10^{-7}$
3) $A/m = 10$ см ² /г = 1 м ² /кг	$5 \cdot 10^{-6}$
4) $A/m = 100$ см ² /г = 10 м ² /кг	$5 \cdot 10^{-5}$
5) $A/m = 1000$ см ² /г = 100 м ² /кг	$5 \cdot 10^{-4}$

В спутниковых задачах, когда речь идет о неизменяемых (с точностью до спутниковой теории возмущений) орбитах, можно вести поиски солнечно-синхронных орбит (см. § 13), перигеи или узлы которых непрерывно движутся за Солнцем [2.7]. А в задаче об эклиптической парусной раскрутке поиск таких орбит теряет смысл ввиду больших интервалов времени раскрутки и неограниченного изменения орбитальных элементов. В § 13 мы обсуждали подобную задачу для терминаторной орбиты, которая подвержена таким же возмущениям. Итак, мы в настоящее время еще не располагаем сколько-нибудь точной аналитической теорией геоцентрической раскрутки с учетом вековых эффектов несферичности, которая работала хотя бы на интервале порядка нескольких десятков суток — только в этом случае можно уверенно пренебречь годичным движением Солнца.

Как уже упоминалось, автору настоящего обзора, к сожалению, не известны работы, в которых гравитационные эффекты в парусной задаче учитывались бы, например, численно, не говоря уже о построении соответствующей аналитической теории. При построении такой теории хотя бы с точностью до первых степеней сжатия Земли (эффектов второй грамоники) следует, по-видимому, взять за основу какую-либо из спутниковых аналитических или численно-аналитических теорий с учетом светового давления (их библиографическое описание можно найти в обзоре автора [B.22]). Следующим разумным приближением могло бы служить построение такой теории на базе задачи двух неподвижных центров. Особенно интересными и актуальными могут стать в такой возмущенной постановке задачи исследования случаев резонансного усиления интенсивности раскрутки.

§ 17. Орбитальные маневры с помощью тяги солнечного паруса

Современный взгляд на возможности парусных перелетов позволяет заключить, что, по-видимому, наиболее вероятным в ближайшее время явится использование солнечных парусов не для длительных перелетов, а только для орбитальных маневров самого различного назначения, выполняемых преимущественно на длительных интервалах времени. Эти маневры могут быть как гелиоцентрическими, так и геоцентрическими, причем сила тяги солнечного паруса выступает в этих задачах не как сила тяги маршевого двигателя, а как вспомогательная сила тяги, предназначенная для управления орбитальным движением (вопросы вращательного движения будут затронуты в § 19). Возможно, именно в этой скромной роли элемента системы орбитального управления солнечному парусу будет суждено войти в историю космонавтики.

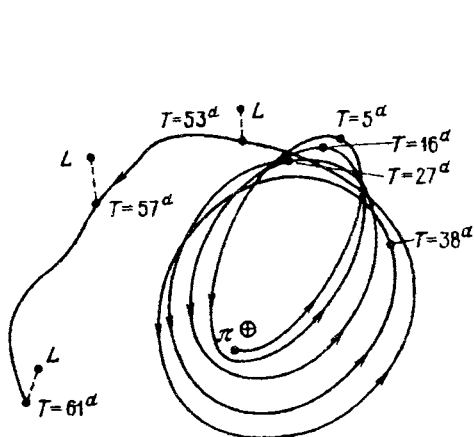


Рис. 84

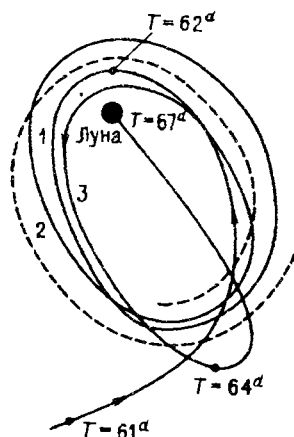


Рис. 85

Орбитальные маневры, реально выполнимые с помощью солнечного паруса, мы условно разделим на два класса: маневры орбитальных парусных переходов с одной орбиты на другую и корректирующие парусные маневры, целью которых является гашение возникших орбитальных возмущений любого происхождения. Корректирующие маневры мы охарактеризуем отдельно в § 18.

Впервые задача о возможности использования вспомогательной парусной тяги для полета к Луне была поставлена и решена в 1962 г. Г. Коломбо [2.24]. В ней на базе ограниченной задачи трех тел Земля — Луна, — космический аппарат численно исследовалась траектория аппарата с солнечным парусом, тяга которого может существенно уменьшить число геоцентрических оборотов аппарата и ускорить его захват Луной. При раскрутке вокруг Земли давление на управляемый парус может интенсивно увеличить большую полуось орбиты, однако после захвата аппарата Луной солнечный парус следует свернуть для обеспечения устойчивости селеноцентрического движения. Одна из возможных геоцентрических траекторий захвата аппарата Луной изображена на рис. 84. Значения T^d указывают время раскрутки аппарата с парусом от перигея π , находящегося на высоте 6000–7000 км над поверхностью Земли, буквой L обозначены положения Луны, синхронные с положением аппарата в указанные моменты времени. На рис. 85 изображены два варианта соответствующей селеноцентрической траектории, начиная с $T = 61^d$ — последней точки на рис. 84. Сплошной линией изображена нежелательная траектория аппарата, сохраняющего солнечный парус развернутым и после захвата Луной: световое давление сначала уменьшает эксцентриситет селеноцентрической

орбиты, потом резко увеличивает его, в результате чего аппарат после трех селеноцентрических оборотов падает на Луну (цифры 1, 2, 3 указывают последовательные витки траектории захвата). Штриховой линией изображена спутниковая траектория, реализуемая при свернутом или сброшенном солнечном парусе. Позднее Г. Коломбо рассмотрел аналогичную задачу для системы Солнце – Юпитер [2.25] *).

Переходя к геоцентрическим переходным маневрам, следует обратить внимание на использование строго цандеровской постановки задачи в смысле переключения силы тяги паруса по релейной схеме 0 или 1, которую мы находим в работах Д. Ван дер Ха и В. Моды [1.47, 1.48]. При рассмотрении геоцентрической задачи об орбитальном переходе эти исследователи сформулировали парусную задачу не как самостоятельную задачу динамики космического полета, а как задачу, логически вытекающую из теории возмущенного движения спутников Земли под действием сил светового давления. Поэтому авторы [2.26, 2.27] сначала приняли попытку решить задачу об орбитальном маневре в плоскости эклиптики, а затем [2.28–2.30] – в пространственном случае. Аппроксимировался объект парусом-пластиной, неизменно ориентированным нормально к солнечным лучам. В такой постановке парусная задача применима и к спутникам-баллонам, поперечное сечение которых в два раза больше площади зеркальной пластины в ее нормальной ориентации к лучам (см. формулы (4.5) и (4.12)).

Аналитическая теория геоцентрического движения с парусом строилась [2.26, 2.27] при помощи метода малого параметра. В качестве первого параметра выбирался радиационный малый параметр по правилу (15.6), а в качестве второго – параметр, характеризующий медленное изменение долготы Солнца на эклиптике по сравнению с изменением долготы аппарата на геоцентрической орбите. Решения, описывающие изменения орбитальных элементов, удалось построить в виде асимптотических рядов по степеням обоих малых параметров. Казалось, что при сохранении нормаль-

*) Он численно исследовал гелиоцентрическую траекторию движения с орбиты, расположенной почти перпендикулярно плоскости эклиптики, на другую, также внеэклиптическую орбиту, перигелий которой расположен в непосредственной близости от Солнца, где соответствующий термически надежный солнечный парус может оказаться весьма динамически эффективным. Для выполнения такого орбитального перехода предлагается дополнительно использовать гравитационный маневр вблизи Юпитера. На дуге движения от Земли к Солнцу солнечный парус диаметром 100 – 200 м уверенно обеспечит необходимый тормозящий эффект с целью уменьшения большой полуоси гелиоцентрической переходной траектории, гарантирующего прохождение перигелия на минимальном заданном расстоянии от Солнца (цандеровское торможение при нормальной ориентации паруса).

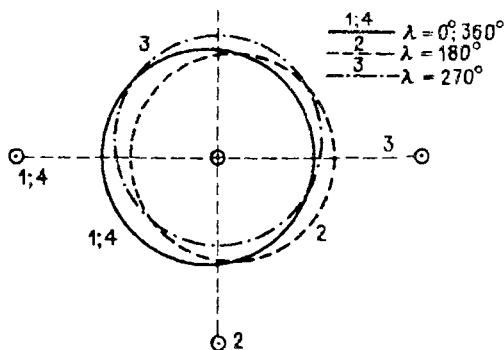


Рис. 86

ной ориентации паруса к лучам большая полуось его орбиты (при отсутствии тени) не испытывает вековых изменений первого порядка, а эксцентриситет колеблется долгопериодическим образом с периодом, равным одному году, т.е. периоду обращения Солнца. Соответственно высота перигея орбиты также меняется долгопериодическим образом, и через год орбита возвращается в первоначальное положение: на рис. 86 изображены три положения орбиты (типа геостационарной) при начальном эксцентриситете 0, 1, занимаемые ею в течение года. Все результаты эти не были новыми, они лишь совпали с известными результатами теории возмущений орбит спутников под действием светового давления [В.22], которые были получены ранее, в 60-е годы, на основе классических методов теории возмущений. Однако этот результат подтвердил надежность предлагаемого асимптотического метода, который был затем сразу же применен авторами для решения более общей парусной задачи о движении с управляемым парусом, к которой классические методы теории возмущений уже не могли быть применены.

Действительно, нормальная ориентация паруса-баллона не может обеспечить ни геоцентрической раскрутки, ни межорбитального геоцентрического перехода. Поэтому авторы приступили к исследованию другого случая управления парусом, более перспективного, с их точки зрения, в смысле выполнения парусного орбитального маневра. Ориентация паруса к лучам оказывалась теперь переменной, но при этом строго периодической, причем на наклонение орбиты к эклиптике никаких ограничений не налагалось [2.28]. Главной особенностью этой задачи была ориентация паруса к лучам то одной, то другой своей стороной, причем эту особенность ориентации предлагалось использовать для увеличения скорости орбитальной раскрутки за счет нанесения на обе стороны паруса

отражающих покрытий с разными коэффициентами отражения (эффекты вращательного движения здесь не рассматривались). На рис. 87 изображены два положения солнечного паруса, определяемые ориентацией нормали n^0 относительно Солнца. Штрихами изображена проекция светового потока на плоскость орбиты, не совпадающую с плоскостью эклиптики. Положение нормали n^0 определяется двумя поворотами паруса: на угол θ_1 в плоскости орбиты вокруг нормали к ней и на угол θ_2 вокруг оси симметрии паруса.

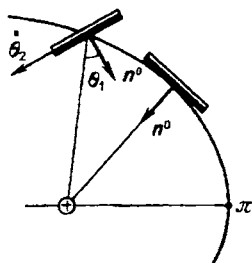


Рис. 87

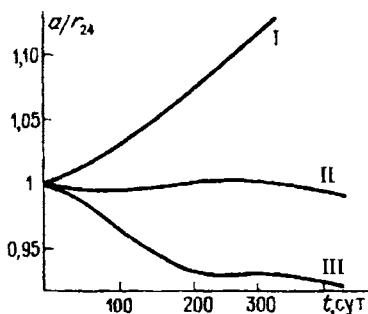


Рис. 88

Пусть стороны паруса обладают различными отражательными способностями (одна — темная, другая — светлая). Зафиксируем нормаль n^0 к одной из сторон. Примем, что если нормаль направлена внутрь орбиты, то парус обращен к Земле оборотной стороной; противоположную сторону будем считать лицевой. На рис. 87 лицевой стороной будет светлая, отражающая, а оборотной — темная, поглощающая. Исследовался [2.28] вариант зеркальной ($\epsilon = 1$) и поглощающей ($\epsilon = 0$) сторон паруса для различных значений углов θ_1 и θ_2 . Графики относительного изменения большой полуоси (в долях радиуса геостационарной орбиты $r_{24} = 42\,200$ км) в трех указанных в табл. 9 приведены на рис. 88 (в колонке ϵ табл. 9 значения коэффициента отражения указаны сначала для оборотной, а потом для лицевой стороны).

Таблица 9

Вариант	θ_1°	θ_2°	ϵ	
			Оборотная	Лицевая
I	90	0	1	0
II	0	0	1	0
III	90	0	0	1

Ориентации нормали и сторон паруса в случаях I и II изображены на рис. 89 и 90. Случай ориентации нормали III аналогичен ориентации I, но с окраской сторон паруса "наоборот". Во всех трех случаях нормаль к парусу расположена в плоскости орбиты ($\theta_2 = 0$), т.е. плоскость паруса перпендикулярна орбитальной плоскости, причем в случаях I и III (см. рис. 89) парус имеет так называемую гравитационную ориентацию (вытянут вдоль радиус-вектора), а в случае II (рис. 90) — перпендикулярен радиус-вектору.

Сравнение кривых на рис. 88 [2.28] показывает, что изменение ориентации паруса относительно радиус-вектора не оказывает столь существенного воздействия на эволюцию орбиты, сколь оказывает на нее изменение окраски при сохранении ориентации. Действительно, кривые I и II соответствуют разной ориентации нормали при однотипной окраске сторон, а кривые I и III — одинаковой ориентации нормали и различной окраске. Таким образом, изменение отражательной способности может принципиально изменить характер орбитальной эволюции. В случае, если выполнены условия требуемого изменения большой полуоси в смысле ориентации орбиты по отношению к Солнцу, может быть обеспечено выполнение маневра орбитального перехода на более высокую или более низкую околоземную орбиту.

Предложенный [2.28] метод выполнения орбитального околоземного парусного маневра за счет силы тяги паруса с периодически меняющейся отражательной способностью может оказаться

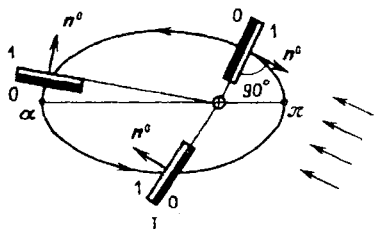


Рис. 89

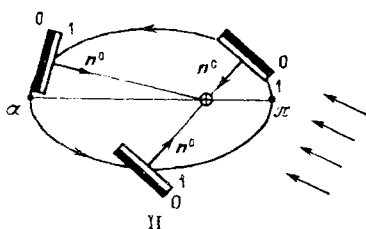


Рис. 90

весьма перспективным. Недостаток же этого метода состоит в том, что он плохо подвергается аналитическому описанию с точки зрения методов теории управления. Гораздо более эффективным с этой точки зрения является метод переключения направления силы тяги паруса по чандеровскому закону. При этом парус может иметь только одну зеркальную отражающую сторону. Именно к релейной чандеровской схеме переключения силы тяги по схеме 0 или 1 пришли Д. ван дер Ха и В. Моди [2.29, 2.30]. Они подвергли эту схему управления тщательному аналитическому исследованию и

выявили новые возможности этой "классической" релейной схемы в смысле ее применимости для околоземных парусных маневров.

При построении аналитических решений уравнений парусного движения при релейном переключении силы тяги [2.29, 2.30] применялся тот же метод построения асимптотических разложений, что и в [2.28], т.е. разложения производились по двум малым параметрам: по радиационному и по параметру углового движения Солнца по эклиптике. Сила давления солнечных лучей в релейной цандеровской схеме принимает только одно из двух возможных значений:

$$F = \begin{cases} P_3^{\text{зерк}} A = 2 \frac{S_3}{c} A & \text{— зеркальный парус ориентирован} \\ & \text{нормально к лучам (см. формулы} \\ & \text{(3.3'), (4.2'), (10.2)),} \\ 0 & \text{— парус расположен вдоль потока} \\ & \text{лучей.} \end{cases}$$

Первый (радиационный) малый параметр выбирается по правилу (15.6) как отношение силы светового давления (при нормальной ориентации) к гравитационному ускорению на первоначальной орбите, за которую [2.29, 2.30] выбирается круговая геостационарная 24-часовая орбита, т.е.

$$\kappa = \frac{2S_3}{c} A : \frac{fM_3 m}{r^2} = \frac{2S_3}{c} \frac{A}{m} \frac{r_{24}^2}{fM_3}. \quad (17.1)$$

При $P_3^{\text{зерк}} = 2S_3/c = 0,92 \cdot 10^{-4} \text{ г/(см} \cdot \text{с}^2\text{)}$, $fM_3 = 398600 \text{ км}^3/\text{с}^2$, $r_{24} = 42 \text{ 200 км}$ получаем

$$\begin{aligned} \kappa &= 4 \cdot 10^{-6} \frac{A}{m}, \text{ если } \frac{A}{m} \text{ измерять в } \left[\frac{\text{см}^2}{\text{г}} \right], \\ \kappa &= 4 \cdot 10^{-5} \frac{A}{m}, \text{ если } \frac{A}{m} \text{ измерять в } \left[\frac{\text{м}^2}{\text{кг}} \right]. \end{aligned} \quad (17.1')$$

Для записи уравнений движения используется геоцентрическая система прямоугольных координат, связанная с плоскостью эклиптики и изображенная на рис. 91. Здесь инерциальная система осей $EXYZ$ помещена в центр Земли, ось EX направлена в точку весеннего равноденствия T , плоскость XEY совпадает с плоскостью эклиптики, содержащей орт светового потока u_c^0 . Обозначения углов на рис. 91 частично совпадают с обозначениями на аналогичном рис. 27, изображающем гелиоцентрическую систему осей. Направление радиус-вектора космического аппарата определяется углом Ω и аргументом широты $(\varphi^* + \omega)$, отсчитываемым от линии

узлов. Воспользуемся ортами орбитальной системы осей S^0 , T^0 , W^0 (радиальное, трансверсальное и нормальное к плоскости орбиты направления) и запишем выражение для силы тяги солнечного паруса в виде $F = F\{S, T, W\}$. Так как в нашей геоцентрической задаче парус в варианте ненулевой тяги всегда ориентирован нормально к потоку световых лучей, то и направление тяги F (совпадающее с направлением нормали n^0) можно жестко связать с направлением орта светового потока

$$u_C^0 \{u_S^0, u_T^0, u_W^0\} \equiv u_C^0 \{n_S^0, n_T^0, n_W^0\},$$

так что

$$S = P_3^{\text{зэрк}} A u_S^0, \quad T = P_3^{\text{зэрк}} A u_T^0, \quad W = P_3^{\text{зэрк}} A u_W^0. \quad (17.2)$$

Направляющие косинусы орта направления светового потока u_C^0 (см. рис. 91), расположенного в плоскости эклиптики, по осям указанной орбитальной системы S^0 , T^0 , W^0 таковы [B.21]:

$$\begin{aligned} u_S^0 &= -[\cos(\varphi^* + \omega) \cos(\lambda_C - \Omega) + \sin(\varphi^* + \omega) \sin(\lambda_C - \Omega) \cos i], \\ u_T^0 &= \sin(\varphi^* + \omega) \cos(\lambda_C - \Omega) - \cos(\varphi^* + \omega) \cos(\lambda_C - \Omega) \sin i, \\ u_W^0 &= \sin(\lambda_C - \Omega) \sin i. \end{aligned} \quad (17.3)$$

Напомним, что в соответствии с рис. 91 орбитальные элементы отнесены к плоскости эклиптики; формулы перехода к плоскости экватора можно найти в [B.21].

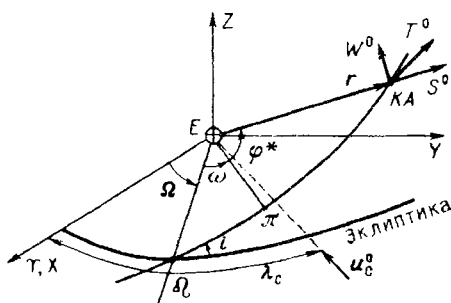


Рис. 91

Запись уравнений геоцентрического движения предлагалась в [2.29, 2.30] в тех же переменных (радиус-вектор, истинная аномалия), что и для гелиоцентрического (см. § 10), однако упрощенные записи уравнений движения по сравнению с гелиоцентрической задачей состоит в том, что релейная схема управления парусом позволяет жестко связать силу тяги (в ненулевом варианте $F \parallel n^0$ с направлением орта u_C^0 (см. рис. 91), т.е. с направлением светового параллельного потока, и пользоваться формулами (17.2) и (17.3),

а не вычислять направляющие косинусы нормали к парусу при непрерывном законе управления парусом с помощью формул (10.1). В нашем случае вместо формул (10.5), (10.6) получаем два уравнения движения аппарата в плоскости орбиты

$$m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = -\frac{fM_3 m}{r^2} + S, \quad m(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}) = T,$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\sqrt{fM_3 P}}{r^2},$$

которые с помощью (17.2) могут быть переписаны в виде, содержащем малый параметр κ из (17.1) и направляющие косинусы (17.3):

$$\begin{aligned} \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 &= -\frac{fM_3}{r^2} + \left(\frac{2S_3}{c} \frac{A}{m} \frac{r_{24}^2}{fM_3} \right) \frac{fM_3}{r_{24}^2} u_S^0 = \\ &= -\frac{fM_3}{r^2} + \kappa \frac{fM_3}{r_{24}^2} u_S^0, \\ r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} &= \kappa \frac{fM_3}{r_{24}^2} u_T^0. \end{aligned} \quad (17.4)$$

Здесь φ — истинная аномалия в невозмущенном движении.

Третье уравнение движения, описывающее движение аппарата по нормали к плоскости орбиты, имеет тот же вид, что и уравнение (10.13), т.е.

$$r\dot{\varphi} \left[\frac{d\Omega}{dt} \sin(\varphi^* + \omega) \sin i + \frac{di}{dt} \cos(\varphi^* + \omega) \right] = W, \quad (17.4')$$

где φ^* — оскулирующая истинная аномалия (см. § 15). Однако на этот раз в его правой части стоит проекция ускорения $P_3^{\text{зврк}} A u_W^0$. Система уравнений движения такого типа легко приводится (см. § 10) к форме Бине в независимой переменной φ — невозмущенной истинной аномалии — и распадается на две пары уравнений. Первая пара описывает движение в плоскости орбиты, вторая — вне плоскости орбиты, причем во избежание особенностей при малых эксцентриситетах уместен переход к "неособенным" переменным (см. (10.14) и (10.16)).

Если составление уравнений гелиоцентрического движения (см. § 10) на этом этапе можно было считать законченным, то для геоцентрического существует еще один малый параметр δ , определяющий угловую скорость движения Солнца,

$$\delta = \frac{1}{365,2422} = 0,00274,$$

устанавливаемый из тех соображений, что период изменения долготы Солнца λ_C составляет 1 год:

$$\dot{\lambda}_C = \frac{360}{365,2422} \approx 1 \frac{\text{град}}{\text{сут}} \text{ или } \dot{\lambda}_C = \frac{2\pi}{365,2422} \frac{1}{\text{сут}} = 2\pi\delta.$$

Если воспользоваться теперь формулой $\dot{\varphi} = r^{-2} \sqrt{fM_3 p}$, то, представив λ_C в виде, содержащем δ , т.е.

$$\dot{\lambda}_C = \frac{d\lambda_C}{d\varphi} \dot{\varphi} = 2\pi\delta,$$

можно записать

$$\frac{d\lambda_C}{d\varphi} = \frac{2\pi}{365,2422} \frac{r^2}{\sqrt{fM_3 p}} = \delta \frac{2\pi r^2}{\sqrt{fM_3 p}}. \quad (17.5)$$

Именно с помощью этого уравнения второй малый параметр δ включается в общую схему решения системы уравнений возмущенного движения солнечного паруса с независимой переменной φ — невозмущенной истинной аномалией. Эта система насчитывает семь уравнений: кроме уравнения (17.5) в нее входят шесть уравнений для орбитальных элементов, вытекающих из выведенной выше системы трех уравнений второго порядка (17.4) и (17.4'), описывающих возмущенное движение аппарата по орбите, произвольно ориентированной к плоскости эклиптики.

Для решения полученной системы семи уравнений применяется асимптотический метод, развитый ранее [2.26] применительно к плоскому случаю движения в плоскости эклиптики. Метод основан на предположении, что оба малых параметра, радиационный κ и "солнечный" δ , оказываются близкими по порядку величинами. Это, естественно, сужает применимость метода в смысле ограниченных интервалов значения парусности A/m , участвующей в формуле (17.1). Кроме "быстрой" фазовой переменной φ в анализ вводится вторая, "медленная", переменная $\tilde{\varphi} = \kappa\varphi$, после чего строятся асимптотические ряды по степеням κ , представляющие разложения параметров α , под которыми подразумеваются шесть орбитальных элементов и долгота Солнца, т.е.

$$\alpha(\varphi) = \alpha_0(\varphi, \tilde{\varphi}) + \kappa \alpha_1(\varphi, \tilde{\varphi}) + \dots \quad (17.6)$$

Подставляя ряды (17.6) в первоначальную систему уравнений и применяя [2.26] асимптотический метод решения системы, мы можем прийти к системе первого порядка по параметру κ с независимой "медленной" переменной $\tilde{\varphi}$. Такую систему следует решать численно, однако в [2.29, 2.30] удалось построить ее приближенные решения первого приближения по параметру κ , при-

годные на интервале, равном одному периоду. Напомним, что ограничение на порядки величин малых параметров κ и δ означает построение решений на интервалах времени порядка δ^{-1} . Эти решения первого приближения сначала были построены для солнечного паруса без точек переключения ориентации, а затем, путем введения специальных функций, были обобщены на случай релейного переключения ориентации по схеме 0 или 1 на каждом витке геоцентрического движения.

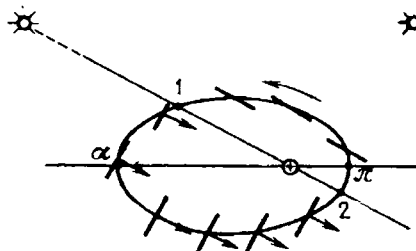


Рис. 92

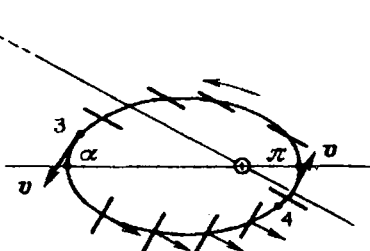


Рис. 93

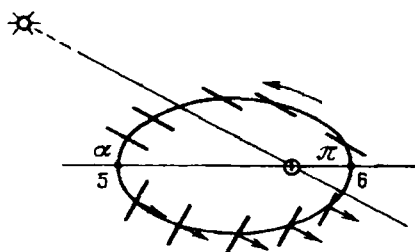


Рис. 94

Общая идея релейного переключения, как указано в [2.29, 2.30], была заимствована из [2.31], где она применялась для обеспечения спирального разгона в плоскости эклиптики. Здесь она была обобщена на случай пространственного движения, причем построение даже приближенных решений первого приближения в аналитической форме без привлечения численного интегрирования оказалось для задачи переключения весьма затруднительно: в [2.29, 2.30] такие решения были получены только для трех конкретных схем релейного переключения. При этом следует помнить, что можно добиться различных вариантов требуемой орбитальной эволюции, подбирая различным образом координаты точек релейного переключения силы тяги паруса в режиме 0 или 1 относительно Земли и светового потока. Практические рекомендации относительно расположения этих точек (рис. 92–94) для обеспечения требуемых изменений того или иного орбитального элемента составляют ос-

новой и интереснейший результат этих исследований. Авторы численно и аналитически исследовали три варианта переключения силы парусной тяги при $\kappa = 0,0002$, т.е. при $A/m = 50 \text{ см}^2/\text{г}$ (см. формулу (17.1')).

Вариант А. Переключение в точках 1 и 2 (см. рис. 92) происходит по линии Земля—Солнце. В этом случае происходит максимальное приращение фокального параметра орбиты $p = a(1 - e^2)$ независимо от начального значения эксцентриситета e_0 . График изменения параметра p в долях радиуса геосинхронной орбиты r_{24} изображен для выхода с последней на рис. 95, а ($a_0 = r_{24} = 1, e_0 = 0$; 0,5). Эксцентриситет при этом испытывает долгопериодические колебания с периодом 1 год, налагающиеся на вековой ход убывания или возрастания эксцентриситета.

Вариант Б. Переключение происходит в точках, где орбитальная скорость перпендикулярна линии Земля—Солнце (точки 3 и 4 на рис. 93). Этот вариант переключения обеспечивает максимальное (по сравнению с другими схемами переключения) приращение большой полуоси a при любых e_0 . Действительно, скорость изменения полной орбитальной энергии аппарата для варианта Б всегда положительна для "включенного", т.е. нормально ориентированного к потоку, паруса, так как, в отличие от варианта А (рис. 92), положительна компонента силы тяги вдоль скорости v между точками 3 и 4. Максимизация этой проекции (см. § 14) означает весьма выгодное для раскрутки локально-оптимальное управление. Графики увеличения большой полуоси для выхода с геостационарной орбиты ($a_0 = r_{24} = 1$) и с низкой орбиты ($a_0 = 0,34, h \approx 8000 \text{ км}$) изображены на рис. 95, б.

Вариант В. Точки переключения 5 и 6 совпадают с апсидами α и π (см. рис. 94). Этот случай оказался значительно менее эффективным для маневра, чем два предыдущих.

Взаимное расположение всех рассмотренных точек переключения изображено на рис. 96. Стрелками показаны отклонения линий переключения от направления светового потока. При обсуждении

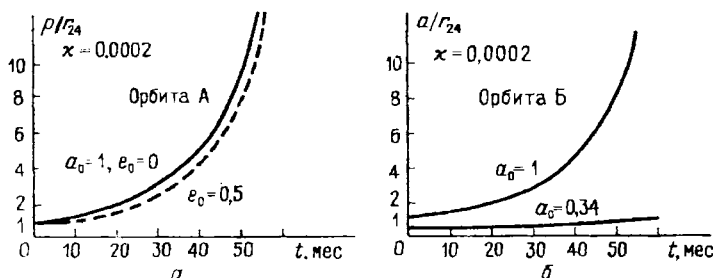


Рис. 95

результатов следует иметь в виду, что все предлагаемые решения справедливы на интервале времени порядка κ^{-1} , т.е., например, для $\kappa = 10^{-4} \div 10^{-3}$ этот интервал времени, как показали расчеты, составляет 1600–160 сут. Общие выводы упомянутых исследований вкратце сводятся к следующему.

1. Цандеровская релейная схема переключения направления силы тяги солнечного паруса по правилу *0* или *1* оказывается весьма эффективной для выполнения околоземных орбитальных маневров, причем особенно выгодной для маневра перехода на более высокую орбиту.

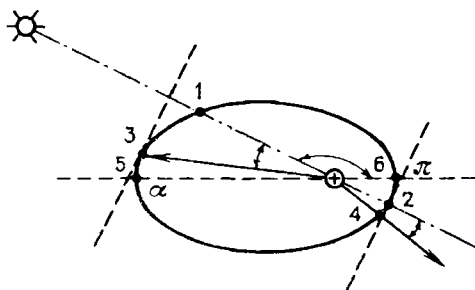


Рис. 96

2. Этот простейший закон управления оказывается весьма надежным в реализации, так как легко осуществляется по командам датчиков Солнца, в отличие от сложных законов непрерывного поворота паруса (техническая реализация сложного непрерывного закона управления может оказаться "дороже" преимуществ, получаемых от парусного маневра без применения горючего).

3. Цандеровская схема переключения является весьма гибкой и перспективной в смысле требуемого изменения одного из орбитальных элементов (большой полуоси, фокального параметра, эксцентриситета, высоты апогея или перигея и т.д.). Для этого переключение должно производиться в строго определенных точках, координаты которых определяются аналитически.

4. Раскрутка по цандеровской схеме весьма эффективна. Например, всего лишь для значения $\kappa = 0,0002$ (см. графики на рис. 95), что соответствует значению парусности $A/m = 50 \text{ см}^2/\text{г}$ (парусность, в два раза меньшая парусности ИСЗ "Эхо-1"), фокальный параметр и большая полуось изменяется за 5 лет более чем в 10 раз. Следовательно, если достаточно тяжелый аппарат, снабженный солнечным парусом, запустить первоначально на небольшую высоту, то без дополнительных энергозатрат он может быть постепенно поднят до высоты геостационарной орбиты. Перспективен аналогичный маневр, например, для подъема космической

электростанции на высоту геосинхронной орбиты. Графики на рис. 95, б ($a_0 = 0,34$) показывают, что такой маневр можно реализовать за 5 лет с помощью цандеровской схемы переключений при локально-оптимальном управлении (вариант Б).

5. Для круговой орбиты варианты переключений А и Б (см. рис. 92 и 93) совпадают, а вариант В (см. рис. 94) не определен. Однако при $e \approx 0$ вариант Б близок к собственно цандеровской схеме управления (предложенной самим Ф.А. Цандером [В.11]). Действительно, Ф.А. Цандер предлагал осуществить раскрутку за счет нормальной ориентации к лучам на дуге движения от Солнца и ориентации ребром к лучам на дуге движения к Солнцу (см. рис. 50). Однако его рассмотрение относилось к круговой орбите и к последующей раскрутке по квазикруговой спирали. Обобщение на случай эллиптических орбит [2.29, 2.30] показало, что наиболее близким к собственно цандеровскому закону оказывается случай Б (рис. 94), так как только в этом случае "включенный", т.е. нормально ориентированный к потоку, парус всегда движется от Солнца, тогда как в случаях А и В нормальная ориентация сохраняется и на некоторых "ненужных", тормозящих участках, т.е. на дуге движения к Солнцу. Как было показано [2.30] аналитическим способом, случай Б как раз и оказался наиболее перспективным для увеличения большой полуоси вследствие реализации локально-оптимального управления (напомним, что быстродействие здесь не максимально, см. § 14). Все это означает, что Ф.А. Цандер, не располагая возможностью провести строгое аналитическое исследование, интуитивно совершенно правильно предсказал характер раскрутки при локально-оптимальном управлении.

§ 18. Задачи орбитальной коррекции при помощи солнечных парусов

Итак, в § 17 обсужден вопрос о применении солнечного паруса для выполнения орбитальных маневров первого типа — маневров орбитальных переходов между геоцентрическими орбитами. Мы рассматривали их главным образом на примере маневров раскрутки, способствующих переходам на более высокие геоцентрические орбиты. Ясно, что, изменив схему управления парусом, можно осуществить маневр снижения орбиты над Землей. Можно также осуществить маневр перехода с круговой орбиты на эллиптическую или наоборот, а также маневр изменения наклона орбиты. Можно ставить задачу о выполнении этих маневров на произвольном интервале времени или наоборот, вводя ограничение на скорость выполнения маневра, исследовать задачу быстродействия.

Наряду с задачей о парусном орбитальном переходном маневре возникает обратная ей задача: как использовать солнечный парус для поддержания неизменности элементов орбиты, т.е. для гашения возникших возмущений орбиты и возвращения орбиты к прежнему положению. Эту задачу о коррекции орбиты с помощью солнечного паруса мы будем относить к орбитальному парусному маневру второго типа. При обсуждении задачи о корректирующем парусном маневре обязательно возникнет вопрос и о том, как нужно управлять парусом, чтобы он выполнил необходимую коррекцию именно за минимальное время, т.е. возникнет задача быстрогодействия парусной коррекции.

Задачи гелиоцентрической парусной коррекции, пока еще немногочисленные, как правило, связаны с задачей применения паруса для управления орбитальным положением космического аппарата в окрестности точек либрации в ограниченной задаче трех тел Солнце — планета — космический аппарат. Аналогичная задача встречается и в геоцентрической постановке, т.е. для системы Земля — Луна — космический аппарат. Начиная обсуждение задачи парусной коррекции движения аппарата в окрестности той или иной точки либрации, необходимо напомнить, что ограниченная задача трех тел имеет пять равновесных решений (точки либрации), в окрестностях которых существует многообразие условно-периодических траекторий, не покидающих эти окрестности. Поэтому дислокация на таких траекториях космических аппаратов представляется с практической точки зрения весьма заманчивой. Однако для трех точек либрации — коллинеарных — движение аппарата по таким траекториям оказывается неустойчивым, т.е. при сколь угодно малом отклонении аппарата от условно-периодической траектории он быстро покидает окрестность коллинеарной точки либрации. В этом случае уместно поставить и решить задачу о коррекции траектории, в частности исследовать принципиальные возможности применения для коррекции солнечного паруса.

Этой задаче посвящена серия работ С.С. Лукьянова [2.32--2.35], где исследованы различные схемы управления движением центра масс аппарата с целью его удержания в течение длительного времени в окрестности заданной условно-периодической орбиты, "привязанной" к одной из коллинеарных точек либрации. Была показана и возможность использования в таких схемах солнечного паруса, управление которым позволит решить задачу коррекции орбиты. При этом предлагается такой вариант парусной коррекции гелиоцентрического движения, в которой корректирующее управление осуществляется лишь за счет изменения парусности аппарата при его постоянной ориентации относительно Солнца.

Практически этому требованию могут удовлетворить специальные парусные конструкции, например сферический парус переменного радиуса, т.е. эластичный парус-баллон, или плоский парус с противовесом, пассивно стабилизированный по направлению на Солнце, и т.п.

Итак, в случае применения упомянутых парусных конструкций отпадает необходимость создания специальной системы управления ориентацией паруса. А оценки, полученные в работах [2.32–2.35], точно указывают требуемые размеры паруса-баллона, обеспечивающего удержание аппарата в окрестности опорной условно-периодической орбиты в течение заданного времени с заданной вероятностью (с учетом влияния ошибок траекторных измерений и отработки управления радиусом баллона). Решение задачи здесь распространялось на случаи движения в системах Солнце–Земля и Земля–Луна, а плоская круговая ограниченная задача трех тел в обоих случаях решалась в линейной постановке с целью исследования множества начальных фазовых состояний, из которых аппарат может быть переведен на заданную траекторию за данное время: требуемое движение представляет собой плоское периодическое движение по эллипсу с геометрическим центром в точке либрации.

Закон управления парусом-баллоном, т.е. закон управления его радиусом, обеспечивающий движение в малой окрестности заданной опорной траектории, находится из решения задачи оптимального быстрогодействия. Аналогичную задачу быстрогодействия для использования аппарата с солнечным парусом в целях его удержания в окрестности коллинеарной точки системы Земля–Луна решили М.С. Константинов и В.А. Котин [2.36] для модели плоского паруса постоянных размеров. Здесь мы встречаемся с "классической" схемой управления ориентацией паруса, что, естественно, приводит к большей универсальности. В частности, в этом случае отсутствует зависимость областей управляемости от начального направления на Солнце; эти области имеют несколько большие размеры, нежели в случае паруса-баллона, в частности на 10–15% для точек L_1 и L_2 и около 45% – для точки L_3 . Однако предлагаемая схема по сравнению со схемой управления радиусом баллона оказывается менее экономичной, так как требует дополнительных энергетических затрат на поддержание заданной ориентации плоского паруса.

Обе рассмотренные схемы парусной коррекции орбит для удержания аппарата вблизи точки либрации, обладающие рядом преимуществ, рассматривались в рамках гравитационной задачи трех тел, не учитывающей смещения самих точек либрации (равновесных решений) за счет сил светового давления на парус. Фотограви-

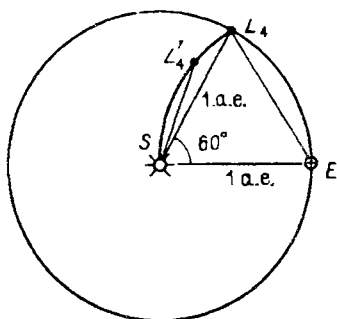


Рис. 97

местом устойчивых точек либрации фотогравитационной задачи служит окружность (рис. 97) радиусом ES (расстояние Солнце (S) — Земля (E)) с центром в E . С ростом парусности аппарата соответствующая точка либрации L'_4 смещается от "классической" лагранжевой точки L_4 по направлению к Солнцу, двигаясь при этом по окружности L_4S . Если гравитационная точка L_4 , располагающаяся в вершине равностороннего треугольника SL_4E , и симметричная ей лагранжева точка L_5 являются единственной парой устойчивых положений в системе Солнце — планета, то применение солнечного паруса значительно расширяет область существования устойчивых точек либрации: вместо пары точек получаем две дуги окружностей. Очевидны преимущества парусных маневров для осуществления длительной работы космических станций в таких точках. При этом преимущество таких станций заключается еще и в том, что без существенных энергетических затрат они могут функционировать на любом гелиоцентрическом расстоянии, равном расстоянию планеты от Солнца или меньшем. Если эти точки сделать пунктами швартовок космических станций [2.37], снабженных солнечным парусом-баллоном с заданной парусностью, то можно добиться существенного приближения к Солнцу.

Например, зададим парусность баллона $10^3 \text{ см}^2/\text{г}$. Воспользовавшись формулами (3.7) и (4.12) для паруса-баллона и, полагая в формуле (6.23) $\epsilon = 0$, так как сила давления на баллон не зависит от ϵ (см. § 4), получим $\beta = 0,075$. С помощью формул из [2.37] устанавливаем, что гелиоцентрическое расстояние новой точки либрации подчиняется формуле

$$SL'_4 = \sqrt[3]{1 - \beta}.$$

Таким образом, смещение по направлению к Солнцу составляет $0,03 \text{ а.е.}$ или $4,5 \cdot 10^6 \text{ км}$. Это означает, что космическая станция, снабженная солнечным парусом-баллоном с заданной выше парус-

тационная ограниченная задача трех тел была решена А.А. Пережогиным [2.37]: Им исследовалась устойчивость равновесных решений этой задачи и было установлено, насколько положения точек либрации фотогравитационной задачи для заданной парусности отклоняются от соответствующих положений, диктуемых задачей в строго гравитационной постановке.

Оказывается, что геометрическим

ностью, будет совершать устойчивое круговое гелиоцентрическое движение, двигаясь не по орбите Земли, как точка L_4 , а по окружности, радиус которой на 4,5 млн. км меньше радиуса орбиты Земли. Это перспективно как с точки зрения выполнения космических исследований в точках, расположенных ближе к Солнцу, так и с точки зрения обеспечения устойчивого движения в случае, если гравитационные точки L_4 и L_5 уже заняты другими космическими аппаратами.

Немаловажным при осуществлении подобного проекта является вопрос об ориентации станции-парусника по трем осям. Для этого в [2.37] обосновывается выбор устойчивых равновесных ориентаций таких станций в предположении, что парусность станции вообще не зависит от ее ориентации как твердого тела. Последнее можно обеспечить, например, окружив станцию зеркальной пленочной оболочкой — сферическим парусом, радиус которого можно менять по командам соответствующих датчиков. Относительно самого солнечного паруса предполагается, что он будет изготовлен из настолько тонкой пленки, что необходимая коррекция парусности (т.е. радиуса баллона) не приведет к изменению соотношений главных центральных моментов инерции космической станции-парусника.

Что касается геоцентрических задач орбитальной коррекции, следует заметить, что, как правило, это — задачи о коррекции околоземных спутниковых орбит. Первые исследования в этой области выполнил Д. Миллер с соавторами [2.38–2.40] еще в 1965–66 гг. Предлагались проекты конструкций обширных отражателей, позволяющие поддерживать определенное расстояние на орбите между несколькими пассивными связными спутниками, движущимися по низким круговым орбитам вблизи плоскости эклиптики [2.38]. В [2.39] обсуждалась система спутников связи, обеспечивающая обслуживание всей поверхности Земли при минимальном числе спутников. Задача об управлении орбитой и выполнении необходимых корректирующих маневров решалась с помощью солнечных парусов, смонтированных на спутниках системы. Роль парусов, по замыслу авторов проекта, должны были выполнять двояковыпуклые линзы, причем противоположные части конструкций этих линз-отражателей должны быть покрыты материалами с различными коэффициентами отражения. Диаметр линзы составляет около 60 м при массе 530 кг, что обеспечивает достаточную парусность. Удалось установить, что для широкого диапазона высот спутников системы изменение большой полуоси орбиты любого из них, достигаемое за счет тяги дополнительных парусов-линз, составляет до нескольких десятков метров за один оборот спутника.

Идею использования парусных поверхностей с различной отражающей способностью мы находим также в [2.41], где обсуждается возможность использовать световое давление для высокоточной стабилизации относительного расположения на орбите трех искусственных спутников, предназначенных для интерферометрических наблюдений с длинной базой. Здесь корректирующая орбиту малая тяга парусов-панелей получается за счет установки панелей различного цвета и с различными (в том числе и управляемыми) коэффициентами отражения. В целом идея использования парусных конструкций и систем с различными по физическим свойствам элементами отражающих панелей, а также парусных систем, предусматривающих зашторивание отдельных зеркальных поверхностей по специальной программе, представляется весьма плодотворной и заслуживает постоянного внимания исследователей. Мы уже затрагивали вопросы практического применения подобных конструкций в § 11 при обсуждении различных систем парусов-зеркал, в частности систем с переменной парусностью, предусматривающих затенение одного паруса (или парусного элемента) другим. Мы вернемся к этому вопросу в § 19 при обсуждении проблем применения солнечных парусов в качестве систем управления ориентацией, снабженных лопастями с переменной парусностью и переменными коэффициентами отражения.

Весьма интересной оказывается и проблема коррекции орбитального положения геостационарного спутника с помощью парусной тяги, связанная с различными особенностями геосинхронного движения. Например, в 1969 г. М. Крокер с соавторами исследовали проблему стабилизации по долготе геосинхронного движения с

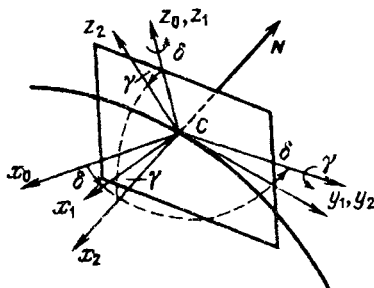


Рис. 98

помощью сил светового давления [2.42, 2.43]. Для обеспечения долготной парусной коррекции ими предлагался небольшой плоский солнечный парус, площадью не более 2 м^2 , с обеими отражающими сторонами, вращающийся равномерно вокруг оси север—юг с полусуточным периодом. Оказалось, что этот малый солнечный парус способен обеспечить управление положением спутника мас-

сой 100 кг по долготе, т.е. компенсировать дрейф восток–запад с достаточной точностью. Исследовались и другие конструкции корректирующего паруса – более крупные модели с различными коэффициентами отражения обеих сторон. Разработку задачи оптимального управления для гашения возмущений (гравитационных и лунно-солнечных) в большой полуоси, наклонении или эксцентриситете геостационарной орбиты за минимальное время выполнил С. Шривастава с соавторами [2.44–2.47]. Задача о наискорейшей коррекции орбитальных элементов решалась для отражающей панели-паруса, управляемой с помощью двух поворотов нормали к парусу на углы δ в орбитальной плоскости и γ в поперечном направлении (рис. 98). Орбитальная система $Sx_0y_0z_0$ связана с местной вертикалью Sx_0 и перпендикуляром к плоскости орбиты Sz_0 . Вторая, промежуточная система $Sx_1y_1z_1$ образуется из первой путем поворота на угол δ в плоскости орбиты вокруг оси Sz_0 . Окончательное положение системы $Sx_2y_2z_2$, связанное с направлением нормали к парусу N , получается из промежуточной системы $Sx_1y_1z_1$ путем ее поворота на угол γ вокруг оси Sy_1 , расположенной в плоскости паруса.

Для этих углов тангажа δ и крена γ отыскивался оптимальный закон управления солнечным парусом, способный обеспечить требуемые корректирующие максимальные изменения орбитальных элементов. Коррекция предназначалась для изменения большой полуоси a , обеспечивающего минимум удаления от номинальной орбиты, и для одновременного изменения наклонения i и долготы узла Ω в целях обеспечения движения в неизменной плоскости. Оказалось, например, что для коррекции большой полуоси геостационарной орбиты следует управлять парусом по закону (оптимальное управление)

$$\gamma = 0, \quad \delta = \begin{cases} 2,530 - 0,608(\varphi - \lambda_C) & \text{при } 0 < \varphi - \lambda_C < \pi, \\ 1,848 - 0,392(\varphi - \lambda_C) & \text{при } \pi < \varphi - \lambda_C < 2\pi, \end{cases}$$

где φ – истинная аномалия спутника (независимая переменная

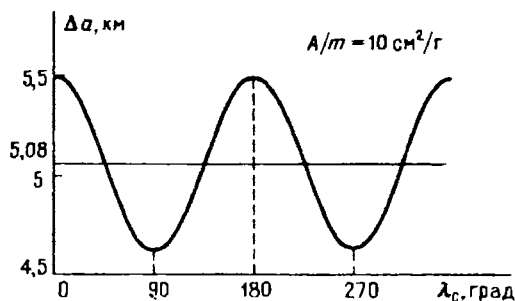


Рис. 99

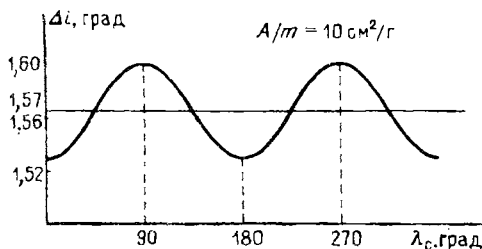


Рис. 100

задачи), λ_c — долгота Солнца на эклиптике. При таком численном законе управления вековые изменения в полюсах гасятся и превращаются в долгопериодические колебания с полугодовым периодом. В течение года отклонение спутника от номинальной геосинхронной орбиты не превышает 9,6 км (рис. 99) при парусности всей конструкции $10 \text{ см}^2/\text{г}$. Нормаль к парусу N при таком законе не выходит из плоскости орбиты.

Коррекция по i и Ω выполняется при законе

$$\gamma \neq 0, \quad \delta = \lambda_c - \varphi,$$

при котором угол δ (см. рис. 98) на небольших интервалах времени (пока $\lambda_c = \text{const}$) изменяется практически линейно вместе с истинной аномалией φ . Такой закон обеспечивает среднее отклонение по наклонению i от номинального ($i = 0$) не более чем на $1,5^\circ$ в течение года (рис. 100). Соответствующее среднее значение для изменения долготы узла: $\Delta\Omega = 3,7 \text{ град/год}$. Текущие изменения i и Ω представляют собой долгопериодические колебания с полугодовым периодом. Нормаль N в этом случае отклонена от плоскости орбиты на угол $\gamma \neq 0$.

Упомянутое исследование коррекции геостационарной орбиты с помощью солнечного паруса [2.44, 2.46] С.Шривастава выполнил для сравнительно небольшой парусности — около $10 \text{ см}^2/\text{г}$, которая оказывается достаточной для компенсации всех внешних нежелательных орбитальных возмущений геостационарной орбиты и может неограниченно долго продлить время существования спутника на этой орбите. Естественно, что для тяжелых объектов такая парусность может быть достигнута лишь при обширных парусных конструкциях. Однако для осуществления коррекции по долготе достаточной оказывается еще меньшая парусность — всего $0,1 \text{ см}^2/\text{г}$. Подробное описание корректирующих маневров и методов их выполнения с помощью сил светового давления можно найти в обзорах [2.45, 2.47].

Движение по геостационарной 24-часовой орбите предъявляет высокие требования к поддержанию строго экваториальной и

строгой круговой орбиты радиусом 42240 км при сведении к минимуму долготного дрейфа геостационарного *) спутника (период такого кругового движения равен 1 звездным суткам, т.е. $23^h 56^m 04^s$). Запуск на такую орбиту спутников, снабженных обширными солнечными батареями или отражающими антеннами, обязательно связан с появлением орбитальных возмущений и от сил светового давления. Наиболее существенными эти возмущения оказываются в эксцентриситете (полугодовое колебание) и в долготе (долготный дрейф). В зависимости от величины парусности и от формы спутника разработаны различные практические методы гашения этих радиационных возмущений в полете, дающие различную точность коррекции по долготе, также зависящую от парусности аппарата [2.47 – 2.49]. Например, оказалось, что гашение орбитальных возмущений тяжелых отражающих платформ является весьма сложной технической задачей несмотря на то, что возмущения невелики. Даже применение вспомогательного электрического двигателя может обеспечить точность коррекции по долготе, не превосходящую одного градуса, тогда как для легких аппаратов она достигает $0,1^\circ$. Все эти соображения заставляют исследователей не только серьезно задумываться о том, как избежать вредного влияния светового давления на обширные конструкции, но и о том, как заставить силу светового давления служить на пользу космонавтике. В этом плане крайне интересной представляется задача осуществления так называемой *цилиндрической геосинхронной орбиты*.

Создание теории цилиндрической орбиты, о которой будет сказано ниже, обусловлено практическими нуждами эксплуатации геостационарной орбиты: к настоящему времени она уже настолько перенаселена, что это мешает маневрированию, которое сопровождается выведением каждого нового стационарного спутника, и порождает опасность столкновения спутников между собой. Иными словами, появляются реальные трудности размещения спутников по

*) По мере увеличения числа спутников, их мощности и разнообразия их функций в качестве спутников связи, метеорологических или научных спутников увеличиваются требования к точности ориентации и поддержанию стационарного положения спутника на орбите, а орбиты – в пространстве. Дрейф на стационарной орбите вызывается в основном тремя факторами: нецентральностью и, следовательно, неизотропностью поля притяжения Земли, помеховыми влияниями притяжения Луны и Солнца, а также световым давлением. Математические модели, описывающие влияние этих факторов, показывают, что наиболее существенным является притяжение Луны и Солнца, вызывающее дрейф по долготе в плоскости орбиты на 81 км и изменение наклона орбиты со скоростью $0,85^\circ$ в год. Вариация гравитационного поля Земли вызывает долгопериодическое колебание по долготе с амплитудой 33 км (период 841 день) и налагающееся на него короткопериодическое суточное колебание с амплитудой около 1 метра [2.48, 2.49].

долготе. Разрабатываются даже различные практические способы освобождения геосинхронной орбиты от спутников, уже прекративших свою научную деятельность, но все еще движущихся по ней. С учетом скорости возрастания числа геостационарных спутников на основании их геометрических и энергетических характеристик в [2.50] показано, например, что вероятность столкновения внутри некоторого кольца в окрестности геостационарной орбиты между функционирующими спутниками и прекратившими активное существование в настоящее время существенно возрастает. Параллельно выдвигаются проекты (многие из них уже реализованы), как создать движение по какой-либо орбите, близкой к геосинхронной, свойства которого хотя бы частично повторяли свойства геосинхронного движения. Как правило, развитие теорий такого псевдосинхронного движения идет по пути разработки 24-часовой сильно эллиптической орбиты, апогей которой длительное время расположен над соответствующей станцией наблюдения. Однако эти суточные эллиптические орбиты не обеспечивают неизменности долготы подспутниковой точки, а радиосвязь со спутником не обладает свойством непрерывности. Например, использование солнечного паруса для управления вращательным движением аппарата около центра масс с целью контроля за орбитальным угловым дрейфом при таком эллиптическом 24-часовом псевдосинхронном движении будет описано в § 19.

Сейчас мы обсудим несколько иной вариант круговой псевдосинхронной орбиты, плоскость которой параллельна экваториальной плоскости Земли, а центр круговой орбиты не совпадает с центром Земли. Принцип подобного движения обсуждался А.Л.Куницыным и Т.Мырзабековым [2.51]. Они показали, что для того, чтобы спутник мог все время находиться над заданной точкой земной поверхности, расположенной на произвольной широте, ему необходимо сообщить дополнительное реактивное ускорение, вектор которого должен располагаться в меридиональной плоскости Земли и составлять некоторый постоянный угол с осью ее вращения. Тогда центр масс аппарата будет описывать круговую орбиту, расположенную в плоскости, параллельной экваториальной. Тем самым будет осуществлена геостационарная неэкваториальная орбита для данной широты, период обращения по которой оказывается равным 24 ч. Проект осуществления подобного движения не за счет реактивного ускорения, а за счет силы тяги солнечного паруса мы впервые находим у Р.Форварда [2.52]. Он предлагает вариант осуществления строго 24-часовой орбиты, названной им *цилиндрической*.

Предположим, что аппарат первоначально запущен на строго экваториальную суточную орбиту, после чего на нем разворачивается

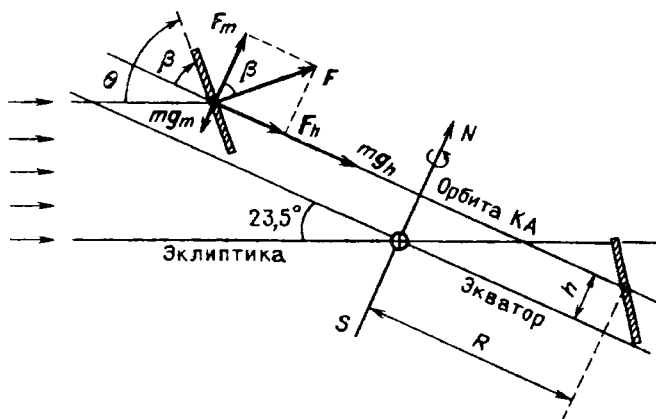


Рис. 101

солнечный парус, переводящий его на цилиндрическую орбиту и корректирующий псевдосинхронное движение по ней. Пусть плоский парус ориентирован под углом θ к световому потоку (рис. 101). Пусть плоскость паруса составляет угол β с плоскостью экватора Земли, который, как легко установить из физических соображений, оказывается заключенным между пределами $\theta \pm 23,5^\circ$. В равноденствиях угол β совпадает с углом θ , а в солнцестояниях — максимально отклоняется от него. Угол β больше θ , когда и Солнце, и аппарат находятся по одну и ту же сторону от экваториальной плоскости, и меньше θ , когда они находятся по разные стороны. С динамической точки зрения реализации и поддержания цилиндрической орбиты нас будет интересовать не вся сила тяги солнечного паруса F , направленная по нормали к парусу и численно равная

$$F = F_N \sin \theta = P_3^{\text{ср}} A \sin \theta,$$

где F_N — давление на нормально ориентированный парус с зеркальной поверхностью A , а лишь ее проекция на нормаль к экваториальной плоскости, т.е. меридиональная компонента силы тяги $F_m = F \cos \beta$. Параллельная экватору компонента $F_h = F \sin \beta$ в динамическом рассмотрении не участвует, однако следует помнить, что она будет вызывать сдвиг орбиты относительно ее геометрического центра, пропорциональный парусности аппарата для данного β . Только меридиональная компонента F_m (см. рис. 101) вызовет отклонение плоскости орбиты от экваториальной плоскости на линейное расстояние h , определяемое парусностью аппарата.

Две аналогичные компоненты экваториальную mg_h и меридиональную mg_m , имеет сила тяготения Земли mg (см. рис. 101). Как

показано в [2.52], именно равновесие меридиональных компонент обеих сил определит однозначно ту единственную равновесную высоту h , на которую в заданном полушарии новая цилиндрическая орбита окажется "поднятой" над экваториальной плоскостью при заданной парусности аппарата (орбиту можно осуществить как в северном, так и в южном полушарии).

В данной задаче программа управления углом установки паруса для осуществления и коррекции предлагаемой орбиты существенно зависит от времени года. Действительно, вычислив производную $dF_m/d\theta$ и приравняв ее нулю, легко установить, что в равноденствиях оптимальные углы, обеспечивающие максимум подъема, составляют

$$\theta = \beta = 45^\circ, \quad \sin \theta = \cos \beta = 0,707,$$

вследствие чего при этих значениях углов меридиональная и экваториальная компоненты силы давления оказываются равными между собой:

$$F_m = F_h = \left(\frac{1}{2}\right) P_3^{\text{зепк}} A, \quad \text{где } P_3^{\text{зепк}} = 2 P_3 = 2 \cdot 0,46 \cdot 10^{-4} \frac{\text{г} \cdot \text{см}}{\text{с}^2}.$$

В солнцестояниях картина оказывается несколько иной. На рис. 101 изображена схема, соответствующая зимнему солнцестоянию, тогда как для варианта летнего солнцестояния цилиндрическую орбиту следовало бы изобразить ниже экваториальной плоскости. Для зимнего солнцестояния Солнце и парус оказываются по разные стороны от экватора, и решение уравнения $dF_m/d\theta$ дает оптимальные углы для этого времени года:

$$\theta = 56,75^\circ, \quad \beta = \theta - 23,5^\circ = 33,25^\circ.$$

В этом случае $\sin \theta = \cos \beta = 0,836$, так что меридиональная подъемная сила оказывается в 1,4 раза больше, чем в равноденствиях.

В летнем солнцестоянии Солнце и парус оказываются по одну сторону от экватора. Оптимальные значения углов составляют:

$$\theta = 33,25^\circ, \quad \beta = \theta + 23,5^\circ = 56,75^\circ.$$

Теперь $\sin \theta = \cos \beta = 0,548$, т.е. меридиональная "подъемная" сила составляет 0,6 значения силы в равноденствии. Таким образом, в течение года изменение этого эффекта достигает 40%.

Для определения высоты h как функции парусности аппарата A/m достаточно приравнять меридиональные проекции гравитационной и радиационной сил, т.е. $F_m = mg_m$. При этом для проекции силы тяготения $f M_3 m h (R + h)^{-3}$ при $h \ll R$ можно принять $f M_3 m h R^{-3}$. В работе [2.52] приравнивание компонент сил приближенно производится в предположении, что соотношение сил,

выполняющееся для равенств, неизменно в течение года. Тогда $\frac{1}{2} P_3^{\text{зэрк}} A = f M_3 m h R^{-3}$, откуда находим

$$h = 0,46 \cdot 10^{-4} \left[\frac{\text{г} \cdot \text{см}}{\text{с}^2} \right] \frac{A}{m} \frac{R^3}{f M_3}$$

как функцию парусности A/m . Например, для парусности $A/m = 10^4 \text{ см}^2/\text{г}$ получим, подставляя величины $R = 42\,200 \text{ км}$ (радиус геостационарной орбиты), $f M_3 = 398\,600 \text{ км}^3/\text{с}^2$, что высота h составляет около 400 км . Нетрудно подсчитать, что эта высота над экваториальной плоскостью позволит наземной станции наблюдать такой псевдосинхронный спутник с отклонением α около $0,7^\circ$ от его строго геосинхронного аналога ($57,3^\circ \cdot 400 \text{ км} : 35\,800 \text{ км}$, где последнее число означает высоту геостационарной орбиты над экватором).

При построении строгой теории цилиндрических орбит необходимо иметь в виду два теневых эффекта. Первый из них связан с физической тенью Земли. Действительно, дважды в год в равенствах и аппарат, и парус окажутся в тени Земли, вследствие чего исчезнет подъемная сила паруса, и он начнет опускаться на строго синхронную орбиту. Максимальное время пребывания в тени на строго стационарной орбите составляет

$$t = DT / 2\pi R = 1,16^h \approx 70^m,$$

где T — период стационарного движения, т.е. $23^h 56^m 04^s$, $D = 2R_3$ — диаметр тени Земли для цилиндрической теневой модели, $2\pi R$ — длина окружности стационарной орбиты. Если через d обозначить линейное отклонение от высоты h цилиндрической орбиты за время пребывания в тени, приближенно рассчитываемое в [2.52] по формуле $d = \frac{1}{2} g_m t^2$, то оказывается, что относительное снижение высоты d/z не зависит от h , т.е.

$$\frac{d}{z} = \frac{D^2}{2R^2} = 0,046,$$

где z — текущее расстояние аппарата от экваториальной плоскости. Эта оценка эффекта тени Земли показывает, что его в данной задаче можно считать малым. Другой теневой эффект состоит в том, что два раза в год Солнце расположится под прямым углом к линии Земля — парус, и парус, ориентированный на Солнце, закроет собой антенну и контейнер с приборами. Эта особая ситуация требует специальной технической проработки.

Интересные данные приводятся также [2.52] относительно равновесных высот цилиндрических орбит h и угловых отклонений

Задача более общего вида была поставлена и решена Б.И. Морковым в цикле работ [2.53 – 2.56]. Целью этих работ явилось нахождение приближенно-оптимального управления углом установки паруса, которое позволило бы осуществлять коррекцию во всех орбитальных элементах геостационарного спутника, когда его возмущенная орбита лежит в плоскости эклиптики. Напомним, что

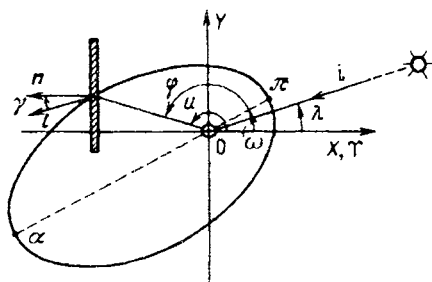


Рис. 103

такой спутник правильнее называть 24-часовым, так как он не обладает свойством геостационарности в смысле долготы подспутниковой точки. Выбор орбиты, расположенной в плоскости эклиптики, продиктован соображениями энергетической выгоды, так как вектор ускорения от сил светового давления целиком располагается в плоскости орбиты.

Для упрощения анализа следует также предположить, что парус является отражающим с обеих сторон, поток световых лучей — параллельный и однородный (не зависит от расстояния Земля — солнечный парус) и что эксцентриситетом орбиты Земли можно пренебречь. Гравитационное поле Земли предполагается центральным, тень Земли в расчет не принимается, а единственной возмущающей силой считается световое давление, тогда как возмущения, требующие гашения, считаются заданными в начальный момент времени (подразумевается их гравитационное происхождение в смысле эффектов нецентральности и "третьего тела", тогда как атмосферные возмущения на геостационарной высоте можно не учитывать). То обстоятельство, что силу тяги солнечного паруса можно считать малой по сравнению с силой тяготения Земли, позволяет рассматривать ее как возмущение и использовать классические методы теории возмущений небесной механики и другие асимптотические методы.

Для построения математической модели движения аппарата с солнечным парусом вводится плоская система геоцентрических эклиптикальных координат, ось OX которой направлена в точку весеннего равноденствия γ (рис. 103). Положение Солнца на

эклиптике характеризуется средней долготой λ , описывающей в нашей модели равномерное годичное движение Солнца со средней постоянной скоростью $\dot{\lambda} = \delta = 1$ град/сут. Пусть углы ω и φ означают долготу перигея, отсчитываемую от T , и истинную аномалию аппарата. В формулах удобно пользоваться углом $u = \varphi + \omega$. Пусть γ — угол установки солнечного паруса (рис. 104), изменяющийся в пределах $\gamma \in \left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right]$, так как сила светового давления всегда направлена только от Солнца, i — орт лучей, n — орт нормали к теневой стороне паруса.

Сила тяги солнечного паруса как функция угла γ определяется формулами § 4. Вектор возмущающего ускорения целиком располагается в плоскости орбиты, поэтому, обозначив через w_0 ускорение нормально ориентированного к лучам паруса, запишем в неподвижной системе координат компоненты ускорения

$$w_x = w_0 \cos^3 \gamma, \quad w_y = w_0 \cos^2 \gamma \sin \gamma.$$

Переходя к подвижной орбитальной системе осей (радиальное и трансверсальное направления), запишем соответствующие компоненты

$$\begin{aligned} w_S &= -w_0 \cos^2 \gamma \cos(u - \gamma - \lambda), \\ w_T &= w_0 \cos^2 \gamma \sin(u - \gamma - \lambda), \end{aligned} \quad (18.1)$$

где $\lambda = \lambda_0 + \delta(t - t_0)$, $u = \varphi + \omega$.

Как уже указывалось, тяговое ускорение солнечного паруса в данной задаче можно считать возмущающим, поэтому следует воспользоваться уравнениями метода Лагранжа для оскулирующих элементов, причем в нашей задаче эти уравнения возмущенного движения удобно выбрать в форме, содержащей правых частях компоненты возмущающего ускорения по осям орбитальной системы [В.21]. Если в такие уравнения подставить проекции w_S , w_T , то для плоского случая мы должны выбрать четыре уравнения для p , e , ω и φ . При этом уравнения следует записать в безразмерных переменных, выбрав в качестве характерной длины ра-

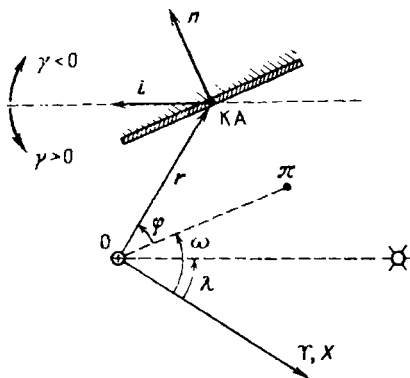


Рис. 104

диус орбиты r_0 геостационарного спутника (процедура обезразмеривания была описана в § 7, формулы (7.15)). В правые части уравнения будет входить величина $w_0 r_0^2 / f M_3$, представляющая собой отношение тяги w_0 нормально ориентированного паруса к центростремительному гравитационному ускорению $f M_3 / r_0^2$. Обозначим это отношение через Q .

При расчете орбит с малыми эксцентриситетами вместо элементов e и ω удобно пользоваться так называемыми *лагранжевыми* *несобственными элементами* q и k :

$$q = e \cos \omega, \quad k = e \sin \omega, \quad e = \sqrt{q^2 + k^2}, \quad \operatorname{tg} \omega = k/q.$$

Выбирая за основной аргумент угол $u = \varphi + \omega$, придем окончательно к следующей системе уравнений возмущенного движения в плоском случае:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= 2Q \frac{p\sqrt{p}}{R} \cos^2 \gamma \sin(u - \gamma - \lambda), \\ \frac{dq}{dt} &= Q\sqrt{p}R^{-1} \cos^2 \gamma \{ -R \sin u \cos(u - \gamma - \lambda) + \\ &+ [(1+R)\cos u + q] \sin(u - \gamma - \lambda) \}, \\ \frac{dk}{dt} &= Q\sqrt{p}R^{-1} \cos^2 \gamma \{ R \cos u \cos(u - \gamma - \lambda) + \\ &+ [(1+R)\sin u + k] \sin(u - \gamma - \lambda) \}, \\ \frac{du}{dt} &= \frac{R^2}{p\sqrt{p}}, \quad \frac{d\lambda}{dt} = \delta = \text{const}, \end{aligned} \tag{18.2}$$

где $R = 1 + q \cos u + k \sin u$. Пятое уравнение описывает равномерное движение Солнца по эклиптике.

Предположим теперь, что на длительном промежутке времени известны приращения $\Delta p, \Delta q, \Delta k$, которые получили соответствующие элементы под действием возмущений. Необходимо отыскать такой закон управления углом γ установки паруса, чтобы за наименьшее время погасить эти возмущения элементов. Пусть

$$p(t_0) = p_0, \quad q(t_0) = q_0, \quad k(t_0) = k_0, \quad \lambda(t_0) = \lambda_0 \tag{18.3}$$

— значения возмущенных элементов исходной орбиты и средней долготы Солнца в момент времени $t = t_0$. Требуется найти такой

закон $\gamma \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$, чтобы перевести систему (18.2) из началь-

ного состояния (18.3) в конечное состояние

$$p(T) = p_T, \quad q(T) = q_T, \quad k(T) = k_T \quad (18.3')$$

за минимальное время $T = T^*$. Таким образом, необходимо исследовать нелинейную систему дифференциальных уравнений пятого порядка (18.2) с краевыми условиями (18.3) – (18.3').

Займемся теперь выбором малого параметра. При построении асимптотического решения системы (18.2) в качестве малого параметра может быть использована величина $Q = w_0 r_0^2 / f M_3$, так как ускорения w_0 солнечного паруса, как уже многократно указывалось ранее, которые могут быть достигнуты на современном этапе развития технологии, составляют от $0,5 \cdot 10^{-3}$ до $2 \cdot 10^{-3}$ м/с². Как видно из системы (18.2), орбитальные элементы p, q, k можно считать "медленными" переменными, а аргумент широты u – "быстрой" переменной. Кроме того, заметим, что долгота Солнца λ изменяется существенно медленнее, чем u , но в некоторых задачах быстрее, чем медленные переменные p, q, k . Поскольку λ и u входят в тригонометрические функции правых частей (18.2), следует обсудить вопрос о времени, на котором будет рассматриваться решение системы (18.2).

Очевидно, что между величиной малого параметра и промежуточном времени, необходимым для коррекции, существует однозначная связь: чем больше площадь паруса, тем быстрее можно добиться осуществления коррекции. Как показывают расчеты, существует такое невыгодное положение орбиты относительно линии Земля – Солнце, что на малых промежутках времени (порядка одного витка) добиться гашения возмущений практически невозможно вследствие малой эффективности тяги паруса. Для интервала времени порядка нескольких суток эффективность возрастает, однако и здесь требуемая парусность выходит пока за пределы современных технических возможностей. Поскольку в работах Б.И. Моркова [2.53–2.56] идет речь не о маневрах на орбите при помощи паруса, а лишь о коррекции орбиты, то для решения поставленной задачи практический интерес представляет достаточно скромный по физическим параметрам солнечный парус, обеспечивающий коррекцию орбиты в течение нескольких месяцев. Предлагается модель движения суточного спутника на околокруговой орбите при парусности $75,7$ см²/г, что соответствует площади паруса $A = 87 \times 87$ м² при полной массе конструкции $m_0 = 1000$ кг. Для такого паруса величина малого параметра Q оказывается приближенно равной величине δ^2 (представленное в безразмерном виде $\delta = 2\pi/365,24$ – значение угловой скорости движения Солнца). Поскольку

$$Q \approx \delta^2,$$

выберем величину δ в качестве малого параметра и подставим δ^2 вместо Q в исходную систему (18.2).

Итак, построена система дифференциальных уравнений возмущенного движения, которую для удобства анализа представляют в виде

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \delta^2 f(x, \lambda, u, \gamma), \\ \dot{\lambda} &= \delta, \\ \dot{u} &= W(x, u), \\ x(t_0) &= x_0, \quad u(t_0) = u_0, \quad \lambda(t_0) = \lambda_0.\end{aligned}\tag{18.4}$$

Здесь x — "медленный" вектор, компонентами которого служат элементы p, q, k ; u — "быстрая" скалярная переменная, изменяющаяся на неограниченном интервале времени; $\gamma(u)$ — скалярная управляющая функция с указанным выше ограничением на управление; t — время, $t \in [t_0, T]$, $T - t_0 \sim \delta^{-1}$, где δ — малый параметр; $\lambda(t) = \delta(t - t_0) + \lambda_0$ — медленно меняющаяся со временем долгота Солнца; x_0, u_0, λ_0 — начальные значения соответствующих величин. Через $W(x, u)$ обозначена правая часть уравнения для du/dt ; $f = \{f_1, f_2, f_3\}$ — вектор-функция, компонентами которой являются правые части трех первых уравнений системы (18.2), деленные на δ^2 . Функции W и f_i ($i = 1, 2, 3$) являются непрерывными по всем аргументам, по фазовым переменным x обладают непрерывными частными производными, относительно u — периодически с периодом 2π . Далее исходную систему следует исследовать методом усреднения, который позволяет рассматривать решения этой системы на интервале $T - t_0 \sim \delta^{-1}$. Различные формы метода усреднения применительно к задачам управления разработаны в [2.57–2.59].

Применив теорему об управляемости исходной системы, которая гарантирует возможность использования солнечного паруса для коррекции орбиты космического аппарата за конечное время, Б.И. Морков [2.53–2.56] для нахождения приближенно-оптимального управления $\gamma^*(t)$ и времени T^* исследовал исходную задачу согласно необходимым условиям принципа максимума Понтрягина и на основе выбранной им формы метода усреднения осуществил переход к более простой задаче — двухточечной задаче первого приближения. При этом исходная управляемая система была предварительно приведена к виду, содержащему угол u в качестве независимой переменной:

$$\begin{aligned}\frac{dp}{du} &= \delta^2 2p^3 R^{-3} \cos^2 \gamma \sin(u - \gamma - \lambda), \\ \frac{dq}{du} &= \delta^2 p^2 R^{-3} \cos^2 \gamma \{ -R \sin u \cos(u - \gamma - \lambda) +\end{aligned}$$

$$+ [(1+R)\cos u + q] \sin(u - \gamma - \lambda)\}, \quad (18.5)$$

$$\frac{dk}{du} = \delta^2 p^2 R^{-3} \cos^2 \gamma \{R \cos u \cos(u - \gamma - \lambda) +$$

$$+ [(1+R) \sin u + k] \sin(u - \gamma - \lambda)\},$$

$$\frac{d\lambda}{du} = \delta p \sqrt{p} R^{-2},$$

$$p(u_0) = p_0, \quad q(u_0) = q_0, \quad k(u_0) = k_0, \quad \lambda(u_0) = \lambda_0, \quad u(t_0) = u_0.$$

Поскольку решение управляемой системы (18.5) рассматривается на достаточно большом интервале времени $T - t_0 \sim \delta^{-1}$ и, кроме того, движение происходит на околокруговой орбите, то можно в первом приближении положить

$$t - t_0 = p \sqrt{p}(u - u_0) [1 + O(c^2)]$$

и в дальнейшем рассматривать управление γ в виде функции аргумента широты u . Эта замена означает, что задачу управления следует теперь понимать как перевод системы из начальной точки в конечную за минимальное количество витков космического аппарата по орбите.

Обозначив рассматриваемые орбитальные элементы через x_i ($i = 1, 2, 3$) и записав их изменение в виде

$$x_i(u, \delta) = x_i^{(0)}(u, \delta) + \delta x_i^{(1)}(u, \delta) + \delta^2 x_i^{(2)}(u, \delta) + \dots,$$

можно, подставив эти выражения в систему и разложив полученные соотношения в ряд по степеням малого параметра, получить систему первого приближения, описывающую движение управляемого объекта

$$\frac{dx_i}{du} = \delta^2 f_i(x, \lambda, \gamma^*(u), u), \quad (18.5')$$

$$\frac{d\lambda}{du} = \delta W(x, u)$$

с граничными условиями $x_i(u_0) = x_{i0}$, $\lambda(u_0) = \lambda_0$ и с ограничениями на управление $-\pi/2 \leq \gamma(u) \leq \pi/2$. Если теперь для системы (18.5') составить функцию Понтрягина

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(x, \lambda, \psi, \psi_\lambda, \gamma, u) = \\ = -1 + \delta^2 \sum_{i=1}^3 \psi_i f_i(x, \lambda, \gamma, u) + \psi_\lambda W(x, u), \end{aligned} \quad (18.6)$$

где $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_\lambda$ — неопределенные множители Лагранжа, а затем

выписать сопряженную систему

$$\begin{aligned}\frac{d\psi_i}{du} &= -\delta^2 \sum_{j=1}^3 \psi_j \frac{\partial f_j(x, \lambda, \gamma, u)}{\partial x_i} - \partial \psi_\lambda \frac{\partial W(x, u)}{\partial x_i}, \\ \frac{d\psi_\lambda}{du} &= -\delta^2 \sum_{j=1}^3 \psi_j \frac{\partial f_j(x, \lambda, \gamma, u)}{\partial \lambda},\end{aligned}\quad (18.7)$$

то при фиксированных "медленных" переменных $x, \lambda, \psi, \psi_\lambda$ определим управление γ^* (приближенно-оптимальное) как функцию

$$\gamma^*(u) = \gamma^*(x, \lambda, \psi, \psi_\lambda, u) \quad (18.8)$$

из условия максимума функции (18.6):

$$\begin{aligned}\max_{\gamma} \mathcal{H}(x, \lambda, \psi, \psi_\lambda, \gamma, u) = \\ = \mathcal{H}(x, \lambda, \psi, \psi_\lambda, \gamma^*(u), u) = \mathcal{H}^*.\end{aligned}\quad (18.9)$$

Подставляя управление (18.8) в системы (18.5') и (18.7), сведем решение оптимальной задачи к построению решения двухточечной задачи для некоторой новой гамильтоновой системы, содержащей $\gamma^*(u)$:

$$\frac{dx_i}{du} = \delta^2 f_i(x, \lambda, \gamma^*(u), u), \quad \frac{d\lambda}{du} = \delta W(x, u), \quad (18.10)$$

$$x_i(u_0) = x_{i0}, \quad \lambda(u_0) = \lambda_0, \quad x_i(u_T) = x_{iT}, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$\frac{d\psi_i}{du} = -\delta^2 \sum_{j=1}^3 \psi_j \frac{\partial f_j(x, \lambda, \gamma^*(u), u)}{\partial x_i} - \delta \psi_\lambda \frac{\partial W(x, u)}{\partial x_i},$$

$$\frac{d\psi_\lambda}{du} = -\delta^2 \sum_{j=1}^3 \psi_j \frac{\partial f_j(x, \lambda, \gamma^*(u), u)}{\partial \lambda},$$

$$\psi_i(u_0) = \psi_{i0}, \quad \psi_\lambda(u_T) = 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

С помощью метода усреднения Б.И. Морков [2.53–2.56] исследовал асимптотическое решение полученной краевой задачи (18.10) в первом приближении по малому параметру δ . Сначала рассматриваемой краевой задаче ставится в соответствие усредненная краевая задача. Для этого при фиксированных медленных переменных $x, \lambda, \psi, \psi_\lambda$ выполняется усреднение по u в соответствии с формулами

$$\tilde{W} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} W(x, u) du,$$

$$\tilde{f}_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_i(x, \lambda, u, \gamma^*(x, \lambda, \psi, \psi_\lambda, u)) du.$$

Итак, усредненная система имеет вид

$$\begin{aligned}\frac{dx_i}{du} &= \delta^2 \tilde{f}_i(x, \lambda, \gamma^*(\psi, \psi_\lambda, x, \lambda)), \\ \frac{d\lambda}{du} &= \delta \tilde{W}(x),\end{aligned}\quad (18.10')$$

$$x_i(u_0) = x_{i0}, \quad x_i(u_T) = x_{iT}, \quad \lambda(u_0) = \lambda_0.$$

Рассмотрение этой системы с точностью до членов первого порядка относительно δ совместно с граничными условиями позволяет получить множители Лагранжа ψ_i ($i = 1, 2, 3$). Теперь можно записать функцию Понтрягина

$$\mathcal{H}(x, \lambda, \gamma, u, \alpha, \beta) = -1 + \delta^2 \cos^2 \gamma (A \sin \gamma + B \cos \gamma), \quad (18.11)$$

где

$$\psi(\alpha, \beta) = \psi(\psi_1, \psi_2, \psi_3),$$

$$A = A(x, \lambda, u, \alpha, \beta), \quad B = B(x, \lambda, u, \alpha, \beta).$$

Здесь имеет место случай, когда функция $\mathcal{H}$ имеет гладкий минимум в области изменения γ . Необходимым условием такого минимума является обращение в нуль производной $d\mathcal{H}/d\gamma$, откуда вытекает, что приближенно-оптимальное управление γ^* имеет вид

$$\gamma^*(x, \lambda, \alpha, \beta, u) = \arctg \frac{-3B + \sqrt{9B^2 + 8A^2}}{4A}. \quad (18.12)$$

Из этого соотношения угол установки паруса $\gamma^*(x, \lambda, \alpha, \beta, u)$ определяется однозначно, так как сила светового давления всегда направлена "от Солнца".

Если полученное приближенно-оптимальное управление (18.12) подставить в усредненную систему первого приближения (18.10'), то в результате придем к усредненной системе, которая в смысле интегрирования предпочтительнее исходной, так как в ее правые части не входит быстрая переменная u , за счет чего можно выбрать больший шаг интегрирования. Не будем выписывать эту систему в явном виде вследствие ее громоздкости (см. [2.53–2.56]). Заметим, что если бы ее удалось полностью проинтегрировать, выразив управление γ^* в виде функций фазовых координат p, q, k , то в первом приближении удалось бы решить задачу синтеза управления. Однако в достаточно сложных задачах, как, например, рассматриваемая, решение приходится искать численно. Но даже и в случае интегрирования усредненной системы численным методом он оказывается более простым, нежели интегрирование исходной системы (18.5), опять-таки вследствие возможности увеличить шаг интегрирования. Например, в [2.53–2.56] интегрирование по медленной переменной производилось с шагом $u = 2\pi\delta$.

При исследовании окончательной усредненной системы удалось проинтегрировать единственное уравнение, не содержащее уравнения γ^* и описывающее движение Солнца. Полученный частный интеграл, соответствующий движению Солнца, будучи подставлен в систему, позволил понизить ее порядок на единицу. Явная форма этого частного интеграла физически выражает долготу Солнца на эклиптике, измеренную в витках орбитального движения космического аппарата:

$$\lambda = \frac{p\sqrt{p}}{(1 - q^2 - k^2)^{3/2}} (u - u_0) + \lambda_0.$$

Для оценки влияния движения Солнца на орбитальные элементы аппарата вводилась еще одна медленно меняющаяся независимая переменная $\tau = \delta(u - u_0)$, после чего численное интегрирование окончательной усредненной системы, записанной для новой переменной, производилось с шагом, равным периоду оборота аппарата по орбите, т.е. $T_0 = 2\pi$. На каждом шаге интегрирования производилось переопределение множителей Лагранжа, так как после каждого оборота эти множители должны учитывать изменение направления солнечных лучей относительно паруса на промежутке времени, равном истекшему периоду оборота. В процессе численного интегрирования определяются искомый оптимальный закон установки паруса, а также наименьшее время движения, за которое удастся скорректировать орбиту при задании начальных возмущенных значений орбитальных элементов.

В качестве простейшего примера составления усредненных уравнений возмущенного движения и их решения интересно рассмотреть движение суточного спутника с солнечным парусом, неизменно ориентированным нормально к лучам ($\gamma = 0$). Выполнив переход от исходной системы уравнений к системе первого приближения по малому параметру δ , можно составить усредненную систему, которую далее следовало бы решать численно. Однако оказалось, что на промежутке времени (порядка периода оборота, на котором можно еще считать, что $\lambda = \text{const}$, сохраняя при этом точность первого приближения по δ , удастся получить решение в аналитической форме. Особенно просто это решение выглядит, если "включение" солнечного паруса в положение, перпендикулярном солнечным лучам, происходит на круговой орбите ($e_0 = 0$). В этом случае эволюция орбитальных элементов описывается формулами

$$p(u, \delta) = \cos^2\left(\frac{3}{2}\delta^2 u\right), \quad q(u, \delta) = -\sin \lambda \sin\left(\frac{3}{2}\delta^2 u\right), \quad (18.13)$$

$$k(u, \delta) = \cos \lambda \sin \left(\frac{3}{2} \delta^2 u \right) \quad q_0 = 0, \quad k_0 = 0, \quad p_0 = 1.$$

Переходя к кеплеровым элементам e и ω , получим

$$p(u, \delta) = \cos^2 \left(\frac{3}{2} \delta^2 u \right), \quad e = \sqrt{q^2 + k^2} = \left| \sin \left(\frac{3}{2} \delta^2 u \right) \right|,$$

$$\omega = \operatorname{arctg} \frac{k}{q} = \operatorname{arctg}(-\operatorname{ctg} \lambda) = \frac{\pi}{2} + \lambda$$

и радиус-векторы в апсидах

$$r_{\pi} = \frac{\cos^2 \left(\frac{3}{2} \delta^2 u \right)}{1 + \left| \sin \left(\frac{3}{2} \delta^2 u \right) \right|}, \quad r_{\alpha} = \frac{\cos^2 \left(\frac{3}{2} \delta^2 u \right)}{1 - \left| \sin \left(\frac{3}{2} \delta^2 u \right) \right|}.$$

Следовательно, большая полуось

$$a = \frac{p}{1 - e^2} = \frac{\cos^2 \left(\frac{3}{2} \delta^2 u \right)}{1 - \sin^2 \left(\frac{3}{2} \delta^2 u \right)} = 1$$

остается неизменной. Этот вывод для нормально ориентированного к лучам паруса совпадает с известными данными из спутниковой теории возмущений под действием светового давления [В.22]. Под действием светового давления линия аспид стремится занять положение, перпендикулярное направлению лучей, а за один оборот происходит перемещение геометрического центра орбиты перпендикулярно линии Земля—Солнце. В результате такого сдвига уменьшится высота в той части орбиты, где проекция силы тяги (возмущающего ускорения) на скорость максимальна, т.е. на той части орбиты, где аппарат движется от Солнца. Эти соображения относятся только к случаю полной освещенности орбиты.

Итак, чтобы произвести коррекцию орбитальных элементов, нужно соответствующим образом найти точки переключения управления. Эти же результаты можно получить, если в качестве альтернативы использовать парус-баллон с управляемым радиусом, например надуваемый и спускаемый в необходимые моменты времени. В этом плане использование плоского поворачивающегося паруса для коррекции орбиты становится более перспективным, поскольку его очевидное преимущество перед баллоном с точки зрения теории управления состоит в гибкости управления тягой.

Маневренные возможности плоского паруса для коррекции орбиты легко установить и аналитически. Действительно, рассмотрим первое уравнение (для параметра орбиты p) из системы (18.5). Примем, что парус-баллон ($\gamma = 0$) движется по эллиптической орбите, расположенной в плоскости эклиптики, а Солнце в рассматриваемый момент находится в точке весеннего равноденствия ($\lambda = 0$). Тогда

$$\frac{dp}{du} = \delta^2 \frac{2p^3}{R^3} \sin u \geq 0, \quad 0 \leq u \leq \pi.$$

Так как тяга в течение всего оборота постоянна по направлению, то на участке $u \in [0, \pi]$, т.е. когда аппарат движется от Солнца, невозможно добиться уменьшения фокального параметра орбиты. Если рассмотреть то же уравнение для плоского паруса ($\gamma \neq 0$, $\gamma \in [-\pi/2, \pi/2]$), т.е.

$$\frac{dp}{du} = -\delta^2 \frac{2p^3}{R^3} \cos^2 \gamma \sin(\gamma - u),$$

то, чтобы добиться уменьшения параметра орбиты на той же дуге $u \in [0, \pi]$, достаточно положить $\gamma = u + \pi/2$, чтобы имело место

$$\frac{dp}{du} < 0, \quad u \in [0, \pi].$$

Выше изложены особенности применения методики, развитой Б.И. Морковым [2.53–2.56] для исследования возможности парусной коррекции в плоской эклиптической задаче. Ниже мы приведем результаты численных исследований, выполненных им для задачи коррекции, однако, чтобы закончить обсуждение теории, сформулируем вкратце основные этапы построения и решения изложенной вариационной задачи.

Итак, если составить функцию Понтрягина и записать систему, сопряженную управляемой системе (18.4), то решение сформулированной оптимальной задачи можно свести к построению решения двухточечной краевой задачи для гамильтоновой системы, содержащей приближенно-оптимальное управление γ^* , определяемое из условия максимума функции Понтрягина (18.9). Асимптотическое решение полученной краевой задачи в первом приближении по малому параметру δ Б.И. Морков [2.53–2.56] исследовал с помощью метода усреднения. Рассматриваемой краевой задаче ставилась в соответствие усредненная краевая задача, получаемая после отбрасывания членов порядка δ^2 и усреднением по "быстрой" переменной u при фиксировании "медленных" переменных. В предположении, что решение усредненной краевой задачи аппроксими-

рует решение точной краевой задачи с погрешностью порядка δ на минимуме интервала времени коррекции, удалось получить приближенно-оптимальное управление углом γ^* установки нормали к солнечному парусу. Так как в результате усреднения получается весьма сложная система, то дальнейшее исследование проводится численно-аналитическим методом.

Численные исследования суточной слабозллиптической орбиты показали, что учет движения Солнца и расположение линии апсид относительно светового потока в начале коррекции имеют существенное значение при решении поставленной задачи управления, особенно для гашения накопления возмущений в эксцентриситете. От этих факторов существенно зависит и время, необходимое для коррекции. Всегда можно указать, при каком начальном положении линии апсид относительно Солнца эффективно начинать коррекцию, а при каком — нет. Удалось показать, что эффективность применения солнечного паруса для коррекции эксцентриситета при указанных выше ограничениях на парусность существенно зависит от взаимного расположения линии апсид и направления солнечных лучей, т.е. от асимметрии орбиты относительно направления на Солнце. Например, если большая ось первоначальной орбиты расположена перпендикулярно потоку солнечных лучей, то при начальном положении перигея, характеризуемым углом $\omega_0 = 3\pi/2$ (рис. 105), для скругления орбиты за минимальное время до нулевого эксцентриситета потребуется время коррекции, в 450 раз меньшее, чем для начального положения при $\omega_0 = \pi/2$ (рис. 106). Было еще установлено, что для высоких орбит (типа геостационарных) и принятого нами значения парусности коррекция орбиты на интервале времени порядка нескольких суток весьма затруднительна, а на интервале времени менее суток —

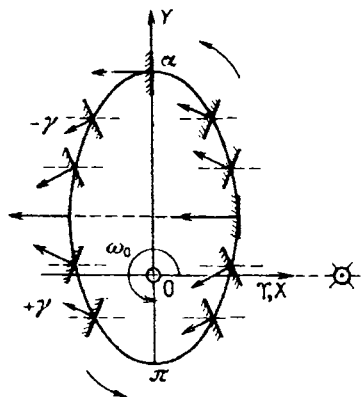


Рис. 105

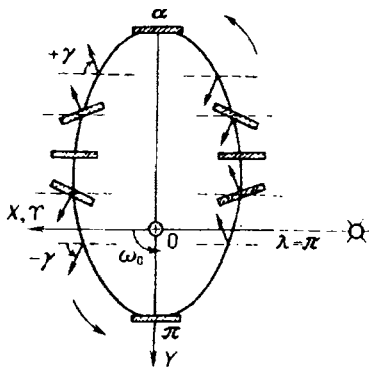


Рис. 106

просто невозможна. С другой стороны, на промежутках времени порядка нескольких месяцев эффективность применения паруса для требуемого исправления орбитальных элементов резко возрастает. Таким образом, эффективность коррекции жестко связана со временем ее выполнения.

Вернемся теперь к схемам парусной коррекции на рис. 105 и 106, соответствующим движению аппарата по суточной или близкой к ней орбите с малым эксцентриситетом, и обсудим эффективность этих схем. Принимая, что это начальное (в нашей постановке

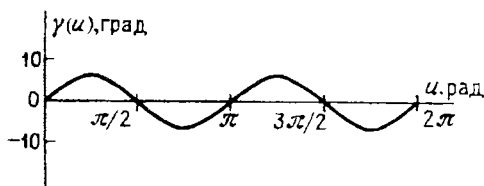


Рис. 107

задачи) значение эксцентриситета является возмущенным, поставим задачу орбитальной коррекции как задачу скругления орбиты за минимум времени для восстановления требуемого нулевого эксцентриситета и возврата аппарата на строго геостационарную орбиту. На рис. 105 изображены стрелками направления силы тяги корректирующего паруса (отсчет угла ω производится от точки весеннего равноденствия Υ). Оказалось, что в этом случае коррекцию можно осуществить всего за 3 сут, причем изменением долготы Солнца ($\approx 3^\circ$) за это время можно пренебречь (Солнце на рис. 105 изображено в точке весеннего равноденствия). Ориентация паруса (почти нормальная относительно лучей) меняется слабо, а вектор тяги близок к направлению лучей, отклоняясь от них на небольшой угол $\pm \gamma$, т.е. вектор тяги лишь "покачивается" относительно направления светового потока (рис. 107). При таком непрерывном законе управления парус в апсидах ориентирован нормально к лучам, причем в апогее α тяга направлена строго по скорости, а в перигее π — против нее. В результате скорость в апогее увеличивается (максимальное увеличение), энергия возрастает и перигей поднимается; соответственно, скорость в перигее, где аппарат движется против Солнца, уменьшается и апогей опускается. Сила тяги нигде в нуль не обращается. Осуществление округления сопровождается смещением геометрического центра орбиты вдоль перпендикуляра к направлению светового потока, в данном случае вдоль линии апсид. Так как сила тяги изменяется плавно (см. рис. 107), то коррекция может быть осуществлена с помощью зеркального паруса, отражающего лучи только с одной стороны, заштрихованной на рис. 105.

Предлагаемая схема коррекции принципиально отлична от цандеровской схемы раскрутки, "проигранной наоборот", и близка к схеме пассивного орбитального движения спутника-баллона, который, как неоднократно указывалось выше, аналогичен (адекватен) некоторому плоскому парусу, сохраняющему нормальную ориентацию. Известно, что большая полуось орбиты баллона при полной освещенности орбиты вообще не испытывает вековых возмущений первого порядка, а эксцентриситет испытывает долгопериодическое годичное колебание. Такое же колебание фокального параметра и радиус-векторов перигея и апогея вызывают упомянутый геометрический сдвиг центра орбиты. Таким образом, парус-баллон, малозффективный с точки зрения раскрутки, неожиданно оказывается полезен с точки зрения коррекции, хотя ни о какой оптимизации речь, конечно, идти не может: два раза в год происходит как бы "автоматическая" коррекция орбиты, так как любой эксцентриситет такой орбиты каждые полгода возвращается к своему начальному значению. Хотя управлять направлением силы тяги баллона не представляется возможным, можно попытаться управлять величиной силы тяги, управляя радиусом баллона. О таком управлении уже рассказано выше применительно к задачам коррекции орбит около точек либрации.

Принципиально иная схема коррекции должна применяться в случае конфигурации, изображенной на рис. 106 для $\omega_0 = \pi/2$. Так как сильно возрастает и время, требуемое для коррекции, необходим учет движения Солнца. Расчеты показали, что при учете движения Солнца время коррекции уменьшается: от нескольких лет (для модельного примера с неподвижным Солнцем) до 140 сут в реальном случае.

На рис. 106 плоскость паруса на большей части орбиты расположена близко к направлению потока лучей, а угол ориентации вектора тяги изменяется в интервале $\gamma \in [-\pi/2, \pi/2]$, так что парус обязательно должен быть зеркальным с обеих сторон. Так

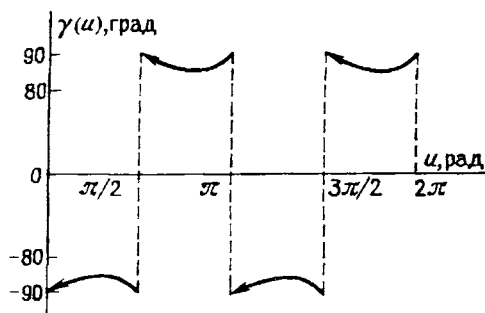


Рис. 108

как за время коррекции направление на Солнце повернется почти на 180° , то Солнце на рис. 106 изображено в положении осеннего равноденствия. На рис. 108 представлен соответствующий график изменения угла установки $\gamma(u)$ и точки переключения, устанавливаемые здесь из условия $[-\cos u(k_0 + \sin u)] = 0$. При прохождении через четыре точки переключения ($k_0 > 0$): $u_1 = \arctg(-k_0)$, $u_2 = \pi/2$, $u_3 = \pi + \arctg(-k_0)$, $u_4 = 3\pi/2$, управление $\gamma(u, k_0)$ меняется непрерывно, так как обе стороны паруса зеркальные. При переходе от $\gamma(u) = \pi/2$ к $\gamma(u) = -\pi/2$ правые части системы уравнений (18.5) не являются разрывными, так как значения тягового ускорения в этих точках обращаются в нуль. Как легко убедиться, парус занимает такое положение (см. рис. 106), которое обеспечивает максимальное уменьшение скорости вблизи апогея и увеличение ее вблизи перигея. В аписида парус ориентирован всегда ребром к потоку и не создает тяги, поэтому изменения скорости аппарата в аписидах не происходит. На нижнем полувитке вектор тяги близок к направлению скорости, что означает даже режим раскрутки, а не скругления и для нашей задачи коррекции невыгодно. Таким образом, предлагаемый режим оказывается неэффективным с точки зрения гашения эксцентриситетных возмущений, поэтому и время коррекции оказывается большим по сравнению с первым случаем.

Сравнение этих двух случаев, а также другие расчеты показывают, что наиболее выгодные условия коррекции всегда выполняются тогда, когда в апогее происходит движение аппарата от Солнца при максимальном уменьшении перигейной скорости и при максимальном увеличении апогейной. Удалось показать [2.56], что в свою очередь это выполняется, если начальное положение линии аписид удовлетворяет условию $\omega_0 \in [210^\circ, 340^\circ]$ (действительно, из двух рассмотренных выше случаев только первый случай, $\omega_0 = 270^\circ$, удовлетворяет этому условию). При прочих вариантах орбитальной ориентации парусная коррекция оказывается неэффективной. Попутно следует заметить, что наилучшие условия коррекции в смысле скругления орбиты должны быть как бы обратны наилучшим условиям раскрутки. Как предсказывал Ф.А. Цандер и как было подтверждено последующими исследованиями, наилучшие условия раскрутки соответствуют локально-оптимальному управлению парусом, максимизирующему положительную касательную проекцию силы тяги. При обратной ситуации, т.е. при минимизации этой проекции, будут осуществляться наилучшие условия скругления. Действительно, на рис. 105 тяга целиком проектируется на скорость только в апогее, в остальных же точках тяга имеет только малую положительную проекцию на скорость или эта проекция отрицательна.

определяемый по формуле

$$\mathbf{b} = \vec{\lambda} \times \mathbf{x} + c \times \vec{\eta} + \|\mathbf{c}\|^{-2} [\vec{\eta} \times (c \times \mathbf{f} + \|\mathbf{x}\|^{-1} c \times \mathbf{x}) \times \mathbf{x}]. \quad (18.14)$$

Векторы $\vec{\lambda}$ и $\vec{\eta}$ такие, что

$$\|\vec{\lambda}\| + \|\vec{\eta}\| \neq 0,$$

$$\lambda f + \eta c = 0.$$

Обозначим через α угол между векторами $\mathbf{b}$ и $\mathbf{l}$, а через β — угол между $\mathbf{p}^*$ и $\mathbf{l}$. Оптимальный закон изменения угла β имеет вид [2.60]

$$\beta(\alpha) = \frac{1}{2} \left[\alpha - \arcsin \left(\frac{1}{3} \sin \alpha \right) \right], \quad (18.15)$$

причем угол β , определяющий отклонение нормали $\mathbf{p}^*$ от направления на Солнце $\mathbf{l}$, располагается в плоскости, содержащей векторы $\mathbf{l}$ и $\mathbf{b}$. Полученный закон можно проиллюстрировать на примере движения по круговой орбите ($f = 0$). Если положить еще и $\eta = 0$ (случай, когда изменение вектора Лапласа $\mathbf{f}$ не входит в краевые условия), то формула (18.14) примет вид $\mathbf{b} = \vec{\lambda} \times \mathbf{x}$. Именно этот случай изображен на рис. 109, где круговая орбита аппарата произвольно ориентирована относительно направления $\mathbf{l}$ на Солнце. Построение множества векторов $\vec{\lambda} \times \mathbf{x}$ (вектор $\mathbf{c}$ ортогонален к орбитальной плоскости, неизменный вектор $\vec{\lambda}$ ориентирован произвольно) показывает, что траекторией конца этого вектора будет некоторый эллипс. Вектор $\vec{\lambda} \times \mathbf{x}$ отклонен от $\mathbf{l}$ на угол α , а нормаль $\mathbf{p}^*$ — на угол β , лежащий в плоскости, содержащей векторы $\mathbf{l}$ и $\vec{\lambda} \times \mathbf{x}$. Кривая N изображает множество оптимальных направлений нормали $\mathbf{p}^*$ и является замкнутой пространственной кривой, располагающейся на сфере единичного радиуса, — годографа конца $\mathbf{p}^*$.

Ряд предварительных оценок [2.60] позволил сделать важный вывод: эффективность солнечного паруса в пространственных корректирующих маневрах не снижается по сравнению с эффективностью в маневрах, выполняемых с той же целью в плоскости эклиптики (напомним, что речь идет об "исправлении" кинетического момента). Точнее говоря, оказалось, что наихудший вариант граничных условий, при которых эффективность паруса минимальна, содержится, как это ни парадоксально, именно в плоском случае.

В заключение заметим, что закон (18.15), полученный А.С. Шмыровым для эллиптической орбиты [2.60] как результат решения в самом общем виде задачи быстрой коррекции, оказался в точности "обратным" закону (15.5'), предложенному В.В. Шуваловым [2.5] для раскрутки с круговой орбиты в качестве закона

локально-оптимального управления. Высказанное В.В. Шуваловым еще в 1963 г. предположение (см. § 14), что на эллиптической орбите этот закон даст еще более существенный выигрыш, нежели на круговой, этим самым полностью подтвердилось. Тот факт, что обратный корректирующий закон оказывается еще и оптимальным по быстродействию, а не только локально-оптимальным, позволяет заключить, что свойством оптимальности обладает также и закон (15.5'), предлагаемый в [2.5] для раскрутки. Этот результат, не проанализированный своевременно его автором, в течение почти двадцати последующих лет оставался без внимания исследователей, занимающихся проблемой геоцентрической парусной раскрутки и поисками соответствующего оптимального закона управления солнечным парусом.

Итак, теоретические исследования задач оптимальной парусной коррекции продолжаются в направлении построения теории коррекции для пространственного случая и поисков соответствующих законов управления углом установки. Если обратить внимание на общую форму законов управления в плоском случае движения в плоскости эклиптики как в гелиоцентрической, так и в геоцентрической постановках задачи, то следует отметить аналогию форм закона (9.5), выведенного А.Н. Жуковым и В.Н. Лебедевым [1.36] для вариационной гелиоцентрической задачи межпланетного перелета, и закона (18.12), установленного Б.И. Морковым [2.53, 2.56] для вариационной задачи геоцентрической коррекции. Однако при сопоставлении этих формул необходимо иметь в виду, что коэффициенты, входящие в правые части формул, совершенно различны и определяются выражениями, соответствующими динамике гелиоцентрического или геоцентрического движений. Аналогия формы записи законов связана с аналогиями в формах записи радиальной и трансверсальной проекций силы тяги солнечного паруса на околосолнечной или околоземной орбите, когда полярный угол отсчитывается от направления на Солнце. Легко убедиться, что соответствующие изменения в (18.1) не влияют на общий вид функции J (18.11), см. также [2.61].

Например, аналогичный закон управления (необходимые условия оптимальности), удовлетворяющий принципу максимума, выписан в [2.61], где на базе теории Шмырова—Моркова для частного случая максимизации полной орбитальной энергии на одном витке орбиты исследованы достаточные условия оптимальности с помощью второй вариации функционала, явно не зависящего от управления. Здесь рассматривается задача об отыскании управления для произвольного парусного геоцентрического маневра перехода между компланарными эклиптическими орбитами. Коэффициенты в "традиционном" варианте оптимального закона (18.12)

имеют для конкретной задачи максимизации полной энергии на витке следующий простой вид:

$$A = \frac{1}{\sqrt{p}} (e \cos \omega + \cos \varphi), \quad B = \frac{1}{\sqrt{p}} (e \cos \varphi + \sin \varphi),$$

где e — эксцентриситет, p — фокальный параметр орбиты, φ — угловое расстояние аппарата от Солнца, остальные обозначения видны из рис. 103 и 104. Найденное управление разрывно и имеет в данной задаче для одного витка орбиты скачок вблизи апогея в некоторой точке $u = \arccos(-e \cos \omega)$, где угол управления меняет значение с $(+\pi/2)$ на $(-\pi/2)$.

Заканчивая обсуждение вопросов парусной коррекции, изучаемой с помощью современных методов теории управления, следует хотя бы частично сопоставить эту задачу с задачами о парусной геоцентрической раскрутке, освещенными нами ранее в § 13–15. Это сопоставление касается вопросов эффективности выполнения соответствующего парусного маневра, так как все задачи упомянутой парусной раскрутки ставились для заданного заранее закона управления. Действительно, в [2.29] рассматривалась задача управления парусом перпендикулярно направлению на Солнце ("адекватный" парус-баллон), а в работе [2.10], а затем в [2.11–2.19] — раскрутка с так называемым "половинным углом", также заданным заранее. Выбор таких законов, продиктованный соображениями локально-оптимального по энергетике управления, а также соображениями простоты анализа при интегрировании и построении приближенных аналитических решений, не удовлетворяет необходимым условиям вариационной задачи быстрогодействия. Действительно, выбор "половинного" закона не обеспечивает осуществления эффективного маневра ухода. Это объясняется главным образом тем, что в течение большей части времени полета аппарат находится вблизи апогея, где приращение полной энергии мало, даже для рассматриваемого случая движения в плоскости эклиптики.

Более строгий подход к задаче выбора закона управления без применения вариационных методов, а из общих динамических соображений был дан в работе [2.4], а затем — в [2.44]. Фимплом [2.4] определялась программа управления, состоящая в такой ориентации паруса, чтобы был обеспечен максимум скалярного произведения силы тяги и скорости $F \cdot v$. Особенно интересен в этом плане вариант раскрутки на терминаторной орбите. Поскольку плоскость начальной орбиты (см. рис. 56) остается неподвижной относительно инерциальной системы координат, она поворачивается в течение года вокруг линии Земля–Солнце. Ее ориентация относительно этой линии определяет максимальную возмож-

ную скорость возрастания энергии, а следовательно, и время выхода на "нулевое значение" полной энергии (отрыв). Таким образом, в более строгой постановке задачи о выборе закона управления закон установки паруса следует обязательно считать функцией не только направления скорости, но и времени. Допущение, что изменение направления солнечных лучей можно не принимать в расчет, годится только при прогнозировании раскрутки, выполнимой за несколько суток, что требует такой парусности аппарата, которая может оказаться не соответствующей современным техническим возможностям.

§ 19. Проблема поддержания требуемой ориентации солнечного паруса

Теория космического полета с солнечным парусом, какие бы задачи, гелиоцентрические или геоцентрические, она не обсуждала, неизменно связана с динамической проблемой обеспечения требуемой ориентации солнечного паруса по отношению к потоку лучей в соответствии с тем законом управления, которому парус подчиняется. С одной стороны, это — задача теоретического исследования и прогнозирования вращательного (ротационного) или колебательного (либрационного) движения конструкции парус — аппарат под действием возмущающих моментов сил светового давления, которые необходимо действуют на обширную парусную конструкцию и в качестве возмущающих моментов налагаются на моменты так называемого программного управления. С другой стороны, это — задача практического оснащения аппарата с парусом такой конструкцией систем управления (ориентации и стабилизации)*) огромным парусом по трем осям в пространстве, которая надежно обеспечила бы выполнение требуемого закона программного управления этим парусом и одновременно компенсировала бы все нежелательные возмущения вращательного движения парусной конструкции.

Задача теоретического исследования вращательного движения космического аппарата под действием моментов сил светового давления уже длительное время является одним из важнейших

*) Напомним, что система управления угловым положением аппарата относительно центра масс делится на две: систему предварительного успокоения и систему стабилизации. Система ориентации ликвидирует большое первоначальное отклонение, совмещая подвижную систему координат (связанную с аппаратом) с базовой. Система стабилизации — контрольная, корректирующая система, ликвидирующая малые угловые отклонения подвижной координатной системы от базовой, поставляемые датчиками ориентации.

разделов динамики движения около центра масс, ее можно с полным правом считать классической. Вначале она имела в качестве объекта исследования те спутники и космические аппараты, которые в силу своих конструктивных особенностей подвергались серьезному возмущающему влиянию радиационных моментов, так как либо были оснащены протяженными солнечными батареями или отражающими антеннами и т.п., либо сами обладали сильно отражающими поверхностями. В результате нежелательные возмущающие моменты сил светового давления затрудняли работу приборов и устройств, предназначенных для контроля ориентации. Позднее из этой динамической проблемы выросла другая проблема, по смыслу противоположная первой: какими должны быть отражающие поверхности и управление ими, чтобы создаваемые силой светового давления радиационные моменты можно было успешно использовать для управления ориентацией аппарата в пространстве. Так появилась задача об управлении ориентацией с помощью сил светового давления, причем ее разработка сопровождалась практическими рекомендациями относительно того, какими специально спроектированными для этой цели отражающими панелями следует снабдить аппарат. Обширную библиографию по всем упомянутым выше проблемам можно найти в монографическом обзоре В.А. Сарычева [2.62], а также у В.И. Попова [2.63] и Л.И. Каргу [2.64].

Пассивные системы стабилизации делятся на несколько типов и основываются на использовании либо гравитационного градиента, либо аэродинамических или магнитных моментов, либо сил давления солнечных лучей (эти системы могут быть основаны и на стабилизации аппарата вращением около оси). Исследования радиационных методов стабилизации, а также проектирование соответствующих устройств давно выделилось в отдельную тематику: эти исследования необходимо привели к разработке конструкций "малых солнечных парусов", т.е. *солнечных рулей*, выступающих в качестве исполнительных органов систем стабилизации. Широкое развитие получили также методы разработки комплексных систем, предполагающих использование сил светового давления в комбинации с другими эффектами. Так были разработаны различные комплексные схемы систем ориентации для демпфирования либрационных колебаний аппаратов с гравитационной стабилизацией, комбинированные магнитно-солнечные или солнечно-аэродинамические системы стабилизации. Для них также не требуется обширных парусов, а могут применяться более скромные по размерам отражающие конструкции: пластины, панели солнечных батарей, отражающие лопасти, используемые в качестве солнечных рулей.

Моменты сил светового давления, как правило, имеют решающее значение при полетах на высоте более 2000 км, так как на меньших высотах солнечные рули будут испытывать сильное атмосферное сопротивление. Соотношение радиационных и гравитационных моментов в свою очередь зависит от элементов орбиты и от конструктивных особенностей аппарата. Моменты сил светового давления определяются не только размерами и формой облучаемой поверхности, но и расположением центра сил давления

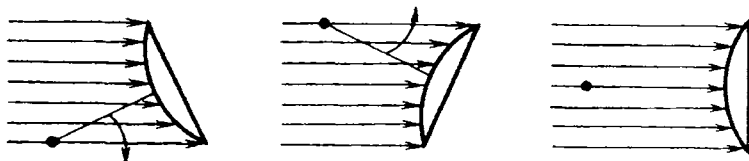


Рис. 110

относительно центра масс всей конструкции. (Простейшая схема действия восстанавливающего радиационного момента изображена на рис. 110). Момент сил равен, как известно, векторному произведению двух сомножителей: давления солнечного излучения — вектора $F = (1 + \epsilon) P_3 A n^0$ (n — орт нормали, ϵ — отражательная способность, A — площадь облучаемой поверхности) и вектора линейного расстояния $r_{ц.д.}$ — центра давлений на поверхность A от проекции центра масс на эту же поверхность A , т.е.

$$M = -(F \times r_{ц.д.}).$$

Создатели проектов обширных тяговых солнечных парусов не могли не отдавать себе отчет в том, какие огромные возмущающие моменты сил давления будут действовать на отражающий парус, создавая вредные вращательные эффекты и мешая требуемому "программному" режиму вращения солнечного паруса (т.е. вращения по заданному закону). Эти же возмущения будут нарушать требуемую ориентацию приборного отсека, скрепленного с парусом. Поэтому придется преодолеть серьезные технические трудности, чтобы длительное время поддерживать требуемую ориентацию самого паруса, обеспечив надежное гашение всех посторонних радиационных возмущающих моментов. Лишь в случае гарантированной ориентации можно говорить о том, что "программное" управление, осуществляемое с помощью специальных устройств, обеспечит создание парусной тяги требуемых величины и направления.

Мы коснемся лишь нескольких частных задач динамики вращения около центра масс, имеющих непосредственное отношение только к проблеме полета с солнечным парусом и поддержания

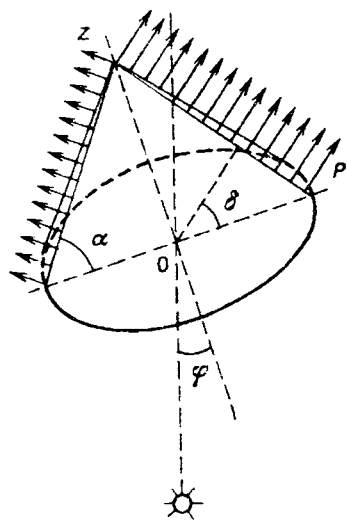


Рис. 111

его ориентации. Попутно мы остановимся на описании некоторых наиболее интересных проектов роторных парусов-вертушек, которым оказывается под силу управлять вращательным движением массивного аппарата.

Итак, применительно к солнечному парусу можно сформулировать две основные задачи:

1) оценка возмущающего влияния моментов сил светового давления, вызывающих помехи, т.е. вредные ротационные или либрационные движения паруса, влияющие на запланированные орбитальное и вращательное движения (по программному закону);

2) конструктивное решение задачи обеспечения требуемой ориентации паруса в полете без применения активных роторных устройств, т.е. только за счет моментов сил светового давления. Такую ориентацию мы будем называть *пассивной*, осуществляемой с помощью солнечных лучей, т.е. как бы собственными средствами. Развитие исследований по обеим этим проблемам начали Н.Д. Джуманалиев и М.И. Киселев [2.65–2.67], рассмотревшие влияние малых колебаний системы с солнечным парусом на ее движение по гелиоцентрической орбите при цандеровской ориентации паруса, т.е. нормальной к потоку солнечных лучей.

Несколько раньше О.В. Гурко и Л.И. Слабкий [2.68] одними из первых предложили схему радиационно-гравитационной стабилизации космического аппарата, основанную на применении солнечного паруса, выполненного в форме отражающего конуса, направленного раструбом к источнику света. Зеркальный стабилизатор обладает следующим свойством: если ось минимального момента инерции гантелеобразного аппарата отклонится от местной вертикали (линия Oz на рис. 111) на угол тангажа φ , то на поверхности паруса-отражателя распределение светового давления будет неравномерным. Именно эта неравномерность, определяемая соотношением $P = P_z (\cos \varphi \cos \alpha + \sin \varphi \sin \alpha \cos \delta)^2$ (обозначения углов α и δ см. на рис. 111), создает восстанавливающий момент сил светового давления. Разработка различных конструкций солнечных стабилизаторов нашла свое отражение во многих отечественных и зарубежных публикациях.

Необходимо должен был привлечь внимание исследователей и вопрос о колебаниях лопастей солнечного паруса-гелиоротора. Этот парус был запроектирован в двух вариантах [1.64]: в демонстрационном варианте для геоцентрического движения по экваториальной орбите с высотой 8000 км (4 лопасти размерами $0,7 \times 600 \text{ м}^2$ каждая, частота вращения $1,3 \text{ мин}^{-1}$, парусность $400 \text{ см}^2/\text{с}$, максимальное ускорение $0,03 \text{ см}/\text{с}^2$) и в гелиоцентрическом варианте (12 лопастей размерами $8 \times 7500 \text{ м}^2$ каждая, частота вращения $0,3 \text{ мин}^{-1}$, парусность $1300 \text{ см}^2/\text{г}$, максимальное ускорение $0,16 \text{ см}/\text{с}^2$). Вопросы вращательного прецессионного движения и устойчивости каждого из двух вариантов конструкции гелиоротора исследовались [1.64] с точки зрения опасности динамической неустойчивости и явления флаттера, причем были установлены аналитические условия, налагаемые на частоты колебаний лопастей во избежание этого вредного явления. Подробное аналитическое исследование динамики произвольного роторного паруса предпринял А.Ю. Коган [2.69] в предположении, что гибкая лопасть испытывает вынужденные крутильные колебания (относительно своей продольной оси), синхронные с вращением ротора.

Роторный парус представляет собой длинные ленты металлизированной пленки, которые вращаются вместе с корпусом, удерживаясь в растянутом состоянии центробежными силами. (Напомним, что принцип использования центробежных сил для придания жесткости был предложен еще Ф.А. Цандером [В.11, с. 268].) С помощью устройства, аналогичного автомату перекося вертолетного винта, лопастям-лентам сообщаются крутильные колебания относительно их продольных осей, синхронные с вращением ротора.

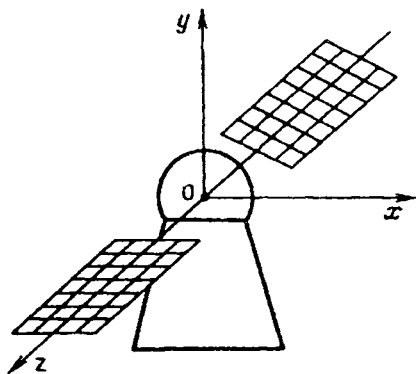


Рис. 112

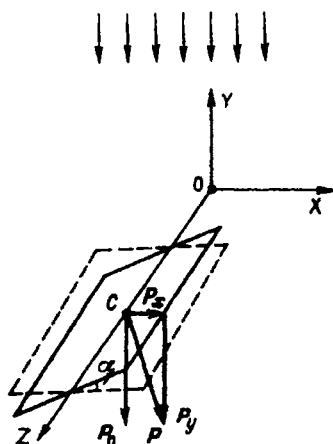


Рис. 113

Благодаря этому осуществляется управление вектором тяги и положением оси вращения аппарата. Однако картина осложняется тем, что в отличие от вертолетного винта, обладающего большой изгибной жесткостью, пленочный солнечный парус испытывает значительные деформации. Их учет необходим при составлении алгоритмов управления парусом. Теоретическое исследование некоторых видов деформационных колебаний роторного паруса, в частности резонансных колебаний, возбуждаемых управлением, позволили [2.69] установить равновесную форму ленты.

Перспективность роторных парусных конструкций отмечает также Л.И. Каргу [2.64], описывая панельную парусную конструкцию, выполненную из солнечных батарей, смонтированных в виде ветряной мельницы (рис. 112, 113). В этом случае появляется возможность использования солнечных батарей не только по прямому энергетическому назначению, но и как приводов системы стабилизации угловой скорости аппарата*). Световое давление в этой жесткой конструкции используется для регулирования угловой скорости собственного вращения. Возможность создания управляющего радиационного момента с помощью такой системы малых парусов-отражающих панелей — демонстрируется на примере следующего простого рассуждения. Пусть панели встречно развернуты относительно плоскости xOz на угол α (см. рис. 112, 113). Космический аппарат расположен в точке O . При отклонении панели на угол α результирующая сила светового давления P может быть представлена в виде составляющих P_x и P_y , причем сила P_x создает относительно оси Oy момент $M_y = P_x l$, где l — расстояние точки приложения S результирующей P (центра давления) до оси Oy . Так как панели развернуты на угол α встречно, а полный момент закрутки, передаваемый космическому аппарату парой панелей, будет равен $2M_y$, то для n пар панелей он будет равен $2nP_y$. Легко рассчитать, что

$$P_x = P \sin \alpha = P_0 \sin \alpha \cos \alpha,$$

$$M_y = 2P_x nl = P_0 nl \sin 2\alpha,$$

где P_0 — световое давление на панель, ориентированную нормаль-

*) Солнечные батареи, используемые параллельно еще и в целях создания управляющего радиационного момента, эффективны лишь на больших высотах. Основным недостатком такой системы управления является то, что эффективность солнечных батарей с энергетической точки зрения максимальна только при их нормальной ориентации к набегающему световому потоку, которая оказывается невыгодной с точки зрения парусного солнечного управления. Например, если панели батарей развернуты встречно на угол 30° каждая, то энергетический эффект батарей снижается на 13 %.

но к солнечным лучам, расположенным в плоскости xOy . Сила P_0 направлена по нормали к панели при $\alpha = 0$.

Известны другие различные конструкции паруса, предназначенные, например, для демпфирования колебаний с помощью сил светового давления: в них корпус космического аппарата связан не с солнечными батареями, а со вспомогательными парусами-баллонами: давление света ориентирует баллон в пространстве определенным образом. Недостатком такого рода систем, использующих солнечные батареи или специальные паруса-баллоны, является потеря ими работоспособности в тени Земли. Поэтому такие конструкции выгодно употреблять на возможно более высоких орбитах. Вопросы управления положением космического аппарата с помощью малых солнечных парусов, дополнительно прикрепленных к солнечным батареям, мы находим в [2.70, 2.71]. Например, в [2.70] обсуждаются два возможных проекта системы, каждый из которых имеет два ряда панелей солнечных батарей и основной блок с тремя солнечными парусами.

Перейдем теперь ко второй важнейшей проблеме солнечного паруса — проблеме обеспечения *пассивной ориентации* самого паруса, т.е. к проблеме ориентации паруса нужным для выполнения полета образом без применения специальных технических средств (ориентацию с помощью этих средств, т.е., как правило, роторных устройств, мы будем называть *активной*). Эта задача имеет прикладной интерес главным образом для сплошных (круглых или квадратных) парусов. Среди пассивных методов наибольшее распространение получил комбинированный способ обеспечения ориентации большого паруса с помощью нескольких или многочисленных малых парусов — солнечных рулей. Этот метод успешно соперничает с другими методами, использующими солнечные стабилизаторы или другие жесткие управляющие устройства.

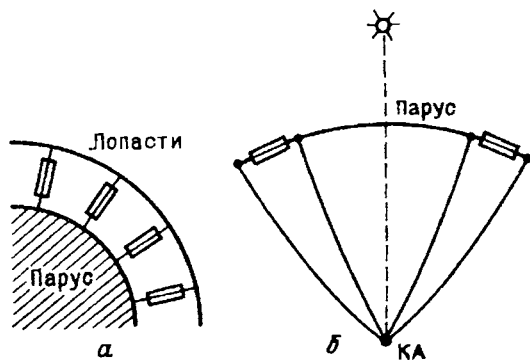


Рис. 114

Задача поддержания в космосе ориентации крупных пленочных конструкций успешно исследована А.В. Лукьяновым [2.72–2.78]. Например, им был рассмотрен [2.74] круглый солнечный парус (рис. 114), который вращается только под действием силы светового давления с помощью наклоненных к солнечным лучам узких пленочных лопастей-рулей, укрепленных радиально по периферии паруса между двумя мягкими ободами, к которым они в свою очередь прикрепляются с помощью коротких стержней. Лопасты создают вращение, необходимое для устойчивости основного паруса и натяжения пленки только за счет момента сил светового давления. Здесь не требуется применения специальных активных роторных устройств (типа применяемых для раскрутки паруса "Heliogyro" [1.64]), а для обеспечения вращения основного паруса вспомогательные лопасти поворачиваются (по командам датчика управляющих сигналов) и создают требуемые вращающие моменты только за счет сил светового давления. Именно эти вспомогательные паруса-лопасти обеспечивают требуемую ориентацию круглого паруса по отношению к солнечным лучам.

Как правило, в современных конструкциях пленочных вращающихся или надувных концентраторов солнечной энергии связь отражателя-паруса с приемником энергии — космическим аппаратом — осуществляется посредством жесткой оси с растяжками или посредством иных жестких ферменных конструкций [2.79]. В конструкциях, предлагаемых в [2.72–2.78], связью отражателя с аппаратом являются мягкие стропы, на которых этот аппарат закреплен (см. рис. 114). Это позволяет таким конструкциям служить одновременно и солнечными парусами, хотя такой сплошной парус не является плоским. Натяжение строп также возникает под действием светового давления. Меняя длину строп по специальной программе, удается управлять лопастями, создавать различные раскручивающие и управляющие моменты, необходимые для обеспечения вращения и поддержания требуемой ориентации паруса.

Подобная система ориентации пассивного пленочного отражателя весьма эффективна на высоких круговых околоземных орбитах (выше 12-часовых) при радиусе большого паруса около 100 м и парусности около $200 \text{ см}^2/\text{г}$. Такая схема своеобразного гелиоротора позволяет успешно производить одновременно также и коррекцию орбиты аппарата: появляющаяся сила тяги может не только перевести отражатель с высоты около 1000 км над Землей на высоту геостационарной орбиты за 4 – 5 сут, но и осуществлять регулярную коррекцию орбиты, например, во избежание ее ухода из плоскости земного терминатора. Заманчивые перспективы возможных применений крупномасштабных пленочных отражателей в

космосе, отмеченные А.В. Лукьяновым [2.72–2.78], поистине огромны. Они могут быть использованы для облучения поверхности Земли отраженным солнечным светом с целью освещения в ночное время, для изменения климата и управления погодными процессами. Они перспективны в качестве солнечных парусов для межпланетных путешествий, для создания в космосе орбитальных солнечных электростанций и т.п.

Ряд интересных конструктивных решений, касающихся разработок различных систем солнечных стабилизаторов, в том числе прямоугольных, круглых, конических, пирамидальных, мы находим в разное время в работах отечественных и иностранных ученых [2.80–2.89]. Например, на рис. 115 [2.80] мы видим солнечный стабилизатор, состоящий из двух равноудаленных от центра масс S аппарата плоских зеркал P_1 и P_2 , развернутых на разные углы δ_1 и δ_2 относительно лучей. В частности, А.М. Яншиным и С.М. Заблудой [2.88] проведен сравнительный анализ различных форм солнечных стабилизаторов и найдены оптимальные их формы из класса тел вращения с произвольной гладкой образующей. При достаточно общих предположениях относительно силовой схемы взаимодействия потока радиации с поверхностью стабилизатора показано, что оптимальными по форме оказываются стабилизаторы, выполненные в виде прямых круговых конусов, причем критерием оптимизации служит крутизна моментной характеристики. Однако с точки зрения технологических и конструктивных особенностей иногда может оказаться целесообразнее использование сферических пленочных стабилизаторов — парусов, для которых осуществим поддув на орбите.

Хотя эти разработки не обязательно относятся к парусной задаче, многие из них могут быть использованы и для управления ориентацией самих солнечных парусов. Так, Хибардом [2.81] обсуждается конструкция, состоящая из штанги с отражающим конусом, расположенным в фокусе параболического пленочного паруса (рис. 116). Положение, когда ось симметрии направлена на Солнце, оказывается наиболее устойчивым (солнечный балансир), причем принцип работы восстанавливающего момента тот же, что

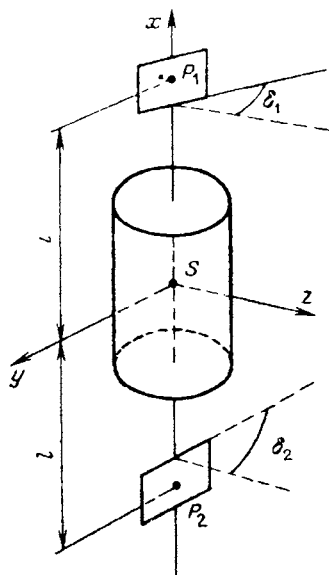


Рис. 115

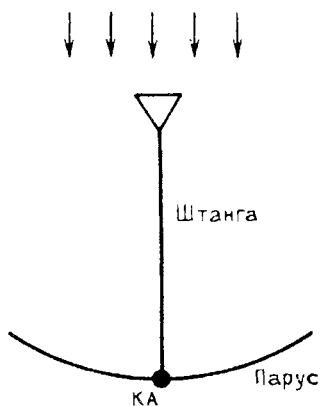


Рис. 116

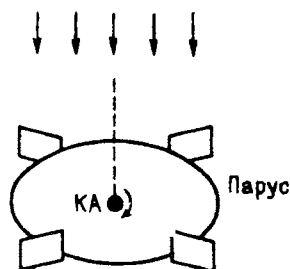


Рис. 117

и на рис. 110. Параболическая форма пленки также достигается только за счет действия светового давления: для этого приборный отсек при помощи строп крепится к гибкому кольцевому шлангу, который создает в пленке требуемое поверхностное натяжение, обеспечивающее ей параболическую форму. Принцип работы системы состоит в идеальной фокусировке всех поверхностей, причем от степени идеальности фокусировки зависят частоты малых колебаний системы.

Упомянутый метод позволяет, однако, ориентировать параболический парус только нормально к световому потоку и контролировать это единственное его рабочее положение. Это может оказаться полезно для движения с цандеровским законом управления парусом, обеспечивающим неизменную нормальную ориентацию паруса, однако для иных законов управления парусом неприменимо. Кроме того, недостатком предлагаемого метода оказалась опасность слишком большой плотности солнечной энергии, падающей на конус и способствующей его быстрому износу, а также зависимость фокусного расстояния параболической отражающей пленки от натяжения этой пленки. Последний эффект немаловажен еще и потому, что при межпланетных перелетах с помощью солнечного паруса он означает зависимость величины светового давления, а с ней и натяжения пленки от гелиоцентрического расстояния аппарата. Вследствие этих технических особенностей проекта он в дальнейшем не получил развития и более в литературе не освещался, надолго уступив место проектам малых солнечных парусов, управляющих большими (о чем мы уже говорили выше).

Одним из первых был предложен пассивный метод осуществления устойчивой ориентации паруса на Солнце с одновременной

стабилизацией его скорости вращения, основанный на использовании управляемых малых парусов-рулей [2.82]. Авторы проекта предлагали установить на вращающемся солнечном парусе группу уголкового отражателя или поглощающе-отражающих лопастей. За счет давления света на лопасти возникает управляющий момент, заставляющий ось вращения большого паруса прецессировать к направлению на Солнце (рис. 117). Для ориентации паруса применяется две пары основных равномерно вращающихся панелей-лопастей, плоскости которых параллельны их осям вращения, причем величина солнечного поглощения на одной стороне панели выше, чем на обратной. Стабилизация и регулировка угловой скорости вращения этих панелей обеспечивается за счет работы дополнительных лопастей меньших размеров (на рис. 117 не изображены), установленных под углом к оси вращения основных панелей. Недостатком предлагаемого проекта оказывается слишком большая площадь солнечных рулей. Например, для прецессирования оси вращения главного паруса со скоростью 10 оборотов в год при полной массе конструкции 10^3 кг и площади паруса 10^5 м² (парусность 10^3 см²/г) при угловой скорости паруса 0,37 град/с площадь рулевых панелей-лопастей должна составлять не менее $2 \cdot 10^3$ м². Кроме того, описанная система обеспечивает только нормальную ориентацию к световому потоку, что опять-таки сужает область применения метода поддержания ориентации паруса в космическом полете.

Идея использования поверхностей с различной отражающей способностью уже обсуждалась нами в задачах коррекции орбитального движения с помощью паруса в § 18. В задачах вращательного движения мы также часто встречаемся с предложениями, относящимися к использованию отражающе-поглощающих поверхностей в качестве элементов системы управления. А.П. Блиновым [2.90, 2.91] рассмотрена задача об оптимальной стабилизации силами светового давления стационарного движения космического аппарата относительно центра масс, расположенного в коллинеарной точке либрации системы трех тел Солнце — планета — космический аппарат (в точке относительного равновесия сил тяготения и сил инерции). Для создания моментов сил светового давления к космическому аппарату крепятся три штанги (рис. 118), расположенные под углами 120° , на каждой из которых смонтированы две управляемые лопасти: одна — абсолютно черная, другая — зеркальная. Оптимальная схема управления системой таких солнечных парусов [2.90, 2.91] с различными коэффициентами отражения, примененная к задаче стабилизации вращательного движения космического аппарата, интересна еще и тем, что действующая на такую парусную систему результирующая

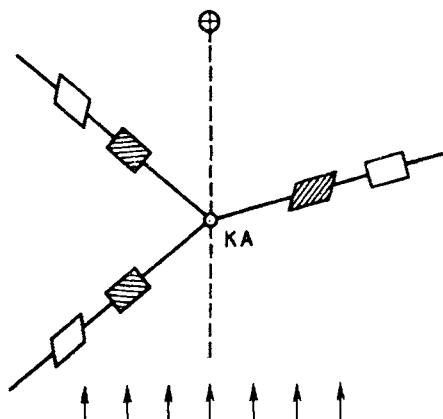


Рис. 118

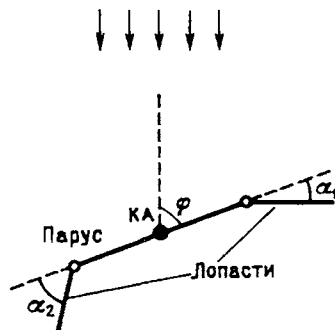


Рис. 119

щая сила светового давления всегда остается коллинеарной направлению светового потока. Именно это свойство результирующего выходящего светового потока означает, что здесь мы встречаемся с разработкой еще одного типа парусной системы (см. § 11), аналогичной по динамическим свойствам плоскому парусу в нормальной ориентации или парусу-баллону, но значительно более надежной в управлении. Такая парусная система может оказаться перспективной и в роли маршевого движителя.

Еще раз возвращаясь к важной проблеме поддержания ориентации самого солнечного паруса (вариант плоского сплошного паруса) в течение полета, следует указать, что принципиально новое решение эта проблема получила в цикле работ В.И. Попова и И.О. Янова [2.92 – 2.97]. Они подробно исследовали принципы работы предлагавшихся ранее систем парусной ориентации и провели сравнительный анализ управления ориентацией паруса с помощью лопастей – солнечных рулей [2.85] и предлагаемого ими метода управления ориентацией солнечного паруса, основанного на смещении центра масс всей конструкции от плоскости паруса посредством специальной штанги. Система ориентации с рулевым солнечным управлением исследовалась в варианте плоского крестообразного невращающегося паруса с четырьмя лопастями, снабженными соответственно четырьмя дополнительными отражающими лопастями-рулями, ориентированными под углами α_1 и α_2 к плоскости паруса. На рис. 119 [2.85] изображена проекция двух основных лопастей с рулями. При изменении этих углов изменяется угол φ ориентации паруса относительно светового потока. Считая лопасти зеркально отражающими, можно воспользоваться условиями $\sin^2(\varphi + \alpha_1) \cos \alpha_1 = \sin^2(\varphi - \alpha_2) \cos \alpha_2$ и определить собственную

частоту ω малых колебаний около положения равновесия, характеризуемого выполнением этих условий. Решение задачи условного экстремума функции ω при выполнении указанных условий связи углов позволило установить [2.95], что в оптимальном случае изменение углов α_1 и α_2 влечет за собой почти линейное изменение угла φ от 0 до 90° , причем собственная частота ω колебаний системы меняется в 1,6 раза. Характер изменения ω и углов ориентации паруса и лопастей изображен на рис. 120 [2.95]. Таким образом, система ориентации [2.85], аналитически исследованная в [2.95], позволяет обеспечить ориентацию под любым углом к световому потоку и с этой точки зрения имеет огромные преимущества перед многими системами, упомянутыми выше. В.И. Попов и И.О. Янов [2.95] предложили систему, основанную только на неидеальном отражении солнечных лучей от поверхности солнечного паруса и на смещении центра масс всей системы из плоскости паруса при помощи штанги (рис. 121). В этом случае для изменения угла φ ориентации паруса к световому потоку от 10° до 90° необходимо менять угол α наклона штанги к плоскости паруса в пределах от 54° до 90° . Характер этой зависимости иллюстрируется графиком на рис. 122: собственная частота колебаний ω системы меняется лишь в 1,1 раза.

Заканчивая обсуждение проблем поддержания ориентации огромных парусных конструкций, нельзя не упомянуть еще одну идею Ф.А. Цандера, которая на практике уже неоднократно показала свою жизнеспособность: идею нагрузки наружного края невращающегося солнечного паруса "вложенной проволокой или утолщением" [В.11, с. 375]. Эту нагрузку невращающемуся парусу следует создать для придания ему жесткости (за отсутствием центробежных сил). Развитие этой цандеровской идеи мы находим в виде различных конструктивных предложений. В качестве утолщения может служить гибкий надувной шланг, покрытый веществом (виниловым мономером), отвердевающим (полимеризующимся) в космосе [2.79], резиновые кольца [2.72–2.78, 2.81] и т.д. Напомним, что идея межпланетных перелетов с солнечным парусом предъявляет ко всем подобным конструктивным особенностям солнечного паруса еще и высокие термические требования.

Немаловажным фактором в проблеме поддержания ориента-

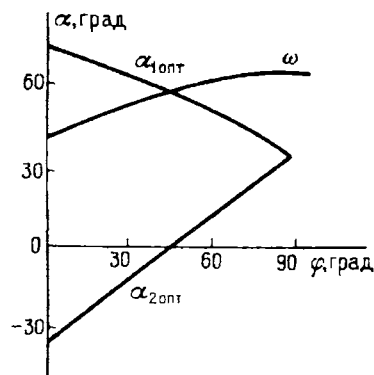


Рис. 120



Рис. 121

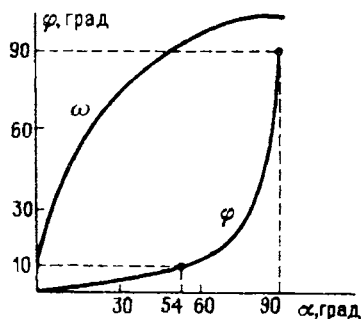


Рис. 122

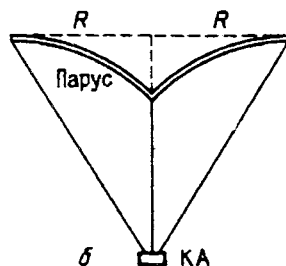
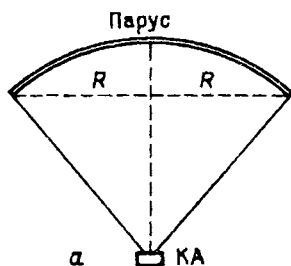


Рис. 123

ции солнечного паруса в полете является сила натяжения строп-кабелей, зависящая и от конструкции соединения паруса с полезным грузом, и от технологических параметров материалов, из которых выполнены удерживающие кабели. Аналитическое решение задачи о напряжениях и растягивающих усилиях в стропях выполнено в работе [1.90], где в качестве метода гашения соответствующих вредных воздействий предлагается либо осуществление вращения солнечного паруса (рис. 123, а), либо монтаж дополнительного центрального кабеля для поддержания первоначально сферической оболочки в конфигурации, изображенной на рис. 123, б. Расчет предельных напряжений на стропы выполнен здесь с применением теории мембранных эффектов к конструкции солнечных парусов обширных размеров. В модельных задачах предполагается, что длины строп, в частности длину центрального кабеля, можно изменять в полете, изменяя тем самым радиус кривизны паруса или отдельных его частей, а также изменяя расстояние полезного груза (или кабины) от поверхности паруса. Обширную библиографию по вопросу ориентации и управления космических аппаратов, снабженных солнечными парусами-панелями, с помощью сил светового давления мы находим также в обзоре [2.98].

Любительская группа при Пражской обсерватории и планетарии предложила [2.99] проект бескаркасного паруса, стянутого поперечным тросом длиной 200 м с грузами на концах. Ориентированный по геоцентрическому радиусу-вектору, трос будет стабилизирован градиентом гравитации. По расчетам такой парус-парашют будет пригоден для медленной перевозки космических грузов на невысоких орбитах, например с высоты порядка 1000 км на высоту геостационарной орбиты при длительности полета порядка нескольких месяцев.

Ряд особенностей влияния светового давления на режим ориентации и стабилизации космических аппаратов, снабженных солнечными парусами или обширными отражающими панелями, освещается в книге Л.А. Васильева [2.100], а некоторые динамические задачи, изложенные в книге В.В. Белецкого и А.М. Яншина [2.101], могут быть использованы при исследовании влияния потока света на вращательное движение тела в космическом пространстве. В частности, это касается схем механического взаимодействия потока с поверхностями космического аппарата при диффузном и диффузно-зеркальном отражении. Вопросы ориентации солнечных парусов при моделировании различных траекторных схем перелетов затронуты в работах [2.102–2.105], из которых следует отметить [2.103], где получила дальнейшее развитие уже упомянутая нами в § 18 идея построения космической станции, длительно функционирующей в точке либрации при условии, что парусность станции вообще не зависит от ее ориентации [2.37]. Это достигается размещением станции внутри зеркального паруса-баллона, радиус которого можно изменять по заданной программе. В [2.103] найдены две пары динамически эквивалентных положений относительного равновесия корпуса пассивно гравитирующей станции, расположенной в одной из треугольных точек либрации фотогравитационной задачи трех тел. Оказалось, что обнаруженные положения относительного равновесия аппарата, заключенного внутрь зеркального паруса-оболочки, а также и достаточные условия их устойчивости существенно зависят от величины парусности станции.

Заканчивая обсуждение вопроса о динамических проблемах, возникающих в связи с ориентацией солнечных парусов в полете, остановимся на проблеме поддержания ориентации лопастного солнечного паруса типа гелиоротора (см. § 12).

Солнечный парус типа гелиоротора не требует дополнительных устройств для поддержания своей ориентации, и в этом его неоспоримое преимущество перед другими парусами. Выгодность такой конструкции состоит в том, что первоначально намотанные на катушки пластиковые ленты-лопасти развертываются и стабилизи-

руются по форме вращением. Ориентация лопастей может изменяться при затенении одной отражающей поверхности другой под действием радиационных сил, а также при изменении угла наклона лопастей относительно их продольных осей. Тогда силы и моменты радиационного давления можно регулировать с помощью расположенного в центре паруса механизма.

Существует ряд факторов, приводящих к деформации лопастей [2.106–2.112]. Для определения их точной формы необходим подробный анализ динамики гибкой вращающейся лопасти, подверженной действию гравитационных и радиационных сил. Имеются три вида основных деформаций. Вертикальные, или маховые отклонения образуют конус из лопастей и могут привести к образованию прецессионных крутящих моментов. Плоскостные отклонения приводят к возникновению горбообразных изгибов или к закручиванию. Третий вид деформации — наклоны лопастей или их перекручивание.

При каждом из этих трех видов деформации вращение является основным способом обеспечения жесткости роторного паруса. Жесткость при изгибах имеет существенное значение только в начальной стадии развертывания; для уже развернутых лопастей ее можно не учитывать. Вместе с тем нельзя развивать слишком высокую скорость вращения конструкции. Причиной этого является сравнительно малая прочность парусных лопастей вместе с каркасом, а также необходимость обеспечить надежную работу конструкции в течение длительного времени полета при наличии разрушительного действия необходимо возникающих деформаций и космических вредных воздействий на парус.

Нежелательными в такой конструкции оказываются также большие углы конусности лопастей: конусность приводит к образованию устойчивых прецессионных крутящих моментов, воздействующих на космический аппарат. Кроме того, кривизна приводит к возникновению механической связи между деформациями изгиба и скручиванием.

Основной эффект изменения угла наклона лопасти заключается в том, что он приводит к скручиванию лопасти по всей ее длине. Если основание лопасти закреплено жестко, то около него угол наклона θ равен нулю, а к концу лопасти увеличивается по закону [2.100]

$$\theta = 4P_n l x / (\sigma_0 b d),$$

где P_n — компонента давления, нормальная к поверхности, σ_0 — напряжение, возникающее у основания лопасти при ее развертывании, l , b и d — длина, ширина и толщина лопасти, x — смещение центра давлений. Чтобы удерживать необходимый наклон лопас-

тей, следует точно регулировать изгибные смещения центра давления и центра масс. Лопасть будет также стремиться изогнуться или скрутиться под действием перепадов температуры, причем предотвратить скручивание вокруг продольной оси может только жесткий каркас и распорки.

Что касается величины периода вращения паруса-гелиоротора, то его оптимальное значение, установленное с учетом вышеописанных особенностей его поведения в полете, задается формулой

$$T = \pi l \sqrt{\rho / 2\sigma_0},$$

где ρ — плотность пленочного материала лопасти. Этот период должен быть мал по сравнению со временем оборота аппарата даже по геоцентрической орбите, не говоря уже о гелиоцентрических орбитах. На геоцентрической орбите [2.100] близость значений орбитального периода и периода роторного вращения может привести к возникновению нежелательных возмущающих сил, обусловленных градиентом гравитационных сил. Вращение роторного солнечного паруса может быть использовано в космосе для реализации идеи К.Э. Циолковского о создании искусственной тяжести за счет вращения протяженных космических конструкций. Например, как вычислено в [2.100], при радиусе лопасти 10 км (напомним, что радиус паруса-гелиоротора в проекте [1.63–1.76, 2.106–2.112] составляет 8 км) и для предельных напряжений у основания лопасти, равных $3 \cdot 10^7$ Н/м², возникает искусственное гравитационное поле, создающее ускорение около 0,5g при геоцентрическом орбитальном движении.

Если проект гелиоротора предполагает пересечение лопастей в центре конструкции (см. рис. 43,44), то в проекте, исследованном в [2.100], предлагается парус-"ромашка", все лопасти которого прикреплены к кольцу, которое, в свою очередь, прикрепляется к аппарату несколькими тросами, не связанными с отражающими лопастями. При этом радиус внутреннего кольца оказывается переменным: изменение длины тросов позволяет сдвигать парус относительно корпуса и изменять угол наклона кольца и пленочных лопастей. Кольцо разделено на ряд сегментов, каждый из которых закреплен на шарнирах и может вращаться. Этим достигается возможность управления лопастями и поддержания требуемой ориентации солнечного паруса в полете. В центре каждого сегмента расположен электрический двигатель, обеспечивающий управление наклоном лопасти. Для устойчивости лопастей всему аппарату с помощью реактивных двигателей малой тяги придется придать вращательное движение вокруг оси, перпендикулярной плоскости кольца. После того как требуемое вращение обеспечено, лопасти устанавливаются под необходимым углом и создают дополнительный момент закручивания, ведущий к увели-

чению угловой скорости. Одновременно происходит дальнейшая раскрутка лопастей из бобин (вытравливание) под действием центробежных сил. Общее время развертывания конструкции в рабочее полетное положение для паруса-"ромашки", так же как и для проекта гелиоротора, составляет несколько дней.

§ 20. Солнечный парус в околосолнечном пространстве

Полеты к внутренним планетам – Венере, Меркурию – или непосредственно в околосолнечные области пространства выгодны с точки зрения эффективности применения солнечного паруса вследствие увеличения потока фотонов. Однако такие полеты неизбежно будут лимитироваться способностью солнечного паруса выдерживать высокие температуры облучения при сохранении равновесного температурного режима всего космического аппарата. Это требование, существенное именно для полетов к Солнцу, присоединяется к неизменным требованиям, предъявляемым к солнечному парусу в любом космическом полете: парус должен обеспечивать хорошие оптические свойства, в первую очередь высокоотражательные, должен быть достаточно прочным, чтобы выдерживать нагрузки, возникающие в процессе вращения, иметь малую массу на единицу площади и быть устойчивым к действию факторов космического пространства – глубокому вакууму, коротковолновой радиации и корпускулярному излучению. Износ паруса за счет этих факторов должен не превышать предела, обеспечивающего функционирование солнечного паруса по крайней мере в течение нескольких лет. Ультрафиолетовое излучение неизбежно будет приводить к ухудшению механических свойств синтетической пленки, особенно при высоком уровне напряжения материала паруса. И корпускулярное, и ультрафиолетовое излучения Солнца будут распылять алюминизированный "рабочий" слой паруса, вызывая эрозию его поверхности, а действие микрометеорных потоков неизбежно приведет к появлению отверстий в пленке и к микроэрозии поверхности, т.е. к изменению (уменьшению) эффективной площади паруса. Математическое моделирование таких процессов мы уже проводили в § 11.

Ультрафиолетовое излучение приводит к уменьшению среднего по спектру черного тела коэффициента отражения материала паруса, его действие сказывается не только на величине интегрального коэффициента отражения, но и на распределении величины коэффициента отражения по длинам волн. Таким образом, влияние этого космического фактора различно для разных парусных материалов и для различных диапазонов длин волн. Зеркальные отражающие поверхности изменяют свой коэффициент отражения на

0,1–0,2 при дозе облучения около 10^{15} электрон/см². Аналогично действует и протонное облучение солнечного паруса потоком "солнечного ветра", изменяя коэффициент отражения примерно на 0,1 – 0,2 при дозе облучения $2 \cdot 10^{15}$ протон/см² [2.100]. При этом оказывается существенным и угол падения протонов (угол установки солнечного паруса): для алюминизированной поверхности влияние протонного облучения тем больше, чем больше угол падения (для других материалов это не всегда выполняется), причем существенно возрастает доля диффузной составляющей коэффициента отражения света от алюминизированной поверхности. Существенные изменения коэффициента отражения в этом случае не зависят от температуры поверхности: они возрастают как с уменьшением, так и с увеличением температуры материала [2.113–2.116].

Весьма отличным от действия ультрафиолетового или корпускулярного излучения является влияние микрометеорных потоков. В этом случае происходит более глубокое нарушение парусной поверхности: на ней появляются кратеры, размер и форма которых зависят от массы и скорости налетевшей частицы. Так как в реальных космических условиях площадь таких кратеров мала по сравнению со всей поверхностью паруса, можно принять, что изменение коэффициента отражения солнечного паруса пропорционально суммарной площади поврежденных участков его поверхности. Таким образом, большинство парусных материалов необходимо будет менять свои оптические свойства во время полета. Поэтому, проектируя солнечные паруса, характеристики которых зависят от оптических свойств парусного материала, необходимо не только учитывать изменение этих свойств в космосе, но и подбирать (и создавать) материалы, устойчивые к вышеописанным космическим факторам и слабо меняющие свои физические характеристики [2.116].

Интенсивность указанных космических факторов возрастает по мере приближения к Солнцу, поэтому весьма сложным делом становится моделирование таких условий в наземных лабораторных установках. В связи с этим становится актуальным использование солнечных парусов для экспериментальных полетов с целью исследования поведения пробных образцов пленочных материалов непосредственно в космосе, т.е. появляется новый аспект практического использования парусных геоцентрических и гелиоцентрических полетов — предварительная отработка и исследование поведения физических характеристик парусов в реальных условиях околосолнечного пространства, поиски оптимального парусного материала. Одновременно такие пробные полеты позволяют именно с помощью солнечного паруса исследовать распределение межпла-

нетного пылевого вещества, микрометеорных тел и другие явления. Такой парус-лаборатория может быть без помехи для материала паруса, находящегося под контролем датчиков, использован в качестве мишени для оптических и радиолокационных наблюдений, а также в качестве дипольной и многоэлементной антенны для связи на низких частотах. Существуют проекты использования большого количества отраженного от паруса солнечного света при соответствующей ориентации его поверхности для освещения ночной стороны Земли и планет. Таким образом, запуск пробных парусов для отработки образцов пленки может быть разумно использован для параллельного проведения полезных космических экспериментов [2.113, 2.115].

Запуск пробных парусов будет полезен также и с точки зрения отработки системы развертывания парусов-лопастей в конструкциях роторных парусов. При этом такую отработку технических устройств раскрутки лопастей из бобин можно удачно сочетать, например, с одновременным проведением научного эксперимента, связанного с перехватом космического вещества. Например, можно осуществить эксперимент, описанный в [2.100] и предназначенный для измерения скоростей потоков микрометеорных частиц с помощью лопастей роторного паруса. Общая идея эксперимента заключается в том, что в течение определенного времени лопасти подвергаются воздействию потока микрометеорных тел, а затем при сматывании лопастей происходит одновременное их сканирование с помощью фотоэлектрических устройств, позволяющее зафиксировать и подсчитать количество отверстий различных размеров в пленочной лопасти. Затем лопасти развертываются снова и в последующий промежуток времени получают еще серию пробных отверстий. Вследствие малой толщины пленки фиксироваться будет размер частиц, а не их масса. Так как суммарная площадь лопастей роторного паруса велика, статистическое распределение размеров частиц можно будет установить с высокой степенью точности. Периодически свертывая и развертывая лопасти можно, таким образом, не только надежно отработать двигательные механизмы раскрутки парусов-лопастей, но и получить полезную научную информацию о распределении микрометеорного вещества межпланетного и околосолнечного пространства по размерам в зависимости от расстояния до Солнца. Информация, собранная при измерении отверстий в пленке, будет одновременно использоваться для расчета распределения проникающей способности частиц в эластичный парусный материал. А эти данные одновременно очень важны для прогнозирования минимального веса парусной конструкции на основе критического значения толщины пленки.

Все эти факторы должны быть приняты во внимание при проектировании полетов в околосолнечное пространство. Достижение этих областей с помощью солнечного паруса весьма заманчиво с двух точек зрения. Во-первых, с помощью "подзарядки" солнечной энергией на близком гелиоцентрическом расстоянии аппарат может осуществить разгон до высоких скоростей, обеспечивающих выход на межзвездную траекторию [1.63–1.76]. Во-вторых, с помощью паруса, выдерживающего высокие температуры, можно произвести интереснейшие научные исследования самого Солнца и солнечной короны. Обсудим вкратце обе эти перспективы.

В процессе разработки проекта выхода на межзвездную траекторию с помощью разгона вблизи Солнца при использовании солнечного паруса его авторы [1.63–1.76, 2.106–2.112] сравнивают физические параметры и предельные температуры разогрева двух базовых моделей солнечных парусов. Один вариант, упомянутый нами в § 12, был предложен в работах [1.87–1.89] и [2.52]: тончайшая однослойная алюминизированная пленка (толщина 30 нм), напыленная в космосе. В качестве альтернативы этому варианту однослойного паруса авторы проекта межзвездного перелета предлагают двухслойный парус, основой которого служит перспективный композитный материал борон (уд. вес 2,34, точка кипения 2300 °С). Второй, высокоотражающий, слой выполнен из бериллия также путем напыления в космосе (уд. вес 1,85, точка кипения 1278 °С). Толщина такого двухслойного паруса 30 нм. Достижимый коэффициент отражения 0,9, коэффициент эмиссии через темную оборотную сторону 0,5 (за счет прозрачности), предельная температура 1500 К (в варианте передачи тепла балластному устройству). Этот весьма эффективный парус выдерживает удельную нагрузку $6 \cdot 10^{-6}$ г/см², что соответствует высокой парусности $3 \cdot 10^5$ см²/г и обеспечивает на орбите Земли ускорение 27 см/с², тогда как однослойный парус дает парусность 10^4 см²/г и ускорение 1 см/с².

При маневре разгона вблизи перигелия предельная температура солнечного паруса становится важнейшим динамическим фактором. В [1.64–1.66] эту температуру в кельвинах предлагается вычислять по формуле

$$T = \left[\frac{217(1 - \epsilon)}{\sigma r_{\pi}^2} \right]^{1/4} \text{ К},$$

где ϵ — коэффициент отражения, σ — коэффициент эмиссии, r_{π} — перигелийное расстояние (а.е.). Ниже даны предельные рабочие температуры паруса для коэффициента отражения $\epsilon = 0,9$ при раз-

личных σ и r_{π} :

σ	0,9	0,9	0,5	0,5	0,9	0,9
r_{π}	0,030	0,031	0,040	0,041	0,041	0,042
T, K	1023	1023	1026	1026	886	886

Таким образом, прозрачность боронового паруса с бериллиевым отражающим напыленным слоем сильно влияет на рабочую температуру паруса на заданном расстоянии от Солнца. Действительно, коэффициент отражения вычисляется по формуле

$$\epsilon = \epsilon_a (\epsilon_a + \alpha_a)^{-1} = \epsilon_a (1 - \tau_a)^{-1},$$

где ϵ_a — коэффициент отражения падающих фотонов, усредненный по всем длинам волн, α_a — коэффициент прозрачности (пропускания) для падающих фотонов, τ_a — коэффициент поглощения падающих фотонов. Связь этих коэффициентов пленки устанавливается формулой

$$\epsilon_a + \alpha_a + \tau_a = 1,$$

откуда следует, что $1 - \tau_a = \epsilon_a + \alpha_a$ — доля света, задерживаемого парусом. Все эти коэффициенты должны быть определены экспериментально в лабораторных условиях. Темная сторона паруса вследствие прозрачности пленки обладает отличным от нуля коэффициентом эмиссии:

$$\sigma = (1 - \tau_e)(1 - \epsilon_e)(1 - \tau_e \epsilon_e)^{-1}.$$

Здесь ϵ_e и τ_e — коэффициенты отражения и прозрачности для переизлученного пленкой света, причем снова $\epsilon_e + \alpha_e + \tau_e = 1$, где α_e — коэффициент поглощения переизлученного света. Приведенная выше формула для расчета температурного режима относится к непрозрачному парусу; в случае прозрачного в ней вводятся поправки на интенсивность ультрафиолетового и инфракрасного излучений на заданном расстоянии от Солнца и на реакцию пленочного материала.

В зависимости от материала и физических параметров паруса и от толщины пленки авторы проекта [1.64–1.66] приводят значения предельных критических перигелийных расстояний, обеспечивающих выход на траекторию перелета к звезде α Центавра (табл. 10).

Итак, двухслойный парус оказывается вследствие своих физических параметров гораздо более оперативным в смысле минимально допустимого приближения к Солнцу, а следовательно, и в смысле скорости покидания Солнечной системы. Его применение, как впрочем и любого солнечного паруса, эффективно главным образом во время маневра приближения к Солнцу (например, с использованием гравитационных полей планет) и во время ухода

Таблица 10

Материал пленки	Толщина, мм	Эмиссия	Поглощение	$\tau_{\text{крит}}, \text{ а. е.}$
Al	30	0,10	0,07	0,045
	10	0,21	0,08	0,033
	5	0,36	0,07	0,025
Be	30	0,44	0,43	0,019
	10	0,47	0,30	0,016
	5	0,15	0,08	0,014

от Солнца для выхода на межзвездную траекторию, тогда как при приближении к звезде под действием ее тяготения с целью гашения скорости и входа в сферу тяготения предполагается применение электростатического торможения в потоке ионов межзвездной среды. Заметим, что при расчете термического режима солнечного паруса при сближении с Солнцем (см. табл. 10), дающем среднее значение критической температуры около 1000 К, учитывается, что приборный отсек надежно заэкранирован, а тросы, поддерживающие парус, выполнены из меди (плотность $8,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, коэффициент растяжения $3,7 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$) или из материалов с параметрами того же порядка. Таким образом, попытка авторов проекта [1.63–1.76, 2.106–2.112] отойти от модели некоторого идеального солнечного паруса и рассмотреть свойства реально существующих или запланированных к производству в ближайшее время парусных материалов увенчалась успехом и привела к разработке конструктивной и обоснованной технологически теории реальных полупрозрачных парусных материалов.

При обсуждении проектов космических путешествий авторы предлагают повысить эффективность сложной парусной конструкции введением дополнительных парусов перфорированного типа, т.е. парусов, использующих не сплошную пленку, а сверхтонкую металлическую сетку или суспензию сферических частиц толщиной в монослой в пластике. Хотя отражательная способность перфорированного паруса по отношению к солнечным лучам невелика, однако во время длительного космического перелета он может служить коллектором энергии двигательной установки, использующей межпланетную или межзвездную плазму в качестве рабочего тела (солнечно-электрический прямоточный двигатель). Использование перфорированного паруса [1.64–1.66] позволит разогнать космический аппарат до скорости, большей 0,001 скорости света на расстоянии в несколько сотен астрономических единиц. Концепцию светового паруса, изготовленного из нитей карбида

кремния и движущегося под действием реактивной энергии сильно коллимированного луча микроволн, мы находим в [2.118], где обсуждается перелет к звезде Барнарда за 60 лет. Другой, не менее захватывающий проект межзвездного перелета с использованием световых парусов описан в [2.117]. Здесь обсуждается движение светового паруса под действием лазерного излучения, фокусируемого на межзвездное расстояние с помощью линз Френеля диаметром 1000 км. Такой парус диаметром 3,6 км сможет доставить 1 т груза к звезде α Центавра за 40 лет при толщине алюминизированной пленки 1,6 нм и рабочей температуре до 600 К. Перфорированный парус в варианте металлической сетки может также иметь вполне реальные преимущества над сплошным при развешивании в земной атмосфере. Таким образом, развитие космической техники неизбежно расширяет область применимости солнечных и световых парусов в разработке различных двигательных систем (см. § 12).

Вторым и, по-видимому, гораздо более важным и актуальным в ближайшие десятилетия аспектом эффективного использования полетов КА с солнечным парусом станет изучение физики Солнца и околосолнечных областей пространства. Особенный интерес представляет исследование полярных областей Солнца, так как весьма заманчивым делается применение "даровой" энергии солнечных лучей для осуществления маневра выхода космического аппарата из плоскости эклиптики, тогда как достижение этих областей с помощью импульсных траекторий оказывается весьма трудоемкой в энергетическом отношении задачей.

Электромагнитный спектр Солнца охватывает весь интервал длин волн (см. Введение), причем излучение разных длин волн оказывает различное действие на встречные тела. Длинноволновое излучение приводит к нагреву тел, а ультрафиолетовое, и особенно рентгеновское излучение, приводит к ионизации атомных частиц и к выбиванию частиц с поверхности солнечного паруса. Вследствие этого, как уже указывалось выше, будут изменяться оптические свойства поверхности — коэффициент отражения и индикатриса рассеяния.

Космический полет с парусной тягой к близким околосолнечным областям даст ценные сведения для понимания природы наиболее важного небесного тела в нашей Солнечной системе и природы звездных явлений вообще, поскольку Солнце представляет собой желтую звезду средней величины. Научное значение зондирования околосолнечных областей пространства невозможно оценить даже приблизительно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

К введению (§ 1 – 4)

- В. 1. *Kepler I. De Cometis. – Opera omnia. V. 7/Ed. Frisch. – Francoforti am/M., 1867.*
- В. 2. *Maxwell J.C. Treatise on electricity and magnetism. V. 2. – Oxford, 1873.*
- В. 3. *Лебедев П.Н. Собрание сочинений. – М.: Изд-во АН СССР, 1963.*
- В. 4. *Вавилов С.И. Глаз и Солнце. – М.: Наука, 1981.*
- В. 5. *Энгельс Ф. Диалектика природы. – М.: Госполитиздат, 1950.*
- В. 6. *Перельман Я.М. Межпланетные путешествия: Полеты в мировое пространство и достижение небесных светил. – 1-е изд. – Петроград, 1915 (или 4-е изд. – Ленинград, 1923).*
- В. 7. *Циолковский К.Э. Космический корабль (1924 г.) – В кн.: Циолковский К.Э. Исследование мировых пространств реактивными приборами. – М.: Машиностроение, 1967, 113 – 125 (или Собрание сочинений. – М.: Изд-во АН СССР, 1954, 154 – 178).*
- В. 8. *Цандер Ф.А. Перелеты на другие планеты (статья первая). – В кн.: Цандер Ф.А. Проблема полета при помощи реактивных аппаратов: Межпланетные полеты. – 2-е изд. – М.: Оборонгиз, 1961, 267 – 270.*
- В. 9. *Цандер Ф.А. Перелеты на другие планеты (статья вторая). – Там же, 271 – 279.*
- В.10. *Цандер Ф.А. Полеты на другие планеты (Теория межпланетных путешествий). – Там же, 285 – 360.*
- В.11. *Цандер Ф.А. Об использовании силы давления света для полетов в межпланетном пространстве. – Там же, 361 – 381.*
- В.12. *А.Ф. Цандер и современная космонавтика/Под ред. акад. В.П. Мишина. – М.: Наука, 1976.*
- В.13. *Мишин В.П. О роли Ф.А. Цандера в развитии современной ракетно-космической техники. – В кн.: Исследования по истории и теории развития авиационной и ракетно-космической науки и техники. – М.: Наука, 1981, 69 – 76.*
- В.14. *Рукописные материалы Ф.А. Цандера в Архиве АН СССР. Научное описание/Под ред. акад. В.П. Мишина. – М.: Наука, 1980.*
- В.15. *Тихонравов М.К. Пути использования лучистой энергии для космического полета. – В кн.: Реактивное движение, № 2. – М.; Л.: ОНТИ, 1936.*
- В.16. *Левантовский В.И. Механика космического полета в элементарном изложении. – 3-е изд. – М.: Наука, 1980.*
- В.17. *Белецкий В.В. Очерки о движении космических тел. – 2-е изд. – М.: Наука, 1977. Изд. 3. М.: Издательство ЛКИ/URSS, 2009.*
- В.18. *Никольсон Н. Тяготение, черные дыры и Вселенная: Пер. с англ./Под ред. Н.В. Мицкевича. – М.: Мир, 1983.*
- В.19. *Радзиевский В.В. Световое давление в Солнечной системе. – Земля и Вселенная, 1966, № 3, 51 – 57.*
- В.20. *Брандт Д. Солнечный ветер: Пер. с англ. – М.: Мир, 1973.*

- В.21. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике/Под ред. Г.Н. Дубошина. — 2-е изд. — М.: Наука, 1976.
- В.22. Поляхова Е.Н. Возмущающее влияние светового давления Солнца на движение ИСЗ. — В кн.: Движение искусственных спутников Земли: Итоги науки и техники. Сер.: Исследование космического пространства. — М.: ВИНТИ, 1980, т. 15, 82 — 113.
- В.23. Карымов А.А. Определение сил и моментов светового давления, действующих на тело в космическом пространстве. — ПММ, 1962, т. 26, № 5, 867 — 876.
- В.24. Гродзовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полета: Проблемы оптимизации. — М.: Наука, 1975.
- В.25. Georgevic R.M. The solar radiation pressure force and torques model. — J. Astronaut. Sci., 1973, v. 20, № 5, 257 — 274.

К части I (§ 5 — 12)

- 1.1. Поляхова Е.Н. Роль эффектов солнечной радиации в теории гелиоцентрических движений пылевых частиц. — В кн.: Астрометрия и небесная механика. — Сер.: Проблемы исследования Вселенной. Вып. 7.—М.; Л.: ВАГО, 1978, 295 — 307.
- 1.2. Burns J.A., Lamy P.L., Soter S. Radiation forces on small particles in the solar system. — Icarus, 1979, v. 40, № 1, 1 — 48.
- 1.3. Белецкий В.В., Езоров В.А. Разгон космического аппарата в сфере действия планеты. — Космич. исслед., 1964, т. 2, № 3, 392 — 407.
- 1.4. Ehrlicke K. The solar powered space ship. — ARS Paper, 1956, № 310, 56 — 70.
- 1.5. Ehrlicke K. On the application of solar power in space flight. — 7 Int. Astronaut. Congr., Rome, 1956, 195 — 214.
- 1.6. Ehrlicke K. Instrumented comets — astronautics of solar and planetary probes. — 8 Int. Astronaut. Congr., Barcelona, 1957, 286 — 295.
- 1.7. Эрике К. Космический полет: Пер. с англ. Т. II, ч. II. — М.: Наука, 1970.
- 1.8. Forbes G.F. The trajectory of a powered rocket in space. — J. Brit. Interpl. Soc., 1950, v. 9, № 2, 75 — 79.
- 1.9. Garwin R.L. Solar sailing — a practical method of propulsion within the solar system. — Jet Propulsion, 1958, № 2, 188 — 190.
- 1.10. Sanders Russell. Clipper ships of space. — Astrounding Science Fiction, 1951, № 5, 135.
- 1.11. Bacon R.H. Logarithmic spiral — an ideal trajectory for the interplanetary vehicle. — Amer. J. Phys., 1959, v. 27, № 3, 12 — 18.
- 1.12. Powell B. Solar sail — key to interplanetary voyaging? — Spaceflight, 1959, v. 30, № 2, 198 — 200.
- 1.13. Tsu T.S. Interplanetary travel by solar sail. — ARS J., 1959, v. 29, № 6, 422—427. (Рус. пер. Цу Т.С. Межпланетный полет с помощью солнечного паруса. — Механика: Сб. переводов, № 1.—М.: 1961, 3 — 15.)
- 1.14. Tsu T.S. Straight-line flight to Mars. — Advances Astronaut. Sci., 1961. v. 6, № 4, 49 — 56.
- 1.15. Тангей А.Р. Маневры в космосе. — В кн.: Космические траектории. — М.: ИЛ, 1963, 120 — 162.
- 1.16. Hock D.C., McMillan F.N., Tanguay A.R. Cosmic ships with photon thrust. — Proc. IRE, 1960, v. 48, № 4, 492 — 496. (Рус. пер.: Хок Д., Макмиллан Ф., Тэнгей А. Космические корабли с фотонным двигателем. — В кн.: Использование солнечной энергии при космических исследованиях. — М.: Мир, 1964, 402 — 413.)

- 1.17. *London H.S.* Some exact solution of the equation of motion of a solar sail with constant sail setting. – *ARS J.*, 1960, v. 30, № 2, 198 – 200. (Рус. пер.: *Лондон Г.С.* Некоторые точные решения уравнений движения космического корабля с солнечным парусом при постоянном угле установки паруса. – В кн.: *Механика: Сб. переводов*, № 1. – М.: 1962, 55 – 61.)
- 1.18. *Pozzi A., Socio L.* Some remarks on solar sail. – *ARS J.*, 1961, v. 31, № 8, 16 – 28.
- 1.19. *Socio L.* La navigazione con vela solare. – *Missili*, 1961, t. 3, № 3, p. 5 – 11. (Рус. пер.: *Сочо Л.* Плавание под солнечным парусом. – *Вопросы ракетной техники: Сб. переводов*, № 10. – М.: ИЛ, 1962, 38 – 44.)
- 1.20. *Pozzi A.* Su un metodo di soluzione del problema della vela solare. – *Missili*, 1961, t. 3, № 6, 1 – 12.
- 1.21. *Jahsman W.E.* Mass consideration in ring supported by solar sail. – *ARS J.*, 1960, v. 30, № 3, 287 – 288.
- 1.22. *Rowell L.N.* A method for determining initial condition for solar sailing. – *J. Astronaut. Sci.*, 1964, v. 10, № 1, 20 – 25.
- 1.23. *Kiefer J.W.* Feasibility considerations for a sail powered multi-mission solar probe. – *Proc. 15 Int. Astronaut. Congr.*, 1964, Warszawa, v. I, Paris, 1965, 383 – 416.
- 1.24. *Edwards D.K.* Radiation stresses on real surfaces. – *AIAA J.*, 1965, v. 5, № 3, 1 – 7.
- 1.25. *Naumann H.D.* Strahlungsdruck und Raumflugtechnik. – *Astron. und Raumfahrt*, 1967, № 3, 68 – 74.
- 1.26. *Matsuo Hiroki.* Orbital characteristic of solar sail. – *J. Jap. Soc. Astronaut. and Space Sci.*, 1973, № 2, 21 – 26.
- 1.27. *Маланин В.В., Мительман С.Е.* К движению аппарата с солнечным парусом в центральном гравитационном поле. – *Учен. зап. Перм. ун-та*, 1971, № 239, 263 – 273.
- 1.28. *Гриневицкая Л.К., Поляхова Е.Н.* Развитие идей Ф.А.Цандера о полете аппарата с солнечным парусом в современной динамике космического полета. – В кн.: *Тр. 3-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей Ф.А. Цандера. Секция "Астродинамика"*. – М., 1975, 37–44.
- 1.29. *Гриневицкая Л.К., Поляхова Е.Н.* Космический полет с солнечным парусом: приоритет Ф.А.Цандера и современное состояние проблемы. – В кн.: *Тр. 6-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей Ф.А.Цандера. Секция "Исследование научного творчества Ф.А.Цандера"*. М., 1981, 27 – 35.
- 1.30. *Меркулов И.И.* Уравнения движения космического аппарата с солнечным парусом. – В кн.: *Тр. 10-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей К.Э.Циолковского. Секция "Проблемы ракетной и космической техники"*. М., 1975, 141 – 149.
- 1.31. *Меркулов И.А.* К сравнительной оценке эффективности солнечного паруса и ионного двигателя. – В кн.: *Тр. 2-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей Ф.А.Цандера. Секция "Теория и конструкция двигателей"*. – М., 1974, 46 – 54.
- 1.32. *Меркулов И.А., Хоромский И.А.* Влияние параметров экрана на оценку эффективности солнечного паруса. – В кн.: *Тр. 2-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей Ф.А.Цандера. Секция "Теория и конструкция двигателей"*. – М., 1974, 55 – 63. См. также: *Ф.А.Цандер и современная космонавтика*. – М.: Наука, 1976, 100 – 105.
- 1.33. *Кирпичникова С.Н.* Энергетически оптимальные полеты с учетом влияния светового давления. – *Вестн. ЛГУ*, 1965, № 7, 144 – 156.

- 1.34. Kelley H. J. Gradient theory of optimal flight path. — ARS J., 1960, v. 30, № 10, 59 — 64.
- 1.35. Cavotti G. R. Numerical solutions of the astronomical problem for optimum solar sail transfer. — General Electric Co. Pap., 1962, № 2627 — 62, 13 — 18.
- 1.36. Жуков А. Н., Лебедев В. Н. Вариационная задача о перелете между гелиоцентрическими круговыми орбитами с помощью солнечного паруса. — Космич. исслед., 1964, т. 2, № 1, 46 — 50.
- 1.37. Понягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. — М.: Физматгиз, 1961.
- 1.38. Jayaraman T. S. Time-optimal orbit transfer trajectory for solar sail spacecraft. — J. Guidance and Contr., 1980, v. 3, № 6, 536 — 542.
- 1.39. Валеев К. Г. Качественные исследования дифференциальных уравнений полета при помощи солнечного паруса. — Прикл. математика и техн. физика, 1964, № 2, 120 — 129.
- 1.40. Нарожный И. И. Применение комбинации градиентного метода и уравнений Эйлера для оптимизации траекторий аппаратов малой тяги. — Вестн. ЛГУ, 1972, № 1, 116 — 123.
- 1.41. Левантовский В. И. Под солнечным парусом в космосе. — Авиация и космонавтика, 1962, № 11, 26 — 31.
- 1.42. Зильманович Д. Я. Солнечный парус — идея Цандера. — Природа. 1966, № 8, 100 — 105.
- 1.43. Поляков Г. Г. Обратные задачи при движении космического парусника с переменной площадью солнечного паруса. — В кн.: Тр. 4-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей Ф. А. Цандера. Секция "Астродинамика". — М., 1978, 102 — 110.
- 1.44. Sauer C. G. Optimum solar sail interplanetary trajectories. — AIAA Pap., 1976, № 792, 1 — 8. (Сокр. рус. пер.: Сауер К. Оптимальные межпланетные траектории движения с солнечным парусом. — Экспресс-информация: Астронавтика и ракетодинамика. — М.: ВИНТИ, 1977, № 27, 1 — 8.)
- 1.45. Коган А. Ю., Котин В. А. Об оптимальных траекториях аппарата с солнечным парусом. — В кн.: Тр. Объед. науч. Чтений, посвящ. памяти выдающихся сов. ученых — пионеров освоения космич. пространства. Москва, 1979. Секция "Прикл. небесная механика и управление движением". — М., 1979, 173 — 181.
- 1.46. Wesseling P. A two-variable asymptotic solution for three-dimensional solar powered low-thrust trajectories in the vicinity of the ecliptic plane. — Astronaut. acta, 1967, v. 13, № 4, 431 — 440.
- 1.47. Van der Ha J. C., Modi V. J. Long-term evaluation of three-dimensional heliocentric solar sail trajectories with arbitrary fixed sail setting. — Celest. Mech., 1979, v. 19, № 2, 113—138.
- 1.48. Van der Ha J. C., Modi V. J. On the maximisation of orbital momentum and energy using solar radiation pressure. — J. Astronaut. Sci., 1979, v. 17, № 1, 63 — 84.
- 1.49. Wilson A. A history of balloon satellites. — J. Brit. Int. Soc., 1981, v. 34, № 1, 10 — 22.
- 1.50. Федоров Ю. А. Под солнечным парусом. — Техника — молодежи, 1969, № 8, 18.
- 1.51. Буль П. Планета обезьян: Пер. с фр. — М.: Молодая гвардия, 1967, т. 13. — (Библиотека современной фантастики).
- 1.52. Маланин В. В., Мительман С. Е., Реньях А. В., Реньях Н. А. Некоторые случаи движения аппарата под действием светового давления. — Учен. зап. Перм. ун-та, 1971, № 262, 30 — 37.

- 1.53. *Маланин В.В., Репях А.В.* К движению аппарата с двумя солнечными парусами. — В кн.: Проблемы механики управляемого движения. — Пермь, 1974, № 5, 99 — 108.
- 1.54. *Маланин В.В., Репях А.В.* Вращательное движение аппарата с двумя солнечными парусами. — В кн.: Сб. науч. тр. Перм. политехн. ин-та, 1975, № 170, 107 — 112.
- 1.55. *Скопцов А.П.* Вариационная задача о выходе космического аппарата с солнечным парусом из сферы притяжения Земли. — В кн.: Проблемы механики управляемого движения. — Пермь, 1971, № 1, 216 — 234.
- 1.56. *Мелькумов Т.М.* Основные идеи Ф.А.Цандера в области ракетных двигателей. — В кн.: Ф.А.Цандер и современная космонавтика. — М.: Наука, 1976, 17 — 21.
- 1.57. *Бутков А.Н.* О космическом парусе. — В кн.: Тр. 7-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей К.Э. Циолковского. Секция "Проблемы ракетной и космической техники". — М., 1974, 19 — 23.
- 1.58. *Marx G.* Interstellar vehicle propelled by terrestrial laser beam. — *Nature*, 1966, № 211, 22 — 23.
- 1.59. *Forward R.L.* Round-trip interstellar travel using laser-pushed lightsails. — *J. Spacecraft and Rockets*, 1984, v. 21, № 2, 187 — 195.
- 1.60. *Джуманалиев Н.Д., Киселев М.И.* О связанном движении космических аппаратов с солнечными парусами. — Тр. Кирг. ун-та. Серия физ. наук, 1973, № 2, 143 — 147.
- 1.61. *Джуманалиев Н.Д., Киселев М.И.* Приближенный аналитический расчет межорбитального перелета с претерпевающим износ солнечным парусом. — Тр. Фрунз. политехн. ин-та, 1975, № 90, 142 — 145.
- 1.62. *Поляхова Е.Н.* Парусная гелиоцентрическая задача с переменной редуцией гравитационного поля. — *Вестн. ЛГУ*, 1984, № 19, 63 — 68.
- 1.63. *Solar sailing.* — *Spaceflight*, 1977, v. 19, № 4, 124 — 128.
- 1.64. *Friedman L.D., MacNeal R.H.* a.o. *Solar sailing — the concept made realistic.* — *AIAA Pap.*, 1978, N 82, 1 — 16. (Сокр. рус. пер.: Солнечный парус — идея становится реальностью. — *Экспресс-информация: Астронавтика и ракетодинамика*, № 38. — М.: ВИНТИ, 1978, 11 — 19.)
- 1.65. *Friedman L.D.* Solar sail development program (Final Report). — *Jet Propulsion Laboratory Rep.*, Pasadena, Ca., 1978, v. 1, № 720, 9 — 20.
- 1.66. *Wright J.L.* Solar sailing: evaluation of concept and potential. — *Battelle Memor. Inst. Rep.*, 1974, № 11, 74 — 81.
- 1.67. *Wright J.L.* Physical principle of solar sailing. — *Proc. Solar Sail Small Sympos.*, AAS — J.P.L., 1977, 13 — 18.
- 1.68. *Wright J.L., Warmke T.* Solar sail mission applications. — *AIAA Pap.*, 1976, № 808, 1 — 6. (Сокр. рус. пер.: *Экспресс-информация: Астронавтика и ракетодинамика*, № 27. — М.: ВИНТИ, 1977, 1 — 8.)
- 1.69. *Hughes D.W.* Visiting Halley's Comet. — *Nature*, 1977, v. 268, № 5620, 468 — 488.
- 1.70. *MacNeal R.H.* The Heliogyro, an interplanetary flying machine. — *NASA C. Rep.*, 1967, № 6, 15 — 19.
- 1.71. *MacNeal R.H.* Structural dynamics of the Heliogyro. — *NASA C. Rep.*, 1971, № 1, 7 — 11.
- 1.72. *MacNeal R.H.* Comparison of the solar sail with electric propulsion system. — *NASA C. Rep.*, 1972, № 2, 26 — 28.
- 1.73. *Taille R.* L'Heliogyro — voilier spatial. — *Sci. et vie*, 1977, v. 129, № 718, 47 — 51.
- 1.74. *Designing a "Space yacht".* — *Spaceflight*, 1977, v. 19, № 6, 209 — 210.
- 1.75. *NASA's solar sail concept.* — *Interavia Air Lett.*, 1977, № 8791, 7.

- 1.76. NASA chooses Heliogyro as sail candidate for Halley mission. — *Aerospace Daily*, 1977, v. 85, № 38, 300.
- 1.77. *Rhea T.* Study advanced planetary missions. — *Ind. Res.*, 1977, v. 19, № 3, 24.
- 1.78. *Аксенов С.* Под парусами в космос. — *Техника — молодежи*, 1978, № 1, 26 — 27.
- 1.79. Polyimid top candidate for solar sails. — *Plast. World*, 1977, v. 35, № 9, 10.
- 1.80. *Steuer W.H.* Material problems in solar sail development. — *AIAA Pap.*, 1980, № 315, 1 — 9. (Сокр. рус. пер.: *Экспресс-информация: Астронавтика и ракетодинамика*, № 47. — М.: ВИНТИ, 1980, 4 — 13.)
- 1.81. *Boudry R.A.* Advances composites: future space applications. — *Adv. Compos. Technol. Conf. Pap.*, El Segundo, Ca., 1978, 197 — 215.
- 1.82. *Breton R.G.* Discussion meeting on Gossamer spacecraft (ultralight-weight spacecraft): Final Rep. — *Sci. and Techn. Aerospace Repts.*, 1980, v. 18, № 17, 2235.
- 1.83. *Rowe W.M., Luedke E.E., Edwards D.K.* Thermal radiative properties of solar sail film materials. — *AIAA Pap.*, 1978, № 852, 1 — 8.
- 1.84. *Stimpson L.D.*, a.o. Thermal control of a solar sail. — *AIAA Pap.*, 1978, № 885, 1 — 9.
- 1.85. Private space group plans solar sail mission. — *Aerospace Daily*, 1982, v. 118, № 30, 240.
- 1.86. *Staeble R.L.* An expedition to Mars employing Shuttle-era systems, solar sail and aerocapture. — *J. Brit. Int. Soc.*, 1982, v. 35, № 7, 327 — 335.
- 1.87. *Drexler K.E.* High performance solar sails and related reflecting devices. — *AIAA Pap.*, 1979, № 1418, 1 — 7.
- 1.88. *Drexler K.E.* Lightsail update. — "L-5" *News*, 1979, v. 4, № 11, 1 — 2.
- 1.89. *Drexler K.E.* Design of high performance solar sail system. — *Mass Inst. Technol., Space Systems Lab. Rep.*, 1979, № 5, 4 — 10.
- 1.90. *Matloff G.L., Mallove E.* Solar sail starships: the clipper ships of the Galaxy. — *J. Brit. Int. Soc.*, 1981, v. 34, № 9, 371 — 380.
- 1.91. *Matloff G.L., Mallove E.* The interstellar solar sail — optimization and further analyses. — *J. Brit. Int. Soc.*, 1983, v. 36, № 5, 201 — 209.
- 1.92. *Matloff G.L., Mautner M.* Solar sails and red giants: the final fate of a type II civilization. — *Bull. of the American Astronom. Soc.*, 1979, v. 11, № 2, 456 — 459.
- 1.93. *Цандер Ф.А.* Об отклонении метеоров и их задерживании действием электростатического электричества. — В кн.: *Проблема полета при помощи реактивных аппаратов: Межпланетные полеты*. — М.: Оборон-гиз, 1961, 429 — 435.
- 1.94. *Gossland M., Balmain K.G., Treadaway M.J.* Surface flashover arc orientation on mylar film. — *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, v. 28, № 6, 4535 — 4540.
- 1.95. *Hazelton R.C.* a.o. Effect of material parameters on the charging characteristics of irradiated dielectrics. — *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1981, v. 28, № 6, 4541 — 4546.
- 1.96. *Bouton F.* Reflecteurs solaires souples. Etude en vue d'améliorer la stabilité en ambiance spatial. — *Spacecr. Mater. Sp. Environ.*, Paris, 1982, 13 — 20.
- 1.97. *Matloff G.L.* Beyond the thousand-year arc: further study of non-nuclear interstellar flight. — *J. Brit. Int. Soc.*, 1983, v. 36, № 11, 483 — 489.
- 1.98. *Matloff G.L.* Interstellar solar sailing: consideration of real and projected sail materials. — *J. Brit. Int. Soc.*, 1984, v. 37, № 3, 201 — 209.
- 1.99. *Matloff G.L.* Interstellar solar sailing: consideration of real and projected sail materials. — *J. Brit. Int. Soc.*, 1984, v. 37, 135 — 141.
- 1.100. *Matloff G.L.* The state of the art solar sail and the interstellar precursor mission. — *J. Brit. Int. Soc.*, 1984, v. 37, 491 — 494.

- 1.101. *Коровин И.М.* Развитие идей Ф.А.Цандера в области защиты космических кораблей от воздействия внешней среды. — В кн.: Ф.А.Цандер и современная космонавтика. — М.: Наука, 1976, 178 — 183.

К части II (§ 13—19)

- 2.1. *Perkins F.M.* Flight mechanics of low-thrust spacecraft. — J. Aerospace Sci., 1959, v. 26, № 5, 22 — 26.
- 2.2. *Охоцимский Д.Е.* Исследование движения в центральном поле под действием постоянного касательного ускорения. — Космические исследования, 1964, т. 2, № 6, 817 — 842.
- 2.3. *Ларичева В.В., Ефимов Г.Б.* Применение асимптотики несимметричных колебаний в задачах разгона точки малой тяги в центральном поле притяжения. — Препринт Ин-та прикл. мат. АН СССР, 1983, № 108.
- 2.4. *Finkle W.R.* A generalized three-dimensional trajectory analysis of planetary escape by solar sail. — ARS J., 1962, v. 32, № 6, 833 — 887. (Рус. пер.: *Фимил В.Р.* Обобщенный анализ пространственной траектории выхода из поля тяготения планеты с помощью солнечного паруса. — В кн.: Вопросы ракетной техники: Сб. переводов, № 6. — М., 1962, 14 — 22.)
- 2.5. *Шувалов В.В.* Световое давление как динамический фактор в движении искусственных небесных тел. — Учен. зап. Ярослав. гос. пед. ин-та, 1963, № 56, 189 — 240.
- 2.6. *Поляхова Е.Н.* О некоторых частных случаях эволюции орбит легких спутников Земли. — Вестн. ЛГУ, 1971, № 19, 133 — 139.
- 2.7. *Hough M.E.* Sun-synchronous orbits near critical inclination. — Celest. Mech., 1981, № 25, 137 — 157.
- 2.8. *Кларк А.* Солнечный ветер. — Библиотека современной фантастики, т. 6. — М.: Молодая гвардия, 1966.
- 2.9. *Егоров В.А., Гусев Л.И.* Динамика перелетов между Землей и Луной. — М.: Наука, 1980.
- 2.10. *Sands N.* Escape from planetary gravitational fields by use of solar sail. — ARS J., 1961, v. 31, № 4, 527 — 531.
- 2.11. *Гриневицкая Л.К., Поляхова Е.Н.* Построение приближенного решения уравнений геоцентрического движения космического аппарата с солнечным парусом. — Вестн. ЛГУ, 1973, № 7, 134 — 143.
- 2.12. *Гриневицкая Л.К., Поляхова Е.Н.* Оценка погрешностей аналитического метода расчета геоцентрических траекторий аппарата с солнечным парусом. — Вестн. ЛГУ, 1979, № 7, 95 — 98.
- 2.13. *Гриневицкая Л.К., Поляхова Е.Н.* Задача о движении с солнечным парусом в случае слабо эллиптической начальной орбиты. — В кн.: Тр. 5-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей Ф.А.Цандера. Секция "Астродинамика". — М., 1978, 71 — 80.
- 2.14. *Гриневицкая Л.К., Макаров Б.Г., Поляхова Е.Н.* Построение приближенных решений уравнений геоцентрического движения с солнечным парусом при выходе с орбиты произвольного эксцентриситета. — В кн.: Идси Ф.А.Цандера и вопросы астродинамики. Тр. 7-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей Ф.А.Цандера. — М., 1982, 62 — 64.
- 2.15. *Гриневицкая Л.К., Поляхова Е.Н.* Влияние тени Земли на движение космического аппарата с солнечным парусом. — Вестн. ЛГУ, 1976, № 1, 133 — 141.
- 2.16. *Гриневицкая Л.К., Поляхова Е.Н.* Движение космического аппарата с солнечным парусом в атмосфере Земли. — В кн.: Тр. Объед. науч. Чтений, посвящ. памяти ученых — пионеров освоения космич. прост-

- ранства, Москва, 1979. Секция "Прикл. небесная механика и управление движением". — М., 1979, 182–189.
- 2.17. *Гриневицкая Л.К., Поляхова Е.Н.* Построение решения уравнений движения центра масс аппарата с солнечным парусом по произвольно ориентированной геоцентрической орбите. — Космич. исслед., 1976, т. 14, № 3, 343 – 347.
 - 2.18. *Гриневицкая Л.К., Поляхова Е.Н.* Пространственная задача о движении с помощью солнечного паруса. — В кн.: *Астрономия и геодезия*. — Томск, 1977, № 6, 76 – 83.
 - 2.19. *Гриневицкая Л.К., Поляхова Е.Н.* Общая постановка задачи об отыскании решений уравнений геоцентрического движения космического аппарата с солнечным парусом. — В кн.: *Тр. 4-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей Ф.А.Цандера. Секция "Астродинамика"*. — М., 1978, 102 – 110.
 - 2.20. *Поляхова Е.Н.* Влияние теневых эффектов на движение искусственных спутников Земли. — Вестн. ЛГУ, 1972, № 1, 138 – 144.
 - 2.21. *Поляхова Е.Н.* О методах учета возмущающего влияния тени Земли. — Депонир. в ВИНТИ 29 июня 1977 г., № 2670-77. Деп., Редкол. журн. Вестн. ЛГУ. Мат., мех., астрон., Л., 1977, 42 с. Реф. опубл.: Вестн. ЛГУ, 1977, № 19, с. 158.
 - 2.22. *Журич Б.А.* Оценка времени затмения спутников Земли. — В кн.: *Современные проблемы небесной механики и астродинамики*. — М.: Наука, 1973, 119 – 122.
 - 2.23. *Емельянов Н.В.* Влияние притяжения Луны и Солнца на движение ИСЗ. — В кн.: *Движение искусственных спутников Земли: Итоги науки и техники. (Серия "Исследование космического пространства")*. — М.: ВИНТИ, 1980, т. 15, 44 – 63.
 - 2.24. *Colombo G.J.* On some singular orbits of the Earth. — Moon satellite with high area – mass ratio. — *Smith Astrophys. Obs. Sp. Report*, 1962, № 107, 1 – 24.
 - 2.25. *Colombo G.J.* Evolution of a mission concept from a solar probe to a solar orbiter. — *Instabilities. Dyn. Syst. Symp., Dordrecht e.o.*, 1979, 278 – 279.
 - 2.26. *Van der Ha J.C., Modi V.J.* Long term orbital behaviour of a satellite in the ecliptic plane under the influence of solar radiation. — 27-th Intern. Astronaut. Congr., Anaheim, Ca., 1976, Paper № 76–00 006.
 - 2.27. *Van der Ha J.C., Modi V.J.* Long-term solar radiation effects upon an orbit in the ecliptic. — *Acta Astronaut.*, 1977, v. 4, № 7 – 8, 813 – 831.
 - 2.28. *Van der Ha J.C., Modi V.J.* Analytical evaluations of solar radiation induced orbital perturbations of space structures. — *J. Astronaut. Sci.*, 1977, v. 25, № 4, 293 – 306.
 - 2.29. *Van der Ha J.C., Modi V.J.* Solar pressure induced orbital perturbations and control of a satellite in an arbitrary orbit. — *AIAA Paper*, 1977, № 32, 1 – 9. (Сокр. рус. пер.: *Экспресс-информация: Астронавтика и ракетодинамика*, № 44. — М.: ВИНТИ, 1977, 16 – 25.)
 - 2.30. *Van der Ha J.C., Modi V.J.* Orbital perturbations and control by solar radiation forces. — *J. Spacecraft and Rockets*, 1978, v. 15, № 2, 105 – 112.
 - 2.31. *Cohen M.J., Freestone M.M.* Spiral trajectories in the plane of the ecliptic using solar sails. — *Proc. 15 Int. Astronaut. Congr.*, 1964, Warszawa, v. 1. Paris, 1965, 363 – 382.
 - 2.32. *Лукьянов С.С.* Задача об управлении движением космического аппарата силами светового давления в окрестности коллинеарной точки либрации. — Препринт Ин-та прикл. мат. АН СССР, 1979, № 112, – 31.
 - 2.33. *Лукьянов С.С.* Об управлении движением космического аппарата в окрестности коллинеарной точки либрации силами светового давле-

- ния. — В кн.: Тр. Объед. науч. Чтений, посвящ. памяти выдающихся сов. ученых — пионеров освоения космич. пространства. — М., 1980, 45 — 56.
- 2.34. *Лукьянов С.С.* Управление движением космического аппарата в окрестности коллинеарной точки либрации круговой задачи трех тел с помощью светового давления. — Космич. исслед., 1981, т. 19, № 4, 518 — 527.
 - 2.35. *Лукьянов С.С.* Стохастический анализ управления движением космического аппарата в окрестности коллинеарной точки либрации с помощью сил светового давления. — Препринт Ин-та прикл. мат. АН СССР, 1982, № 130, 31 с.
 - 2.36. *Константинов М.С., Котин В.А.* Об управлении космическим аппаратом с солнечным парусом в окрестности коллинеарных точек либрации. — В кн.: Идеи Ф.А.Цандера и вопросы астродинамики. Тр. 7-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей Ф.А.Цандера. — М., 1982, 56 — 61.
 - 2.37. *Пережогин А.А.* Исследование устойчивости движения в некоторых задачах небесной механики с учетом светового давления. — Кандидатская диссертация, М., Моск. авиац. ин-т, 1982.
 - 2.38. *Buckingham A.G., Lim Y.C., Miller J.A.* Orbit position control using solar pressure. — J. Spacecraft and Rockets, 1965, v. 2, № 2, 863 — 867.
 - 2.39. *Miller J.A., Laprade R.H., Worley S.J.* Orbit position control for passive communications satellites. — Commun. Satellite Syst. Technology, Acad. Press, 1966, 847 — 870.
 - 2.40. *Miller J.A., Laprade R.H., Worley S.J.* Satellite station — keeping by solar radiation pressure. — Space Aeronaut., 1967, v. 47, № 4, 114 — 117.
 - 2.41. *Labeyrie A., Savaria E., Schumacher G.* Flute or Trio: different approaches to optical arrays in space. — Adv. Space Res., 1983, v. 2, № 4, 11 — 22.
 - 2.42. *Black W.L., Crocker M.C., Swenson E.H.* Station-keeping a 24-th satellite using solar radiation pressure. — J. Spacecraft and Rockets, 1968, v. 5, № 3, 335 — 337.
 - 2.43. *Crocker M.* A simulation of automatic station-keeping for synchronous satellite. — J. Spacecraft and Rockets, 1969, v. 6, № 6, 616 — 619.
 - 2.44. *Shrivastava S.K., Rajashingh C.K.* Optimum orbital control using solar radiation pressure. — J. Spacecraft and Rockets, 1975, v. 12, № 8, 616 — 619.
 - 2.45. *Shrivastava S.K.* Effects of solar radiation pressure and aerodynamics forces on satellite — attitude dynamics and their utilisation for control: a survey. — J. Indian Instit. of Sci., 1976, № 58, 391 — 411.
 - 2.46. *Shrivastava S.K., Hablani H.B., Gopinath N.S.* SPACTS: semi-passive attitude control and trajectory stabilization of geostationaty satellite. — J. Brit. Interpl. Soc., 1977, № 30, 63 — 71.
 - 2.47. *Shrivastava S.K.* Orbit perturbations and station-keeping of communications satellites. — J. Spacecraft and Rockets, 1978, v. 15, № 2, 67 — 78. (Рус. пер.: *Илривастава Ш.К.* Возмущения орбит спутников связи и управление их положением над Землей. — Ракетная техника и космонавтика, 1978, т. 16, № 8, 131 — 146.)
 - 2.48. *Gartrell C.F.* Simultaneous eccentricity and drift rate control. — J. Guidance and Contr., 1981, v. 4, № 3, 310 — 315.
 - 2.49. *Kamel A., Wagner C.A.* On the orbital eccentricity control of synchronous satellites. — J. Astronaut. Sci., 1982, v. 30, № 1, 61 — 73. (Сокр. рус. пер.: Управление эксцентриситетом орбит синхронных ИСЗ. — Экспресс-информация: Астронавтика и ракетодинамика, № 46. — М.: ВИНТИ, 1982, 1 — 9.)

- 2.50. *Van der Ha J.C., Hechler M.* The collision probability of geostationary satellites. – 32 Congr. Intern. Astronaut. Fed., Rome, 1981, 208 – 209.
- 2.51. *Куницын А.Л., Мырзабеков Т.* Регулярная прецессия стационарного орбитального корабля. – Тр. 7-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей К.Э. Циолковского. Калуга. Секция "Механика космич. полета". М., 1974, 90 – 96.
- 2.52. *Forward R.L.* Light-levitated geostationary cylindrical orbits. – J. Astronaut. Sci., 1981, v. 29, № 1, 73 – 80.
- 2.53. *Морков Б.И.* Управление орбитальным движением космического аппарата с помощью солнечного паруса: Кандидатская диссертация. – Л.: ЛГУ, 1978.
- 2.54. *Морков Б.И.* Об управляемости орбитальным движением с помощью солнечного паруса. – В кн.: Вопросы механики и процессов управления. Вып. 2. Управление динамическими системами. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1978, 142 – 147.
- 2.55. *Морков Б.И.* О приближенно-оптимальном управлении орбитальным движением аппарата с солнечным парусом. – В кн.: Вопросы механики и процессов управления. Вып. 3. Механика управляемого движения. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1979, 84 – 90.
- 2.56. *Морков Б.И.* К вопросу о движении космического аппарата с помощью солнечного паруса. – Редколл. журн. "Вестн. ЛГУ. Мат., мех., astron.", 1979, 28, депонир. в ВИНТИ 11.06.79, № 2084-79 Деп. Реф. опубли.: Вестн. ЛГУ, 1979, № 7, 124.
- 2.57. *Акуленко Л.Д., Черноусько Ф.Л.* Метод осреднения в задачах оптимального управления. – Журн. вычисл. мат. и мат. физики, 1975, т. 15, № 4, 12 – 18.
- 2.58. *Плотников В.А.* Асимптотические методы в задачах оптимального управления: Докторская диссертация. – Одесса: Одес. гос. ун-т, 1979.
- 2.59. *Поляхова Е.Н., Шмыров А.С.* Об оптимальном управлении орбитальным геоцентрическим движением космического аппарата при помощи солнечного паруса. – Тр. Объед. науч. Чтений, посвящ. памяти выдающихся сов. ученых – пионеров освоения космич. пространства. – Москва, 1980. Секция "Прикл. небесная механика и управление движением". М., 1980, 37 – 44.
- 2.60. *Морков Б.И., Поляхова Е.Н., Шмыров А.С.* Определение управления солнечным парусом для гашения возмущений геоцентрической орбиты. – В кн.: Тр. 6-х Объед. науч. Чтений по космонавтике, посвящ. памяти выдающихся сов. ученых – пионеров освоения космич. пространства. Секция "Проблемы механики и управления движением". – М., 1983, 72 – 78.
- 2.61. *Никандров А.В.* Оптимизация геоцентрической орбиты поворотом солнечного паруса по методу второй вариации. – Вестн. ЛГУ, 1982, № 7, 16 – 22.
- 2.62. *Сарычев В.А.* Вопросы ориентации искусственных спутников. – В кн.: Итоги науки и техники. Серия "Исследование космического пространства", т. 11. – М.: ВИНТИ, 1978.
- 2.63. *Попов В.И.* Системы ориентации и стабилизации космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1977.
- 2.64. *Каргу Л.И.* Системы угловой стабилизации космических аппаратов. – 2-е изд. – М.: Машиностроение, 1980.
- 2.65. *Джуманалиев Н.Д., Киселев М.И.* О малых колебаниях черно-белых тел, стабилизированных световым давлением. – Космич. исслед., 1967, т. 5, № 4, 636 – 637.

- 2.66. Джуманалиев Н.Д., Киселев М.И. О малых колебаниях систем с солнечным парусом. — Космич. исслед., 1970, т. 8, № 1, 148 — 151.
- 2.67. Джуманалиев Н.Д., Киселев М.И., Кречетников О.В. О солнечном руле. — Космич. исслед., 1971, т. 9, № 4, 613—615.
- 2.68. Гурко О.В., Слабкий О.В. Использование силовых влияний гравитационного и светового полей Солнца для ориентации космических аппаратов. — В кн.: Искусственные спутники Земли, вып. 16. — М.: Изд-во АН СССР, 1963, 34 — 45.
- 2.69. Коган А.Ю. Динамика роторного солнечного паруса. — В кн.: Тр. Объед. науч. Чтений, посвящ. памяти выдающихся сов. ученых — пионеров освоения космич. пространства. Москва, 1979. Секция "Прикл. небесная механика и управление движением". — М., 1979, 134 — 141.
- 2.70. Модц В.Дж., Панде К.К., Кумар К. Оптимальное управление угловым положением космического аппарата, использующее давление солнечной радиации. — В кн.: Управление в пространстве. Т. 2. — М.: Наука, 1976, 21 — 29.
- 2.71. Stuck B.W. Solar pressure three-axis attitude control. — J. Guidance and Contr., 1980, v. 3, № 2, 132 — 139.
- 2.72. Лукьянов А.В. К теории пленочных отражателей. — Космич. исслед., 1969, т. 7, № 6, 952 — 953.
- 2.73. Лукьянов А.В. Пленочные отражатели в космосе. — М.: Изд-во МГУ, 1977.
- 2.74. Luk'yanov A.V. Superlight rotating reflectors in space. — Acta Astronaut., 1981, v. 8, № 4, 349 — 360.
- 2.75. Luk'yanov A.V. Space sail linear. — 32 Congr. Int. Astronaut. Fed., Abstrs. Pap. — Rome, 1981, 19.
- 2.76. Лукьянов А.В. Космический парусный лайнер. — М., 1981, 18 с. (Рукопись деп. в ВИНТИ 25.12.81, № 5857-81 Деп.)
- 2.77. Лукьянов А.В. Перспективы применения и возможности создания космических солнечных отражателей. — В кн.: Космическая индустрия. Тр. 15-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей К.Э. Циолковского. Секция "К.Э. Циолковский и проблемы освоения космического пространства". — М.: 1981, 96 — 101.
- 2.78. Luk'yanov A.V. Space sail linear. — Acta Astronaut., 1982, v. 9, № 6, 359 — 364.
- 2.79. Хит Т., Гофман М. Современное состояние разработки солнечных концентраторов. — В кн.: Вопросы ракетной техники: Сб. переводов, № 3. — М.: Мир, 1968, 31 — 38.
- 2.80. Pande K.C., Venkatachalam R. Optimal solar pressure attitude control of spacecraft. I, II. — Acta Astronaut., 1982, v. 9, 533 — 540, 541 — 545. (Сокр. рус. пер.: Экспресс-информация: Астронавтика и ракетодинамика. — М.: ВИНТИ, 1982, № 46, 1 — 9.)
- 2.81. Hibbard D. Attitude stabilization using focused radiation pressure. — ARS J., 1961, v. 31, № 11, 844 — 845.
- 2.82. Ue L.A. Orientation of spinning satellites by radiation pressure. — AIAA J., 1963, v. 1, № 7, 1575 — 1579.
- 2.83. Галицкая Э.Б., Киселев М.И. О радиационной ориентации космических аппаратов. — Космич. исслед., 1965, т. 3, № 3, 391 — 394.
- 2.84. Crocker M., Chandler C.M. Attitude control of a sun pointing spinning spacecraft by means of solar radiation pressure. — J. Spacecraft and Rockets, 1970, v. 7, № 3, 357 — 359.
- 2.85. Nicklas T.C., Acord J.D. a.o. Attitude control for spacecraft. — Патент США, № 3, 304, 028 кл. 244-1, опубли. 14.02.67.

- 2.86. *Renner U.* Attitude control by solar sailing – a promising experiment with OTS-2. – *ESA J.*, 1979, v. 3, № 1, 35 – 40.
- 2.87. *Renner U.* One year of solar sailing with OTS. – *ESA Bull.*, 1982, № 31, 75 – 79.
- 2.88. *Заблуда С.М., Янишин А.М.* Оптимальные формы солнечных и аэродинамических стабилизаторов. – В кн.: Тр. 5-х Объед. науч. Чтений по космонавтике, посвящ. памяти выдающихся сов. ученых – пионеров освоения космич. пространства. Секция "Прикл. небесная механика и управление движением". – М., 1981, 147 – 158.
- 2.89. *Заблуда С.М., Янишин А.М.* Оптимальные формы солнечных и аэродинамических стабилизаторов при заданной площади. – В кн.: Тр. 6-х Объед. науч. Чтений по космонавтике, посвящ. памяти выдающихся сов. ученых – пионеров освоения космич. пространства. Секция "Проблемы механики и управления движением". – М., 1983, 118–126.
- 2.90. *Блинов А.П.* Об оптимальной стабилизации стационарного движения космического аппарата относительно центра масс силами светового давления. – В кн.: Тр. 6-х Объед. науч. Чтений по космонавтике, посвящ. памяти выдающихся сов. ученых – пионеров освоения космич. пр-ва, Москва, 1982. Секция "Проблемы механики и управления движением". М., 1983, 127 – 135.
- 2.91. *Блинов А.П.* Об оптимальной стабилизации стационарного движения и переориентации космического аппарата силами светового давления. – *Космич. исслед.*, 1983, т. 21, № 5, 675 – 684.
- 2.92. *Попов В.И., Янов И.О.* Динамика радиационно-ориентированного космического аппарата с учетом теплового изгиба стабилизатора. – В кн.: Тр. 6-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей К.Э.Циолковского. Секция "Механика космического полета". – М., 1973, 103 – 112.
- 2.93. *Попов В.И., Янов И.О.* Динамика вращающегося радиационно-ориентированного космического аппарата. – В кн.: Тр. 8-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей К.Э.Циолковского. Секция "Механика космического полета". – М., 1973, 85 – 95.
- 2.94. *Попов В.И., Янов И.О.* Устойчивость движения радиационно-стабилизированного тела с учетом затенения. – Тр. МВТУ, 1973, № 173, 62 – 64.
- 2.95. *Попов В.И., Янов И.О.* Ориентация солнечного паруса. – В кн.: Тр. 2-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей Ф.А.Цандера. Секция "Астродинамика". – М., 1974, 57 – 66. (См. также: Ф.А.Цандер и современная космонавтика. – М.: Наука, 1976, 137 – 142.)
- 2.96. *Попов В.И., Янов И.О.* Использование солнечного давления для управления ориентацией вращающегося космического аппарата. – *Космич. исслед.*, 1976, т. 14, № 3, 359 – 365.
- 2.97. *Попов В.И., Янов И.О.* Повышение точности пассивной системы солнечной ориентации космического аппарата. – В кн.: Тр. 5-х Чтений, посвящ. разраб. науч. наследия и развитию идей Ф.А.Цандера. Секция "Астродинамика". – М., 1978, 106 – 115.
- 2.98. *Shrivastava S.K., Modi V.J.* Satellite attitude dynamics and control in presence of environmental torques – a brief survey. – *J. of Guidance, Control and Dynamics*, 1983, v. 6, № 6, 461 – 471. (Рус. пер.: Аэрокосмическая техника, 1984, т. 2, № 12, 133 – 147.)
- 2.99. *Svitek T.* Solar sail as OTV/solar sail concept study: Phase II Report. – *AIAA Paper*, 1983, № 1347, 1 – 8.

- 2.100. *Васильев Л.А.* Определение давления света на космические летательные аппараты. — М.: Машиностроение, 1985, 208 с.
- 2.101. *Белецкий В.В., Яншин А.М.* Влияние аэродинамических моментов сил на вращательное движение искусственных спутников. — Киев: Наукова думка, 1984, 186 с.
- 2.102. *Лукьянов А.В.* Большие парусные космические корабли. — Тр. 17 Чте-ний К. Э. Циолковского, 1982, Калуга, Секц.: "К.Э. Циолковский и проблемы освоения космического пространства". — М., 1983, 91–98.
- 2.103. *Пережогин А.А.* Об устойчивости положений относительного равнове-сия космической станции в треугольных точках либрации фото-гравитационной задачи трех тел. — Косм. исслед., 1985, № 5, 676–683.
- 2.104. *Поляхова Е.Н.* Влияние износа зеркальной пленки под действием космических факторов на динамику движения солнечного паруса в цандеровской ориентации по гелиоцентрической орбите. — Гагарин-ские научные Чтения по космонавтике и авиации 1983–1984 гг., М., 1985, с. 62.
- 2.105. *Поляхова Е.Н., Шмыров А.С.* Об оптимальном управлении орбиталь-ным геоцентрическим движением космического аппарата при полете с солнечным парусом. — В кн.: Научные пробл. авиации и космонавти-ки. История и современность. М., 1985, 147–151.
- 2.106. *Hedgepeth J.M., Benton M.D.* Analysis of planetary fly by using the Heliogyro solar sailer. — Astro Res. Corp. Rep., 1968, № 296.
- 2.107. *MacNeal R.H., Hedgepeth J.M., Shuerch H.V.* Heliogyro solar sailer summa-ry report. — NASA C. Rep., 1969, № 1329.
- 2.108. *Cotter T.P.* An encomium on solar sailing. — Los Alamos Scient. Lab. Rep., 1973, № 5231-MS.
- 2.109. *Uphoff C.W.* Solar sailign: potential for future mission. — JPL Rep., 1977, № 760–164.
- 2.110. *Sauer C.G.* Comparison of solar-sail and ion-drive trajectories for a Halley's comet rendez-vous. — AAS/AIAA Astrodyn. Conf., 1977, 20–25.
- 2.111. *MacNeal R.H.* et al. Heliogyro solar sail summary report — NASA C. Rep., 1969, № 1329.
- 2.112. *Wright J., Sauer C.G., Chen-wan-Yen.* Solar sail concept and applications. — JPL Rep., 1980, 1–49.
- 2.113. *Lippman M.E.* In-space fabrication of thin-film structure. — Astron. Res. Corp. Rep., 1972, № 410.
- 2.114. *Ross J.H.* Superstrength fiber applications. — Astronaut. and Aeronaut., 1977, 15, № 12, 44–50.
- 2.115. *Rowe W.M.* ed. Sail film materials and supporting structure for a solar sail: a preliminary design. — JPL Rep., 1978, № 720–9, 4.
- 2.116. *Frisch B.* Composites and the hard knocks of space. — Astronaut. and Aeronaut., 1983, 21, № 5, 83–88.
- 2.117. *Forward E.L.* Round-trip interstellar travel using laserpushed lightsails. — J. Spacecraft and Rockets, 1984, 21, № 2, 187–195.
- 2.118. *Jones E.M.* A manned interstellar vessel using microwave propulsion: Dyson ship. — J. Brit. Interpl. Soc., 1985, 38, № 6, 270–273.
- 2.119. *Matloff G.L., Mallove E.F.* The first interstellar colonization mission. — J. Brit. Interpl. Soc., 1980, 33, № 2, 84–88.
- 2.120. *Matloff G.L.* On the potential performance of non-nuclear interstellar arks. — J. Brit. Interpl. Soc., 1985, 38, № 4, 113–119.
- 2.121. *Matloff G.L., Mallove E.F.* Non-nuclear interstellar flight: application of planetary gravitational assists. — J. Brit. Interpl. Soc., 1985, 38, № 4, 133–136.

ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Белецкий В.В. 14, 67, 124, 156–159, 165, 172, 177, 190, 209, 278
 Бессель Ф. (Bessel F.) 7, 31
 Блинов А.П. 273
 Бредихин Ф.А. 8
 Буль П. 120
- Вавилов С.И. 8
 Валеев К.Г. 100
 Васильев Л.А. 278
- Гарвин Р. (Garwin R.L.) 73
 Гриневецкая Л.К. 191, 195, 202, 211
 Гродзовский Г.Л. 5, 101, 156
 Гурко О.В. 266
 Гюйгенс Х. (Huygens) 7
- Джаяраман Т. (Jayaraman T.S.) 99
 Джуманалиев Н.Д. 128, 131, 266
 Дрекслер К. (Drexler K.E.) 146, 243
- Егоров В.А. 67, 156, 159, 165
 Ефимов Г.Б. 161
- Жуков А.Н. 92, 93, 99, 261
- Заблуда С.М. 271
 Зауер К. (Sauer C.G.) 101, 121
- Иванов Ю.Н. 5, 101, 156
- Каргу Л.И. 264, 268
 Кеплер И. (K pler I.) 7, 8
 Кирпичников С.Н. 86
 Киселев М.И. 128, 131, 266
 Кларк А. (Clarke A.) 177
 Коган А.Ю. 102, 267
 Коломбо Г. (Colombo G.J.) 217, 218
 Константинов М.С. 231
 Коровин И.М. 151
 Котин В.А. 102, 131
 Крокер М. (Crockett M.) 234
 Крукс В. 7
- Куницын А.Л. 238
 Кэвотти Дж. (Cavotti G.R.) 92
 Кэлли Х. (Kelley H.J.) 92, 98, 99
- Ларичева В.В. 161
 Лебедев П.Н. 8, 31, 32
 Лебедев В.Н. 92, 93, 99, 261
 Левантовский В.И. 14, 90, 101, 175, 190
 Лондон Г. (London H.S.) 76, 78, 80, 82, 86, 93
 Лукьянов А.В. 230, 270, 271
- Макнил Р. (MacNeal R.H.) 138
 Максвелл Дж. (Maxwell J.C.) 7
 Маланин В.В. 79, 100, 123
 Мелькумов Т.М. 127
 Меркулов И.А. 83
 Меркулов И.И. 83, 90, 112, 122
 Мительман С.Е. 79, 100
 Моды В. (Modi V.J.) 108, 218
 Морков Б.И. 244–254, 261
 Мырзабеков Т. 238
- Нарожный И.И. 100
- Охощимский Д.Е. 161
- Пережогин А.А. 232
 Перельман Я.И. 9, 13, 23, 73
 Перкинс Ф. (Perkins F.M.) 159, 161
 Поляков Г.Г. 101
 Поляхова Е.Н. 191, 202, 210, 211
 Попов В.И. 264, 274, 275
 Поцци А. (Pozzi A.) 79
- Радзиевский В.В. 18
 Райт Дж. (Wright J.L.) 136, 242
- Сарычев В.А. 264
 Скопцов А.П. 124, 172, 177, 208
 Слабкий Л.А. 266
 Сочо Л. ди (Socio L.) 79

Сэндс Н. (Sands N.) 186, 211

Тихонравов М.К. 12, 14, 59

Токарев В.В. 5, 101, 156

Тэнгей А. (Tanguay A.R.) 101

Фимпл В. (Fimble W.R.) 165, 206, 262

Форбс Д. (Forbes G.F.) 72

Форвард Р. (Forward R.L.) 238

Френель А. (Fresnel) 7

Ха Дж. ван дер (van der Ha J.C.) 108, 218

Хиббард Д. (Hibbard D.) 271

Хоромский И.А. 83

Цандер Ф.А. 3, 10–14, 40, 41, 48, 52, 56, 59, 81, 86, 118, 119, 122–124, 127, 138, 150, 151, 154, 155, 169, 210, 229, 258, 267, 275

Цзу Т.С. (Tsu T.S.) 73, 75, 78, 82, 93
Циолковский К.Э. 9, 10, 127, 280

Шмыров А.С. 259, 260

Шривастава С. 235, 236

Шувалов В.В. 169, 189, 207, 260

Эдисон Т. (Edison T.) 12

Эйлер Л. 7 (Euler L.) 7

Эрике К. (Ehrlike K.) 72, 86, 91, 120, 210, 211

Янов И.О. 277, 275

Яншин А.М. 271, 278

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Астеронды 101, 147

Атмосфера, воздействие на солнечный парус 195

Баллон см. Парус-баллон

Возмущения атмосферные траектории паруса 195

— радиационные орбит спутников 21

Время затмения паруса 203–205

Выметание пыли из Солнечной системы 39

Гелиоротор 138, 267, 270, 277

Давление световое 7, 15, 16, 27

— солнечной радиации 15, 16

Деформация паруса 30

Дрейф геостационарного спутника, парусная коррекция 234, 237

Задача вариационная оптимизации спиральных траекторий 92

— трех тел 217, 230, 231, 277

Задача Цандера о касательном переходе с зеркалом 40

Закон Ньютона—Лебедева 31

— переключения релейный 155

— половинного угла 179

Затмение паруса, максимальное время 203 и д.

Захват паруса Луной 217

Излучение солнечное 15

— —, рассеянное Землей 30

— —, — Луной 30

Интеграл энергии в фотогравитационном поле 35

Кометы 7, 90, 136, 144

Корпускулярный поток 20

Коррекция парусная 229

— в окрестности точки либрации 230

— — геостационарной орбиты 234

Коэффициент отражения 18

— прозрачности пленки 130

Лазер 128

Максвелла формула 17
 Маневр парусный орбитальный 216 и д.
 — — — — — корректирующий 229 и д.
 — — — — — в окрестности точки либрации 230
 — — — — — переходный геоцентрический 217 и д.
 Масса Солнца редуцированная ("лебедевская") 32
 Метод наискорейшего спуска 98
 Микрометеороиды 22, 39
 Ньютона—Лебедева закон 31
 Орбита в фотогравитационном поле 36
 — геосинхронная цилиндрическая 237, 238 и д.
 — с критическим наклоном 213
 — солнечно-синхронная 170, 216
 — терминаторная старта паруса 156, 162 и д., 170
 — эллиптическая псевдосинхронная 238
 Орбита-маховик 115
 Ориентация паруса 263
 — — активная 269
 — — пассивная 269
 — пассивная с помощью паруса 266
 "Пагеос" 21, 30
 Парабола покидания цандеровская 52, 63, 65
 Парадокс разгона с малой тягой 157, 158
 Парус лазерный 128, 286
 — солнечный 10, 12
 — — двухслойный 283
 — — из полимерной пленки см.
 Пленка полимерная
 — — квадратный 137, 242, 277
 — — малый (рулевой) 264
 — — наилучший 172, 124—127, 172
 — — параболический 272
 — — перфорированный 285
 — —, проекты конструкций 135 и д.
 — — роторный см. Гелиоротор
 — — с переменной парусностью 120, 231, 234
 — — с сотовой структурой 149
 — — сферический см. Парус-Баллон
 — —, ухудшение характеристик 129, 281
 — — цандеровский (β -парус) 40

Парус-баллон 29, 120, 231, 269, 277
 — в фотогравитационной точке либрации 232, 233
 — корректирующий 235
 — пульсирующий (раздувающийся) 35, 120, 231
 Парус-гелиоротор 138, 267, 270, 277
 Парусность 21, 34, 63
 — переменная 130, 231, 234
 — при цандеровском перелете 51
 — — — — — предельная 52
 — — — — — солнечных батарей 264, 268
 Парус-парашют 277
 Парус-ромашка 280
 Перелет цандеровский 47, 52
 Переменные оскулирующие 104
 Период движения по цандеровской траектории 48, 49
 Пленка полимерная 120, 121, 141 и д.
 — —, изготовление в невесомости 146
 — — параболическая вращающаяся 272
 Площадь эффективная 24
 Подъем геоцентрической орбиты 217 и д., 229
 Поле фотогравитационное 32
 Полет в ближайшую окрестность Солнца 218, 280
 — вне плоскости эклиптики 146, 286
 — к астероиду Эрос 101
 — к Венере 101
 — к звезде Барнарда 286
 — к комете Галлея, 136
 — — — Энке 144
 — к Луне 177
 — к Марсу 12, 101, 145
 — — — гомановский импульсный 44
 — — — цандеровский 50
 — к Меркурию 101
 — к околополярным окрестностям Солнца 146
 — к α Центавра 147, 285
 — экспериментальный 281
 Поток корпускулярный 20, 281
 Пробой паруса микрометеороидами 149, 281
 Радиация см. Излучение...
 Развертывание паруса 144, 148
 Разгон парусный с терминаторной орбиты 156, 162 и д.

Разгон с малой касательной тягой 156–162

Раскрутка 152 и др. (см. также Траектория раскрутки)

— терминаторная 156, 164 и д.

Редукция гравитационного поля 36, 51, 62

— массы Солнца 32

Рули солнечные 264, 269

Сила светового давления 25

— тяги 26, 28, 29

Система ориентации 263 и д.

— парусов 123, 172

— — с затенением 28

— — с переменной парусностью 28, 234

Солнечные батареи, парусность 264, 268

Солнечный ветер 20

Спираль логарифмическая 60, 63, 66, 171

— раскручивающаяся геоцентрическая 154 и д.

Стропы солнечного паруса 276

Стыковка геоцентрической и галиоцентрической траекторий 181–185

Сфера действия Земли 180

Тень Земли 202 и д.

— —, годичный поворот 213

— — искусственная 28, 210

Терморегулирование паруса 143

Точки либрации в фотогравитационной задаче 232

Траектория геоцентрическая спиральная раскручивающаяся 153 и д.

— гомановская 41, 42

— после набора параболической скорости 179 и д., 183

— раскрутки 153 и д.

— — локально-оптимальная 174

— — оптимальная 174

— — при заданном угле установки паруса 185 и д.

— спиральная вариационная 92 и д.

Траектория спиральная квазиэллиптическая 188

— —, краевая задача 92

— — логарифмическая 60, 66, 171

— — — как возмущенная цандеровская 63

— — пространственная квазикруговая 102 и д.

— цандеровская 40, 47, 149

Транспортировка астероидов 147

Угол спиральный 61

— установки паруса 24, 60

Управление гелиоротором 268

— локально-оптимальное 165, 172, 173, 190

— релейное (цандеровское) 218, 221, 226, 228

— с половинной угловой скоростью 186

Ускорение тяговое безразмерное 161

Условие оскуляции 200

Уход спутника от Земли из-за тени 209

Формула Максвелла 17

— Цандера 50

Фотогравитационное поле 32

Функция тени 205 и д.

Хвост кометы 20

Частицы метеороидные 22, 37, 39

Экранирование паруса астероидом (от разогрева) 148

Экспедиция на Марс 145

Эксцентриситет цандеровской траектории 55

Электризация поверхности паруса 151

Электростанция орбитальная солнечная 228, 229

”Эхо” 21, 228, 247

β -метеороид 40

β -парус 40

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ко второму изданию

Космический полет с солнечным парусом: идея Ф. А. Цандера и сто лет ее последующего развития	III
--	-----

Космоплавание под солнечным парусом — фантастика мечтателей или реальность недалекого будущего?	VII
---	-----

Предисловие	3
-----------------------	---

Введение	7
--------------------	---

§ 1. Открытие светового давления	7
§ 2. Солнечный парус — идея Ф.А. Цандера.	10
§ 3. Световое давление в Солнечной системе.	15
§ 4. Сила тяги и ускорение тел под действием давления солнечных лучей	23

Часть I. Гелиоцентрические траектории движения с солнечным парусом	31
--	----

§ 5. Закон Ньютона — Лебедева и динамика движений в центральном фотогравитационном поле Солнца	31
§ 6. Задача Ф.А. Цандера о межпланетном перелете по касательному гелиоцентрическому эллипсу	40
§ 7. Спиральные траектории межпланетных перелетов.	59
§ 8. Сопоставление спиральных траекторий с цандеровскими эллипсами и с касательными импульсными траекториями	84
§ 9. Вариационные задачи оптимизации спиральных гелиоцентрических траекторий	92
§ 10. Пространственная задача о квазикруговом спиральном межпланетном перелете.	102
§ 11. От плоского паруса — к системе парусов-зеркал. Износ солнечного паруса	118
§ 12. Современные проекты конструкций солнечных парусов для гелиоцентрических перелетов	135

Часть II. Геоцентрические траектории движения с солнечным парусом	152
---	-----

§ 13. Квазикруговые спиральные траектории раскрутки с солнечным парусом вокруг Земли	152
§ 14. Оптимизация геоцентрических траекторий раскрутки с "наилучшим" солнечным парусом	171
§ 15. Геоцентрические траектории раскрутки при заданном угле установки солнечного паруса	185
§ 16. Учет эффекта тени Земли в геоцентрических парусных задачах	202
§ 17. Орбитальные маневры с помощью тяги солнечного паруса	216
§ 18. Задачи орбитальной коррекции при помощи солнечных парусов	229
§ 19. Проблема поддержания требуемой ориентации солнечного паруса.	263
§ 20. Солнечный парус в околосолнечном пространстве	280

Список литературы	287
-----------------------------	-----

Именной указатель	300
-----------------------------	-----

Предметный указатель	301
--------------------------------	-----

Другие книги нашего издательства:



URSS

Серия «Синергистика: от прошлого к будущему»

Петроуз Р. **НОВЫЙ УМ КОРОЛЯ.** О компьютерах, мышлении и законах физики. Пер. с англ.

Майнцер К. **Сложносистемное мышление: Материя, разум, человечество. Новый синтез.** Пер. с англ.

Хакен Г. **Информация и самоорганизация.** Пер. с англ.

Климонтович Ю. Л. **Турбулентное движение и структура хаоса.**

Неймарк Ю. И., Ланда П. С. **Стохастические и хаотические колебания.**

Ланда П. С. **Нелинейные колебания и волны.**

Малинецкий Г. Г. **Математические основы синергетики.**

Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б. **Нелинейная динамика и хаос: основные понятия.**

Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б., Подлазов А. В. **Нелинейная динамика.**

Анщипенко В. С. **Сложные колебания в простых системах.**

Анщипенко В. С. **Знакомство с нелинейной динамикой.**

Ариольд В. И. **Теория катастроф.**

Алексеев Ю. К., Сухоруков А. П. **Введение в теорию катастроф.**

Безручко Б. П. и др. **Путь в синергетику. Экскурс в десяти лекциях.**

Данилов Ю. А. **Лекции по нелинейной динамике. Элементарное введение.**

Чернавский Д. С. **Синергистика и информация (динамическая теория информации).**

Князева Е. П., Курдюмов С. П. **Основания синергетики. Кн. 1, 2.**

Редько В. Г. **Эволюция, нейронные сети, интеллект.**

Трубецкой Д. И. **Введение в синергетику. В 2 кн.: Колебания и волны; Хаос и структуры.**

Быков В. И. **Моделирование критических явлений в химической кинетике.**

Тюкин И. Ю., Терехов В. А. **Адаптация в нелинейных динамических системах.**

Васильков Г. В. **Эволюционная теория жизненного цикла механических систем.**

Долгоносев Б. М. **Нелинейная динамика экологических и гидрологических процессов.**

Баранцев Р. Г. **Синергистика в современном естествознании.**

Пригожин И. **Неравновесная статистическая механика.**

Пригожин И., Стенгерс И. **Время. Хаос. Квант. К решению парадокса времени.**

Пригожин И., Стенгерс И. **Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой.**

Пригожин И., Лендсдорф П. **Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций.**

Суздальев И. П. **Нанотехнология: физико-химия нанокластеров, наноструктур и наноматериалов.**

Тел./факс:

**+7 (499) 724-25-45
(многоканальный)**

E-mail:

URSS@URSS.ru

http://URSS.ru

Наши книги можно приобрести в магазинах:

«Библио-Глобус» (м. Лубянка, ул. Мясницкая, 6. Тел. (495) 625-2457)

«Московский дом книги» (м. Арбатская, ул. Новый Арбат, 8. Тел. (495) 203-8242)

«Молодая гвардия» (м. Полянка, ул. Б. Полянка, 28. Тел. (495) 238-5001, 780-3370)

«Дом научно-технической книги» (Ленинский пр-т, 40. Тел. (495) 137-6019)

«Дом книги на Ладомской» (м. Бауманская, ул. Ладомская, 8, стр. 1. Тел. 267-0302)

«Гнозис» (м. Университет, 1 г-м. корпус МГУ, комн. 141. Тел. (495) 939-4713)

«У Нептавра» (РГТУ) (м. Новослободская, ул. Чаянова, 15. Тел. (499) 973-4301)

«СПб. дом книги» (Невский пр., 28. Тел. (812) 448-2355)

Уважаемые читатели! Уважаемые авторы!

Наше издательство специализируется на выпуске научной и учебной литературы, в том числе монографий, журналов, трудов ученых Российской академии наук, научно-исследовательских институтов и учебных заведений. Мы предлагаем авторам свои услуги на выгодных экономических условиях. При этом мы берем на себя всю работу по подготовке издания — от набора, редактирования и верстки до тиражирования и распространения.



URSS

Среди вышедших и готовящихся к изданию книг мы предлагаем Вам следующие:

- Поляхова Е. Н. Сборник задач по аналитической механике.
 Поляхова Е. Н. Сборник задач по динамике точки в поле центральных сил.
 Циолковский К. Э. Труды по ракетной технике.
 Белецкий В. В. Очерки о движении космических тел.
 Чернин А. Д. Звезды и физика.
 Куликовский П. Г. Справочник любителя астрономии.
 Ефремов Ю. Н. Вглубь Вселенной. Звезды, галактики и мироздание.
 Кононович Э. В., Мороз В. И. Общий курс астрономии.
 Бааде В. Эволюция звезд и галактик.
 Кинг А. Р. Введение в классическую звездную динамику.
 Бочкарев Н. Г. Основы физики межзвездной среды.
 Бочкарев Н. Г. Магнитные поля в космосе.
 Сажин М. В. Современная космология в популярном изложении.
 Хлопов М. Ю. Космомикрофизика.
 Левитан Е. П. Физика Вселенной: экскурс в проблему.
 Сурдин В. Г. Астрономические задачи с решениями.
 Николаев О. С. Физика и астрономия: Курс практических работ для средней школы.
 Ипатов С. И. Миграция небесных тел в Солнечной системе.
 Дорофеева В. А., Макалкин А. Б. Эволюция ранней Солнечной системы.
 Кусков О. Л. и др. Системы Юпитера и Сатурна.
 Тверской Б. А. Основы теоретической космофизики.
 Розенблат Г. М., Паншина А. В., Козлова З. П. Теоретическая механика в решениях задач из сборника И. В. Мещерского. Кн. 1–3.
 Чуркин В. М. Теоретическая механика в решениях задач из сборника И. В. Мещерского. Кн. 1–2.
 Калошин А. М. и др. Наземная отработка космических аппаратов.
 Фишин В. М. и др. Оптимизация диагностики космического разгонного блока.
 Кузьмина Р. П. Математические модели небесной механики.
 Жуковский Н. Е. Механика системы. Динамика твердого тела.
 Жуковский Н. Е. Аналитическая механика.
 Жуковский Н. Е. Кинематика, статика, динамика точки: университетский курс.
 Чаплыгин С. А. Исследования по динамике неголономных систем.
 Арнольд В. И. Математические методы классической механики.
 Арнольд В. И. и др. Математические аспекты классической и небесной механики.
 Полак Л. С. Вариационные принципы механики: Их развитие и применения в физике.

По всем вопросам Вы можете обратиться к нам:
 тел. +7 (499) 724–25–45 (многоканальный)
 или электронной почтой URSS@URSS.ru
 Полный каталог изданий представлен
 в интернет-магазине: <http://URSS.ru>

Научная и учебная
литература

НОВОЕ НАУЧНОЕ ОТКРЫТИЕ!



Москва,
Нахимовский
пр-т, 56

ТЕЛЕФОН / ФАКС
+7 (499) 724-25-45
(многоканальный)

ФИРМЕННЫЙ КНИЖНЫЙ МАГАЗИН **URSS**

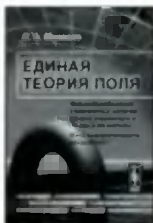
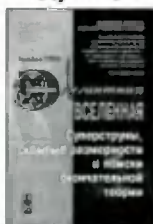
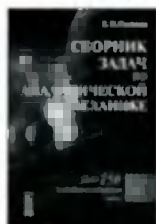
Открытие осенью 2010 года

Следите за объявлениями на сайте URSS.ru



Кандидат физико-математических наук, доцент. Работает на кафедре небесной механики Санкт-Петербургского государственного университета с 1965 г., читает общий курс теоретической механики на астрономическом отделении математико-механического факультета СПбГУ, а также спецкурсы «Теория солнечного паруса» и «Фотогравитационная небесная механика». Научно-исследовательская работа Е. Н. Поляховой связана с небесной механикой тел переменной массы, фотогравитационной небесной механикой, динамикой космического полета с солнечным парусом и теорией возмущенного движения искусственных спутников под действием светового давления. В 2005 г. награждена премией имени Ф. А. Цандера Российской академии наук. Член Международного астрономического союза. Е. Н. Поляхова — автор 180 научных работ, в том числе учебно-методических пособий «Сборник задач по аналитической механике» (2-е изд. М.: URSS, 2009) и «Сборник задач по динамике точки в поле центральных сил» (2-е изд. М.: URSS, 2010).

Наше издательство предлагает следующие книги:



8933 ID 112791



9 785397 015653 >

Любые отзывы о настоящем издании, а также обнаруженные опечатки присылайте по адресу URSS@URSS.ru. Ваши замечания и предложения будут учтены и отражены на веб-странице этой книги в нашем интернет-магазине <http://URSS.ru>



URSS

E-mail: URSS@URSS.ru

Каталог изданий в Интернете:

<http://URSS.ru>

URSS НАШИ НОВЫЕ
КООРДИНАТЫ

ТЕЛЕФОН/ФАКС
(многоканальный) +7(499)724-25-45

117292, Москва, Нахимовский пр-т, 56