

Ю. А. РЯБОВ

ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

*ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ,
ПЕРЕРАБОТАННОЕ*



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва 1977

521

Р 98

УДК 521.1

Юрий Александрович Рябов
ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

М., 1977 г., 208 стр. с илл.

Редактор Г. С. Куликов

Техн. редактор С. Я. Шкляр

Корректор Н. Б. Румянцева

Сдано в набор 23.06.77 г. Подписано к печати 18.11.77 г. Бумага 84×108¹/₃₂.
Физ. печ. л. 6,5. Условн. печ. л. 10,92. Уч.-изд. л. 10,66. Тираж 60 000 экз.
Т-20716. Цена книги 35 коп. Заказ № 593.

Издательство «Наука»
Главная редакция физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

4-я типография издательства «Наука», 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.

Р $\frac{20603-171}{053(02)-77}$ 198-78

© Главная редакция
физико-математической литературы
издательства «Наука», 1977 г.,
с изменениями

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие к третьему изданию	4
Введение	5
§ 1. Видимые движения Солнца, Луны, планет, звезд и представления в древности и в средние века об их истинных движениях	7
§ 2. От Коперника до Кеплера. Геометрическая картина движения планет	20
§ 3. Открытие закона тяготения	43
§ 4. Притяжение материальных тел различной формы	56
§ 5. Экспериментальное обнаружение притяжения между материальными телами на Земле	61
§ 6. Закон Ньютона — основа теоретического изучения движений небесных тел	65
§ 7. Изучение движений небесных тел на основе решения задачи двух тел	74
§ 8. Небесная механика и понятие возмущенного движения	81
§ 9. Способы описания возмущенного движения. Варьрующая орбита	85
§ 10. Задача о движении тел Солнечной системы	88
§ 11. Теории движения небесных тел. Метод последовательных приближений	93
§ 12. Открытие Нептуна	103
§ 13. Характер возмущений. Периодические, долгопериодические и вековые возмущения	105
§ 14. Численные методы изучения движений небесных тел	113
§ 15. Движение спутников	116
§ 16. Движение астероидов	120
§ 17. Вращательное движение планет	124
§ 18. Искусственные небесные тела Солнечной системы	137
§ 19. Движение искусственных спутников Земли (невозмущенное)	144
§ 20. Возмущения в движении искусственных спутников Земли	155
§ 21. Движение искусственных небесных тел в межпланетном пространстве	174
§ 22. Проблемы качественной небесной механики	193
§ 23. Закон тяготения и движение звезд	202

ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ

В книге рассказывается о том, что представляет собой небесная механика — наука, изучающая движения небесных тел, как возникла эта наука, каков круг ее основных интересов, какие задачи она позволила решить и какие еще не решены.

До 1957 г. объектами изучения являлись лишь естественные небесные тела, созданные, так сказать, самой природой: планеты, их спутники, астероиды, кометы, звезды. Однако после 4 октября 1957 г., когда в СССР был запущен впервые в истории человечества искусственный спутник Земли, перед небесной механикой открылось новое и очень богатое поле деятельности. Она встретила с необходимостью изучения новых небесных тел — искусственных, создаваемых человеком. Возник новый огромный раздел небесной механики — космическая динамика, или астродинамика. Значительно расширился круг лиц, занимающихся небесной механикой или интересующихся ею. Поэтому мы уделяем в книге большое место движениям искусственных небесных тел. Соответствующие параграфы книги почти полностью переработаны по сравнению с предыдущим изданием.

Небесная механика — весьма математизированная наука, и ее основной язык — это язык формул и уравнений; наиболее важные и интересные ее результаты описываются лучше всего с помощью формул. Но мы старались придать изложению популярный характер, избегая по возможности формул и рассчитывая на читателя, не имеющего специальной математической подготовки. Все же в некоторых параграфах, особенно в тех, которые относятся к искусственным небесным телам, мы приводим ряд простых формул, по которым интересующийся читатель может вычислить существенные характеристики движения небесных тел.

ВВЕДЕНИЕ

Солнце, Луна, планеты, звезды и все другие небесные светила, которые мы наблюдаем, никогда не остаются неподвижными на небосводе. Изю дня в день, из года в год они перемещаются по небу, описывая часто весьма сложные пути. Эти перемещения являются лишь видимым отражением действительных движений этих небесных светил и нашей Земли среди безграничных просторов Вселенной.

Как именно движутся небесные тела, как связаны движения различных небесных тел друг с другом? Какие силы природы управляют этими движениями?

Сейчас мы можем ответить на эти вопросы достаточно полно. Мы знаем теперь, что Земля и планеты движутся в пространстве вокруг Солнца, образуя так называемую *Солнечную систему*, что само Солнце входит в состав огромной системы звезд, носящей название Галактики, и вместе с другими звездами движется в пространстве вокруг центра этой системы. Мы знаем теперь, что движениями Земли, планет, Солнца и звезд управляют в основном силы взаимного притяжения между этими небесными телами. Закон этого взаимодействия, называемый законом всемирного тяготения, был открыт в XVII в. великим английским ученым И. Ньютоном.

Наука, изучающая движения небесных тел, — *небесная механика*, опираясь на закон всемирного тяготения, достигла замечательных успехов. Мы составляем сейчас точное «расписание движений» небесных тел, указывая, в каком месте неба должно находиться данное небесное тело в тот или иной момент времени. И действительно, небесные тела точно приходят в положенное время на свои места на небе, подчиняясь нашему «расписанию», пожалуй, точнее, чем

некоторые поезда железнодорожному расписанию. Небесное «расписание» составляется не на день или два, даже не на год, а на десятки, а иногда даже на сотни лет вперед. Более того, мы можем нарисовать картину движения небесных тел, которую наблюдали наши далекие предки тысячелетия тому назад, мы можем заглядывать в далекое будущее.

Эти знания были достигнуты далеко не сразу. Сначала был пройден долгий, многовековой путь поисков истины среди заблуждений и ошибок, путь борьбы, часто тяжелой, за эту истину. Мы и сейчас далеко не все знаем о движении небесных тел. Не для всех небесных тел мы можем еще составить такое точное «расписание», которое бы нас вполне удовлетворяло. Иногда наше «расписание» нас подводит: некоторые небесные светила то «убегают» немного вперед, то «отстают». Не всегда мы можем заглянуть в далекое прошлое или будущее небесного тела и сказать точно и определенно, как оно двигалось и как будет двигаться.

В этой книге мы расскажем о том, как был открыт закон всемирного тяготения и каким образом на основе этого закона изучают движения небесных тел, в частности искусственных небесных тел, эра которых была начата 4 октября 1957 г., когда в СССР был запущен первый искусственный спутник Земли.

§ 1. ВИДИМЫЕ ДВИЖЕНИЯ СОЛНЦА, ЛУНЫ, ПЛАНЕТ, ЗВЕЗД И ПРЕДСТАВЛЕНИЯ В ДРЕВНОСТИ И В СРЕДНИЕ ВЕКА ОБ ИХ ИСТИННЫХ ДВИЖЕНИЯХ

Видимые перемещения небесных светил на небе изучались еще в глубокой древности. Это вызывалось прежде всего практическими потребностями древних народов. Только по наблюдениям небесных светил можно было узнать направление в пустыне или в море; только наблюдая небесные светила, можно было измерять время, а также предсказывать наступление времен года. Потребности торговли и земледелия, передвижений кочевых племен — все это требовало наблюдений небесных светил, изучения закономерностей их видимых движений.

Если следить ночью за звездами, то создается впечатление, что все они как бы прикреплены к куполообразному небесному своду, который равномерно вращается вокруг Земли, делая полный оборот всегда за один и тот же промежуток времени, называемый сейчас звездными сутками. При этом звезды на небе кажутся совершенно неподвижными друг относительно друга. Поэтому они получили название *неподвижных звезд*, и уже с очень давних пор астрономы занимаются составлением постоянных карт отдельных созвездий и всего звездного неба.

В древности были известны также пять похожих на звезды, но более ярких светил, которые, хотя и участвуют вместе со всеми звездами в суточном вращении небосвода, но, кроме того, обладают, так сказать, самостоятельным видимым движением. Эти светила перемещаются между звездами, причем, на первый взгляд, весьма странным образом, описывая сложные пути. Древние греки называли эти светила

планетами (по-гречески «планета» означает «блуждающая»). До настоящего времени сохранились их собственные названия, данные древними римлянами: Меркурий, Венера, Марс, Юпитер, Сатурн. Планетами считали в древности также Солнце и Луну, так как они тоже перемещаются между звездами.

Перемещение Луны между звездами заметить легче всего, так как она движется быстрее других светил. Луна перемещается всегда с запада на восток, пробегая по небу полный круг за 27 с небольшим суток (т. е. передвигается на $12-13^\circ$ в сутки или на $0^\circ, 5$ в час). Достаточно в какой-нибудь вечер заметить положение Луны между звездами, чтобы уже на следующий вечер увидеть, что Луна изменила свое положение. Наблюдения также показывают, что Луна движется по небу неравномерно: на одних участках своего видимого пути она перемещается быстрее, на других — медленнее. При этом каждый новый круг Луны на небе между звездами заметно отличается от предыдущего.

Период видимого обращения Луны лежит в основе календарного месяца.

Перемещение Солнца между звездами нельзя наблюдать непосредственно, так как звезды днем не видны, но его легко обнаружить по наблюдениям звезд вечером после захода Солнца. Если заметить какую-нибудь звезду в западной части неба вскоре после захода Солнца и попытаться отыскать ее спустя несколько дней в тот же час вечером, то мы увидим, что она опустилась ниже и как бы придвинулась к Солнцу. Еще через несколько дней она исчезнет за горизонтом, а ее место займет другая звезда, лежащая к востоку от нее, и т. д.

Наблюдения звезд позволили еще в древности изучить путь Солнца на небе довольно точно. Было установлено, что Солнце, как и Луна, движется между звездами все время с запада на восток, описывая полный круг примерно за $365 \frac{1}{4}$ суток, но в отличие от Луны каждый раз один и тот же. Этот круг на небесной сфере древние греки называли *эклиптикой*, связывая его с затмениями Солнца (слово eclipse означает затмение), так как они происходили именно тогда, когда Луна в день своего полнолуния или по-

волуния пересекала данный круг в своём видимом перемещении между звездами. Период видимого обращения Солнца по эклиптике был положен еще древними египтянами в основу календарного года.

Планеты всегда располагаются на небе недалеко от эклиптики, но они в отличие от Солнца и Луны меняют через определенные промежутки времени направление своего движения. А именно, они перемещаются между звездами, в основном, с запада на восток как Солнце и Луна (так называемое *прямое движение* планет). Однако каждая планета в определенное время замедляет свое движение, останавливается по отношению к звездам и начинает двигаться с востока на запад (*попятное движение*). Затем планета опять останавливается и возобновляет свое прямое движение. Поэтому видимый путь каждой планеты на звездной карте неба — сложная линия с зигзагами и петлями. Эта линия к тому же меняется от цикла к циклу, в течение которого планета возвращается примерно на одно и то же место среди звезд.

Можно заметить различие между движениями так называемых *нижних* и *верхних* планет. К нижним планетам относятся Меркурий и Венера, к верхним — остальные *).

Видимые перемещения Меркурия и Венеры тесно связаны с Солнцем. Для этих планет характерны не столько петли и зигзаги, сколько видимые колебания около Солнца как около некоторого среднего положения. Сначала планета движется между звездами быстрее, чем Солнце, и обгоняет его; затем, удалившись от Солнца на некоторое расстояние к востоку, планета начинает двигаться медленнее Солнца, которое догоняет планету и опережает ее. Отстав от Солнца на некоторое расстояние к западу, планета снова начинает двигаться быстрее, чем Солнце, и весь цикл повторяется. Наибольшее удаление Венеры от Солнца составляет около 46° , а Меркурия — в среднем

*) Эти названия сохранились с древних времен, когда считалось, что Солнце и все планеты движутся вокруг центра мира — Земли. Считалось, что Меркурий и Венера расположены ближе (ниже) к Земле, чем Солнце, а Марс, Юпитер и Сатурн дальше (выше).

23° (заметно меняется от цикла к циклу, оставаясь между 18° и 28°). Поэтому Меркурий и Венера бывают видны только утром на востоке незадолго до восхода Солнца или вечером на западе некоторое время после захода Солнца, но именно в те периоды,

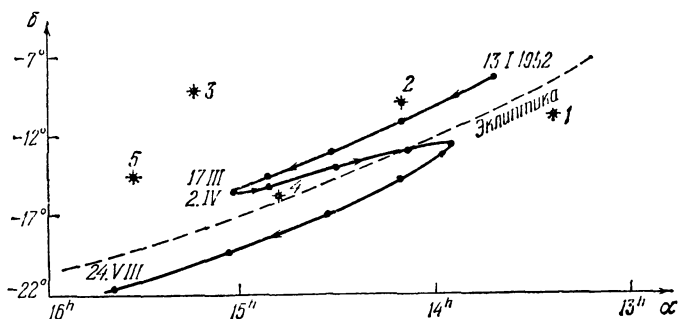


Рис. 1. Видимый путь Марса в период с 13 января по 24 августа 1952 г. Цифрами 1, 2, 3, 4, 5 отмечены яркие звезды созвездий Девы и Весов.

когда эти планеты удалены от Солнца не менее чем на $5-6^\circ$. В остальное время они остаются скрытыми в лучах Солнца, если наблюдать невооруженным глазом.

Период таких видимых колебаний Меркурия около Солнца равен 116 суткам, а Венеры — 1 году 217 суткам.

Все верхние планеты перемещаются между звездами как бы независимо от Солнца. Каждая из них видна по ночам значительную часть года. При регулярных наблюдениях этих планет отчетливо видны их сложные петлеобразные движения между звездами. На рис. 1 приведен для иллюстрации видимый путь Марса в 1952 г., на котором отмечены положения планеты через каждые 16 дней *).

*) Все расстояния между точками небесной сферы измеряются в градусах, минутах и секундах дуги. Большой круг на небесной сфере соответствует 360° . Для иллюстрации величины расстояния в 1° скажем, что видимый диаметр Луны составляет около $0^\circ,5$ или $30'$.

Положения светил характеризуются небесными координатами, соответствующими некоторой воображаемой координатной сетке на небесной сфере. Наиболее часто употребляемые координаты

С точки зрения практических нужд древних народов наибольший интерес представляло изучение точных движений звезд и видимых перемещений Луны и Солнца между звездами. Это требовалось, например, для составления календаря, при установлении даты начала различных сельскохозяйственных работ, для предсказания солнечных затмений и т. д. Изучение же видимых движений планет не вызывалось, вообще говоря, практической необходимостью. Главную роль играли здесь, пожалуй, любознательность, желание понять и объяснить наблюдаемые сложные перемещения планет и тем самым познать окружающий мир.

Именно изучение движений планет сыграло решающую роль в дальнейшем развитии астрономии и всего естествознания.

Если говорить об античной эпохе, то основная заслуга принадлежит древнегреческим астрономам, которые впервые поставили вопрос, не являются ли сложные видимые движения планет лишь отражением их более правильных движений в пространстве. С этого времени и начинается период построения геометрической картины движения планет в пространстве на основании наблюдений.

Мы не будем останавливаться на античных теориях сколько-нибудь подробно, но все же хотим указать на ряд моментов общего характера.

История становления современной науки, истоки которой можно отнести к той далекой от нас эпохе, вообще необычайно интересна. Великие ученые и философы древности Платон, Аристотель, Пифагор, Архимед, Аполлоний, Гиппарх, Птолемей и др. оставили неизгладимый след в развитии науки, хотя они во многом и заблуждались. Но истина почти никогда не достигается сразу. Путь к ней обычно сопровождается ошибками и заблуждениями. Ученые же античных времен, действительно, искали истину,

ты — *прямое восхождение α* и *склонение δ* , указанные на рис. 1, причем α измеряется обычно в часах, минутах, секундах времени (24 часа составляют 360°) вдоль небесного экватора от некоторой начальной точки, а δ — в градусной мере в перпендикулярном направлении от *небесного экватора* — воображаемой линии на небесной сфере, параллельной земному экватору.

стараясь понять великую книгу Природы, но обладая весьма слабыми техническими возможностями.

Античная наука и культура представляют собой в истории человечества удивительное явление. Поражает разнообразие научных и философских течений и идей, исключительная интенсивность и высокий уровень научной и культурной жизни, не идущий ни в какое сравнение с уровнем технического развития в ту эпоху.

Астрономы древней Греции могли предсказывать на целый ряд лет вперед моменты наступления солнечных и лунных затмений с точностью до нескольких дней, вычислять заранее положения планет на небе с точностью до 20—30 минут дуги и т. д. Но вместе с тем их основные теоретические схемы были все же далекими от картины реальных движений Солнца, Луны и планет в пространстве. Они опирались на ложные принципы, вытекающие из непосредственного ощущения неподвижности Земли, из общепринятых тогда философских воззрений Платона и Аристотеля, из религиозных верований:

а) Земля — неподвижный центр мира, а все звезды, планеты, в том числе Солнце и Луна, движутся вокруг Земли, так что все наблюдаемые движения этих светил — это реальные движения;

б) небесным светилам свойственны только наиболее совершенные движения, какими считались равномерные круговые движения (постулаты Платона и Аристотеля).

Поэтому принималось как очевидное, что, действительно, существует физически реальная небесная сфера, к которой прикреплены звезды и которая равномерно вращается вокруг Земли.

В отношении планет, Луны, Солнца дело обстояло сложнее. Видимые движения этих небесных светил мало соответствуют равномерным круговым движениям вокруг Земли. Даже Солнце обнаруживает неравномерное видимое перемещение по эклиптике: наиболее быстрое, $30^{\circ},6$ за 30 дней в январе (по современному календарю) и наиболее медленное, $28^{\circ},6$ за 30 дней в июле. Древнегреческие же ученые старались всегда согласовать свои теоретические схемы с данными наблюдений, т. е. найти для наблюдаемых движений светил как можно более хорошее теорети-

ческое объяснение. Это называлось «спасти явление» (выражение, приписываемое Платону). Поэтому пришлось допустить, что движения Солнца, Луны, планет не представляют собой равномерных круговых движений в чистом, так сказать, виде, а получаются как комбинации таких движений.

Аристотель (III в. до н.э.), следуя астрономам Евдоксу и Калиппу, считал, что существует система концентрических сфер с центром в Земле и соединенных с планетами, и каждая из этих сфер вращается равномерно, но со своей скоростью и вокруг своей оси. При этом Аристотель рассматривал все сферы как реальные физические объекты. Такая схема была наиболее последовательной с точки зрения философии того времени, но выглядела она весьма громоздкой. Кроме того, она оставляла неясным, с помощью какого механизма происходит передача вращения одних сфер к другим и каким образом возникает комбинированное движение планет.

Многие древнегреческие астрономы придерживались других схем, имеющих не столько физический, сколько геометрический смысл, и позволяющих вычислять пути и положения планет на небе. Математически наиболее солидной и подводящей как бы итог подобным схемам явилась теория движения планет Птолемея (II в. н.э.).

Основной элемент в его теории — схема деферента и эпицикла, предлагавшаяся античными астрономами еще раньше. По этой схеме планета обращается равномерно по окружности, называемой *эпициклом*, а центр эпицикла движется в свою очередь равномерно по другой окружности, называемой *деферентом* и имеющей центром Землю (рис. 2). Птолемей уточнил эти схемы, введя так называемые *экс-*

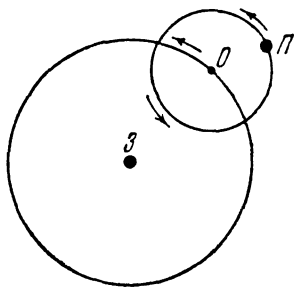


Рис. 2. Схема эпицикла и деферента. З — Земля, О — центр эпицикла планеты.

центр и *эквант*. Схема эксцентра заключается в том, что центр эпицикла вращается равномерно не по деференту, а по окружности, центр которой смещен

по отношению к Земле. Эта окружность и называется эксцентром. По схеме экванта центр эпицикла движется по эксцентру неравномерно, но так, что это движение выглядит равномерным, если наблюдать из некоторой точки. Эта точка, а также любая окружность с центром в этой точке, называется эквантом.

Путем подбора для каждой планеты, Солнца и Луны деферента, эпицикла, эксцентра или экванта, скоростей движения по ним, наклона их плоскостей друг к другу оказалось возможным не только объяснить общие закономерности перемещений светил, но и вычислять довольно просто и точно положения планет, Солнца и Луны на тот или иной момент времени. По данным Птолемея расхождения его теории Луны с наблюдаемыми положениями Луны не превышали, как правило, $10'—20'$. Если проанализировать птолемеевы теории планет, то можно прийти к тому удивительному выводу, что при наиболее удачном выборе деферентов, эпициклов, эквантов эти теории с точки зрения вычисления положений планет лишь незначительно расходятся с современной теорией эллиптического, невозмущенного движения планет вокруг Солнца. Наибольшие расхождения между положениями планеты на небесной сфере, вычисляемыми по теории эллиптического движения и по птолемеевым теориям, составляют в случае Меркурия и Марса около $20'—30'$, а в случае Юпитера и Сатурна около $2'—3'$. В случае Солнца может быть достигнута поразительная точность ($\pm 15''$). При наблюдениях же в античные времена положения светил определялись с точностью до $10'—20'$, так что потенциальная точность теории Птолемея была более чем достаточной.

Перелистывая страницы истории древнегреческой науки, мы встречаемся также и с гелиоцентрическими идеями. Филолай (V в. до н.э.), последователь Пифагора, высказывался о том, что Земля и все планеты вместе с Солнцем движутся вокруг центрального огня. Гикетас (V в. до н.э.) и Гераклид Понтийский (IV в. до н.э.) допускали вращение Земли, объясняя именно таким путем видимое суточное вращение небесной сферы. В системе мира, предлагавшейся Аристархом Самосским (III в. до

н. э.) и Селевком (II в. до н. э.), Земля вращается вокруг своей оси и вместе со всеми планетами движется вокруг Солнца.

Однако это были лишь общие идеи, лишенные конкретных теоретических вычислений траекторий планет и, кроме того, противоречащие философии того времени и религиозной вере. Архимед писал, что Аристарха Самосского обвиняли в безбожии и беззаконии. Если ко всему этому добавить, что идеи о движении Земли явно противоречат обыденным представлениям людей, то становится понятным, почему эти гениальные догадки не сыграли какой-либо заметной роли в античной науке. После Селевка никто из ученых древности к таким мыслям не возвращался. Геоцентрические идеи Аристотеля, Птолемея пользовались абсолютным авторитетом.

Однако теория Птолемея была большим достижением. Надо также подчеркнуть, что Птолемей не приписывал физической реальности своим деферентам, эпициклам и рассматривал их как элементы чисто геометрической схемы, позволяющей «спасти явление». Кроме того, хотя его теория исходила из общего геоцентрического принципа, но ее конкретные детали указывали на такую связь между движениями Солнца и всех планет*), что по существу до построения геометрической гелиоцентрической схемы оставался лишь небольшой шаг. Можно высказать предположение, что при естественном развитии античной науки этот шаг мог быть сделан довольно скоро.

Однако это произошло лишь через 14 столетий, в XVI в. Теория Птолемея оказалась последним достижением древнегреческой астрономии. Хотя во II в. н. э. античный мир, его наука и культура переживали период расцвета, но уже приближалось время их гибели, вызванной непосредственно, если говорить кратко, кризисом всей Римской империи как рабовладельческого государства и ее падением под ударами варваров (северо-германских, сарматских и других племен). После III—IV вв. античная астрономия и вся античная наука были преданы забвению на долгие годы.

*) См., например, книгу Н. И. Идельсона «Этюды по истории небесной механики», «Наука», 1975.

Наблюдательная астрономия возродилась только в VIII в. в Арабском государстве (Халифате), образовавшемся на огромных пространствах Ближнего и Среднего Востока и на бывших территориях Римской империи в Северной Африке и Испании.

Караваны и корабли арабских купцов нуждались в способах ориентации в пустынях и в океане, магометанские обряды требовали определения в любом месте направления на Мекку и строгого соблюдения лунного календаря. Особенности характера восточных народов создали благоприятную почву для расцвета астрологии — лженауки, которая приписывала себе возможность предсказания будущего по расположениям звезд и планет.

Все это требовало наблюдения небесных светил, изучения их видимых движений. Астрономия становится любимой наукой арабов. Они переводят и изучают сочинения древнегреческих ученых, в частности, Аристотеля и Птолемея. Правда, арабы проявили меньше любознательности и стремления к познанию мира, чем древние греки. Основное внимание они уделили практике наблюдений и методам вычислений. Был построен ряд крупных обсерваторий с огромными и тщательно изготовленными инструментами (квадрантами, секстантами и др.), что позволило значительно увеличить точность наблюдений. На обсерваториях велись регулярные наблюдения и записи этих наблюдений, т. е. записи наблюдаемых положений светил на небе. Арабские астрономы уточнили многие данные о видимых движениях светил. Например, они уточнили положение эклиптики на небесной сфере, длину года, обнаружили новые особенности в движении Луны и т. д. Что касается вычислений, то именно арабам принадлежит заслуга создания современной цифровой системы, основ алгебры, тригонометрии, сферической астрономии. Однако в теорию движения планет они не внесли ничего принципиально нового. Как общей системе мира, они отдали предпочтение системе Аристотеля, т. е. системе физически реальных концентрических сфер, но только несколько изменили ее и усложнили. Вместе с тем для практических вычислений положений планет они использовали систему Птолемея, рассматривая ее не как физическую реальность, а лишь как удобную

«рецептурную» расчетную схему. Арабский философ Аверроэс (XII в.) говорил: «Астрономия Птолемея ничтожна в отношении существующего, но она удобна, чтобы вычислять то, чего не существует».

Только к XI—XII вв. начинается пробуждение в Европе. Там распространяется благодаря соседству с Испанией, находящейся в руках арабов, слава об арабской науке. Появляются переводы сочинений арабских и древнегреческих ученых (вторичные переводы с арабских переводов), в частности, Аристотеля и Птолемея. В XIII в. король Альфонс X собрал в Испании, отвоеванной у арабов, группу ученых и организовал в Толедо как бы астрономический центр.

Однако в теории движения планет нового ничего пока не появилось. Благоприятную почву нашли в Европе научные взгляды и система мира Аристотеля, укладывающиеся в рамки христианской религии. Аристотель стал считаться наивысшим и абсолютным научным авторитетом. Вместе с тем при практических вычислениях астрономы опирались на схемы Птолемея. Возникла двойственная ситуация, та же, с которой мирилась арабская астрономия, но которая не устраивала европейских ученых и философов. Уже с конца XIII в. они проявляют беспокойство по поводу противоречий между системами Аристотеля и Птолемея. Ими движет, как и древними греками, желание выяснить реальный смысл наблюдаемых небесных движений, понять и познать мир.

В XIV в. после периода единодушного преклонения перед Аристотелем наступает разочарование в системе его взглядов. С одной стороны, теологи, внимательно изучая его сочинения, обнаружили ряд положений, явно противоречащих христианскому вероучению. Например, по Аристотелю мир не имел начала и не будет иметь конца и не было начала у человеческого рода. Это противоречило догмату о сотворении мира и человека богом. Аристотель утверждал о невозможности существования пустоты в пространстве, а согласно общему мнению теологов пустоты допустимы внутри мира, их создание подвластно богу. С учения Аристотеля был снят, таким образом, ореол абсолютной истинности.

Церковь нашла все же в дальнейшем пути примирения с Аристотелем. Теологи изобрели учение о том,

что истина двойственна, что существует отдельно богословская и отдельно философская истина. Тем самым научный авторитет Аристотеля был сохранен для церкви.

Более существенными оказались возражения ученых. Была обнаружена несостоятельность физики и механики Аристотеля. По Аристотелю движение тела продолжается до тех пор, пока действует внешняя сила, причем следует рассматривать не только движущую силу, но и сопротивление. Аристотель считал, что скорость тела пропорциональна отношению движущей силы к сопротивлению и что там, где нет сопротивления, не может быть движения с конечной скоростью; если бы существовала пустота и тело было помещено в нее, то оно падало бы мгновенно, так как отсутствовало бы сопротивление.

Аристотель не имел удовлетворительного объяснения ускоренного падения тяжелых тел на Землю с некоторой высоты. Он считал, что при падении тела увеличивается его вес, так как тело все более приближается к центру Земли, а уже увеличение веса приводит к росту скорости падения.

Наиболее странными были взгляды Аристотеля на причину самого движения падающих или бросаемых вверх тел. Он считал, что именно воздух является как бы мотором, движущим тело как вверх, так и вниз. По Аристотелю это происходит так: тело в самом начале оказывает давление на воздух, тот сжимается, приобретает быстро распространяющиеся колебания и увлекает за собой тело.

Эти и некоторые другие утверждения Аристотеля, которые выглядят сейчас как недоразумение, принимались за истину более 17 столетий. Однако в XIV в. против них решительно выступил ряд французских ученых: Жан Буридан, Альберт Сакс и др. Они положили начало новым взглядам в механике, которые привели в конце концов к современной механике. А именно, появляются первые идеи о законе инерции, о начальном импульсе или количестве движения, связываемых с понятием массы тела. Жан Буридан четко высказывался о том, что тело, брошенное в воздух вверх или по горизонтали, движется благодаря первичному импульсу, который был сообщен телу орудием бросания. При этом, чтобы придать одинаковую

скорость разным телам, надо сообщить первичный импульс, пропорциональный их массам; после того как тело приведено в движение, нет нужды в дополнительном «моторе», достаточен импульс, который тело получило. Буридан также считал, что законы движения небесных тел и тел на Земле одни и те же и что движение небесных тел по орбитам обязано первичному импульсу. Это были семена цветов, которые взошли позднее, при Ньюtone.

В результате все здание философии, физики, астрономии Аристотеля стало в XIV в. разрушаться, во всяком случае в глазах ученых.

Система мира Аристотеля в виде концентрических материальных сфер была окончательно отброшена. Система же Птолемея осталась. Она удовлетворяла практике наблюдений, была достаточно проста. Она была, по существу, чисто геометрической и стояла в стороне от дискуссий о физике движений. Единственный физический принцип, который лежал в ее основе,—это принцип геоцентризма, т. е. неподвижности Земли. Но на этот принцип еще никто не поднимал руку. Гениальные догадки Филолая и других античных ученых о движении Земли были погребены в глубине веков, и астрономы о них не вспоминали.

Так миновал XV век, начался век XVI. Правда, в середине XV в. великий итальянский ученый Леонардо да Винчи и итальянский кардинал Николай Кузанский высказывали мысли о том, что Земля не является центром мира, но у нас нет сведений, что они вызвали какой-либо отклик. Возможно, это случилось потому, что Италия являлась одновременно и центром огромного культурного подъема, знаменовавшего начало эпохи Возрождения, и европейским центром католической религии, подавлявшей любую живую мысль, если только она противостояла религиозной вере. В этом отцы церкви преуспели. Поэтому не удивительно и то, что в XV в. в Италии появились идеи, лишаящие Землю своего привилегированного положения в мире, и то, что они не имели здесь продолжения. По-видимому, этим можно также объяснить, что именно в Италии разыгрались позднее наиболее драматические и даже трагические события, связанные со становлением новой системы мира.

§ 2. ОТ КОПЕРНИКА ДО КЕПЛЕРА. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ КАРТИНА ДВИЖЕНИЯ ПЛАНЕТ

Абсолютное господство идеи геоцентризма как астрономического принципа было нарушено впервые к исходу первой половины XVI в. замечательным польским ученым Николаем Коперником (1473—1543), причем Коперник не просто высказал общие идеи, а создал обстоятельную астрономическую теорию движения планет, в том числе Земли вокруг Солнца. С этого времени и начинается, по существу, развитие наших знаний о действительных движениях небесных тел в пространстве.

Знаменитое сочинение Коперника «Об обращении небесных сфер», где эта теория излагается, увидело свет в 1543 г., когда великий ученый доживал свои последние дни. Это был его главный труд, подводящий итог всей его научной жизни. Первые идеи о гелиоцентрической системе мира возникли у Коперника, по-видимому, еще тогда, когда он в свои молодые годы учился с 1497 г. по 1506 г. в Италии и где он познакомился с древнегреческими гелиоцентрическими идеями. К 1520—1530 годам теория в целом была завершена, и Коперник написал небольшую работу под названием «Малый комментарий», где вся эта теория кратко и в общем виде излагается. Хотя эта работа и не была издана, осталась в рукописи, но с ней познакомилась дружба Коперника. Слухи о том, что Коперник разрабатывает новую гелиоцентрическую систему, распространились в астрономических и церковных кругах.

Едва ли возможно, конечно, определенно сказать, что именно побудило Коперника обратиться к гелиоцентрическим идеям, давно отвергнутым и забытым, каким путем он пришел к своей теории. Нам трудно составить отчетливое представление о картине научной жизни в европейских странах в XVI в., достаточно сложной и противоречивой. Но все же кратко и схематично по этому поводу можно сказать следующее.

Как мы уже говорили выше, физика и механика Аристотеля вместе с его системой мира были отвергнуты во Франции в XIV в. Однако в Италии позиции теории Аристотеля оставались довольно прочными,

и в этом главную роль сыграла церковь. В XV в. наблюдается некоторое возрождение аристотельянства. В Падуанском университете, где учился Коперник, учение Аристотеля пользовалось особым авторитетом. Там нередко проходили споры между сторонниками астрономических схем Аристотеля и Птолемея. Конечно, обе схемы могли вызвать чувство неудовлетворенности. Об этом Коперник сам написал позднее в своей знаменитой книге: «Некоторые математики пользуются только концентрическими сферами, другие эксцентриками и эпицентрами; и тем не менее они не удовлетворяют требованиям астрономии. Те, кто отдают свое доверие концентрическим сферам, действительно доказывают, что некоторые неравномерные движения могут быть представлены этим способом; но, основываясь на этих гипотезах, они не смогли установить ничего точного, строго удовлетворяющего явлениям; те, которые избрали эксцентры, по-видимому, сумели так разложить большинство видимых движений, что они совпадают с наблюдениями; но гипотезы, принятые ими, в большинстве случаев, как кажется, противоречат основным началам, касающимся равномерности движений; кроме того, они не смогли открыть или вывести из допущений то, что имеет наибольшую важность, именно форму мира и точную симметрию его частей... К тому же для астрономов остались столь неясными обстоятельства движения Солнца и Луны, что они не смогли ни определить из наблюдений, ни доказать неизменяемость длины года». Коперник имел при этом в виду, что схема Аристотеля не содержала в себе метода вычислений траекторий движения планет, а схема Птолемея совершенно неудовлетворительно объясняла такое явление как прецессию звезд (см. § 17), оставляла в полной неопределенности расстояния планет от Земли, т. е. пространственное расположение планет и Солнца и т. д. Кроме того, схема Птолемея была чисто геометрической, в основе ее движений по эпициклам, деферентам не лежали никакие физические принципы. Где же выход?

Коперник считал для себя главным найти физически правильную систему мира. Вместе с тем он обратил внимание на то, что в схеме Птолемея движения планет очень тесно привязаны геометрически

к положениям Солнца и что эту схему можно математически обратить, как бы «остановив» Солнце, но сохранив почти целиком методику вычислений видимых с Земли положений планет. Коперник был также знаком с гелиоцентрическими идеями древнегреческой астрономии. На этом пути он и находит выход, отбросив основной принцип неподвижности Земли. Именно гелиоцентрическая система мира представилась Копернику физически правильной, и он сумел ее разработать математически так, чтобы получить соответствие с наблюдаемыми движениями.

По Копернику Земля вместе со всеми планетами движется в пространстве вокруг Солнца и, кроме того, вращается вокруг некоторой воображаемой линии, которую мы называем земной осью. Перемещение звезд и всех других небесных светил на небосводе в течение суток Коперник правильно объяснил как результат не их истинных движений, а вращения Земли. Годи́чное перемещение Солнца, согласно учению Коперника, есть также лишь видимое движение, вызванное движением Земли в пространстве вокруг Солнца. Земля как бы обходит Солнце со всех сторон, а человек, находящийся на Земле, видит Солнце на фоне разных звезд, которые гораздо более далеки от Земли, чем Солнце. Вот почему нам и кажется, что Солнце перемещается между звездами.

Конечно, сейчас эти утверждения воспринимаются как тривиальная истина, как само собой разумеющееся. Но в ту эпоху вера в неподвижность Земли, в движение Солнца вокруг Земли, хорошо согласующаяся с обыденными нашими ощущениями, вера в непогрешимость библейского учения были слишком велики. Сейчас нам даже трудно представить, насколько абсурдной казалась тогда теория Коперника. Она выглядела как фантастическая бессмыслица, как вызов библии и здравому смыслу. Но Коперник был убежден в ее правильности, и он ее разработал со всей тщательностью. Недаром он работал над ней почти 40 лет.

«Сегодня нелегко постигнуть, какая независимость мысли, редкая интуиция и мастерское владение астрономическими фактами были нужны для доказательства превосходства гелиоцентрических воззрений» (Альберт Эйнштейн).

Коперник подробно показал, что основные особенности видимых планетных движений можно объяснить тем, что все планеты, в том числе Земля, движутся вокруг Солнца в одном и том же направлении, находясь на определенном расстоянии от Солнца и делая полный оборот за определенное время.

Исходя из наблюдательных фактов, Коперник прежде всего пришел к заключению, что все планеты и Земля движутся вокруг Солнца примерно в одной и той же плоскости. Только при этом условии видимые с Земли пути планет на небе могут находиться вблизи эклиптики. Поскольку Меркурий и Венера как бы колеблются около Солнца, их пути в пространстве, или, как говорят астрономы, их *орбиты*, расположены к Солнцу ближе, чем орбита Земли, причем Венера находится дальше от Солнца, чем Меркурий (ее видимые отклонения от Солнца больше).

Остальные планеты обращаются вокруг Солнца на более далеком расстоянии, чем Земля. Ближе всех к Земле расположен Марс (так как его движение между звездами самое быстрое), за ним следует Юпитер, затем Сатурн.

Что касается формы планетных орбит и характера движения по ним, то Коперник предположил, что в среднем все планеты движутся равномерно по окружностям, но на эти равномерные круговые движения накладываются дополнительные колебания. Если говорить точнее, то Коперник считал, что равномерно по окружностям движутся не сами планеты, а центры эпициклов или системы эпициклов, по которым уже двигались сами планеты. Движения по эпициклам характеризовали отклонения от равномерных круговых движений вокруг Солнца.

Коперник впервые в астрономии дал правильный план строения Солнечной системы, определив относительные расстояния планет от Солнца (по сравнению с расстоянием Земли от Солнца), а также периоды их обращений вокруг Солнца. Эти расчеты Коперник провел следующим образом.

Рассмотрим, например, планету Меркурий, которая находится ближе к Солнцу, чем Земля. На рис. 3 внутренний круг изображает орбиту Меркурия, а внешний — орбиту Земли; стрелками указаны направления

движения Меркурия и Земли. Из рисунка ясно, что если наблюдать с Земли, то Меркурий должен быть виден всегда недалеко от Солнца и перемещаться то вправо, то влево от него. Обозначим через Z_1 и M_1 положения Земли и Меркурия в тот момент, когда

Меркурий виден в наибольшем удалении от Солнца к западу. В этот момент угловое расстояние между Солнцем и Меркурием составляет в среднем около 23° (колебания углового расстояния Меркурия от Солнца от 18° до 28° Коперник объяснял с помощью эпициклов). Так как треугольник CS_1M_1 прямоугольный, то по известной формуле тригонометрии получим

$$\frac{CM_1}{CS_1} = \sin 23^\circ \approx 0,39.$$

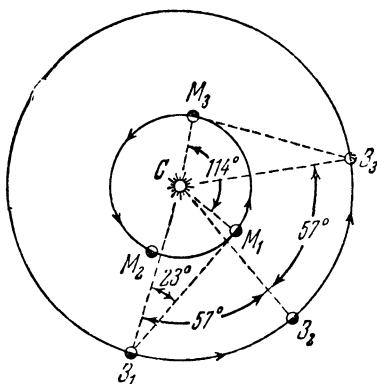


Рис. 3. Определение расстояния Меркурия от Солнца и его периода обращения вокруг Солнца.

Таким образом, оказывается, что в среднем Меркурий примерно в 2,6 раза ближе к Солнцу, чем Земля.

Как уже отмечалось выше, период видимых колебаний Меркурия около Солнца составляет примерно 116 суток. Таким образом, примерно через 58 суток Меркурий снова будет виден в наибольшем удалении от Солнца, но уже к востоку. Однако Земля, а следовательно, и Меркурий будут уже находиться в других положениях на своих орбитах. Обозначим эти положения через Z_2 и M_2 . Величину дуги Z_1Z_2 легко определить, поскольку известно, что Земля делает полный оборот за $365 \frac{1}{4}$ суток. За 58 дней Земля опишет примерно 0,159 своего пути, т. е. дугу в 57° . Еще через 58 дней Меркурий будет снова виден в наибольшем удалении к западу. Обозначим положения Меркурия и Земли в этот момент через Z_3 и M_3 . Таким образом, за 116 суток Земля опишет дугу Z_1Z_3 , т. е. $57^\circ + 57^\circ =$

$= 114^\circ$. Меркурий за это же время совершит больше одного оборота вокруг Солнца, так что период видимых колебаний Меркурия около Солнца не есть его период обращения вокруг Солнца. Но последний легко вычислить.

Действительно, из рис. 3 видно, что сторона $СЗ_1$ треугольника $СЗ_1М_1$ повернулась на 114° в положение $СЗ_3$, поэтому и сторона $СМ_1$, заняв положение $СМ_3$, повернулась на 114° , следовательно $\angle М_1СМ_3 = 114^\circ$. Таким образом, за 116 суток Меркурий опишет полный круг плюс 114° , т. е. дугу в 474° . Период обращения Меркурия вокруг Солнца, т. е. время, за которое Меркурий должен описать один оборот (360°), найдется из пропорции

$$\frac{T}{116} = \frac{360^\circ}{474^\circ},$$

откуда

$$T = \frac{360 \cdot 116}{474} \approx 88 \text{ суток.}$$

Точно так же можно вычислить расстояние от Солнца и период обращения вокруг Солнца для Венеры. Мы получим, что ее период обращения равен 225 суткам, а расстояние от Солнца составляет 0,72 расстояния Земли от Солнца.

Для планет, находящихся от Солнца дальше Земли, периоды обращения вокруг Солнца и их расстояния от него находятся другим способом.

Рассмотрим, например, Марс. На рис. 4 внутренний круг — орбита Земли, внешний — орбита Марса. Через $З_1$ и $М_1$ обозначены положения Земли и Марса в тот момент, когда Марс и Солнце находятся на одной прямой по разные стороны от Земли (такое положение планеты называется *противостоянием*). Наблюдения показывают, что противостояния Марса повторяются через каждые 780 суток. Через 390 суток после противостояния Земля будет в положении $З_2$, а Марс будет находиться на одной линии с Солнцем, но по одну сторону от Земли (такое положение называется *соединением* планеты с Солнцем). Еще через 390 суток Марс снова будет в противостоянии с Солнцем; Земля будет занимать положение $З_3$, а Марс — $М_3$. За 780 суток Земля опишет вокруг Солнца два полных

оборота плюс дугу Z_1Z_3 , составляющую около 49° , т. е. всего 769° , а Марс, как это видно по рисунку, один оборот и дугу 49° , т. е. всего 409° . С помощью пропорций получаем, что ровно один оборот вокруг Солнца Марс должен описывать за

$$T = \frac{360 \cdot 780}{409} \approx 687 \text{ суток.}$$

Подобным же способом можно определить периоды обращения Юпитера и Сатурна. Оказывается, что период обращения Юпитера равен 12 годам, а Сатурна — $29\frac{1}{2}$ годам.

Перейдем теперь к определению расстояния Марса от Солнца. Будем измерять, начиная с момента противостояния, угол между направлениями, по которым

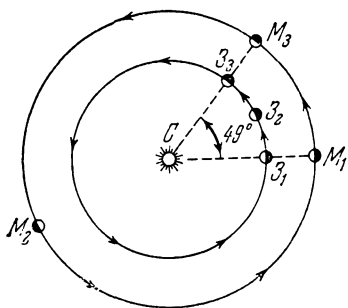


Рис. 4. Определение периода обращения Марса.

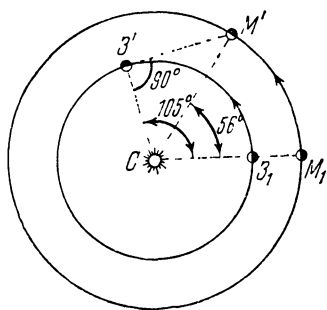


Рис. 5. Определение расстояния Марса от Солнца.

видны с Земли Солнце и Марс (рис. 5). В момент противостояния этот угол равен 180° . Затем он начинает уменьшаться, и наступит момент, когда Солнце и Марс видны с Земли под прямым углом (положения Z' и M'). Как показывают наблюдения, этот момент наступает примерно через 106 суток после противостояния. За это время Земля опишет по своей орбите дугу около 105° , а Марс — около $\frac{360}{687} \cdot 106 \approx 56^\circ$; угол $Z'SM'$ будет равен $105^\circ - 56^\circ = 49^\circ$. Из треугольника $Z'SM'$

получим

$$\frac{CM'}{CZ'} = \frac{1}{\cos 49^\circ} \approx 1,5.$$

Таким образом, Марс находится в полтора раза дальше от Солнца, чем Земля.

Точно так же можно получить относительные расстояния Юпитера и Сатурна от Солнца. Расчеты показывают, что Юпитер движется в 5 раз дальше от Солнца, чем Земля, а Сатурн — в $9\frac{1}{2}$ раз.

Коперник показал, что эта теория вполне объясняет петлеобразные видимые движения планет. Рассмотрим, например, как движется Марс, начиная с

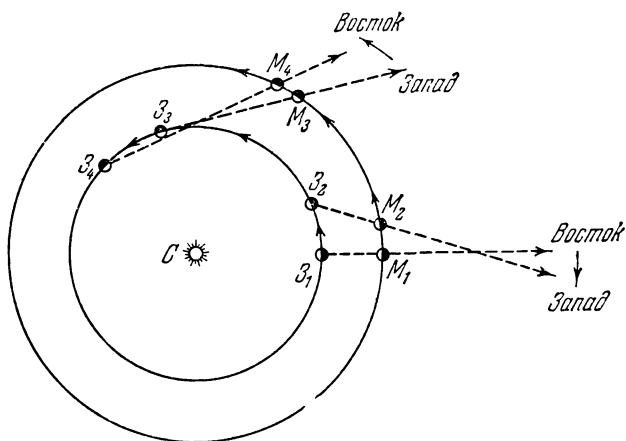


Рис. 6. Объяснение видимого движения Марса.

момента противостояния (Z_1M_1 на рис. 6). Через некоторый промежуток времени после противостояния Земля перейдет в положение Z_2 , а Марс за тот же промежуток времени опишет на своей орбите меньшую дугу M_1M_2 (так как его скорость движения по орбите меньше). В момент противостояния Марс был виден с Земли в направлении Z_1M_1 , через некоторое время после противостояния он будет виден по направлению Z_2M_2 , которое повернулось к западу по отношению к направлению Z_1M_1 . Земля как бы обгоняет Марс в своем

движении вокруг Солнца, и создается впечатление, что Марс перемещается между звездами к западу от первоначального положения, хотя на самом деле Марс движется по своей орбите в том же направлении, что и Земля.

Посмотрим, как будет изменяться направление с Земли на Марс в тот момент, когда Земля и Марс достигнут положений Z_3 и M_3 , т. е. когда Марс и Солнце видны с Земли под прямым углом (рис. 6). Через некоторое время Земля окажется в положении Z_4 и Марс — в положении M_4 . Направление Z_4M_4 повернулось к востоку по отношению к направлению Z_3M_3 , т. е. Марс будет перемещаться между звездами с запада на восток. Таким образом, за время, в течение которого Земля описала по своей орбите дугу Z_1Z_4 , Марс в своем видимом движении сначала перемещался между звездами с востока на запад (*обратное движение*), а затем с запада на восток (*прямое движение*). Где-то посередине между точками M_1 и M_4 будет момент *стояния* Марса, когда Марс как бы «останавливается» и изменяет направление своего перемещения между звездами. Наблюдения показывают, что момент стояния Марса наступает примерно через 35 суток после противостояния. После этого момента Марс будет перемещаться между звездами уже в прямом направлении.

Коперник, создав правильную в целом картину движения Земли и планет, положил начало новому этапу в развитии астрономии. Кроме того, если не говорить об античных временах, то теория Коперника явилась первой, не только не зависящей от религиозного вероучения, но и прямо противоречащей ему. Она знаменовала тем самым начало освобождения науки от религиозных пут.

«Революционным актом, которым исследование природы заявило о своей независимости ..., было издание бессмертного творения, в котором Коперник бросил... вызов церковному авторитету в вопросах природы. Отсюда начинается свое летосчисление освобождение естествознания от теологии» (Ф. Энгельс, Дialeктика природы, Изд-во политической литературы, 1975, стр. 8).

Коперник оказал тем самым решающее влияние на все последующее развитие естествознания и заслу-

жил признание как один из величайших реформаторов науки.

Однако победа гелиоцентрической системы пришла далеко не сразу. К ней лежал еще нелегкий и долгий путь, на котором пришлось преодолеть идеологическое давление и противодействие церкви, а также барьеры устоявшихся и привычных для тех времен взглядов.

Первыми горячими сторонниками коперниковых идей оказались немецкие молодые математики и астрономы Ретик (1514—1576) и Рейнгольд (1511—1553). Опять мы имеем дело с парадоксальным в известном смысле фактом появления еретических мыслей в Германии — центре протестантской религии, основатели которой Лютер и Меланхтон решительно осудили идеи Коперника еще в 1531 г. Но, по-видимому, протестантская церковь не прибегала к крайним «карательным» мероприятиям. Ретик был лично знаком с Коперником и именно он организовал издание знаменитого сочинения Коперника. В 1539—1540 гг. он сам опубликовал небольшую книгу «Первое повествование», где популярно излагает и защищает гелиоцентрические идеи.

Важным положительным моментом явилось издание в 1551 г. новых таблиц движения планет, составленных Рейнгольдом и известных под названием «Прусских таблиц». Эти таблицы оказались более точными, чем все предшествующие, основанные на схеме Птолемея. Например, в один из дней в 1563 г. Юпитер и Сатурн оказались очень близкими друг к другу на небе и как бы встретились. Таблицы движения предсказывали это явление, но «Прусские таблицы» «ошиблись» на несколько дней (это соответствовало ошибке в координатах планет около $10'$), а предшествующие — на целый месяц, что соответствовало ошибке в координатах около 2° . Таблицы Рейнгольда самим своим существованием и своей относительной точностью содействовали авторитету теории Коперника.

Но в течение почти половины века список пропагандистов гелиоцентрических идей ограничивался названными двумя именами.

Любопытную позицию заняла католическая церковь. Ее отцы во главе с папой римским не выступили с осуждением Коперника и его идей, а ограничились лишь тем, что постарались придать всей теории

Коперника другой смысл, совершенно безобидный для религии. Теория Коперника выдавалась ими как чисто математический «рецепт» и абстрактная схема, предназначенные лишь для вычислений, но не для объяснения фактического устройства мира. Этому способствовало предисловие к книге Коперника, якобы принадлежащее автору, в котором именно так и объяснялся смысл излагаемой ниже теории. Фактически это предисловие было написано проповедником лютеранской церкви Осиандером, непосредственно редактировавшим книгу при ее издании.

Мы не можем сейчас сказать, чем руководствовались отцы церкви. То ли они, не сумев предвидеть дальнейший путь развития науки, переоценили прочность своих позиций и не увидели для себя в книге Коперника серьезной опасности, то ли они не хотели выступать лично против Коперника, который сам принадлежал к представителям церковных католических кругов; тем более, что против Коперника выступили их соперники по религии — протестанты.

По поводу предисловия Осиандера сейчас существуют различные мнения. Одно мнение такое, что Осиандер совершил подлог, исказив весь смысл многолетнего труда Коперника. Другое же — что Осиандер поступил мудро, представив глубокую теорию, опрокидывающую основные догматы церкви, как невинные научные изыскания, тем самым усыпив бдительность отцов церкви и рассчитывая, что настоящие ученые сами сумеют разобраться в настоящем смысле всего написанного в книге. Иначе «еретическая» направленность книги была бы настолько очевидна, что католическая церковь или постаралась бы запретить ее издание или же сразу принять все меры, чтобы искоренить подобную ересь.

Как бы то ни было, хотя теория Коперника почти всю вторую половину XVI в. воспринималась многими в искаженном виде, но все же она вошла прочно в астрономию и пользовалась авторитетом.

В конце XVI в. в Италии раздается страстный голос философа и поэта Джордано Бруно в защиту главной коперниковой идеи, а также других, еще более еретических идей о существовании в Солнечной системе неизвестных еще планет, о существовании, по-

мимо Земли, других обитаемых миров и т. д. В 1592 г. Бруно был заточен в тюрьму, а в 1600 г. по приговору римской инквизиции публично сожжен на костре в назидание всем «еретикам». Порядок в католическом доме был таким образом восстановлен.

Но в начале XVII в. в Италии и в Германии на научной арене появляются два великих ученых: Галилео Галилей (1564—1642) и Иоганн Кеплер (1571—1630), и начинается настоящая борьба за новую гелиоцентрическую систему мира, в которой церковь потерпела в конце концов бесславное поражение.

В 1610 г. Галилей впервые в истории астрономии направил на небо зрительную трубу — телескоп, что неизмеримо расширило возможности исследования неба. Уже первые наблюдения Галилея с телескопом привели к замечательным открытиям. Он обнаружил прежде всего, что вокруг Юпитера движутся четыре небольшие звездочки. Наименьший из периодов обращения этих звездочек составлял 42 часа, наибольший — 17 суток. Галилей назвал их «медицейскими планетами» (в честь герцога Медичи); Кеплер вскоре присвоил им название *спутников*. Это название сохранилось до сих пор для тех небесных тел, которые обращаются вокруг планет подобно тому, как сами планеты обращаются вокруг Солнца.

Открытые Галилеем спутники Юпитера воспроизвели в миниатюре систему планет, обращающихся вокруг Солнца. Их открытием была доказана ошибочность старой догмы о том, что центром движений может быть только неподвижная Земля. Наглядно было опровергнуто то «возражение» против системы Коперника, что Луна не может, мол, обращаться вокруг движущейся Земли, не отставая от нее. Ведь обращаются же спутники вокруг движущегося Юпитера!

Галилей обнаружил также, что Венера не всегда видна в виде полного диска, а, так же как и Луна, меняет свой облик: то она имеет вид серпа, то виден полный диск, а иногда Венеры и совсем не видно. Этим доказывалось, что Венера, как и Луна, есть темное тело, заимствующее свой свет от Солнца. Смена фаз Венеры происходила точно так, как это можно предсказать, считая, что она обращается вокруг Солнца (рис. 7).

Направив телескоп на Луну, Галилей обнаружил, что Луна совсем не идеальный гладкий шар, как думали раньше о всех небесных телах; на Луне были видны горы и впадины, она была в какой-то мере похожа на Землю. Это подтверждало, что Земля —

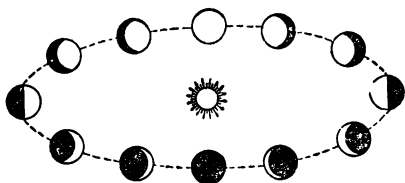


Рис. 7. Фазы Венеры.

обычное небесное тело, не отличающееся в целом от других небесных тел.

Эти открытия ясно говорили в пользу гелиоцентрических идей. Галилей рассказывал о них всюду, где только мог, демонстрировал всем свой телескоп. Тогда же (в 1610 г.) написал об этих открытиях небольшую книгу «Звездный вестник», а вскоре, в 1613 г., другую — «Письма о солнечных пятнах», причем последнюю на простом, всем доступном итальянском литературном языке (обычно было принято издавать всю научную литературу на латинском языке). Идеи Коперника становятся достоянием не только ученых, но и широких масс. Такой поворот событий отцы церкви не предвидели. Они прибегают теперь к решительным мерам. Римская инквизиция издает 5 марта 1616 г. «знаменитый» декрет, в котором учение Коперника объявляется ложным и еретическим, а его книга и некоторые другие заносятся в так называемый индекс запрещенных книг, так что, как говорится в декрете, «отныне никто, какого бы он ни был звания или положения, под угрозой наказаний, установленных Тридентским собором, не смеет этих книг печатать или содействовать их печатанию, или под каким бы то ни было предлогом хранить у себя или читать».

Но этот декрет уже ничего не мог изменить. Он не остановил Галилея в его защите идей Коперника и никак не повлиял на Кеплера, который еще в 1609 г. опубликовал в Праге свою замечательную книгу, из-

вестную сейчас под сокращенным названием «Новая астрономия». В этой книге Кеплер излагает свои знаменитые законы движения планет, открытые им при изучении движения Марса и Земли.

К изучению движения Марса Кеплер приступил еще в 1600 г., желая уточнить теорию Коперника. Дело в том, что последняя страдала рядом недостатков. В ней сохранялись сложные системы эпициклов; таблицы движения планет, составленные на основании этой теории, стали предсказывать положения планет с большими ошибками и т. д.

Кеплер выбрал Марс потому, что именно в его движении обнаруживались наибольшие неправильности. Весьма счастливым обстоятельством явилось то, что Кеплер имел многочисленные и наиболее точные для того времени наблюдения Марса (т. е. записи с наблюдаемыми координатами Марса), полученные знаменитым датским астрономом Тихо Браге. Без этих материалов открытия Кеплера не были бы возможными.

Кеплер поставил перед собой непосредственно две проблемы: 1) определить истинный путь Марса в пространстве внутри Солнечной системы и 2) установить, каким математическим законам подчиняется движение Марса по этому пути. Эти проблемы являлись очень сложными прежде всего по той причине, что Марс, как и все небесные светила, наблюдается с Земли, которая сама движется в пространстве и движение которой также подлежало еще изучению. Поэтому Кеплер решил прежде всего изучить как можно более точно движение Земли.

Если бы можно было в каждый момент времени измерять непосредственно расстояния Земли от Солнца, то определение орбиты Земли оказалось бы простой задачей. Но в те времена подобные измерения были невозможны, и Кеплер нашел следующий остроумный выход.

Пусть Марс наблюдается во время противостояния, а затем через один, два, три и т. д. периода его обращения вокруг Солнца. Земля занимает в эти моменты некоторые положения $Z_0, Z_1, Z_2, \dots$ в пространстве (рис. 8), а Марс, как считал Кеплер, одно и то же положение M (в пределах небольшой точности наблюдений в ту эпоху это справедливо).

Данные именно о таких наблюдениях Кеплер выбрал из материалов Тихо Браге.

Углы $\angle Z_0CZ_1$, $\angle Z_0CZ_2$ и др. между направлениями с Земли на Солнце в разные моменты можно определить, сопоставляя положения Солнца на эклиптике

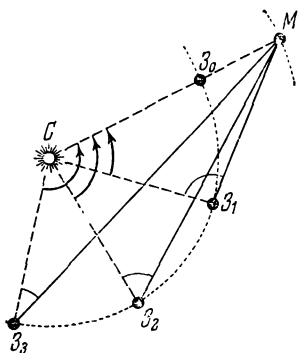


Рис. 8. Определение орбиты Земли.

в эти моменты. В самом деле, величина видимого перемещения Солнца по эклиптике в градусах в течение некоторого промежутка времени равна углу, на который поворачивается направление с Земли на Солнце за это время. Кеплер же располагал таблицами движения Солнца, составленными Тихо Браге, по которым можно было найти положение Солнца на эклиптике в любой момент времени с точностью до 1 минуты дуги.

По материалам Тихо Браге можно было также найти углы $\angle CZ_1M$, $\angle CZ_2M$ и т. д. между направлениями на Солнце и Марс в указанные моменты. Все это давало возможность определить из треугольников $\triangle CMZ_1$, $\triangle CMZ_2$, $\triangle CMZ_3$ и т. д. расстояния CZ_1 , CZ_2 и т. д. в долях расстояния CM . Затем можно было нанести на чертеж точки, соответствующие положениям Земли в разные моменты, и провести кривую, изображающую путь Земли вокруг Солнца.

Довольно быстро (в 1601 г.) Кеплер нашел, что путь Земли в пространстве совпадает практически с окружностью, причем Солнце смещено по отношению к ее центру. Этот результат был не нов, так как он содержался в теории Коперника. Однако величина этого смещения, выраженная в долях радиуса орбиты, оказалась вдвое меньше, чем в теории Коперника (около $1/59$ вместо $1/31$). Кроме того, по Копернику Земля должна двигаться по своей орбите равномерно (Коперник применял схему эксцента), а Кеплер со всей очевидностью обнаружил, что движение Земли неравномерное: более быстрое вблизи

перигелия (точки орбиты, ближайшей к Солнцу) и более медленное вблизи *афелия* (точки орбиты, наиболее удаленной от Солнца).

Далее Кеплер стал искать связь между скоростью движения Земли и ее расстоянием до Солнца в различных точках орбиты. Он был твердо уверен, что такая связь существует. Интересно отметить, что Кеплер исходил при этом из своего представления о физических причинах движения планет вокруг Солнца. «Если Солнце есть источник света, то оно также есть источник движения, — писал Кеплер, — в нем „движущая душа“, которая тем сильнее движет планеты, чем ближе они находятся».

Этим же словами Кеплер впервые в астрономии выразил мысль о решающем влиянии Солнца на движение планет.

Сначала Кеплер предположил, что скорость Земли в любой точке ее орбиты обратно пропорциональна расстоянию до Солнца. Затем он стал проверять это предположение, имея данные о фактическом движении Земли, и при этом он пришел к своему замечательному результату, известному под названием *закона площадей*.

Оказалось, что справедлива не обратная пропорциональность скорости движения по орбите расстоянию от Солнца, а несколько другая закономерность. А именно, если взять на орбите Земли различные отрезки Z_1Z_2 , Z_3Z_4 и т. д., которые Земля проходит за одно и то же время (рис. 9), и соединить концы этих отрезков с Солнцем, то площади всех секторов CZ_1Z_2 , CZ_3Z_4 и т. д. будут одинаковыми*). По другому эту закономерность можно выразить так: площади, описываемые радиус-вектором Земли (прямой, соеди-

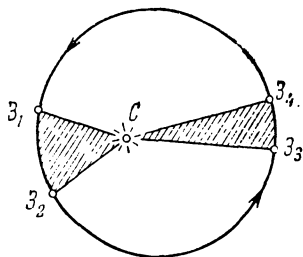


Рис. 9. Отрезки Z_1Z_2 , Z_3Z_4 орбиты, которые Земля проходит в равные промежутки времени, таковы, что площади заштрихованных секторов равны между собой.

*) Для наглядности смещение центра орбиты и изменение расстояний, преувеличены по сравнению с фактической орбитой Земли.

няющей Солнце с Землей), пропорциональны времени.

К концу 1601 г. Кеплер закончил изучение движения Земли и приступил к уточнению орбиты Марса. Для этого он опять выбрал из материалов Тихо

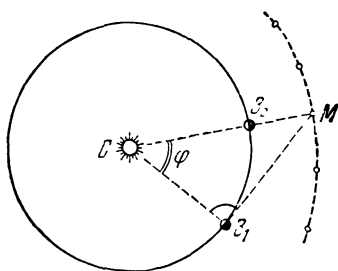


Рис. 10. Определение орбиты Марса.

Браге данные о положениях Марса на небе через один или несколько периодов обращения Марса вокруг Солнца после противостояния.

На рис. 10 отмечены положения Земли и Марса в момент противостояния (Z_0, M) и через один период обращения Марса (Z_1, M). Угол ϕ и расстояние SZ_1 Кеплер мог найти по своим табли-

цам движения Земли. Угол SZ_1M можно было определить по материалам Тихо Браге. После этого можно было найти из треугольника SMZ_1 расстояние SM Марса от Солнца в долях радиуса орбиты Земли.

Таким путем Кеплер вычислил положения Марса на его орбите для различных моментов времени и получил как фактическую траекторию движения, так и данные о скорости перемещения Марса вдоль этой траектории. Прежде всего он сразу обнаружил, что орбита Марса не имеет форму окружности, а вытянута вдоль линии, соединяющей афелий и перигелий орбиты, хотя и очень незначительно: наибольший диаметр орбиты отличался от наименьшего примерно лишь на 0,5%. Перед Кеплером встала задача — описать математически ту кривую, по которой движется планета. Он стал проверять одну за другой гипотезы, которые создавал его изобретательный ум. При этом он сначала убедился в том, что движение Марса, действительно, удовлетворяет закону площадей, полученному им ранее. Этот закон связывал изменение расстояния между Марсом и Солнцем со скоростью перемещения планеты по орбите и проявлялся гораздо более отчетливо, чем в случае Земли. Вблизи своего перигелия Марс проходил за два месяца отрезок пути, который виден с Солнца под уг-

лом $37^{\circ},0$, а вблизи афелия он пробежал за это время дугу только в $25^{\circ},8$.

Задавая ту или иную форму орбиты, Кеплер мог вычислить положения Марса на орбите в различные моменты времени и сравнить с фактическими положениями. Задавая же закон изменения скорости планеты вдоль орбиты, Кеплер мог вывести форму орбиты, затем вычислить положения планеты и опять сравнить с фактическими.

Здесь интересно упомянуть о методе (методе индукции), которым Кеплер, пожалуй, впервые в науке воспользовался с такой последовательностью.

Сначала он создавал гипотезу о том или ином характере движения Марса, затем тщательно проверял эту гипотезу на основании сравнения вычисленных данных с фактическими данными о положениях планеты на небе. Если эта гипотеза приводила к таким расхождениям с фактическими положениями (наблюдавшимися Тихо Браге), которые нельзя объяснить ошибками наблюдений, то Кеплер без колебаний ее отбрасывал, какой бы привлекательной она ни казалась с теоретической и логической точек зрения, и переходил к другой гипотезе. «Он ясно сознавал,— пишет Эйнштейн,— что теоретические, логически-математические построения, безразлично насколько прозрачные, не могут сами по себе гарантировать истину: что самые логические теории не имеют ни малейшего значения в естественных науках без сравнения с точнейшим опытом. Без этой философской точки зрения его (Кеплера) работа не была бы возможной».

Надо отметить исключительную честность и добросовестность, безмерное терпение и неутомимое трудолюбие, с которыми Кеплер подходил к проверке своих гипотез. В одной из них, касающейся движения Марса, Кеплер получил расхождение между своими вычисленными теоретически положениями Марса на небе и положениями, отмеченными Тихо Браге при наблюдениях, всего лишь в 8 минут дуги. Так как изменение положений светил на небе в 4 минуты дуги остается почти незаметным для невооруженного глаза *), то ошибку в 8 минут дуги едва ли

*) Тихо Браге наблюдал с помощью инструментов, лишенных каких-либо оптических устройств,

можно считать существенной. Так заманчиво было бы для менее добросовестного ученого отнести полученное расхождение за счет ошибки Тихо и объявить о достижении истины. Но Кеплер не мог так поступить, он был уверен в том, что Тихо не допускал таких ошибок; и он без колебаний отбросил свою гипотезу как ложную, не обращая внимания на те колоссальные вычисления, которые оказывались теперь бесполезными, и не опуская рук в предвидении дальнейшей огромной работы. Напомним, что в те времена вычисления велись даже без помощи логарифмов. Каждый, кто имел дело с астрономическими вычислениями, несомненно, поймет, сколько труда они тогда требовали.

Сначала Кеплер проверил возможность яйцеобразной орбиты, затем, в 1604 г., — гипотезу овала. Последняя гипотеза не удовлетворила Кеплера, так как она приводила к слишком малым расстояниям между Солнцем и Марсом в средних положениях (между афелием и перигелием), т. е. получалось слишком большое расхождение с кругом. «Правда лежит,— пишет Кеплер в 1604 г.,— между кругом и овалом, как будто орбита Марса есть точный эллипс». Но в то время Кеплер еще серьезно не рассматривал случай эллиптической орбиты.

Заметим, что в «Новой астрономии» мы встречаемся с весьма оригинальным изложением, необычным для научных книг. Мы привыкли, что в научном труде, посвященном исследованию той или иной проблемы, излагаются уже готовые результаты работы, а не описывается весь сложный творческий процесс, который привел к этим результатам. Кеплер же ничего не скрывает от читателя. Он описывает весь ход рассуждений, как правильных, так и неправильных, изложение нередко прерывается лирическими отступлениями, в которых автор как бы делится с читателем своими надеждами и разочарованиями, тревогой и торжеством. Кеплер излагал на бумаге мысли такими, какими они непосредственно рождались в его голове.

Год 1605 оказался для Кеплера годом полного успеха. В начале этого года ему удалось найти уравнение, описывающее движение Марса по его орбите и которое называется сейчас в небесной механике

уравнением Кеплера, но он еще не осознавал, что полученные формулы соответствуют движению именно по эллипсу.

Далес Кеплер попытался опять проверить яйцеобразный овал, более широкий с одного конца, но вскоре потерпел неудачу. Опять мучительные размышления, и, наконец, его озарила истина: орбита Марса есть эллипс, а Солнце находится в фокусе этого эллипса. «Не переставая ощупывать все места окружающего мрака, я вышел, наконец, — пишет Кеплер, — на яркий свет истины». Проверка гипотезы

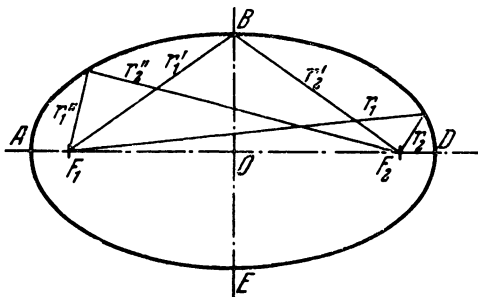


Рис. 11. Эллипс. Суммы $r_1 + r_2$, $r_1' + r_2'$ и $r_1'' + r_2''$ одинаковы и равны большой оси эллипса AD .

эллипса быстро привела Кеплера к успешному завершению работы.

Такова история открытия двух замечательных закономерностей в движении планет, которые известны сейчас под названием первого и второго законов Кеплера и формулируются так:

1. Планета в своем движении вокруг Солнца описывает эллипс, причем Солнце находится в одном из фокусов эллипса.

2. Прямая линия, соединяющая планету с Солнцем (радиус-вектор планеты), описывает равные площади в равные промежутки времени.

Напомним, что эллипсом называется кривая, для любой точки которой сумма расстояний от двух заданных точек, называемых фокусами эллипса, постоянна.

На рис. 11 F_1 и F_2 — фокусы эллипса, O — центр эллипса. Отрезок AD называется большой осью, отрезок BE — малой осью эллипса, а отрезки $AO = OD$,

$BO=OE$ называются соответственно большой и малой полуосями эллипса. Для орбиты, имеющей форму такого эллипса, линия AD называется *линией апсид*. Отношение $e = \frac{OF_1}{OA} = \frac{OF_2}{OA}$ называется эксцентриситетом эллипса; чем больше эксцентриситет, тем больше смещены фокусы по отношению к центру и тем больше разность между большой и малой полуосями. Расстояние центра эллипса от фокусов вычисляется по формуле $OF_1=OF_2=e \cdot OA$. Малая полуось BO связана с большой полуосью AO и эксцентриситетом e формулой

$$BO = AO \sqrt{1 - e^2}.$$

Чем больше BO отличается от AO , тем сильнее вытянут эллипс и тем больше он отличается от круга. При небольших значениях эксцентриситета большая и малая полуоси эллипса почти одинаковы, и такой эллипс очень мало отличается от окружности.

Для эллиптической орбиты Марса, для которой эксцентриситет равен около $1/11$, малая полуось отличается от большой примерно лишь на $1/200$ ее долю, а для эллиптической орбиты Земли (с эксцентриситетом около $1/59$) — на $1/7000$. Небольшая точность наблюдений не позволила Кеплеру отличить орбиту Земли от круговой; но ее эллиптичность проявлялась в смещении Солнца по отношению к центру орбиты и в согласии скорости движения по орбите с законом площадей.

В 1618—1621 гг. Кеплер публикует (по частям) книгу «Сокращение коперниковой астрономии», где достаточно четко и популярно излагает и обосновывает гелиоцентрическое строение планетной системы, причем использует также открытия Галилея. Здесь же он говорит, что его два закона планетных движений относятся ко всем планетам, а не только к Марсу и Земле. (Конечно, «Сокращение» было сразу занесено римской церковью в индекс запрещенных книг.)

Кроме того, Кеплер изложил в этой книге свой третий закон планетных движений, открытый им в 1618—1619 гг. и не менее знаменитый, чем его первый и второй законы. Этот закон увенчал его многолетние поиски общей закономерности, объединяющей все планеты и отражающей тот факт, что планеты движутся тем медленнее, чем дальше они находятся от Солнца.

Сравнивая размеры орбит и периоды обращения планет вокруг Солнца, Кеплер обнаружил, что *квадраты периодов обращения любых двух планет относятся между собой, как кубы их средних расстояний от Солнца (больших полуосей их эллиптических орбит).*

Например, среднее расстояние Земли от Солнца относится к среднему расстоянию Марса от Солнца, как 1:1,52 (по данным Кеплера), а их периоды обращения вокруг Солнца, как 1:1,88. Возведя первое отношение в куб, а второе в квадрат, мы получим почти равные величины: $1/3,53$ и $1/3,54$.

Отношение средних расстояний от Солнца до Земли и Юпитера во времена Кеплера считалось равным $1/5$, а отношение их периодов обращения $1/12$ (период обращения Юпитера вокруг Солнца принимали равным 12 годам). Куб первого отношения равен $1/125$, а квадрат второго $1/144$. Конечно, эти величины не равны точно друг другу. Однако Кеплер считал свой закон абсолютно точным, имея в виду, что данные о расстояниях планет и об их периодах обращения, которыми он располагал, лишь приближенные.

Если принять расстояние Земли от Солнца и время обращения Земли вокруг Солнца за единицу, то, используя более точные данные о расстояниях и периодах обращения планет, мы получим такую таблицу (расстояние Земли от Солнца и ее период обращения приняты за единицу):

Т а б л и ц а 1

Планета	Большая полуось орбиты a	Период обращения вокруг Солнца T	a^3	T^2
Меркурий	0,387	0,241	0,058	0,058
Венера	0,723	0,615	0,378	0,378
Земля	1,000	1,000	1,000	1,000
Марс	1,524	1,881	3,540	3,538
Юпитер	5,203	11,862	140,8	140,7
Сатурн	9,539	29,458	868,0	867,9

Из таблицы видно, что для любых двух планет отношение кубов их средних расстояний от Солнца $\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$ почти точно совпадает с отношением квадратов

их периодов $\frac{T_1^2}{T_2^2}$. О причине небольших отклонений от третьего закона, которые заметны из чисел таблицы, мы скажем позже.

На основе открытых им законов Кеплер после многолетних кропотливых вычислений составил таблицы, по которым можно было найти на небе положение каждой планеты в любой момент времени. Эти таблицы, опубликованные в 1627 г., оказались гораздо более точными, чем все предыдущие, что служило самым верным подтверждением правильности законов, открытых Кеплером.

Продолжал работать и Галилей. В 1624 г. он написал «Послание к Инголи» (как бы обращение к итальянскому богослову и юристу Ф. Инголи), а в 1629 г. закончил и в 1632 г. опубликовал фундаментальную книгу «Диалог о двух системах мира, птолемеевой и коперниковой». Особенный успех имела последняя, где он собирает и систематизирует все свои аргументы в пользу самого принципа движения планет и Земли вокруг Солнца. Защиту коперникова учения он проводит в несколько завуалированной форме (помня о декрете римской церкви от 1616 г.). Изложение ведется в форме разговора между тремя собеседниками, из которых один — коперниканец, другой — приверженец Аристотеля, а третий представляет как бы нейтральную сторону. Каждый из собеседников приводит аргументы в защиту своих идей, однако аргументы коперниканца выглядят в книге настолько более убедительными, что у читателя не может появиться и доли сомнения, на чьей стороне автор и кто прав.

Римская церковь посчитала эту книгу явным нарушением декрета от 1616 г., и Галилей был привлечен в 1633 г. к суду «святейшей инквизиции». Он был вынужден публично отречься от своих «заблуждений», ему запретили что-либо публиковать. До конца своей жизни он остался как бы под домашним арестом и под наблюдением агентов инквизиции.

Конечно, суд над Галилеем и декрет церкви от 1616 г. это — позорные страницы в истории Италии, напоминающие о той страшной роли, которую играла католическая церковь, объединенная с государствен-

ной властью. Предмет их защиты был обращен уже в прах. Геоцентрическая древняя и средневековая астрономия была разрушена в научном смысле Галилеем и Кеплером целиком и полностью. Галилей убедительно показал справедливость идей Коперника с общих позиций, опирающихся на данные астрономических наблюдений, на принципы механики и т. д., а работы Кеплера ясно свидетельствовали о том, что эти идеи полностью соответствуют конкретным движениям планет. После Галилея и Кеплера никто из астрономов и научно мыслящих людей в Европе не возвращался к геоцентрической системе мира. Только католическая церковь продолжала регулярно выпускать индекс запрещенных книг — этот символ тупости и мракобесия, — в котором еще до 1819 г. повторялись имена Коперника, Галилея, Кеплера.

Таким образом, к концу первой трети XVI в. завершился период изучения движения планет, который можно назвать описательным или геометрическим. Было установлено, как движутся планеты, т. е. была выяснена кинематика их движений. Но оставалось совсем неясным, почему именно так — в согласии с законами Кеплера — движутся планеты? Что заставляет планеты двигаться вокруг Солнца, спутники Юпитера — вокруг Юпитера, Луну — вокруг Земли?

Истоки развития динамики Солнечной системы, т. е. изучения движений планет как движений, обусловленных действующими силами, тесно связаны с теми же славными именами Коперника, Кеплера и особенно Галилея.

§ 3. ОТКРЫТИЕ ЗАКОНА ТЯГОТЕНИЯ

Вспомним простое, всем известное явление: падение всех тел на Землю, вызываемое силой тяжести. Все материальные тела, если они ничем не поддерживаются, падают на Землю. Что заставляет их падать? Древнегреческие ученые «объясняли» этот простой факт тем, что все тяжелые тела должны стремиться «вниз», к центру Вселенной, а центром мира в древности считали центр Земли. Это свойство они и называли тяжестью.

До тех пор, пока Земля считалась чем-то особенным и единственным в мире, то и тяжесть (или сила

тяжести) считалась чисто земным явлением, не имеющим никакого отношения к небу. Однако открытия Коперника и его последователей доказали, что Земля есть рядовая планета, движущаяся вместе с другими планетами вокруг Солнца, что Земля представляет собой небесное тело, похожее на другие небесные тела. В связи с этим появилась мысль о том, что и свойство тяжести присуще не только Земле, но и другим небесным телам. Если материальные тела, находящиеся вблизи Земли, стремятся к ее центру, то эти же тела, находясь вблизи Луны, планет или Солнца, должны также стремиться к центрам этих небесных тел. Другими словами, они должны притягиваться этими небесными телами.

Коперник, а затем и Кеплер правильно полагали, что небесные тела обладают свойством притягивать *). Они рассматривали это свойство как стремление однородных тел слиться воедино. В своей книге «Новая астрономия» Кеплер пишет:

«Тяжесть есть взаимная склонность между родственными телами, стремящимися слиться, соединиться воедино... В какое место мы ни поместили бы Землю, тяжелые тела вследствие присущей им особенности будут всегда двигаться к ней... Если бы в каком-нибудь месте мира находились два камня на близком расстоянии друг от друга и вне сферы действия какого бы ни было родственного им тела, то эти камни стремились бы соединиться друг с другом подобно двум магнитам...».

Таким образом, благодаря распространению свойства тяжести на другие небесные тела был уже поставлен вопрос о взаимодействии этих тел.

С другой стороны, особенности строения Солнечной системы, открытые Коперником, указывали на то, что Солнце, находясь в центре системы планет, играло определяющую роль в их движении. Коперник, допуская, что Солнце и планеты обладают свойством притягивать, признавал влияние Солнца на планеты. Еще более отчетливо на роль Солнца по отношению к движению планет указывали законы Кеплера. Солнце находилось в фокусе всех эллиптических ор-

*) Аналогичные мысли о тяжести высказывали ранее Николай Кузанский и Леонардо да Винчи.

бит планет (1-й закон); приближаясь к Солнцу, планеты начинали двигаться быстрее на своих орбитах, удаляясь же от Солнца, они замедляли свое движение (2-й закон); периоды обращения всех планет и их расстояния от Солнца связаны единой закономерностью (3-й закон).

Сам Кеплер считал, что движение планет управляется Солнцем. Он высказывал правильные взгляды на тяготение, утверждая, что «два отдельных тела стремятся друг к другу как два магнита»; тяготение, по Кеплеру, играет важную роль в движении планет. Оно удерживает планеты около Солнца. Однако Кеплер понимал роль тяготения в движении планет не совсем правильно: он считал, что Солнце притягивает планеты как магнит и, вращаясь, увлекает за собой планеты.

Дальнейшее развитие представлений о связи между притяжением и движением планет неразрывно связано с открытиями в области механики материальных тел.

Мы уже говорили выше, что французские ученые еще в XIV в. отвергли механику Аристотеля. Их идеи, послужившие началом новой механики, нашли свое продолжение в работах Галилея, а затем завершение у Ньютона в виде трех основных законов механики. Но надо сказать, что в Италии аристотельянство имело особенно глубокие корни, и католическая церковь делала все, чтобы упомянутые идеи были зачеркнуты и забыты. Во всяком случае, Галилей выполнил все свои исследования, не ссылаясь на каких-либо предшественников. Очень важно отметить, что именно Галилей впервые ввел в практику научных исследований физический эксперимент. У Буридана, Сакса и других французских ученых XIV в. мы встречаем лишь использование данных, так сказать, пассивных повседневных наблюдений, но не специально поставленные эксперименты. Что же касается остальных ученых и особенно итальянских, то их исследования до Галилея производились почти целиком путем толкования сочинений Аристотеля и других древнегреческих и средневековых авторитетов. Таких ученых остроумно высмеял Галилей в своем «Диалоге».

«...если им требуется узнать, как происходит то или иное явление, или если им нужно приобрести познание о действии сил природы, они не взойдут на

лодку и не подойдут к луку или к артиллерийскому орудью, а удалятся в свой кабинет и начнут перерывать указатели и оглавления, чтобы найти, не сказал ли чего по этому поводу Аристотель; затем, удостоверившись в точном смысле его текста, они уже больше ничего не желают и не придают цены тому, что можно узнать о данном явлении».

Галилей изучил свободное падение тел, бросая их с высоты на землю и измеряя время падения. Он провел также опыты с металлическим шаром, наблюдая, как он скатывается по наклонной доске в вырезанном гладком желобе и измеряя при этом время, за которое шар скатывается с той или иной высоты.

Прежде всего Галилей установил, что падающие тела и катящийся вниз по наклонной доске шар движутся с постоянным ускорением. Собственно говоря, именно Галилей первым ввел понятия ускорения и равномерно ускоренного движения, которыми мы сейчас пользуемся. Правда, более или менее точной величины ускорения в своих опытах Галилей не установил, так как методы измерения времени оставались тогда весьма несовершенными. Точных часов еще не было. Галилей собирал, а затем взвешивал воду, которая вытекала из большого сосуда через тонкую трубку за время перемещения шара от одной точки доски к другой. Это позволило ему сопоставить промежутки времени, за которые шар перемещается вдоль различных отрезков пути, и установить, что квадраты этих промежутков времени пропорциональны длинам соответствующих отрезков. Такая закономерность отвечала формуле равноускоренного движения.

Галилей пришел также к закону инерции.

Если толкнуть шар по наклонной плоскости вверх, то его движение замедляется, он в конце концов останавливается, а затем катится с ускорением вниз. Галилей обнаружил, что если доске придавать меньший уклон, то шар испытывает меньшее замедление при движении вверх и меньшее ускорение при движении вниз.

А если доска расположена строго горизонтально? Галилей сделал вывод, что тогда шар не должен испытывать ни замедления, ни ускорения, и будет катиться как угодно долго, не ускоряя и не замедляя своего движения. Галилей говорит: «Когда тело дви-

жется по горизонтальной плоскости, не встречая никакого сопротивления, то... движение его является равномерным и продолжалось бы бесконечно, если бы плоскость простиралась в пространстве без конца».

Конечно, реализовать практически такое бесконечное движение на строго горизонтальной доске нельзя. Во всяком случае, шар остановится вследствие трения о доску. Но Галилей сумел благодаря своим опытам отвлечься от действия трения и понял, что тела движутся ускоренно или замедленно вследствие действия на них сил. Если же на тело силы не действуют, то оно будет двигаться с неизменной скоростью (равномерно). Это и есть, по существу, закон инерции, хотя, конечно, его современная формулировка, принадлежащая Ньютону, гораздо более полная и точная (см. ниже).

Галилей получил также ряд других интересных результатов в области механики и собрал все вместе в своей последней книге, вышедшей в свет в 1638 г. и сокращенно называемой «Беседы». По существу, Галилей полностью открыл Ньютону путь к основным законам механики. Однако в отношении движения небесных тел Галилей во многом ошибался. Он перенес на них закон инерции в измененном и странном виде, почему-то считая, что для планет движением по инерции является равномерное круговое движение. В «Диалоге» он пишет:

«Круговое движение естественно (т. е. без внешнего вмешательства) присуще телам, составляющим Вселенную и размещенным в наилучшем порядке; прямолинейное движение сообщается природой телам и их частям только там, где они размещены в плохом порядке, не на своих естественных местах».

Галилей игнорировал законы Кеплера и факт неравномерного движения планет. Он был также далек от идей о действии центробежных и центростремительных сил при круговом движении и, вообще, о притяжении между небесными телами.

Но как бы то ни было, открытия Галилея позволили взглянуть на причины движения планет совсем по-другому. Если Кеплеру для объяснения того, почему планеты движутся, было необходимо представление о «подталкивающей» силе, то теперь такая сила уже оказывалась излишней: ведь планеты могли двигаться

и без нее — по инерции. Учет же сил, действующих на планеты, должен был объяснить не факт их движения, а только его характер и закономерности. В этом направлении и удалось найти правильную связь между притяжением и движением планет.

В 1666 г. итальянский ученый Борелли высказал следующую мысль о роли тяготения:

«Предположим, что планета стремится к Солнцу и в то же время своим круговым движением удаляется от этого центрального тела, лежащего в середине круга. Если обе эти противоположные силы равны между собой, они должны уравновеситься — планеты будут продолжать свое обращение вокруг Солнца».

Еще дальше пошел английский ученый Гук. В 1674 г. в работе «Опыт доказательства движения Земли из наблюдений» он пишет:

«Изложу систему мира, во многих отношениях отличную от всех известных, но отвечающую во всем общим законам механических движений. Она зависит от трех предположений.

Во-первых, что все небесные тела имеют притяжение, или силу тяготения к своему центру... Второе предположение то, что все тела, раз приведенные в прямолинейное и простое движение, будут продолжать двигаться по прямой линии, если не будет никакой другой силы, отклоняющей их и принуждающей двигаться по кругу, эллипсу... Третье предположение то, что притягательные силы тем значительней обнаруживают себя, чем ближе тело, на которое они действуют..., находится от центра действия...».

Борелли и Гук были уже недалеко от истины. Но их высказывания носили лишь характер догадок. Необходимо было строго доказать, что движения планет подчиняются силам притяжения и что существование притяжения действительно объясняет наблюдаемые закономерности этих движений.

Это было сделано великим английским ученым Исааком Ньютоном (1643—1727).

Проблемами тяготения и движения планет Ньютон стал заниматься еще в 1665—1666 гг. (т. е. почти одновременно с Борелли и Гуком) и уже к 1680 г. закончил создание своей теории. Свои результаты Ньютон опубликовал в 1687 г. в широко известной книге «Математические начала натуральной философии».

В этой замечательной книге Ньютон подвел итоги всем сделанным к тому времени открытиям в области изучения движения земных и небесных тел и сформулировал свои знаменитые законы механики.

Первый закон Ньютона (закон инерции) говорит, что всякое тело сохраняет состояние покоя или прямолинейного и равномерного движения до тех пор, пока оно не будет выведено из этого состояния приложенными к нему силами.

Второй закон Ньютона устанавливает связь между ускорением тела и приложенной к нему силой. Согласно этому закону, ускорение w , приобретаемое телом, пропорционально действующей силе F и обратно пропорционально массе тела m :

$$w = \frac{F}{m}.$$

Массой Ньютон называет меру количества вещества, содержащегося в теле.

Третий закон Ньютона говорит о том, что если одно тело действует на другое с какой-то силой в данном направлении, то последнее действует на первое с такой же силой, но направленной противоположно.

Эти три закона всесторонне подтверждаются на практике в земных условиях и составляют основу для изучения движения материальных тел на Земле. Ньютон применил их к движению небесных тел, несколько не сомневаясь в том, что небесные тела должны подчиняться тем же законам, что и земные.

На рис. 12 изображен схематически небольшой участок пути планеты P вокруг Солнца C . Отметим положение P_0 планеты в некоторый момент времени. Если бы на планету не действовали никакие силы, то она должна была бы двигаться в соответствии с законом инерции равномерно и прямолинейно с той же скоростью, какую она имела в точке P_0 (направление скорости планеты изображено стрелкой). Это движение происходило бы по касательной, проведенной к кривой в этой точке. Но поскольку планета движется по кривой, то на нее действует какая-то сила, заставляющая ее отклоняться от прямо-



Рис. 12. Уклонение планеты от прямолинейного пути под влиянием силы притяжения к Солнцу.

линейного пути. Путь планеты всегда обращен своей вогнутостью к Солнцу, т. е. отклонение планеты от прямолинейного пути происходит всегда в сторону Солнца. Поэтому именно к Солнцу должна быть направлена сила, действующая на планету.

Ньютон доказывает, что если движение какого-либо материального тела вокруг некоторого центра удовлетворяет закону площадей, то сила, отклоняющая материальное тело от движения по прямой линии, направлена не просто в сторону центра, но всегда точно к центру.

Так как движение планет вокруг Солнца удовлетворяет закону площадей, то они должны двигаться вокруг Солнца под влиянием притяжения к нему. Таким образом, то, что в виде предположений высказывалось ранее, становится уже строго доказанным фактом.

Далее Ньютон выводит формулы, которые позволяют определить на основании геометрических свойств кривой, которую описывает материальное тело вокруг силового центра, закон изменения силы притяжения в зависимости от расстояния до этого центра.

Он основывает свои выводы на том, что кривая, по которой движется тело, будет тем больше отклоняться от прямой (т. е. тем больше будет искривлена), чем сильнее притяжение центра. Расчеты, проведенные Ньютоном, показали, что если кривая, описываемая материальным телом, есть эллипс, в одном из фокусов которого находится притягивающий центр, то сила притяжения этого центра убывает пропорционально квадрату расстояния от него.

Из первого закона Кеплера мы знаем, что движение каждой планеты происходит по эллипсу, а Солнце находится в одном из фокусов этого эллипса. Поэтому сила притяжения, действующая на планеты, обратно пропорциональна квадрату расстояния планеты от Солнца. Так Ньютону удалось, на основании той геометрической картины движений планет, которую создал Кеплер, доказать, что планеты движутся под действием притяжения к Солнцу, изменяющегося обратно пропорционально квадрату расстояния планеты от Солнца.

Ньютон предположил, что и движение таких небесных тел, как спутники планет, также должно уп-

равляться силой притяжения. По мнению Ньютона, спутники тоже должны притягиваться к своим планетам с силой, изменяющейся обратно пропорционально квадрату расстояния от центра планеты.

Во времена Ньютона были уже известны четыре спутника Юпитера, открытые еще Галилеем, и пять спутников Сатурна, открытые в период между 1655 и 1684 гг. Гюйгенсом и Ж. Кассини. Наблюдения спутников Юпитера показывали, что они движутся равномерно по окружностям, причем Юпитер находится в центре их орбит. Движение спутников Юпитера в точности удовлетворяло третьему закону Кеплера (квадраты периодов обращения различных спутников относились между собой как кубы их расстояний от Юпитера), и это же соотношение выполнялось для спутников Сатурна *).

Поскольку равномерные круговые движения удовлетворяют, очевидно, закону площадей, из теорем Ньютона следовало, что силы, которые заставляют спутники Юпитера и Сатурна постоянно отклоняться от прямолинейного пути и описывать окружности, направлены к Юпитеру и Сатурну. Ньютон доказывает простую теорему, согласно которой материальные тела, движущиеся вокруг силового центра по окружностям и удовлетворяющие третьему закону Кеплера, притягиваются к центру с силой, изменяющейся обратно пропорционально квадрату расстояния. Отсюда следует, что сила, с которой спутник притягивается к Юпитеру или Сатурну, изменяется обратно пропорционально квадрату его расстояния от центра планеты.

Ньютон нашел и другой, косвенный путь проверки открытого им закона тяготения. Будем вслед за Ньютоном рассуждать так. Предположим, что материальное тело движется под действием притяжения силового центра, изменяющегося обратно пропорционально квадрату расстояния тела от этого центра. Какие закономерности тогда должны быть в движении этого тела?

*) В действительности спутники Юпитера и Сатурна движутся не по окружностям, а по эллипсам с очень малым эксцентриситетом (малая точность наблюдений того времени не позволяла обнаружить эллиптичность орбит).

Ньютон доказывает следующую теорему: если какое-либо материальное тело движется под влиянием притяжения силового центра, то это движение должно удовлетворять закону площадей. Если эта сила притяжения уменьшается пропорционально квадрату расстояния тела от центра, то движение тела может происходить по одной из следующих кривых: эллипсу (в частном случае — по кругу), параболе или гиперболе. Если же несколько материальных тел движутся вокруг притягивающего центра по различным эллипсам, то при силе притяжения к центру, обратно пропорциональной квадрату расстояния от него, квадраты периодов обращения относятся, как кубы больших полуосей их эллиптических орбит.

Таким образом, если планеты движутся под действием силы тяготения, то должны выполняться три закона Кеплера. Так как эти законы были выведены из наблюдений, то рассуждения Ньютона служили косвенным подтверждением существования сил тяготения.

Но Ньютон не только сумел доказать, что из законов Кеплера следует существование силы притяжения планет Солнцем. Ему удалось связать проявление силы тяготения, которая, казалось бы, действует только между небесными телами, с таким хорошо известным и всем знакомым явлением, как падение тел на Землю. Изучая движение Луны, Ньютон доказал, что сила притяжения Луны к Земле, управляющая движением Луны, есть не что иное, как сила тяжести на Земле, которая простирается до Луны, убывая пропорционально квадрату расстояния от Земли.

Как мы говорили выше, Галилей установил, что падение тяжелых тел на Землю совершается с постоянным ускорением. Величина этого ускорения была определена после изобретения в 1656 г. голландским ученым Гюйгенсом маятниковых часов и оказалась равной около $9,8 \text{ м/сек}^2$. Следовательно, согласно второму закону Ньютона, на все тяжелые тела действует сила, направленная вертикально вниз (по направлению к центру Земли), т. е. эти тела притягиваются к центру Земли. Этой силой и определяется тяжесть (вес) тел. Тела обладают тяжестью и совсем близко у поверхности Земли и на уровне высоких горных вершин. Но что может помешать этой силе

притяжения к центру Земли действовать и на большем расстоянии от поверхности? Ньютон и предположил, что она простирается, во всяком случае, до Луны, причем эта сила с увеличением расстояния от центра Земли должна уменьшаться по тому же закону, что и притяжение Солнца, Юпитера, Сатурна (пропорционально квадрату расстояния). Это предположение Ньютон мог проверить расчетами, поскольку в то время уже было известно расстояние Луны до Земли и радиус Земли.

На поверхности Земли, т. е. на расстоянии около 6370 км от ее центра, ускорение равно примерно $9,8 \text{ м/сек}^2$. Ускорение, вызываемое притяжением Земли на расстоянии r Луны от Земли (около 384 000 км), должно уменьшиться в $\frac{(384\,000)^2}{(6370)^2} \approx 3640$ раз. Разделив $9,8 \text{ м/сек}^2$ на 3640, получим $0,270 \text{ см/сек}^2$. Таким должно было бы быть ускорение Луны, если оно вызывается притяжением Земли. Вычислим теперь приближенно действительное ускорение Луны, предполагая, что она движется по кругу. Как известно, при равномерном круговом движении ускорение ω равно

$$\omega = \frac{v^2}{r},$$

где v — скорость движения Луны по орбите, а r — расстояние от Луны до Земли. Скорость v движения Луны по ее орбите равна $\frac{2\pi r}{T}$, где T — период обращения Луны, равный $27\frac{1}{3}$ суток. Вычисляя, получим

$$v \approx 1,02 \text{ км/сек.}$$

Возведя v в квадрат и разделив на r , найдем

$$\omega \approx 0,271 \text{ см/сек}^2.$$

Таким образом, действительное ускорение Луны почти совпадает с ускорением, вызываемым притяжением Земли. Соответствие полученных двух чисел (0,270 и 0,271) очень хорошее, если к тому же учесть, что Луна движется все же не точно по кругу, а по эллипсу.

Следовательно, и тяжесть на поверхности Земли и движение Луны обусловлены одной и той же силой. Эта сила, с которой Земля притягивает все материальные тела к своему центру, обратно пропорциональна

квадрату расстояния до центра. Таким образом, вес всех тел на Земле есть та сила, с которой Земля притягивает эти тела.

На основании всего сказанного можно сделать вывод о том, что обращение всех планет вокруг Солнца, спутников Юпитера вокруг Юпитера, спутников Сатурна вокруг Сатурна, Луны вокруг Земли есть явления одной и той же природы. Все эти спутники и планеты движутся под действием силы, направленной к центру того небесного тела, вокруг которого происходит движение; эти силы при удалении от Юпитера, Сатурна, Солнца, Земли убывают пропорционально квадрату расстояния. Следовательно, Солнце, Юпитер, Сатурн, Земля обладают свойством притягивать другие небесные тела. На Земле это притяжение распространяется на все материальные тела и определяет известное свойство тяжести. Очевидно, что свойством тяжести материальные тела должны обладать также и на Солнце, Юпитере, Сатурне, Венере, Марсе, Меркурии.

Всякое притяжение, как это следует из третьего закона Ньютона, есть взаимное свойство. Поэтому, если Солнце притягивает все планеты, то и каждая планета должна притягивать к себе Солнце. Если Земля притягивает Луну, то и Луна должна притягивать Землю. Наконец, если Земля притягивает все материальные тела, то и все материальные тела должны притягивать к себе Землю. Это приводит к мысли о том, что свойство притягивать присуще не только каждому небесному телу, но и вообще всем материальным телам, всем материальным частицам, из которых состоят эти тела.

От чего же зависит величина силы притяжения? Мы уже знаем, что сила притяжения убывает с расстоянием между тяготеющими телами. Но от чего еще изменяется ее величина?

Ньютон очень просто доказал, что сила тяготения зависит от массы тела: чем больше масса тела, тем сильнее она притягивает другие тела.

Опыты на Земле показывают, что сила, с которой Земля притягивает любые материальные тела, сообщает им всем одинаковые ускорения (равные $9,8 \text{ м/сек}^2$). По второму закону Ньютона ускорение $\omega = F : m$. Если ускорение всех падающих тел посто-

янно, то сила, действующая на тело, должна изменяться пропорционально массе тела, увеличиваясь при увеличении массы и уменьшаясь при ее уменьшении.

Таким образом, сила притяжения пропорциональна массе притягиваемого тела. Если имеется, например, три тела: A , B и C с массами m_A , m_B , m_C , то тело A притягивает тела B и C с силой, пропорциональной их массам:

$$\frac{F_{AB}}{F_{AC}} = \frac{m_B}{m_C}.$$

Но по третьему закону Ньютона тело, испытывающее притяжение со стороны другого тела, само должно притягивать последнее с такой же силой. Следовательно, тела B и C притягивают тело A с силами, равными F_{AB} и F_{AC} и пропорциональными массам этих тел. Таким образом, силы притяжения пропорциональны массам притягивающих тел.

На основании всего сказанного Ньютон и приходит к своему знаменитому закону, получившему название *закона всемирного тяготения*:

каждая материальная частица притягивает каждую другую материальную частицу с силой, пропорциональной массам обеих частиц (т. е. произведению их масс) и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.

Математически этот закон выражается следующим образом. Если обозначить через m_1 и m_2 массы материальных частиц и через r расстояние между ними, то сила их взаимного тяготения F равна

$$F = f \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Число f называют *постоянной тяготения*; оно одинаково для всех материальных частиц.

В системе единиц CGS (см, г, сек) постоянная f равна согласно современным определениям $6,6720 \times 10^{-8} \text{ см}^3/\text{г} \cdot \text{сек}^2$ с ошибкой $\pm 0,003 \cdot 10^{-8} *$.

При изучении движений небесных тел Солнечной системы часто принимают массу Солнца за единицу

*) Об определении постоянной тяготения см. книгу М. У. Сагитова «Постоянная тяготения и масса Земли», «Наука», 1969.

массы, астрономическую единицу (равную среднему расстоянию между Землей и Солнцем с некоторой поправкой) за единицу расстояния, а средние солнечные сутки — за единицу времени. Тогда $f = 0,000\ 295\ 912\ 208\ 3$.

§ 4. ПРИТЯЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

Закон обратной пропорциональности силы притяжения квадрату расстояния был сформулирован Ньютоном для *материальных частиц*. Однако небесные тела — Солнце, Луна, планеты — не являются материальными частицами. Возникает естественный вопрос — можно ли изучать движение этих тел при помощи закона Ньютона? По какому закону изменяется с расстоянием притяжение материальных тел?

Рассмотрим два материальных тела A и B , размеры которых очень малы по сравнению с расстоянием между ними. Разобьем мысленно тела A и B на большое число очень маленьких частей, которые назовем «частицами». Частицы тел притягивают друг друга по закону Ньютона, и общее притяжение тел A и B складывается из взаимных притяжений отдельных частиц. Однако все частицы тела A находятся практически на одном и том же расстоянии от частиц тела B . Поэтому общая результирующая сила притяжений частиц тел A и B будет обратно пропорциональна квадрату расстояния между этими телами. Таким образом, закон Ньютона остается справедливым для материальных тел, размеры которых очень малы по сравнению с взаимным расстоянием. Такие тела в механике называют *материальными точками*.

Иногда считают, что материальные точки — это тела небольших размеров. Однако в некоторых задачах громадное Солнце и планеты тоже можно считать материальными точками. В самом деле, рассмотрим задачу о движении планет вокруг Солнца. В этом случае расстояния планет от Солнца велики по сравнению с их размерами (расстояние от Земли до Солнца приблизительно в 100 раз больше диаметра Солнца и в 10 000 раз больше диаметра Земли). Поэтому можно считать без большой ошибки, что Солнце и

планеты притягивают друг друга как материальные точки.

Однако далеко не во всех случаях расстояние между притягивающими телами велико по сравнению с их размерами.

Рассмотрим, например, притяжение Землей небольшого материального тела, находящегося вблизи ее поверхности. В этом случае само понятие расстояния между Землей и этим телом становится неопределенным: можно говорить о расстоянии до ближайшей точки поверхности Земли, до центра Земли и т. д. Если мысленно разбить Землю на небольшие частицы с равными массами, то эти частицы будут притягивать взятое нами тело с разными силами.

Какому же закону будет подчиняться суммарное притяжение Земли, если каждая частица Земли притягивает обратно пропорционально квадрату расстояния тела до нее?

Когда мы сравнивали силу тяжести у поверхности Земли и силу притяжения Луны к Земле, мы считали, что Земля притягивает все материальные тела как вблизи ее поверхности, так и на большом расстоянии, с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния до центра Земли. Нет ли здесь какого-либо противоречия?

Этот вопрос впервые поставил и разрешил Ньютон. Он доказал теорему, согласно которой однородный шар, состоящий из частиц, притягивающих обратно пропорционально квадрату расстояния, притягивает к себе другие материальные тела и притягивается ими так же, как одна материальная частица, помещенная в центре шара и сосредоточившая в себе всю массу шара. Эта замечательная теорема остается справедливой и для неоднородного шара, состоящего из сферических слоев равной плотности, т. е. шара со сферическим распределением плотностей.

Данный результат применим к Солнцу, Земле и другим планетам, так как все они имеют почти шарообразную форму и плотность вещества внутри них определяется прежде всего расстоянием до их центров. Таким образом, Солнце и планеты притягивают друг друга как материальные точки по двум причинам:

1) расстояние между ними очень велико по сравнению с их размерами;

2) по своей форме они близки к шарам, и распределение плотности вещества внутри них в основном сферическое.

Разумеется, не все тела имеют шарообразную форму, и не во всех интересующих нас случаях расстояния между притягивающими телами велики по сравнению с их размерами. В этом случае закон изменения силы с расстоянием будет более сложным.

Рассмотрим, например, притяжение частицы P материальным кольцом массы M и радиуса a , толщина которого очень мала по сравнению с радиусом (рис. 13). Пусть частица P находится на расстоянии r от центра кольца O и на расстоянии z от плоскости кольца. Ближайшие к точке P частицы кольца будут притягивать ее сильнее, чем далекие. Поэтому направление силы притяжения кольца F не будет проходить через центр кольца, а сместится в сторону половины кольца, ближайшей к точке P .

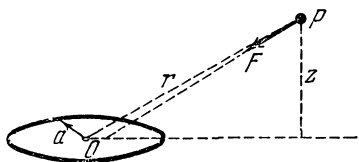


Рис. 13. Сила, с которой кольцо притягивает точку P , не проходит через его центр.

Для того чтобы найти величину силы F , поступают следующим образом. Разбивают кольцо на небольшие («элементарные») частицы, каждая из которых притягивает точку P по закону Ньютона. Складывая все эти элементарные силы, мы получим силу притяжения всего кольца.

Расчеты, сделанные описанным путем, показывают, что силу притяжения кольцом частицы P с массой, равной единице, расположенной сравнительно далеко от этого кольца, можно приближенно выразить формулой

$$F = fM \left(\frac{1}{r^2} + \frac{3}{4} \frac{a^2}{r^4} - \frac{9}{4} \frac{a^2 z^2}{r^6} \right).$$

Из этой формулы видно, что притяжение кольца отличается от притяжения шара той же массы с центром в точке O на величину

$$fM \left(\frac{3}{4} \frac{a^2}{r^4} - \frac{9}{4} \frac{a^2 z^2}{r^6} \right),$$

которая изменяется сложным образом в зависимости от расстояния r и от положения частицы P относительно плоскости кольца.

Особый интерес представляет закон притяжения *эллипсоида вращения*. Так мы называем фигуру, которую можно получить, вращая эллипс вокруг его малой оси. В такой фигуре, изображенной схематически на рис. 14, расстояние OL меньше расстояния OE ; сечение плоскостью, проходящей через ось LQ , представляет собой эллипс с полуосями OL и OE , а любое сечение плоскостью, перпендикулярной LQ , есть окружность. Ось LQ называют *осью вращения* сфероида, сечение EK — *экваториальным сечением*, его радиус OE — *экваториальным радиусом*, расстояние OL — *полярным радиусом*. Величина $\frac{OE - OL}{OE}$, т. е. разность между экваториальным и полярным радиусами, выраженная в долях экваториального радиуса, называется *сжатием* эллипсоида. Эллипсоид вращения с малым сжатием (мало отличающийся по форме от шара) часто называют *сфероидом*.

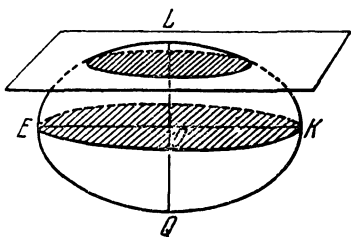


Рис. 14. Эллипсоид вращения.

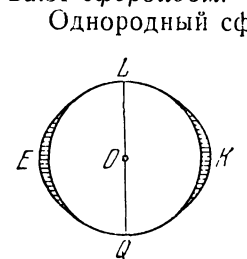


Рис. 15. Избыток массы сфероида сосредоточен у его экватора.

Однородный сфероид обладает по сравнению с однородным шаром радиуса OL избытком массы, сосредоточенной главным образом вдоль экватора (рис. 15). Притяжение этой избыточной массы вдоль экватора должно напоминать притяжение кольца. Поэтому различие притяжения шара и сфероида с одинаковыми массами должно быть примерно таким же, как и в случае шара и кольца. Сила будет изменяться не точно обратно пропорционально квадрату расстояния от центра сфероида. Направление ее не проходит точно через центр, а смещено в сторону ближай-

шей к притягивающей точке половине экваториального сечения сфероида; правда, поскольку сфероид симметричен относительно оси вращения, сила притяжения будет проходить через эту ось.

Можно вычислить выражение для силы притяжения однородного сфероида. Если частица с массой $m_1 = 1$ расположена на расстоянии r от центра сфероида, имеющего сжатие ϵ , и на расстоянии z от его экваториальной плоскости, то с точностью до членов 1-го порядка относительно ϵ получим

$$F = fM \left[\frac{1}{r^2} + \left(\frac{3}{5} \frac{a^2}{r^4} - \frac{9}{5} \frac{a^2 z^2}{r^6} \right) \epsilon \right],$$

где M — масса сфероида, a — его экваториальный радиус.

То обстоятельство, что сила, с которой сфероид притягивает (и притягивается), не проходит через его центр, позволяет сделать следующий важный вывод:

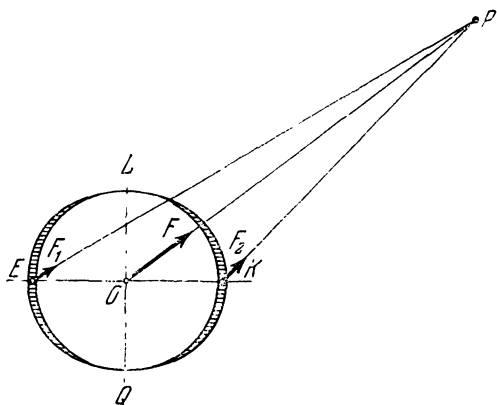


Рис. 16. Притяжение сфероида.

материальная частица P , действуя на сфероид с силой F , может сообщать ему не только поступательное перемещение (определяемое перемещением центра сфероида O), но и стремится повернуть ось вращения сфероида LQ .

Это наглядно видно из рис. 16. Частица P притягивает как центр сфероида, так и его экваториальные «вздутия». Но притяжение ближайшей части сфероида

да больше, чем удаленной, потому что $PK < PE$; частица P не только притягивает сфероид, сообщая ему поступательное движение, но и стремится повернуть его так, чтобы его экваториальная плоскость EK совпала с направлением на частицу OP .

Рассматривая выражения для силы притяжения кольца и сфероида, можно заметить следующее. С удалением притягиваемой частицы (с уменьшением отношения a/r) различие между притяжением этих тел и притяжением шара будет уменьшаться, и если r очень велико по сравнению с a , кольцо или сфероид будут притягивать практически так же, как и шар. Это справедливо, как мы уже видели, для тел любой формы. На очень большом расстоянии все они притягивают (и притягиваются) как шары или, вернее, как материальные частицы, обладающие такой же массой и помещенные в центрах тяжести этих тел. Мы остановились более подробно на притяжении эллипсоидов потому, что Земля и другие планеты имеют форму слегка сжатых эллипсоидов вращения, т. е. сфероидов. Например, у Земли полярный радиус меньше экваториального на 21 км, а у Юпитера — на 9500 км. Соответственно этому сжатие Земли составляет около $1/300$, а Юпитера — $1/16$. Самое большое сжатие из планет Солнечной системы имеет Сатурн — около $1/11$.

Тем не менее влияние сжатия планет на силу притяжения планет Солнцем очень мало. Можно подсчитать, что притяжение Солнцем Земли отличается от притяжения шара с массой, равной земной, не более чем на $1:150\,000\,000\,000$ -ю долю. Поэтому при рассмотрении движения планет вокруг Солнца можно полностью пренебрегать их сжатием (т. е. принимать их за материальные точки). Однако существует ряд задач, в которых приходится учитывать дополнительное притяжение планеты, вызванное отличием ее формы от сферической.

§ 5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ ПРИТЯЖЕНИЯ МЕЖДУ МАТЕРИАЛЬНЫМИ ТЕЛАМИ НА ЗЕМЛЕ

Взаимное притяжение между материальными телами было обнаружено впервые, так сказать, «на небе». Но закон Ньютона относится ко всем материальным частицам, независимо от их местонахождения,

и потому притяжение должно существовать и между земными телами. Такое притяжение действительно было обнаружено в XVIII в., через 50 лет после открытия Ньютона. В 1735—1738 гг. французские ученые Бугер и Лакондамин во время научной экспедиции в Южной Америке заметили, что вблизи гор отвес отклоняется в сторону этих гор. В 1774 г. английский ученый Маскелайн провел тщательные измерения отклонений отвеса. Сравнивая направление отвеса по обе стороны узкого горного хребта Шегалиен в Пертшайре (Шотландия), Маскелайн нашел, что эти направления отличаются примерно на $24''$, т. е. притяжение горы отклоняло отвес примерно на $12''$. Легко было подсчитать, какую силу надо приложить к шарiku на конце отвеса, чтобы этот отвес отклонился на $12''$.

Сравнивая эту силу с весом шарика, можно было определить, насколько сильнее шарик притягивается всей Землей, чем горой. С другой стороны, по размерам горы и ее предполагаемой плотности можно было оценить массу горы, а затем и численное значение постоянной тяготения f в метрической системе единиц и массу всей Земли (скажем, в граммах или тоннах).

Это первое определение абсолютной массы Земли было еще неточным, так как оценка массы горы оставалась весьма сомнительной. Более точные опыты провел в 1798 г. английский ученый Кавендиш, который измерял притяжение маленького шарика не горой, а тяжелыми свинцовыми шарами, массы которых были хорошо известны. При этих измерениях он использовал *крутильные весы*, основной частью которых является тонкий горизонтальный стержень с шариками на концах, подвешенный на тонкой упругой нити (рис. 18). Если поднести к маленьким шарикам с разных сторон тяжелые свинцовые шары, то маленькие шарики будут притягиваться к большим, весь стержень повернется и нить закрутится. По величине закручивания нити определяется сила, действующая на маленькие шарики. Сравнивая эту силу с весом шариков, т. е. с силой притяжения их Землей, можно вычислить, во сколько раз Земля притягивает сильнее, а следовательно, во сколько раз масса Земли больше массы больших шаров. Кавендиш нашел, что $f =$

$= 6,74 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/\text{г} \cdot \text{сек}^2$, а масса Земли равна около $6 \cdot 10^{21} \text{ т}$.

С тех пор опыты по сравнению притяжения Земли с силой притяжения земных тел проводились неоднократно. Эти опыты использующие весьма сложную аппаратуру, привели к указанному выше значению f и к массе Земли $5,974 \cdot 10^{21} \text{ т}$. Относительная



Рис. 17. Отклонение отвеса вблизи горы.

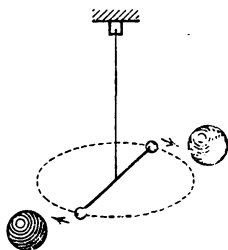


Рис. 18. Опыт Кавендиша.

точность этих значений все же невелика и гораздо ниже, чем многих других физических постоянных, например, скорости света. Задача об их более точном определении еще далеко не снята с повестки дня.

Зная массу Земли, можно рассчитать величину силы притяжения между любыми материальными телами. Рассчитаем, например, с какой силой должны притягиваться два шара с массами 1 кг каждый, находящиеся на расстоянии 10 см друг от друга.

Так как радиус Земли близок к 6000 км или $6 \cdot 10^8 \text{ см}$, то сила притяжения наших шаров меньше силы притяжения этих шаров Землей в

$$\left(\frac{10}{6 \cdot 10^8} \right)^2 \cdot \frac{6 \cdot 10^{21}}{0,001} \approx 1\,600\,000\,000 \text{ раз.}$$

Земля притягивает эти шары с силой в 1 кг , а их взаимное притяжение примерно в полтора миллиарда раз меньше и составляет около шести десятиллионных долей грамма.

Аналогичным путем можно рассчитать, что два судна водоизмещением в $10\,000 \text{ т}$, проходя одно мимо другого на расстоянии 100 м , притягиваются друг к другу с силой 60 г .

Приведенные числа показывают, насколько малы силы притяжения между земными телами; поэтому

в повседневной жизни мы и не замечаем действия этих сил.

Однако было бы неправильным думать, что закон всемирного тяготения не находит практического применения в наших земных условиях. Дело в том, что ускорение силы тяжести на поверхности Земли, обусловленное силой притяжения Земли, не остается всюду постоянным. Оно изменяется с изменением расстояния притягиваемой частицы до центра Земли. Так как Земля сплюснута у полюсов и ее экваториальный радиус больше полярного, то на экваторе ускорение силы тяжести несколько меньше, чем у полюсов*). Различные пункты, в которых измеряется ускорение силы тяжести, могут находиться на различной высоте над уровнем моря.

Данные об изменениях ускорения силы тяжести на разных широтах и долготах позволяют определить изменение расстояния до центра Земли, а следовательно, и ее точную форму.

Однако, если учесть и высоту над уровнем моря, и изменения, связанные с формой Земли, то оказывается, что ускорение силы тяжести испытывает в некоторых местностях дополнительные отклонения. Это — так называемые *аномалии* силы тяжести. Они вызваны тем, что верхние слои земной коры неоднородны. В них могут залегать местами тяжелые, местами легкие породы.

В первом случае ускорение силы тяжести будет несколько больше среднего, а во втором — меньше среднего для данной местности. По величине и характеру аномалий силы тяжести можно судить о распределении пород различной плотности в земной коре. Можно как бы заглядывать внутрь Земли и рисовать картину ее геологического строения. Это позволяет предсказывать, где следует вести поиски тех или иных полезных ископаемых.

Измерением изменений ускорения силы тяжести на Земле занимается наука *гравиметрия*. На примере возникновения этой науки мы видим, как закон, откры-

*) Ускорение силы тяжести на экваторе уменьшается также благодаря действию центробежной силы: на полюсе центробежная сила равна нулю, а на экваторе достигает наибольшего значения.

тый «в небе», широко применяется при изучении чисто земных вопросов. Это служит наглядной иллюстрацией того, что нет деления на «земное» и «небесное», что природа едина, что всюду во Вселенной действуют одни и те же законы природы,

§ 6. ЗАКОН НЬЮТОНА — ОСНОВА ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ИЗУЧЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

Законы механики и закон тяготения, установленные Ньютоном, не только объясняли наблюдаемые движения планет, но и открывали перед астрономией совершенно новые возможности. Были заложены основы небесной механики — науки, изучающей движение небесных тел.

Раньше лишь старались на основании наблюдаемых перемещений небесных тел на небе понять их действительные движения в пространстве, а затем описать эти действительные движения с помощью какой-либо геометрической картины. Изучение движений носило, таким образом, геометрический и описательный характер.

После открытия закона всемирного тяготения, который управляет движениями небесных тел, на смену описательному приходит теоретическое изучение движений. Теперь появилась возможность решения теоретической задачи о движении в пространстве небесных тел под действием сил взаимного притяжения. Вопрос о прошлых или будущих движениях небесных тел становится предметом не догадок и заключений по аналогии, а предметом математических расчетов.

Первые задачи о движении небесных тел, рассматриваемых как обычные материальные тела, находящиеся под действием сил взаимного тяготения, были решены самим Ньютоном. Одной из самых простых, но и самых основных является задача о движении двух небесных тел, притягивающих друг друга по закону Ньютона (так называемая «задача двух тел»).

Мы рассматривали уже задачу определения силы по заданному движению. Мы говорили, что если материальное тело движется по эллипсу вокруг силового центра, находящегося в фокусе эллипса, то тогда это движение должно происходить под действием силы

притяжения центра, изменяющейся обратно пропорционально квадрату расстояния до него. Теперь же ставится обратная задача — определение движения материального тела по заданной силе. Требуется выяснить, как будет двигаться материальное тело, притягиваемое силовым центром O .

На рис. 19 изображен силовой центр O , притягивающий по закону Ньютона, как материальная точка с массой M , и тело P , движущееся под действием притяжения силового центра O . Сила, с которой O притягивает P , равна

$$F = f \frac{Mm}{r^2},$$

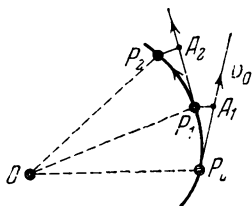


Рис. 19. Под влиянием притяжения тела P к центру его путь искривляется.

где r — расстояние между O и P , m — масса P и f — постоянная тяготения. Величина fM определяет «абсолютную силу центра» (по выражению Ньютона).

Пусть в некоторый момент времени t_0 , который мы назовем *начальным моментом*, тело P занимает положение P_0 . Дальнейшее движение тела зависит от скорости, которую оно имеет в начальный момент. Пусть эта *начальная скорость* равна v_0 и направлена так, как указано на рис. 19. Если бы никакая сила на тело P не действовала, то оно продолжало бы двигаться равномерно и прямолинейно с той же скоростью v_0 и за малый промежуток времени Δt прошло бы отрезок P_0A_1 . Но сила притяжения O отклоняет тело от прямолинейного пути, и за это время оно опишет малую дугу $\widetilde{P_0P_1}$. Отрезок P_1A_1 характеризует отклонение от прямолинейного пути, и длина его связана с величиной силы притяжения. В задаче по определению силы по заданному движению тела дуга $\widetilde{P_0P_1}$ и отрезок P_1A_1 были известны и надо было определить по величине этого отрезка силу. В рассматриваемой же задаче дана сила и надо определить отрезок P_1A_1 и затем положение тела P на кривой по величине этой силы. Так как ускорение, т. е. изменение скорости тела P в результате притяжения O , известно, то можно определить и скорость, которую тело будет иметь, при-

дя в точку P_1 . Рассуждая аналогичным образом, можно найти положение тела P_2 через следующий промежуток времени Δt и т. д.

Таким способом можно построить точки P_1 , P_2 и т. д., которые определяют путь тела P .

Характер движения тела будет изменяться, если менять начальную скорость. Рассмотрим движение с начальной скоростью v_0^* , которая больше v_0 . За промежуток времени Δt тело пройдет, имея эту скорость, отрезок $P_0A_1^*$, который будет больше отрезка P_0A_1 (рис. 20). Но отклонения от прямолинейного движения будут одинаковы в обоих случаях, поскольку действующая со стороны O сила будет одна и та же. Поэтому если малые дуги P_0P_1 и $P_0P_1^*$ обозначают действительные перемещения тела в обоих случаях, то отрезки P_1A_1 и $P_1^*A_1^*$ должны быть равными. Таким образом, при увеличении начальной скорости искривление траектории, как это видно на рис. 20, уменьшается.

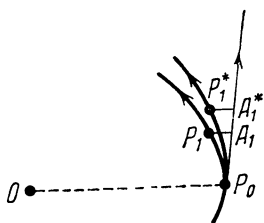


Рис. 20. Бóльшей начальной скорости соответствует меньшая искривленность пути.

Ньютон показал, что если начальная скорость (для простоты будем считать, что $v_0 \perp P_0O$) не превосходит

величины $\sqrt{\frac{2fM}{r_0}}$ (где

fM — «абсолютная сила центра» и r_0 — начальное расстояние), то тело P будет описывать эллипс с фокусом в O . При небольших начальных скоростях эллипс будет сильно вытянут вдоль прямой P_0O , а начальная точка P_0 будет афелием (рис. 21).

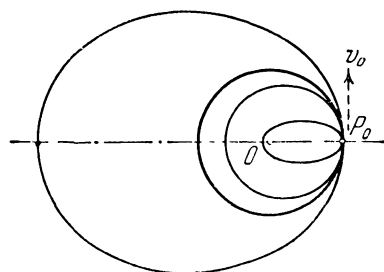


Рис. 21. Орбиты тела, имеющего начальную скорость v_0 меньше круговой.

При увеличении начальной скорости размеры эллипса будут увеличиваться и будет увеличиваться также период обращения по этому эллипсу.

Сначала с увеличением скорости эллипс будет скорее расширяться, чем удлиняться, и становится все более округлым. При начальной скорости $v_0 = \sqrt{\frac{fM}{r_0}}$ кривая будет кругом. Такая скорость называется круговой.

При дальнейшем увеличении начальной скорости эллипс будет уже быстрее удлиняться, чем расширяться. Его большая полуось и максимальное расстояние, на которое P удаляется от O , будут возрастать все быстрее и быстрее. При $v_0 = \sqrt{\frac{2fM}{r_0}}$ кривая перестанет быть замкнутой. Большая полуось эллипса

увеличится до бесконечности. Начальная скорость будет уже настолько большой, что притяжение центра O оказывается не в состоянии возвратить тело P назад, и оно навсегда удалится от O . Траектория движения, как показывает Ньютон, будет *параболой*. На рис. 22 нанесена ветвь параболы (средняя кривая), по которой тело P уйдет бесконечно далеко и уже не возвратится. (Другая ветвь параболы изображена прерывистой линией.) Скорость $v_0 = \sqrt{\frac{2fM}{r_0}}$ называется *критической*, или *параболической*.

При $v_0 > \sqrt{\frac{2fM}{r_0}}$ тело P тем более не возвратится назад к O . Оно будет двигаться, как показывает Ньютон, также по незамкнутой кривой — *гиперболе* (крайняя кривая на рис. 22). Чем больше начальная скорость v_0 ,

Рис. 22. Эллиптическая, параболическая и гиперболическая орбиты.

тем эта гипербола будет меньше изогнутой, тем быстрее тело P будет удаляться от O .

Эллипсы, параболы и гиперболы изучались как геометрические фигуры еще античными математиками. Эти кривые называют также коническими сечениями, так как они получаются при сечении конуса различными плоскостями.

Таким образом Ньютон показал, что движение тела P вокруг притягивающего центра может происходить только по коническому сечению: по эллипсу (замкнутой кривой), если его начальная скорость не превосходит критической, по параболе или гиперболе (разомкнутым кривым) *), если начальная скорость равна или больше критической. В том частном случае, когда начальная скорость направлена перпендикулярно к P_0O и ее величина точно равна $\sqrt{\frac{fM}{r_0}}$, P будет двигаться вокруг O по кругу. Если же начальная скорость P равна нулю, то P будет попросту падать на O , двигаясь под влиянием притяжения к O , по прямой PO . По мере приближения P к O сила притяжения, а вместе с тем и ускорение P , будут увеличиваться.

Для всех трех типов движения (эллиптического, параболического, гиперболического) имеет место весьма важное соотношение между скоростью v тела P в любой момент времени и расстоянием r между P и силовым центром O в этот момент:

$$v^2 = 2 \frac{fM}{r} + h, \quad (*)$$

где h — постоянная для данной орбиты величина. Если нам даны одновременно и скорость тела v_1 и его расстояние r_1 от O в какой-либо момент времени t_1 , то

$$h = v_1^2 - 2 \frac{fM}{r_1}, \quad (**)$$

*) Отрезки ON_1 , ON_2 , ON_3 на рис. 22 называются параметрами данных гиперболы, параболы и эллипса соответственно. Отношение $\frac{ON_1 - OP_0}{OP_0}$ называется эксцентриситетом гиперболы. Он всегда больше 1 и определяет, так сказать, степень изогнутости гиперболы. Определенный таким же образом эксцентриситет для параболы на рис. 22 равен $\frac{ON_2 - OP_0}{OP_0} = 1$, а для эллипса равен $\frac{ON_3 - OP_0}{OP_0}$ и совпадает с эксцентриситетом e для эллипса, определенным выше.

и мы, следовательно, найдем значение h , соответствующее данному движению. Затем можно определить скорость этого тела v_2 для любого другого момента t_2 с помощью соотношения (*), как только станет известным расстояние r_2 в момент t_2 .

Приведенное соотношение (*) носит название *интеграла энергии*, и оно выражает тот факт, что полная энергия тела P в его движении относительно O остается всегда неизменной. Действительно, потенциальная энергия тела P с массой m , находящегося на расстоянии r от притягивающего по закону Ньютона центра O , равна

$$E_{\text{п}} = -f \frac{Mm}{r}.$$

Она равна по величине работе, которая требуется для удаления тела P из данного положения на бесконечно далекое расстояние от O . Знак минус означает, что такая работа может быть выполнена не за счет силы тяготения P к O (эта сила не может удалить тело P сколь угодно далеко от O), а за счет внешних сил, преодолевающих силу тяготения. Потенциальная энергия увеличивается с ростом расстояния r и достигает максимума, равного нулю, когда P находится бесконечно далеко от O .

Кинетическая энергия тела P , движущегося со скоростью v , равна

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}.$$

Полная энергия тела E равна сумме потенциальной и кинетической энергии

$$E = \frac{m}{2} \left(v^2 - 2f \frac{M}{r} \right).$$

Приравняв E постоянной величине и разделив правую часть написанной формулы на $\frac{m}{2}$, мы и получим соотношение (*). Для эллиптического движения скорость в начальный момент сравнительно мала, и постоянная h , называемая постоянной энергии и вычисляемая по формуле (**), отрицательна; для параболического движения $v_0^2 = 2f \frac{M}{r}$ и, следовательно, $h=0$;

для движения по гиперболе постоянная h положительна.

Между периодом обращения T небесного тела, большой полуосью орбиты a и массой силового центра M существует важная зависимость

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{fM}.$$

Эта зависимость приводит к третьему закону Кеплера (именно таким путем Ньютон и вывел этот закон из своих теорем). С другой стороны, мы получаем возможность сравнивать массы силовых центров, вокруг которых обращаются небесные тела.

Рассмотрим движение Земли вокруг Солнца и Луны вокруг Земли. Если обозначить через T_1 , T_2 периоды обращения Земли и Луны, через a_1 , a_2 — средние расстояния Земли от Солнца и Луны от Земли, а через M , m — массы Солнца и Земли, то

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2 a_1^3}{fM}, \quad T_2^2 = \frac{4\pi^2 a_2^3}{fm}$$

и

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \cdot \frac{m}{M},$$

откуда

$$\frac{m}{M} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \cdot \frac{a_2^3}{a_1^3}.$$

Подставляя следующие (приближенные) значения: $T_1=365$ суток, $T_2=27$ суток, $a_2=384\,000$ км, $a_1=150 \cdot 10^6$ км, получим

$$\frac{m}{M} = \frac{365^2}{27^2} \cdot \frac{(384\,000)^3}{(150\,000\,000)^3} \approx \frac{1}{330\,000}.$$

Точно так же можно сравнить массы Солнца и любой планеты, у которой имеются спутники, или массы двух планет, имеющих спутников. Ньютон определил таким путем массы Юпитера и Сатурна, спутники которых в то время уже были известны. Оказалось, что масса Юпитера примерно в 1000 раз и масса Сатурна примерно в 3000 раз меньше массы Солнца.

Эти первые определения масс небесных тел показали, что массы планет очень малы по сравнению с массой Солнца. При исследовании движений планет вокруг Солнца и спутников вокруг планет можно применять результаты решения рассмотренной выше задачи двух тел, принимая в одном случае Солнце,

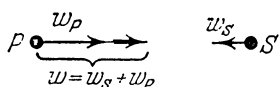


Рис. 23. К вычислению величины «абсолютной силы центра» в задаче двух тел.

а в другом случае планету за силовой центр. Однако все же задача о движении какой-либо планеты вокруг Солнца отличается от рассмотренной задачи о движении вокруг силового центра. Действительно, мы считали силовой центр неподвижным, и, следовательно, не учи-

тывали притяжения самого силового центра данным телом. Между тем, согласно третьему закону Ньютона, каждая планета должна притягивать Солнце, и под влиянием притяжения планет Солнце должно перемещаться.

Рассмотрим планету P и Солнце S , притягивающие друг друга по закону Ньютона (рис. 23). Если их массы равны m и M , то сила взаимного притяжения между ними равна

$$F = f \frac{Mm}{r^2},$$

где r — расстояние PS . Солнце S сообщает планете ускорение $w_P = f \frac{M}{r^2}$, а планета, притягивая S с такой

же силой, сообщает ему ускорение $w_S = f \frac{m}{r^2}$. Ускорение Солнца S во столько же раз меньше ускорения планеты P , во сколько раз масса S больше массы P . Очевидно, ускорение Солнца очень мало, но все же оно существует.

Рассмотрим движение планеты P относительно Солнца S , которое видит наблюдатель, находящийся на S . Относительное ускорение планеты P будет равно сумме ускорений w_P и w_S :

$$w = w_S + w_P = f \frac{M + m}{r^2}.$$

Следовательно, если рассматривать движение P вокруг S как вокруг неподвижного силового центра,

то ускорение от P к S будет такое, какое создает притягивающее тело с массой $M+m$. Коэффициент, определяющий «абсолютную силу центра», будет равен $f(M+m)$. Все формулы, определяющие критическую скорость, период обращения и др., выводимые для движения вокруг силового центра, остаются справедливыми с новым значением «абсолютной силы центра». Если P обращается вокруг S по эллипсу, то

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{f(M+m)}.$$

Если бы несколько тел с массами $m_1, m_2, \dots$ обращались вокруг неподвижного силового центра с массой M по эллипсам, то для них всех $T^2 \sim a^3/fM$ и квадраты периодов обращения относились бы точно, как кубы больших полуосей орбит (третий закон Кеплера). Но если рассматриваются движения этих тел вокруг одного тела S (например, движения нескольких планет вокруг Солнца) с периодами $T_1, T_2, \dots$ и большими полуосями орбит $a_1, a_2, \dots$, то

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2 a_1^3}{f(M+m_1)}; \quad T_2^2 = \frac{4\pi^2 a_2^3}{f(M+m_2)}; \dots$$

и

$$T_1^2 : T_2^2 : \dots = \frac{a_1^3}{M+m_1} : \frac{a_2^3}{M+m_2} \dots$$

Эта зависимость показывает, что квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца не относятся точно, как кубы больших полуосей их эллиптических орбит. Таким образом, строго говоря, третий закон Кеплера не удовлетворяется. Но так как массы планет очень малы по сравнению с массой Солнца, т. е.

$$(M+m_1) : (M+m_2) : \dots \approx 1 \text{ то и } \frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2} = \dots \text{ Третий}$$

закон Кеплера удовлетворяется таким образом почти точно (вспомним таблицу на стр. 41).

То движение, которое мы рассмотрели, является *относительным движением* одного небесного тела вокруг другого. Но если наблюдать со стороны, с некоторого неподвижного пункта, то тогда мы увидим, что и P и O будут находиться в движении под влиянием взаимных ускорений. Ньютон показывает, что в покое (или в состоянии равномерного и прямолинейного

движения) будет находиться центр инерции (или центр масс) O и P , сами же тела будут двигаться вокруг этого центра тяжести. Их орбиты будут подобны орбите P в его движении вокруг O .

Если масса M центра O очень велика по сравнению с массой m тела P , то ускорение, сообщаемое телу O телом P , очень незначительно, а центр тяжести O и P практически совпадает с O . Тогда можно считать, что O неподвижно, а P движется вокруг неподвижного центра.

Рассмотрим, например, движение Земли вокруг Солнца. Так как масса Земли составляет лишь $\frac{1}{330\,000}$ массы Солнца, то центр тяжести этих двух тел расположен на расстоянии

$$\frac{150\,000\,000}{330\,000} \approx 500 \text{ км}$$

от центра Солнца. Таким образом, центр Солнца описывает вокруг центра тяжести Солнца и Земли эллипс с большой полуосью, равной примерно 500 км.

Эта величина составляет лишь около $\frac{1}{2800}$ диаметра Солнца, поскольку диаметр Солнца равен 1,4 млн. км. По сравнению с размерами Солнца и расстоянием между Солнцем и Землей такие колебания положения Солнца ничтожны, так что Солнце практически неподвижно.

Однако при вычислении периода обращения Земли вокруг Солнца учет массы Земли необходим. Если вычислить период обращения Земли по формулам $T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{fM}$ и $T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{f(M+m)}$, то мы получим результаты, отличающиеся примерно на 100 секунд. Это вполне заметная величина.

§ 7. ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЙ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДВУХ ТЕЛ

Согласно закону Ньютона все небесные тела притягивают друг друга. Однако массы планет очень малы по сравнению с массой Солнца, и силы взаимного притяжения между ними ничтожны по сравнению с притяжением Солнца (см. об этом также ниже). По-

этому в первом приближении считают, что каждая планета движется под действием притяжения только Солнца, т. е. в соответствии с решением задачи двух тел: Солнце — планета. В этом предположении

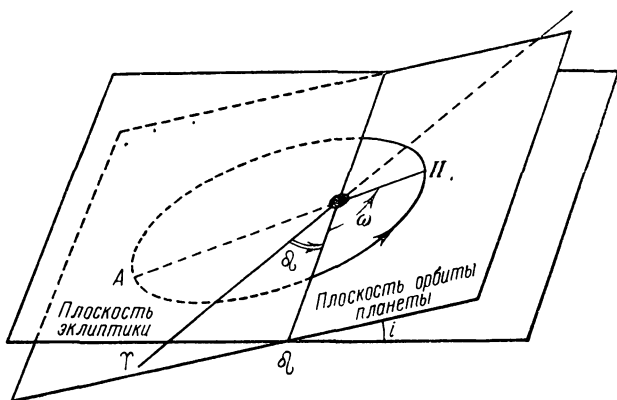


Рис. 24. Элементы орбиты планеты.

движение планеты является эллиптическим и подчиняющимся законам Кеплера. Такое движение называют также *кеплеровым*.

Движение небесного тела в пространстве по эллиптической орбите полностью определяется шестью величинами, которые называют *элементами орбиты* (рис. 24).

Два элемента — *наклонение* и *долгота восходящего узла* — определяют положение в пространстве той плоскости, в которой происходит движение планеты.

Наклонением называют угол i между плоскостью движения планеты и плоскостью эклиптики (плоскостью орбиты Земли).

Две точки, в которых планета пересекает плоскость эклиптики, называют *узлами*. Около восходящего узла Ω планета переходит из южного полушария неба в северное, около нисходящего узла Υ — из северного в южное. Угол Ω между направлением в ту точку неба Υ , где Солнце бывает в день весеннего равноденствия, и восходящим узлом орбиты планеты называется *долготой восходящего узла*.

Третий элемент — *расстояние перигелия от узла* — это угол ω между направлениями к восходящему узлу и к перигелию орбиты. Иногда этот элемент определяют и иначе. Назовем *линией узлов* прямую, по которой плоскость орбиты планеты пересекается с плоскостью эклиптики, а *линией апсид* — прямую, соединяющую перигелий P и афелий A . Тогда расстояние перигелия от узла будет углом между линиями узлов и апсид.

Четвертый и пятый элементы — *большая полуось* и *эксцентриситет* — определяют размеры и форму эллиптической орбиты планеты.

Период обращения планеты вокруг Солнца зависит только от большой полуоси ее орбиты. Небесное тело, движущееся вокруг Солнца по кругу с радиусом, равным большой полуоси, имеет тот же период обращения, что и планета, движущаяся по эллипсу с такой же большой полуосью и любым эксцентриситетом. Поэтому большую полуось орбиты планеты называют часто также средним расстоянием планеты от Солнца *).

Наконец, шестой элемент определяет положение планеты на орбите в некоторый момент времени. Обычно за шестой элемент принимают момент прохождения планеты через перигелий орбиты. Если известно начальное положение небесного тела на орбите, то, зная среднюю скорость движения этого небесного тела, можно, пользуясь законом площадей, вычислить скорость движения по орбите, а следовательно, и положение небесного тела на орбите в любой момент времени.

Зная форму, размеры и расположение орбиты в пространстве, можно определить положение данного небесного тела в пространстве, а затем вычислить его видимое положение на небе.

Определение эллиптических орбит Меркурия, Венеры, Земли, Марса, Юпитера и Сатурна не вызывало затруднений, так как планеты эти наблюдались веками и имелось множество наблюдений их положе-

*) Этот термин не совсем точен с точки зрения математики, так как вычисление среднего значения расстояния планеты от Солнца в течение одного периода обращения по известным математическим формулам приводит к величине, несколько отличающейся от большой полуоси эллиптической орбиты.

ний на небе. Впервые эти орбиты были определены Кеплером.

Впоследствии, по мере накопления наблюдений, а также с увеличением их точности, элементы орбит уточнялись. Приближенные значения некоторых элементов орбит планет, соответствующие современным

Т а б л и ц а 2

Планета	Большая полуось орбиты		Период обращения вокруг Солнца	Эксцентриситет	Наклон
	в астр. единицах*)	в млн. км			
Меркурий	0,387	57,9	87,97 суток	0,206	7°0'
Венера	0,723	108,2	224,70 »	0,007	3°24'
Земля	1,000	149,6	365,26 »	0,017	—
Марс	1,524	227,9	1 год 322 суток	0,093	1°51'
Юпитер	5,203	778,3	11 лет 315 »	0,048	1°18'
Сатурн	9,555	1429,8	29 » 167 »	0,056	2°29'
Уран	19,218	2875,0	84 » 7 »	0,046	0°46'
Нептун	30,110	4504,4	164 » 280 »	0,009	1°47'
Плутон	39,518	5911,9	247 » 255 »	0,249	17°9'

*) В пределах точности данных чисел большая полуось орбиты Земли равна одной астрономической единице.

данным, приведены в табл. 2. Из этой таблицы видно, что все планеты, кроме Меркурия и Плутона, имеют орбиты с небольшими наклонениями и эксцентриситетами и движутся, таким образом, почти по окружностям и примерно в одной плоскости.

Задача двух тел с успехом используется также при изучении движения малых планет (астероидов), комет, спутников больших планет. Первое применение этой задачи к астероидам и кометам было особенно важно для подтверждения теории тяготения Ньютона.

Кометы, эти удивительные хвостатые светила, наблюдались еще в самые древние времена. До Ньютона большинство астрономов считали, что кометы образуются в земной атмосфере. Галилей и Кеплер считали их небесными телами, но не могли дать объяснения странным движениям комет, их внезапным появлениям и бесследным исчезновениям.

Ньютон решил, что поскольку кометы — это какие-то небесные тела, они тоже должны повиноваться закону тяготения. В таком случае их движение происходит под действием притяжения Солнца. Но по какому же пути они движутся? В задаче двух тел возможны лишь три типа движений: эллиптическое, параболическое, гиперболическое. Случай движения по эллипсам, более или менее близким к кругам, Ньютон должен был исключить, поскольку кометы, очевидно, не обращались регулярно, как планеты, вокруг Солнца. Возможны были, следовательно, движения по параболе или гиперболе. Возможны были также и движения по очень вытянутым эллипсам, так как при движении по такой орбите комета становилась видимой лишь на короткий срок, когда она приближалась к Солнцу, а затем исчезала из виду на долгое время.

Возникла задача определения орбиты, по которой движется комета в пространстве. Все кометы наблюдались сравнительно недолго, данных о их положении на небе было мало, и потому эта задача представляла значительные трудности. Ньютон решил задачу определения параболической орбиты по нескольким наблюдениям. Он указал способ нахождения той параболы (элементов параболической орбиты), по которой должна двигаться в пространстве комета, если известны три ее положения на небе в разное время. Свой способ Ньютон применил к кометам, наблюдавшимся в 1680 и 1682 гг. Он вычислил элементы их параболических орбит, и вплоть до того момента, когда кометы перестали быть видимыми, их вычисленные положения на небе были очень близки к наблюдаемым. Таким образом, было доказано, что кометы — небесные тела, движущиеся под действием притяжения Солнца. Это открытие было одним из первых замечательных достижений новой теории тяготения.

Ученик Ньютона Галлей вычислил по способу Ньютона орбиты 24 комет, появлявшихся главным образом в XVI и XVII вв., используя сохранившиеся записи об их положениях на небе. При этом он обратил внимание на то, что параболические орбиты комет, появлявшихся в 1682, 1607 и 1531 гг., очень похожи друг на друга. Кроме того, и промежутки вре-

мени между появлениями комет были примерно одинаковы: $1607 - 1531 = 76$ лет, $1682 - 1607 = 75$ лет. Галлей предположил, что на самом деле в эти годы наблюдались не три разные кометы, а одна и та же комета, движущаяся не по параболе, а по очень вытянутому эллипсу. Такой эллипс вблизи фокуса почти совпадает с параболой, а комета, как правило, наблюдается вблизи фокуса (в котором находится Солнце). Отличить при этом движение по параболе от движения по вытянутому эллипсу очень трудно.

Галлей предсказал следующее появление этой кометы в 1758—1759 гг. И действительно, в 1759 г. эта комета появилась, что послужило наглядным доказательством справедливости закона тяготения.

Такой же успех выпал на долю теории тяготения в связи с открытием малых планет — астероидов.

1 января 1801 г. итальянский астроном Пиацци заметил в телескоп светило, похожее на звезду. Открытое светило довольно быстро перемещалось между звездами. Такое быстрое перемещение, напоминающее видимое перемещение планет, говорило о том, что наблюдаемое небесное тело находится сравнительно недалеко от Солнца. Вскоре Пиацци потерял это звездopodobное светило, так как оно подошло близко к Солнцу и исчезло в его лучах. Необходимо было на основании данных наблюдений Пиацци выяснить, как же движется это небесное тело в пространстве. Эту задачу решил немецкий математик Гаусс, который нашел способ определения эллиптической орбиты по нескольким наблюдениям. Гаусс показал, что если у какого-либо тела для трех моментов времени известны его положения на небе, то тогда можно определить тот эллипс, по которому движется это небесное тело. Задача определения эллиптической орбиты из наблюдений оказалась гораздо более трудной, чем задача определения элементов параболической орбиты. Но Гаусс с успехом решил ее и притом в столь совершенной математической форме, что его способ определения элементов эллиптической орбиты является наилучшим и до настоящего времени.

Предполагая, что открытое Пиацци светило движется вокруг Солнца под действием притяжения к нему, Гаусс вычислил его орбиту. Оказалось, что это

небесное тело движется по эллипсу, большая полуось которого равна примерно 2,8 астрономической единицы, а эксцентриситет — 0,08. Таким образом, это небесное тело двигалось между орбитами Марса и Юпитера и принадлежало к Солнечной системе. Гаусс вычислил его положения на небе для различных моментов времени и указал, таким образом, где

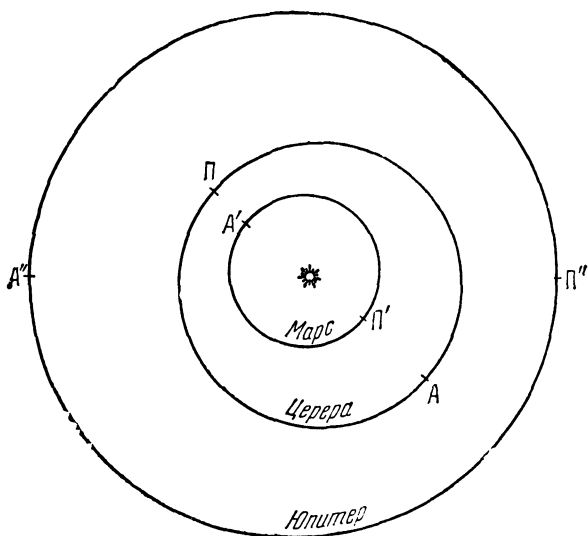


Рис. 25. Орбиты Марса, Юпитера и Цереры. Буквами А и П обозначены афелии и перигелии орбит.

его можно наблюдать в дальнейшем. И действительно, при возобновлении наблюдений в конце этого же года (1801) скрывшееся светило было обнаружено в том месте на небе, которое указал Гаусс. Так Солнечная система обогатилась еще одной планетой, получившей название Церера (рис. 25).

Вскоре были обнаружены еще три таких же небесных тела, похожие в телескоп на звезды, но движущиеся так же, как и планеты. Их называли *астероидами* (по-гречески — «звездopodobными»); часто их называют *малыми планетами*, так как они отличаются от планет своими малыми размерами. Планеты же Меркурий, Венера и др. называют в отли-

чие от малых планет *большими планетами*. В настоящее время известно около 1800 астероидов, для которых определены эллиптические орбиты. С каждым годом обнаруживают и вычисляют орбиты все новых и новых астероидов.

По своей массе и размерам астероиды гораздо меньше больших планет. Диаметры самых крупных астероидов составляют от 200 до 800 км, а наименьшие астероиды, едва видимые в мощные телескопы, не превышают в поперечнике 1—2 км. Многие астероиды имеют неправильную форму и похожи на обломки скал.

§ 8. НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА И ПОНЯТИЕ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

Описание и изучение орбит планет и комет с помощью решения задачи двух тел было лишь первым шагом на пути изучения сложных движений небесных тел. Действительно, если бы какая-либо планета, например наша Земля, притягивалась только Солнцем, то тогда она должна была бы двигаться вокруг Солнца точно по эллипсу. Такое движение, соответствующее решению задачи двух тел, называют *невозмущенным*, или *кеплеровым*. Однако все тела Солнечной системы притягивают друг друга. Поэтому Земля притягивается не только Солнцем, но и другими планетами, которые «сдвигают» Землю с ее эллиптической орбиты. В свою очередь Земля притягивает другие планеты и также заставляет их отклоняться от эллиптического пути. Из закона тяготения Ньютона следует, что все планеты, астероиды, кометы нашей Солнечной системы притягивают друг друга и отклоняют друг друга от того пути, который описывало бы каждое тело под влиянием силы притяжения одного только Солнца. Спутники должны изменять свое эллиптическое движение под действием притяжения Солнца и «чужих» планет.

Кроме того, планеты не имеют точной сферической формы и не притягивают абсолютно точно с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния. Если этого можно практически не учитывать при рассмотрении притяжения планет Солнцем или

взаимного притяжения планет (об этом мы говорили выше в § 4), то при изучении движения спутников такой учет необходим. Например, Луна даже при отсутствии притяжения со стороны Солнца и планет не двигалась бы вокруг Земли точно по эллипсу.

Таким образом, ни одно небесное тело в Солнечной системе не может точно двигаться по эллипсу, параболе или гиперболе. Все эти отклонения от движения по эллипсу, параболе или гиперболе называют вообще *возмущениями*. Говорят, что планеты, астероиды, спутники, кометы испытывают возмущения. Эти возмущения имеют очень сложный характер, и их учет чрезвычайно труден. Однако без учета возмущений мы получаем лишь довольно грубое представление о движениях многих небесных тел.

Во времена Кеплера, когда при определении положений небесных светил наблюдения велись невооруженным глазом, отклонения планет от эллиптического невозмущенного движения еще не бросались в глаза. Но в середине XVII в. положения небесных светил стали определять с помощью телескопов и различных измерительных приборов, и с совершенствованием астрономических инструментов точность наблюдений все время повышалась. Поэтому отклонения планет и других тел нашей Солнечной системы от движения по законам Кеплера не могли остаться без внимания и без соответствующего учета.

Начиная с XVIII в., одной из основных задач небесной механики стало определение возмущений планет, астероидов, спутников и комет.

Методы определения возмущений, а также методы решения других важных задач небесной механики родились и развивались одновременно с методами высшей математики. В том виде, в каком небесная механика существует в настоящее время, она создана трудами великих математиков XVIII и XIX вв.: Клеро (1713—1765), Даламбера (1717—1783), Эйлера (1707—1783), Лагранжа (1736—1813), Лапласа (1749—1827) и др. А в XX в. «на вооружение» небесной механики поступили новые мощные математические методы и замечательные вычислительные машины.

Развитие небесной механики было обусловлено в основном следующими двумя причинами.

Первая причина — это непосредственные запросы астрономической практики. От небесной механики требовалось решение ряда задач, имеющих большое практическое значение. Одной из таких задач являлась в XVIII в. (до изобретения хронометров) разработка точной теории движения Луны. При помощи наблюдений Луны определялась в то время географическая долгота места.

Как известно, для определения долготы данной точки на земной поверхности надо сопоставить в какой-либо момент местное время в данной точке с местным временем какого-либо места, долгота которого известна *). Местное время в данной точке нетрудно определить по непосредственным наблюдениям Солнца или звезд. Но как узнать, находясь где-нибудь далеко в открытом море, чему равно в тот или иной момент местное время, скажем, в Гринвиче? Правда, сейчас передаются специальные радиосигналы времени, которыми можно воспользоваться для определения гринвичского времени. В XIX в. до изобретения радио пользовались очень хорошими часами — хронометрами. Такие хронометры можно было брать с собой в море или в экспедиции, направляющиеся в местности с неизвестной долготой, и «возить» гринвичское время за собой. Но в XVIII в. еще не было ни радио, ни хронометров, и в качестве точных часов, по которым можно было бы узнавать гринвичское время, использовали Луну.

Луна перемещается по небу между звездами довольно быстро (примерно на $30'$ в час). Поэтому можно рассматривать все звездное небо как циферблат, а Луну — как часовую стрелку. Необходимо только разметить этот своеобразный циферблат. Для этого служат составленные на основе теории движения Луны таблицы, в которых указывается положение Луны между звездами на определенные моменты гринвичского времени. Такое «небесное расписание» Луны должно было быть, конечно, достаточно точным. Для того чтобы определить грин-

*) Долготы на земном шаре отсчитываются от меридиана, который проходит через Гринвич — местечко близ Лондона, в котором находится Гринвичская обсерватория. Поэтому для определения долготы удобнее всего знать местное время в Гринвиче.

вичское время, а вместе с тем и долготу, с такой небольшой точностью, как 1 минута (чему соответствует ошибка в определении положения на Земле в 30 км), надо знать положение Луны на небе с точностью до 15". Создать даже такую теорию движения Луны было очень трудно, так как в движении Луны имеются исключительно сильные возмущения.

В настоящее время существуют более точные методы определения долготы. Но точная теория движения Луны необходима для иных целей. Без нее нельзя вычислять точно моменты начала солнечных затмений, их длительность, указывать точно границы местности, где должно быть видным это затмение, и т. д. Предсказание затмений необходимо для организации их наблюдений. Сведения о затмениях, наблюдавшихся в далеком прошлом, позволяют сейчас изучать неравномерность вращения Земли (см. § 17). Теория затмений оказывает пользу даже... историкам. Сопоставляя вычисленные теоретические моменты и места затмений с записями об этих затмениях в древних рукописях, можно восстановить точные даты исторических событий, чего часто нельзя сделать иным путем.

Вторая причина, обуславливавшая развитие небесной механики, заключалась в проверке закона всемирного тяготения.

Небесная механика должна была проверить, правильно ли сформулирован Ньютоном закон притяжения, действительно ли силы притяжения между материальными частицами изменяются точно обратно пропорционально квадрату расстояния между ними. Можно ли с помощью одного этого закона вычислить все наблюдаемые возмущения небесных тел Солнечной системы? Конечно, в том, что этот закон хорошо представляет движение планет, спутников, астероидов и комет, едва ли можно было сомневаться. Но представляет ли он совершенно точно все движения небесных тел? Проверка этого факта имела, конечно, огромное как научное, так и практическое значение. Для такой проверки и необходимо было создание теории движения планет и других небесных тел Солнечной системы.

При вычислении возмущенных движений небесных тел неоднократно поднимался вопрос об уточнении

закона Ньютона. Например, французский астроном Клеро в середине XVIII в. при построении теории движения Луны сначала никак не мог согласовать все наблюдаемые особенности движения Луны с законом тяготения Ньютона. Поэтому он высказывал предположение, что сила притяжения изменяется не точно обратно пропорционально квадрату расстояния и выражается формулой

$$F = \frac{A}{r^2} + \frac{\varepsilon}{r^3},$$

где ε — очень малое число.

Однако впоследствии Клеро обнаружил неточности в применяемом им математическом методе, приводившие к неполному учету всех возмущений в движении Луны. После устранения этих неточностей расхождения между теорией и наблюдениями исчезли, и необходимость в дополнительном члене $\frac{\varepsilon}{r^3}$ в формуле для силы притяжения отпала.

В ряде других случаев, например при исследовании движения Меркурия, выдвигались предположения о том, что сила притяжения изменяется обратно пропорционально расстоянию в степени $(2+\delta)$, где δ — некоторое очень малое число. Однако и эти предположения не подтвердились. Движение планет удастся описать с помощью закона Ньютона со всей требуемой точностью (если не говорить о тонких деталях движений, учитываемых теорией относительности). Установленная Ньютоном зависимость силы притяжения материальных частиц от расстояния не вызывает сейчас сомнений. Закон Ньютона подтверждается всей совокупностью наблюдений и теоретических работ.

§ 9. СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ. ВАРЬИРУЮЩАЯ ОРБИТА

Как мы указывали в предыдущем параграфе, можно рассматривать возмущения просто как разность между положениями небесного тела в невозмущенном и возмущенном движениях. Но можно дать другую характеристику возмущений, используя метод,

разработанный впервые еще Эйлером в 1756 г. В основе этого метода лежит понятие так называемой *варьирующей* (или *оскулирующей*) орбиты.

Если для какого-либо момента времени известны положение небесного тела в пространстве и его скорость движения, то можно определить тот путь (эллипс, параболу или гиперболу), по которому оно должно было бы двигаться вокруг Солнца при отсутствии возмущений. Предположим, что мы в какой-то момент времени определили эллиптическую орбиту планеты. Но под влиянием возмущений планета будет отклоняться от этой эллиптической орбиты. Если теперь через некоторое время снова определить ее эллиптическую орбиту по новым наблюдениям, то, конечно, мы не получим тот же самый эллипс. Правда, если возмущения невелики, то новый эллипс будет похож на прежний, т. е. новые элементы орбиты будут мало отличаться от вычисленных ранее. Если через некоторое время снова определить элементы орбиты, то мы получим опять другие элементы и т. д. Поэтому можно представить, что в каждый данный момент планета движется по некоторой эллиптической орбите, но ее элементы, т. е. размеры, форма и положение этого эллипса в пространстве все время меняются. В таком случае говорят, что планета движется по *варьирующей* (*оскулирующей*) эллиптической орбите.

В тех случаях, когда планета (или какое-нибудь другое небесное тело) не испытывает в течение одного периода обращения значительных возмущений, ее движение в течение этого времени происходит почти точно по неизменному эллипсу. Но возмущения со временем накапливаются. При каждом следующем обращении планета движется уже по другому эллипсу, хотя и близкому к первому. Через большой промежуток времени может оказаться, что форма, размеры, положение эллипса, описываемого в пространстве небесным телом, заметно изменились. Например, эллипс, по которому движется сейчас Земля, имеет почти те же размеры и форму, что и 1700—1800 лет назад, и располагается почти в той же плоскости. Однако он повернулся в этой плоскости примерно на 5° . Большая полуось орбиты Юпитера в 1850 г. была равна 5,20265 астр. единицы, а в 1950 г.

5,20290 астр. единицы, т. е. увеличилась примерно на 40 000 км.

Если же возмущения велики, то путь небесного тела уже отличается от эллиптического в течение даже одного периода обращения. Другими словами, элементы орбиты, вычисленные в начале и в конце одного периода обращения, заметно изменяются. Например, если вычислить элементы орбиты Луны в начале и в конце месяца, то окажется, что за это время эллипс, по которому должна двигаться Луна, повернулся в своей плоскости более чем на 3° . Элементы орбиты Луны изменяются сравнительно очень быстро. Но все же и в этом неблагоприятном случае элементы эллиптической варьирующей орбиты на данный момент времени дают неплохое представление о движении в течение одного или нескольких оборотов.

Изменения элементов варьирующей орбиты также позволяют довольно ясно представить изменение характера движения данного небесного тела. Например, если увеличивается большая полуось орбиты, то это значит, что данное небесное тело описывает эллипс, увеличивающийся все время в размерах, т. е. постепенно удаляется от центрального тела. Если увеличивается эксцентриситет, то, следовательно, эллиптическая орбита все более вытягивается, наименьшее расстояние, на которое данное небесное тело приближается к центральному телу, убывает, а наибольшее расстояние увеличивается.

Таким образом, возмущенное движение небесного тела можно описать при помощи варьирующих элементов орбиты, т. е. элементов орбиты, изменяющихся со временем. Движение всех планет, астероидов, спутников является возмущенным, и для каждого момента времени их орбиты характеризуются определенными значениями элементов. Выше мы приводили таблицу элементов орбит больших планет. Конечно, это не постоянные, определенные раз навсегда величины. Приведенные элементы относятся к нашей эпохе, но поскольку возмущения планет невелики, эти элементы изменяются со временем очень медленно, и они будут характеризовать движение планет еще очень долго. Элементы орбит астероидов изменяются со временем вообще значительно быстрее.

§ 10. ЗАДАЧА О ДВИЖЕНИИ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Строгая постановка задачи о движении тел Солнечной системы заключается в следующем.

В состав Солнечной системы входят Солнце, планеты, их спутники, астероиды, кометы. Все эти тела притягивают друг друга по закону Ньютона. Необходимо изучить математическим путем их движения, если известны их положения и скорости в некоторый (начальный) момент времени.

Но, конечно, нет необходимости ставить задачу в таком общем виде, учитывая влияние всех тел друг на друга. Массы комет и астероидов по сравнению с массами планет очень малы. Поэтому они могут сообщать Солнцу и планетам совершенно ничтожные ускорения. Массы комет и были оценены на основании того, что еще никогда не были замечены возмущения от комет в движении любой планеты или их спутников. В 1886 г. одна комета прошла очень близко от Юпитера, прямо между его многочисленными спутниками. Но никаких заметных отклонений спутников от их обычных движений не обнаружилось. Отсюда следовало, что масса этой кометы по крайней мере в миллион раз меньше массы Земли.

Массы самых больших астероидов, конечно, гораздо больше масс комет. Оценим, например, массу самого крупного астероида, Цереры, диаметр которого равен 800 км. Если плотность этого астероида та же, что и у Земли, то его масса должна быть примерно в $\left(\frac{12\,800}{800}\right)^3 = 4096$ раз меньше массы Земли. Несколько астероидов имеют диаметр около 100—300 км, подавляющее же большинство астероидов имеет гораздо меньшие размеры, так что масса всех астероидов, вместе взятых, не превышает $\frac{1}{700}$ массы Земли. Конечно, такие небольшие по массе тела, как астероиды, не могут заметно повлиять на движение планет и спутников.

Таким образом, движение планет и их спутников можно рассматривать независимо от движения астероидов и комет.

Далее, массы спутников гораздо меньше масс планет. Например, среди спутников Юпитера самую

большую массу имеет Ганимед — третий по расстоянию от Юпитера спутник. Его масса составляет примерно $\frac{1}{12\,200}$ массы Юпитера, а расстояние от Юпитера — около 1 млн. км. Под влиянием взаимного притяжения Юпитер и Ганимед описывают эллипсы вокруг их общего центра инерции, находящегося на расстоянии около $\frac{1000\,000}{12\,200} = 80$ км от центра Юпитера.

Эти сравнительно очень малые отклонения Юпитера практически не скажутся на величине притяжения между Солнцем и Юпитером. Кроме того, заметить эти отклонения при наблюдениях с Земли практически невозможно; даже в момент наибольшего сближения Земли и Юпитера они вызовут смещение в видимом положении Юпитера, не превышающее $0'',03$. Еще меньше влияют остальные спутники Юпитера на его движение. Влияние спутников Сатурна, Марса, Урана и Нептуна на движение «своих» планет также ничтожно. Исключение составляет наша Луна, масса которой лишь в $81\frac{1}{2}$ раз меньше массы Земли. Луна и Земля движутся вокруг их общего центра инерции, который находится на расстоянии 4700 км от центра Земли. Отклонения Земли от ее пути на такую величину довольно заметны, особенно при точном изучении движения Земли вокруг Солнца. Например, направления с Солнца на Землю с учетом движения вокруг центра инерции и без такого учета могут отличаться на $6''$. Поэтому при точных исследованиях рассматривают движение Земли совместно с движением Луны, т. е. всю систему Земля+Луна и движение центра инерции этой системы вокруг Солнца.

Таким образом, вместо того чтобы рассматривать движения планет, астероидов, спутников, комет совместно, можно ставить отдельно задачи о движении а) планет; б) их спутников; в) астероидов; г) комет.

При рассмотрении движения планет учитывается их притяжение Солнцем и их взаимное притяжение. Другими словами, ставится задача о движении 10 тел (деяти планет и Солнца), притягивающих друг друга по закону Ньютона.

При исследовании движения спутников планеты считают, что эти движения происходят под действием притяжения планеты (основная сила), возмущающе-

го взаимного притяжения спутников, а также возмущающего притяжения Солнца и других планет.

Так как массы астероидов и комет ничтожно малы, то эти тела не влияют сколько-нибудь заметно на движение других тел Солнечной системы. Поэтому движение каждой кометы, каждого астероида рассматривают отдельно, считая, что они притягиваются Солнцем и планетами, но сами их не притягивают.

Однако, несмотря на такие упрощения, мы в любом случае получаем задачу о движении не двух, а нескольких тел, притягивающих друг друга по закону Ньютона. Такая задача в математическом отношении настолько трудна, что до сих пор остается не решенной в общем виде. Другими словами, мы не можем получить формулы, представляющие движение этих тел, т. е. позволяющие вычислять положения этих тел в пространстве или судить о свойствах их движения при *каких угодно* массах тел или начальных положениях и скоростях. Не можем, конечно, также и описать словами эти движения в общем случае, например так, как это было возможно в задаче двух тел.

Дело заключается, конечно, не только в математической сложности задачи, но и в исключительной сложности самих движений даже в случае всего *трех* тел. Чтобы получить некоторое представление об этих трудностях, рассмотрим три тела: Солнце *С*, Юпитер *Ю* и небольшое метеорное тело *М* весом в несколько граммов. Такое метеорное тело вследствие малости своей массы не сообщает Юпитеру почти никакого дополнительного (возмущающего) ускорения, и можно считать, что Юпитер движется только под влиянием притяжения Солнца по определенной эллиптической орбите, а метеорное тело движется под влиянием притяжения Солнца и Юпитера. Такая задача носит в небесной механике название *ограниченной задачи* трех тел. Ограниченность ее выражается в том, что не учитывается влияние одного тела со сравнительно небольшой массой на два другие, а движение двух последних считается известным.

До тех пор, пока метеорное тело находится сравнительно далеко от Юпитера, его притяжение к Юпитеру во много раз меньше, чем к Солнцу, и оно движется по эллиптической орбите вокруг Солнца, испы-

тывая лишь небольшие возмущения. На рис. 26 M_0 — начальное положение метеорного тела, а M_0M_1 — отрезок эллипса, по которому оно движется вначале. Если в тот момент, когда тело попадает в точку M_1 ,

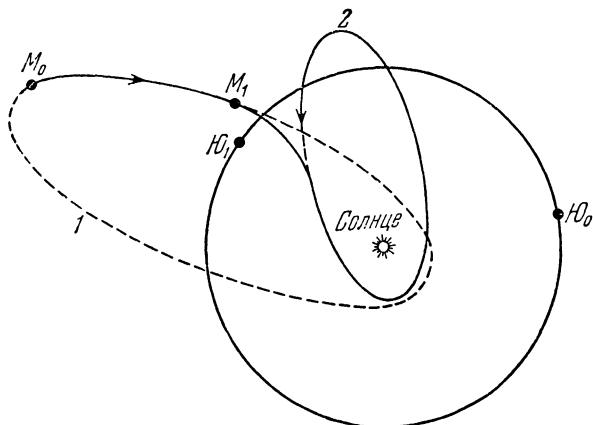


Рис. 26. Пример движения в ограниченной задаче трех тел.

Юпитер находится далеко от M_1 , то оно будет продолжать двигаться по той же эллиптической орбите (на рисунке она обозначена цифрой 1).

Но пусть начальные положения метеорного тела и Юпитера и их скорости таковы, что к этому моменту они подходят близко друг к другу. Тогда под влиянием притяжения Юпитера метеорное тело может очень сильно отклониться от своего первоначального пути. Величина и характер этого отклонения зависят от взаимного расположения Солнца, Юпитера и метеорного тела в момент наибольшего сближения, от величины и направления их скоростей, т. е. в конечном итоге от начальных условий задачи. Возможно даже, что возмущение от Юпитера приведет к такому увеличению скорости тела, что оно в дальнейшем навсегда удалится от Солнца, двигаясь по гиперболической или параболической орбите. Предположим пока, что скорость метеорного тела изменилась так, что после удаления Юпитера метеорное тело стало двигаться по эллипсу, обозначенному на рис. 26

цифрой 2. Эта эллиптическая орбита, однако, совсем не похожа на первоначальную. Двигаясь по этой орбите, метеорное тело должно было бы возвращаться через равные промежутки времени примерно на то же самое место, где оно первоначально встретилось с Юпитером. Если периоды обращения M и $Ю$ не равны друг другу, то вторичной встречи сразу не произойдет. Но все равно, рано или поздно метеорное тело и Юпитер встретятся снова. Опять орбита метеорного тела будет сильно изменена, и оно начнет двигаться или совсем по другому эллипсу или по гиперболе или параболе.

При этом небольшие различия в условиях первой встречи могут привести к сравнительно большим различиям в условиях второй встречи, т. е. и к большому различию в размерах новой орбиты и периоде обращения по ней. Это различие повлечет за собой еще большее изменение условий третьей встречи, которая обязательно состоится, если новая орбита есть эллипс и т. д. Всякая общая формула, в которой учитывались бы все возможные последствия каждой встречи, их разнообразие при очень небольшом изменении начальных условий, будет невероятно сложна.

Конечно, Юпитер будет изменять орбиту метеорного тела не только при встречах, но и между встречами. Это еще больше усложняет проблему. А если бы тело M имело значительную массу, то тогда пришлось бы дополнительно учитывать влияние тела M на Юпитер и изменение орбиты самого Юпитера. Если учесть все это, то становится ясным, что математические трудности, возникающие при решении задачи трех тел, объясняются сложностью и исключительным разнообразием тех движений, которые могут происходить при различных начальных положениях и скоростях тела M .

Правда, в 1912 г. финский математик Зундман нашел теоретическое решение задачи трех тел. Но математические формулы, полученные Зундманом, настолько сложны, что не позволяют ни вычислять положения тел в пространстве, ни сделать какие-либо заключения о свойствах и характере движений, так что формулы Зундмана практического значения пока не имеют.

Таким образом, до сих пор мы не имеем полного решения задачи о движении трех или большего числа тел. Поэтому при исследовании движений тел Солнечной системы используют различные приближенные методы.

§ 11. ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Движение небесных тел исследовалось в основном методами *количественной* небесной механики. Эти методы позволяют найти такое приближенное решение задачи о движении данных небесных тел, которое на определенном интервале времени близко к неизвестному точному решению. Методы количественной небесной механики позволяют построить *теории движения* небесных тел. С помощью этих теорий можно вычислять положения небесных тел в пространстве в течение какого-то времени, можно исследовать характер взаимного влияния тех или иных небесных тел на данном интервале времени, установить связь между взаимными возмущениями небесных тел и их массой, затем определить эти массы и т. д. Одним словом, теории движения позволяют полностью исследовать движение небесных тел в течение определенного промежутка времени, начиная с некоторого момента.

Существуют различные конкретные методы построения теорий движения. На примере задачи о движении планет мы познакомимся с одним из них, носящим название *метода последовательных приближений*.

Основной характерной чертой движения планет является то, что эти движения очень близки к невозмущенному эллиптическому движению. Это объясняется тем, что масса Солнца гораздо больше по массе всех остальных тел Солнечной системы, поэтому любая планета притягивается Солнцем гораздо сильнее, чем каким-либо другим небесным телом. Рассчитаем, например, во сколько раз Солнце притягивает Землю сильнее, чем самая большая планета Солнечной системы — Юпитер. Юпитер находится от Солнца примерно в пять раз дальше, чем Земля, и наименьшее расстояние между Землей и Юпитером

(в момент противостояния) примерно в четыре раза больше расстояния между Солнцем и Землей. Учитывая, что масса Юпитера в тысячу раз меньше массы Солнца, мы получим, что в момент наибольшего сближения Юпитер притягивает Землю в $4^2 \cdot 1000 = 16\,000$ раз слабее, чем Солнце. В других положениях на орбите притяжение Юпитера еще меньше, а остальные планеты притягивают Землю гораздо слабее, чем Юпитер.

Аналогичным путем можно рассчитать, во сколько раз любая планета притягивается какой-либо другой планетой в момент их наибольшего сближения (в момент противостояния) слабее, чем Солнцем. Полученные числа приведены в табл. 3. Кроме того, в таблице указаны современные данные о массах планет и величина среднего ускорения, сообщаемого Солнцем каждой планете.

Числа в таблице указывают, во сколько раз данная планета притягивается другими планетами в момент наибольшего сближения слабее, чем Солнцем. Например, Земля притягивается Меркурием в 3 млн. раз, Венерой в 32 тыс. раз, Марсом в 800 тыс. раз и Юпитером в 16 тыс. раз слабее, чем Солнцем. Числа в каждом столбце дают представление о влиянии данной планеты на любую другую планету (в момент наибольшего сближения). Например, Юпитер притягивает Меркурий в 154 тыс. раз, Венеру в 40 тыс., Землю в 16 тыс., Марс в 6500, Сатурн в 200, Уран в 500, Нептун в 700 раз слабее, чем Солнце.

Таким образом, основной силой, управляющей движением тел нашей Солнечной системы, является сила притяжения Солнца. Влияние взаимных притяжений планет мало по сравнению с влиянием притяжения Солнца. Поэтому-то планеты и движутся вокруг Солнца почти по эллипсам, испытывая лишь небольшие отклонения (возмущения) от эллиптического пути. Благодаря этому Кеплеру и удалось обнаружить свои замечательные законы. Если бы массы планет были больше и они возмущали друг друга сильнее, что их пути настолько отличались бы от эллиптических, то эти законы не были бы справедливы.

При использовании метода последовательных приближений учитывают то обстоятельство, что планеты движутся приблизительно по невозмущенным

Таблица 3

	Меркурий	Венера	Земля	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Масса в долях массы Солнца	Среднее уско- рение планеты к Солнцу
Меркурий	—	$300 \cdot 10^3$	$800 \cdot 10^3$	$2,4 \cdot 10^6$	$154 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^6$	$60 \cdot 10^6$	$100 \cdot 10^6$	$\frac{1}{6023600}$	$3,7 \text{ см/сек}^2$
Венера	$15 \cdot 10^7$	—	$53 \cdot 10^3$	$9 \cdot 10^6$	$40 \cdot 10^3$	$540 \cdot 10^3$	$17 \cdot 10^6$	$36 \cdot 10^6$	$\frac{1}{408523,5}$	1,2
Земля	$3 \cdot 10^6$	$32 \cdot 10^3$	—	$800 \cdot 10^3$	$16 \cdot 10^3$	$250 \cdot 10^3$	$7,5 \cdot 10^6$	$18 \cdot 10^6$	$\frac{1}{332945,7}$	0,6
Марс	$4 \cdot 10^6$	$120 \cdot 10^3$	$43 \cdot 10^3$	—	6500	$105 \cdot 10^3$	$3,5 \cdot 10^6$	$14 \cdot 10^6$	$\frac{1}{3098710}$	0,26
Юпитер	$6 \cdot 10^6$	$300 \cdot 10^3$	$200 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^6$	—	2500	$170 \cdot 10^3$	$460 \cdot 10^3$	$\frac{1}{1047,355}$	0,022
Сатурн	$7 \cdot 10^6$	$350 \cdot 10^3$	$240 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^6$	200	—	$25 \cdot 10^3$	$88 \cdot 10^3$	$\frac{1}{3498,5}$	0,006
Уран	$7,5 \cdot 10^6$	$400 \cdot 10^3$	$260 \cdot 10^3$	$2,4 \cdot 10^6$	500	900	—	$7 \cdot 10^3$	$\frac{1}{22869}$	0,0015
Нептун	$7,5 \cdot 10^6$	$400 \cdot 10^3$	$300 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^6$	700	1540	$3 \cdot 10^3$	—	$\frac{1}{19314}$	0,00067

эллиптическим орбитам, так что законы Кеплера позволяют найти приближенное положение планет на невозмущенной орбите в любой момент. Зная приблизительно взаимное расположение планет, можно вычислить силы взаимного притяжения и обусловленные ими ускорения планет для каждого момента времени. Эти дополнительные ускорения, складывающиеся с ускорением планет от Солнца, и будут *возмущающими ускорениями*. Они будут определять не сами пути планет, а их отклонения от уже известного эллиптического пути. По этим возмущающим ускорениям можно определить и возмущения для каждого момента времени. Это будут возмущения, определенные, как говорят, *в первом приближении*, или *возмущения первого порядка*. Величины их пропорциональны массам возмущающих тел.

Возмущения первого порядка не совпадают с полными (точными) возмущениями планет, поскольку возмущающие ускорения вычислены для приближенных положений планет. Но все же, поскольку отклонения планет от этих положений невелики, возмущения первого порядка не будут особенно сильно отличаться от точных возмущений.

Учет возмущений первого порядка позволяет вычислить для каждой планеты на каждый момент времени новые ее положения в пространстве (1-е приближение). Эти новые приближенные положения будут уже точнее, чем положения, вычисленные на основании формул эллиптического невозмущенного движения, так как отклонения от эллиптического движения в значительной мере учтены.

Исходя из нового, более точного взаимного расположения планет в каждый момент времени, можно опять вычислить взаимные притяжения и возмущающие ускорения планет в эти моменты, а затем и возмущения. Эти возмущения, определенные, как говорят, *во втором приближении*, уже будут ближе к точным, чем возмущения первого порядка. После их учета мы определим положения планет еще точнее, чем после учета возмущений первого порядка (2-е приближение). После этого можно аналогичным путем вычислить возмущения в 3-м приближении и т. д.

Чем меньше массы возмущающих тел — планет — по сравнению с массой основного притягивающего

тела — Солнца, тем меньше надо сделать приближений, чтобы получить как можно более точный результат. Рассмотрим какую-либо планету, испытывающую возмущения от другой планеты. В первом приближении возмущающее ускорение нашей планеты в каждый момент будет вычисляться по формуле

$$\omega_1 = \frac{m}{r_0^2},$$

где m — масса возмущающей планеты (в долях массы Солнца), а r_0 — расстояние между данными двумя планетами, вычисляемое при условии, что планеты движутся по невозмущенным эллипсам. По этим возмущающим ускорениям вычисляют возмущения в 1-м приближении, которые будут по величине пропорциональны возмущающей массе m . После их учета мы получим более точные значения расстояний между планетами в каждый момент времени. Обозначим эти расстояния через r_1 . Значения r_1 будут отличаться от соответствующих значений r_0 на величины, пропорциональные массе m :

$$r_1 = r_0 + \Delta r_1; \quad \Delta r_1 \sim m.$$

Возмущающее ускорение во 2-м приближении вычисляется по формуле

$$\omega_2 = \frac{m}{r_1^2}.$$

Насколько отличаются друг от друга ускорения ω_1 и ω_2 в один и тот же момент времени? Чтобы это выяснить, составим разность

$$\begin{aligned} \omega_1 - \omega_2 &= \frac{m}{r_0^2} - \frac{m}{(r_0 + \Delta r_1)^2} = m \frac{2r_0 \Delta r_1 + (\Delta r_1)^2}{r_0^2 (r_0 + \Delta r_1)^2} = \\ &= m \Delta r_1 \frac{2r_0 + \Delta r_1}{r_0^2 (r_0 + \Delta r_1)^2}. \end{aligned}$$

Так как $\Delta r_1 \sim m$, то разность $\omega_1 - \omega_2$ пропорциональна уже к квадрату возмущающей массы m . Вычисляя с помощью ускорений ω_2 возмущения во втором приближении, мы получим новые значения расстояний r_2 в каждый момент. Эти значения будут отличаться от значений r_1 на величины, пропорциональные

квадрату возмущающей массы m , т. е.

$$r_2 = r_1 + \Delta r_2, \quad \Delta r_2 \sim m^2.$$

Таким образом, 1-е приближение дает возможность определить положения планеты с точностью до величин, пропорциональных m , 2-е приближение — с точностью до m^2 , 3-е приближение — с точностью до m^3 и т. д. Чем меньше m , тем больше точность последовательных приближений, тем меньше положения планеты в первом или втором приближении отличаются от точных положений планеты в данной задаче.

Как мы видели выше, массы планет сравнительно малы — самой большой массой обладает Юпитер, но и его масса составляет лишь около $\frac{1}{1000}$ массы Солнца. Поэтому при изучении движения планет метод последовательных приближений очень удобен. Проведем некоторые численные расчеты, рассматривая задачу трех тел: Солнце — Юпитер — Сатурн. При этом мы будем предполагать, что Юпитер и Сатурн не испытывают влияния со стороны других планет.

Сатурн и Юпитер движутся вокруг Солнца примерно по эллипсам, близким к кругам, с радиусами, равными около 1500 млн. км и 750 млн. км соответственно. Юпитер делает один оборот за 12 лет, Сатурн — за 30 лет. Оценим сначала те возмущения, которые Сатурн испытывает от притяжения Юпитера и Юпитер от притяжения Сатурна в течение трех лет, начиная с момента противостояния. Для этого вычислим возмущающие ускорения, сообщаемые друг другу этими планетами в момент противостояния. Согласно данным табл. 3, приведенной выше на стр. 95, в моменты противостояний Сатурн притягивается Юпитером примерно в 200 раз слабее, чем Солнцем. Поскольку ускорение пропорционально силе притяжения, Юпитер сообщает Сатурну в этот момент ускорение, в 200 раз меньшее, чем Солнце. В таблице приведено среднее ускорение Сатурна, обусловливаемое притяжением Солнца: $0,006 \text{ см/сек}^2$. Следовательно, возмущающее ускорение Сатурна, вызываемое Юпитером, в момент противостояния равно примерно

$$\omega_{\text{Ю}} = \frac{0,006}{200} = 0,00003 \text{ см/сек}^2.$$

Таким же образом рассчитаем возмущающее ускорение Юпитера от Сатурна ω_c в момент противостояния, исходя из того, что Юпитер притягивается Сатурном в 2500 раз слабее, чем Солнцем, а среднее ускорение Юпитера, обусловливаемое притяжением Солнца, равно $0,022 \text{ см/сек}^2$. Мы получим, что

$$\omega_c = \frac{0,022}{2500} = 0,000009 \text{ см/сек}^2.$$

За три года Юпитер опишет около $1/4$ своего пути, а Сатурн около $1/10$ своего пути вокруг Солнца (рис. 27). Через три года после противостояния эти планеты будут занимать положения $Ю^*$, $С^*$, указанные на рис. 27. Расстояние между Юпитером и Сатурном, начиная с момента противостояния, будет все время увеличиваться, а возмущающие ускорения, следовательно, уменьшаться. В то же время направление возмущающих ускорений изменится за три года мало, и можно без большой ошибки предположить, что в течение этого времени возмущающие ускорения были постоянными, равными соответственно их максимальным значениям $0,000003 \text{ см/сек}^2$ и $0,000009 \text{ см/сек}^2$ и направленными в одну сторону. Тогда вычисленные по известной формуле для равноускоренного движения

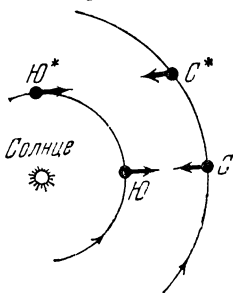


Рис. 27. Взаимные возмущения Юпитера и Сатурна.

$$s = \frac{1}{2} \omega t^2$$

отклонения от эллиптических путей были бы во всяком случае больше действительных. Вычисляя эти отклонения в километрах, получим для Сатурна

$$s \approx 15 \cdot 10^{10} \text{ см} = 1,5 \text{ млн. км},$$

а для Юпитера

$$s \approx 5 \cdot 10^{10} \text{ см} = 500 \text{ тыс. км}.$$

Следовательно, в течение трех лет Сатурн отклоняется от эллиптического пути никак не более чем на 1,5 млн. км, а Юпитер — на 500 тыс. км. Конечно, это не малые величины, но по сравнению с расстояниями

Юпитера и Сатурна до Солнца они все же незначительны. Если наблюдать с Земли, то такие отклонения Юпитера и Сатурна в пространстве соответствуют отклонениям в видимом положении на небе, не превышающим $3'$ для Сатурна и $2'$ для Юпитера.

Для получения 1-го приближения вычисляют точно возмущающие ускорения Юпитера и Сатурна, а затем и их возмущения на каждый момент времени в течение данных трех лет при условии, что эти планеты движутся точно по эллипсам. Но мы поступим проще.

Так как полные возмущения Сатурна и Юпитера за три года не превышают соответственно 1,5 млн. км и 500 тыс. км, то можно оценить, насколько возмущения 1-го приближения отличаются от полных возмущений. Действительно, точные положения Юпитера и Сатурна могут отличаться от положений на эллиптических орбитах, для которых мы рассчитывали возмущающие ускорения в 1-м приближении, не более чем на 1,5 млн. км и 0,5 млн. км соответственно, а действительные расстояния между ними на $1,5 + 0,5 = 2$ млн. км от принятых при вычислениях. Ускорения, вызываемые взаимным притяжением планет, относятся, как квадраты расстояний. Следовательно,

$$\frac{w}{w_1} = \frac{r_1^2}{r^2},$$

где w_1 , r_1 — возмущающее ускорение и расстояние между планетами в первом приближении, а w , r — действительные возмущающее ускорение и расстояние между Юпитером и Сатурном.

Составим по правилу пропорций отношение

$$\frac{w - w_1}{w_1} = \frac{r_1^2 - r^2}{r^2}.$$

Так как r_1 может отличаться от r не более чем на 2 млн. км, а r не менее $1500 - 750 = 750$ млн. км, то это отношение не превышает $\frac{1}{180}$. Следовательно, w_1

отличается от w не больше чем на $\frac{1}{180}$ его долю.

Другими словами, ошибка возмущающих ускорений в первом приближении не превышает $\frac{1}{180}$ их доли.

Поэтому и ошибки возмущений первого приближения,

вычисляемых по этим ускорениям, не превышают

$$\frac{15 \cdot 10^5}{180} = 8300 \text{ км} \text{ и } \frac{5 \cdot 10^5}{180} = 2800 \text{ км}$$

соответственно.

Таким образом, учет возмущений первого приближения позволяет определять положения Юпитера и Сатурна в течение данных трех лет с точностью до 8300 км и 2800 км соответственно. Такие отклонения Юпитера и Сатурна соответствуют их видимым с Земли смещениям на небе, равным примерно 1". Эта точность определения положений планет вполне достаточна. В вычислениях возмущений второго приближения уже нет необходимости. Но если бы мы захотели определить эти возмущения, то надо было бы снова вычислить положения Юпитера и Сатурна, полученные после учета возмущений 1-го порядка, потом возмущающие ускорения, а затем и сами возмущения во втором приближении для каждого момента времени. Так как ошибки в расстояниях между Юпитером и Сатурном не будут превышать $2800 + 8300 = 11\,100 \text{ км}$, то ошибки возмущающих ускорений и ошибки возмущений второго приближения будут не более $\frac{1}{35\,000}$ их величин. В таком случае ошибки в положениях Сатурна и Юпитера после учета возмущений второго приближения не будут превышать

$$\frac{15 \cdot 10^5}{35\,000} \approx 43 \text{ км} \text{ и } \frac{5 \cdot 10^5}{35\,000} \approx 14 \text{ км}$$

соответственно.

От чего будут зависеть полученные выражения для возмущений? Положения Юпитера и Сатурна в пространстве при эллиптическом движении, которое выбрано в качестве исходного, определяются элементами их эллиптических орбит и временем; взаимные возмущающие ускорения пропорциональны массам планет. Поэтому вычисляемые возмущения 1-го, 2-го приближения и т. д. будут зависеть только от начальных элементов орбит, времени и масс Юпитера и Сатурна. Формулы нашей теории движения будут связывать положения Юпитера и Сатурна в пространстве для каждого момента времени, начальные элементы их орбит и массы, и тем самым мы построим так называемые *аналитические теории* Юпитера и Сатурна.

Такова сущность метода последовательных приближений, который широко и с успехом применяется на практике при построении теорий движения планет, а также других тел Солнечной системы.

Значение аналитических теорий движения состоит не только в том, что они позволяют вычислять видимые положения небесных тел. С помощью этих теорий возможно исследовать характер взаимных влияний планет и других небесных тел друг на друга, а также вычислить их массы.

Мы уже рассказывали о том, что массы планет, имеющих спутники, могут быть приблизительно определены при помощи уточненного третьего закона Кеплера. Таким путем были найдены массы Земли, Марса, Юпитера, Сатурна, Урана, Нептуна. Как же найти массу планеты, не имеющей спутников?

Здесь нам на помощь приходят аналитические теории этих планет.

Рассмотрим, к примеру, как определяется масса Венеры. Приблизенно массу Венеры можно оценить в предположении, что ее средняя плотность такая же, как и у Земли. Размеры Венеры известны, и мы можем вычислить приближенное значение ее массы.

Это значение массы будет, конечно, очень неточным. Уточнение найденного значения массы Венеры производится по возмущениям, которые Венера вызывает в движении Земли.

Мы уже знаем, что взаимные возмущения небесных тел зависят от их масс.

Вычислим возмущения, производимые притяжением Венеры в движении Земли, с тем приближенным значением массы Венеры, способ получения которого мы описали выше. После этого сравним вычисленные нами возмущения с теми, которые действительно наблюдаются в движении Земли (разумеется, возмущения от других планет уже должны быть учтены).

Поскольку мы взяли неточное значение массы Венеры, вычисленные возмущения будут отличаться от наблюдаемых. Меняя значение массы Венеры, можно будет подобрать такое, при котором вычисленные возмущения будут меньше всего отличаться от наблюдаемых. Это значение массы Венеры и будет наиболее близким к действительности.

Значительно труднее определить массы Меркурия и Плутона. Обе эти планеты очень малы, вызывают весьма малые возмущения в движении других планет, и потому массы Меркурия и Плутона известны в настоящее время менее точно.

§ 12. ОТКРЫТИЕ НЕПТУНА

Одним из самых замечательных достижений небесной механики явилось открытие планеты Нептун.

С глубокой древности были известны пять планет: Меркурий, Венера, Марс, Юпитер и Сатурн.

В 1781 г. английский астроном В. Гершель обнаружил в телескоп слабое светило, которое медленно перемещалось среди звезд. Гершель предположил, что это комета. Однако вычисления показали, что новое небесное тело движется вокруг Солнца почти по кругу, находясь примерно вдвое дальше от Солнца, чем Сатурн. Это была новая большая планета Солнечной системы. Ее называли Ураном.

Теоретическое изучение движения Урана на основании закона ньютоновского притяжения столкнулось с неожиданными затруднениями. Эта планета в своем движении как будто не повиновалась строго закону притяжения Ньютона: теории движения Урана, построенные с учетом возмущений от всех известных планет, не могли представить точно его наблюдаемое движение. Вычисляемые положения Урана на небе регулярно расходились с видимыми положениями. В 1830 г. эти расхождения составили около $20''$, в 1840 г. — $1',5$, в 1844 г. — около $2'$. К этому времени закон Ньютона успел уже достаточно «зарекомендовать» себя, так что мало кто относил эти расхождения за счет несправедливости этого закона. Приходилось искать иную причину, и было высказано предположение, что за орбитой Урана движется еще одна планета, которая и производит дополнительные возмущения Урана. Расхождения между теорией и наблюдениями, согласно этому предположению, объяснялись возмущениями Урана, вызываемыми этой неизвестной планетой.

Конечно, разыскать предполагаемую планету при помощи наблюдения в телескоп было очень трудно. На нее можно было бы наткнуться только случайно. Поэтому возникла задача установить, как и где движется

эта планета, т. е. определить ее орбиту по тем предполагаемым возмущениям, которые она производит в движении Урана. Эта задача могла быть решена с помощью аналитической теории движения Урана, в которой учитывалось бы, кроме возмущающих притяжений всех известных планет, также возмущение от неизвестной планеты. Как мы говорили выше, при построении аналитической теории движения планет можно получить зависимость между возмущениями данной планеты и начальными элементами орбит или, другими словами, приближенными путями тех планет, которые возмущают своим притяжением данную планету. Ранее ставились задачи о нахождении возмущений по приближенным путям планет. Теперь же надо было с помощью формул аналитической теории Урана найти по известным возмущениям Урана элементы орбиты неизвестной возмущающей планеты.

Такую работу, представляющую огромные математические трудности ввиду сложности аналитических теорий планет и малости возмущений Урана от неизвестной планеты, провели почти одновременно английский астроном Адамс (в 1843—1845 гг.) и французский астроном Леверрье (в 1845—1846 гг.). После того как были найдены элементы орбиты неизвестной планеты, можно было вычислить ее видимый путь по небу и видимые ее положения в тот или иной момент.

В конце июля 1846 г. английский астроном Чэллис, директор Кембриджской обсерватории, начал, используя данные Адамса, поиски планеты и продолжал их до конца сентября, но безуспешно. Фактически новая планета попадала в поле зрения телескопа, но Чэллис ее регистрировал как обычную, известную звезду. Удача сопутствовала молодому немецкому астроному Галле, к которому Леверрье обратился с просьбой о поиске планеты. 23 сентября 1846 г. Галле и его помощник д'Аррест, наблюдая на Берлинской обсерватории тот участок неба, где по данным Леверрье должна находиться планета, действительно обнаружили новое светило*), ранее не регистрировавшееся и не указывавшееся на звездных картах; оно находилось

*) Более подробно вся интереснейшая история открытия Нептуна описана в книге Е. А. Гребеникова и Ю. А. Рябова «Поиски и открытия планет», «Наука», 1975.

лишь в 1° от места, предсказанного Лаверрье. Это и была новая планета. Ее называли Нептун.

Открытие Нептуна, произведенное, так сказать, на «кончике пера», было новым убедительнейшим доказательством правильности закона Ньютона.

§ 13. ХАРАКТЕР ВОЗМУЩЕНИЙ. ПЕРИОДИЧЕСКИЕ, ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИЕ И ВЕКОВЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ

Анализ теорий движения планет, подтверждаемый данными наблюдений, позволяет разделить возмущения по своему характеру на две категории: *периодические* и *вековые*. Первые представляют собой периодически повторяющиеся отклонения от эллиптического движения то в одну, то в другую сторону (оскулирующие элементы орбиты колеблются около некоторого среднего значения). Вторые характеризуются непрерывным увеличением отклонений от невозмущенного движения (значения оскулирующих элементов орбиты все время непрерывно убывают или непрерывно возрастают).

Происхождение периодических возмущений можно объяснить, если учесть, что взаимное расположение планет, а следовательно, направление и величина возмущающих ускорений довольно быстро и периодически изменяются. Поэтому одна планета ускоряет другую то в одну, то в другую сторону.

Рассмотрим, например, как изменяются возмущающие ускорения Земли, вызываемые Юпитером в течение одного года. Земля делает за это время один оборот, а Юпитер — лишь около $1/12$ оборота вокруг Солнца. На рис. 28 указаны стрелками направления возмущающих ускорений Земли от Юпитера через каждую четверть года. Из рисунка видно, что в момент, соответствующий положению 2 Земли, ее скорость движения по орбите благодаря притяжению Юпитера замедляется,

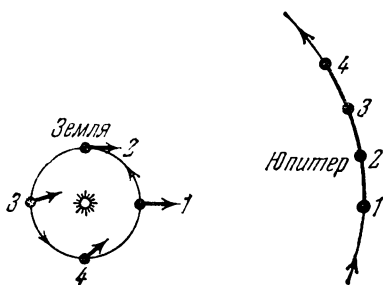


Рис. 28. Объяснение периодических возмущений Земли с периодом в 1 год.

а в момент, соответствующий положению 4 (через полгода), притяжение Юпитера должно увеличивать скорость движения Зсмли. Таким образом, имеются налицо периодические возмущения Земли с периодом в 1 год. Кроме периодических годовичных возмущений, будут существовать также и другие. В самом деле, как видно из рис. 28, притяжение Юпитера смещает Землю в течение года по направлению к

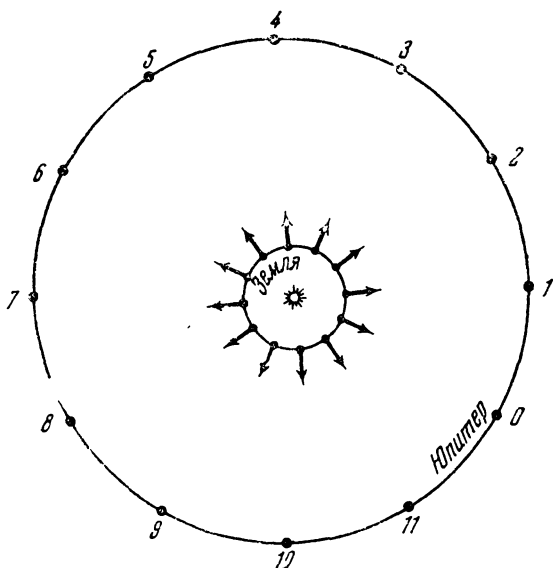


Рис. 29 Объяснение возмущений Земли с периодом в 12 лет.

Юпитеру. Рассмотрим, как будет изменяться направление этого годовичного смещения Земли в течение одного периода обращения Юпитера вокруг Солнца, равного 12 годам.

Наметим стрелками (рис. 29) направления годовичного смещения Земли, вызываемого Юпитером, на каждый год в течение 12 лет. Мы видим, что в течение 12 лет наши стрелки повернутся на 360° , т. е. каждому годовичному смещению в одном направлении соответствует через шесть лет смещение в противоположном направлении. Период этих возмущений равен 12 годам. Таким образом, мы обнаружили две составляющие отклонения Земли от невозмущенного дви-

жения под действием притяжения Юпитера: периодические колебания с периодом в 1 год и 12 лет.

Для планет периодические возмущения, как правило, малы и к существенному изменению их движений не приводят. Наибольшие видимые отклонения на небе в результате периодических возмущений от положений, соответствующих эллиптическому движению, составляют для Меркурия около $15''$, для Венеры — $30''$, для Земли — $1'*$), для Марса — $2'$, для Урана — $3'$, для Нептуна — $1',5^{**}$). Только для Юпитера и Сатурна эти отклонения достигают значительной величины — $28'$ и $48'$ соответственно. Период этих возмущений также очень велик — примерно 900 лет.

Возмущения с такими большими периодами называются *долгопериодическими*. Эти возмущения стоят как бы на грани между периодическими и вековыми возмущениями. Непосредственно при наблюдениях мы часто и не можем отличить их друг от друга. В самом деле, если наблюдения охватывают промежуток времени, гораздо меньший, чем период долгопериодических возмущений, то такие возмущения, как и вековые, имеют характер постоянно растущих отклонений. Например, очень медленное изменение средней скорости движения Юпитера и Сатурна по орбите было замечено в XVII в.; так как период этого изменения близок к 900 годам, то на основании одних только наблюдений нельзя узнать, периодические это возмущения или вековые. Их периодичность устанавливается теоретически, а наблюдения подтверждают, что эти возмущения происходят действительно так, как это предсказывается теорией движения. Отчего же возникают долгопериодические возмущения этих планет?

Как известно, периоды обращения Юпитера и Сатурна вокруг Солнца равны примерно 12 и 30 годам и, следовательно, отношение этих периодов близко к $2/5$: два оборота Сатурна охватывают примерно то же время, что и пять оборотов Юпитера. В таком случае говорят, что между периодами обращения имеет место *соизмеримость*.

*) Если наблюдать Землю с Солнца.

**) Отклонения от невозмущенного движения в пространстве вследствие этих возмущений все же не малы: для Нептуна — около 1,9 млн км, для Марса — 46 тыс. км, для Земли — 43,5 тыс. км, для Венеры — 6 тыс. км.

Благодаря соизмеримости возникает нечто подобное явлению, которое носит в механике название *резонанса*. Резонанс возникает тогда, когда на колеблющееся тело в такт его колебаниям действует дополнительная периодическая сила. Такая дополнительная сила даже в том случае, если ее величина очень мала, приводит постепенно к большому увеличению размаха колебаний.

Движение Сатурна вокруг Солнца можно рассматривать как периодические колебания относительно Солнца с периодом около 30 лет. Через каждые два оборота Сатурна эта планета, Юпитер и Солнце оказываются почти в таком же положении друг относительно друга, как и 30 лет назад, так что через каждые два оборота Сатурна возмущающее действие Юпитера на Сатурн регулярно повторяется. Другими словами, возмущающее действие Юпитера на Сатурн носит периодический характер с периодом, вдвое большим периода обращения Сатурна.

Таким образом, мы имеем периодические колебания Сатурна относительно Солнца, а им в такт на Сатурн действует периодическая возмущающая сила (возмущения от Юпитера). То же самое можно сказать и о возмущающем влиянии Сатурна на Юпитер. В результате создается такое положение, которое приводит к явлению резонанса. Вот почему взаимные возмущения Юпитера и Сатурна, связанные с соизмеримостью периодов, оказываются такими значительными.

Кроме периодических, существуют также и вековые возмущения. Они приводят к тому, что планета с течением времени все дальше и дальше уходит от своего невозмущенного пути. Аналитические теории движения планет содержат подобные возмущения, изменяющиеся пропорционально времени или даже квадрату и кубу времени. Однако эти возмущения возрастают очень медленно. Например, согласно теориям движения Земли, Венеры и Юпитера, построенным Леверрье, эксцентриситеты орбит этих планет обладают вековыми возмущениями, выражающимися соответственно следующими формулами:

$$e = 0,0167498 - 0,0000426t - 0,000000137t^2,$$

$$e = 0,00681636 - 0,00005384t + 0,000000126t^2,$$

$$e = 0,04833475 + 0,000164180t - 0,000000468t^2.$$

В этих формулах t — время, отсчитываемое в столетиях с 1900 г. Из формул видно, что за 1 год эксцентриситеты этих планет изменяются всего лишь на 0,00000004; 0,000000054; 0,000001641 соответственно, а за 100 лет на 0,0000427; 0,0000537; 0,00016371.

Однако в течение больших промежутков времени такие возмущения могли бы привести к существенным изменениям в движении планет. Если например, воспользоваться приведенными формулами, то мы получим, что через 10 тыс. лет эксцентриситет орбиты Земли должен уменьшиться до 0,0134, Венеры — до 0,0014, а эксцентриситет орбиты Юпитера — увеличиться до 0,064.

Но нельзя забывать, что аналитические теории движения планет могут достаточно точно представлять действительные движения планет лишь в течение определенного промежутка времени, за пределами которого эти теории становятся непригодными. К сожалению, лишь в немногих частных случаях можно указать теоретически тот интервал времени, в течение которого расхождения теории с точным решением задачи о движении данных тел еще достаточно малы.

Обычно разработанную теорию какого-либо небесного тела сравнивают со всеми имеющимися наблюдениями. При этом сравнении, естественно, между теорией и наблюдениями обнаруживаются расхождения. Величина этих расхождений и тот интервал времени, для которого проведено подобное сравнение, позволяют судить об ошибках теории.

При сравнении современных аналитических теорий движения планет с данными наблюдений в течение периода времени примерно с 1800 г. по настоящее время обнаруживаются расхождения с наблюдениями, составляющие не более нескольких секунд дуги. Таким образом, можно полагать, что имеющиеся теории движения планет пригодны для вычисления на протяжении ста — двухсот лет и дают возможность в течение этого периода предсказывать положения планет на небе с точностью до нескольких секунд дуги. За это время элементы орбит планет будут изменяться в соответствии с формулами этих теорий, но будут ли они так же изменяться и дальше — неизвестно. Во всяком случае, исследовать по этим формулам движение планет в

течение многих тысяч лет нельзя. Для примера укажем, что если вычислить для орбиты Венеры ее эксцентриситет на 20 тыс. лет вперед по приведенной выше формуле, то он окажется отрицательным. Но этого быть не может, так как эксцентриситет орбиты есть положительная величина или нуль. Следовательно, эта формула для вычислений значений эксцентриситета Венеры на десятки тысяч лет непригодна.

Итак, для изучения вековых возмущений в полном смысле этого слова аналитические теории движения планет не годятся. Но в небесной механике разработаны другие методы, предназначенные не для вычисления точных положений небесных тел, а специально для исследования вековых возмущений. Применение этих методов показало, что некоторые из возмущений, которые в аналитических теориях движения планет рассматриваются как вековые, являются на самом деле долгопериодическими. Таковы изменения эксцентриситетов и наклонов орбит планет. Под действием взаимных притяжений планет периодически меняется форма их орбит и наклон орбит к плоскости эклиптики. Эти возмущения эксцентриситетов и наклонов, оказывается, представляют собой совокупность колебаний с различными, но очень длинными периодами, составляющими десятки тысяч лет. Подобные возмущения не обладают правильным периодическим характером и имеют вид неправильных колебаний, протекающих очень и очень медленно.

Таким образом, теория вековых возмущений показала, что изменения эксцентриситетов и наклонов орбит планет не являются чисто вековыми. Однако поскольку периоды этих изменений достигают десятков и сотен тысяч лет, в литературе за ними сохранено название «вековых».

В табл. 4 приведены для иллюстрации вековые изменения на протяжении 100 тыс. лет до 1850 г. и 100 тыс. лет после 1850 г. средних значений двух элементов варьирующих орбит Марса и Земли: эксцентриситета и наклона — по вычислениям Леверрье (без учета короткопериодических возмущений). Наклоны орбит отсчитываются по отношению к плоскости движения Земли в 1850 г. Характер изменения элементов хорошо виден из графиков, составленных по этой таблице (рис. 30 и 31).

Из таблицы и графиков следует, что эксцентриситет орбиты Земли колеблется между нулем (круговая орбита) и 0,069, а наклонение этой орбиты может увеличиться до $4^{\circ}41'$.

Такие же таблицы были вычислены Леверрье и для других планет В табл. 5 приведены наибольшие и наименьшие значения эксцентриситетов, а также максимальные значения наклонений орбит больших

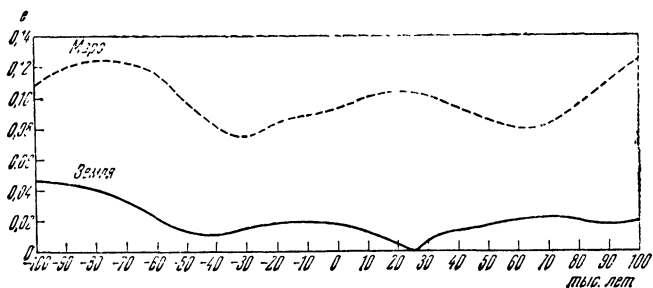


Рис. 30. Изменение эксцентриситетов орбит Земли и Марса за 200 тыс. лет.

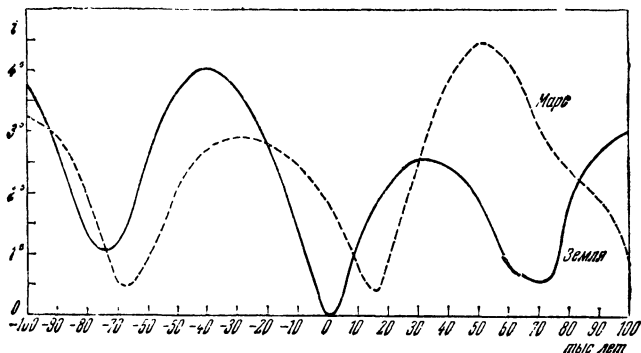


Рис. 31. Изменение наклонений орбит Земли и Марса за 200 тыс. лет (по отношению к плоскости орбиты Земли в 1850 г.).

планет по отношению к плоскости орбиты Земли в 1850 г.*).

*) Современные исследования привели к некоторому уточнению данных Леверрье.

Таблица 4

t в тыс. лет	Марс		Земля	
	e	i	e	i
—100	0,1079	3°13'45"	0,0473	3°45'31"
90	0,1195	2 55 36	0,0452	2 42 19
80	0,1251	1 55 12	0,0398	1 18 58
70	0,1225	30 01	0,0316	1 13 58
60	0,1175	1 01 41	0,0218	2 36 42
50	0,0978	2 09 32	0,0131	3 40 11
40	0,0832	2 46 15	0,0109	4 03 01
30	0,0746	2 54 43	0,0151	3 41 51
20	0,0840	2 46 37	0,0188	2 44 12
—10	0,0884	2 27 51	0,0187	1 24 35
0*)	0,0932	1 51 06	0,0168	0 00 00
—10	0,1006	49 17	0,0115	1 14 26
20	0,1036	53 49	0,0047	2 07 46
30	0,1013	2 29 09	0,0059	2 33 19
40	0,0945	3 49 17	0,0124	2 27 53
50	0,0857	4 27 27	0,0173	1 51 54
60	0,0797	4 10 49	0,0199	51 52
70	0,0825	3 05 11	0,0211	34 35
80	0,0948	1 46 11	0,0188	1 45 40
90	0,1113	1 55 26	0,0176	2 40 56
+100	0,1258	49 45	0,0189	3 02 57

*) За начальный момент времени $t=0$ берется 1850 г.

Таблица 5

	e		i максимальное
	минимальное	максимальное	
Меркурий	0,121	0,232	9°17'
Венера	0	0,071	5 18
Земля	0	0,069	4 41
Марс	0,018	0,140	7 09
Юпитер	0,025	0,061	2 01
Сатурн	0,012	0,084	2 33
Уран	0,012	0,078	2 33

Эти «вековые» возмущения эксцентриситетов и наклонений орбит планет должны приводить к довольно заметным изменениям видимых положений планет на небе. Такие изменения для Венеры в ре-

зультате увеличения эксцентриситета ее орбиты до значения $e = 0,071$ будут достигать $7-8^\circ$, а для Марса за счет увеличения наклона — не менее 5° .

Вместе с тем эти возмущения все же настолько велики, чтобы характер движения планет существенно изменился. Орбиты планет все равно будут близки к кругам, а плоскости орбит будут по-прежнему мало наклонены друг к другу.

К более существенным переменам в движении планет могли бы привести со временем чисто вековые изменения эксцентриситетов, наклонов и особенно больших полуосей орбит. Вековое увеличение больших полуосей означало, бы например, что все планеты постепенно удаляются от Солнца.

Однако ни теоретические исследования, ни наблюдения не позволяют обнаружить чисто вековых изменений этих элементов орбит. Конечно, большие полуоси орбит планет, как и эксцентриситеты и наклоны не остаются неизменными. Они испытывают небольшие периодические колебания, однако в течение многих сотен тысяч лет не должно происходить ни постоянного уменьшения, ни постоянного увеличения больших полуосей.

Из всех элементов планетных орбит только два — долгота восходящего узла и расстояние перигелия от узла — подвержены вековым изменениям. Восходящие узлы всех планет «отстают», т. е. движутся в сторону, обратную направлению движения планет по орбитам. Перигелии же большинства планет движутся в ту же сторону, что и сами планеты. Однако эти движения происходят очень медленно. «Быстрее» всего движется линия апсид орбиты Сатурна. Она совершает полный оборот за 57 тыс. лет. Перигелий орбиты Юпитера обходит полный круг в шесть раз медленнее — за 349 тыс. лет.

§ 14. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

Кроме аналитических методов исследования движений планет и других небесных тел, в настоящее время широко используют *численные* методы. Они отличаются от аналитических методов тем, что с их помощью получают не формулы, определяющие воз-

мущения небесных тел в зависимости от времени, а лишь числа (координаты), указывающие положения небесного тела в пространстве в определенные моменты времени. Каким же способом можно найти эти отдельные положения?

Пусть несколько небесных тел притягивают друг друга по закону Ньютона. Если для каждого тела известны в начальный момент времени t_0 положение и скорость, то можно определить силы, с которыми тела действуют друг на друга, и ускорения, которые они сообщают друг другу в начальный момент. Выбрав момент t_1 , близкий к начальному, будем предполагать, что за малый промежуток времени $\Delta t = t_1 - t_0$ ускорения тел не меняются. Тогда по формулам равномерно-ускоренного движения можно для каждого тела рассчитать его отклонения от равномерного и прямолинейного движения за время Δt и его положение и скорость в момент t_1 . По новым положениям тел можно опять вычислить действующие между ними силы и ускорения в момент t_1 ; затем можно опять определить их положения и скорость в следующий близкий момент t_2 и т. д.

Таким путем можно последовательно, шаг за шагом, вычислять приближенные положения небесных тел в пространстве и составить таблицу, в которой указываются положения данных небесных тел на моменты $t_1, t_2, t_3, \dots$ в течение определенного промежутка времени. Так строится *численная теория движения* данных небесных тел на этом промежутке времени.

Вычисления последовательных положений небесного тела на орбите довольно просты и выполняются с помощью четырех обычных арифметических операций. Однако количество этих операций, которые необходимо выполнить для того, чтобы рассчитать движение в течение более или менее значительного промежутка времени (например, десяти-двадцати лет), колоссально. Поэтому численные методы получили широкое распространение лишь около двадцати пяти лет тому назад, когда на помощь вычислителям пришли современные вычислительные машины.

В 1951 г. в США были опубликованы полученные на электронных вычислительных машинах таблицы движения пяти планет Солнечной системы: Юпитера,

Сатурна, Урана, Нептуна и Плутона. В таблицах указываются положения планет с 1653 по 2060 гг. через каждые 40 дней. Сравнение наблюдений этих планет с 1780 по 1940 гг. с численной теорией их движения показывает, что эта теория лучше согласуется с наблюдениями, чем наиболее совершенные аналитические теории, созданные американскими астрономами Хиллом и Ньюкомбом. Численная теория позволяет представить видимое движение этих планет со всей точностью, с какой определяют положения планет при наблюдениях. Расхождения между численной теорией планет и данными наблюдений в среднем не превышают одной секунды дуги.

Численные методы сейчас с успехом применяются при изучении движения астероидов, спутников, а также при решении других задач небесной механики. Как правило, они дают возможность гораздо точнее предсказывать видимые положения небесных тел, чем аналитические методы. Кроме того, при применении этих методов любые сложные задачи сводятся к простым вычислениям, и принципиальных математических затруднений не возникает. Задачи трех и четырех тел решаются численно так же просто, как и задача двух тел; увеличивается лишь объем вычислений. В этом большая сила численных методов. В чем же их слабость?

Численные теории движения, как и аналитические теории, охватывают лишь определенный, небольшой промежуток времени. Правда, можно вести вычисления на какой угодно большой промежуток времени. Но, помимо того, что создать численную теорию движения небесного тела, например, на 100 тыс. лет вперед, практически слишком трудно, возникает также вопрос об ошибках этой теории. Ведь все же мы получаем при этом лишь приближенное решение той или иной задачи движения. Определить же его ошибки на моменты времени, далекие от начального (например, отстоящие от него на многие тысячи лет), и установить, насколько положения того или иного небесного тела на эти моменты, даваемые численным решением, отличаются от положения, соответствующего точному решению данной задачи о движении, очень трудно, а во многих случаях мы и вообще этого сделать пока не можем.

Далее, начинать вычисления можно лишь тогда, когда мы уже знаем точно массы рассматриваемых небесных тел и имеем полные сведения о величине и характере притяжения этих небесных тел. Кроме того, при численных расчетах мы получаем непосредственно возмущения данных небесных тел, но не зависимость между этими возмущениями и величинами, характеризующими массы, элементы орбит и другие свойства возмущающих тел и их движений, как это можно получить при использовании аналитических методов. Если бы мы не имели в своем распоряжении аналитических теорий движения, то мы до сих пор, возможно, не знали бы, например, массы Венеры, Меркурия, ни в коем случае не могло быть возможным открытие «на кончике пера» Нептуна и т. д. Численные методы сами по себе или, во всяком случае, одни только численные методы не позволяют также изучать общие свойства движений небесных тел.

Таким образом, численные методы и численные теории движений в том виде, в каком они существуют сейчас, далеко еще не всеильны и не могут полностью заменить аналитические методы и аналитические теории движения небесных тел. Тем не менее они в настоящее время имеют очень большое практическое значение. Их роль и значение будут в дальнейшем с их усовершенствованием и с конструированием все более совершенных вычислительных машин все время повышаться. Уже сейчас имеется ряд работ, в которых численные и аналитические методы сочетаются друг с другом. Несомненно, на пути комбинированного применения численных и аналитических методов можно ожидать значительного прогресса небесной механики.

§ 15. ДВИЖЕНИЕ СПУТНИКОВ

Спутники движутся вокруг своих планет примерно так же, как и планеты вокруг Солнца. В основном движение спутников данной планеты управляется силой притяжения этой планеты. Если планета имеет несколько спутников (например, Сатурн, Юпитер), то необходимо учитывать взаимные возмущения спутников. Эти возмущения обычно невелики, так

как массы спутников малы по сравнению с массой планеты. На движение спутников оказывают также возмущающее влияние Солнце и «посторонние» планеты.

Сравним возмущающее действие Солнца и Юпитера на спутники Сатурна.

В момент наибольшего сближения Юпитер подходит к Сатурну примерно в два раза ближе, чем Солнце. Но масса Юпитера в 1000 раз меньше массы Солнца. Поэтому Солнце притягивает спутники Сатурна в $\frac{1000}{2^2} = 250$ раз сильнее, чем Юпитер. Возмущающее действие на спутники Сатурна других планет еще меньше. По этой причине при исследовании движения спутников учитывают обычно только возмущающее влияние Солнца, притяжением же планет пренебрегают. Однако ввиду того, что спутники обычно находятся довольно близко к своим планетам, приходится учитывать, что планеты не имеют точной сферической формы, и что, следовательно, сила притяжения планет изменяется не точно обратно пропорционально квадрату расстояния от центра планеты.

Изучение взаимных возмущений спутников позволяет определить их массы. Таким путем были определены массы четырех самых крупных спутников Юпитера и четырех спутников Сатурна. Взаимное влияние остальных спутников Сатурна и Юпитера, а также спутников Урана и Марса не было обнаружено. Поэтому о их массах можно судить только по их размерам и предполагаемой плотности.

Теории движения спутников позволяют выделить возмущающее влияние отклонений планеты от сферической формы. Это влияние зависит от сжатия фигуры планеты, так что наблюдаемые возмущения дают возможность оценить это сжатие. Кроме того, можно сделать определенные выводы и о распределении плотности вещества внутри планеты, поскольку оно также оказывает влияние на силу притяжения планеты, а следовательно, и на движение спутника.

Спутниковая система Сатурна отличается от других систем тем, что у этой планеты имеется кольцо (рис. 32). Кольцо Сатурна состоит из множества очень мелких спутничков, движущихся примерно в

одной плоскости и располагающихся настолько близко друг к другу, что издали мы видим сплошное тонкое кольцо.

При построении теории движения спутников Сатурна приходится учитывать притяжение кольца. По наблюдаемым возмущениям спутников удалось определить массу кольца. Она оказалась равной $\frac{1}{27\,000}$ массы Сатурна.

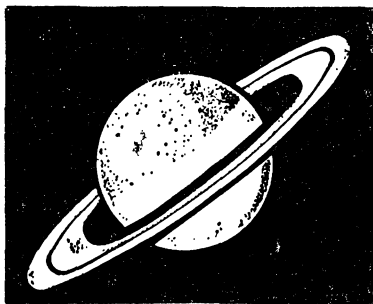


Рис. 32. Сатурн.

Задача о движении спутника Земли — Луны — является одной из самых сложных в небесной механике. Это вызвано следующими обстоятельствами:

1. Луна — самое близкое к Земле небесное тело. Малейшие неправильности в движении Луны могут быть замечены с Земли. Изменения положения Луны в пространстве на 2 км уже могут привести к изменению видимого положения Луны на небе на 1", поэтому точность, с которой теория движения предсказывает положения Луны, должна быть, во всяком случае, не ниже. Следовательно, теория должна определять положения Луны в пространстве с точностью до 2 км и даже точнее *).

Положения планет и астероидов в пространстве можно определять гораздо менее точно. Например, для того чтобы предсказать видимое положение Юпитера на небе с точностью до 1", достаточно знать его положение в пространстве с точностью всего до 3000 км.

2. Земля вместе с Луной находится довольно близко к Солнцу и возмущения Луны от Солнца очень велики. Подсчитаем, во сколько примерно раз возмущающее притяжение Солнца меньше притяжения Земли, управляющего движением Луны.

*) Для того чтобы предсказать момент наступления солнечного затмения с точностью до 1 сек, надо знать положение Луны на небе с точностью до 0", 5.

Заметим, что возмущающее притяжение Солнца не есть та сила, с которой Солнце притягивает Луну. Луна движется вокруг Земли, и потому та общая сила, с которой Солнце притягивает и Луну и Землю, ничего не меняет во взаимном расположении этих небесных тел. Изменение положения Луны относительно Земли происходит, во-первых, за счет притяжения ее Землей (основная сила), и во-вторых, за счет того, что Солнце притягивает Луну слабее или сильнее, чем Землю (так как Луна оказывается то ближе, то дальше от Солнца, чем Земля), т. е. за счет разности сил притяжения Солнцем Земли и Луны. Отношение этой возмущающей разности сил к основной силе — притяжению Луны Землей — в момент новолуния, когда Луна находится ближе всего к Солнцу, равно $1/89$. Таким образом, возмущающее притяжение иногда лишь в 89 раз меньше основного. Для других спутников отношение основной и возмущающей сил во много раз меньше.

Земля сообщает Луне ускорение, равное около $0,27 \text{ см/сек}^2$. Возмущающее ускорение Луны, вызванное возмущающим притяжением Солнца, в 89 раз меньше и равно $\frac{0,27}{89} \approx 0,003 \text{ см/сек}^2$. Только за три дня, в течение которых это возмущающее ускорение изменяется мало, отклонение Луны от своего невозмущенного пути (вычисленное по формуле $s = \frac{1}{2}at^2$), достигнет 1000 км. Изменения видимого положения Луны при таком отклонении могут составить около $4'$. И это только за 3 дня! Вспомним, что возмущения Сатурна от Юпитера за 3 года не превышают $3'$.

3. Земля не является точным шаром, она имеет форму сфероида. По формуле притяжения сфероида можно подсчитать, что возмущающая сила за счет сжатия не превышает одной миллионной доли силы притяжения Луны Землей. Однако и эту силу в теории движения Луны приходится учитывать.

Таким образом, с одной стороны, Луна испытывает сравнительно очень сильные возмущения различного происхождения (возмущения от Солнца и планет, возмущения вследствие сжатия Земли); с другой стороны, эти возмущения приходится вычис-

лять с очень большой точностью, намного точнее, чем возмущения в движении других небесных тел. Вот почему задача о движении Луны столь сложна.

Построением теории движения Луны на основании закона притяжения Ньютона занимались многие астрономы и математики, начиная с Ньютона, Даламбера и Эйлера. В настоящее время используется теория движения Луны, построенная в 1895 г. американским астрономом Брауном и недавно уточненная благодаря использованию современных вычислительных машин и новых данных наблюдений, а также новых, более точных значений массы Земли, ее сжатия и т. д. С помощью этой теории можно вычислять положения Луны на небе с ошибкой, не превышающей $0'',5-1''$. Чтобы дать представление о сложности теории движения Луны и той тщательности, с которой ее приходится разрабатывать, заметим, что некоторые формулы, определяющие положение Луны на небе, состоят из суммы многих сотен отдельных членов. Эти члены представляют периодические возмущения. Большинство из них не превышают $0'',1$ и соответствуют изменению положения Луны в пространстве на 200 м.

§ 16. ДВИЖЕНИЕ АСТЕРОИДОВ

Как мы уже указывали выше, в настоящее время зарегистрировано около 1800 астероидов. Зарегистрированными считаются такие астероиды, для которых определена, хотя бы приближенно, орбита. Однако открытых, но не зарегистрированных астероидов гораздо больше чем 1800, причем открытия и регистрация астероидов непрерывно продолжаются.

Поскольку астероидов очень много и все время открываются новые, то для того, чтобы можно было изучать движение уже известных и отличать от них вновь открываемые, необходимо за ними постоянно следить и вести, так сказать, «службу наблюдений» за астероидами. Конечно, практически невозможно наблюдать все астероиды каждый или почти каждый день, чтобы не потерять их из виду. Обычно известные астероиды наблюдают лишь в то время, когда они находятся ближе всего к Земле (в момент их

противостояния с Солнцем), а многие астероиды (вследствие малости размеров) только тогда и видны с Земли. Поэтому необходимо достаточно точно знать, как движется в пространстве каждый астероид, и уметь вычислять заранее его видимое положение на небе для того или иного момента времени. Время от времени эти астероиды наблюдаются, и определяются их видимые положения на небе, что позволяет установить, насколько правильно мы вычисляем эти видимые положения. Но для этого необходимо теоретически рассчитывать движение астероидов в пространстве, что выполняется на основе применения к ним закона тяготения Ньютона.

Таким образом, теоретические исследования движений астероидов нужны прежде всего для обеспечения службы наблюдений за астероидами. Кроме того, точные теории движения некоторых астероидов (Церера, Паллада, Юнона, Веста и др.) требуются для целей уточнения положения небесного экватора и точки весеннего равноденствия, т. е. уточнения системы координат, к которой привязываются положения звезд. Теории нескольких астероидов (Эрос, Икар, Торо, Географос), которые в своем движении приближаются довольно близко к Земле, Венере, Марсу, используются для уточнения масс этих планет.

Задача о движении астероидов является одновременно и более простой и более сложной, чем задача о движении планет или спутников. Так как астероиды обладают ничтожно малой массой, то они оказывают настолько слабое влияние на движение других небесных тел, что до сих пор это влияние астероидов еще не было замечено. Поэтому при исследовании движения астероидов не приходится учитывать ни притяжение ими больших планет, ни их взаимные притяжения. Принимают, что движение всех астероидов происходит под действием притяжения Солнца, играющего роль силового центра, и возмущающего притяжения планет. При этом считается, что планеты движутся по определенным орбитам, несколько не зависящим от движения астероидов. Все это, конечно, значительно упрощает задачу.

После открытия каждого нового астероида прежде всего определяют его невозмущенную эллиптиче-

скую орбиту. Это можно сделать, если имеется, по крайней мере, три видимых положения астероида в моменты времени, разделенные промежутком в несколько суток. Часто бывает, однако, что вновь открытый астероид скрывается из виду прежде, чем удастся получить эти данные; иногда наблюдение не удается произвести из-за пасмурной погоды. Поэтому многие открытые астероиды «теряются» и остаются незарегистрированными. Например, в период между 1911 и 1930 гг. было открыто всего 1962 астероида, но только для 484 астероидов были определены орбиты и только эти астероиды и были зарегистрированы. Конечно, определенная в первый раз орбита бывает не особенно точной, и ее стараются уточнить по дальнейшим наблюдениям.

Но ограничиваться определением эллиптической орбиты для астероидов нельзя, так как их возмущения бывают очень велики. На практике чаще всего учитывают возмущающее действие только Юпитера и Сатурна, так как притяжение этих планет сказывается заметнее всего. При построении теорий движения астероидов широко применяют метод последовательных приближений.

Однако сами движения астероидов сложнее движений планет. Как правило, эллиптические орбиты астероидов значительно более вытянуты, чем орбиты планет, а плоскости движения большинства астероидов наклонены гораздо сильнее к плоскости движения Земли, чем орбиты планет. Это создает, прежде всего, чисто математические трудности при вычислении возмущений астероидов. Далее, многие астероиды движутся довольно близко к Юпитеру и могут близко подходить к нему и потому испытывать со стороны Юпитера довольно сильное притяжение. На рис. 33 показаны орбиты Юпитера и астероидов Паллады и Юноны *). Большие полуоси орбит Паллады и Юноны равны 2,8 астр. единицы и 2,7 астр. единицы, а эксцентриситеты 0,24 и 0,26. Юнона может подходить к Юпитеру почти на 1,9 астр. единицы, а Паллада, если учесть угол между плоскостями орбит

*) Точнее говоря, проекции орбит этих планет на плоскость эклиптики, которые близки к самим орбитам в силу их малых наклонностей.

Юпитера и Паллады, приблизительно на 2 астр. единицы.

В этих положениях сила притяжения этих астероидов к Солнцу будет превышать силу притяжения их к Юпитеру всего лишь в 290—300 раз.

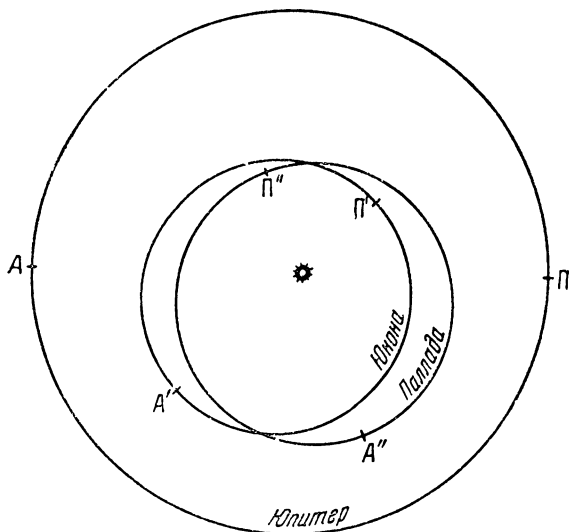


Рис. 33. Орбиты Юноны и Паллады. Буквами *A* и *P* отмечены положения афелиев и перигелиев орбит.

Поэтому возмущения астероидов гораздо больше возмущений больших планет и исчисляются даже за сравнительно короткие промежутки времени не секундами или минутами дуги, а десятками минут или даже градусами. Это также осложняет точное вычисление возмущений.

Вследствие этого, а может быть, и потому, что астероидами астрономы занимались гораздо меньше, чем большими планетами, теории движения имеются сейчас лишь для немногих астероидов, и точность этих теорий значительно ниже точности имеющих теорий движения больших планет.

В настоящее время для вычисления возмущений и составления таблиц с указанием видимых положений астероидов на небе и других данных о движении

астероидов широко применяются численные методы. Эти методы дают возможность получить положения астероидов в пространстве и их видимые положения на небе гораздо точнее, чем аналитические методы.

§ 17. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПЛАНЕТ

До сих пор мы говорили о движении планет и других небесных тел вокруг Солнца и о движении спутников вокруг планет, т. е. об их поступательном движении. Поступательное движение любого небесного тела определяется движением его центра тяжести. Но, помимо поступательного движения, небесные тела обладают также еще и движением относительно своего центра тяжести, т. е. вращательным движением.

Вращение Земли, происходящее вокруг некоторой воображаемой линии, которую мы называем осью вращения, проявляется прежде всего в суточном вращении всего небесного свода. Вращение Земли обнаруживается экспериментально с помощью некоторых физических опытов (опыт Фуко с маятником). Оно подтверждается также целым рядом явлений, наблюдаемых на Земле. В частности, вращением Земли объясняется тот факт, что у рек северного полушария правый берег крутой и обрывистый, а левый — пологий, тогда как у рек южного полушария пологим является правый берег, а левый — обрывистый. Период вращения Земли, определяемый по наблюдениям звезд, равен (с точностью до 1 сек.) 23 час. 56 мин. 48 сек.

Вращение Марса, Юпитера, Сатурна легко обнаружить при внимательном наблюдении этих планет в телескоп; различные пятна и другие детали их поверхности, видимые в телескоп, не остаются все время на месте, а появляются из-за одного края диска, перемещаются по нему, а затем скрываются за другим краем. Это свидетельствует о вращении всей планеты.

По таким наблюдениям можно определить периоды вращения планет. Для Марса он оказывается равным примерно 24 час. 37 мин., для Юпитера — 9 час. 50 мин. и для Сатурна — 10 час. 20 мин. На поверхности остальных планет каких-либо деталей раз-

личить не удастся. Поэтому их вращение обнаруживается с помощью специальных методов.

Так как планета вращается, то ее области, находящиеся на краю наблюдаемого диска, движутся с определенной скоростью по отношению к наблюдателю на Земле (удаляются или приближаются). Поэтому спектры этих областей обнаруживают эффект Доплера, позволяющий оценить скорость движения. С помощью изучения таких спектров, а также на основании обнаруженных периодических колебаний блеска планет, были установлены периоды вращения Урана (10 час. 49 мин.), Нептуна (15 час. 48 мин.) и Плутона (около 6 суток 19 час.). Скорости вращения Меркурия и Венеры были определены только после 1960 г. с помощью радиолокационных наблюдений. Оказалось, что их периоды вращения очень велики и равны 58,6 суток и 243,16 суток соответственно, причем Венера вращается в обратном направлении.

Общий характер вращения планет таков, что их оси вращения сохраняют в течение очень длительного времени почти неизменное направление в пространстве; сохраняются также и величины их периодов обращения.

Мы непосредственно наблюдаем вращательное движение Луны — спутника Земли. Луна обращена всегда к Земле в среднем одной своей стороной, т. е. один оборот вокруг своей оси она делает в то же самое время, что и один оборот вокруг Земли (около 27 суток).

Хотя специальные методы позволяют обнаружить вращательное движение многих тел Солнечной системы, но наибольший интерес представляет вращательное движение планет, а также Луны.

Конечно, нет смысла ставить вопрос о том, почему планеты вращаются или вообще движутся. Все в мире, начиная от мельчайших частиц и кончая огромными космическими телами, находится в непрерывном движении. Нет материи без движения. В движении находилось и то вещество, из которого сформировались планеты. В процессе своего «рождения» планеты и приобрели как начальное поступательное движение вокруг Солнца, так и вращательное движение.

Но мы можем и должны поставить вопрос о том, как планеты движутся, какие силы управляют этим движением, каким закономерностям движения планет

подчиняются. В отношении поступательного движения планет мы уже разобрали этот вопрос. Рассмотрим теперь вопрос о вращательном движении планет.

Согласно основным законам механики, если на тело не действуют никакие силы, то оно должно двигаться по инерции. Если тело движется поступательно, то при отсутствии сил оно должно находиться в покое или двигаться равномерно и прямолинейно с той же скоростью, какую оно имело в начальный момент. Вращательное движение по инерции (т. е. вращение при отсутствии действующих сил) выглядит в общем случае гораздо сложнее. Мы рассмотрим частный случай этого движения, имеющий непосредственное

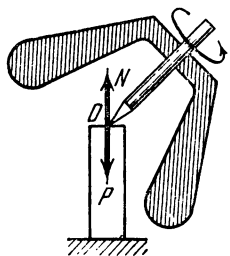


Рис. 34. Волчок Максвелла.

отношение к вопросу о вращении планет.

Если *твердое* тело, обладающее осью симметрии (например, конус, цилиндр, эллипсоид вращения), вращается вокруг этой оси, то при отсутствии сил скорость вращения тела и направление оси вращения в пространстве должны сохраняться. С таким случаем мы встречаемся при рассмотрении волчка Максвелла, схематически изображенного на рис. 34.

Волчок Максвелла имеет вид колокольчика с тяжелыми краями. Его центр тяжести находится внутри колокольчика в точке O . Ось, на которую насажен колокольчик, оканчивается острием в центре тяжести O . Если поставить конец острия волчка O на подставку, то сила тяжести волчка P будет проявляться в давлении волчка на подставку и уравниваться сопротивлением этой подставки N .

Другими словами, волчок будет телом, на которое не действуют никакие силы (не уравнивающие друг друга), и потому он должен двигаться по инерции. Если его установить в каком-нибудь положении, то он должен сохранять это положение и оставаться в покое. Толкнем слегка ось волчка; волчок совершит несколько колебаний и остановится в новом положении (из-за действия силы трения).

Теперь закрутим волчок вокруг оси. Он будет вращаться, сохраняя то положение, в котором его поста-

вили на опору. Мало этого, если волчок вращается быстро, то для того, чтобы изменить направление его оси, необходимо приложить значительное дополнительное усилие.

Те же самые явления будут иметь место, если волчок ни на чем не держится, а просто падает, брошенный в воздух. В этом случае на волчок уже будет

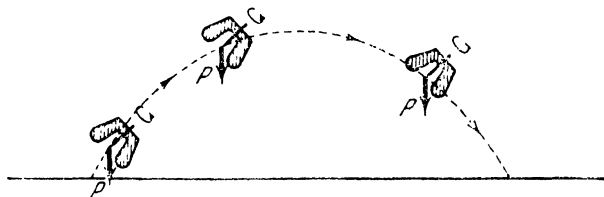


Рис. 35. Направление оси вращения волчка сохраняется.

действовать сила земного тяготения, заставляющая волчок падать. Направление этой силы проходит через центр тяжести волчка. Если волчок, перед тем как бросить, сильно закрутить вокруг оси, то при падении он будет продолжать вращаться с одной и той же скоростью, а его ось будет все время сохранять одно и то же направление (рис. 35).

Удлиним теперь ось нашего волчка, поставим его на опору и опять быстро закрутим его вокруг оси. Теперь на волчок действует сила тяжести и сила сопротивления опоры, которые не уравновешивают друг друга и стремятся как бы опрокинуть волчок. Если бы волчок не вращался, то он попросту бы упал. Но при быстром вращении падения не происходит. Вместо этого ось волчка будет совершать регулярные колебания, описывая конус вокруг вертикальной линии (рис. 36); скорость этого вращения будет сохраняться постоянной.

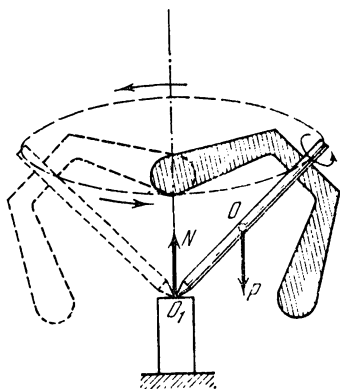


Рис. 36. Прецессия волчка.

С аналогичным явлением мы сталкиваемся при рассмотрении вращательного движения планет. Мы расскажем только о вращательном движении Земли, изучение которого продвинулось наиболее далеко и

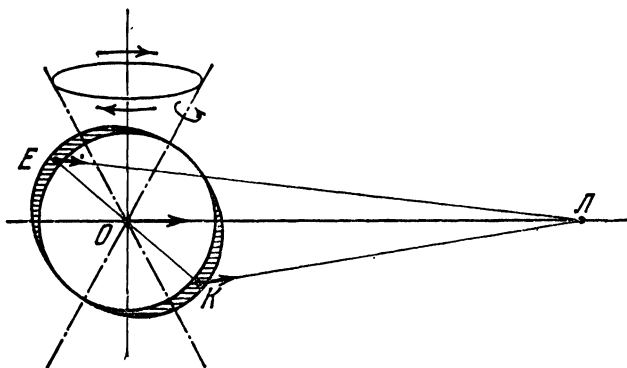


Рис. 37. Объяснение прецессии Земли, вызываемой притяжением Луны. См. также рис. 16.

является с практической точки зрения наиболее важным. Подход к изучению вращательного движения планет, по существу, является таким же.

Земля, как и все планеты, имеет форму, близкую к эллипсоиду вращения, и обладает небольшим сжатием вдоль оси вращения (экваториальный радиус больше полярного). Поэтому Земля не может притягиваться другими небесными телами в точности как шар, и силы притяжения, действующие на Землю, не проходят точно через ее центр тяжести.

Выше мы рассмотрели закон, по которому притягивает сферонд (см. стр. 59—61). Исходя из этого закона, можно заключить, что сила, с которой Земля притягивается другим каким-нибудь небесным телом L (рис. 37), отличается от силы, с которой тело L притягивало бы шар, прежде всего, по величине. Кроме того, она не только сообщает Земле поступательное движение, но и стремится также повернуть ось вращения Земли. Это наглядно видно из рис. 37. Расчеты показывают, что величина силы, стремящейся повернуть ось вращения Земли пропорциональна массе M притягивающего тела L и обратно пропорциональна кубу расстояния этого тела до центра Земли.

Сравнивая силы, действующие на Землю, и силы, действующие на волчок, о котором говорилось раньше, мы убеждаемся в том, что силы притяжения Земли различными небесными телами не должны влиять на скорость вращения Земли, но должны приводить к регулярным колебаниям оси вращения Земли.

Какие же небесные тела должны оказывать наибольшее влияние на вращение Земли?

Во-первых, таким телом является Луна, так как она находится ближе всего к Земле; во-вторых, — Солнце, которое хотя и находится гораздо дальше от Земли, чем Луна, но имеет гораздо бóльшую массу. Планеты же оказывают слабое влияние, поскольку возмущающее действие быстро убывает с расстоянием.

Исходя из соотношения $F \sim \frac{M}{r^3}$, мы получим, что влияние Солнца меньше, чем влияние Луны, в 2,2 раза, влияние Венеры — в 13 000 раз, Юпитера — в 140 000 раз, Марса — в 800 000 раз. Остальные планеты влияют на вращение Земли еще слабее.

Земля движется вокруг Солнца, а Луна вокруг Земли. Поэтому взаимное расположение Луны, Земли и Солнца все время изменяется, вследствие чего все время изменяются величина и направление сил, приложенных к оси вращения Земли. Под действием этих сил ось вращения Земли совершает сложное движение. Прежде всего она медленно описывает конус, оставаясь все время наклоненной к плоскости движения Земли под углом $23^\circ,5$ (рис. 38). Это — так называемое *прецессионное движение* оси вращения, определяющее ее среднее направление в пространстве в различные эпохи. Период этого движения равен примерно 26 000 лет. Кроме того, ось вращения Земли совершает различные мелкие колебания относительно своего среднего положения. Основные из этих колебаний (так называемые *нута́ционные*) имеют период, близкий к 19 годам.

Как обнаруживается такое движение оси вращения Земли? Почему изучение его имеет важное значение?

Мы наблюдаем небесные светила с поверхности Земли. Поэтому определять положение всех светил

можно только по отношению к каким-либо ориентирам, связанным с Землей. Такими ориентирами являются плоскость движения Земли вокруг Солнца (плоскость эклиптики), направление оси вращения Земли и плоскость экватора Земли, перпендикулярная к этой оси.

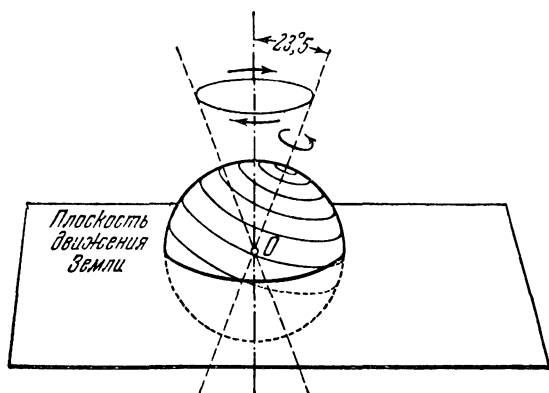


Рис. 38. Прецессионное движение земной оси.

Направление оси вращения пересекает небесный свод в северном и южном полюсах мира, вокруг которых происходит видимое суточное вращение небесного свода. Эти ориентиры, связанные с Землей, но не участвующие в суточном вращении Земли, позволяют «закрепить» за каждым небесным телом определенное место на небесном своде.

Вследствие прецессии оси вращения Земли полюсы описывают на небе окружности радиусом около $23^{\circ},5$. Так как полный круг полюсы описывают примерно за 26 000 лет, то за 1 год они перемещаются примерно на $50''$. Нутационные колебания оси вращения Земли приводят к дополнительным периодическим смещениям полюсов, достигающим $9''$.

Изменение направления оси вращения Земли приводит к изменению плоскости экватора и к изменению положения полюсов мира на небе, т. е. к видимому перемещению небесных светил на небе относительно этих ориентиров. Эти видимые перемещения, вызванные движением Земли, складываются с теми, которые обусловлены действительным движением небесных

тел в пространстве. Правильное представление о действительном движении небесных тел мы получим только в том случае, если узнаем, какая доля их видимых перемещений на небе вызвана их действительным движением в пространстве и какая — движением Земли. Поэтому при изучении движений небесных тел надо знать, как изменяются указанные ориентиры.

Звезды, находящиеся очень далеко от Земли, сохраняют почти неизменное положение на небесном своде. Изменения положений звезд относительно полюсов мира и плоскости экватора и эклиптики отражают прежде всего движение не самих звезд, а смещение полюсов, экватора, эклиптики. Именно такое изменение положений звезд и было обнаружено еще 2000 лет назад греческим астрономом Гиппархом, который назвал это явление *прецессией*. Но в то время не могли понять, чем оно вызвано. Лишь в начале XVIII в. Ньютон объяснил с помощью закона притяжения прецессию и предсказал нутацию и другие колебания земной оси. Нутационные колебания положений звезд (*нутацию* звезд) обнаружили только в середине XVIII в.

Вращательное движение Земли было изучено на основании наблюдений звезд, а также теоретических исследований. Однако в настоящее время мы нуждаемся в еще более точном определении прецессионного и нутационного движений оси вращения Земли. Дело в том, что звезды, как и все небесные тела, движутся в пространстве, и характер этих движений мы знаем еще далеко недостаточно. Но в таком случае находить перемещение полюсов и плоскости экватора по наблюдениям звезд, т. е. объектов, движение которых само нуждается в определении, нецелесообразно.

Для более точного определения величин прецессии и нутации необходимо наблюдать такие объекты, положения которых в пространстве и на небе хотя и не остаются постоянными, но, во всяком случае, хорошо известны. Такими объектами являются планеты и астеронды нашей Солнечной системы, движение которых в пространстве вокруг Солнца изучается с помощью закона тяготения Ньютона. Точные теории движения больших планет уже созданы. Однако практически удобнее использовать астеронды, так как они наблюдаются в виде святающихся точек, а планеты

имеют заметные диски. Сравнение положений звезд и астероидов, необходимое при определении постоянных прецессии и нутации, выполняется гораздо точнее, чем сравнение положений звезд и больших планет. Поэтому сейчас необходимы точные теории движения астероидов, о чем мы уже упоминали в § 16.

Мы рассмотрели перемещение в пространстве оси вращения Земли, вызываемое возмущающим действием Луны и Солнца. Но как происходит вращение Земли вокруг этой оси?

Если учитывать только рассмотренные силы взаимного притяжения между Землей и другими небесными телами, то скорость вращения Земли изменяться не должна. Наши сутки, определяемые периодом вращения Земли, должны сохраняться неизменными. Однако в действительности скорость вращения Земли постепенно уменьшается. Земные сутки медленно увеличиваются примерно на 0,0016 секунды в столетие. Чем же объясняется это увеличение суток?

Изменение длины суток связано с явлением приливов. Как известно, уровень воды в океанах в течение дня не остается постоянным, а регулярно изменяется. В течение примерно шести часов он повышается и достигает максимума (*прилив*); в течение следующих шести часов вода спадает и достигает самого низкого уровня (*отлив*). Затем начинается новый прилив и т. д.

В местностях, расположенных на одной долготе, приливы и отливы бывают почти в одно и то же время; к востоку от данной местности прилив и отлив наступают раньше, а к западу — позднее. Таким образом, по океанам с востока на запад, т. е. в сторону, противоположную направлению вращения Земли, перемещается *приливная волна*, вытянувшаяся вдоль меридиана. Эта волна перемещается по экватору со скоростью 1600 км/час и обходит весь земной шар за 24 часа 50 минут. Такова же продолжительность видимого обращения Луны вокруг Земли. Этот факт уже в очень давние времена наводил на мысль о какой-то связи приливов с Луной. Но правильное объяснение явления приливов и отливов было дано впервые лишь Ньютоном на основе закона всемирного тяготения.

Притяжение Земли Луной складывается из притяжения Луной отдельных частиц, из которых состоит

Земля. Частицы, которые находятся в данный момент ближе к Луне, притягиваются ею сильнее, а более далекие частицы — слабее. Если бы Земля была абсолютно твердым телом, то это различие в притяжении отдельных частиц не играло бы никакой роли. Тогда

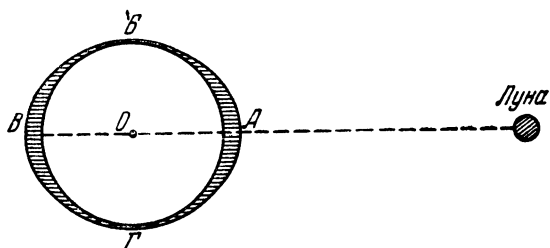


Рис. 39. Образование приливной волны.

можно было бы говорить только о движении всей Земли в целом, которое определяется перемещением центра Земли и вращением Земли вокруг оси. Однако Земля не является абсолютно твердой и, кроме того, покрыта океанами (71% земной поверхности занимает поверхность морей и океанов).

Частицы воды, наиболее близкие к Луне в данный момент (вблизи точки *A* на рис. 39) и наиболее далекие (вблизи точки *B*), притягиваются Луной с разной силой. Частицы вблизи *A* притягиваются Луной сильнее, а частицы вблизи *B* — слабее, чем частицы в центре Земли. Поэтому частицы воды вблизи *A* смещаются по направлению к Луне больше, а частицы вблизи *B* — меньше, чем центр *O* и все твердое тело Земли. На стороне, обращенной к Луне, вода поднимается и наступает прилив. На противоположной стороне вблизи *B* также будет прилив, так как частицы воды вблизи этой точки отстанут в своем перемещении к Луне от центра Земли. Таким образом, вблизи точек *A* и *B* образуются приливные выступы и накапливается излишек воды. За счет этого вблизи точек *В* и *Г* уровень воды снизится, и здесь наступит отлив.

Приливные выступы вблизи *A* и *B* стремятся сохранить по отношению к Луне одно и то же положение. Но по отношению к Земле приливные выступы вследствие вращения Земли изменяют свое положение и движутся навстречу направлению вращения

Земли. При своем движении с востока на запад приливная волна испытывает трение о дно океанов и сопротивление со стороны материков, встречающихся на ее пути. Поэтому вращающаяся Земля увлекает за собой приливные выступы, и они занимают по отношению к Луне положение, изображенное на рис. 40.

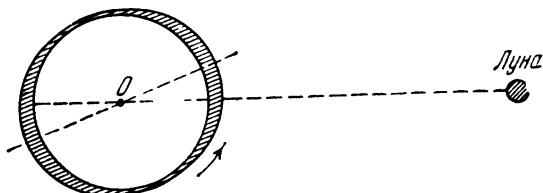


Рис. 40. Смещение приливной волны вследствие вращения Земли.

В каждой местности прилив и отлив запаздывают по отношению к моменту, когда Луна находится выше всего над горизонтом (или точно в противоположной стороне неба под горизонтом).

Сила трения между приливной волной и дном океанов, а также силы внутреннего трения, возникающие вследствие вязкости воды, тормозят вращение Земли. Но приливные воды образуются не только в водной оболочке Земли, но и в ее твердом теле, так как Земля не является абсолютно твердой. Эти приливные волны также перемещаются по Земле вследствие ее вращения, и возникающее при этом внутреннее трение благодаря вязкости земного вещества также тормозит вращение Земли. Вследствие всего этого вращение Земли постепенно замедляется. Как мы говорили выше, земные сутки увеличиваются примерно на $0,0016$ сек за 100 лет.

Как же можно заметить такое ничтожное изменение длины суток? Конечно, при непосредственных изменениях длины суток это изменение заметить трудно, но для значительных промежутков времени влияние увеличения длительности суток оказывается уже заметным.

Пусть у нас имеется двое часов и, начиная с некоторого момента t_0 , одни из них идут, следуя точно вращению Земли, т. е. постепенно замедляя свой ход, а другие сохраняют постоянный ход. Отстава-

ние первых часов от вторых на любой момент времени мы получим по формуле равномерно ускоренного движения

$$\Delta t = \frac{1}{2} \varepsilon (t - t_0)^2,$$

где t измеряется в сутках, а ε — отставание первых часов от вторых в секундах за одни сутки.

Так как за 100 лет (за 36 525 суток) период вращения Земли увеличивается на 0,0016 сек, то

$$\varepsilon = \frac{0,0016}{36525} \text{ сек/сутки}^2.$$

При $t - t_0 = 100$ лет = 36 525 суток имеем $\Delta t \approx \approx 29$ сек. Таким образом, за 100 лет первые часы отстанут от вторых примерно на 29 сек, за 1000 лет — на $29 \times 100 = 2900$ сек $\approx 0,81$ часа, за 2000 лет — на 3,24 часа.

В астрономии пользуются часами, сверяемыми с периодом обращения Земли относительно звезд, т. е. часами первого типа. Следовательно, эти часы постепенно отстают от равномерно идущих часов. Приведенные числа дают представление о величине этого отставания. Такое отставание астрономических часов было обнаружено уже давно. Еще в XVIII в., при изучении сохранившихся сведений о наблюдавшихся в древности солнечных затмениях, было установлено, что эти затмения происходили на несколько часов раньше по сравнению с тем, как это должно было быть по вычислениям, основывающимся на теории движения Луны и Земли. Тогда же немецкий философ Кант впервые высказал предположение о замедлении вращения Земли.

С помощью тщательных наблюдений Луны можно заметить замедление вращения Земли в течение более короткого интервала времени. Действительно, за 100 лет равномерно идущие часы уйдут вперед по сравнению с астрономическими часами примерно на 29 сек. Луна перемещается между звездами примерно со скоростью $\frac{360^\circ}{27,3} \approx 13^\circ,2$ в сутки или $0'',55$ в секунду. За лишние 29 сек Луна сместится примерно на $16''$. Таким образом, мы должны обнаружить дополнительное смещение Луны, равное около $16''$ в

столетие. Такое дополнительное смещение (по сравнению с данными теории движения Луны), которое нельзя объяснить возмущениями Луны со стороны Земли, Солнца и планет, действительно обнаруживается.

Но этим так называемым *вековым замедлением* изменения скорости вращения Земли не ограничиваются. Земные сутки испытывают также сезонные колебания, вызываемые перемещениями масс воздуха и воды на Земле. Такие перемещения изменяют динамические характеристики Земли, а вместе с тем и режим вращения. Кроме того, имеют место нерегулярные, «скачкообразные» изменения угловой скорости вращения Земли, причины которых полностью не выяснены. Поэтому фактическое отставание астрономических часов оказывается более значительным и растет более сложным образом, чем пропорционально квадрату промежутка времени. Это отставание, а вместе с тем и особенности неравномерного вращения Земли учитывают в настоящее время двумя способами: а) путем регистрации дополнительных смещений Луны по сравнению с положениями, соответствующими теории движения Луны; эти дополнительные смещения интерпретируются как результат расхождения между астрономическими часами и равномерно идущими часами, б) путем сравнения показаний астрономических часов с показаниями так называемых атомных часов *); комплекты таких часов, ход которых обладает значительно большим постоянством, чем вращение Земли, имеются в ряде учреждений в СССР и за рубежом.

Расхождение атомных часов с идеальными, равномерно идущими, может составить за 1000 лет не более 1 сек.

Измерение времени, контролируемое атомными часами, началось в 1955 г., и с тех пор ведется детальное сравнение фактической длины суток и стандартной, измеряемой по шкале атомного времени. Для иллюстрации сложного характера изменения длины суток приведем их график (рис. 41) на пе-

*) Об устройстве атомных часов и более подробно об измерении времени см. книгу Бакулина П. И. и Блинова Н. С. «Служба точного времени», «Наука», 1968.

риод с 1971 г. по 1974 г. На графике хорошо видны сезонные изменения, достигающие $0,0010 - 0,0014$ сек менее чем за три месяца (это соответствует расхождению астрономических часов с атомными на $0,045 - 0,063$ сек) и превышающие вековое удлинение суток

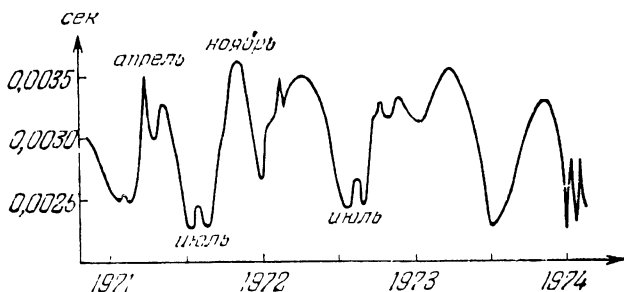


Рис. 41. Превышение длины суток в 1971—74 гг. над стандартными сутками эпохи 1900 года.

почти в 400 раз. Видны также большие «скачкообразные» изменения, например, увеличение суток на $0,0011$ сек с середины ноября 1973 г. по 1 января 1974 г. Оказалось, что в среднем с 1955 г. по 1972 г. вращение Земли замедлилось и сутки увеличились на $0,0025$ сек (вековое увеличение суток за это время составляет около $0,0003$ сек). Вместе с тем с 1973 г. по 1975 г. происходило наряду с колебаниями постепенное ускорение вращения и уменьшение суток. Все эти особенности неравномерного вращения Земли требуют больших дальнейших исследований.

§ 18. ИСКУССТВЕННЫЕ НЕБЕСНЫЕ ТЕЛА СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

В настоящее время небесная механика интенсивно занимается изучением движений не только естественных небесных тел нашей Солнечной системы: планет, их спутников, астероидов, комет, но и искусственных небесных тел, созданных человеком. Это — искусственные спутники Земли (ИСЗ), автоматические межпланетные станции (АМС), посылаемые к другим планетам или Луне, космические

корабли с экипажем, искусственные спутники Луны (ИСЛ) или других планет.

4 октября 1957 г. в СССР был запущен первый искусственный спутник Земли. Вслед за первым были запущены в СССР второй (3 ноября 1957 г.), а затем и третий (15 мая 1958 г.) спутники Земли. 2 января 1959 г. в СССР была запущена космическая ракета, которая, пролетев вблизи Луны, удалась от Земли настолько, что вышла, как принято говорить, из поля притяжения Земли и стала двигаться вокруг Солнца примерно так же, как и планеты нашей Солнечной системы. Так была создана первая искусственная малая планета Солнечной системы.

В 1958—1959 гг. были запущены первые искусственные спутники Земли в США. С тех пор общее число запускавшихся искусственных небесных тел достигло примерно 2000. Перед небесной механикой открылось новое и весьма богатое поле деятельности. Возник новый раздел небесной механики — теория движения искусственных небесных тел, которую называют в литературе различным образом: «астродинамика», «космодинамика», «теория космического полета», «небесная баллистика». Мы отдадим предпочтение названию «астродинамика», укоренившемуся в известной степени среди специалистов по небесной механике у нас в стране и за рубежом.

Запуск искусственных небесных тел производится в настоящее время при помощи многоступенчатых ракет, последние ступени которых содержат запускаемый объект. Это может быть или контейнер большего или меньшего размера с научной аппаратурой или же целый космический корабль, на борту которого находится космонавт (впервые в истории человечества космические корабли с людьми на борту были, как известно, запущены в Советском Союзе 12 апреля и 6 августа 1961 г.). После старта ракета движется некоторое время за счет тяги, создаваемой ее двигателями. Это — *активный участок* траектории ракеты, на котором мы имеем дело еще не с искусственным небесным телом, а просто с реактивным летательным аппаратом.

Сначала ракета движется вертикально вверх (чтобы как можно скорее пройти через самые плотные слои атмосферы). Затем она постепенно разворачи-

вается в вертикальной плоскости и, двигаясь в направлении, близком к горизонтальному, набирает все большую скорость. При горизонтальном движении увеличение скорости на заданную величину требует наименьшей затраты энергии, а следовательно, и наименьшей затраты ракетного топлива. Это объясняется тем, что при таком движении притяжение Земли меньше всего сказывается на скорости ракеты, так как сила притяжения направлена тогда почти перпендикулярно к линии движения. Если бы ракета сохраняла, допустим, все время вертикальное направление движения, то энергия двигателей ракеты затрачивалась бы не только на увеличение скорости ракеты, но и на преодоление земного притяжения, направленного в этом случае в сторону, противоположную движению, и тормозящего движение ракеты.

Когда двигатель последней ступени ракеты, исчерпав горючее, перестает работать, активный участок траектории оканчивается. Запускаемый объект отделяется тогда автоматически от ракеты, и начинается его движение по некоторой орбите относительно Земли под действием естественных сил. Этот момент называется моментом выхода космического аппарата на орбиту. Дальнейшее его движение в основном (а иногда и полностью) пассивное, т. е. неуправляемое, происходит за счет энергии, приобретенной на активном участке. Космический аппарат становится искусственным небесным телом, движение которого может изучаться, в принципе, так же, как и движение естественных небесных тел. Однако, если в классической небесной механике учитываются почти исключительно силы взаимного притяжения между небесными телами, то в астродинамике никак нельзя ограничиться только такими силами. Приходится обязательно учитывать земную атмосферу, оказывающую сопротивление тем большее, чем ближе к поверхности Земли движутся искусственные небесные тела. Нередко существенную роль играет давление солнечного излучения, оказывающее влияние на искусственные спутники Земли. Кроме того, многие запускаемые сейчас космические аппараты управляемы с помощью установленных на них ракетных двигателей. Космические корабли с экипажем на борту обязательно управляемы. Их движение не является, таким

образом, полностью пассивным. Реактивные двигатели позволяют существенно изменить в ходе движения орбиту космического аппарата, хотя по своей величине силы этих двигателей значительно меньше, чем совокупность естественных сил. Вследствие всех этих причин задачи астродинамики являются весьма сложными. Оказывается недостаточным ограничиться теми методами и результатами, которые были созданы в классической небесной механике. Очень широко применяются численные методы с использованием новейших вычислительных машин.

В астродинамике возникает также целый ряд новых задач. Дело в том, что в рамках классической небесной механики изучаются те движения, которые уже происходят, а в астродинамике появляются, кроме того, проблемы, связанные с так называемым *проектированием орбит*. Каждый запуск искусственного небесного тела — это своего рода эксперимент, преследующий ту или иную цель. В каждом случае требуется, чтобы искусственное небесное тело двигалось определенным образом по заранее выбранной орбите. Например, при запуске искусственного спутника Земли можно потребовать, чтобы он двигался в дальнейшем в течение какого-то времени по круговой орбите вокруг Земли. При запуске межпланетной станции можно потребовать, чтобы она достигла, скажем, через 3 месяца Венеры и т. д. Во всех этих случаях надо заранее рассчитать орбиту и ответить на вопрос, как следует запустить космический аппарат и как следует, при необходимости, им управлять, чтобы его движение происходило по расчетной орбите.

В частности, в астродинамике имеются задачи перехода с одной орбиты на другую. Часто космический аппарат сразу после выхода на орбиту относительно Земли еще не движется так, как это требуется для достижения поставленной цели. Тогда возникает задача о переводе космического аппарата на другую, более подходящую орбиту. Для этого используются ракетные двигатели, установленные на космическом аппарате, которые можно включить по команде с Земли. Эти двигатели включаются на определенный срок и в определенный момент, и они сообщают аппарату необходимую дополнительную

скорость. В результате космический аппарат начинает двигаться после этого по новой орбите.

Двигатели могут включаться на очень короткое время. Тогда аппарат испытывает действие почти мгновенного толчка, импульса. Но вообще, реактивные двигатели можно заставить работать в течение длительного времени. Тогда они будут создавать дополнительную тягу. Вопросы движения космических аппаратов с постоянной дополнительной тягой разрабатываются сейчас весьма интенсивно, хотя еще и не воплощены в жизнь. Двигатели на борту космических аппаратов, создающие в течение более или менее длительного времени постоянную тягу, хотя бы малую, еще только проектируются.

При изменении таким путем орбит можно стремиться к сравнительно небольшому их исправлению (коррекции) или к переводу космического аппарата на совсем другую орбиту. Математическая задача, возникающая при этом, заключается в том, чтобы заранее определить, какие именно и когда надо сообщить космическому аппарату дополнительные импульсы, чтобы его орбита изменилась желательным образом. Сложность этой задачи состоит в том, что переход с одной орбиты на другую желательно осуществить наилучшим или, как говорят, оптимальным образом. А именно, дополнительные импульсы должны быть как можно более слабыми по мощности (чтобы требовалось как можно меньше реактивного топлива), но в то же время, как правило, требуется, чтобы космический аппарат перешел на новую орбиту за возможно более короткий срок. Приходится решать задачу не просто перехода на новую орбиту, но задачу оптимального перехода.

Интересны задачи о возвращении космического аппарата на Землю (с учетом торможения в атмосфере) или о посадке его на Луну или на планету. Требуется перейти с орбиты вокруг Земли или с орбиты перелета на Луну и планету на посадочную орбиту, по которой космический аппарат плавно опустится на поверхность Земли, Луны или планеты. Впервые задача мягкой посадки на другое небесное тело была решена в СССР. 3 февраля 1966 г. межпланетная станция «Луна-9» была посажена на поверхность нашего естественного спутника.

Задачи перехода с одной орбиты на другую тесно связаны с инженерно-техническими вопросами конструирования космических аппаратов, их автоматического управления. Воплощение их в жизнь требует общего участия специалистов по небесной механике и инженеров весьма разного профиля. Замечательными примерами реализации таких переходов являются переводы космических аппаратов на спутниковые орбиты вокруг Луны или планет.

Астродинамика не только выдвинула новые задачи, но также заставила пересмотреть ряд «старых» задач классической небесной механики, относящихся к естественным небесным телам. Например, точные расчеты перелетов на другие планеты невозможны без точнейших данных о движении самих планет. Точность имеющихся сейчас теорий движения планет (а именно, внутренних планет) оказывается в ряде случаев недостаточной. Кроме того, в задачах о движении искусственных небесных тел требуется знать точное расстояние между небесными телами и их размеры. Естественно, что это заставило астрономов пересмотреть численные значения так называемых фундаментальных и сопутствующих им астрономических постоянных, т. е. параметров, определяющих размеры Земли и ее форму, вращение Земли, движение Земли вокруг Солнца, соотношения между массами Земли, всех планет, Луны, Солнца, их гравитационные постоянные и т. д. Знание всех этих параметров требуется для того, чтобы можно было производить в соответствии с теориями движения точные численные расчеты положений небесных тел Солнечной системы в пространстве на тот или иной момент времени в метрах, километрах.

В 1964 г. на Международном астрономическом съезде была принята новая система астрономических постоянных (вместо прежней, принятой еще в 1896 г.). В 1976 г. на таком же съезде было принято решение о ее замене несколько другой системой.

В качестве единицы времени приняты так называемые атомные эфемеридные сутки, равные интервалу времени в 86 400 эфемеридных секунд, причем длина эфемеридной секунды определена по шкале атомного времени (1 сек атомного времени = частоте колебаний излучения атома цезия-133). Кали-

бровка атомных часов проведена так, чтобы атомные эфемеридные сутки как можно лучше совпадали с астрономическими средними солнечными сутками на 1. I. 1900 г. При такой единице времени угловая скорость вращения Земли на 1 января 1900 г. $\equiv 7,292\,115\,1467 \cdot 10^{-5}$ радиан/сек. Это соответствует периоду вращения Земли в $23^{\text{h}}56^{\text{m}}4^{\text{s}},0982$. Принимается также, что вековое удлинение суток равно 0,00164 сек в столетие (36 525 суток). Период обращения Земли вокруг Солнца равен на 1. I. 1900 г. 365,25 636 042 суток и увеличивается на 0,00000011 суток в столетие. Принятые значения масс планет указаны нами выше в табл. 3.

Приведем значения некоторых астрономических постоянных:

1 астрономическая единица (а. е.)	149 597 870 км,
экваториальный радиус Земли	6 378,140 км,
сжатие Земли	$\frac{1}{298,257} = 0,003\,352\,78,$
(соответствующий полярный радиус Земли = 6 356,755 км),	
геоцентрическая гравитационная постоянная (произведение постоянной тяготения f на массу Земли)	$3,986005 \cdot 10^{14}$ м ³ /сек ² ,
отношение масс Луны и Земли	$0,01230002 = \frac{1}{81,30068},$
отношение масс Солнца и Земли	332 945,7,
масса Земли	$5,9742 \cdot 10^{24}$ кг

Новые значения астрономических постоянных получены в результате больших исследований, сочетающих обработку многочисленных данных наблюдений с аналитическими и численными теориями движений Земли, Луны, других планет, а также искусственных небесных тел. Были привлечены также результаты геодезических исследований по изучению формы Земли и гравиметрических исследований по изучению распределения ускорения силы тяжести на поверхности Земли. Работа по уточнению астрономических постоянных еще далеко не закончена, так как полученные значения не являются абсолютно точными. Например, считают, что истинное значение отношения масс Луны к массе Земли заключено в пределах от 1/81,29 до 1/81,31, а экваториального радиу-

са Земли в пределах от 6 378 080 до 6 378 249 м. Возможная ошибка приведенного значения астрономической единицы в километрах составляет несколько сотен километров. Имеются также постоянные, значения которых определены пока со сравнительно очень малой точностью. Например, так называемая постоянная нутации принята равной $9'',210$, причем ее возможная ошибка составляет $0'',01$.

Переходя к более подробному изложению вопросов, связанных с движениями искусственных небесных тел, рассмотрим сначала (оставаясь, конечно, на научно-популярном уровне) движение искусственных спутников Земли (ИСЗ) в первом, так сказать, приближении.

§ 19. ДВИЖЕНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ (НЕВОЗМУЩЕННОЕ)

После того как любой ИСЗ выведен на орбиту, он движется в основном под действием силы притяжения к Земле, не отличаясь в этом отношении от Луны. В первом приближении он движется по эллипсу, сохраняющему неизменное положение в пространстве, а фокус этого эллипса совпадает с центром Земли. Это — *невозмущенное движение спутника*. Отклонения спутника от невозмущенного эллиптического движения, т. е. возмущения, имеют место прежде всего по той причине, что Земля не притягивает к своему центру точно по закону Ньютона (в результате сжатия Земли и неравномерного распределения плотности вещества внутри нее). Кроме того, на спутники, движущиеся сравнительно близко к поверхности Земли, действует все время дополнительная сила — сопротивление земной атмосферы.

Перед запуском какого-либо ИСЗ выбирают заранее в соответствии с преследуемыми для данного спутника научными целями невозмущенную эллиптическую орбиту. Программа работы автоматического устройства ракеты задается так, чтобы запускаемый объект имел при выходе на орбиту именно ту скорость (по величине и направлению), которая соответствует выбранной эллиптической орбите.

Пусть в момент t_0 выхода спутника на орбиту он находится в точке P (рис. 42) на высоте h_0 над поверхностью Земли (на расстоянии r_0 от центра Земли) и имеет скорость, направленную горизонтально (перпендикулярно к радиусу-вектору OP) и равную по величине

$$v_k = \sqrt{\frac{fM}{r_0}},$$

где f — постоянная тяготения и M — масса Земли. Тогда невозмущенная орбита спутника будет кругом с радиусом, равным r_0 , и с центром, совпадающим с центром Земли. Скорость v_k называется *круговой скоростью на расстоянии r_0 от центра Земли* (см. также выше, § 6).

Произведение fM называется, как мы упоминали выше в § 18, геоцентрической гравитационной постоянной; там же выписано ее принятое сейчас значение, так что по этой формуле можно вычислить v_k в метрах в секунду для любого r_0 .

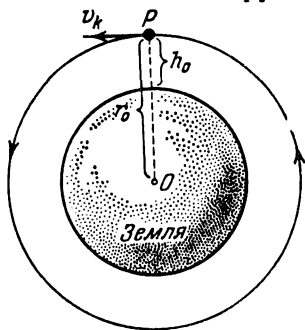


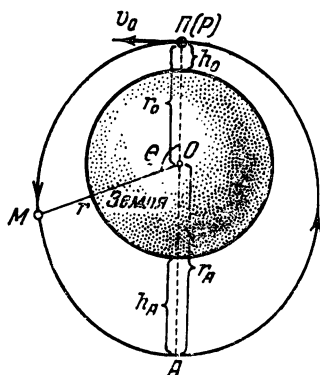
Рис 42. Круговая орбита искусственного спутника Земли.

Формулу для круговой скорости v_k удобно также записать в ином виде. С этой целью вычислим сначала круговую скорость v_k гипотетического спутника, который двигался бы по кругу с радиусом, равным экваториальному радиусу Земли $R = 6378$ км (с точностью до 1 км). Мы получим $v_{k_0} = 7905$ м/сек. После этого формулу для v_k перепишем следующим образом:

$$v_k = \sqrt{\frac{fM}{R}} \cdot \sqrt{\frac{R}{r_0}} = 7905 \sqrt{\frac{R}{r_0}} \text{ м/сек.}$$

Так как в этой формуле содержится лишь отношение $\frac{R}{r_0}$, то отпадает вопрос о том, как изменяется значение fM в зависимости от единиц длины, массы и времени.

С увеличением r_0 круговая скорость спутника, которую называют в литературе также *первой космической скоростью*, уменьшается. Например, на высоте 100 км над поверхностью Земли (т. е. при $r_0 = 6478$ км) имеем $v_k = 7844$ м/сек, на высоте 300 км (при $r_0 = 6678$ км) имеем $v_k = 7726$ м/сек *).



Пусть теперь скорость v_0 спутника в момент его выхода на орбиту больше круговой скорости v_k , но меньше параболической, т. е.

$$\sqrt{\frac{fM}{r_0}} < v_0 < \sqrt{\frac{2fM}{r_0}},$$

Рис. 43. Эллиптическая орбита ИСЗ в случае горизонтальной скорости v_0 в момент выхода на орбиту.

и направлена также горизонтально. Тогда орбита будет эллиптической (рис. 43).

Большую полуось a и эксцентриситет e этой орбиты можно получить по формулам

$$a = \frac{r_0}{2 - \left(\frac{v_0}{v_k}\right)^2}, \quad e = \left(\frac{v_0}{v_k}\right)^2 - 1.$$

Перигей, т. е. ближайшая к центру, а вместе с тем и к поверхности Земли точка орбиты, будет совпадать с положением P спутника в момент его выхода

*) Мы считаем здесь и при некоторых простых расчетах ниже, что высота h спутника над поверхностью Земли и его расстояние до центра Земли отличаются друг от друга на 6378 км. Однако это имеет место лишь в том случае, если спутник находится точно над экватором. Точка поверхности Земли с географической широтой φ удалена от центра Земли приблизительно на расстояние (с точностью до 1 км)

$$r = (6378 - 21 \cos^2 \varphi) \text{ км},$$

так что соответствующая высота спутника над этой точкой поверхности больше на $21 \cos^2 \varphi$ км. В литературе приводятся обычно фактические данные о высотах спутников и их орбит над поверхностью Земли, но без указания о широте места и о расстоянии до центра Земли, что создает некоторую неопределенность.

на орбиту. Следовательно, если в этот момент высота спутника над поверхностью Земли была равна h_0 , то это — минимальная высота спутника над поверхностью Земли при его дальнейшем движении по невозмущенной эллиптической орбите.

Апогей, т. е. наиболее удаленная от центра и поверхности Земли точка орбиты, будет находиться над диаметрально противоположным пунктом земного шара *). Апогейное расстояние r_A от центра Земли равно

$$r_A = a(1 + e),$$

и апогейная высота над поверхностью Земли равна

$$h_A = r_A - 6378 \text{ км.}$$

Расстояние r от центра Земли до любой точки этой орбиты определяется по формуле

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta},$$

где θ — угол между направлениями из O на данную точку M и перигей орбиты.

Заметим, что эксцентриситет орбиты e связан с r_A , h_A , перигейным расстоянием от центра Земли r_{Π} и перигейной высотой h_{Π} над поверхностью Земли следующей простой формулой:

$$e = \frac{r_A - r_{\Pi}}{2a} = \frac{h_A - h_{\Pi}}{2a}.$$

Для гипотетического спутника, движущегося по круговой орбите на расстоянии $R = 6378$ км от центра Земли, период обращения (см. формулу на стр. 71)

*) Здесь идет речь о положении перигея и апогея орбиты над поверхностью Земли в начальный момент времени. В дальнейшем точки перигея и апогея невозмущенной эллиптической орбиты сохраняют неизменное положение в пространстве, но по отношению к тем или иным географическим пунктам на Земле они будут перемещаться. Дело в том, что орбита спутника сохраняет неизменное положение в пространстве, в то время как Земля вращается вокруг своей оси. Пока спутник совершит один оборот по своей орбите, Земля повернется на некоторый угол, и следующий свой оборот спутник совершит над другими географическими пунктами Земли и т. д.

равен

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{fM}} = 84,486 \text{ мин},$$

а для спутника, движущегося по орбите с большой полуосью a , равен

$$T = T_0 \left(\frac{a}{R} \right)^{3/2}.$$

Для скорости движения спутника вдоль эллиптической орбиты можно вывести в соответствии со вторым законом Кеплера формулу

$$v = \tilde{v} \sqrt{\frac{1 + 2e \cos \theta + e^2}{1 - e^2}},$$

где $\tilde{v} = \sqrt{\frac{fM}{a}}$ — средняя скорость, равная скорости движения по круговой орбите с радиусом a . В перигее

$$v = \tilde{v} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}.$$

Это — наибольшая скорость. В апогее скорость наименьшая и она равна

$$v = \tilde{v} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}.$$

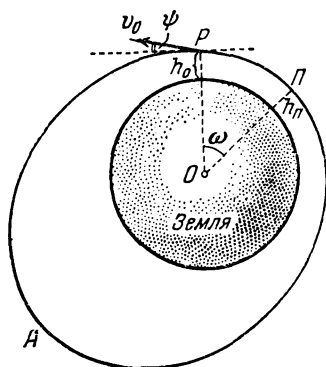


Рис. 44. Эллиптическая орбита ИСЗ в случае отклонения скорости v_0 от горизонтального направления.

Если скорость v_0 спутника в момент t_0 выхода на орбиту больше круговой (и меньше параболической), но направлена под некоторым углом ψ к горизонту, то положение P спутника в этот момент уже не совпадает с перигеем орбиты (рис. 44). Большая полуось и период обращения не зависят от направления скорости и вычисляются по тем же формулам, но

эксцентриситет e увеличивается. Можно получить формулу

$$e^2 = e_0^2 + (1 - e_0^2) \sin^2 \psi,$$

где e_0 — значение эксцентриситета, вычисленное для случая $\psi=0$ по формуле, приведенной выше. Вместе с тем уменьшается перигейное расстояние. Если в случае горизонтальной скорости ($\psi=0$) оно совпадает с r_{Π} , то при $\psi \neq 0$ имеем

$$r_{\Pi} = r_0 \frac{1-e}{1-e_0}.$$

Перигейное расстояние r_{Π} и перигейная высота h_{Π} над поверхностью Земли определяются также следующими формулами:

$$r_{\Pi} = a(1-e), \quad h_{\Pi} = r_{\Pi} - 6378 \text{ км.}$$

Вместе с r_{Π} уменьшается минимальная высота h_{Π} спутника над поверхностью Земли. Разность $h_0 - h_{\Pi}$ между высотой h_0 в момент выхода на орбиту и перигейной высотой h_{Π} вычисляется приближенно при малых эксцентриситетах по формуле

$$h_0 - h_{\Pi} \approx r_0(e - e_0).$$

Смещение точки перигея орбиты, характеризующееся углом ω между радиусом-вектором OP и линией апсид, определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\cos \psi \sin \psi}{\cos^2 \psi - \left(\frac{v_{\kappa}}{v_0}\right)^2},$$

где v_{κ} — круговая скорость на расстоянии r_0 от центра Земли.

При запуске ИСЗ приходится учитывать, кроме притяжения Земли, действие земной атмосферы. На высоте 150—160 км она оказывает еще значительное сопротивление движению любого небесного тела (хотя ее плотность там примерно в миллиард раз меньше, чем на уровне моря). Спутник, движущийся на такой высоте, не может сделать более одного-двух оборотов вокруг Земли. Вследствие сопротивления атмосферы он быстро снижается, разогревается и «сгорает». Поэтому высота спутника над поверхностью Земли в момент выхода на орбиту и его скорость должны соответствовать эллиптической орбите с перигейной высотой, превышающей 150—160 км.

Если подходить теоретически, то при запуске спутника на эллиптическую орбиту с перигейной и апо-

гейной высотами $h_{\text{п}}$ и $h_{\text{а}}$ над поверхностью Земли совершенно безразлично, в какой точке орбиты спутник будет находиться в момент t_0 выхода на нее. Если эта точка совпадает с перигеем орбиты, то высота h_0 в этот момент равна $h_{\text{п}}$, а скорость v_0 должна быть направлена строго горизонтально и быть равной $v_{\text{п}} = v_{\text{к}} \sqrt{1+e}$, где e — эксцентриситет орбиты (вычисленный по заданным $h_{\text{а}}$ и $h_{\text{п}}$) и $v_{\text{к}}$ — круговая скорость на высоте h_0 . Если эта точка совпадает с апогеем орбиты, то высота h_0 должна быть равна $h_{\text{а}}$, т. е. больше, чем в предыдущем случае, но скорость v_0 , направленная также горизонтально, меньше: $v_0 = v_{\text{а}} = v_{\text{п}} \frac{1-e}{1+e}$. Если же эта точка находится на орбите между апогеем и перигеем, то высота h_0 должна быть между $h_{\text{п}}$ и $h_{\text{а}}$, а скорость v_0 — между $v_{\text{п}}$ и $v_{\text{а}}$ и быть направленной под некоторым углом к горизонту.

На практике, однако, выгоднее, чтобы в момент выхода на орбиту спутник был в перигее, т. е. на наименьшей возможной высоте над поверхностью Земли, так как тогда ракета, с помощью которой этот спутник запускается, затрачивает меньше всего топлива.

Во всех других случаях при запуске на орбиту с теми же характеристиками $h_{\text{п}}$ и $h_{\text{а}}$ расход энергии больше, поскольку возможность некоторого уменьшения скорости v_0 выхода спутника на орбиту не компенсирует дополнительного расхода энергии на достижение последней ступенью ракеты большей высоты h_0 на активном участке траектории.

На основании этих соображений рассчитывают движение ракеты таким образом, чтобы при выходе на орбиту направление скорости спутника как можно меньше отличалось от горизонтального (строго горизонтальную скорость практически нельзя обеспечить). Тогда положение спутника в этот момент будет близким к перигею орбиты.

Согласно сообщениям в печати, перигейная и апогейная высоты для орбиты первого советского спутника в первые дни после запуска были равны 228 км и 947 км соответственно, а период обращения составлял 96,17 мин. С помощью формул, приведенных на

стр. 146, вычисляем большую полуось и эксцентриситет орбиты

$$a = 6378 \left(\frac{96,17}{84,49} \right)^{2/3} = 6953 \text{ км}, \quad e = \frac{947 - 228}{2 \cdot 6953} = 0,0517*).$$

Для скорости v_{Π} в перигее орбиты получим величину 7974 м/сек, скорость же в апогее этой орбиты равна 7190 м/сек. Таким образом, в момент выхода на орбиту первого советского спутника он находился примерно на высоте 228 км над поверхностью Земли и имел скорость, близкую к 7974 м/сек.

Заметим, что при такой сравнительно малой высоте h_0 (по сравнению с радиусом Земли) весьма опасны более или менее заметные отклонения направления скорости v_0 при выходе на орбиту от горизонтального. Например, при той же высоте $h_0 = 228$ км и скорости $v_0 = 7974$ м/сек, но направленной под углом $\psi = 2^\circ$ к горизонту, мы получим

$$e = 0,0636; \quad h_{\Pi} \approx h_0 - r_0(e - e_0) = 149 \text{ км},$$

т. е. высота h_{Π} уменьшается тогда по сравнению с достигнутой в момент выхода на орбиту высотой h_0 примерно на 79 км. Спутник с такой высотой перигея весьма быстро прекратил бы свое существование.

При изменении величины скорости v_0 выхода на орбиту довольно сильно изменяется апогейная высота h_A . Например, второй и третий советские спутники имели в первые дни после запуска, согласно сообщениям печати, почти такую же минимальную высоту над поверхностью Земли (около 224 — 225 км), но значительно большую максимальную высоту (1671 и 1880 км соответственно). Так же, как и выше, можно подсчитать, что при выходе на орбиту эти спутники обладали скоростями, близкими к 8151 м/сек и 8198 м/сек соответственно. Увеличение скорости v_0

*) Из этих чисел можно заключить, что приведенные апогейная и перигейная высоты отсчитывались от точек поверхности Земли, находящихся на расстоянии около 6365 км от центра Земли и имеющих географическую широту около -51° и $+51^\circ$ соответственно. Благодаря симметричному расположению орбиты относительно экватора такой отсчет высот h_A и h_{Π} не влияет на их разность и, следовательно, на вычисление эксцентриситета орбиты.

второго спутника (по сравнению со скоростью первого спутника) составило около 177 м/сек, или лишь 1,8%; для третьего спутника — 224 м/сек, или 2,8%.

Невозмущенные орбиты запускаемых ИСЗ весьма разнообразны, но все же можно различить следующие их основные типы:

Круговые и близкие к круговым (высоты $h_{\text{п}}$ и $h_{\text{а}}$ совпадают или отличаются друг от друга очень мало). Можно выделить близкие спутники, движущиеся на высотах 200 — 500 км над поверхностью Земли, спутники на средних высотах, т. е. от 500 км до нескольких тысяч км, и далекие спутники с расстояниями в несколько десятков тысяч км и более от поверхности Земли. Такие орбиты имеют эксцентриситет примерно 0,01 — 0,02 и менее.

Слабоэллиптические орбиты (с умеренным эксцентриситетом, $e < 0,2$). Разность между $h_{\text{а}}$ и $h_{\text{п}}$ составляет от нескольких сотен до нескольких тысяч километров).

Сильно эллиптические орбиты (с эксцентриситетом более 0,2). Высота $h_{\text{а}}$ превышает $h_{\text{п}}$ в десятки и сотни раз. При этом перигейная высота $h_{\text{п}}$ составляет для всех эллиптических орбит, как правило, не более 500 — 600 км.

По расположению орбит в пространстве выделяют экваториальные спутники и близкие к ним (с малым наклонением i к экватору, до 20 — 30°); спутники со средним наклонением (50—60°); полярные спутники и близкие к ним (80—95°).

Орбиты с $i > 90^\circ$ наклонены к экватору под углом $90^\circ - i$, но спутники движутся по ним в обратном направлении, пересекая плоскость экватора с севера на юг. Говорят, что это — спутники с обратным движением.

Интересны спутники, имеющие период обращения T , меньший (или больший) в целое число раз, чем период вращения Земли $T_0 = 1436,07$ мин. Их видимое с Земли движение ежедневно повторяется. Особенно интересен суточный спутник с $T = T_0$. Суточный экваториальный спутник, имеющий круговую орбиту, называется стационарным. Он расположен в пространстве всегда над одной и той же точкой экватора Земли. Приведем примеры ИСЗ с круговой или близкой к круговой орбитой.

1. Второй советский корабль-спутник (запущенный 19.VIII. 1960 г. и совершивший 18 оборотов вокруг Земли) — $h_{\text{п}} = 306 \text{ км}$, $h_{\text{а}} = 339 \text{ км}$, $e = 0,0025$, $i = 65^\circ$.

2. Советская научная космическая станция «Салют-4» (запущена 26.XII. 1974 г.); на 27.XII. 1976 г. ее орбита имела $h_{\text{п}} = 256 \text{ км}$, $h_{\text{а}} = 277 \text{ км}$, $e = 0,0016$, $i = 51^\circ,6$. Оба эти спутника близкие, со средним наклонением.

3. Американская орбитальная солнечная обсерватория «OSO-1» (запущена в марте 1962 г.) — $h_{\text{п}} = 553 \text{ км}$, $h_{\text{а}} = 595 \text{ км}$, $e = 0,0030$, $i = 32^\circ 85'$.

4. Советский ИСЗ «Космос-158» (запущен в мае 1967 г.) — $h_{\text{п}} \approx 850 \text{ км}$, $h_{\text{а}} = 850 \text{ км}$, $e \approx 0$, $i = 74^\circ,4$.

5. Американский навигационный спутник «Навсат» (запущен в июне 1964 г.) — $h_{\text{п}} = 854 \text{ км}$, $h_{\text{а}} = 956 \text{ км}$, $e = 0,0070$, $i = 90^\circ,42'$.

6. Советский спутник «Космос-894» (запущен 21.II. 1977) — $h_{\text{п}} = 988 \text{ км}$, $h_{\text{а}} = 1026 \text{ км}$, $e = 0,0026$, $i = 83^\circ$.

7. Американский военный спутник «Мидас-4» (запущен в октябре 1961 г.) — $h_{\text{п}} = 3496 \text{ км}$, $h_{\text{а}} = 3756 \text{ км}$, $e = 0,0130$, $i = 95^\circ,89'$.

Это — спутники со средней высотой орбиты. Последние три — полярные.

8. Американский спутник связи «Синком-1» (запущен в феврале 1963 г.) — $h_{\text{п}} = 34\,392 \text{ км}$, $h_{\text{а}} = 36\,739 \text{ км}$, $e = 0,02797$, $i = 33^\circ,30'$.

9. Американский спутник связи «Интелсат-3D» (запущен в мае 1969 г.) — $h_{\text{п}} = 35\,777 \text{ км}$, $h_{\text{а}} = 35\,803 \text{ км}$, $e = 0,00031$, $i = 1^\circ,0'$.

10. Американский спутник «Вела Хоутел-3» (запущен в июле 1964 г.) — $h_{\text{п}} = 101\,959 \text{ км}$, $h_{\text{а}} = 104\,591 \text{ км}$, $e = 0,0120$, $i = 39^\circ,58'$.

Это — далекие спутники, причем «Синком-1» — суточный синхронный (период $T = 1424,5 \text{ мин.}$), а «Интелсат-3D» — суточный стационарный ($T = 1436,3 \text{ мин.}$).

Примерами ИСЗ со слабо эллиптическими орбитами могут служить первые советские спутники, запущенные в 1957 г.

Приведем примеры спутников с сильно эллиптическими орбитами.

1. Советский спутник «Электрон-1» (запущен в январе 1964 г.) — $h_{\text{п}} \approx 406$ км, $h_{\text{А}} = 7100$ км, $e \approx 0,3305$, $T \approx 169$ мин.

2. Советский спутник «Электрон-4» (запущен в ноябре 1964 г.) — $h_{\text{п}} \approx 459$ км, $h_{\text{А}} \approx 66\,325$ км, $e \approx 0,828$, $T \approx 1314$ мин.

3. Американский спутник «Эксплорер-26» (запущен в декабре 1964 г.) — $h_{\text{п}} = 316$ км, $h_{\text{А}} = 26\,191$ км, $e = 0,69900$, $T = 456,26$ мин.

Этот спутник является синхронным ($T \approx 1/3$ суток).

4. Советский спутник «Космос-204» (Запущен в марте 1968 г.) — $h_{\text{п}} = 230$ км, $h_{\text{А}} = 148\,228$ км, $e = 0,91802$, $T = 3795,9$ мин.

5. Первый советский спутник из серии «Молния-1» (запущен в апреле 1965 г.) — $h_{\text{п}} \approx 548$ км, $h_{\text{А}} \approx 39\,957$ км, $e \approx 0,7405$, $T \approx 720$ мин.

До настоящего времени запущено более 30 спутников этой серии; они применяются для ретрансляции телевизионных программ и для дальней радиосвязи. Эти спутники синхронные, так как их период примерно равен половине суток.

6. Американский спутник связи «Интелсат-2» (запущен в октябре 1966 г.) — $h_{\text{п}} = 3424$ км, $h_{\text{А}} = 37\,531$ км, $e = 0,63500$, $T = 730$ мин.

7. Американский спутник «ERS-18» (запущен в апреле 1967 г.) — $h_{\text{п}} \approx 8604$ км, $h_{\text{А}} \approx 111\,229$ км, $e \approx 0,774$, $T = 2829,6$ мин.

Этот спутник является синхронным, так как $T \approx$ двум суткам.

Последние спутники имеют также ту особенность, что их орбиты обладают весьма большой перигейной высотой. Спутников с подобными сильно эллиптическими орбитами очень мало.

Запуск ИСЗ на сильно эллиптические орбиты с большими перигейными высотами или на высокие круговые орбиты осуществляется, так сказать, в два этапа. Сначала спутник выводится на сильно эллиптическую орбиту со сравнительно низким перигеем, $h_{\text{п}} \approx 250 - 400$ км, и высоким апогеем, например, $35\,000$ км, причем на спутнике установлены реактивные двигатели. Затем, в тот момент, когда спутник достигает апогея своей первоначальной орбиты, реактивные двигатели включаются, спутник приобретает

дополнительную скорость и переходит на орбиту с тем же апогеем $h_A \approx 35\,000$ км, но со значительно увеличенной высотой перигея h_P . Можно подобрать дополнительную скорость так, чтобы $h_P \approx 35\,000$ км. Тогда мы получим спутник на крутой орбите с $h_P = h_A \approx 35\,000$ км.

Например, пусть ИСЗ выведен сначала на орбиту с высотами (над экватором) $h_P = 400$ км, $h_A = 35\,000$ км. Его скорости в апогее и в перигее равны согласно приведенным выше формулам $v_P = 10\,094$ м/сек, $v_A = 1612$ м/сек. Мы получим также, что круговая скорость на расстоянии $(6378 + 35\,000)$ км от центра Земли равна $v = 3104$ м/сек. Следовательно, если в апогее первоначальной орбиты спутник приобретает дополнительную скорость $v - v_A = 1492$ м/сек, то он перейдет на круговую орбиту с $h_P = h_A = 35\,000$ км.

§ 20. ВОЗМУЩЕНИЯ В ДВИЖЕНИИ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ

Наибольший интерес с точки зрения небесной механики представляют *возмущения искусственных спутников Земли*. Именно наличие этих возмущений делает задачу о движении спутников весьма трудной и интересной.

Возмущенное движение искусственных спутников Земли удобно описывать с помощью оскулирующих элементов эллиптической орбиты (см. выше, § 9). На рис. 45 представлена схематически эллиптическая орбита спутника в пространстве вокруг Земли, напоминающая в какой-то степени орбиты первых трех советских спутников. На этом рисунке $O\Upsilon$ — направление из центра Земли O на точку весеннего равноденствия, OK — направление на восходящий узел орбиты, т. е. точку, в которой спутник пересекает плоскость экватора, двигаясь с юга на север*), P — перигей орбиты. Размеры и форма орбиты определяются большей полуосью a и эксцентриситетом e . Положение плоскости орбиты в пространстве опре-

*) Все эти направления остаются неизменными в пространстве и вследствие вращения Земли их нельзя привязать к определенным географическим пунктам Земли.

деляется углом Ω (долгота восходящего узла орбиты) между направлениями $О\Upsilon$ и $ОК$, отсчитываемым от $О\Upsilon$ к востоку, и углом i (наклонение) между плоскостью орбиты и плоскостью экватора. Угол i есть также угол между проекцией орбиты на поверхность Земли и экватором. Он измеряется между положительными направлениями вдоль экватора (с запада

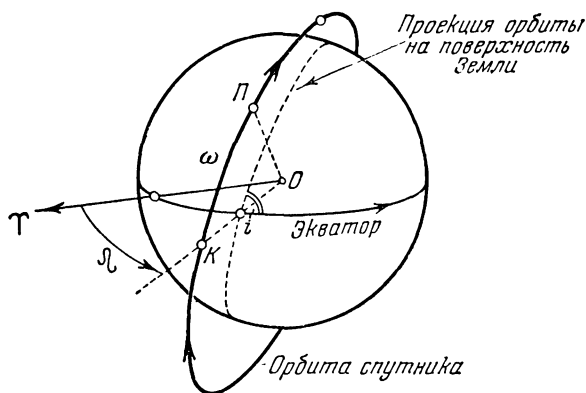


Рис. 45. Эллиптическая орбита ИСЗ в пространстве вокруг Земли. Стрелками указаны положительное направление вдоль экватора и направление движения спутника.

на восток) и вдоль проекции орбиты (в сторону движения спутника) и, следовательно, может иметь значение от 0° до 180° .

Ориентация орбиты в ее плоскости определяется углом ω (угловое расстояние перигея от узла орбиты) между направлениями $ОК$ и $ОП$.

Если мы фиксируем какой-нибудь момент t_0 , то начиная с этого момента в течение нескольких оборотов подряд движение спутника в пространстве происходит почти по одной и той же эллиптической орбите. Но, например, через 10—15 дней мы обнаружим, что спутник обращается вокруг Земли в течение одного-двух оборотов также почти точно по эллипсу, однако этот эллипс уже заметно изменил свои размеры и расположение в пространстве по сравнению с тем, который мы определили раньше. Изменение элементов орбиты дает полное представление о характере возмущений в движении спутника.

Основными причинами возмущений орбит спутников, движущихся на близких и средних расстояниях от поверхности Земли, являются: 1) сопротивление атмосферы, 2) сжатие Земли и ее неоднородность (т. е. отличие притяжения Земли от ньютоновского притяжения шара), 3) давление солнечного излучения.

Для далеких ИСЗ, для которых расстояния от Земли составляют несколько десятков тысяч километров и более, основные возмущения возникают из-за притяжения Луной и Солнцем, аналогичные возмущениям естественных спутников нашей Солнечной системы.

Сопротивление земной атмосферы в случае спутников обычной конструкции, т. е. аппаратов сравнительно небольших, но с большим количеством приборов, металлических деталей и, следовательно, тяжелых, играет существенную роль до высоты 500—600 км. Правда, оно сказывается в какой-то мере и на значительно больших высотах, 1000—3000 км. Для спутников-баллонов типа «Эхо-1», имеющих сравнительно очень большие размеры и малую массу (сфера диаметром 30 м, масса 68 кг) сопротивление атмосферы заметно влияет еще на высоте 1500 км над поверхностью Земли.

Физически сопротивление земной атмосферы заключается в столкновении спутника с молекулами воздуха, вследствие чего спутник теряет кинетическую энергию. Сила сопротивления R , пропорциональна плотности воздуха ρ , площади поперечного сечения спутника S и квадрату скорости спутника v , т. е. определяется формулой

$$R = c \rho S v^2,$$

где c — безразмерный (не зависящий от системы единиц) коэффициент пропорциональности; при приближенных расчетах движения ИСЗ его можно положить равным 1,1. Вследствие действия этой силы спутник испытывает торможение, равное

$$W = \frac{R}{m} = \frac{cS}{m} \rho v^2,$$

где m — масса спутника.

Величина $\frac{m}{S}$ (масса, приходящаяся на единицу площади поперечного сечения спутника) называется

поперечной нагрузкой. Чем больше поперечная нагрузка, тем W меньше.

Конечно, сила сопротивления атмосферы и торможение для искусственных спутников Земли очень малы по сравнению с силой притяжения Земли и ускорением, определяемым этой основной силой, которая управляет движением спутника. Например, полагая, что спутник массой 100 кг и с поперечным сечением $1 \text{ м}^2 = 10^4 \text{ см}^2$ движется со скоростью около $8 \text{ км/сек} = 8 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$, получим, что на высоте $h = 160 \text{ км}$ над поверхностью Земли, где $\rho \approx 10^{-12} \text{ г/см}^3$,

$$R \approx 7040 \text{ дин} \quad (= 7,18 \text{ г}), \quad W = 0,070 \text{ см/сек}^2;$$

при $h = 225\text{—}230 \text{ км}$ имеем $\rho \approx 3 \cdot 10^{-13} \text{ г/см}^3$ и

$$R = 1,9 \text{ г}, \quad W = 0,021 \text{ см/сек}^2.$$

В то же время ускорение W_0 , вызываемое силой притяжения к Земле (если считать Землю шаром), определяется формулой

$$W_0 = \frac{fM}{r^2},$$

где r — расстояние до центра Земли. При $h = 160 \text{ км}$ имеем $r = 6538 \text{ км} = 6,538 \cdot 10^6 \text{ м}$, откуда

$$W_0 = \frac{3,986 \cdot 10^{14}}{42,8 \cdot 10^{12}} = 9,33 \text{ м/сек}^2;$$

при $h = 230 \text{ км}$, $r = 6,608 \cdot 10^6 \text{ м}$ имеем

$$W_0 = 9,14 \text{ м/сек}^2,$$

так что при $h = 160 \text{ км}$ и $h = 230 \text{ км}$ отношение $\frac{W}{W_0}$ возмущающего ускорения (торможения) к основному составляет примерно $1/15\,000$ и $1/50\,000$ соответственно. Тем не менее действие атмосферы приводит постепенно к весьма существенным изменениям движения спутника.

Пусть первоначальная орбита спутника есть эллипс 1, изображенный на рис. 46. Так как плотность атмосферы убывает весьма быстро с высотой над поверхностью Земли, то наиболее ощутительное торможение спутник испытывает на участке такой орбиты вблизи перигея. Вблизи же апогея сопротивление атмосферы практически уже не играет никакой роли,

как это имело место, например, для первых трех советских спутников в начале их движения. Обозначим этот участок орбиты на рис. 46 через LN . Вне этого участка сопротивлением атмосферы полностью пренебрежем.

Обозначим через v_1 скорость, с которой спутник должен выйти из перигея P , чтобы далее он двигался по эллипсу 1 . С удалением от перигея спутник замедляет свое движение в соответствии со вторым законом Кеплера, и в апогее его скорость достигает минимума, а именно:

$$(v_A)_1 = \sqrt{\frac{fM(1-e_1)}{a_1(1+e_1)}},$$

где a_1 — большая полуось и e_1 — эксцентриситет эллипса 1 . Когда спутник, двигаясь далее по орбите 1 , возвратится к перигею P , то здесь он испытает торможение. Если схематически представить, что спутник тормозится не на всем участке LN , а только в самом перигее (как будто здесь спутник наталкивается на стенку, которую должен пробить), то при выходе из P скорость сохранит то же направление, но уменьшится по величине. Обозначим новую скорость через v_2 ($v_2 < v_1$). Тогда следующий свой оборот спутник совершит уже по орбите 2 , соответствующей скорости v_2 в перигее. Для этой орбиты высота апогея h_A , а следовательно, и большая полуось a_2 будут меньше, чем для эллипса 1 *). Перигейная высота h_P останется та же, что и для орбиты 1 , и следовательно, орбита 2 оказывается менее вытянутой, ее эксцентриситет меньше эксцентриситета орбиты 1 .

Мы схематически предположили, что торможение спутника происходит только в самом перигее P . Тог-

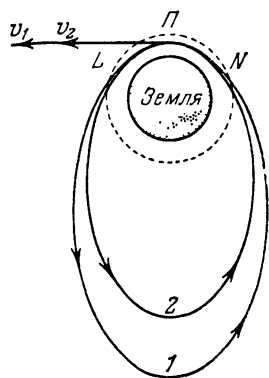


Рис. 46. Изменение орбиты спутника вследствие торможения в земной атмосфере. Пунктиром указана область, вне которой сопротивлением атмосферы можно пренебречь.

*) На рис. 46 все соотношения, конечно, сильно преувеличены. На самом деле два последующих оборота спутника происходят по эллипсам, которые столь мало отличаются друг от друга, что на рисунке подобных размеров это отличие отразить нельзя.

да постепенно будет уменьшаться высота апогея, а высота перигея сохранится постоянной. На самом деле заметное торможение происходит на некотором участке вблизи перигея. В результате уменьшится, хотя сравнительно очень мало, также и высота перигея. Спутник возвратится не точно в точку $П$, а в точку $П'$, находящуюся ближе к поверхности Земли, чем $П$.

Таким образом, большая полуось орбиты спутника, эксцентриситет, апогейная и перигейная высоты испытывают вековые возмущения, постепенно уменьшаются (причем апогейная высота уменьшается гораздо быстрее), спутник движется с каждым новым оборотом все ниже и ниже над поверхностью Земли. Скорость уменьшения этих элементов орбиты зависит главным образом от плотности атмосферы вблизи перигея орбиты.

Вместе с тем уменьшается и период обращения спутника, связанный с большой полуосью третьим законом Кеплера. На первый взгляд последний факт представляется парадоксальным. Действительно, с уменьшением периода обращения происходит увеличение средней скорости движения спутника. Таким образом, получается, что спутник в атмосфере Земли тормозится, но вместе с тем движется в среднем все быстрее и быстрее.

Это объясняется тем, что хотя вблизи перигея происходит торможение и скорость спутника уменьшается, но вблизи апогея она увеличивается. Действительно, если обозначить через e_2 эксцентриситет орбиты 2 на рис. 46, то скорость спутника в апогее орбиты 2 равна

$$(v_A)_2 = \sqrt{\frac{\mu M (1 - e_2)}{a_2 (1 + e_2)}}.$$

Так как $a_2 < a_1$, $e_2 < e_1$, то $(v_A)_2 > (v_A)_1$. Это вызвано тем, что в апогее орбиты 2 спутник оказывается ближе к Земле, чем в апогее орбиты 1, и поэтому он сильнее притягивается к Земле. Увеличение же силы притяжения приводит к увеличению ускорения и скорости спутника. Торможение вблизи перигея компенсируется увеличением ускорения и скорости спутника вблизи апогея, и в среднем скорость движения спутника возрастает.

Например, на 10 октября 1958 г. третий советский ИСЗ имел элементы $a = 7318$ км, $e = 0,0997$. По формулам

$$\tilde{v}^2 = \frac{fM}{a^2}, \quad v_{\Pi}^2 = \tilde{v}^2 \frac{1+e}{1-e}, \quad v_A^2 = \tilde{v}^2 \frac{1-e}{1+e}$$

для средней скорости $\tilde{v}$, скоростей v_{Π} , v_A в перигее и апогее получим

$$\tilde{v} = 7381 \text{ м/сек}, \quad v_{\Pi} = 8157 \text{ м/сек}, \quad v_A = 6678 \text{ м/сек}.$$

На 10 ноября были зафиксированы следующие элементы:

$$a = 7285 \text{ км}, \quad e = 0,0954,$$

на основании которых получим

$$\tilde{v} = 7398 \text{ м/сек}, \quad v_{\Pi} = 8144 \text{ м/сек}, \quad v_A = 6720 \text{ м/сек}.$$

Вследствие того, что спутник опускается постепенно во все более плотные слои атмосферы, его торможение со временем растет. Поэтому быстрота, с которой убывают величина большой полуоси орбиты и период обращения спутника, должна постепенно возрастать.

Например, для первого советского ИСЗ большая полуось орбиты a и период T на 4.X, 21.X, 9.XI и 31.XII 1957 г. были следующими:

Дата	4. X	21. X	9. XI	31. XII
a , км	6953	6924	6884	~ 6660
T , мин.	96,17	95,55	94,72	~ 90

Средние суточные изменения в период между приведенными датами были равны

	4. X—21. X	21. X—9. XI	9. XI—31. XII
Δa , км	1,82	2,11	~ 4,3
ΔT , сек	2,12	2,62	~ 5

Приведем формулы, позволяющие вычислять приближенно уменьшение большой полуоси Δa , эксцентриситета Δe , перигейной высоты Δh_{Π} за один оборот спутника из-за сопротивления атмосферы в случае орбит, для которых апогейная высота по крайней мере на 80 км превышает перигейную высоту, но эксцентриситет все же не слишком велик, так что можно в

выражениях для Δa , Δe , $\Delta h_{\text{п}}$ ограничиться величинами порядка e или e^2 :

$$\Delta a = \frac{2cS}{m} \rho_{\text{п}} a^2 \sqrt{\frac{2\pi}{v}} \left(1 + \frac{1}{8v} + 2e + \frac{3}{2} e^2 - \frac{3}{4} \frac{e}{v} \right),$$

$$\Delta e = \frac{2cS}{m} \rho_{\text{п}} a \sqrt{\frac{2\pi}{v}} \left(1 - \frac{3}{8v} + e \right),$$

$$\Delta h_{\text{п}} = \frac{2cS}{m} \rho_{\text{п}} a^2 \sqrt{\frac{2\pi}{v}} \cdot \frac{1}{2v} \left(1 + \frac{3}{8v} \right).$$

Здесь $\rho_{\text{п}}$ — плотность атмосферы на высоте $h_{\text{п}}$ перигея орбиты, $v = \frac{ae}{H}$ и H — некоторая величина, характеризующая скорость убывания плотности атмосферы на высоте $h_{\text{п}}$. Если значения величин S , m , $\rho_{\text{п}}$, a в этих формулах выражать в системе CGS (см, г, сек), то мы получим Δa , $\Delta h_{\text{п}}$ в сантиметрах. Уменьшение периода T за один оборот вычисляется по формуле

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{3}{2} \frac{\Delta a}{a}.$$

Если бы нам была хорошо известна плотность атмосферы на любой высоте над поверхностью Земли, то теоретический расчет влияния атмосферы на элементы орбиты с помощью приведенных формул, а также других, более точных, не вызывал бы особых затруднений. Однако в том и заключалась сложность проблемы, что до запусков ИСЗ данные о плотности атмосферы на высотах 200 км над поверхностью Земли и выше были весьма ненадежными. Именно по наблюдениям спутников удалось уточнить эти данные.

Плотность атмосферы вблизи любой высоты h_0 выражается приближенно следующей формулой:

$$\rho^{(h)} = \rho_0 e^{-\frac{h-h_0}{H}},$$

где ρ_0 — плотность на высоте h_0 , а H — величина, о которой мы упоминали выше. Эта величина называется *высотой однородной атмосферы* на данной высоте h_0 и равна такой разности высот $h - h_0$, при которой плотность ρ изменяется в $e \approx 2,72$ раза. При вычислении v с помощью значений H большая полуось выражается в километрах.

Так как произведение ae равно половине разности между апогейной и перигейной высотами орбиты, то плотность в апогее уменьшается примерно в e^{2v} раз по сравнению с плотностью атмосферы в перигее. Формулы на стр. 162 удобны для вычислений, когда $h_A - h_P > 80$ км и $h_P = 200 \div 500$ км, т. е. когда

$$\frac{\rho(h_P)}{\rho(h_A)} \approx 2,5.$$

Выписанная выше формула для $\rho^{(h)}$ является приближенной также потому, что, как выяснилось еще в 1959 г. (впервые именно при анализе прежде всего движений ИСЗ), плотность земной атмосферы на данной высоте не остается постоянной. Она изменяется в течение суток. Днем (т. е. когда слои атмосферы в данном месте освещаются Солнцем) плотность атмосферы, вообще, больше, чем ночью, когда эти слои находятся в конусе земной тени. Эта разница особенно заметна, начиная с высоты от 350 км над поверхностью Земли, и растет с высотой. На высоте 350 км плотность днем больше, чем ночью, примерно в 1,2 раза, на высоте 500 км — примерно в 3 раза, и на высоте 700 км — примерно в 10 раз. Кроме того, имеется определенная связь между плотностью земной атмосферы и процессами, происходящими на Солнце. С повышением активности солнечной деятельности, т. е. с увеличением интенсивности корпускулярных потоков (потоков заряженных частиц), выбрасываемых Солнцем и вторгающихся в земную атмосферу, плотность последней растет.

В табл. 6 приведены приближенные ночные значения плотности атмосферы и значения H в 1959 г. Максимальные дневные плотности в этом же году были, как и полагается, большими и составили примерно $9 \cdot 10^{-15}$ г/см³ на высоте 400 км, $3 \cdot 10^{-15}$ г/см³ на высоте 500 км, $4,6 \cdot 10^{-16}$ г/см³ на высоте 700 км. В 1964 г. ночные значения плотности оказались значительно меньшими (поскольку имел место период минимальной солнечной активности), например, $5 \cdot 10^{-15}$ г/см³ на высоте 400 км, $7,6 \cdot 10^{-17}$ г/см³ на высоте 500 км.

Такие колебания плотности атмосферы, величину которых очень часто трудно заранее предсказать более или менее точно, весьма осложняют проблему расчета изменения орбиты ИСЗ. Вместе с тем именно

анализ движения ИСЗ и помогает исследовать изменение плотности земной атмосферы в зависимости от различных факторов и, таким образом, изучать процессы, происходящие в атмосфере.

Приведем примеры расчетов с помощью формул на стр. 162.

Т а б л и ц а 6*)

$h(\text{км})$	$\rho(\text{г/см}^3)$	H	$h(\text{км})$	$\rho(\text{г/см}^3)$	H
0	$1,225 \cdot 10^{-3}$		500	$1,0 \cdot 10^{-15}$	76
120	$1,0 \cdot 10^{-11}$		600	$2,0 \cdot 10^{-16}$	84
140	$3,3 \cdot 10^{-12}$		700	$5,1 \cdot 10^{-17}$	92
160	$1,0 \cdot 10^{-12}$		800	$1,4 \cdot 10^{-17}$	
200	$4,9 \cdot 10^{-13}$	32	900	$3,8 \cdot 10^{-18}$	
300	$3,7 \cdot 10^{-14}$	52	1000	$1,0 \cdot 10^{-18}$	
400	$5,5 \cdot 10^{-15}$	65			

*) Данные этой таблицы до высоты 200 км получены в основном благодаря запускам геофизических ракет, на которых устанавливались манометры, измеряющие плотность атмосферы (эти измерения также обладают, вообще, ошибками, достигающими 20%).

Для первого советского ИСЗ, имевшего форму шара диаметром 58 см и массу 83,6 кг, элементы a , T , e , $h_{\text{п}}$ на 4.X. 1957 г. были следующими:

$$a = 6952 \text{ км}, T = 96,15 \text{ мин.}, e = 0,0517,$$

$$h_{\text{п}} = 227 \text{ км.}$$

Приняв $H = 40$, получим

$$\frac{2cS}{m} = \pi \frac{2,2 \times 29^2}{83600} = 0,0695 \text{ см}^2/\text{г},$$

$$v = 6952 \times 0,0517 \times \frac{1}{40} = 8,985, \quad \sqrt{\frac{2\pi}{v}} = 0,836,$$

$$\Delta a = 0,0695 \times (6,952 \cdot 10^9 \times 0,836 \times 1,12 \rho_{\text{п}} = \\ = 3,14 \cdot 10^{16} \rho_{\text{п}} \text{ см.}$$

Мы получили, строго говоря, изменение большей полуоси орбиты за один оборот спутника вокруг Земли, начиная с момента, на который были определены элементы орбиты. На каждом следующем обороте a , e , $h_{\text{п}}$ меняются, и следовательно, надо было бы, строго

говоря, вычислять Δa , Δe , $\Delta h_{\text{п}}$ заново. Однако если a , e , $h_{\text{п}}$ меняются в течение данного промежутка времени мало, то можно при вычислении Δa , Δe , $\Delta h_{\text{п}}$ по формулам на стр. 162 этим пренебречь. Тогда мы считаем, что Δa , Δe , $\Delta h_{\text{п}}$ за любой оборот в течение данного промежутка времени сохраняются постоянными. Помножим на число оборотов, получим приближенно полное изменение a , e , $h_{\text{п}}$ за данный промежуток времени. За одни сутки (24 часа = 1440 мин.), начиная с 4.X. 1957 г., уменьшение большой полуоси составит приблизительно

$$(\Delta a)_1 = 3,14 \cdot 10^{16} \rho_{\text{п}} \times \frac{1440}{96,17} = 47,0 \cdot 10^{16} \rho_{\text{п}} \text{ см.}$$

Для суточного изменения периода получим на эту дату

$$(\Delta T)_1 = \frac{3}{2} T \frac{(\Delta a)_1}{6,952 \cdot 10^8} = 5,85 \cdot 10^{12} \rho_{\text{п}} \text{ сек.}$$

На высоте 228 км $\rho \approx 3 \cdot 10^{-13} \text{ г/см}^3$. Таким образом,

$$(\Delta a)_1 = 1,41 \text{ км, } (\Delta T)_1 = 1,75 \text{ сек.}$$

За 5 суток (на 9. X. 1957) получим

$$(\Delta a)_5 = 7,05 \text{ км, } (\Delta T)_5 = 8,75 \text{ сек} = 0,146 \text{ мин.}$$

Фактически на 9.X период был равен

$$T = 96,02 \text{ мин.,}$$

т. е. наблюдаемое уменьшение T составило 0,13 мин., что хорошо согласуется с нашими вычислениями.

Вычисления Δe , $\Delta h_{\text{п}}$ за эти же пять суток по формулам на стр. 162 приводят к значениям

$$(\Delta e)_5 = 0,00012, (\Delta h_{\text{п}})_5 = 0,365.$$

При наличии большого числа точных данных об элементах орбиты того или иного спутника на различные моменты времени можно было бы поставить и обратную задачу: найти такие значения плотности атмосферы вблизи перигея орбиты на различные моменты, которые наиболее хорошо согласуются с изменениями большой полуоси орбиты и периода обращения.

Приведем в табл. 7 элементы a , e , T орбиты третьего советского спутника *), имевшего массу 1327 кг и форму конуса с диаметром основания 1,33 м и высотой 3,57 м. Там же даны средние изменения a в метрах и T в долях секунды за один оборот в течение

Таблица 7

Дата	N	a , км	T , мин.	e	h_A	h_{II}	Δa , м/об	ΔT , сек/об
15.V.1958	0	7418	105,95	0,1116	1880	224	—	—
22.V	102	7414	105,870	0,1108	1857	—	39,2	0,0470 ± 60
4.VI	304	7405	105,680	0,1090	1834	—	43,5	0,0565 ± 30
26.VII	992	7376	105,075	0,1064	1794	—	42,1	0,0527 ± 9
10.X	2028	7318	103,825	0,0997	1670	—	56,0	0,0723
18.XII	3000	7244	102,24	0,0917	1530	—	76,1	0,0970
27.II.1959	4000	7176	100,80	0,0832	1395	—	68,0	0,0865
8.V	5000	7114	99,51	0,0758	1275	—	62,0	0,0775
15.VII	6000	7064	98,45	0,0692	1175	—	50,0	0,0635
1.II.1960	9000	6793	92,85	0,0331	640	—	90,3	0,112
4.IV	10000	6584	88,60	0,0049	230	165209	—	0,255

интервалов времени между указанными в таблице датами.

Мы не указываем моменты, на которые даны элементы, с точностью до долей суток. Вместо этого дано точное значение числа оборотов N , которое спутник совершил к этим моментам после запуска. Возможная ошибка значения эксцентриситета в таблице составляет $\pm 0,0005$. Поэтому при вычислениях перигейного расстояния r_{II} до центра Земли, а также перигейной высоты h_{II} ошибка может достигать $\pm 3 \div 4$ км.

Для первых трех промежутков времени (15.V—22.V, 22.V—4.VI, 4.VI—26.VII) в таблице указаны возможные ошибки величины ΔT , происходящие вследствие того, что значения периода в таблице могут иметь ошибку $\pm 0,005$ мин.

При определении наблюдений скорости изменения T в начале движения мы находимся в несколько затруднительном положении. На первый взгляд целесо-

*) См., например, Бюллетень станций оптического наблюдения искусственных спутников Земли, № 7, 1960.

образнее взять ΔT , определенное для интервала 15.V—22.V. За это время элементы a , e , h_p успевают измениться мало, и полученное среднее ΔT мало отличается от изменения T за один оборот на 15.V. 1958 г. Но из-за ошибок наблюдаемых значений T вычисленное ΔT обладает большой ошибкой. С другой

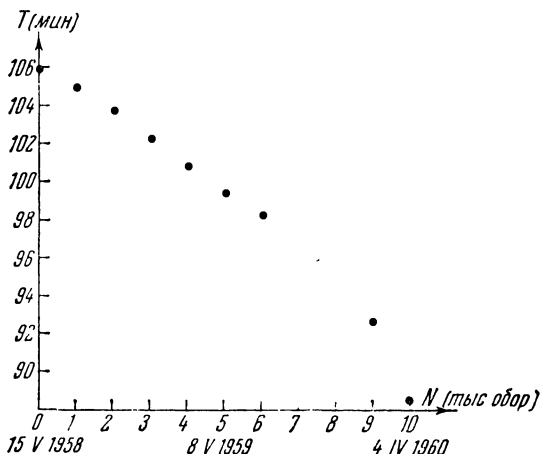


Рис. 47. График изменения периода обращения третьего советского ИСЗ.

стороны, если взять большой промежуток времени 15.V—26.VII. 1958 г., то мы получим среднее $\Delta T = 0,0530 \pm 0,0006$ сек/об со сравнительно малой ошибкой, но это значение уже является лишь некоторым средним изменением T за один оборот в течение данного промежутка времени, когда элементы a , e , и h_p успевают измениться более или менее заметно. Трудно сразу сказать, какое значение предпочтительнее.

Можно ожидать, что вследствие постепенного увеличения плотности атмосферы в области перигея орбиты спутника быстрота убывания T по мере снижения перигея будет возрастать. На самом же деле, как показывают значения ΔT , приведенные в табл. 7, и как видно из рис. 47, период T испытывает более сложные изменения. Это можно объяснить тем, что, как уже выше говорилось, плотность земной атмосферы на той или иной высоте не остается все время постоянной.

Продолжительность существования ИСЗ. Постепенное убывание большой полуоси орбиты и перигейной высоты h_p орбиты спутника приводит к тому, что наступает момент, когда h_p уменьшится до 150—160 км. При этом спутник попадает в такие слои атмосферы, где сколько-нибудь длительное движение становится невозможным, спутник «сгорает» и прекращает свое существование. Высоты 150—160 км над поверхностью Земли для круговой орбиты, т. е. значения большой полуоси орбиты, равные 6528—6538 км, соответствуют периодам обращения 87,48—87,68 мин.

Когда период обращения спутника, убывая, приближается к указанным значениям, то это говорит о том, что спутник должен уже скоро «сгореть». Критическим значением периода обращения спутника считается 87,75 мин., что соответствует большой полуоси орбиты, равной 6541 км (или средней высоте над поверхностью Земли, равной 163 км).

Таким образом, искусственные спутники Земли, которые выводятся на орбиты, лежащие хотя бы частично в тех слоях атмосферы, где ее сопротивление оказывает заметное влияние (о высоте этих слоев мы говорили выше, на стр 157), имеют определенный срок «жизни». Чем выше над поверхностью Земли лежит орбита, на которую выводится спутник при запуске, и чем больше поперечная нагрузка спутника, тем больше срок ее «жизни», и наоборот.

Первый советский ИСЗ, запущенный 4 октября 1957 г., просуществовал до первых чисел января 1958 г., совершив около 1350 оборотов вокруг Земли.

Исходя из скорости изменения большой полуоси, эксцентриситета орбиты, перигейной высоты, можно подсчитать, сколько времени потребуется для того, чтобы период обращения спутника достиг критического значения 87,75 мин., и таким образом заранее установить примерный срок «жизни» спутника. В ряде работ советских и зарубежных авторов получены графики, таблицы или формулы для сроков «жизни» спутника в зависимости от его поперечной нагрузки и параметров орбиты в начале движения.

Например, для спутников, для которых справедливы формулы на стр. 162, удобны следующие приближенные формулы, определяющие срок τ «жизни»

спутника в сутках с некоторого момента t_0 и число N_τ оборотов спутника за это время:

$$\tau = \frac{0,75e_0T_0}{(\Delta T_0)_1}, \quad N_\tau = \frac{0,75e_0T_0}{\Delta T_0},$$

где e_0 , T_0 — эксцентриситет орбиты и период обращения на момент t_0 , ΔT_0 , $(\Delta T_0)_1$ — изменения периода за один оборот и за одни сутки соответственно на этот момент. Конечно, эти формулы получены после очень больших упрощений, и, кроме того, в них не учитываются многие факторы, влияющие на срок «жизни» спутника, и поэтому нельзя надеяться получить с их помощью более или менее точный результат. Но они дают представление о возможной продолжительности существования того или иного спутника.

Величины ΔT_0 , $(\Delta T_0)_1$ можно или вычислить с помощью формул на стр. 162 (тогда мы получим чисто теоретический срок «жизни» спутника), или заимствовать из наблюдений фактические значения этих величин, т. е. использовать аналитические формулы и данные наблюдений совместно, что может привести к более точному результату.

Например, для первого советского ИСЗ мы получили выше, что в начале движения, т. е. на 4.X. 1957 г.

$$e_0 = 0,0517, \quad T_0 = 96,17 \text{ мин.} = 5770 \text{ сек.},$$

$$\Delta T_0 = 0,1169 \text{ сек.}, \quad (\Delta T_0)_1 = 1,75 \text{ сек.}$$

Отсюда по нашим формулам вычислим:

$$\tau = \frac{0,75 \cdot 0,0517 \cdot 5770}{1,75} = 128 \text{ суток},$$

$$N_\tau = \frac{0,75 \cdot 0,0517 \cdot 5770}{0,1169} = 1914.$$

Эти величины, конечно, отличаются от истинных значений (92 суток и 1350 оборотов), но не настолько, чтобы считать их целиком непригодными. Если же в приведенные формулы подставить наблюдаемое среднее суточное изменение $(\Delta T_0)_1 = 2,12 \text{ сек/об}$ в период 4.X—21.X (см. выше стр. 161), то получим

$$\tau = 105 \text{ суток}, \quad N_\tau = 1580,$$

что ближе к действительным значениям.

Третий советский ИСЗ просуществовал с 15.V. 1958 г. до 6.IV. 1960 г., совершив около 10 030 оборотов вокруг Земли. В начале движения на 15.V. 1958 г. мы имели (см. стр. 166) $e = 0,1116$; $T = 105,95$ мин. ≈ 6357 сек. Для уменьшения T за один оборот прием как наиболее надежное значение то, которое получено из наблюдений в интервале 15.V — 26.VII. 1958 г., т. е. $\Delta T = 0,053$ сек. Тогда

$$N_{\tau} = \frac{0,75 \cdot 0,116 \cdot 6357}{0,053} \approx 10050,$$

что почти совпадает с фактическим значением.

Влияние сжатия Земли. Возмущающее влияние сжатия Земли на движение спутника, вообще говоря, значительно больше по величине, чем влияние атмосферы. Действительно, тело с массой $m = 1$, находящееся на расстоянии r от центра Земли и над точкой поверхности с широтой φ , притягивается к Земле приближенно с силой (если ограничиться членами первого порядка относительно сжатия)

$$F = fM \left[\frac{1}{r^2} + \frac{JR^2}{r^4} (1 - 3 \sin^2 \varphi) \right],$$

где R — экваториальный радиус Земли и J — величина, связанная со сжатием Земли α формулой

$$J = \alpha - 0,0017288.$$

Эта формула выводится в теории фигуры Земли, причем учитывается, что Земля неоднородна и вращается. Для однородного неподвижного сфероида $J = \frac{3}{5} \alpha$, и тогда мы получим для силы F формулу, приведенную на стр. 60.

Ускорение, сообщаемое Землей телу с любой массой, отличается от того, какое было бы в случае однородной и сферической Земли, на величину

$$\delta W = \frac{fM}{r^4} JR^2 (1 - 3 \sin^2 \varphi).$$

Пусть $r = 6608$ км (высота над поверхностью Земли $h = 230$ км) и спутник находится в экваториальной плоскости ($\varphi = 0$). Примем для сжатия

Земли α указанное выше значение $1/298,26$. Тогда

$$J = 0,0016240, \quad \delta W = \frac{3,986 \cdot 10^{14} \cdot 6\,378\,000^2}{6\,608\,000^4} J = \\ = 0,0138 \text{ м/сек}^2.$$

Основное ускорение равно

$$W_0 = \frac{fM}{r^2} = \frac{3,986 \cdot 10^{14}}{6\,608\,000^2} = 9,13 \text{ м/сек}^2,$$

так что δW составляет $1/662$ долю W_0 .

В то же время, например, для спутника с поперечным сечением 1 м^2 и массой 100 кг торможение в земной атмосфере на высоте $h = 230 \text{ км}$ составляет, согласно вычислениям на стр. 158, $0,021 \text{ см/сек}^2$. Таким образом, возмущающее ускорение данного спутника в экваториальной плоскости, обусловленное сжатием и неоднородностью Земли, превышает торможение примерно в 73 раза.

Сами возмущения, т. е. отклонения от движения по неизменной эллиптической орбите, обусловленные сжатием Земли, также больше, чем возмущения из-за сопротивления атмосферы. Однако влияние сжатия Земли не вызывает все же столь существенных изменений орбит спутников, как торможение. Возмущения эти таковы, что в среднем орбита спутника не изменяет своих размеров и формы, но постепенно поворачивается в пространстве. Имеют место *вековое движение точки перигея* (орбита поворачивается в своей плоскости) и *вековое движение восходящего узла* (орбита поворачивается вокруг оси, совпадающей с осью Земли).

Приближенные формулы, связывающие перемещения $\Delta\omega$ перигея и $\Delta\Omega$ узла со сжатием Земли, следующие:

$$\Delta\Omega = -J \left(\frac{R}{a} \right)^2 \frac{\cos i}{(1-e^2)^2} nt, \\ \Delta\omega = \frac{1}{2} J \left(\frac{R}{a} \right)^2 \frac{5 \cos^2 i - 1}{(1-e^2)^2} nt.$$

Здесь R —экваториальный радиус Земли, n —среднее угловое движение спутника, i —наклонение, a —большая полуось, e —эксцентриситет орбиты спутника, а $J = \alpha = 0,0017288$. Если $\cos i > 0$, то узел обладает попятным движением (с востока на запад).

Если $5 \cos^2 i - 1 > 0$, т. е. $\cos i > 0,44721$, то $\Delta\omega > 0$, т. е. точка перигея имеет прямое движение (в направлении движения спутника по орбите).

Кроме вековых изменений, точки перигея и апогея испытывают весьма сложные периодические колебания, но по величине они значительно меньше вековых, во всяком случае на более или менее значительном промежутке времени.

По указанным формулам можно определить приближенно изменения $\Delta\Omega$ и $\Delta\omega$ для того или иного интервала времени. Например, для третьего советского ИСЗ на 22.V. 1958 г. мы имели элементы

$$a = 7414 \text{ км}, e = 0,1108, i = 65^\circ 10', T = 105,87 \text{ мин.}$$

С этими числами получаем для $\Delta\Omega$ и $\Delta\omega$ формулы

$$\Delta\Omega = -2^\circ,533 t, \Delta\omega = -0^\circ,356 t,$$

где t выражается в сутках. Через 50 суток (на 11.VII. 1958 г.) мы получим $\Delta\Omega = -126^\circ,6$, $\Delta\omega = -17^\circ,8$. Наблюдаемые же изменения Ω и ω за этот интервал времени составили $128^\circ,4$ и $17^\circ,4$ соответственно.

Можно поставить и обратную задачу. А именно, с помощью формул для $\Delta\Omega$ и $\Delta\omega$ (приведенных выше или других, более точных) можно по наблюдаемым изменениям Ω и ω определить величину J , а затем и α . Заметим, что при этом надо, конечно, учитывать, что элементы a , e также изменяются — главным образом из-за сопротивления атмосферы. Кроме того, движение точки перигея орбиты спутника создает в свою очередь дополнительные трудности для учета влияния торможения в земной атмосфере. Причина заключается в том, что при изменении широты места, над которым находится точка перигея орбиты, изменяется вследствие сжатия Земли и высота перигея над поверхностью Земли, а вместе с тем изменяется плотность атмосферы в окрестности перигея орбиты, от которой и зависят в основном вековые возмущения величин a и e .

Пусть, например, орбита спутника проходит над обоими полюсами Земли. Тогда даже в том случае, если бы спутник двигался по орбите, полностью сохраняющей размер и форму, то перигейная высота над поверхностью Земли изменялась бы на 21 км

при перемещении перигея на 90° от точки, лежащей над экватором, до точки, лежащей над полюсом.

Поэтому для определения сжатия наиболее удобны те спутники, для которых элементы орбиты a , e изменяются как можно меньше, т. е. такие, которые движутся сравнительно далеко от поверхности Земли, где влияние сопротивления атмосферы сказывается мало.

Именно наблюдения ИСЗ позволили определить достаточно точно сжатие Земли, гораздо точнее, чем это делалось ранее на основании геодезических и гравиметрических исследований формы Земли.

Давление солнечного света оказывает существенное влияние на большие и легкие спутники — баллоны, движущиеся на высотах 500—600 км и выше. Величина этого давления на спутник с поперечным сечением S , находящийся на расстоянии Δ астрономических единиц от Солнца, равна

$$F \approx 5 \cdot 10^{-5} \left(\frac{1}{\Delta} \right)^2 S \text{ дин/см}^2.$$

Возмущающее ускорение равно $\delta W = F/m$, где m — масса спутника.

Например, для спутника «Эхо-1» (диаметр 30 м, масса 68 кг) имеем $\Delta \approx 1$ и

$$F \approx 5 \cdot (1500)^2 \pi \cdot 10^{-5} \approx 353 \text{ дин},$$

$$\delta W \approx 0,005 \text{ см/сек}^2.$$

Это — очень малая величина по сравнению с возмущающим ускорением от сжатия Земли и значительно меньшая, чем возмущающее ускорение от сопротивления атмосферы для низких спутников. Но все же давление солнечного света приводит к заметным периодическим возмущениям, в частности к колебаниям перигейной и апогейной высот.

Мы перечислили основные возмущения ИСЗ. При точном изучении их движений приходится учитывать также огромное количество более мелких возмущений, вызываемых сложным характером притяжения Земли (сложностью ее гравитационного поля), перемещениями экваториальной плоскости Земли из-за нутации и прецессии, электромагнитными силами (поскольку Земля обладает магнитным полем) и др.

§ 21. ДВИЖЕНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ В МЕЖПЛАНЕТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Обратимся к движению космических аппаратов, направляемых к другим планетам или к Луне. Их называют обычно автоматическими межпланетными станциями (АМС). До настоящего времени у нас в стране и в США запущено около 100 АМС.

Чем больше скорость v_0 космического аппарата в момент его выхода на орбиту относительно Земли (геоцентрическую орбиту), тем более эта орбита вытягивается, ее эксцентриситет, большая полуось, а вместе с тем и апогейное расстояние увеличиваются. Наконец, когда скорость v_0 равна параболической или превышает ее, то искусственное небесное тело навсегда удалится от Земли, двигаясь по параболе или гиперболе.

Параболическая скорость на расстоянии r от центра Земли вычисляется по формуле

$$v_{\text{пар}} = \sqrt{\frac{2fM}{r}},$$

т. е. превышает в $\sqrt{2}$ раз круговую скорость на данной высоте. Удобно переписать эту формулу в виде

$$v_{\text{пар}} = 11,180 \sqrt{\frac{R}{r}} \text{ км/сек},$$

где 11,180 км/сек — параболическая скорость на расстоянии экваториального радиуса $R = 6378$ км от центра Земли. На высоте 100 км от поверхности Земли ($r = 6478$ км) имеем $v_{\text{пар}} = 11,093$ км/сек, на высоте 200 км — $v_{\text{пар}} = 11,099$ км/сек и т. д. Параболическую скорость часто называют *второй космической скоростью*.

При анализе геоцентрического движения АМС (относительно Земли) важное значение имеет интеграл энергии (см. стр 69), согласно которому геоцентрическая скорость v в тот момент, когда АМС находится на расстоянии r от центра Земли, связана с r формулой

$$v^2 = \frac{2fM}{r} + h,$$

где h — так называемая постоянная энергия. Если нам известны v и r в какой-то момент времени, например,

в момент выхода на геоцентрическую орбиту или в момент, когда с Земли проведены (радиолокационным методом) измерения расстояния до АМС и ее скорости, то мы можем вычислить значение h для данной орбиты. После этого получим формулу с конкретным значением h и можем вычислять v для любого расстояния r и, наоборот, вычислять r , если известна на тот или иной момент скорость v . С увеличением r , т. е. с удалением АМС от Земли, скорость v уменьшается.

Если начальная геоцентрическая скорость АМС (в момент выхода на орбиту) меньше параболической, т. е. эллиптическая, то $h < 0$, если эта скорость параболическая, то $h = 0$, и если она превышает параболическую, т. е. гиперболическая, то $h > 0$.

Следует заметить, что утверждение о том, что АМС удалится навсегда от Земли, двигаясь по параболе или гиперболе, носит условный характер. Дело в том, что АМС будет двигаться по отрезку параболы или гиперболы (без учета возмущений) до тех пор, пока она остается вблизи Земли. Но когда АМС удалится от Земли на значительное расстояние, то сила притяжения Земли станет малой и на дальнейшее движение АМС будет влиять прежде всего притяжение Солнца. АМС выйдет из поля притяжения (или *сферы действия*) Земли не в том смысле, что Земля перестанет совсем притягивать, а в том смысле, что ее притяжение перестанет оказывать на движение АМС преобладающее влияние. Движение АМС будет определяться после этого главным образом притяжением Солнца. Радиус сферы действия Земли принимают равным примерно 930 тыс. км; на границе этой сферы влияния Солнца и Земли на АМС равны.

Момент достижения границы сферы действия Земли считается моментом выхода АМС на гелиоцентрическую орбиту, т. е. на орбиту относительно Солнца. Если АМС неуправляема, то эта орбита целиком определяется положением АМС и ее гелиоцентрической скоростью в этот момент.

На рис. 48 положение Земли отмечено точкой O , положение АМС, достигнувшей в некоторый момент t_1 границы сферы действия Земли, — точкой P , а v_1 — скорость АМС относительно Земли (геоцентрическая). Если гелиоцентрическая скорость самой Земли в ее

движении по орбите равна V_0 , то гелиоцентрическая скорость АМС, обозначаемая через V , равна геометрической сумме v_1 и V_0 , т. е. определяется по правилу параллелограмма (рис. 49).



Рис. 48. Положение АМС (точка P) в момент выхода на гелиоцентрическую орбиту.

В первом приближении рассматривается невозмущенная гелиоцентрическая орбита АМС. Эта орбита определяется полностью расстоянием АМС от Солнца в момент t_1 и ее гелиоцентрической скоростью V .

Параболическая гелиоцентрическая скорость на расстоянии r_s от Солнца равна

$$V_{\text{пар}} = \sqrt{\frac{2fM_s}{r_s}},$$

где M_s — масса Солнца. Если принять, что масса Солнца равна 1, единица расстояния — астрономическая единица (а. е.), а единица времени — средние солнечные сутки (точнее, эфемеридные сутки), то $f = 0,000\,295\,912\,208$ и

$$V_{\text{пар}} = \frac{2f}{r_s} = \frac{0,024327442}{\sqrt{r_s}} \text{ а.е./сутки} \approx \frac{42,12}{\sqrt{r_s}} \text{ км/сек.}$$

(Заметим, что если бы мы не знали длины астрономической единицы в км, то не смогли бы определить данную скорость в км/сек.)

Радиус сферы действия Земли (930 тыс. км) мал по сравнению с 1 а. е. Поэтому для АМС на границе сферы действия Земли $r_s \approx 1$ и

$$V_{\text{пар}} = 42,12 \text{ км/сек.}$$

Таким образом, если АМС, удалившись от Земли на 930 тыс. км, имеет гелиоцентрическую скорость $V < 42,12 \text{ км/сек}$, то она в дальнейшем будет двигаться вокруг Солнца по эллиптической орбите, напоминая одну из малых планет Солнечной системы, во всяком случае, до тех пор, пока не приблизится к какой-либо планете.

До сих пор все запускаящиеся к планетам АМС обладали именно такими скоростями при выходе на гелиоцентрическую орбиту. Но можно поставить теоретический вопрос, с какой геоцентрической скоростью v_0 надо вывести АМС на орбиту относительно Земли, чтобы АМС, достигнув расстояния 930 тыс. км, обладала гелиоцентрической скоростью, равной $42,12 \text{ км/сек}$ или большей? Тогда АМС выйдет на параболическую или гиперболическую орбиту относительно Солнца и выйдет в межзвездное пространство, покинув пределы Солнечной системы.

Для определения скорости v_0 подсчитаем сначала гелиоцентрическую скорость V_0 движения Земли вокруг Солнца. Приблизительно можно считать, что Земля движется по кругу радиусом 1 а. е. Следовательно, по формуле для круговой скорости имеем

$$V_0 = \left(\sqrt{\frac{f M_S}{r_S}} \right)_{r_S=1, M_S=1} = 0,01720209895 \text{ а.е./сутки} \approx 29,786 \text{ км/сек.}$$

При одной и той же геоцентрической скорости v_1 мы получим наибольшую гелиоцентрическую скорость V тогда, когда АМС движется в момент выхода на гелиоцентрическую орбиту точно в том же направлении, что и Земля, т. е. когда $V = V_0 + v_1$. Если $V = 42,12 \text{ км/сек}$, то $v_1 = V - V_0 = 12,33 \text{ км/сек}$. Такова должна быть геоцентрическая скорость АМС на расстоянии 930 тыс. км от Земли.

Подсчитаем теперь с помощью интеграла энергии геоцентрическую скорость АМС при ее выходе на орбиту относительно Земли, например, на высоте

200 км над поверхностью ($r_0 = 6578$ км). Мы имеем соотношение

$$v^2 = \frac{2fM}{r} + h$$

и $v = v_1 = 12,33$ км/сек при $r = 930\,000$ км. Если выражать расстояния в км, то $fM = 3,986005 \cdot 10^5$ и $h = 151,17$.

Положив теперь $r = r_0 = 6578$ км, получим

$$v = v_0 = \sqrt{\frac{2fM}{6578} + 151,17} = 16,50 \text{ км/сек.}$$

Это и есть приближенное значение (ведь мы считали, что Земля движется по кругу) наименьшей геоцентрической скорости на высоте 200 км над поверхностью Земли, при которой АМС может выйти, достигнув границы сферы действия Земли, на гелиоцентрическую параболическую орбиту. Эта скорость называется иногда *третьей космической скоростью* на данной высоте над Землей.

Конечно, при точных расчетах траекторий АМС учитывается притяжение других планет, Луны и рассматривается возмущенное движение АМС. Полученные выше значения скоростей служат лишь для грубой ориентировки.

Траектории движения к планетам. При запуске АМС к другим планетам исходят из следующих соображений.

Во-первых, геоцентрическая скорость АМС при выходе на орбиту относительно Земли должна превышать вторую космическую скорость. Во-вторых, гелиоцентрическая орбита АМС должна быть такова, чтобы она пересекалась с орбитой данной планеты. В-третьих, момент запуска надо выбрать так, чтобы орбита была наиболее выгодной (как говорят, *оптимальной*) с точки зрения сроков полета, затрат топлива и ряда других требований.

Приближенные расчеты траекторий АМС производят, считая, что внутри сферы действия Земли АМС движется по кеплеровой геоцентрической орбите под действием притяжения одной только Земли, а после выхода из этой сферы — по кеплеровой гелиоцентрической орбите под действием притяжения только Солнца.

Важным классом межпланетных траекторий являются *энергетические оптимальные* траектории (или орбиты), т. е. такие, которые соответствуют наименьшей геоцентрической скорости АМС в момент достижения границы сферы действия Земли. На рис. 50 указана такая траектория перелета на Марс, построенная в предположении, что орбиты Земли и Марса круговые с радиусами, равными большим полуосям их орбит $a_3 = 149,6$ млн. км и $a_M = 227,9$ млн. км соответственно, и что эти орбиты лежат в одной плоскости. Эта траектория касается орбит Земли и Марса и носит название *гомановской* (по имени немецкого астронома Гомана, занимавшегося межпланетными полетами).

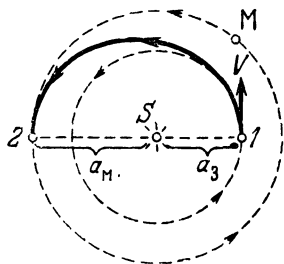


Рис. 50. Гомановская траектория перелета на Марс.

Траектория, показанная на рис. 50 жирной линией, составляет половину всей орбиты АМС вокруг Солнца. В момент t_0 Земля находится в точке 1. Положение АМС, находящейся на границе сферы действия Земли, неотличимо на этом рисунке от положения Земли. Гелиоцентрическая скорость АМС обозначена через V , и она направлена так же, как и гелиоцентрическая скорость Земли V_0 , — по касательной к орбите Земли. Скорость V соответствует гелиоцентрической орбите с афелием в точке 2 орбиты Марса и перигелием в точке 1 орбиты Земли, так что $r_A = a_M = 227,9$ млн. км и $r_P = a_3 = 149,6$ млн. км. Большая полуось такой орбиты равна $a = (a_3 + a_M)/2 = 188,75$ млн. км. Так как при нашем предположении, что Земля движется по кругу, скорость V_0 есть круговая скорость на расстоянии a_3 от Солнца, то по формулам, связывающим V , V_0 , a , а также эксцентриситет орбиты e (стр. 146), получим

$$a = \frac{a_3}{2 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^2}, \quad e = \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 - 1.$$

Афелийное расстояние r_A для данной орбиты выражается по формуле $r_A = a(1 + e)$, и так как $r_A = a_M$, то

можно прийти к следующей формуле, связывающей V , V_0 , a_3 , a_M :

$$\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = \frac{2}{1 + \frac{a_3}{a_M}}.$$

Полагая $V_0 = 29,786$ км/сек, получим $V = 32,7296$ км/сек. Следовательно, геоцентрическая скорость АМС равна $v_1 = V - V_0 = 2,9436$ км/сек.

Период обращения по такой орбите равен в соответствии с третьим законом Кеплера

$$T = T_0 \left(\frac{a}{a_3}\right)^{3/2},$$

где T_0 — период обращения Земли ($\approx 365,256$ суток). При указанных выше a и a_3 получим $T \approx 518$ суток, так что половина этого периода, 259 суток, составит время полета с Земли до Марса по указанной траектории (не считая сравнительно короткого времени полета до границы сферы действия Земли).

Момент запуска должен быть подобран так, чтобы АМС и Марс, двигаясь по своим орбитам, достигли одновременно точки 2 (рис. 50). Это тот момент, когда Марс находится в точке М. Дугу своей орбиты от М до 2 Марс проходит примерно за 259 суток.

Вычислим теперь геоцентрическую скорость АМС при ее выходе на орбиту относительно Земли. Мы опять используем интеграл энергии. При $v_1 = 2,94$ км/сек и геоцентрическом расстоянии $r_1 = 930\,000$ км имеем

$$h = v_1^2 - \frac{2fM}{r_1} = 7,80758.$$

На высоте, например, 200 км над поверхностью Земли ($r_0 = 6578$ км) получим тогда следующую скорость:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2fM}{r}} + h \approx 11,3578 \text{ км/сек.}$$

Эта скорость превышает параболическую скорость на этой высоте (11,009 км/сек) примерно на 350 м/сек.

Можно выбрать более выгодный момент запуска с учетом эллиптичности орбиты Марса и именно так, чтобы ее перигелий соответствовал точке 2

(см. рис. 50), т. е. момент, когда Земля и перигелий орбиты Марса находятся на одной прямой по разные стороны от Солнца. Для орбиты Марса эксцентриситет $e=0,0934$, так что перигелийное расстояние равно примерно 206,6 млн. км. Следовательно, гомановская орбита АМС должна иметь перигелийное расстояние $r_{\text{п}} = 149,6$ млн. км, афелийное расстояние $r_{\text{а}} = 206,6$ млн. км и большую полуось $a = 178,1$ млн. км. Расчеты, отличающиеся от предыдущих лишь заметной $a_{\text{м}}$ на 206,6 млн. км, приводят к скорости АМС при выходе на геоцентрическую орбиту 11,21 км/сек (превышающей параболическую скорость примерно на 200 м/сек) и к времени перелета в 237 суток, так что выигрыш вполне ощутимый.

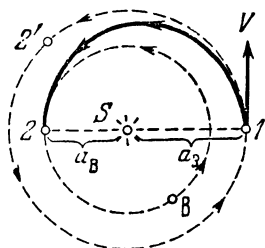


Рис. 51. Гомановская траектория перелета на Венеру.

Аналогичным образом можно рассмотреть гомановскую траекторию полета к Венере. Опять предположим, что орбиты Земли и Венеры круговые и лежат в одной плоскости (рис. 51), их радиусы $a_3 = 149,6$ млн. км, $a_B = 108,2$ млн. км. Положение Земли в момент t_0 отмечено на этом рисунке точкой 1, а положение Венеры — точкой В. Считаем, что АМС в этот момент достигла границы сферы действия Земли. Ее положение на рисунке неотличимо от положения Земли. Жирной линией нанесена половина всей орбиты АМС вокруг Солнца. Эта орбита касается орбит Земли и Венеры и, следовательно, имеет афелийное расстояние $r_{\text{а}} = a_3$, перигелийное расстояние $r_{\text{п}} = a_B$ и большую полуось $a = (a_3 + a_B)/2 = 128,9$ млн. км.

Гелиоцентрическая скорость АМС обозначена через V ; она направлена так же, как и скорость движения Земли V_0 (равная 29,786 км/сек). Так как точка 1 есть афелий гомановской орбиты, то V меньше круговой скорости в этой точке, т. е. меньше V_0 . Следовательно, геоцентрическая скорость v_1 космического аппарата направлена строго противоположно V_0 и $v_1 = V_0 - V$. Формулы, связывающие V , V_0 , a_3 , a_B , остаются без изменений по сравнению с выписанным

выше в случае Марса (только a_m заменяется на a_b), но

$$e = 1 - \left(\frac{V}{V_0} \right).$$

Выполним расчеты значений V , v_1 и скорости v_0 (скорости при выходе АМС на геоцентрическую орбиту на высоте 200 км), считая, что указанные выше значения a_3 , a_b , V_0 являются точными (а не округленными с определенной точностью). Мы получим

$$V = 27,289737 \text{ км/сек}, v_0 = 11,250155 \text{ км/сек.}$$

$$v_1 = 2,496263 \text{ км/сек}, T = 292,132 \text{ сут.},$$

причем мы вычислили также период T обращения по данной орбите. Половина этого периода, т. е. 146,066 суток, равна времени перелета АМС к Венере. Через этот промежуток времени после момента t_0 выхода на гелиоцентрическую орбиту АМС и Венера достигнут одновременно расчетной точки 2. Земля в этот момент будет находиться в точке 2' своей орбиты. Можно также рассчитать, какое положение должна занимать Венера в момент t_0 , исходя из того, что период обращения Венеры равен 224,701 сут. и угловая скорость движения по орбите составляет $1^\circ,602$ в сутки.

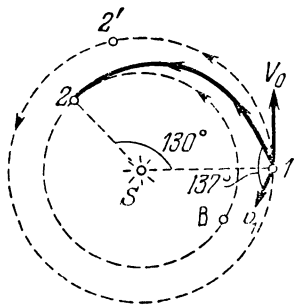


Рис. 52. Траектория перелета на Венеру, близкая к фактической траектории АМС «Венера-2».

Недостаток гомановской траектории в данном случае заключается в том, что а) продолжительность перелета сравнительно большая и б) Земля в момент возможной встречи АМС с Венерой находится довольно далеко от них, примерно в 90 млн. км (расстояние между точками 2 и 2' на рис. 51), что неудобно с точки зрения радиосвязи между АМС и наземными станциями наблюдения. На рис. 52 изображена траекто-

рия полета к Венере, в каком-то смысле оптимальная с точки зрения начальной скорости, времени перелета и расстояния от Земли до Венеры в момент встречи ее с АМС. Геоцентрическая скорость АМС v_0 в мо-

мент выхода ее на орбиту равна в этом случае $\sim 3,44$ км/сек, являясь сравнительно небольшой (лишь на 0,90 км/сек превышает скорость v_0 для гомановской траектории). Продолжительность перелета равна около 105 сут., и в момент встречи АМС и Венеры расстояние их до Земли около 70 млн. км. Примерное направление скорости v_1 указано на рисунке.

Фактическое движение советских АМС «Венера-2», «Венера-3», запущенных в ноябре 1965 г., а также ряда других советских и американских АМС, запускавшихся к Венере, происходило по траекториям, близким к описанной.

Приведенные траектории и расчеты являются, конечно, весьма приближенными и дающими лишь общее представление о траекториях межпланетных перелетов. При расчете фактических траекторий рассматривают истинные орбиты планет с учетом их эллиптичности и отклонений от невозмущенного эллиптического движения, а также наклонения плоскостей орбит друг к другу; при анализе начальных скоростей и орбит АМС учитывают одновременное влияние притяжения Солнца, Земли, Луны, других планет и т. д. на протяжении всей траектории движения*).

Важен и интересен вопрос о точности скорости, которая должна выдерживаться при запуске АМС на межпланетную траекторию. Рассмотрим, например, случай полета к Венере при гомановской траектории в принятой выше схеме орбит Венеры и Земли. Примем $v_0 = 11,250155$ км/сек в качестве точного расчетного значения скорости АМС при выходе на геоцентрическую орбиту на расстоянии 6578 км от центра Земли. Предположим, что направление этой скорости точно соответствует гомановской траектории. Будем считать выписанные выше значения a_z , a_v , V_0 точными и вычислим по нашим формулам значения афелийного расстояния r_{Π} и половины периода T для расчетной орбиты с точностью до 0,0001 млн. км и 0,0001 суток соответственно (период обращения Земли принимаем равным 365,256 сут.). Мы получим

$$r_{\Pi} = 108,2000 \text{ млн. км}, \quad \frac{T}{2} = 146,0660 \text{ сут.}$$

*) См. книгу Е. А. Гребеникова и В. Г. Демина «Межпланетные полеты», «Наука», 1965.

Вычислим теперь r_{Π} и $T/2$ при 1) $v_0 = 11,2501$ км/сек и 2) $v_0 = 11,249$ км/сек. Мы получим

$$1) \quad r_{\Pi} = 108,2033 \text{ млн. км}, \quad \frac{T}{2} = 146,0689 \text{ сут.},$$

$$2) \quad r_{\Pi} = 108,2712 \text{ млн. км}, \quad \frac{T}{2} = 146,1266 \text{ сут.}$$

Эти цифры говорят о том, что если скорость АМС в момент выхода на геоцентрическую орбиту отклонится от расчетной только на $0,000055$ км/сек $= 5,5$ см/сек, то АМС достигнет своего апогея с «опозданием» на $0,0029$ сут. и при этом пройдет в $0,0033$ млн. км $= 3300$ км от расчетной точки встречи с Венерой. За $0,9929$ сут. Венера, движущаяся со скоростью $35,022$ км/сек, уйдет от расчетной точки встречи с АМС примерно на 8700 км. Общее отклонение АМС от Венеры ~ 9000 км. Это есть величина «промаха» при ошибке начальной скорости АМС по сравнению с расчетной только в $5,5$ см/сек.

Если же ошибка начальной скорости v_0 равна $1,155$ м/сек (вариант 2), то «опоздание» АМС составит $0,0606$ сут., отклонение от расчетной точки встречи с Венерой $0,0712$ млн. км и «промах» около $190\,000$ км.

Столь же неприятны даже очень малые отклонения начальной скорости АМС от расчетной по направлению.

Такие же величины «промаха» и даже бóльшие мы получаем при указанных ошибках начальной скорости в случае полетов по гомановской траектории к Марсу. Конечно, наши расчеты приближенные. При детальном анализе следует рассматривать истинные траектории АМС с учетом всевозможных факторов, о которых мы выше упоминали. Однако эти факторы едва ли приведут к уменьшению «промаха» при той или иной ошибке начальной скорости.

Подобные ошибки скорости порядка 1 м/сек (т. е. около $0,01\%$ величины самой скорости), а также небольшие ошибки направления скорости практически неизбежны при запуске. Имеет место также какое-то отклонение момента запуска от расчетного. Поэтому важное значение приобретает коррекция орбит перелета АМС, производимая после их запуска. С этой целью на АМС устанавливают небольшие реактивные

двигатели. Они могут быть включены по команде с Земли на короткое время (порядка нескольких десятков секунд). АМС приобретает при этом дополнительный импульс, т. е. дополнительную скорость, что приводит к изменению ее орбиты. Для выполнения коррекции требуется сначала определить с помощью наблюдений фактическую орбиту АМС и ее отклонение от расчетной. Затем надо теоретически вычислить, в какой момент и на сколько надо изменить скорость АМС по величине и направлению, чтобы перевести АМС на нужную орбиту.

Для увеличения точности скорости при выводе АМС на геоцентрическую параболическую или гиперболическую орбиту, т. е. для уменьшения величины последующей коррекции, нередко выводят АМС сначала на промежуточную стартовую орбиту. А именно, сначала последняя ступень ракеты-носителя выводится вместе с запускаемой АМС на орбиту (невысокую) спутника Земли. Затем в определенный момент двигатель ракеты включается по команде с Земли, и ракета, достигнув скорости, какая предусмотрена расчетом, выводит АМС на такую геоцентрическую орбиту, что АМС покидает сферу действия Земли. В этом случае говорят, что АМС стартует с борта тяжелого спутника или с околоземной орбиты. При таком старте можно достичь значительно большей точности начальной скорости и выбрать более удобный момент запуска.

Мы говорили до сих пор о межпланетных траекториях как о траекториях перелета на планеты. Однако при запуске АМС не обязательно ставится непосредственно задача о перелете на ту или иную планету. Чаще всего АМС запускают так, чтобы они пролетали вблизи планеты; с помощью установленной на АМС аппаратуры проводятся во время наибольшего сближения с планетой ее фотографирование, измерения магнитного поля планеты и другие исследования. Говорят, что в этом случае АМС движется на *пролетной траектории* (орбите). Такими были орбиты АМС «Венера-1», «Венера-2», «Марс-1», «Маринер-2», «Маринер-4» и другие АМС.

Советская АМС «Марс-1», запущенная 1.XI. 1962 г. и не имеющая на борту корректирующего двигателя, прошла через 225 суток на расстоянии около

197 тыс. км от Марса, что говорит о весьма высокой точности запуска. Американская АМС «Маринер-4», запущенная 28.XI. 1964 г. корректировалась и прошла 15.VII. 1965 г. (через 241 сутки) на расстоянии 9850 км от поверхности Марса.

Движение советской АМС «Венера-3», запущенной 16.XI. 1965 г., было скорректировано таким образом, что АМС непосредственно достигла поверхности Венеры. Это был, действительно, перелет на планету по траектории попадания.

Пролетные траектории АМС, особенно близкие, весьма интересны с точки зрения небесной механики тем, что они позволяют уточнить массу планеты. Если АМС пролетает мимо планеты достаточно близко, то притяжение со стороны планеты приводит к изменению орбиты АМС, что регистрируется при наблюдениях. По величине этих изменений, зависящих от массы планеты, можно уточнить эту массу (по сравнению с имеющимся значением). Например, «Маринер-4» позволили получить новое значение массы Марса

$\left(\frac{m_{\odot}}{m_M} = 3098714 \pm 5 \text{ вместо } \frac{1}{m} = 3093500 \right)$, которое лишь немного было уточнено позднее.

Может быть поставлена задача о создании искусственного спутника планеты. Тогда АМС сначала запускается на пролетную траекторию, и с помощью корректировки достигается достаточная ее близость к планете. Например, траектория АМС «Марс-2», запущенного в мае 1971 г., проходила на расстоянии всего 1380 км от поверхности Марса. Затем, когда АМС пролетает мимо планеты, обгоняя ее, включается реактивный двигатель, тормозящий движение. Скорость АМС уменьшается, и она переходит на орбиту спутника планеты. Таким способом была переведена 27.XI. 1971 г. на орбиту спутника Марса АМС «Марс-2» с наименьшим расстоянием от поверхности Марса 1380 км. Двумя неделями раньше (13.XI. 1971 г.) была выведена на орбиту спутника Марса АМС «Маринер-9». (Более подробно о принципе перевода АМС на спутниковую орбиту см. в следующем разделе.)

К настоящему времени реализованы запуски АМС и к более далеким планетам и к Меркурию. Американская АМС «Пионер-10», запущенная 3.III. 1972 г.,

прошла 3.XII. 1973 г. мимо Юпитера на расстоянии 130 тыс. км от его поверхности, т. е. сравнительно очень близко. Расчеты показали, что Юпитер оказал на АМС очень большое влияние. Скорость АМС при этом увеличилась настолько, что АМС движется сейчас к орбитам Сатурна и Урана.

«Маринер-10», запущенный в 1973 г. на гелиоцентрическую орбиту с перигелием около 46 млн. км, трижды приближался за последующие два года к Меркурию, причем 16.III. 1975 г. он пролетел на расстоянии лишь 320 км от его поверхности.

Имеется очень интересный проект запусков АМС в 1978—1980 гг. на траектории, по которым они последовательно совершат пролеты вблизи Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна.

Траектории полета к Луне. Эти траектории занимают особое место среди других траекторий искусственных небесных тел, так как Луна движется далеко внутри сферы действия Земли, на среднем расстоянии 384 400 км. Только несколько первых АМС были направлены к Луне по гиперболическим геоцентрическим орбитам. АМС «Луна-1», запущенная 2.I. 1959 г., прошла через 34 часа после старта мимо Луны на расстоянии 5—6 тыс. км от ее поверхности. Двигаясь далее, она стала первым искусственным небесным телом, вышедшим на гелиоцентрическую орбиту. «Луна-2», запущенная 12.IX. 1959 г., двигалась по гиперболической траектории попадания и через 39 часов после старта достигла поверхности Луны.

Однако для полета к Луне достаточно вывести АМС на сильно вытянутую эллиптическую орбиту спутника Земли. АМС, двигаясь по такой орбите, может обогнуть Луну (случай *облетной траектории*) или только приблизиться к Луне и повернуть, так сказать, назад (случай *долетной траектории*). Так, что, по существу, космические аппараты, направляемые по таким траекториям к Луне, не являются автоматическими межпланетными станциями в собственном смысле этого названия, их орбиты по своему общему характеру ближе к орбитам спутников Земли. Но на эти орбиты оказывает решающее влияние Луна, т. е. притяжение космических аппаратов Луной. Отсюда вытекают многие их особенности, так что в случае полетов к Луне мы имеем дело со спе-

циальным классом орбит, так сказать, промежуточных между межпланетными и спутниковыми орбитами.

Варианты облетных и долетных траекторий весьма разнообразны и представляют огромный интерес с точки зрения небесной механики. Очень важны облетные орбиты с возвращением АМС на Землю, с переходом на орбиты спутников Луны и с посадкой на Луну, траектории возвращения АМС или космических кораблей с экипажем на Землю, стартующих с Луны или с окололунной орбиты и др. Одним словом, полеты к Луне, на Луну, вокруг нее, с Луны на Землю это — огромная часть астродинамики *).

Мы рассмотрим один пример облетной траектории, аналогичной той, по которой происходил полет советских АМС «Зонд-5» и «Зонд-6». Первая из этих АМС была запущена 15.IX. 1968 г. Она стартовала с тяжелого спутника Земли, выведенного предварительно на почти круговую орбиту с высотой около 200 км над поверхностью Земли. Расчетная орбита была выбрана почти перпендикулярной к плоскости движения Луны, и стартовая скорость соответствовала апогейному расстоянию за пределами лунной орбиты. Был выбран также подходящий момент старта, чтобы Луна и АМС, двигаясь по своим орбитам, сблизилась тогда, когда АМС достигает своего апогея.

Проведем некоторые модельные расчеты, полагая, что АМС стартует точно с расстояния $r_0 = 6578$ км от центра Земли, а Луна движется по круговой орбите радиусом 384 400 км.

Зададим расчетное апогейное расстояние, например, $r_A = 391\,900$ км (т. е. потребуем, чтобы апогей расчетной орбиты АМС был расположен за орбитой Луны в 7500 км). Из формул, приведенных в § 19, следует, что, если v_k — круговая скорость на расстоянии r_0 , то для заданного r_A геоцентрическая скорость v_0 космического аппарата при старте равна

$$v_0 = v_k \sqrt{\frac{2r_A}{r_0 + r_A}}.$$

При принятых r_0 , r_A получим $v_0 = 10,917474$ км/сек.

*) Более подробно о полетах к Луне см. в книге В. И. Левантовского «Механика космического полета в элементарном изложении», изд. 2-е, «Наука», 1974.

Большая полуось и эксцентриситет при этом равны $a = 199\,239$ км, $e = 0,9669843$, а период движения по такой орбите равен 9,78 сут., так что время достижения апогея составляет 4,39 сут. Скорость движения АМС уменьшается по мере удаления от Земли и в апогее составляет примерно лишь 170 м/сек. (Мы получим это значение с помощью интеграла энергии.) Чтобы обеспечить сближение станции и Луны, надо произвести старт тогда, когда угловое расстояние между направлениями на Луну и апогей орбиты АМС равно примерно 66° .

Пусть ошибка стартовой скорости станции составляет до $\pm 0,5$ м/сек ($\sim 0,005\%$ от v_0) по величине и до $\pm 10'$ по направлению. Тогда апогей фактической орбиты может сместиться более чем на 2000 км по сравнению с расчетным положением. Подобные требования к точности стартовой скорости практически едва ли выполнимы. Поэтому для облета Луны на заданном расстоянии целесообразно предусмотреть коррекцию орбиты, проведенную, например, в случае станции «Зонд-5», тогда, когда она находилась на расстоянии 325 тыс. км от Земли. На таком расстоянии скорость АМС в нашем примере составляет 671 м/сек. Пусть при наблюдениях АМС выяснилось, что апогейное расстояние для фактической орбиты увеличилось на 2000 км по сравнению с расчетным. Тогда можно рассчитать, что корректирующая установка должна сообщить станции дополнительную скорость W , направленную под углом около 100° к скорости станции и равную по величине 54 м/сек. Дальнейшее движение станции при этом будет происходить, если не учитывать притяжение Луны, по измененной эллиптической орбите, для которой апогейное расстояние уменьшится на 2000 км и апогей возвратится, так сказать, в расчетную точку. Корректирующая скорость сама может обладать ошибкой. Если эта ошибка не превышает по величине $\pm 0,5$ м/сек и по направлению $\pm 1^\circ$, то возможные отклонения апогея остаются в пределах ± 300 км. Это — уже сравнительно небольшая величина.

При расчете фактической облетной траектории надо обязательно учитывать притяжение Луны. Когда АМС приблизится к Луне менее чем на 66 тыс. км, то говорят, что АМС войдет в сферу действия Луны.

Внутри этой сферы движение станции определяется в основном Луной, так что рассматривается не геоцентрическое (относительно Земли) движение АМС, а *селеноцентрическое* (Селена — Луна). Селеноцентрическая скорость станции равна геометрической сумме ее геоцентрической скорости и скорости движения

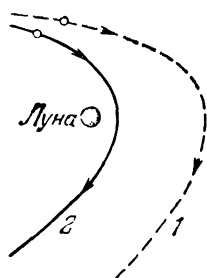


Рис. 53. 1 — геоцентрическая эллиптическая траектория АМС без учета притяжения Луны; 2 — фактическая траектория АМС вблизи Луны.

самой Луны по орбите (около $1,02 \text{ км/сек}$). При достижении границы сферы действия Луны станция имеет геоцентрическую скорость около $200 \text{ м/сек} = 0,2 \text{ км/сек}$ (вычисляем по интегралу энергии). Отсюда прежде всего вытекает, что станция никак не может «догонять» Луну. Она может только двигаться в каком-то направлении навстречу Луне, и селеноцентрическая скорость АМС, во всяком случае, больше, чем $1,02 \text{ км/сек}$. Но расчеты показывают (см. ниже), что на расстоянии 66 тыс. км от Луны параболическая скорость относительно Луны составляет около $0,38 \text{ км/сек}$. Следовательно, АМС, выйдя на границу сферы действия Луны, имеет гиперболическую селеноцентрическую скорость. Поэтому далее АМС будет двигаться по отрезку гиперболической орбиты относительно Луны. Луна как бы «завернет» станцию к себе (рис. 53) и увеличит ее скорость по сравнению со скоростью вдоль невозмущенной геоцентрической орбиты. В рассматриваемом примере притяжение Луны, как показывают расчеты, приведет к уменьшению минимального расстояния между АМС и Луной примерно до 3500 км (вместо расчетного 7500 км), а скорость станции весьма значительно увеличится и составит при сближении с Луной около 1 км/сек (вместо 170 м/сек). После облета Луны и выхода из ее сферы действия АМС будет двигаться опять по эллиптической орбите относительно Земли, но со значительно измененными элементами (в частности, большая полуось уменьшится почти в $1,5$ раза).

Мы не будем останавливаться на других особенностях траектории АМС «Зонд-5», связанных с тем, что

АМС возвратилась на Землю. Потребовалась еще одна коррекция орбиты на обратном пути от Луны до Земли, после чего АМС вышла на орбиту, удаленную на подходящее расстояние от поверхности Земли. Это позволило осуществить так называемый баллистический спуск АМС в атмосфере Земли (рис. 54).

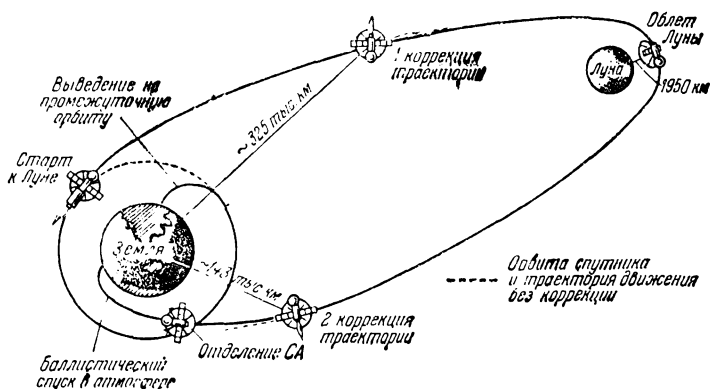


Рис. 54. Схема полета АМС «Зонд-5».

Если реактивные двигатели, установленные на АМС, затормозят станцию в нужный момент на соответствующую величину, то окажется возможным перевести АМС с облетной траектории на орбиту спутника Луны. Мы рассмотрим схему такого перевода на примере движения АМС «Луна-10», запущенной 31.III. 1966 г.

После вхождения в сферу действия Луны АМС «Луна-10» достигла 3.III. 1966 г. минимального расстояния около 2740 км от центра Луны (~ 1000 км от поверхности) (рис. 55). Она обладала при этом селеноцентрической скоростью около 2,1 км/сек. Круговая скорость относительно Луны на расстоянии r от ее центра определяется формулой

$$v_k = \sqrt{\frac{\bar{f}M_L}{r}} = \sqrt{\frac{\bar{f}M_L}{R_L}} \cdot \sqrt{\frac{R_L}{r}} \approx \\ \approx 1,68 \sqrt{\frac{R_L}{r}} \text{ км/сек,}$$

где R_L — средний радиус Луны, равный 1738 км, а fM_L — лунная гравитационная постоянная (произведение постоянной тяготения на массу Луны); ее значение соответствует значению геоцентрической гравитационной постоянной fM , уменьшенной в то число

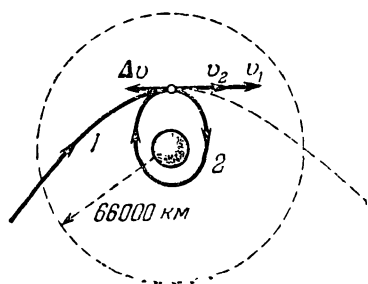


Рис. 55 Переход АМС на орбиту спутника Луны. 1 — гиперболическая селеноцентрическая орбита АМС; v_1 — скорость АМС до торможения, Δv — тормозящий импульс, v_2 — скорость АМС после торможения, после чего АМС переходит с орбиты 1 на эллиптическую орбиту 2 спутника Луны.

раз, в которое масса Луны меньше массы Земли, т. е. в 81,30068.

На расстоянии $r = 2740$ км от центра Луны имеем $v_k \approx 1,34$ км/сек. Умножив на $\sqrt{2}$, получим параболическую скорость $v_{\text{пар}} \approx 1,89$ км/сек (на расстоянии $r = 66\,000$ км $v_{\text{пар}} \approx 0,386$ км/сек).

Именно в тот момент, когда АМС огибала Луну, находясь на расстоянии, минимальном от поверхности, или в достаточно близкий момент, на АМС был включен по

команде с Земли реактивный двигатель, затормозивший движение АМС. Скорость станции относительно Луны уменьшилась с 2,1 км/сек до 1,25 км/сек. Эта скорость оказалась меньше не только эллиптической, но и круговой на данном расстоянии от центра Луны, так что «Луна-10» перешла на орбиту спутника Луны. Наиболее удаленная от Луны точка орбиты (апоселений) находилась на расстоянии около 2740 км от центра, а наиболее близкая (периселений) на расстоянии около 2100 км.

«Луна-10» стала первым искусственным спутником Луны.

С тех пор были реализованы запуски многих искусственных спутников Луны примерно по такой же схеме, а также спутников Марса. Для небесной механики эти спутники интересны прежде всего по той причине, что анализ их движений, точнее, анализ их отклонений от эллиптического движения позволяет сделать выводы об особенностях гравитационного по-

ля Луны и Марса, а вместе с тем об их форме и внутренней структуре (распределении плотности).

Рамки этой книги не позволяют рассмотреть более подробно движение искусственных спутников планет. Кроме того, мы оставили вообще в стороне вращательное движение искусственных небесных тел, которое ставит перед учеными множество проблем, очень важных практически. Дело в том, что очень важно знать в любой момент и иметь возможность контролировать ориентацию космических аппаратов в пространстве, определяемую вращательным движением. Если ориентация АМС неизвестна, то коррекция ее орбиты невозможна, так как дополнительный импульс скорости должен иметь строго определенное направление, а корректирующая установка жестко связана с АМС. Но все вопросы, связанные с вращательным движением искусственных небесных тел, слишком специфичны и, пожалуй, в известной мере далеки от традиционных вопросов небесной механики, в которых основную роль играет притяжение небесных тел.

§ 22. ПРОБЛЕМЫ КАЧЕСТВЕННОЙ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ

До сих пор мы говорили о таких исследованиях движений тел Солнечной системы, которые охватывают сравнительно небольшие интервалы времени и не относятся к слишком далекому прошлому или будущему. Эти исследования в настоящее время успешно проводятся с помощью аналитических или численных методов. Конечно, все эти методы нуждаются в совершенствовании. Особенного усовершенствования требуют аналитические методы, точность которых во многих случаях значительно ниже точности численных методов. Необходимы более точные теории движения спутников, с помощью которых будут уточнены значения сжатий планет, массы кольца Сатурна, масс самих спутников, необходимы более точные теории движения астероидов, на очереди стоит разработка теории вращательного движения Земли, учитывающей изменение плотности вещества внутри Земли, и т. д. Вместе с тем небесная механика сталкивается также с проблемами несколько иного характера.

На основании имеющихся аналитических и численных теорий движения планет, спутников, астероидов, комет мы можем в большинстве случаев достаточно точно описать, как протекали движения этих небесных тел десятки и даже несколько сотен лет назад и какими будут эти движения примерно через столько же лет в будущем. Однако при исследовании вопроса о происхождении и развитии нашей Солнечной системы необходимо знать характер движений для гораздо более длительных промежутков времени. Нас интересуют движения планет, спутников, астероидов, комет, имевшие место сотни, тысячи и миллионы лет назад, изменения, происшедшие с этими движениями за такой срок. Не менее важно исследовать изменения, которые могут произойти в движении планет через миллионы лет.

Во всех этих случаях имеющиеся теории движения этих небесных тел нам не помогут, поскольку они пригодны лишь на ограниченном и сравнительно небольшом промежутке времени. Поэтому для исследования изменения характера движений небесных тел на протяжении длительных интервалов времени используют так называемые *качественные методы* небесной механики. Они отличаются от количественных методов тем, что не дают возможности непосредственно вычислять положения небесных тел в пространстве, определять их массы и т. д., зато позволяют судить об изменениях движений общего характера.

Рассмотрим, например, задачу двух тел, в которой два тела движутся в начальный момент, удаляясь друг от друга. Выясним, могут ли удалиться эти тела как угодно далеко (или, как говорят, бесконечно далеко) друг от друга или не могут.

В этом случае ответ на наш вопрос легко дать и без применения качественных методов, так как мы знаем точное решение этой задачи. В зависимости от начальных скоростей два тела будут двигаться друг относительно друга по эллипсу, параболе или гиперболе. Следовательно, если скорости тел в начальный момент больше определенной величины (гиперболическое движение), то тела бесконечно удалятся друг от друга; если меньше (эллиптическое движение), то они не могут удалиться далее чем на определенное расстояние.

Приведем аналогичный пример движений в задаче трех тел. Пусть три тела с некоторыми определенными массами в начальный момент движутся в разные стороны друг от друга (т. е. расстояния между ними сначала все время увеличиваются). Каков будет характер дальнейших движений этих тел?

В этом случае мы уже не знаем точного решения задачи, но на поставленный вопрос можно дать ответ, исследуя задачу качественными методами.

Если скорости всех тел в начальный момент будут больше определенной величины, то все тела бесконечно удалятся друг от друга. Если же скорости меньше этой величины, то возможны два случая: или все три тела будут двигаться, не удаляясь друг от друга более чем на некоторое расстояние, или же одно тело уйдет в бесконечность, а два оставшихся будут двигаться друг относительно друга по эллипсам.

Рассмотрим еще одну задачу — о движении двух тел, массы которых не остаются неизменными, а уменьшаются со временем. Если закон изменения масс тел неизвестен, мы не можем точно определить их движение. Но качественные методы позволяют сказать, что если скорости тел в начальный момент сравнительно невелики, то тела будут двигаться друг относительно друга по эллипсу, большие полуоси и эксцентриситеты которых будут постепенно увеличиваться; таким образом, тела будут постепенно удаляться друг от друга, а их пути становиться все более вытянутыми.

В XIX в. очень большое внимание уделялось задаче об устойчивости Солнечной системы. Эту задачу можно сформулировать так: будут ли всегда все планеты двигаться почти по кругам, в одной плоскости и располагаться всегда почти на том же среднем расстоянии от Солнца, что и сейчас, обладают ли большие полуоси, эксцентриситеты и наклонения орбит планет чисто вековыми изменениями?

Большие исследования вековых возмущений планет, о которых мы уже говорили выше, были проведены Лагранжем, Лапласом, Леверрье и др. Их работы показали, что перечисленные выше элементы орбит планет Солнечной системы, по-видимому, не имеют чисто вековых возмущений. Но при этих исследованиях вследствие огромных трудностей математиче-

ского характера учитывали основные взаимные возмущения планет, а более мелкими пренебрегали. Выводы астрономов XIX века не являются строгими, хотя они позволяют все же утверждать, что движения планет останутся без существенных изменений очень и очень долго.

В последнее время получен ряд очень интересных математических результатов о движениях, так сказать, модельных планетных систем. Однако эти результаты едва ли дают категорический ответ на вопрос о поведении нашей Солнечной системы на бесконечном интервале времени.

Некоторые выводы о далеком прошлом Солнечной системы можно сделать из геологических исследований. Данные геологии говорят о том, что в течение нескольких сотен тысяч и даже миллионов лет не происходило таких больших изменений климата Земли, которые можно было бы считать вызванными изменением характера движения Земли вокруг Солнца. Даже такие весьма заметные изменения климатических условий в Европе в прошлом, как наступления ледниковых периодов, можно вполне объяснить незначительными колебаниями эксцентриситета орбиты Земли и наклона оси вращения Земли к плоскости ее орбиты вследствие долгопериодических возмущений. Эти колебания, как показывают исследования, вполне могли бы привести к уменьшению средней годичной температуры в Европе, достаточному для появления ледников. Более значительные изменения эксцентриситета орбиты или среднего расстояния Земли от Солнца, вследствие которых Земля могла бы или слишком приближаться к Солнцу или удаляться от него, должны были бы сказаться на климате гораздо более резко, но никаких следов подобных резких изменений климата на протяжении многих миллионов лет геология не находит.

Отсюда можно сделать вывод, что все это время Земля двигалась примерно так же, как и сейчас. Так как движения всех планет взаимосвязаны благодаря взаимным возмущениям, значительные изменения в движении одной планеты не могут не привести в конце концов к существенным изменениям в движении всех планет. Но если существенные возмущения в движении одной планеты отсутствуют, то и движения других

планет, по-видимому, должны были изменяться мало. На основании этих соображений можно заключить, что не только движение Земли, но и движение других больших планет сохраняет примерно тот же характер уже в течение миллионов лет.

Очень интересна история исследования кольца Сатурна. Даже в самый сильный телескоп кольцо Сатурна имеет вид сплошного тела. Толщина кольца оценивается по данным наблюдений примерно в 20 км, а ширина составляет около 60 тыс. км. В XVIII и XIX вв. высказывались предположения, что кольцо Сатурна — действительно твердое образование. Правда, некоторые астрономы еще тогда подвергали сомнению факт существования вокруг планеты сплошной, очень тонкой и очень протяженной кольцеобразной пластинки. Окончательный ответ был дан в середине XIX в. английским физиком Максвеллом. Он рассуждал так. Кольцо, представляющее собой материальное тело, должно подчиняться закону тяготения. Если бы оно было неподвижным, то оно должно было бы упасть на планету под действием силы тяжести. Следовательно, кольцо вращается. Но может ли вращаться вокруг планеты сплошное плоское тонкое кольцо под действием силы, с которой планета притягивает каждую частицу кольца? Максвелл показал, что такое вращение сплошного кольца не может быть устойчивым. Через определенное время после начала движения сплошное кольцо должно распасться на отдельные мелкие куски. Поэтому Максвелл сделал вывод о том, что кольца Сатурна должны состоять из бесчисленного множества крохотных твердых тел, каждое из которых самостоятельно движется вокруг Сатурна под действием силы ньютоновского тяготения.

Наблюдения, выполненные позднее (в конце XIX — начале XX вв.) русским астрономом А. А. Белопольским и американским астрономом Килером, полностью подтвердили этот вывод Максвелла. Они установили, что внешние части кольца Сатурна вращаются медленнее, чем внутренние. Твердое тело так вращаться не может. Значит, кольцо Сатурна — не сплошное, а состоит из множества отдельных тел, которые обращаются вокруг планеты независимо друг от друга, подчиняясь третьему закону Кеплера: чем ближе к планете, тем быстрее вращение.

Имеется очень много интересных задач качественного исследования движений спутников и астероидов, связанных с вопросами происхождения спутников, астероидов и всей Солнечной системы.

Если бы мы знали, например, как изменились сейчас движения астероидов по сравнению с далеким прошлым, то мы могли бы составить некоторое представление о тех условиях, в которых астероиды возникли. В качестве примера мы укажем на следующую интересную проблему, возникающую при изучении движений астероидов.

Для 98% известных астероидов, т. е. более чем для полутора тысяч, средние расстояния от Солнца (большие полуоси орбит) заключены между 2,2 астр. единицы (330 млн. км) и 3,6 астр. единицы (540 млн. км), а периоды обращения — между 3,2 и 7,0 годами. Однако эти средние расстояния распределены неравномерно. Почти нет, например, астероидов, для которых средние расстояния от Солнца были бы близки к 3,27, 2,84 и 2,5 астр. единицы. Небесные тела с такими средними расстояниями от Солнца должны обладать периодами обращения, равными соответственно около 5,9, 4,8 и 4,0 года, что составляет $1/2$, $2/5$, $1/3$ периода обращения Юпитера.

Таким образом, астероиды как бы избегают периодов обращения, соизмеримых с периодом обращения Юпитера. Это приводит к появлению так называемых «полос избегания» или «люков» в распределении средних расстояний астероидов от Солнца.

Но вместе с тем имеются также две очень интересные группы астероидов, расположенные от Солнца дальше основной массы астероидов, для которых периоды обращения вокруг Солнца как раз соизмеримы с периодом обращения Юпитера. Одна из этих групп состоит из 16 известных в настоящее время астероидов, для которых среднее расстояние от Солнца составляет около 4,0 астр. единицы, а периоды обращения близки к восьми годам. Эта группа астероидов называется «группой Гильды» по имени одного из ее членов. Вторая группа состоит из 14 известных сейчас астероидов и носит название «троянской группы»; принадлежащим к ней астероидам даны имена героев троянской войны, описанной в «Илиаде» Гомера (Ахиллес, Одиссей, Гектор и др.). Эти астероиды на-

ходятся примерно на том же среднем расстоянии от Солнца, что и Юпитер (около 5 астр. единиц), и имеют, следовательно, примерно тот же период обращения (около 12 лет).

Возникает, естественно, вопрос, почему существуют упомянутые «люки» для астероидов вблизи 3,27, 2,84 и 2,5 астр. единицы? Почему астероиды «избегают» двигаться по орбитам с такими средними расстояниями от Солнца? С другой стороны, почему же периоды обращения, равные 8 и 12 годам и также соизмеримые с периодом обращения Юпитера, оказываются такими «удобными» для астероидов, что существуют даже две группы астероидов, обладающие этими периодами обращения?

Возможны два ответа на эти вопросы:

а) такие особенности движений связаны с условиями происхождения астероидов; движения астероидов обладали этими особенностями с самого своего «рождения»;

б) такие особенности движений не зависят от условий происхождения астероидов и возникли в ходе изменения характера этих движений под влиянием возмущающего действия планет.

Для того чтобы можно было подтвердить одну или другую точку зрения, следовало бы исследовать, как изменялись движения астероидов по сравнению с настоящим временем, если уходить все далее и далее в прошлое. Если бы, например, удалось показать, что астероиды с периодами обращения 5,9, 4,8 и 4,0 года должны испытывать вековые возмущения, постепенно изменяющие в течение тысячелетий эти периоды, то тогда подтвердилась бы вторая точка зрения. Тогда можно было бы даже примерно оценить время, необходимое для образования упомянутых «люков», а вместе с тем и возраст системы астероидов. Наоборот, если бы было показано, что чисто вековые изменения периодов обращения таких астероидов отсутствуют и в процессе изменения движений астероидов «люки» появиться не могли, то тогда можно было бы сказать, что «люки» возникли в процессе формирования астероидов.

Исследования, посвященные этому вопросу, уже проводились. Их результаты свидетельствуют о том, что, по-видимому, «люки» связаны с возмущающим влиянием Юпитера; в случае соизмеримости периодов об-

ращения Юпитера и астероида возмущения последнего должны быть гораздо значительнее, чем при отсутствии соизмеримости (вспомним рассмотренный выше случай взаимных возмущений Юпитера и Сатурна, периоды обращения которых также соизмеримы). Однако еще нельзя сказать, что на вопрос о происхождении «люков» получен исчерпывающий ответ.

Интересные задачи возникают при исследовании движений спутника Земли — Луны — и спутников Марса. Но в этих случаях приходится учитывать не только действия сил ньютоновского притяжения, но и силы приливного трения.

Мы уже рассказывали о действии сил приливного трения, постепенно замедляющих вращение Земли. Вместе с замедлением вращения Земли должно происходить медленное увеличение среднего расстояния Луны от Земли. Это означает, что раньше Луна была ближе к Земле. Если период обращения Земли увеличивается примерно на 0,0016 секунды за 100 лет, то среднее расстояние Луны от Земли должно сейчас увеличиваться примерно на 3 м за 100 лет. Конечно, это ничтожная величина, но если рассматривать движение Земли и Луны на протяжении не сотен, а тысяч и миллионов лет, то изменение движения за счет приливного трения становится весьма ощутительным.

Согласно подсчетам английского ученого Джорджа Дарвина, примерно 4 млрд. лет назад Луна была на расстоянии лишь 14 тыс. км от Земли, а земные сутки длились всего около 5 часов. Дж. Дарвин даже высказал в начале XX в. гипотезу о том, что ранее Земля и Луна составляли единое целое, а затем Луна отделилась от Земли. В будущем, согласно его гипотезе, Луна будет сначала удаляться от Земли, а земные сутки увеличиваться. Через много миллиардов лет расстояние Луны от Земли увеличится почти в полтора раза, период обращения Луны (месяц) увеличится до 47 современных суток (628 часов) и такими же длинными станут тогда земные сутки. После этого приливное трение, по Дарвину, должно оказывать на движение Луны обратное действие: Луна должна приближаться к Земле. В конце концов Луна может подойти к Земле настолько близко, что будет «разорвана» силой тяготения к Земле, вызывающей на Луне боль-

шие приливы. На этом последнем этапе период обращения Луны (месяц) будет все время оставаться короче периода собственного вращения Земли (суток).

Трудно сейчас сказать, насколько эта гипотеза справедлива.

Спутники Марса являются одними из самых удивительных естественных спутников в нашей Солнечной системе. Они замечательны тем, что находятся очень близко к Марсу: первый спутник — Фобос — на расстоянии 9350 км, что составляет всего лишь около полутора диаметров планеты, а второй — Деймос — на расстоянии 23 500 км, превышающем диаметр планеты примерно в 3,5 раза. При этом Фобос делает полный оборот вокруг Марса менее чем за одну треть марсианских суток (период вращения Марса равен примерно 24 час. 37 мин., а период обращения Фобоса — около 7 час. 39 мин.). Другими словами, месяц на Марсе (определяемый по движению Фобоса) короче суток. Если бы таким спутником обладала Земля, то он перемещался бы по небу в течение суток не с востока на запад, а с запада на восток и восходил бы, в отличие от всех других небесных светил, на западе, а заходил на востоке.

Согласно схеме Дарвина, сначала период обращения спутника (месяц) бывает длиннее периода вращения планеты (суток), а спутник постепенно удаляется от планеты. Затем, удалившись на определенное расстояние, спутник начинает постепенно приближаться к планете, причем в этот период времени месяц уже короче суток. Спутник может приблизиться чуть ли не вплотную к планете.

На первый взгляд кажется, что Фобос как раз находится на последней стадии этой эволюционной схемы: месяц на Марсе (для Фобоса) короче суток и Фобос очень близок к планете. В дальнейшем, согласно этой схеме, Фобос должен все более приближаться к Марсу.

Наблюдения за период с 1879 г. по 1973 г. (спутники Марса были открыты в 1877 г.) показывают, что действительно период, обращения Фобоса постепенно уменьшается, примерно на 0,00019 сек в год. Такое сокращение периода обращения Фобоса соответствует уменьшению его среднего расстояния от центра Марса примерно на 4—5 см в год. Если этот

процесс сохранится и в дальнейшем, то в конце концов Фобос упадет на поверхность Марса и прекратит свое существование. Однако утверждать уверенно, что подобный характер возмущений орбиты Фобоса сохранится всегда, мы пока не можем, и вообще причины таких возмущений Фобоса остаются все же неясными. Некоторое время тому назад, в 1960 г. появилась сенсационная гипотеза, высказанная астрономами-физиками, о том, что Фобос — искусственный спутник Марса, запущенный в очень далеком прошлом разумными жителями Марса. Эта гипотеза основывалась на тех соображениях, что, по-видимому, уменьшение среднего расстояния Фобоса есть результат торможения в атмосфере Марса, но это торможение необычно большое, которое не может испытывать небесное тело обычной физической структуры (небольшое, но достаточно массивное). Следовательно, Фобос должен представлять собой тело с очень малой плотностью, т. е. похожее на некоторый полый шар, нечто подобное спутнику-баллону. Но таких естественных небесных тел нет, так что Фобос — создание рук марсиан. Этот вопрос серьезно дебатировался на страницах журналов и на уровне научных семинаров. Но в 1971 г. «Маринер-9», ставший искусственным спутником Марса, сфотографировал Фобос с довольно близкого расстояния, и оказалось, что это как бы огромная каменная глыба неправильной формы, размерами около 25×21 км, вся испещренная кратерами — следами ударов метеоритов. Таким образом, открытия марсианской цивилизации не произошло, о минувших горячих и серьезных научных спорах можно вспоминать только с улыбкой, но тем не менее задача о выяснении всех особенностей движения Фобоса осталась. Конечно, стало более или менее ясным, на каком пути следует искать ее решение.

§ 23. ЗАКОН ТЯГОТЕНИЯ И ДВИЖЕНИЕ ЗВЕЗД

Изо дня в день мы наблюдаем одно и то же расположение звезд, и даже в течение всей своей жизни человек не замечает изменения их положений на небе друг относительно друга. Поэтому-то звезды в древности и получили название «неподвижных звезд». Однако трудно найти название, которое бы менее соответ-

ствовало действительности. Тщательные измерения положений звезд с помощью мощных инструментов показывают, что все звезды перемещаются на небе. Частично эти перемещения вызваны тем, что мы наблюдаем звезды с движущейся Земли. Но, с другой стороны, эти перемещения обусловлены действительными движениями звезд, а также движением Солнца вместе со всей семьей планет в пространстве. Смещения видимых положений звезд, вызванные движением самой звезды и Солнечной системы в пространстве, называют их *собственными движениями*. Собственные движения звезд весьма невелики. Большинство звезд смещается за год лишь на $0'',01$. Это — очень малый угол: под таким углом виден волос с расстояния 2 км! Лишь немногие звезды обладают собственным движением, достигающим $1''$ в год, и из них только около десятка самых «быстрых» звезд перемещаются на несколько секунд дуги в год (от 4 до $10''$). Поэтому при наблюдениях простым глазом (точность которых не превышает $2'$) в течение 100—200 лет заметить перемещения огромного большинства звезд невозможно. Правда, если сравнивать положения звезд на протяжении многих сотен лет, то собственные движения звезд обнаружить довольно легко. Именно таким путем движения звезд и были обнаружены в Древнем Китае, о чем упоминают китайские летописи; однако замечательное открытие китайских астрономов в Европе не было известно.

В 1718 г. Галлей обратил внимание на тот факт, что три звезды (Сириус, Прокцион и Арктур) изменили свое положение по сравнению с наблюдениями древнегреческих астрономов.

Сравнивая наблюдаемые положения этих звезд с данными греческого астронома Гиппарха (I в. до н. э.), Галлей обнаружил, что Сириус переместился на $1^\circ,7$, Прокцион — на $0^\circ,7$ и Арктур — на $1^\circ,1$. Таково было смещение звезд за прошедшие 18 столетий.

В конце XVIII в. было открыто орбитальное движение в системах *двойных звезд*.

При наблюдениях невооруженным глазом двойные звезды зачастую не отличаются от других звезд. Но в телескоп можно заметить, что каждая двойная звезда состоит из двух звезд, расположенных очень близко друг к другу (на расстоянии, не превышающем не-

сколько секунд дуги). Впервые глубокие исследования двойных звезд были предприняты Гершелем (конец XVIII — начало XIX вв.). Он обнаружил, что звезды, образующие двойную звезду (или пару), движутся друг относительно друга. Гершель открыл несколько сотен двойных звезд, а в настоящее время их известно около 20 000.

Какие же силы управляют движением звезд и заставляют их двигаться друг вокруг друга?

Звезды представляют собой такие же раскаленные газовые шары, как и наше Солнце. Они являются материальными телами, которые должны притягивать друг друга по закону Ньютона. Тот факт, что движение звезд действительно подчиняется закону тяготения, наглядно подтверждается прежде всего наблюдениями двойных звезд.

Обычно одна звезда в паре ярче другой. Ее называют *главной*, а более слабую — *спутником*. Тщательные измерения взаимных положений звезд пары показывают, что спутник описывает вокруг главной звезды эллипс. При этом всегда выполняется закон площадей (второй закон Кеплера). Отсюда следует, что звезды движутся под влиянием силы взаимного притяжения. Но, может быть, эта сила не подчиняется закону тяготения Ньютона, т. е. изменяется не обратно пропорционально квадрату расстояния? Однако в середине XIX в. французскими математиками Альфаном, Дарбу и Бертраном было строго доказано, что звезды должны притягивать друг друга именно по закону Ньютона. Они показали, что движение спутника вокруг главной звезды по эллипсу может происходить только в двух случаях:

1) если сила притяжения увеличивается пропорционально расстоянию; при этом главная звезда должна находиться в центре эллипса, описываемого спутником;

2) если сила притяжения изменяется по закону Ньютона (убывает пропорционально квадрату расстояния); в этом случае главная звезда должна находиться в фокусе эллиптической орбиты своего спутника.

Во всех же других случаях зависимости силы притяжения от расстояния спутник не будет двигаться вокруг главной звезды по эллипсу.

Наблюдения показывают, что главная звезда никогда не находится в центре эллипса, описываемого спутником. Следовательно, первый случай исключается; кроме того, этот случай мало правдоподобен и с физической точки зрения: вряд ли возможно, чтобы сила притяжения звезды возрастала с удалением от этой звезды. Следовательно, имеет место притяжение по закону Ньютона, и две звезды в паре должны двигаться в соответствии с решением задачи двух тел, притягивающих друг друга. Блестящим подтверждением справедливости закона Ньютона явилось открытие спутника Сириуса. В 1844 г. Бессель обнаружил, что звезда Сириус перемещается по небу, описывая волнистую траекторию. Отсюда он сделал вывод о том, что у Сириуса должен быть невидимый спутник и что эти две звезды движутся под влиянием взаимного притяжения по эллипсам вокруг их общего центра тяжести. Бессель определил орбиту невидимого спутника Сириуса и даже оценил его массу. В 1862 г., уже после смерти Бесселя, спутник Сириуса, существование которого было предсказано двадцать лет назад, был обнаружен; его движение происходит примерно по той орбите, которую вычислил Бессель.

Кроме двойных звезд, наблюдаются системы из 3-х, 4-х и большего числа звезд. Их называют *кратными звездами*, или *кратными системами*. В кратной системе звезды близко расположены друг к другу и движутся под действием взаимного притяжения. Так как в этом случае мы имеем дело с задачей не двух, а нескольких тел, то движения в кратных системах очень сложны.

Почти все звезды, наблюдаемые нами на небе простым глазом, входят в состав огромной звездной системы, носящей название *Галактики*. В Галактике насчитывается около 150 млрд. звезд; основная масса их располагается в объеме, напоминающем по своей форме тонкие карманные часы или блин с небольшим утолщением в центре. Диаметр Галактики равен 85 000 световых лет, толщина самой плотной ее части в центре достигает 1000 световых лет *).

*) Световой год — это расстояние, проходимое светом за год (напомним, что от Солнца до Земли свет идет всего 8 мин. 18 сек!); оно равно $9,5 \cdot 10^{12}$ км.

Таким образом, звезды Галактики сосредоточены в основном вблизи некоторой общей плоскости, называемой *галактической плоскостью*. Солнце и Солнечная система находятся среди основной массы звезд вблизи галактической плоскости, на расстоянии около

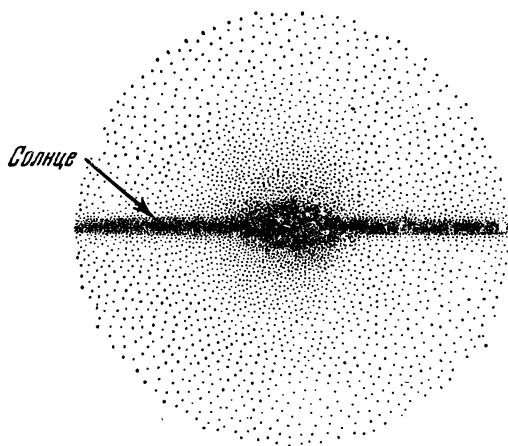


Рис. 56. Схематический вид Галактики сбоку.

23 000 световых лет от центра Галактики. На рис. 56 схематически показан вид Галактики «сбоку». Так как Солнечная система расположена вблизи галактической плоскости, то основную массу звезд мы видим в направлении, параллельном этой плоскости. Светлая полоса Млечного Пути, опоясывающая все небо, представляет собой скопление основной массы звезд Галактики. В направлении, перпендикулярном к галактической плоскости, мы видим в среднем гораздо меньше звезд.

Как движутся звезды в Галактике?

Наблюдаемые собственные движения звезд на небе кажутся на первый взгляд совершенно беспорядочными. Но тщательное и длительное изучение движений звезд показало, что это совсем не так. Оказалось, что в среднем (если не говорить об индивидуальных особенностях движений отдельных звезд, групп или скоплений звезд) все звезды движутся вокруг центра Галактики в одном и том же направлении, так что

Галактика как бы вращается вокруг своего центра. Конечно, это не есть вращение в обычном смысле этого слова. Каждая звезда движется самостоятельно, скорость ее зависит от расстояния до центра — чем дальше звезда, тем в среднем медленнее она движется — и лишь благодаря тому, что движения звезд происходят в основном в одном направлении, эти движения в своей массе и создают эффект вращения.

Силы, которые управляют движением звезд и заставляют их обращаться вокруг центра Галактики, есть силы взаимного притяжения звезд по закону Ньютона. Каждая отдельная звезда испытывает общее притяжение миллиардов остальных звезд Галактики. Поскольку звезды Галактики образуют в целом систему, симметричную по отношению к центру, то это суммарное притяжение направлено к центру Галактики, и каждая звезда притягивается к центру Галактики. Но закон изменения этого притяжения в зависимости от расстояния от центра и расстояния от галактической плоскости очень сложен. Одна из возможностей для установления закона притяжения в Галактике состоит в том, чтобы по наблюдаемым движениям звезд определить те силы, которые должны вызывать эти движения (задача определения силы по данному движению). Именно таким путем советский астроном П. П. Паренаго показал, что звезды, находящиеся в галактической плоскости, притягиваются к центру с силой

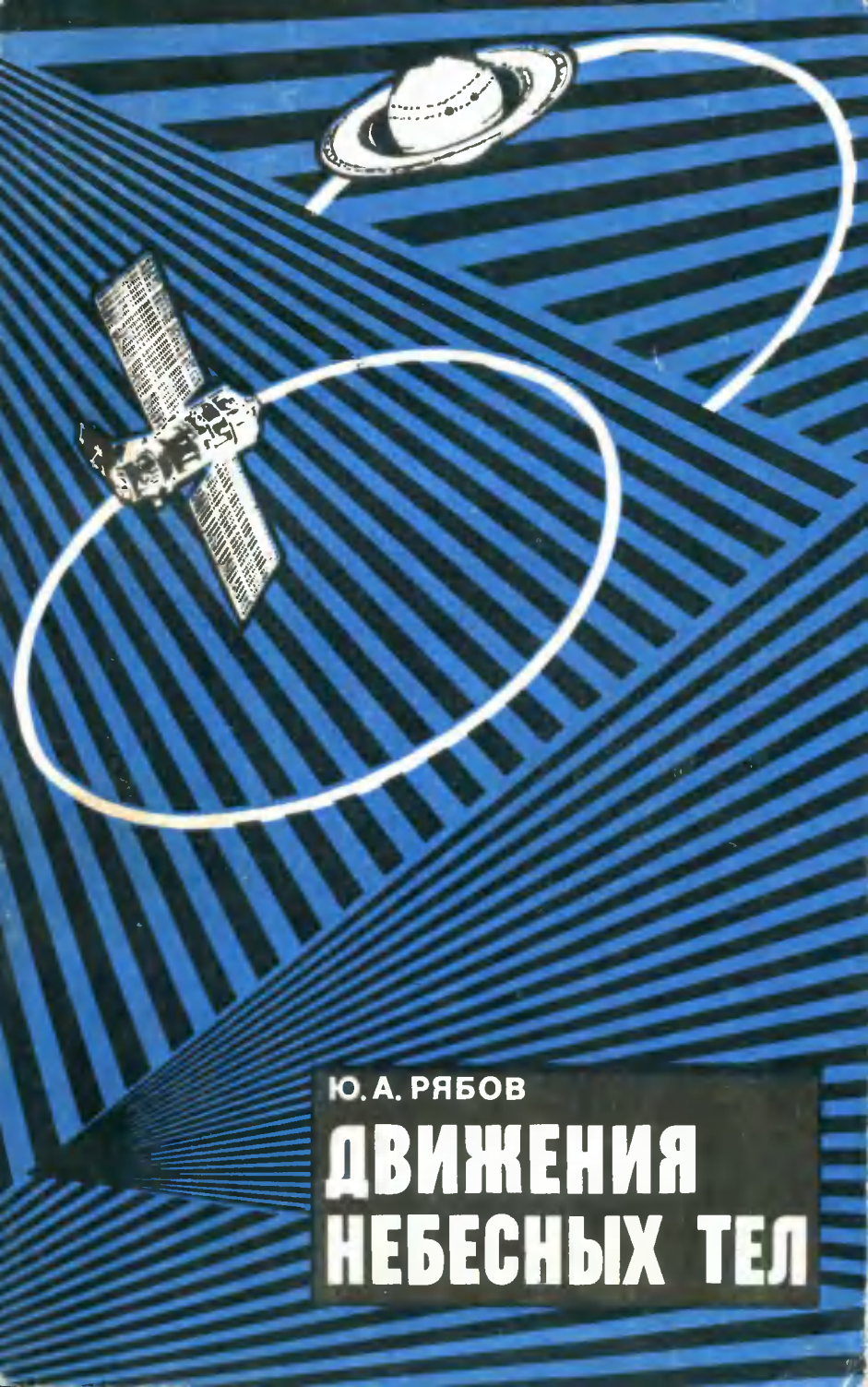
$$F \sim \frac{R}{(1 + aR^2)^2},$$

где R — расстояние от центра Галактики, a — некоторое постоянное число. Выражение для закона притяжения звезд, находящихся вне галактической плоскости, гораздо сложнее.

Изучение движений звезд как движений, происходящих под действием сил взаимного притяжения между звездами, составляет целый раздел современной астрономии — *звездную динамику*. Основная особенность типичных задач динамики больших звездных систем состоит в том, что каждая звезда рассматривается движущейся под действием притяжения не отдельных других звезд, а суммарного притяжения всех звезд системы, создающего так называемое *гравитационное*

поле сил. Притяжение между отдельными звездами по закону Ньютона непосредственно не рассматривается. Отсюда большое различие между методами звездной динамики и небесной механики, и исторически сложилось так, что эти два раздела астрономии оказались значительно обособленными друг от друга. По существу этого не должно было бы быть. Предмет изучения звездной динамики и небесной механики один и тот же — движения небесных тел в пространстве. Кроме того, в звездной динамике много задач, почти не отличающихся от классических задач небесной механики. Это — задачи о движении двойных звезд, о движениях в кратных системах и в звездных ассоциациях, открытых в 1947 г. академиком В. А. Амбарцумяном.

Приведу мои же слова, сказанные еще в 1952 г. на Международном астрономическом съезде: «Небесная механика до сих пор занималась, главным образом, Солнечной системой... Проблемы звездной динамики оставались вне поля зрения специалистов по небесной механике. Это — большой минус... Изучение движений звезд и звездных систем — насущная проблема небесной механики». Правда, тогда на эти слова почти никто не обратил внимания. Тем более, что с 1958 г. небесная механика получила огромный импульс с другой стороны благодаря искусственным небесным телам и еще более удалилась в известном смысле от звездных проблем. Однако в последнее время все же наметилось явное сближение между небесной механикой и звездной динамикой. В 1973 г. на Международной астрономической конференции известный астроном Г. Контопулос высказал следующее мнение: «Я полагаю, что естественный путь дальнейшего развития небесной механики лежит в направлении звездной динамики и физики плазмы. Проблемы точных теорий движения различных тел Солнечной системы все же не могут бесконечно питать небесную механику».



Ю. А. РЯБОВ

ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ