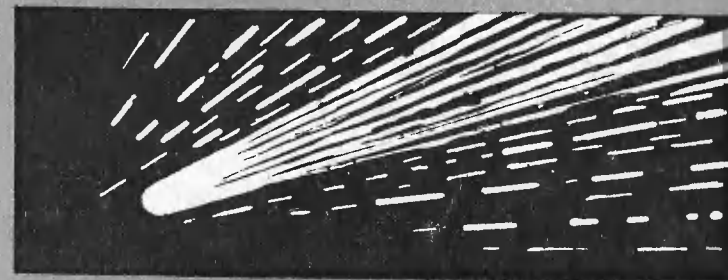


1 руб. 47 коп.

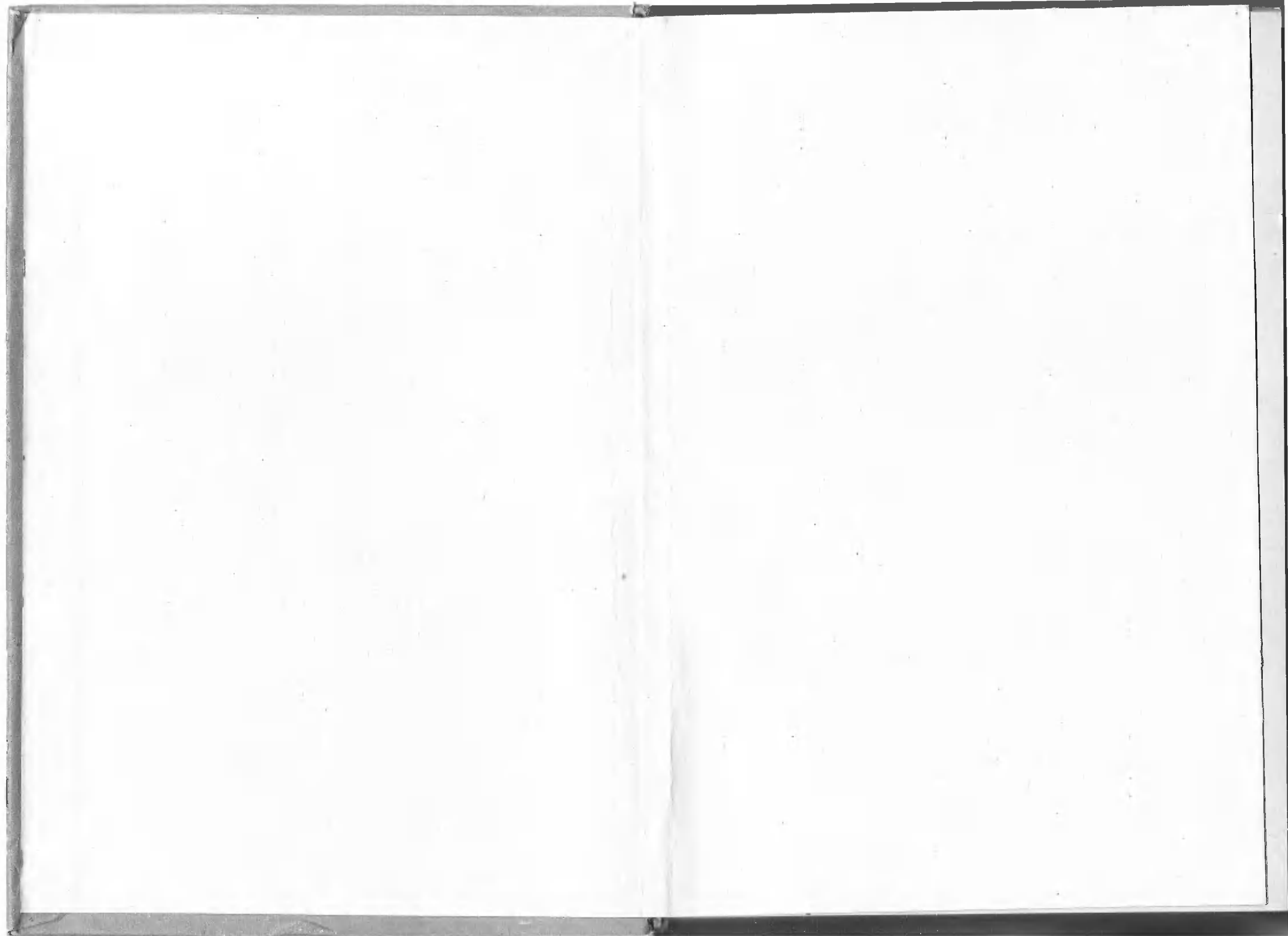
«НАУКОВА ДУМКА»

Л.М.ШУЛЬМАН



Л. М. ШУЛЬМАН

**динамика
кометных атмосфер
нейтральный газ**



АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР
ГЛАВНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ

Л.М. ШУЛЬМАН

ДИНАМИКА
КОМЕТНЫХ АТМОСФЕР
•
НЕЙТРАЛЬНЫЙ ГАЗ

ИЗДАТЕЛЬСТВО „НАУКОВА ДУМКА“
КИЕВ—1972

В монографии излагается теория движения нейтрального газа в атмосферах комет. Цель монографии — дать необходимый аппарат для расчета физических условий в различных слоях нейтрально-газовой атмосферы. Рассматривается идентификация родительских молекул по наблюдаемым радикалам; переход нейтралов в атмосферу, движение газов в области, где существенны столкновения, разогрев газа в этой области за счет фотодиссоциации и наличия пыли, поведение пылин (выброшенных из ядра и вновь образовавшихся в атмосфере путем конденсации или фотополимеризации) в запыленной атмосфере; анизотропизация температур в области перехода к свободномолекулярному режиму; кинетика газа в бесстолкновительной области. Случай, когда во всей кометной атмосфере осуществляется оводномолекулярный режим течения, изучен с учетом вращения ядра и кинетики фотодиссоциации.

Для наиболее часто встречающихся на практике случаев получены соотношения, позволяющие рассчитать распределение поверхностной яркости в изображениях комет; изложена методика выполнения подобных расчетов для произвольного случая.

Рассчитана на научных работников астрономических учреждений и вузов, студентов и аспирантов, специализирующихся в области астрофизики.

О т в е т с т в е н н ы й р е д а к т о р

канд. физ.-мат. наук В.П. КОНОПЛЕВА

Р е ц е н з е н т ы:

доктор физ.-мат. наук А.Ф. БОГОРОДСКИЙ,

канд. физ.-мат. наук Б.В. АМИЯЕВ

Редакция литературы о Земле и Космосе
Зав. редакцией В.Н. Завирюхина

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на то, что кометы известны с глубокой древности, в физике комет до сих пор существуют многочисленные нерешенные проблемы. Задачи физической теории комет могут быть отнесены к двум (не очень четко разграниченным) классам. Первый из них — это интерпретация наблюдаемых эффектов, поиск их причин и механизмов. Во многих случаях задачи этого типа можно решить путем качественного анализа и грубых оценок.

Основным содержанием задач второго класса являются алгоритмы извлечения информации из наблюдательного материала, т.е. определение физических параметров, которые не поддаются непосредственному измерению. В качестве исходной используется информация, содержащаяся в оветовом потоке кометы (интегральный блеск, распределение монохроматической яркости, геометрическая структура головы и хвоста, спектр). Задачи второго типа требуют разработки теоретических моделей. К сожалению, применению физически обоснованных моделей атмосфер для анализа наблюдений до самого последнего времени уделялось недостаточное внимание. Об этом свидетельствует большое число работ, в которых публикуется только первичный наблюдательный материал: оценки блеска головы и ядра, изофоты, сведения об отождествленных эмиссиях.

Между тем не вызывает сомнений возможность использования наблюдений комет для изучения условий в межпланетной среде. Актуальность этой задачи не уменьшилась с появлением космических аппаратов, так как последним пока недоступны высокие эклиптические (гелиоцентрические) широты. Именно это и стимулирует в последние годы работы в области построения моделей кометных атмосфер.

В кометных атмосферах встречаются среды трех типов: нейтральный газ, газо-пылевая среда, пыль и плазма. Поведение плазмы и газопылевой среды в кометах к настоящему времени изучено недо-

статочно. До устранения многочисленных неясностей построение общей теории поведения плазмы в кометах представляется преждевременным. Изучение газо-пылевой среды фактически только начинается. Теория нейтральногазовых атмосфер, напротив, близка к своему завершению.

В предлагаемой монографии дается последовательное изложение динамики нейтральной компоненты кометных атмосфер. Избегая фрагментарности, автор не ставил перед собой задачу составления детального обзора ранее опубликованных работ, в которых очень часто применяется совершенно различный подход к рассматриваемой проблеме. Такой обзор содержится в монографиях О.В.Добровольского [25, 27] и других [43, 56, 68, 69, 106, 113, 151]. Автор предпринял попытку изложить с единых позиций теорию движения кометных нейтралов. При этом он стремился ввести исследователя комет в разделы смежных наук (физика, химия), достижения которых пока недостаточно используются в физике комет. Большое внимание уделено методам решения отдельных задач. Детально освещается математическая сторона теории. Некоторые задачи решены до конца, другие, напротив, лишь поставлены. Доведение некоторых важных расчетов до практического применения требует обширной работы по табулированию функций нескольких переменных. Такой табличный материал отсутствует — иначе потребовалось бы значительное увеличение объема монографии. Автор ограничился приведением небольшого по объему, но необходимого для практических расчетов справочного материала.

В книге применена ступенчатая нумерация формул. Номер формулы состоит из номера главы, номера раздела и номера формулы внутри раздела. При ссылках на формулы в пределах одной главы номер главы, а при ссылках в пределах раздела также номер раздела опускается.

Кроме упорядоченного изложения уже известных результатов, читатель найдет здесь целый ряд новых, впервые публикуемых. Автор признателен ответственному редактору книги В.П.Коноплевой за большой труд, вложенный в работу над рукописью.

Глава I

СВОЙСТВА И СТРАТИФИКАЦИЯ НЕЙТРАЛЬНОГО ВЕЩЕСТВА В КОМЕТАХ

1.1. Наблюдаемые нейтралы и родительские молекулы

Присутствие нейтрального вещества в атмосферах комет — факт давно установленный, подтвержденный многочисленными спектральными наблюдениями. Так как чувствительность приемников света ограничивает возможности спектральных исследований областью головы и ближайшими к голове участками хвоста, большинство спектральных данных относится именно к этим частям кометных атмосфер. Подробные обзоры по кометной спектроскопии опубликованы Ф.Бальде [107], Н.Бобровниковым [112], П.Свингсом [165], П.Свингсом и Л.Хазером [164], К.Вурмом [178], Н.Рихтером [151], К.Арпиньи [106], О.В.Добровольским [27] и др.

Наблюдения показывают, что на гелиоцентрических расстояниях $r \ll 3$ а.е. в спектрах комет появляются полосы циана, затем по мере приближения к Солнцу — все новые и новые эмиссии: C_3 ($r \sim 2$ а.е.); C_2 ($r \sim 1,8$ а.е.); OH , NH , CH ($r \sim 1,5$ а.е.). Кроме того, наблюдались эмиссии NH_2 , O , CH_2 , Na и на очень малых гелиоцентрических расстояниях — Ca , Fe , Ni , Mg , K , Al , Mn , Cr , Si .

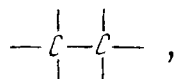
Все наблюдающиеся кометные нейтралы, за исключением металлов, являются радикалами, стабильными только в газовой фазе при низких плотностях или же в твердой фазе в очень специфических условиях (низкая температура, инертный наполнитель, препятствующий образованию более устойчивых соединений). В связи с химической нестабильностью наблюдаемых радикалов в литературе широко дискутируется вопрос, впервые поставленный Вурмом [179 — 181], о родительских молекулах, т.е. о том, в состав каких соединений входят радикалы дающие наблюдаемые эмиссии.

Простейшее умозаключение в рамках ледяной модели ядра, предложенной С.К.Всехсвятским [10,13] и Ф.Уипплом [174,175], состоит в том, чтобы дополнить известные из наблюдений радикалы одним - двумя подходящими атомами до стабильных химических соединений. Обычно полагают, что кометные льды состоят в основном из CH_4 , NH_3 , C_2N_2 , H_2O , CO_2 (так называемый список Ф.Уиппла). Впоследствии этот список был дополнен другими веществами: C_2H_2 , NO , N_2O , HCN , HCO , HCOO , CH_3O , $\text{C}_2\text{H}_5\text{O}$, CH_3CN , NCO и др. [13,94,96-98, 145,147, 163]. П.Свингс и А.Делзем [122-124] привели аргументацию в пользу существования в кометных льдах гидратов типа $\text{CH}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$, $\text{CO}_2 \cdot 8\text{H}_2\text{O}$ и т.д. Главным критерием выбора этих веществ явилась их простота.

После работы Поттера и Дель-Дьака [147] стало ясно, что критерий простоты может вводить в заблуждение, поскольку такие вещества, как H_2O , CH_4 , CH_3CN , C_2H_2 и другие, слишком устойчивы в поле фотонной радиации. Гидразин оказался более вероятным источником амина, чем аммиак, а перекись водорода - более вероятным источником гидроксила, чем вода. Метиламин легче распадается с образованием метила, чем метан.

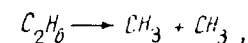
Возможность прямых исследований химического состава кометных ядер, требующих постановки специальных ракетных экспериментов, появится, по-видимому, не так скоро*. Поэтому целесообразно обсудить, какие вещества, способные участвовать в формировании газовых атмосфер комет, в принципе, могут входить в состав кометных ядер. Эти вещества должны быть достаточно низкокипящими, нестойкими по отношению к фотохимическим превращениям и содержать наблюдаемые радикалы. Существенным критерием отбора должна быть слабая связь наблюдаемого радикала с остальной частью родительской молекулы.

Поясним последний критерий примером. Этан C_2H_6 содержит группу



однако вероятность отрыва шести атомов водорода значительно меньше вероятности разрыва связи между атомами углерода. Это непосредственно следует из того, что энергия связи водорода в парафинах [46] составляет, по различным данным, 3,6-4,2 эв, а энергия С-С-связи - всего лишь 2,5-3,5 эв. Поэтому наиболее вероятное превращение этана - диссоциация по схеме

*В США обсуждается вопрос о посылке ракет к комете Энке.



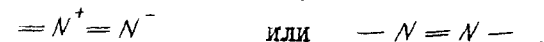
и следовательно, этан следует исключить из списка потенциальных источников C_2 . При применении этого критерия воспользуемся справочными данными об энергиях разрыва связей [35,46] (табл.1).

Т а б л и ц а 1

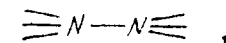
Связь	Энергия, эв	Связь	Энергия, эв
C-C	2,5 - 3,5	C-O	3,0 - 3,3
C=C	4,0 - 6,0	C=O	6,0 - 15,0
C≡C	7,5 - 8,0	C≡O	8,0 - 10,0
C-H	3,6 - 4,2	N-N	0,8 - 1,0
C-N	2,0 - 2,8	O-H	4,0 - 5,0
		N-H	3,0 - 4,0
		N≡N	9,76

Существуют и другие, более строгие критерии отбора, основанные на наблюдаемых спектральных особенностях. Примером применения такого критерия служит работа Стифа и де Карло, показавших, что при образовании амина из аммиака наблюдалась бы полоса 3240 $\text{\AA}$, в то время как на самом деле наблюдается только полоса 3360 $\text{\AA}$. Последняя соответствует образованию амина из гидразина [147]. В дальнейших рассуждениях этот критерий не участвует из-за недостаточности фактических данных.

В ряде специальных работ приведены характеристики большого числа различных органических веществ [87]. Может показаться, что перечисленные выше критерии слишком расплывчаты для того, чтобы отобрать небольшое число веществ - кандидатов на роль ингредиентов кометных ядер. На самом деле это не так. Например, источником ионов N_2^+ должно быть вещество, содержащее диазогруппу



Маловероятно, чтобы молекулы N_2^+ образовывались из веществ, содержащих группу



так как последняя представляет собой два слабо связанных атома азота. Еще менее вероятно, чтобы источником ионов были молекулы, содержащие вообще несвязанные между собой атомы азота, например молекулы дициана C_2N_2 .

В результате оказывается, что веществ, из которых могут образоваться ионы N_2^+ , не так уж много. Точно так же оказывается довольно ограниченным круг потенциальных родительских молекул

и для других радикалов, наблюдаемых в кометах. В табл.2 приводится список легкоплавких веществ, удовлетворяющих перечисленным критериям. Температуры плавления и кипения соответствуют давлению 760 мм рт.ст. Они заимствованы из справочника [87]. Из таблицы видно, что существует большое количество веществ, которые еще не анализировались, как потенциальные составные части летучей компоненты кометных ядер, хотя они и не уступают обычно принимаемым веществам ни в простоте, ни в легкоплавкости. К таким веществам относятся диазометан, гремучая кислота, кетен, диоксоаллен и несколько более сложные соединения (цианистый винил, пропадиен, диацетилен, диазоуксусная кислота, диазоуксусноэтиловый эфир, окись этилена, виниламин и метилгидразин).

Входят ли на самом деле названные и другие, включенные в табл.2, вещества в состав кометных ядер, невозможно выяснить без большой экспериментальной работы. Однако в некоторых случаях можно привести аргументы в пользу существования в кометных льдах вполне определенных веществ [158]. Так обстоит дело, например, с вопросом о происхождении C_3 . Известно, что трехатомный углерод начинает наблюдаться на больших расстояниях, чем двухатомный. Поэтому его происхождение невозможно объяснить процессами ассоциации, тем более что на рассматриваемых расстояниях атмосферы комет сильно разрежены. Следовательно, трехатомный углерод образуется путем разрушения молекулы, содержащей три атома углерода.

В качестве возможного механизма образования C_3 В.И.Черденченко [95] рассмотрел распад пропилена в поле корпускулярной и фотонной радиации. Выполненный им анализ основан исключительно на энергетическом балансе между частицей, вызывающей реакцию, исходной молекулой и продуктами реакции. Из этих соображений всегда наиболее вероятным оказывается процесс, требующий меньшей энергии от солнечного фотона или протона. Такой подход не учитывает пространственной структуры молекулы и, следовательно, конкретной формы поверхности реакции [94]. Этот метод анализа дает качественно верные результаты, когда речь идет о разрыве какой-либо химической связи, но может оказаться ошибочным, если исходное и конечное состояния разделены высоким потенциальным барьером, хоть и мало отличаются по энергии. Исходя из пространственной структуры молекул более вероятным представляется образование C_3 из пропадиена, в молекуле которого все три атома углерода связаны между собой двойными связями, а не из пропилена.

Весьма ограничен также выбор родительских молекул, которые

Вещество	Формула	T _{пл}	T _к
Группа - N ₂			
Азотистоводородная кислота	HN ₃	-80°C	37°C
Диазометан	CH ₂ :N ₂	-145	-23
Азобензол	C ₆ H ₅ ·N ₂ ·C ₆ H ₅	Взрывается при нагреве	
Триазобензол	C ₆ H ₅ ·N ₃	Взрывается	
Триазоуксусная кислота	N ₂ :N·CH ₂ ·COOH	Взрывается при 16°C	
Диазоуксусноэтиловый эфир	N ₂ ·CN·CO ₂ ·C ₂ H ₅	-22	140
Группа - NH			
Диметиламин	(CH ₃) ₂ NH	-96	7,4
Метилгидразин	CH ₃ ·NH·NH ₂	-80	87
Метилбутиламин	CH ₃ ·NH·C ₄ H ₉	-75	91
Бутилуретан	C ₄ H ₉ ·NH·CO ₂ ·C ₂ H ₅	-65	95
Дипропиламин	(C ₃ H ₇) ₂ NH	-61	83,5
Диэтиламин	(C ₂ H ₅) ₂ NH	-39	55,5
Этилформамид	H·CO·NH·C ₂ H ₅	-30	198
Пиперидин	CH ₂ (CH ₂) ₄ ·NH	-9	106
Аминоурацил	H ₂ N·C:CH·NH·CO·NH·CO	Разлагается	
Группа - NH ₂			
Аммиак	NH ₃	-77,7	-34
Гидразин	H ₂ N·NH ₂	1,4	113,5
Метилгидразин	CH ₃ ·NH·NH ₂	-80	87
Метиламин	CH ₃ ·NH ₂	-92,5	-6,5
Этиламин	C ₂ H ₅ ·NH ₂	-80,6	16,6
Изопропиламин	(CH ₃) ₂ CHNH ₂	-101	33
Изобутиламин	(CH ₃) ₃ C·NH ₂	-67,5	45,2
(третичный)			
Пропиламин	CH ₃ ·CH ₂ ·CH ₂ ·NH ₂	-83	50
Виниламин	CH ₂ :CH·NH ₂	-	56
Изобутиламин	(CH ₃) ₂ CH·CH ₂ ·NH ₂	-104	66
(вторичный)			
Изобутиламин	(CH ₃) ₂ ·CH·CH ₂ ·NH ₂	-85	68
(первичный)			
Бутиламин	C ₂ H ₅ ·CH ₃ ·CH ₂ ·NH ₂	-50	77,8
Группа - CN			
Дициан	C ₂ N ₂	-34	-21
Синильная кислота	HCN	-12	25
Дицианацетилен	NC·C:C·CN		
Дианацетилен	HC:C·CN	5	42,5
Цианистый винил	CH ₂ :CH·CN	-82	79
Цианистый метил	CH ₃ ·CN	-41	82
Этилизонитрил	C ₂ H ₅ ·NC	-66	79
Цианистый этил	CH ₃ CH ₂ ·CN	-92	97

Продолжение табл.2

Вещество	Формула	T _{пл}	T _к
Цианистый пропил	$C_2H_5 \cdot CH_2CN$	-113	117
Гремухая кислота	$HOCN$		Нестойкая
	Группа - C_3		
Пропадиен	$H_2C : C : CH_2$	-146	- 32
Диметилаallen	$(CH_3)_2C : C : CH_2$	-120	41
	Группа - C_2		
Этилен	$H_2C : CH_2$	-169	-104
Ацетилен	C_2H_2	- 81	-189,13 (возг.)
Пропилен	$CH_3CH : CH_2$	-185	- 47
Метилацетилен	$CH_3 \cdot C : CH$	-105	- 27
Диметилэтилен	$(CH_3)_2C : CH_2$	-139	- 6
Бутилен	$CH_3CH_2 \cdot CH : CH_2$	-130	- 5
Бутилен	$CH_3CH : CHCH_3$	-127	0,3
Дивинил	$CH_2 : CH \cdot CH : CH_2$	-109	4,41
Этилацетилен	$C_2H_5C : CH$	-130	18,5
Диацетилен	$HC : C : CH$	- 36	10
Диметилацетилен	$CH_3C : C \cdot CH_3$	-32,8	28
Метилэтилэтилен	$C_2H_5CH : CH \cdot CH_3$	-139	36,4
Гексилен	$(CH_3)_3C : CH : CH_2$	-115,5	41,2
Циклопентадиен	$CH_2CH : CH \cdot CH : CH$	- 85	42
Пропилацетилен	$C_2H_5 \cdot CH_2 \cdot C : CH$	- 95	48
Цианацетилен	$HC : C \cdot CN$	5	42,5
Акролеин	$CH_2 : CH \cdot CON$	- 88	52,5
	Группа - OH		
Вода	H_2O	0	100
Перекись водорода	H_2O_2	0,4	150,0
Метиловый спирт	CH_3OH	-97,8	64,7
Этиловый спирт	C_2H_5OH	-112	78,4
Ацетоциангидрин	$(CH_3)_2C(OH)CN$	- 19	87
Метилизопропилкетон	$CH_3C : (OH) \cdot C_2H_5$	- 97	95
Аллиловый спирт	$CH_2 : CH \cdot CH_2OH$	-127	96,6
Метилвинилкарбинол	$CH_2 : CH \cdot CHOH \cdot CH_3$	- 80	97,7
Пропиловый спирт	$CH_3 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot OH$	-127	97,8
Тетрагидрофуран	$CH_2(CH_2)_2CH_2O$	- 65	66
Изопропиловый спирт	$(CH_3)_2CHOH$	- 85,8	82,5
Угольная кислота	HO_2COH	-	-
Муравьиная кислота	HO_2COH	8,4	100,5
Уксусная кислота	CH_3COOH	16,6	118
Пропионовая кислота	C_2H_5COOH	-22	144
Глиоксиловая кислота	$HOC \cdot COOH$		Разлагается
Метилугольная кислота	CH_3HCO_3	-57	-
	Группа - CO_2		
Углекислота	CO_2		Возгоняется -78,5

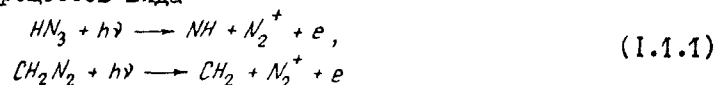
Продолжение табл.2

Вещество	Формула	T _{пл}	T _к
Уксусноэтиловый эфир	$CH_3CO_2C_2H_5$	- 82,4	77,1
Уксуснометиловый эфир	$CH_3CO_2CH_3$	- 98,7	57,1
Пропионометиловый эфир	$C_2H_5CO_2CH_3$	- 87,5	79,7
Уксусноизопропиловый эфир	$CH_3CO_2CH(CH_3)_2$	- 73,4	88,4
Изомаслянометиловый эфир	$(CH_3)_2CH \cdot CO_2 \cdot CH_3$	- 85	93
Изобутилуран	$C_4H_9NH \cdot CO_2 \cdot C_2H_5$	- 65	95
Пропионовоэтиловый эфир	$C_2H_5 \cdot CO_2 \cdot C_2H_5$	- 72,6	99,1
	Группа - CO		
Оксид углерода	CO	- 207	- 192
Кетен	$H_2C : C : O$	- 151	- 56
Диметиловый эфир	CH_3OCH_3	- 138,8	- 23,7
Ацетон	$(CH_3)_2CO$	- 95	56
Диоксоаллен	$O : C : C : O$	- 107	7
Оксид этилена	$CH_2 \cdot CH_2 \cdot O$	- 113,3	13,5
Диметилкетен	$(CH_3)_2C : CO$	- 97,5	34
Изодинпропиловый спирт	$((CH_3)_2CH)_2O$	- 60	69
Диметоксиэтан	$(OH \cdot O \cdot CH_2)_2$	- 58	85
Аминоаурацил (см.выше)			
Органические кислоты (см.выше)			

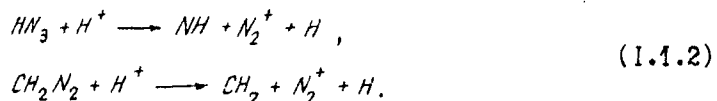
разлагались бы с образованием молекулярного азота. Самое простое предположить, что молекулярный азот непосредственно входит в состав ядра. Однако в кометных спектрах отсутствуют полосы Вегарда-Каплана (2300-3400 Å), принадлежащие нейтральной молекуле азота. Эти полосы лежат частично в той же области спектра, в которой обычно наблюдаются полосы OH . Следовало бы ожидать, что полосы Вегарда - Каплана будут наблюдаться у всех комет, хвосты которых дают эмиссию в первой отрицательной системе молекулярного иона азота. На самом же деле случаи отождествления полос нейтральной молекулы N_2 редки [98,128], и четкой связи между свечением нейтрального и ионизованного молекулярного азота нет. Это кажется странным, так как высокий потенциал ионизации обеспечивает молекуле азота большое время жизни в поле фотонной радиации Солнца. По оценкам Чередниченко, оно составляет 290 суток (Чередниченко получает приемлемое время жизни N_2 в поле корпускулярной радиации при концентрации солнечных протонов 600 см^{-3} и скорости их 500 км/сек). Оценка [94,7] дает 0,8 суток. Согласно данным ракетных измерений [84,146], эта оценка занижена на два порядка. Если же время жизни молекулы азота превышает 80 суток

и поступает он в атмосферу кометы непосредственно из ядра, то концентрация нейтральных молекул должна значительно превышать концентрацию молекулярных ионов и по крайней мере вблизи головы должно наблюдаться свечение N_2 . Интересный пример – комета Юмассона, где свечение N_2^+ было замечено почти непосредственно у ядра, а эмиссии N_2 не наблюдалось [151].

Все сказанное приводит к мысли, что молекулярный ион азота образуется из молекулы, обладающей крайне малым временем жизни, и что этой молекулой не может быть нейтральная молекула азота. Альтернативная гипотеза заключается в возможности образования иона N_2^+ из молекулы, содержащей диазогруппу и распадающейся сразу с образованием N_2^+ . Как уже отмечалось, таких веществ немного. Наиболее простыми из них по строению являются диазометан и азотистоводородная кислота. Не исключено, что N_2^+ образуется в результате процессов вида



или



Заметим, что азотистоводородная кислота и диазометан – нестойкие соединения. Диазометан принадлежит к взрывчатым веществам, так как молекула $C_2H_2N_2$ обладает положительной энтальпией образования.

Последнее свойство особенно интересно в связи с возможностью протекания в кометных атмосферах экзотермических реакций. Л.Бирман и Е.Треффид рассмотрели возможность экзотермических реакций соединения [110]. А.З.Долгинов указал на возможность термического разложения ацетилена и этилена [28,29] с выделением энергии в области, где происходят столкновения между молекулами. Отметим, что кроме экзотермического пиролиза веществ с положительной энтальпией образования возможен и наверняка происходит их экзотермический фотолиз, в результате чего продукты диссоциации будут получать энергию, превышающую разность между энергией диссоциации и энергией фотона. Подробнее этот вопрос рассматривается в гл.Ш, п.3. Не только диазометан, но и многие другие вещества, включенные в табл.2, обладают тем же свойством. Приведем данные об энтальпии образования некоторых веществ (в кдж/моль) [46]:

Ацетилен	227	Синильная кислота	130
Пропадиен	192	Этилен	52
Диазометан	192	Пропилен	20
Пиридин	140		

Это свойство присуще многим соединениям, молекулы которых содержат нитрогруппу – NO_2 или нитрозогруппу – NO . Мы не рассматриваем их, как и другие соединения, содержащие серу, галогены и металлы, ввиду отсутствия экспериментальных доказательств их существования. В то же время очевидно, что спектральные данные не дают полного представления ни о химическом составе атмосфер, ни, тем более, о составе кометных ядер.

1.2. Возможность существования в ядре сложных летучих соединений

В предыдущем разделе обсуждались только простейшие химические соединения, в то время как в табл. 2 включены вещества, содержащие и более шести атомов в молекуле. Такие вещества, как диазоуксусноэтиловый эфир, аминоурацил, бутилуретан и др., состоят из типичных кометных радикалов, легкоплавки и в то же время нестойки. Возникает вопрос, возможно ли существование подобных веществ в ядрах комет.

На первый взгляд кажется, что ответ следует искать в рамках космогонии комет. Если кометы образовались вместе с остальными телами Солнечной системы из межзвездной среды, то естественно полагать, что кометные льды состоят из простейших молекул, наблюдаемых в спектрах межзвездного поглощения.

Если же кометы генетически связаны с планетами-гигантами, то в ядрах могут находиться более высокомолекулярные соединения, образование которых происходило в недрах планет-родителей [10,11, 13].

На самом деле подобные рассуждения неосновательны. Представим себе конгломерат из замороженных газов метана, аммиака, льда H_2O , дициана и уголекислоты. Прежде чем такой конгломерат пройдет вблизи Солнца и будет наблюдаться как комета, его вещество подвергнется в течение продолжительного времени действию жесткой радиации. Источников облучения два: космические лучи и излучение радиоактивных изотопов элементов, входящих в состав самого ядра.

Внешнее облучение поглотит наружные слои кометного ядра, в то время как излучению радиоактивных элементов подвергается вся масса ядра. Важность радиационного воздействия на кометные ядра подчеркивали О.В.Добровольский [26,27] и Дж. Л.Гринстейн [131]. Ф.Л.Уиппл и Р.П.Стефаник рассмотрели влияние внутренней радиации на строение и нагрев кометных ядер [177,176]. Авторы названных работ основное внимание обратили на термодинамические последствия радиационного воздействия: изменения скорости сублимации, тепловой эффект и ядерные превращения. Радиационно-химические процессы в ядре систематически не изучались.

Существует обширная литература по радиационно-химическим реакциям в твердой фазе [34,74,85], однако многие закономерности этих процессов изучены недостаточно. Хотя большинство работ в области радиохимии нацелено на промышленное использование получаемых результатов, некоторые из них представляют интерес и для физики комет.

Действие радиации различно в зависимости от природы твердого тела, подвергаемого облучению. Наименее подвержены действию радиации кристаллические вещества с металлической связью. Жесткое γ -излучение и нейтроны способны вызвать в металлических кристаллах только ядерные превращения и нагрев. То же самое происходит и с ковалентными кристаллами, к которым принадлежат кремний и кварц (в кристалле кварца связь частично ковалентная, частично ионная).

Главный результат воздействия радиации на ионные кристаллы (окислы, соли, щелочно-галогенные соединения) — ионизация и разложение веществ, образующих кристаллы. Чаще всего происходит отрыв электрона от аниона, вследствие чего последний превращается в ион-радикал, как правило неустойчивый, способный к дальнейшим превращениям. Например, после облучения хлорида аммония NH_4Cl появляются ион-радикалы NH_3^+ , NH_4^+ , $N_2H_4^+$. Ионизованный гидразин появляется также в результате облучения дихлорида гидразония $N_2H_5Cl_2$, сульфата гидразония $N_2H_4 \cdot H_2SO_4$ и, по-видимому, других соединений аммония и гидразония. Электрон, высвободившийся в результате ионизации, образует в кристалле центр окрашивания. Возможна рекомбинация электронов с ион-радикалами с образованием стабильных нейтральных молекул. Если же катион содержит атомы водорода, то и он может терять электрон.

Так как минеральная компонента кометных ядер представляет

собой смесь металлических, ковалентных и ионных кристаллов, можно сделать вывод, что основным результатом ее облучения — нагрев, появление дефектов кристаллической решетки и отщепление групп атомов, способных образовывать стабильные соединения, не образующие кристаллов перечисленных типов.

Рассмотрим воздействие радиации на ледяную компоненту ядер. Вещества, входящие в кометные льды, — низкокипящие летучие соединения. Эти свойства их объясняются тем, что силы межмолекулярного взаимодействия значительно слабее сил, связывающих атомы в молекулы. Поэтому при переходе в твердое состояние молекула сохраняет свою индивидуальность, а само вещество образует молекулярный кристалл, в узлах которого находятся не атомы или ионы, а молекулы. Между молекулами действуют быстро убывающие с расстоянием ($\sim r^{-7}$) слабые силы Ван-дер-Ваальса. Энергия разрыва вандерваальсовской связи невелика (0,05–0,005 эв), чем и объясняется низкая температура кипения.

Первичным актом взаимодействия радиации (γ и β) с молекулярным кристаллом является либо ионизация, либо диссоциация, либо возбуждение молекулы. Непосредственное превращение энергии налетающей частицы в движение молекулы как целого, т.е. нагрев, гораздо менее вероятно. γ -Кванты вызывают также фото-ядерные реакции — (γ, p), (γ, n) [89,105] и фоторождения π -мезонов. Вторичные частицы, образовавшиеся в результате этих реакций, в свою очередь производят ионизацию, диссоциацию и возбуждение молекул. Незначительные изменения химического состава, вызванные ядерными превращениями, нас не интересуют, а для изучения химического действия безразлично, первичная или вторичная частица произвела данный элементарный акт. Вполне очевидно, что эффект радиации определяется лишь полной дозой поглощенной энергии и не зависит от того, доставалась ли молекулам льда энергия непосредственно от первичной частицы или от продукта фотоядерной реакции. Из этих соображений нет необходимости рассматривать в деталях такие процессы, как тормозное излучение β -частиц и т.п.

После пролета первичной частицы сквозь кристалл в нем образуется след, заполненный ионами и вторичными электронами, количество которых легко оценить, разделив энергию первичной частицы на типичный потенциал ионизации. В кометных льдах потенциал ионизации различных молекул заключен в пределах 10–15 эв. Это означает, что после пролета первичной частицы с энергией 1–1,5 Мэв образует-

ся 10^4 – 10^5 вторичных электронов. Они и производят основное действие на вещество. Примерно 30% образовавшихся вторичных электронов обладают энергией, превышающей потенциал ионизации молекул, и производят добавочную ионизацию и диссоциативную ионизацию молекул. Оставшаяся энергия идет на возбуждение молекул (около 50%) и остается у тепловых электронов. Тепловые электроны участвуют затем в актах рекомбинации, что в свою очередь сопровождается выделением энергии, которая в конце концов переходит в тепло.

Радиационно-химический эффект облучения двойки. Во-первых, под воздействием радиации разлагаются молекулы с образованием более простых веществ (радиолиз), во-вторых, образуются более сложные соединения (радиационный синтез). Радиолиз происходит из-за того, что часть свободных радикалов, образовавшихся при диссоциации, не успевает рекомбинировать либо потому, что между ними вливается посторонняя молекула, либо потому, что они успевают разойтись на некоторое расстояние. Поскольку наиболее подвижен в твердом теле атом водорода, то более вероятно появление радикалов, образованных отщеплением водородных атомов от исходных молекул. Этот вывод сделан на основании изучения процессов радиолиза чистых веществ. Кометные льды представляют собой смеси, состоящие из многих веществ, поэтому следует ожидать, что в них будут стабилизироваться при низких температурах и радикалы, образованные путем разрушения внутренних связей в молекуле. Выход радикалов в аморфных телах составляет несколько единиц на 100 эв, в кристаллических, с присущей им высокой степенью упорядоченности структуры, радикалов получается значительно больше – до нескольких сотен на 100 эв.

Радикалы и ион-радикалы, образовавшиеся в результате облучения, большей частью рекомбинируют. Особенно высокой рекомбинационной способностью обладают ион-радикалы. Повышена реакционная способность также у возбужденных молекул. В результате рекомбинации образуются новые соединения, так как радикалы рекомбинируют в иных комбинациях, чем те, в которых они находились до диссоциации. Ион-радикал способен соединиться и с молекулой, не подвергшейся диссоциации. Точно так же могут соединиться две возбужденные молекулы. В результате происходит радиационный синтез более сложных соединений. Если в твердой фазе, представляющей собой интермолекулярный кристалл, или в твердом растворе имеется неоднородность (группа молекул одного из веществ), то возможно образование полимеров – радиационная полимеризация.

При радиационном синтезе часто, а при радиационной полимеризации всегда, продукты реакции обладают меньшей энергией, чем исходные вещества. Поэтому при радиационном синтезе происходит добавочное выделение энергии. Прежде чем эта энергия диссипирует в тепло, она многократно передается от молекулы к молекуле в виде энергии возбуждения и способна инициировать дальнейший синтез. Следовательно, радиационная полимеризация является цепной реакцией и прекращается только вследствие обрыва цепи. Обрыв может происходить на границах кристаллических зерен, на дислокациях кристалла, на поверхности твердого включения и в других случаях.

Замечательным свойством радиационного синтеза при низких температурах является пост-эффект, заключающийся в том, что активные центры, образовавшиеся при облучении (возбужденные молекулы в метастабильных состояниях, ионы и радикалы), реализуют свою реакционную способность не сразу, а в течение долгого времени. Радиационный синтез продолжается и после прекращения радиационного воздействия и резко ускоряется при нагревании и при переходе из аморфного состояния в кристаллическое. Известно и противоположное действие упорядоченности, когда полимеризация в аморфном состоянии происходит быстрее.

По-разному сказывается на процессе радиационной полимеризации и наличие примесей. Некоторые вещества (окислы металлов, двуокись кремния) оказывают сенсibiliзирующее влияние, ускоряя процесс, другие (например, вода) действуют противоположным образом – как ингибиторы.

В молекулярных кристаллах радиолиз и радиосинтез конкурируют друг с другом, благодаря чему устанавливается равновесие, которое и определяет средний молекулярный вес смеси. На последний влияют очень многие факторы: общая поглощенная доза и мощность дозы, температура и давление, наличие примесей, степень однородности смеси и упорядоченности структуры. Поэтому вычислить теоретически средний молекулярный вес кометных льдов, подверженных действию радиации, чрезвычайно трудно. В химических экспериментах, как правило, облучаются чистые вещества, а не смеси типа кометных льдов. Несмотря на это, получен ряд результатов, представляющих интерес для физики комет.

Твердый метан при 77°K под действием γ -квантов с энергией 1,33 Мэв превращался в вязкое масло, состоящее из тяжелых углеводородов с числом атомов углерода в молекуле до 20 [117].

Под действием α -частиц ацетилен превращается в желтый порошок /85/ с температурой плавления, превышающей 300°C . Эта реакция происходит в газовой фазе. Так же в газовой фазе полимеризуются под действием α -частиц дициан и цианистый водород. В тех же условиях из окиси углерода образуются твердые вещества, состоящие из графита и полимера субокси углерода C_3O_2 .

Чтобы выяснить, насколько существенна роль радиационно-химических превращений в ядрах комет, нужно оценить дозу радиации, которую получает вещество ядра. Источниками радиации, как уже упоминалось, являются космические лучи и радиоактивные изотопы в самом ядре. Кометные ядра подвергаются действию космических лучей как галактического происхождения, так и солнечного. Рассмотрим вначале действие галактических космических лучей.

Интенсивность первичных космических лучей составляет примерно $0,4$ протона/см²·сек·стерадиан [67,72], средняя энергия протона около $2 \cdot 10^9$ эв. Интенсивность облучения, выраженная в энергетических единицах, $I = 0,8 \cdot 10^9$ эв/см²·сек·стерадиан. В силу изотропности поток излучения

$$H = \pi I. \quad (1.2.1)$$

Мощность облучения всего ядра

$$q = 4\pi R^2 H = 4\pi^2 R^2 I \quad (1.2.2)$$

подводится к массе вещества

$$M = 4\pi R^2 l \delta. \quad (1.2.3)$$

Здесь R – радиус ядра, l – свободный пробег протонов в веществе ядра, δ – плотность вещества в поверхностном слое ядра. Мощность дозы радиации, т.е. количество энергии, поглощенной одним граммом кометного вещества в секунду,

$$\dot{D} = \frac{q}{M} = \frac{\pi I}{l \delta}. \quad (1.2.4)$$

Величина $l \delta$ – массовый пробег космических лучей – почти не зависит от химического состава поглотителя и составляет 78 г/см^2 [72]. Из соотношения (4) получаем

$$\dot{D} \approx 10^7 \text{ эв/г·сек} \approx 0,2 \text{ мкр/сек.}$$

Число молекул в одном грамме вещества равно

$$1/\bar{\mu} m_p, \quad (1.2.5)$$

где $\bar{\mu}$ – средний молекулярный вес исходной смеси. Радиационный выход $G \sim 0,01 - 1$ реакций/эв, поэтому в ядре будет происходить

$10^5 - 10^7$ реакций/г·сек, а доля прореагировавших молекул составляет $10^{-17} - 10^{-15} \text{ сек}^{-1}$.

Это означает, что за время $10^{15} - 10^{17}$ сек, т.е. за промежуток от ста миллионов до десяти миллиардов лет, в поверхностном слое ядра прореагируют все молекулы. Полученная оценка сравнима с возрастом солнечной системы. Она показывает, что даже при среднем выходе около $0,1$ реакции/г·сек не считается с ролью радиационно-химических превращений нельзя. Общее число прореагировавших молекул в ядре за время $T \sim 10^8$ лет при радиационном выходе $G \approx 1$ составит

$$N^* \approx 4\pi^2 R^2 I G T \sim 3 \cdot 10^{37} \quad (1.2.6)$$

при радиусе ядра 10 км . Так как типичная скорость эмиссии составляет $10^{29} - 10^{30}$ частиц в секунду, то продукты радиационно-химических реакций, располагающиеся в поверхностном слое толщиной 1 м , улетучатся при прохождении кометы вблизи Солнца за время 10^7 сек. Это время совпадает или даже превышает типичное значение периода наблюдаемости непериодических комет.

Отсюда следует, что даже при образовании комет вместе с остальными телами солнечной системы космические лучи преобразуют первичный состав ледяной компоненты ядра, и уже при первом прохождении кометы вблизи Солнца набор родительских молекул может не иметь ничего общего с перечнем простейших соединений, приведенном в самом начале главы.

Рассмотрим теперь роль внутренней радиоактивности. Ф.Уиппл и Р.Стефаник [176,177] установили, что основной источник внутренней радиации – изотоп K^{40} . Этот изотоп калия в 89% случаев испускает электрон с энергией, большей или равной $1,33 \text{ Мэв}$, в 11% случаев происходит К-захват с испусканием γ -кванта с энергией $1,46 \text{ Мэв}$. Период полураспада K^{40} составляет $1,26 \cdot 10^9$ лет. Свободный пробег с вылетающих частиц значительно меньше, чем у космических протонов. Самые жесткие из электронов проходят в алюминии $0,6 \text{ г/см}^2$, в других поглощающих средах эта величина имеет близкое значение. Значительно большей проникающей способностью обладают γ -кванты – их пробег около 36 г/см^2 .

Степень влияния внутренней радиации на летучую компоненту зависит от структуры ядра, т.е. от того, как распределены в нем летучая и минеральная составляющие. Если основная масса минеральных веществ сосредоточена в крупных телах, характерный размер которых

превышает 10 см, то радиация в основном поглотится этими телами и главным результатом радиоактивности будет нагрев. Действительно, если твердое вкрапление в кометных льдах имеет форму сферы радиуса a , а плотность вещества в нем составляет δ , то в окружающее пространство выйдет излучение из объема

$$4\pi a^2 l \quad (1.2.7)$$

при $l \ll a$.

Для вычисления интенсивности радиации в летучей составляющей — со строгим учетом эффекта самопоглощения радиации в твердых частицах, являющихся ее источником, — требуется решение задачи о многократном рассеянии. Мы не делали этого, поскольку метеорное вещество носит резко выраженный полидисперсный характер. Распределение частиц по радиусам примерно следует закону a^{-4} [67]. Поэтому основная часть твердого нелетучего вещества сосредоточена в мелких частицах. Самопоглощением радиации в них можно пренебречь. Для оценки радиационного воздействия будем считать ядро макроскопически однородным и не будем рассматривать процесс переноса массы летучей компонентой в результате диффузии ее наружу.

Ф. Уиппл и Р. Стефаник [176, 177] оценили начальный поток энергии от изотопов калия-40, урана-235, урана-238 и тория-232 в $3 \cdot 10^4$ эв/г·сек. При принятом ими содержании минеральных веществ (11%) эта энергия в основном поглотится в замороженных газах. Умножая принятую ими величину на период полураспада K^{40} ($4,73 \cdot 10^{16}$ сек) и радиационный выход [74], получим верхнюю оценку числа прореагировавших молекул в одном грамме вещества $2 \cdot 10^{21}$ реакций/г. Отсюда следует, что при принятых значениях параметров роль внутренней радиации значительно меньше, чем внешней, так как в рассмотренном случае успевают прореагировать всего несколько процентов общего числа молекул.

Гораздо существенней тепловой эффект радиационно-химических процессов. Так как первичная частица расходует на инициирование реакции около 1 эв, а при реакции выделяется примерно 3–4 эв, то общий тепловой эффект, найденный в рассматриваемой работе, занят в три-четыре раза. Это следует учитывать при оценке возраста комет.

Обратимся к эффекту солнечных космических лучей. Подробные сведения об энергетическом спектре и других характеристиках солнечного космического излучения приводятся в монографии Л. И. Дормана и Л. И. Миросниченко [30]. Авторы собрали и проанализировали боль-

шой фактический материал. В последующем анализе мы опираемся на данные этой монографии. Основные отличия солнечных космических лучей от галактических состоят в следующем:

1. Спектр солнечного космического излучения (СКИ) простирается в область частиц сравнительно малых энергий $\epsilon \sim 0,1$ Мэв. Верхняя граница энергетического спектра соответствует энергиям, типичным для галактических космических лучей (1–10 Гэв).

2. Спектр энергий СКИ значительно более крутой, чем в галактическом излучении. Чаще всего спектр солнечных протонов аппроксимируют выражением вида

$$D(\epsilon) = D_0 \epsilon^{-\gamma} [\text{см}^{-2} \text{сек}^{-1} \text{стерад}^{-1} \text{Мэв}^{-1}], \quad (1.2.8)$$

где ϵ — кинетическая энергия в мегаэлектронвольтах. Спектральный индекс γ для протонов, испускаемых во время солнечных вспышек, достигает 4–6. При отсутствии солнечных корпускулярных потоков $\gamma \sim 3$, в начальной стадии вспышки γ еще меньше (т.е. спектр богаче частицами высоких энергий).

3. СКИ, в отличие от галактического, нерегулярно во времени, так как генерируется во время активных процессов на Солнце.

Нас интересуют два эффекта, связанные с СКИ. Это, во-первых, результат среднего воздействия СКИ на ядра комет и, во-вторых, результат воздействия на ядро протонов отдельной вспышки на Солнце.

Для верхней оценки среднего эффекта примем вместе с Дж. Гринстейном [131] максимальное значение среднего потока 75 протонов/см²·сек и среднее значение энергии 75 Мэв. Пролет таких протонов в воздухе, водороде и в веществах с большим обилием тяжелых ядер составляет соответственно 9, 3,7 и 16 г/см². Это означает, что при плотности поверхностного слоя ядра $\delta \sim 1$ г/см³ все излучение поглотится в слое толщиной порядка 10 см, в котором при радиусе ядра 1 км находится примерно 10^{34} молекул. Мощность дозы для такого ядра составит 10^{23} эв/сек. Для того чтобы каждая молекула подверглась действию радиации, необходимо около 10^6 лет. Это время возрастает на порядок, если воспользоваться оценкой средней интенсивности облучения, найденной Лалом и Венкатавараданом [141] путем измерения радиоактивности алюминия-26 в осадочных отложениях Тихого океана, получившими значение потока $100 \text{ см}^{-2} \text{сек}^{-1}$ для энергии больше 10 Мэв. В таком случае большинство протонов поглотится в слое толщиной порядка 1 мм, содержащем 10^{32} молекул и получающем 10^{20} эв/сек. Такой слой испарится при прохождении

мимо Солнца за весьма короткое время ($10^2 - 10^4$ сек), поэтому ожидать каких-либо наблюдаемых последствий облучения не приходится. Однако воздействие вспышек СКИ на ядра стоит рассмотреть подробнее, так как довольно часто наблюдаются вспышки блеска комет, находящихся на больших расстояниях от Солнца [25, 78, 79, 169]. В этих областях межпланетного пространства крайне трудно объяснить вспышку, т.е. взрывообразное усиление эмиссии вещества из ядра, тепловым воздействием фотонной радиации Солнца. В то же время не вызывает сомнений связь вспышек комет с солнечной активностью [12, 25, 150, 169].

Первую попытку объяснить поверхностные взрывы ядер комет сделали Б.Донн и Г.Юри [116]. Они основывались на теории межзвездного происхождения комет. По их гипотезе, в кометных ядрах содержатся радикалы, стабилизировавшиеся в твердой фазе при низкой температуре еще в процессе образования комет. Слабое повышение температуры вызывает рекомбинацию радикалов. Выделившаяся энергия расходуется на взрыв.

Судя по приведенным выше оценкам, химический состав ядер, если принять гипотезу о межзвездном происхождении комет, будет сильно отличаться от первичного вследствие радиационно-химических процессов, вызванных галактическими космическими лучами. Поэтому выводы Донна и Юри сомнительны. Гораздо более вероятно, что источник энергии при кометных взрывах — не реакции соединения радикалов, а реакции экзотермического распада молекул.

Впервые эту мысль высказал О.В.Добровольский [25]. Он предполагал, что взрывчатые вещества образуются при рекомбинации радикалов, имеющих в ядре, согласно [25]. Так как первоначальная концентрация радикалов мала, пришлось предположить, что радикалы менее летучи и концентрация их растет по мере испарения легкоплавких, но не взрывчатых веществ. Радикалы действительно менее летучи, так как удерживаются в твердой фазе не вандерваальсовскими, а валентными силами; однако накапливаться в поверхностном слое они, вероятнее всего, не будут — при малейшей возможности радикалы рекомбинируют с образованием устойчивых молекул. Последние обладают уже высокой летучестью и будут испаряться сразу же после образования. Для накопления взрывчатых веществ необходим некоторый клапанный механизм, препятствующий их удалению из ядра.

Учет радиационного воздействия избавляет от необходимости предполагать наличие свободных радикалов в ядрах. Под действием

протонной радиации углеводороды будут терять атомы водорода, обладающие большой подвижностью и поэтому улетающие из ядра после рекомбинации в молекулы. Под действием облучения в поверхностном слое будет увеличиваться концентрация непредельных углеводородов: ацетилена, этилена, аллена (пропадиена) и т.п. Все эти вещества способны к экзотермическому разложению и должны обеспечить поверхностный взрыв после достижения критической концентрации.

Согласно оценке О.В.Добровольского [25], при типичной вспышке кометы выделяется до $5 \cdot 10^{23}$ частиц. Скорости их соответствуют энергии, равной приблизительно 0,15 эв/молекула. На изменение агрегатного состояния вряд ли расходуется больше, чем 0,4 эв/частица (теплота испарения воды), поэтому для вспышки требуется энергия от 0,5 до 1,0 эв/частица. Испаряющиеся при вспышке молекулы занимают очень тонкий слой на поверхности ядра. При радиусе ядра 1 км его толщина составит примерно 2 мм, при 10-километровом ядре — около 0,02 мм. Заметим, что в слое толщиной 2 мм поглощаются протоны с энергией до 7,7 Мэв. Следовательно, целесообразно изучить воздействие на кометные ядра именно малоэнергетичных протонов.

Рассмотрим распределение мощности облучения в поверхностном слое ядра. Введем функцию распределения протонов по абсолютным величинам скоростей v и углам прихода ϑ (отсчитываемым от нормали к поверхности), т.е. фазовую плотность протонов на глубине z , определенную соотношением

$$F(z, \vartheta, v) = \frac{dN}{v^2 dv \sin \vartheta d\vartheta d\varphi}, \quad (1.2.9)$$

в котором N — число частиц, φ — азимутальный угол в точке падения протонов на поверхность ядра. Так как толщина рассматриваемого слоя значительно меньше радиуса ядра, то будем считать поверхность последнего плоской. Кинетическая энергия протонов, которые нас интересуют, значительно меньше их массы (938 Мэв), поэтому пренебрегаем всеми релятивистскими эффектами. При движении быстрых протонов в веществе эффекты взаимодействия протонов с ядрами, которые приводят к многократному рассеянию, незначительны [4, 81] и ими можно пренебречь, рассматривая результат потерь протона как плавное непрерывное торможение в веществе.

При сделанных предположениях кинетическое уравнение для функции распределения $F(z, \vartheta, v)$ имеет вид

$$\frac{\partial F}{\partial z} + \frac{dv}{dz} \cdot \frac{\partial F}{\partial v} = F_0(v) \delta(z), \quad (1.2.10)$$

где $F_0(v)$ — функция распределения протонов СКИ вне ядра. Решение уравнения (1.2.10) имеет вид

$$F(z, v, v) = F_0(0, v, v_0). \quad (1.2.11)$$

Здесь v_0 — скорость, с которой входил в ядро протон, движущийся на глубине z со скоростью v . Для определения связи между v_0 и v необходимо проинтегрировать уравнение движения протона в веществе ядра

$$\frac{dv}{dt} = -Cv^{-n}, \quad (1.2.12)$$

в котором $n = 2$ для легких и $n = 1$ для тяжелых ядер, C — коэффициент пропорциональности, выражающийся через атомные константы [4].

Интересующая нас величина P — мощность облучения на заданной глубине — связана с функцией распределения соотношением

$$P\left[\frac{\text{эрг}}{\text{г} \cdot \text{сек}}\right] = -\frac{d}{d(z\delta)} \int F(z, v, v) \frac{mv^2}{2} v \cos v v^2 dv \sin v dv d\varphi. \quad (1.2.13)$$

Если известен дифференциальный спектр СКИ, т.е. плотность потока частиц в единице телесного угла в единичном интервале энергий, определенная как

$$D(\epsilon) = \frac{v dN}{d\epsilon \sin v dv d\varphi}, \quad (1.2.14)$$

то с помощью (10) и (12) имеем

$$F(v) = \frac{D(\epsilon)}{v} \cdot \frac{d\epsilon}{dv}. \quad (1.2.15)$$

Таким образом, решение кинетического уравнения, выраженное через дифференциальный энергетический спектр протонов, может быть записано в форме

$$F(z, v, v) = \frac{k^2 m^2}{2} \cdot \frac{D(\epsilon_0)}{\epsilon_0}, \quad (1.2.16)$$

где $k^{-1} = 1,6 \cdot 10^{-6}$ эрг/Мэв, а ϵ_0 — начальная энергия, с которой входят в ядро протоны, имеющие на глубине z энергию ϵ . Подставив (16) в (13) и выполнив интегрирование по азимуту, получим

$$P\left[\frac{\text{Мэв}}{\text{г} \cdot \text{сек}}\right] = -2\pi \frac{d}{d(z\delta)} \int \frac{D(\epsilon_0)}{\epsilon_0} \epsilon^2 d\epsilon \sin v \cos v dv d\varphi. \quad (1.2.17)$$

Для определения связи между ϵ_0 и ϵ преобразуем (12) к виду

$$\cos v \frac{d\epsilon}{dz} = -\frac{B}{\beta} \epsilon^{-(\beta+1)} \quad (1.2.18)$$

и проинтегрируем. Получим

$$\epsilon^\beta - \epsilon_0^\beta = -\frac{\beta z \delta}{\cos v}. \quad (1.2.19)$$

Величина

$$s\delta = \frac{\epsilon_0^\beta}{\beta} \quad (1.2.20)$$

есть не что иное как пробег протона в веществе. Экспериментальные данные о зависимости пробега от энергии аппроксимируются выражением (20), если положить $\beta = 7/4$ [7]. Для пробега протонов в воздухе $B = 417$, для пробега в свинце $B = 220$ [7]. При численных оценках мы будем использовать промежуточное значение этого коэффициента, приняв $B = 300$.

Пусть дифференциальный спектр космических лучей имеет вид

$$D(\epsilon) = D_0 \epsilon^{-\gamma} \sigma(\epsilon - \epsilon_{\min}), \quad (1.2.21)$$

где $\sigma(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда, определенная условием

$$\sigma(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 1 & \text{при } x \geq 0. \end{cases} \quad (1.2.22)$$

При

$$z\delta \geq \frac{\epsilon_{\min}^\beta}{\beta} \quad (1.2.23)$$

подстановка (19) и (21) в (17), после выполнения дифференцирования по $z\delta$, дает

$$P = \frac{2\pi(r+1)D_0 B}{\beta} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty \frac{\sin v dv \epsilon^2 d\epsilon}{(\epsilon^\beta + \frac{\beta z \delta}{\cos v})^\beta} \cdot \frac{r \cdot \beta + 1}{\beta} \quad (1.2.24)$$

Интегрируя по энергиям и углам прихода, получим окончательный результат:

$$\rho \left[\frac{\text{МэВ}}{\text{г}\cdot\text{сек}} \right] = \frac{2\pi(\gamma+1)\Gamma(\frac{2}{\beta})\Gamma(\frac{\gamma+\beta-1}{\beta})}{(\gamma+1-\beta)\Gamma(\frac{\gamma+\beta+1}{\beta})} \cdot \frac{D_0}{\beta^{\frac{\gamma-2}{\beta}}(z\delta)^{\frac{\gamma+\beta-2}{\beta}}}, \quad (1.2.25)$$

справедливый для глубин, ограниченных неравенством (23). На меньших глубинах рост ρ с уменьшением z замедляется, так как по мере приближения к поверхности все большее число протонов имеет пробег, превышающий глубину слоя.

Во время самых мощных вспышек на Солнце поверхностный слой кометного ядра получает значительную энергию. В качестве примера возьмем вспышку 14-15.VI 1959 г. Согласно измерениям [30], параметры спектра в диапазоне энергий 2-1000 МэВ составляли: $D_0 = 6 \cdot 10^{12}$, $\gamma = 4,5$. Подставив эти значения в (25), получим

$$\rho = \frac{7,5 \cdot 10^{14}}{(z\delta)^{17/7}} \left[\frac{\text{эВ}}{\text{г}\cdot\text{сек}} \right]. \quad (1.2.26)$$

Предположим, что в такой поток СКИ попала комета. Принимая в качестве средней массы молекулы значение $5 \cdot 10^{-23}$ г, найдем время, за которое доза облучения составит 0,5 эВ на молекулу. Из (26) следует

$$\lg t_{\text{сек}} = 7,2 + \frac{17}{7} \lg(z\delta)_{\text{г/см}^2}. \quad (1.2.27)$$

Эта зависимость изображена на рис.1. Как следует из расчета, за время $t \sim 10^5$ сек слой толщиной 1 мм получит достаточную энергию для разрушения межмолекулярных связей. На этом основании нельзя заключить, что такой слой будет сорван мгновенно, так как энергия отводится наружу излучением и сублимацией, а внутрь — путем теплопроводности. Оценка времени показывает, что процессы переноса энергии играют существенную роль в установлении энергетического баланса на рассматриваемой глубине.

На меньших глубинах, составляющих доли миллиметра, энергетический приток со стороны мощной вспышки СКИ достигает порогового значения гораздо быстрее, чем успевают сработать процессы переноса (10^2 сек). Поэтому механизм внезапного усиления эмиссии вещества под действием СКИ следует искать, рассматривая баланс между мощностью облучения и потерями энергии на сублимацию с учетом движения границы твердой фазы вглубь ядра. Этот вопрос будет подробнее рассмотрен в следующем разделе.

Предидущие оценки относятся к вспышкам большой мощности, ко-

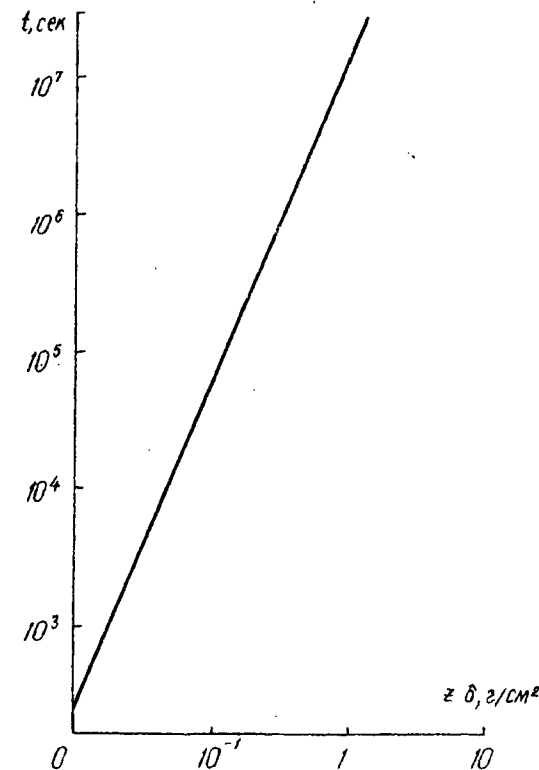


Рис.1. Эффект облучения ядра солнечными космическими лучами.

торые происходят довольно редко. Гораздо чаще ядро подвергается действию вспышек меньшей интенсивности. Одним из результатов такого облучения может быть накопление энергии в химической форме. Если учитывать этот эффект, то пороговое значение энергии на одну молекулу, необходимое для начала цепной реакции (взрыва), следует снизить. Следовательно, снизится время, необходимое для инициирования взрыва СКИ, и сам взрыв может быть вызван более слабой вспышкой космических лучей. В связи с этим заслуживает упоминания тот факт, что малоэнергетичные протоны СКИ существуют в виде потоков, сохраняющихся на протяжении нескольких оборотов Солнца [23,30,114], что может послужить причиной 28-дневной периодичности в активности комет [12,15,22,42,99,169]. Кроме протонов с энергиями $\epsilon \sim 10$ МэВ на интересующую нас глубину проникают рентгеновские фотоны с длиной волны $\lambda \sim 1 \text{ Å}$ (энергия фотона $\epsilon \sim 12$ кэВ). Они также дают вклад в рассматриваемый эффект.

1.3. Переход нейтральных молекул из ядра в атмосферу кометы

Механизм образования кометных атмосфер тесно связан с моделью ядра и эволюционировал вместе с ней [9,10,32,49,50,76,80,125,126,138,168,174,175]. Рассматривались такие процессы: сублимация льдов, десорбция газов с поверхности твердых вкраплений из нелетучих веществ или каменной составляющей ядра, активи-

рованная диффузия газов сквозь пористый поверхностный слой, состоящий главным образом из пылинок. Первые два процесса, как отметил О.В.Добровольский, физически эквивалентны, третий при определенных предположениях описывается теми же математическими соотношениями, что и первые два.

Изоморфизм объясняется тем, что сущность всех этих процессов состоит главным образом в преодолении некоторого энергетического барьера между состояниями молекулы. Различия при этом носят второстепенный характер. Например, десорбция отличается от сублимации только тем, что это гетерогенный процесс. Сублимация может рассматриваться как частный случай десорбции при тождественности адсорбента и адсорбата. С квантовой точки зрения процесс нагрева кометного вещества и образования атмосферы выглядит так. Фотон, упавший на поверхность ядра, превращается в фотон и экситон с соблюдением правила отбора:

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}_e + \vec{p}_\varphi + 2\hbar \vec{\delta}, \quad (1.3.1)$$

$$h\nu = \epsilon_e + \epsilon_\varphi;$$

здесь $p_\gamma = h\nu/c$ — импульс фотона, $\vec{p}_e$ — импульс экситона, $\vec{p}_\varphi$ — квазиимпульс фона, определенный с точностью до величины $2\hbar \vec{\delta}$, где $\vec{\delta}$ — произвольный вектор обратной решетки; $h\nu$, ϵ_e и ϵ_φ соответственно энергии фотона, экситона и фона. Несмотря на то что в кристалле энергии возможных экситонов заключены в определенных полосах, трехчастичный характер процесса (3) обеспечивает почти неселективное поглощение света. С меньшей вероятностью может происходить двухчастичный процесс поглощения, когда фотон возбуждает молекулу в другое электронное состояние, порождая только локализованный экситон Френкеля, или передает импульс и энергию кристаллу в виде колебаний молекул как целого, порождая только фотон. Двухчастичные процессы, как следует из законов сохранения (1), селективны, так как связаны с электронным спектром молекулы и собственными частотами колебаний решетки. Собственные частоты колебаний в молекулярных кристаллах малы, поэтому большая часть энергии поглощенного фотона передается молекуле в виде энергии возбуждения: электронного (экситон) или колебательного (виброн). Мигрируя по кристаллу, экситон очень быстро (за 10^{-5} сек) превращается в фоны и вся поглощенная лучистая энергия переходит в тепло. Разумеется, на поверхности кристалла возможен процесс, обратный (1), который происходит сразу же вслед за поглощением фотона. В результате рассеянный или отраженный фотон уходит с поверх-

ности ядра в окружающее пространство. Феноменологически этот процесс учитывается путем введения альбедо поверхности ядра.

Так как фононы являются бозонами, то "раскачку" колебаний ядра на квантовом языке описывают как рост температуры фонов газа. Последний быстро приходит в состояние равновесия. С нагревом решетки увеличивается вероятность того, что молекула в поверхностном мономолекулярном слое получит энергию, достаточную для преодоления потенциального барьера, и перейдет в газовую фазу. Малое время релаксации микроскопических процессов, связанных с поглощением света и нагревом, позволяет рассматривать процесс образования кометной атмосферы как стационарный процесс высвобождения молекул из твердого вещества при заданной температуре поверхности.

Характер поверхностных процессов зависит от хода потенциальной энергии молекулы в поверхностном поле межумолекулярных сил в зависимости от расстояния молекула — поверхность. Типичные кривые потенциальной энергии показаны на рис.2.

Кривая 1 получается, если молекула удерживается на поверхности ядра силами Ван-дер-Ваальса. Этот вид типичен для процессов адсорбции и десорбции молекулярных кристаллов. Ковалентная связь поверхностной молекулы дает кривую типа 2 со значительно более глубокой потенциальной ямой. Метастабильные вещества, способные к экзоэнергетическому разложению, характеризуются кривыми типа 3. Отличительный признак таких ве-

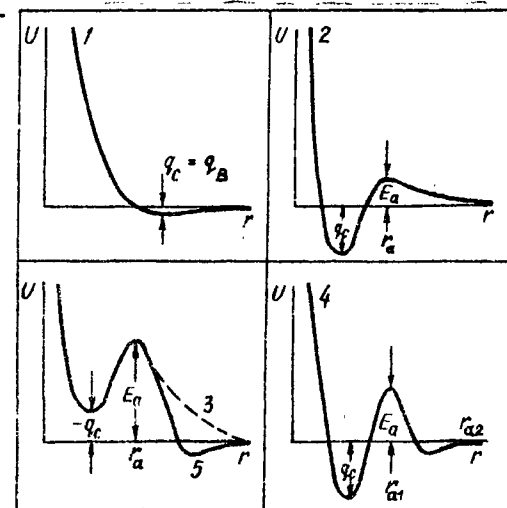


Рис.2.Потенциальная энергия молекулы поверхностного слоя.

щества — расположение дна потенциальной ямы в области положительных энергий. В случае кривых типа 2 и 3 в действительности также присутствует неглубокая потенциальная яма, образованная за счет вандерваальсовских сил, так что реальные вещества притягивают поверхностную молекулу по закону, изображаемому кривой типа 4 (вандер-

ваальсовские и валентные силы) или типа 5 (метастабильное вещество). Попадание молекулы в близкую к поверхности глубокую потенциальную яму есть хемосорбция, при которой адсорбат образует химическое соединение с адсорбентом. При тождественности адсорбента и адсорбата — это просто конденсация веществ, образующих немолекулярные кристаллы.

Кривые потенциальной энергии позволяют качественно проанализировать основные особенности поверхностных процессов в веществах различной природы. Физическая адсорбция и конденсация в молекулярные кристаллы, как это видно из кривой 1, не требует затрат энергии. Любая молекула, попавшая на поверхность, может остаться на ней, отдав энергию q_B , которая есть не что иное как энергия связи (вандерваальсовской). Обратный процесс требует энергетических затрат. Энергия активации десорбции или сублимации молекулярного кристалла равна самой энергии сублимации (десорбции) q_B . Заметим, что на самом деле минимальная энергия, удаляющая молекулу из твердой фазы, чуть-чуть меньше q_B , так как в силу квантовых законов молекула не может находиться на дне потенциальной ямы. Самый низший энергетический уровень (так называемые "нулевые" колебания решетки) всегда находится на конечном расстоянии от дна ямы ($h\nu_0/2$), однако

$$h\nu_0/2 \ll q. \quad (1.3.2)$$

(В дальнейшем всюду подразумевается это обстоятельство и специальная оговорка не делается.)

Попадание молекулы в близкую к поверхности потенциальную яму менее вероятно, так как это требует преодоления потенциального барьера. Минимальная энергия молекулы в этом случае равна E_A (энергия активации хемосорбции). Еще труднее переход молекулы в газовую фазу, так как энергия активации для этого процесса есть сумма энергии связи q_C и энергии активации сорбции E_A . Величины E_A и q_C зависят от точки на поверхности кристалла, и эта зависимость приводит к упорядоченному строению кристалла. Молекула с большей вероятностью присоединяется к кристаллу в точке, где высота барьера минимальна.

Эти же свойства характеризуют метастабильные вещества, с той лишь разницей, что энергия активации разложения E'_A равна разности $E_A - q_C$. Каждый акт разложения сопровождается выделением энергии q_C , которая частично переходит в энергию движения продуктов разложения, частично остается в твердом веществе. Соот-

ношение этих двух частей и определяет возможность взрыва. Действительно, если

$$q > E'_A, \quad (1.3.3)$$

то распад одной из молекул может активировать несколько других молекул и в свою очередь вызвать их распад. В результате реакция разложения будет носить цепной характер; скорость ее определяется механизмом обрыва цепей [74].

Перейдем к количественным закономерностям поверхностных процессов [17,88]. В кометных атмосферах происходит как пополнение атмосферы за счет высвобождения молекулы из ядра, так и обратный процесс. Наиболее общий характер при этом имеют законы хемосорбции, соотношения для остальных процессов представляют частный случай этих законов.

Рассмотрим газ в равновесии с твердой фазой. Твердую поверхность будем считать однородной. Найдем скорость адсорбции. Число молекул, падающих на единицу поверхности в единицу времени $\dot{N}_{пад}$, определяется соотношением

$$\dot{N}_{пад} = \frac{P}{\sqrt{2\pi mkT_2}}. \quad (1.3.4)$$

Доля этих молекул, обладающая энергией выше потенциального барьера, есть

$$e^{-E_A/kT_2}. \quad (1.3.5)$$

Вероятность того, что молекула попадает в центр адсорбции, есть функция величины θ — степени заполнения поверхности адсорбированными атомами

$$f(\theta). \quad (1.3.6)$$

Наконец, молекула, преодолевшая потенциальный барьер, необязательно адсорбируется. Вероятность адсорбции выше, если молекула в момент падения сталкивается с атомом кристалла, движущимся в момент столкновения (за счет колебаний решетки) вглубь твердого вещества, и меньше, если атом поверхности движется в момент столкновения навстречу падающей молекуле. Вероятность адсорбции зависит и от скорости движения поверхностных атомов, т.е. от температуры кристалла $T_{кр}$. Обозначим вероятность адсорбции молекулы, попавшей в центр адсорбции, через $\sigma(T_{кр})$. Умножая ее на величины (4), (5), (6), найдем скорость адсорбции

$$N_a = \sigma(T_{кр}) f(\theta) e^{-\frac{E_a}{kT_2}} \frac{P_2}{\sqrt{2\pi m k T_2}} \quad (1.3.7)$$

Аналогично вычисляется скорость десорбции. Если поверхностная плотность центров десорбции $f'(\theta)$, вероятность приобретения молекулой энергии E_a' равна

$$e^{-(E_a + q)kT_{кр}} \quad (1.3.8)$$

где E_a — энергия активации десорбции, и, наконец, вероятность высвобождения молекулы при осуществлении предыдущих условий

$K(T_{кр})$, то скорость десорбции равна

$$\dot{N}_g = K(T_{кр}) f'(\theta) e^{-\frac{E_a + q}{kT_{кр}}} \quad (1.3.9)$$

При равновесии $\dot{N}_a = \dot{N}_g$ и $T_{кр} = T_2 = T$.

Отсюда вытекает выражение давления паров адсорбата через температуру (так называемая изотерма адсорбции)

$$P_s = \frac{K f'(\theta)}{\sigma f(\theta)} \sqrt{2\pi m k T} e^{-q/kT} \quad (1.3.10)$$

При тождественности адсорбента и адсорбата, т.е. при сублимации и конденсации, f и f' — величины постоянные. Не ограничивая общности, можно принять $f = f' = 1$.

$$(1.3.11)$$

Если к тому же рассматривается молекулярный кристалл, то энергия активации для конденсации равна нулю.

Используя соотношение (10), скорость десорбции при отсутствии равновесия можно записать в виде

$$\dot{N}_g = \frac{\alpha P_s(T_{кр})}{\sqrt{2\pi m k T_{кр}}} \quad (1.3.12)$$

Величину

$$\alpha = \sigma(T) e^{-E_a/kT} \quad (1.3.13)$$

принято называть коэффициентом соответствующего процесса (десорбции или сублимации). Остается определить явный вид $\sigma(T)$.

Выражение для коэффициента конденсации σ можно получить методами статистической физики. Рассортируем все молекулы на три группы: сконденсировавшиеся молекулы, энергия которых меньше E_a'

в случае хемосорбции и меньше 0 в случае сублимации молекулярного кристалла, а координата реакции (расстояние от поверхности) меньше соответственно r_{a1} и r_{a2} ; молекулы в газовой фазе, энергия которых произвольна, а координата реакции больше r_a ; активированные комплексы, энергия которых выше высоты поверхностного барьера, а координата находится в окрестности r_a . Все упоминаемые здесь величины пояснены на рис.2. Задача состоит в том, чтобы установить связь между объемной плотностью газовых молекул n_2 , поверхностной плотностью активированных комплексов $N_{акт}$ и поверхностной плотностью центров адсорбции N_4 .

Рассматривая процесс обмена молекул между фазами как химическую реакцию между центрами адсорбции и активированными комплексами и между активированными комплексами и газовыми молекулами, ищем константу скорости этой реакции. Скорость реакции (константа скорости) связана с концентрациями реагентов соотношением

$$[K] = \frac{N_{акт}}{N_4 N_2} = \frac{Z_{акт}}{Z_4 Z_2} e^{-E_a/kT} \quad (1.3.14)$$

в котором $Z_{акт}$, Z_2 и Z_4 — соответственно статистические суммы активированных комплексов, газовых молекул и центров адсорбции, E_a — энергия активации адсорбции.

Статистическая сумма для любого реагента может быть представлена в виде

$$Z = Z_T Z_r Z_v \quad (1.3.15)$$

Z_T , Z_r и Z_v — соответственно статистические суммы по поступательным, вращательным и колебательным степеням свободы. Каждая поступательная степень свободы дает вклад в статистическую сумму в виде множителя

$$\frac{(2\pi m k T)^{1/2}}{h} \quad (1.3.16)$$

Линейная молекула, обладающая двумя вращательными степенями свободы, дает

$$Z_r = \frac{8\pi^2 I k T}{s h^2} \quad (1.3.17)$$

где I — момент инерции, s — число симметрии, равное 2 для гомоядерных и 1 для гетероядерных молекул. Для многоатомных молекул при отсутствии внутримолекулярного вращения

$$Z_T = \frac{8\pi^2 (8\pi^3 I_A I_B I_C)^{1/2} (kT)^{3/2}}{5h^3} \quad (1.3.18)$$

Здесь I_A , I_B и I_C — главные моменты инерции молекулы. Для несимметричных молекул (HCN , HCO , ...) число симметрии $s = 1$, для симметричных молекул типа C_2H_2 $s = 2$, для молекул типа CH_4 $s = 12$.

Рассмотрим теперь статистическую сумму по колебаниям. Молекула, состоящая из n атомов, может совершать $n-1$ валентных колебаний и $2n+1-x$ деформационных. При этом $x = 5$ для линейных молекул и $x = 6$ в остальных случаях. Если же возможно внутреннее вращение какой-либо части молекулы по отношению к остальным, то $x > 6$. Статистическую сумму для колебаний можно записать в виде

$$Z_V = \prod_{i=1}^{2n+1-x} (1 - e^{-h\nu_i/kT})^{-1} \quad (1.3.19)$$

Символ $\prod$ означает произведение.

Колебание активированного комплекса вдоль координаты реакции обязательно приводит к его переходу либо в связанное (оседание), либо в свободное состояние, поэтому при равновесии

$$\dot{N}_a = \dot{N}_g = \gamma N_{акт}, \quad (1.3.20)$$

где γ — частота колебаний активированного комплекса. Применяя соотношение (19) к активированному комплексу, учтем, что его колебания низкочастотны в том смысле, что

$$\frac{h\nu}{kT} \ll 1. \quad (1.3.21)$$

Это позволяет разложить в ряд экспоненту в первом множителе (19). В результате имеем

$$Z_V^{акт} \approx \frac{kT}{h\nu} \prod_i' (1 - e^{-h\nu_i/kT}) = \frac{kT}{h\nu} Z_V^{акт}, \quad (1.3.22)$$

где штрих означает, что произведение берется по всем уровням энергии, кроме наинизшего. Так как при низких температурах верхние уровни невозбуждены, то можно принять

$$Z_V^{акт} \approx \frac{kT}{h\nu}. \quad (1.3.23)$$

Воспользовавшись этим выражением, подставим статистические суммы реагентов в (14), найдем концентрацию активированных комплексов, и, подставив ее в (20), определим скорость адсорбции

$$\dot{N}_a = \frac{kT}{h} N_u N_p \frac{Z_T^{акт} Z_T^{акт} Z_V^{акт}}{Z_T^2 Z_V^2 Z_T^2 Z_V^2} e^{-\frac{E_a}{kT}}. \quad (1.3.24)$$

Так как центр адсорбции не перемещается по поверхности и не вращается, то $Z_T^u = Z_T^p = 1$ и

$$\dot{N}_a = \frac{N_u h^2}{2\pi m k T} \cdot \frac{Z_T^{акт} Z_T^{акт} Z_V^{акт}}{Z_V^2 Z_T^2 Z_V^2} \cdot \frac{p e^{-E_a/kT}}{\sqrt{2\pi m k T}}. \quad (1.3.25)$$

Сравнивая это выражение с (7), находим

$$G = \frac{N_u h^2}{2\pi m k T} \cdot \frac{Z_T^{акт} Z_T^{акт} Z_V^{акт}}{Z_V^2 Z_T^2 Z_V^2}. \quad (1.3.26)$$

При неподвижных активированных комплексах $Z_V^{акт} = Z_T^{акт} = Z_T^{акт} = 1$, а за счет низкой температуры $Z_V^u = Z_V^p = 1$.

В этом случае

$$G = \frac{N_u h^5}{16\pi^3 \sqrt{8\pi^3 I_A I_B I_C} (kT)^5}. \quad (1.3.27)$$

Если же активированный комплекс может свободно перемещаться по поверхности и имеет те же колебательные и вращательные степени свободы, что и газовая молекула, то

$$Z_T^{акт} = \frac{2\pi m k T}{h^2} \cdot \frac{1}{N_u}, \quad (1.3.28)$$

$$Z_V^u = 1$$

и, следовательно,

$$G = 1. \quad (1.3.29)$$

Для определения скорости десорбции из уравнения равновесия найдем

$$N_{акт} = N_{св} \frac{Z_{акт}}{Z_{св}} e^{-\frac{E_a+q}{kT}}, \quad (1.3.30)$$

где

$$N_{св} = N_u f'(\theta).$$

Отсюда

$$\dot{N}_g = f'(\theta) N_u \frac{kT}{h} \cdot \frac{Z_T^{акт} Z_T^{акт} Z_V^{акт}}{Z_V^2 Z_T^2 Z_V^2} e^{-\frac{E_a+q}{kT}}. \quad (1.3.31)$$

$$K = N_u f'(\theta) \frac{kT}{h} \cdot \frac{Z_T^{akt} Z_T^{akt} Z_V^{akt}}{Z_{cb}^3} \quad (I. 3.32)$$

При неподвижных активных комплексах и низких температурах

$$K = N_u f'(\theta) \frac{kT}{h} \quad (I. 3.33)$$

Если же активированный комплекс подвижен, то для молекул, имеющих три степени свободы вращения,

$$K = \frac{16\pi^3}{5h^3} (\delta x^3 I_A I_B I_C)^{1/2} (kT)^{7/2} \frac{N_{cb}}{N_{akt}} \quad (I. 3.34)$$

Подставив найденные выражения для σ и K в (10), получим изотерму адсорбции

$$\rho = \frac{N_{cb}}{N_u} \left(\frac{2\pi mkT}{h} \right)^{3/2} \frac{Z_V^3 Z_T^2 Z_u}{Z_{cb}^3} e^{-q/kT} \quad (I. 3.35)$$

Если рассматривать не процесс адсорбции - десорбции, а процесс сублимации - конденсации, то $N_{cb} = N_u$. В этом случае (35) дает связь между давлением насыщенного пара и температурой поверхности.

Связь между давлением пара над твердой поверхностью при равновесии и температурой можно получить и непосредственно, приравняв химические потенциалы фаз. Химический потенциал молекулярного кристалла равен [93]

$$\mu_T = -q + 9kT \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \xi^2 \ln(1 - e^{-\xi}) d\xi + \\ + kT \sum_{i=4}^{\infty} \ln(1 - e^{-\theta_i/T}) - \\ - kT \ln v_0 \Pi_p + \rho v, \quad (I. 3.36)$$

где q - наименьшая возможная энергия, которая приходится на одну молекулу в кристалле, θ_D - температура Дебая. Интеграл в (36) представляет вклад колебаний решетки, вычисленный в приближении Дебая (с квадратичным распределением осцилляторов по частотам), сумма (третий член в выражении (36)) описывает вклад внутренних колебаний атомов в молекуле. Последний член в этом выражении описывает вклад спинов атомных ядер, Π_p - произведение статистических весов ядерных спинов каждой молекулы, v_0 - статистический вес основного электронного состояния молекулы.

При низких температурах, т.е. при

$$T/\theta_D \ll 1, \quad (I. 3.37)$$

справедливо приближение

$$(\mu_T \approx -q - \frac{3\pi^4}{5} \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 kT - kT \ln v_0 \Pi_p. \quad (I. 3.38)$$

При высоких температурах, т.е. при

$$T \gg \theta_D, \quad (I. 3.39)$$

получается приближенное выражение

$$(\mu_T \approx -q - kT - \frac{9}{8} k\theta_D - 3kT \ln \frac{T}{\theta_D} - kT \ln v_0 \Pi_p. \quad (I. 3.40)$$

Формальное интерполяционное выражение, сшивающее (38) и (40), имеет вид

$$\mu_T \approx -q - \frac{3\pi^4}{5} \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \frac{1 + \frac{8}{9} \frac{T}{\theta_D} \ln \left[\left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 e \right]}{1 + \frac{8\pi^4}{15} \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^4} - kT \ln v_0 \Pi_p. \quad (I. 3.40a)$$

Химический потенциал для линейных многоатомных молекул определяется выражением

$$\mu_n = kT \ln \rho - \frac{7}{2} kT \ln T + kT \sum_i \ln(1 - e^{-\theta_i/T}) - \\ - kT \ln \left\{ \frac{(2\pi m)^{3/2} k^{5/2}}{h^3} \cdot \frac{8\pi^2 I k}{sh^2} v_0 \Pi_p \right\}, \quad (I. 3.41)$$

в котором I - момент инерции молекулы.

В случае нелинейных молекул

$$\mu_{nl} = kT \ln \rho - 4kT \ln T + kT \sum_i \ln(1 - e^{-\theta_i/T}) - \\ - kT \ln \left\{ \frac{(2\pi m)^{3/2} k^{5/2}}{h^3} \cdot \frac{8\pi^2 (2\pi k)^{3/2} \sqrt{I_A I_B I_C}}{sh^2} v_0 \Pi_p \right\}, \quad (I. 3.42)$$

где I_A, I_B, I_C - главные моменты инерции.

При выводе изотермы сублимации следует учитывать, что внутренние колебания молекулы в твердой и газовой фазах дают пренебрежимо малый вклад в теплоемкость и химический потенциал. В приближении Беневиза и Рознера [108] теплоемкость газа многоатомных молекул имеет вид

$$\frac{C_V}{k} = \frac{5}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{\theta_i^{(1)}}{2T} \right)^2}{sh^2 \left(\frac{\theta_i^{(1)}}{2T} \right)} + \frac{(3n-2)-n}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{\theta_i^{(2)}}{2T} \right)^2}{sh^2 \left(\frac{\theta_i^{(2)}}{2T} \right)} \quad (I. 3.43)$$

для линейных молекул и

$$\frac{c_v}{k} = 3 + \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{\theta_i^{(n)}}{2T}\right)^2}{\text{sh}^2\left(\frac{\theta_i^{(n)}}{2T}\right)} + \frac{(3n-\theta)n}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{\theta_i^{(n)}}{2T}\right)^2}{\text{sh}^2\left(\frac{\theta_i^{(n)}}{2T}\right)} \quad (1.3.44)$$

для нелинейных.
В этих выражениях

$$\theta_i^{(1)} = \frac{h\nu_{\text{вал}}}{k} \quad (1.3.45)$$

и

$$\theta_i^{(2)} = \frac{h\nu_{\text{деф}}}{k} \quad (1.3.46)$$

соответственно характеристические температуры валентных и деформационных колебаний; n — число связей в молекуле. В табл. 3 приводятся характеристические температуры связей по отношению к валентным и деформационным колебаниям [93]. Из приведенных значений видно, что почти для всех связей

$$T \ll \frac{\theta}{2}. \quad (1.3.47)$$

Исключение составляют деформации $C \equiv C$, $C-N$, $C \equiv N$ и $N-N$. При температурах кометных ядер 300°K эти колебания дадут вклад в теплоемкость не более 30%.

Т а б л и ц а 3

Связь	$\theta^{(1)}/2, ^\circ\text{K}$	$\theta^{(2)}/2, ^\circ\text{K}$	Связь	$\theta^{(1)}/2, ^\circ\text{K}$	$\theta^{(2)}/2, ^\circ\text{K}$
C-C (алифатический ряд)	653	468	O-H	2515	970
C-C (ароматический ряд)	1077	431	N-N	1600	424
C=C	860	650	N-N ($\delta N_2 O_4$)	700	360
C $\equiv$ C	1500	270	N-N*	770	650
C-H	2150	750	N-H	2370	860
C-O	740	800	N-O	910	475
C=O	1250	560	N=O	1060	470
C-N	720	320	N-N ($\delta N_2 H_4$)	630	800
C=N	1600	172	N=N	1150	
C=N	1150				

Если пренебречь влиянием кристаллической решетки на внутримолекулярные колебания, то при фазовом переходе высвобождающаяся молекула сохранит свое колебательное состояние; электронное состояние и ориентация ядерных спинов также не изменится. Молекула, покидающая кристалл, обладает своей долей решеточной

энергии. Она расходует энергию на преодоление потенциального барьера и требует добавочной энергии на три поступательные степени свободы. Учитывая эти соображения, получаем изотерму сублимации, которая для линейных и нелинейных молекул имеет, соответственно, вид

$$p_l = \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} \cdot \frac{8\pi^2 I(kT)^2}{h^2 s} e^{-\frac{q}{kT} + g\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \xi^2 (1-e^{-\xi}) d\xi} \quad (1.3.48)$$

и

$$p_{nl} = \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} \cdot \frac{8\pi^2 (2\pi kT)^{3/2} \sqrt{I_A I_B I_C}}{h^3 s} e^{-\frac{q}{kT} + g\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \xi^2 (1-e^{-\xi}) d\xi} \quad (1.3.49)$$

При $T > \theta_D$ для скорости сублимации можно написать выражения

$$\dot{N} = \frac{16\pi^3 m I}{h^3 s} (k\theta_D)^3 e^{-\frac{q}{kT} - \frac{\theta_D}{8} \cdot \frac{\theta_D}{T} - 1} \quad (1.3.50)$$

(линейные молекулы) и

$$\dot{N} = \frac{16\pi^3 m (2\pi)^{3/2} \sqrt{I_A I_B I_C}}{h^3 s} (k\theta_D)^3 \sqrt{kT} e^{-\frac{q}{kT} - \frac{\theta_D}{8} \cdot \frac{\theta_D}{T} - 1} \quad (1.3.51)$$

(нелинейные молекулы).

Для практических расчетов давления насыщенного пара пользуются обычно логарифмической формулой

$$\lg p = A - \frac{B}{T} + C \lg T, \quad (1.3.52)$$

в которой A , B , C — константы для данного вещества (часто полагают $C=0$). Перечисленные константы для ряда интересных веществ приведены в [51, 86, 136].

В заключение отметим, что изложенная теория коэффициента сублимации относится к случаю однородной поверхности твердого вещества. На самом деле поверхность сублимации неоднородна, различные молекулы поверхностного слоя имеют различное число соседей (координационное число), поэтому силы, удерживающие молекулы, различны и для вычисления коэффициента сублимации необходимо дополнительное усреднение. Эта задача решена Кнакке и Странским [40], получившими выражение

$$\alpha = \frac{\frac{r}{a} \tanh \frac{a}{r}}{1 + \frac{a}{2r} \tanh \frac{a}{r} \left[1 + \frac{g}{a} \exp\left(\frac{\psi_{12} - \psi_{23}}{kT}\right) \right]}, \quad (1.3.53)$$

где α - эффективный размер дислокации; g - среднее расстояние между дефектами; τ - среднее диффузионное смещение молекулы за время пребывания в адсорбированном состоянии; α - период решетки; ψ_{12} - энергия активации перехода из состояния с координационным числом 5 в состояние с координационным числом 3; ψ_{23} - энергия активации перехода из состояния с координационным числом 3 в состояние с координационным числом 1.

1.4. Стратификация кометных атмосфер

Согласно установившейся традиции атмосферу кометы подразделяют на голову и хвост. В этой стратификации до некоторой степени отражено изменение химического состава атмосферы, сопровождающееся изменением оптических свойств вещества и величины отталкивательного ускорения. Если дополнить перечисленные слои еще одним - слоем, в котором происходит распад родительских молекул, - получим стратификацию, в основе которой лежит химизм. К ядру примыкает зона химических превращений, в которой образуются нейтралы, формирующие головы большинства комет. В голове происходит постепенная ионизация и диссоциация нейтралов под действием солнечной радиации. Постепенно нарушается сферическая симметрия, однако разделения пыли, нейтрального газа и ионизированной составляющей еще не происходит. Хвост, согласно этой классификации, есть та часть атмосферы, в которой все компоненты движутся раздельно в пространстве.

Здесь нам потребуется другая стратификация кометной атмосферы, основанная не на различии химического состава, а на различий динамических свойств вещества. Так как течение вещества существенно зависит от того, как изменяются параметры потока на протяжении длины свободного пробега частицы, целесообразно положить в основу стратификации локальное число Кнудсена, т.е. отношение длины среднего свободного пробега λ к характерному масштабу течения L ,

$$Kn = \frac{\lambda}{L} \quad (1.4.1)$$

В соответствии с этим критерием можно разделить кометную атмосферу на следующие зоны: пристеночный слой (ПС), околоядерную область (ОЯО), переходную область (ПО) и область свободно-молекулярного течения (СМО).

Течение в пристеночном слое полностью контролируется процессами испарения и конденсации на поверхности ядра. Состояние газа в этом слое неравновесно. С удалением от ядра газ релаксирует к локально-максвелловскому распределению молекул по скоростям. Так как релаксационная длина одного порядка с длиной свободного пробега, то в пристеночном слое число Кнудсена всегда порядка единицы. Толщина пристеночного слоя оценивается как свободный пробег

$$\Delta \sim \frac{1}{\sqrt{2} G n} \quad (1.4.2)$$

Газокинетическое сечение молекул NH_3 составляет $4.8 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$, молекул C_2H_2 и C_2H_4 - $1.1 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$. Кроме того, в пристеночном слое присутствуют, составляя главную часть в процентном отношении, родительские молекулы, среди которых, как было показано в предыдущем разделе, могут быть молекулы со значительным молекулярным весом. Следовательно, типичное значение газокинетического сечения в пристеночном слое наверняка больше 10^{-15} см^2 . При таких значениях G в диапазоне начальных плотностей $10^{16} - 10^{10} \text{ частиц/см}^3$ получаем соответственно $\Delta \sim 0,1 \text{ см} - 1 \text{ км}$. В тех случаях, когда толщина пристеночного слоя значительно меньше радиуса ядра r_j , можно рассматривать ПС как плоское образование.

Вне пристеночного слоя будем считать характерным масштабом течения величину

$$L = \frac{n}{\nabla n}, \quad (1.4.3)$$

т.е. расстояние, на котором существенно изменяется плотность частиц n . Для оценки можно принять

$$n \approx \frac{n_0 r_j^2}{r^2}, \quad (1.4.4)$$

что дает

$$Kn = \frac{2r}{G n_0 r_j^2} \quad (1.4.5)$$

Термином околоядерная область в дальнейшем обозначена часть атмосферы, выделенная условием $Kn < 1$. Полагая для определенности на внешней границе ОЯО $Kn = 0,1$, получим оценку ее радиуса

$$r_{\text{ОЯО}} \sim 0,05 G n_0 r_j^2 \quad (1.4.6)$$

В ОЯО движение газа хорошо описывается уравнениями газовой динамики без диссипативных членов.

Область свободномолекулярного течения определена условием $Kn \gg 1$. Если принять в качестве условной границы области слой, в котором $Kn = 10$, получим оценку внутреннего радиуса СМО:

$$r_{СМО} \sim 5G n_0 r_A^2. \quad (I. 4.7)$$

Течение вещества в свободномолекулярной области хорошо описывается бесстолкновительным кинетическим уравнением, которое, как известно, легко интегрируется.

Наиболее трудно найти адекватное описание динамики вещества в переходной области, где $Kn \sim 1$, т.е. при

$$r_{ОАО} < r < r_{СМО}. \quad (I. 4.8)$$

Условные границы ОАО, ПО и СМО при различных радиусах ядра, начальных концентрациях вещества и газокинетическом сечении $\sigma \sim 10^{-15} \text{ см}^2$ представлены в табл.4.

Как видно из таблицы, при принятых значениях параметров размеры ОАО, как правило, весьма малы. Отсюда следует, что при изу-

Т а б л и ц а 4

r_A , км	n_0 , см^{-3}	σ , см	$Kn = 0,1$ $r_{ОАО}$, км	$Kn = 10$ $r_{СМО}$, км
10	10^{13}	10^2	5000	500 000
5	10^{13}	10^2	1250	125 000
1	10^{13}	10^2	50	5 000
10	10^{12}	10^3	500	50 000
5	10^{12}	10^3	125	12 500
1	10^{12}	10^3	5	500

чении распределения вещества в голове кометы ядро вместе с ОАО можно рассматривать как точечный источник вещества.

Нетрудно установить, при каких условиях ОАО может рассматриваться как сферически симметричный источник. Очевидно, что область сферической симметрии определяется неравенством

$$r_{CC} < \frac{v^2}{2g}, \quad (I. 4.9)$$

в котором v — скорость течения газа, g — ускорение в поле гравитации и лучевого давления. В области, ограниченном (9), поле отталкивательных сил еще не успеет изменить линии тока. Для оценки, учитывая, что для

нейтральных молекул $1 + \mu \sim 1$, можно положить

$$g = \frac{GM_\odot}{R_K^2}, \quad (I. 4.10)$$

где R_K — гелиоцентрическое расстояние кометы, $M_\odot$ — масса Солнца. Обычно $R_K \sim 10^{12} - 10^{14}$ см, $v \sim 10^4 - 10^5$ см/сек. При этом величина

$$r_{CC} = 0,1 \frac{v^2 R_K^2}{2GM_\odot} \approx 5 \cdot 10^{-28} v^2 R_K^2 \text{ см} \quad (I. 4.11)$$

изменяется в широких пределах — от 5 до 500 000 км. На расстоянии 1 а.е. при $v \sim 10^5$ см/сек сферическая симметрия будет иметь место в радиусе $r_{CC} \sim 10^4$ км, а существенное нарушение сферичности течения начнется лишь на расстояниях $r_{CC} \sim 10^5$ км от ядра.

Следовательно, во многих случаях можно рассматривать течение нейтрального вещества как сферически симметричное. Кроме того, приближение сферически симметричного источника всегда справедливо при изучении структуры хвоста, так как r_{CC} всегда меньше его размеров.

Как видим, стратификация кометной атмосферы полностью определяется двумя параметрами: радиусом ядра и плотностью частиц у поверхности ядра. В зависимости от конкретных значений параметров стратификация атмосферы конкретной кометы может отличаться отсутствием одного или двух слоев. Например, у некоторых комет свободно-молекулярный режим будет осуществляться во всей атмосфере, начиная с поверхности ядра.

Рассмотрим этот вопрос подробнее. Задача состоит в том, чтобы установить связь между интегральным блеском кометы (непосредственно наблюдаемая величина) и числом Кнудсена у поверхности ядра. Разумеется, интегральный блеск следует привести к стандартным значениям гео- и гелиоцентрического расстояний. В интегральной фотометрии комет принято выбирать в качестве стандартных расстояния, равные одной астрономической единице. В каталогах комет приводятся абсолютные величины комет (H_0), при сдвинутые к единичному гелиоцентрическому расстоянию, либо по реальному закону изменения блеска для данной кометы, либо по закону

$$E = \frac{E_1}{\Delta^2 R_K^2}, \quad (I. 4.12)$$

типичному для комет в среднем [11,13].

Видимый интегральный блеск кометы связан с обоним расстояниями и полнотой излучения частиц в атмосфере (считается, что свечение кометы — и блеск Свана) соотношением

$$E = \frac{\pi e^2}{m_e} \cdot \frac{Nw}{4\pi\Delta^2} \sum k_y f_y^{пол} \rho_y, \quad (1.4.13)$$

где k_y — коэффициент чувствительности глаза, ρ_y — плотность солнечной энергии, определяемая формулой Планка,

$$\rho_y = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)^{-1}, \quad (1.4.14)$$

$$w = \frac{R_\theta^2}{4R_\epsilon^2} \quad (1.4.15)$$

— коэффициент дилуции, Δ — геоцентрическое расстояние, $f_y^{пол}$ — сила осциллятора для поглощения. Выражая расстояния в астрономических единицах ($\bar{R}_\epsilon$ и $\bar{\Delta}$), получим после подстановок и суммирования внутри полосы

$$E = \frac{K\pi h R_\theta^2 e^2}{2m_e \lambda^3 R_\theta^4} \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right)^{-1} \frac{f_{пол} N}{\bar{\Delta}^2 \bar{R}_\epsilon^2} [лк]. \quad (1.4.16)$$

Для полос Свана $\lambda = 5550\text{Å}$; $K = 0,68 \text{ лк} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{сек}/\text{эрг}$.

После подстановки численных значений в (13) соотношение между абсолютной величиной и полным числом частиц в атмосфере кометы примет вид

$$10^{-0,4(m_\epsilon - m_{лк})} = 1,37 \cdot 10^{-38} \frac{f_{пол} N}{\bar{\Delta}^2 \bar{R}_\epsilon^2}, \quad (1.4.17)$$

где $m_{лк}$ — звездная величина люкса.

С другой стороны, полное число частиц в атмосфере может быть выражено через плотность частиц у поверхности ядра, их скорость и среднее время жизни:

$$N = 4\pi r_A^2 n_0 v_0 \tau. \quad (1.4.18)$$

На гелиоцентрическом расстоянии $\bar{R}_\epsilon \sim 1$ а.е. среднее время жизни $\tau \sim 10^5$ сек. Величина $n_0 v_0$ зависит от химического состава и температуры ядра. Она может быть определена по соотношениям (3.50) или (3.51), если известны дебаевская температура кристалла и моменты инерции молекулы. Если же используется эмпирическая зависимость вида (3.52), следует воспользоваться соотношением (3.12). Значения константы A для родительских молекул находятся в диапазоне от 10,55 (азот, окись углерода, метан, бутулен) до 13,6 (ацетилен), значения параметра B изменяются в значительно более широких пределах. Для азота, этилена, метана, пропилена, этана; для окиси углерода, ацетилена, аммиака, дициана B находится в пределах 1200–1600.

Для оценки выбираем $A = 12$, $B = 1400$ в качестве типичных значений констант испарения. Если наружный слой ядра состоит из чистых льдов, то $\alpha \approx 1$. Кроме того, температура чисто ледяной поверхности стабилизируется за счет сублимации и теплопроводности на довольно низком уровне, зависящем в основном от химического состава ядра и очень слабо от гелиоцентрического расстояния. Этот вопрос подробно изучался М.З.Марковичем [52,53]. Мы примем для температуры ядра значение 100°K . Исходя из этих предположений,

$$n_0 v_0 = 10^{30 - \frac{1400}{T}} \text{ см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1}, \quad (1.4.19)$$

что совпадает с расчетом Хюбнера [137], выполненном на основании закона Трутона для теплоты испарения 6000 ккал/моль. Используя соотношения (17), (18) и (19), получим выражение радиуса ядра через абсолютную звездную величину кометы (принято $f = 0,004$ [140]):

$$r_A \approx 10^{7-0,2H} \text{ см}. \quad (1.4.20)$$

Плотность частиц у поверхности ядра, определяемая как

$$n_0 = \frac{\rho}{kT}, \quad (1.4.21)$$

из этих же соображений оценивается соотношением

$$n_0 \approx 10^{26 - 1400/T} \approx 10^{12} \text{ см}^{-3}. \quad (1.4.22)$$

Выбирая в качестве характерного масштаба течения у ядра его радиус, получим оценку числа Кнудсена у поверхности ядра

$$Kn_{01} = 10^{-4+0,2H}. \quad (1.4.23)$$

Эта оценка относится к гелиоцентрическому расстоянию 1 а.е.

Учитывая (12), получим для расстояния $\bar{R}_\epsilon$ а.е.

$$Kn_0 = \bar{R}_\epsilon^4 \cdot 10^{-4+0,2H}. \quad (1.4.24)$$

На рис.3 проведены линии, соответствующие $Kn = 0,1$; $1,0$ и 10 . Первая и последняя линии делят пространство абсолютная величина — гелиоцентрическое расстояние на три части. Вокруг ядер комет, лежащих левее прямой $Kn = 0,10$, существует газодинамическая область. У таких комет есть пристеночный слой, очень узкая околоядерная область и переходная область. У комет, лежащих правее прямой $Kn = 10$, свободномолекулярный режим течения осуществляется во всей атмосфере. Особый случай представляют кометы, попадающие

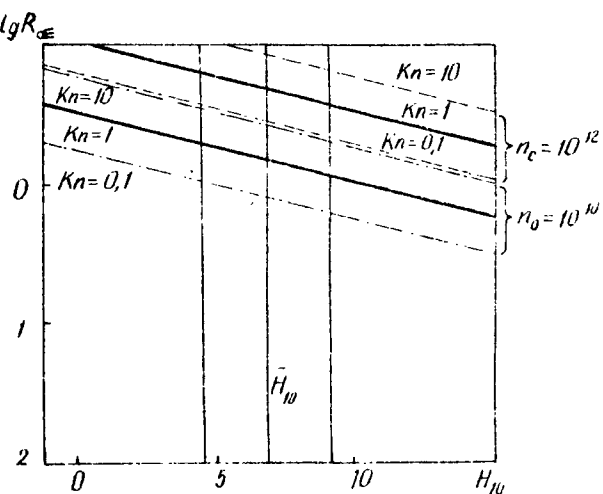


Рис.3. Значения числа Кнудсена у поверхности ядер комет. Вертикальные полосы ограничивают диапазон абсолютных величин, в котором находится большинство комет. Кометы с более высокими значениями H_0 имеют более анизотропное распределение (практически радиальное движение) на больших расстояниях от ядра.

Распределение комет по абсолютным звездным величинам согласно гистограмме, приведенной в [13], имеет вид

$$P(H_0) = \frac{1}{5.7} e^{-\frac{(H_0 - 6.7)^2}{2.2^2}} \quad (1.4.25)$$

т.е. является нормальным со средним значением 6.7 и дисперсией $(2.2)^2$. Отклонение от нормальности, которое видно на эмпирической гистограмме (некоторая асимметрия), как можно убедиться с помощью χ^2 -критерия, недостоверно. Полоса, ширина которой равна среднему квадратичному отклонению, также показана на рис.3. Видно, что подавляющее большинство комет попадает в область, лежащую ниже прямой $Kn=1$. Учитывая, что, во-первых, кометные ядра разнообразны по химическому составу и строению и, во-вторых, в выполненных оценках участвовали недостаточно точно известные параметры (сила осциллятора и др.), следует иметь в виду возможность завышения

числа частиц у поверхности ядра на один-два порядка — она может равняться 10^{10} вместо 10^{12} молекул в 1 см^3 . В этом случае

$Kn=1$ (и остальные две прямые на рис.3) сместятся

вправо. При этих условиях значительное число комет

в полосу $0,1 < Kn < 10$. У них истечение сразу начинается с переходной области, которая в данном случае фактически совпадает с пристеночным слоем. Строго говоря, пристеночный слой, определенный ранее, у таких комет отсутствует, так же как и область, в которой бы существовало локально-максвелловское распределение. В переходной области таких комет функция распределения по скоростям претерпевает переход от полусферического максвелловского распределения на поверх-

ности начальные значения числа Кнудсена у ядра, к которым приводят сделанные оценки, естественно, объясняют, почему все отклонения от сферической симметрии, обусловленные несимметричностью эмиссии, ликвидируются на сравнительно небольших расстояниях от ядра. Причина — межмолекулярные столкновения. Следовательно, существование околоядерной области — не исключение, а скорее правило.

1.5. Краткое содержание и выводы

Изучение вопроса о родительских молекулах, дающих радикалы, наблюдаемые в атмосферах комет, показало, что круг веществ, рассмотренных с этой точки зрения, неоправданно сужен. Большое, хотя и довольно ограниченное количество веществ (табл.2) по своим термодинамическим свойствам и химическому строению вполне подходит для роли родительских молекул. В некоторых случаях необходимость рассмотрения других веществ (а не только простейших — H_2O , CO_2 , CN_2 и т.п.) диктуется непосредственно наблюдениями. Например, ни одно из рассмотренных в литературе веществ не подходит для роли источника трехатомного углерода. Молекулой, распадающейся с образованием C_3 , могла бы быть молекула аллена и диметилаллена. По аналогичным соображениям источником молекулярного иона азота могут оказаться такие вещества, как диазометан или азотистоводородная кислота. Замечательным свойством многих веществ, существования которых можно ожидать в кометных ядрах, является их метастабильность. Метастабильные молекулы способны к экзотергическому разложению с освобождением энергии $\epsilon \sim 2$ эв на распад.

Сложные органические молекулы, в том числе и метастабильные, несомненно, существуют в поверхностном слое ядра, даже если в эпоху образования в состав ядра входили только простейшие соединения и радикалы. Механизм, который приводит к образованию веществ более сложной структуры, — радиационный синтез под действием жесткой корпускулярной и фотонной радиации. Рассмотрение всех возможных источников радиации: галактических космических лучей, солнечных космических лучей и внутренней радиации изотопов калия-40, урана-235, урана-238, тория-232 — показало, что галактические космические лучи практически полностью видоизменяют состав поверхностного слоя ядра за время $2 \cdot 10^8 - 10^{10}$ лет. Глубина слоя, подвергнутого действию радиации, достаточна для того, чтобы обеспечить веществом атмосферу кометы при первом прохождении мимо Солнца. Действию солнечных космических лучей подвержен гораздо более тон-

кий слой. Расчет распределения мощности дозы с глубиной показал, однако, что под действием мощных солнечных вспышек (например, таких, как вспышка 14-15 сентября 1959 г.) в поверхностном слое толщиной 2 мм все вещество подвергнется радиационному воздействию. Это может привести к повышению концентрации метастабильных веществ и последующему взрыву. Оценки показывают, что высвобождающихся при таком поверхностном взрыве вещества и энергии достаточно для объяснения мощной вспышки блеска кометы. Так как на малых гелиоцентрических расстояниях метаморфизированный слой успевает улетучиваться до достижения критической массы взрывчатого материала, становится понятным, почему вспышки блеска комет наблюдаются почти исключительно на больших гелиоцентрических расстояниях. Что касается внутренней радиации, то ее роль в химических превращениях сравнительно невелика. Заслуживает внимания не химическое, а термохимическое действие внутренней радиации, т.е. дополнительный внутренний разогрев ядра за счет тепла, выделяющегося при химических реакциях, инициированных радиацией. Согласно оценкам это тепло в несколько раз больше энергии первичных частиц, испущенных радиоактивными ядрами, расходуемой главным образом на преодоление активационного барьера. В связи с этим заслуживает пересмотра работа Уиппла и Стефаника [176, 177], в которой впервые рассматривался внутренний разогрев кометных ядер.

В связи с тем что не всегда удается найти экспериментальные данные для расчета испарения некоторых веществ, а также и других теплофизических свойств, приходится прибегать к расчету необходимых параметров (теплоемкости, постоянной упругости пара и др.) методами статистической физики. В главе дается обзор теории фазовых превращений как однородных (сублимация, испарение, конденсация), так и гетерогенных (физическая и хемосорбция и десорбция). Приведены явные выражения давления насыщенного пара над молекулярным кристаллом при температурах выше дебаевской через молекулярные константы вещества.

Поскольку традиционная стратификация кометных атмосфер не имеет динамических свойств, предлагается деление кометных атмосфер на отдельные слои в зависимости от характерных значений логарифма числа Кнудсена. В дальнейшем под пристеночным слоем подразумевается слой атмосферы, прилегающий непосредственно к ядру,

в котором происходит переход от полусферического максвелловского распределения сублимированных молекул к локально-максвелловскому распределению вокруг скорости установившегося течения. Область, в которой столкновения в состоянии установить локально-максвелловское распределение и поэтому течение описывается соотношениями газовой динамики без диссипативных членов, названа околоядерной [101]. Затем локально-максвелловское распределение нарушается из-за недостаточной частоты столкновений [102].

Соответствующая часть атмосферы названа переходной областью.

Наконец, при крайне малой частоте столкновений [103] осуществляется свободномолекулярный режим течения газа. Эта область названа свободномолекулярной. Как показали оценки, ОЯО существует не только у ярчайших, но и у большинства комет.

Так как плотность вещества у поверхности ядра зависит только от химического состава и гелиоцентрического расстояния, удалось получить универсальное соотношение между радиусом ядра и абсолютной величиной кометы, что и позволило оценить минимальное число Кнудсена в атмосфере.

Разумеется, постоянное слагаемое в показателе (4.20) определено недостаточно надежно по усредненным характеристикам комет. Было бы полезно найти эту величину для отдельных комет, пользуясь спектральными и фотометрическими данными, однако это не является предметом настоящего исследования.

В зависимости от начального числа Кнудсена течение нейтрального газа в кометах начинается с одного из названных выше слов.

Теория атмосферы, начинающейся с пристеночного слоя, включает в себя, как частный случай, теории атмосфер других типов. Динамика вещества в каждом слое излагается в последующих главах.

Глава II

ПРИСТЕНОЧНЫЙ СЛОЙ КОМЕТНОГО ЯДРА

II.1. Структура поверхности ядра

В настоящей работе мы исходим из предпосылки, что ядро кометы представляет собой монолит. Обсуждавшаяся ранее [9, 68, 151, 168] гипотеза о ядре как о совокупности отдельных тел не выдержала критики прежде всего со стороны небесной механики [31]. В дискуссии о природе ядер комет предлагались различные варианты их строения: каменистое ядро с сорбированными газами [9, 49, 68, 80, 81, 168]; ядро из шлаков, поры в которых заполнены льдами; каменистое ядро, покрытое массой чистого или загрязненного пылевыми частицами льда; ядро, полностью состоящее из льдов с пылевыми вкраплениями; наконец, чисто ледяное ядро. Нас интересуют строение поверхностного слоя ядра, поскольку именно этот вопрос можно продискутировать на основании данных наблюдений.

Так как каменистый поверхностный слой может обеспечить лишь незначительное количество десорбированных газов и, значит, кратковременное существование атмосферы, то эта модель обсуждаться не будет. Остальные модели, отличающиеся не качественно, а количественно (процентным содержанием, гранулометрическим составом и формой нелетучей компоненты), принципиально не противоречат друг другу. Разнообразие наблюдаемых свойств кометных атмосфер отражает различие физико-химической природы их ядер, и поэтому не исключена возможность существования ядер с поверхностными слоями, сильно отличающимися не только по названным параметрам. Один из этих параметров — коэффициент формы твердых частиц, определяемый как отношение поверхности тела к поверхности шара равного объема, — существенен только в модели М.З.Марковича, предложенной для объяснения отсутствия непрерывного спектра у кометы Энке [55]. Маркович

считает, что поверхностный слой ядра этой кометы состоит из шлаков, поры которых заполнены льдом (т.е. он предположил особый гранулометрический состав — полное отсутствие мелкодисперсной фракции). Свойства такой модели практически такие же, как и модели с аналогичным гранулометрическим составом при произвольной форме твердых частиц. Следовательно, на строение атмосферы оказывают существенное влияние только две характеристики поверхностного слоя ядра: процентное содержание нелетучего материала и распределение твердых частиц по размерам. В зависимости от распределения нелетучей компоненты с глубиной можно разделить ядра комет на однородные и неоднородные, в которых образовался поверхностный слой из твердых частиц [140]. Остается обсудить, какие количественные характеристики наиболее типичны для поверхностного слоя кометных ядер.

Рассматриваемый вопрос имеет прямое отношение к температуре кометных ядер и тесно связан с интерпретацией фотометрических параметров комет. Действительно, если ядра комет чисто ледяные, то применимы все рассуждения и оценки предыдущей главы, основанные на предположении, что температура ядра невелика и мало изменяется с гелиоцентрическим расстоянием. То же относится к ядрам с малым содержанием мелкодисперсной пыли. Достаточно малодисперсная пыль уносится в атмосферу, не нарушая однородности поверхностного слоя. Если к тому же ее мало, то температура ядра определяется термодинамическими константами льда.

Б.Ю.Левин [50, 143] высказал возражения против существования голых льдов на поверхности типичных комет. Его аргументация заключается в следующем. Во-первых, ход блеска комет с гелиоцентрическим расстоянием допускает не только обратно-степенную аппроксимацию, но хорошо представляется зависимостью

$$E = \frac{E_0}{\Delta^2} e^{-\frac{L\sqrt{R_\odot}}{kT_1}} \quad (\text{П. 1.1})$$

где $R_\odot$ и Δ — гелио- и геоцентрические расстояния, L — теплота испарения. Эта зависимость интерпретируется как следствие изменения поверхностной температуры с гелиоцентрическим расстоянием по закону

$$T = \frac{T_1}{\sqrt{R_\odot}} \quad (\text{П. 1.2})$$

что, в свою очередь, свидетельствует в пользу предположения о чисто радиационном балансе энергии на поверхности ядра, при котором на испарение расходуется лишь ничтожная доля солнечной энергии, поглощенной ядром. Во-вторых, Б.Ю.Левин считает, что блеск кометы с чисто ледяной поверхностью ядра должен изменяться обратно пропорционально второй степени гелиоцентрического расстояния, что у комет наблюдается довольно редко [143].

На основании этих аргументов делается вывод, что большинство кометных ядер покрыто коркой минеральных веществ, сквозь поры которой просачиваются наружу газы, образующие атмосферу.

Эти возражения против существования ледяной поверхности ядер неосновательны. Действительно, выбор между интерполяционной формулой (1.4.12) и формулой (1), имеющей физический смысл, затруднен тем, что логарифмическая функция и квадратный корень имеют качественно одинаковый вид (этот аргумент принадлежит О.В.Добровольскому). Чтобы сделать выбор, нужно не только располагать длинными рядами наблюдений, но еще и учесть, что наблюдения блеска отягощены большими случайными ошибками. Возникает типичная проблема фильтрации шумов. К сожалению, техника статистической проверки гипотез и принцип максимального правдоподобия не применялись при обработке фотометрических рядов. Поэтому нет никаких объективных оснований утверждать, что аппроксимация (1) надежнее, чем интерполяционная формула (1.4.12).

Не должно удивлять и то, что обработка наблюдений по формуле (1) приводит к значениям теплоты испарения, типичным для молекулярных кристаллов.

На небольшом интервале гелиоцентрических расстояний ход температуры всегда может быть аппроксимирован формулой [27,53]

$$T = \frac{T_1}{\bar{R}^m}, \quad (\text{П. 1.3})$$

а зависимость звездной величины кометы от расстояний $\bar{R}_\infty$ и Δ выражается соотношением

$$m = m_0 + 5 \lg \Delta + 2,5 \lg e \frac{\bar{R}^m}{K T_1}. \quad (\text{П.1.4})$$

Для определения теплоты сублимации по известным фотометрическим параметрам частную производную $(\partial m / \partial \bar{R})$, найденную из (4), следует приравнять к такой же в титине, найденной по классической интерполяционной формуле

$$m = H_{10} + 5 \lg \Delta + 2,5 n \lg \bar{R}. \quad (\text{П.1.5})$$

При этом получим

$$L = \frac{n k T_1}{m < \bar{R} >^m}, \quad (\text{П. 1.6})$$

где $< \bar{R} >$ — некоторое гелиоцентрическое расстояние, в окрестности которого выполнялось дифференцирование. Отсюда следует, что правильное значение теплоты сублимации по порядку величины будет получено не только при $m = 1/2$, но и при любых согласованно выбранных m и n . Во всяком случае, совпадение теплот сублимации нельзя рассматривать как доказательство гипотезы $m = 1/2$. Из того, что молекулярные кристаллы обладают теплотами сублимации в диапазоне 2–10 ккал/моль, следует лишь неравенство

$$10^{3,2} \text{ К} < \frac{n T_1}{m < \bar{R} >^m} < 10^{4,2} \text{ К}. \quad (\text{П. 1.7})$$

Стоит обратить внимание и на то, что модель поверхности ядра, базирующаяся на соотношениях (1) и (2), вообще внутренне противоречива. Если даже допустить, что поверхность ядра состоит полностью из нелетучих веществ и ее температура определяется радиационным балансом, то значения температуры, определенные из (2), нельзя подставлять в выражение для давления насыщенных паров. Очевидно, что скорость сублимации должна соответствовать не температуре поверхности, а температуре льдов на некоторой глубине, где происходит фазовый переход. Таким образом, (1) и (2) совместны только при бесконечно большой теплопроводности нелетучей корки. На самом деле теплопроводность этой корки мала и оценивается в $10^2 - 10^4$ эрг/см·сек·град. Поэтому температура на глубине испарения будет изменяться значительно медленнее, чем по соотношению (2). Можно даже принять приближенно $T_u \approx \text{const}$, а это приведет к противоречию с наблюдаемым ходом интегрального блеска.

Трудности гипотезы, из которой следуют соотношения (1) и (2), легко продемонстрировать численными оценками [158]. Процесс глубинного высвобождения газов с последующей фильтрацией к поверхности контролируется следующими уравнениями:

$$1) \text{ изотермой сублимации} \quad \rho = \rho_u = \rho_0 A - \frac{B}{T_u}, \quad (\text{П. 1.8})$$

2) уравнением баланса энергии на глубине испарения

$$n_0 v_0 \frac{k\theta}{\lg e} \approx K \frac{T_0 - T_u}{h}; \quad (\text{П. 1.9})$$

3) уравнением фильтрации

$$n_0 v_0 \approx D \frac{n_u - n_0}{h}. \quad (\text{П. 1.10})$$

В соотношениях (8)-(9) h - глубина слоя, K - коэффициент теплопроводности, D - коэффициент диффузии газа сквозь пористый слой, равный по порядку величины произведению скорости молекул на длину свободного пробега. Индекс "0" относится к величинам на поверхности ядра, индекс "u" - к величинам на глубине испарения. Так как все скорости в данной задаче одного порядка, безразлично, какую именно выбрать. Течение газа в микроканалах чаще всего кнудсеновское, поэтому в качестве пробега следует взять величину порядка размера поры или, что то же самое, порядка радиуса самой мелкой частицы, участвующей в образовании нелетучей корки. Из этих соображений

$$D \approx v_0 a_{\min}. \quad (\text{П. 1.11})$$

Заметим, что в некоторых работах встречаются неправильные представления, согласно которым нелетучая корка состоит исключительно из крупных частиц, не уносимых газом в атмосферу из-за своих размеров. Критический радиус частицы играет роль только при образовании корки. Достаточно сформироваться лишь первому слою из крупных частиц, как поры между ними будут забиваться все более мелкими пылинками вплоть до тех, которые наблюдаются в пылевых хвостах. Поэтому именно минимальный размер пылинки определяет фильтрующие свойства нелетучей корки.

К системе равенств (8)-(11) следует добавить несколько неравенств, обуславливающих применимость этих соотношений. Для того чтобы пользоваться уравнением энергии в форме (9), а не точным уравнением в частных производных, необходимо, чтобы имела место квазистационарность теплопроводности, т.е. малость времени тепловой инерции слоя

$$t_T = \frac{h^2 \rho_c c}{K}, \quad (\text{П. 1.12})$$

где ρ_c - плотность поверхностного слоя, c - его теплоемкость. Процесс теплопроводности будем считать квазистационарным при $t_T < 10$ суток. Аналогичное требование накладывается на время

диффузионной инерции

$$t_D = \frac{h^2}{D}. \quad (\text{П. 1.13})$$

Температура поверхности может определяться из условия радиационного баланса, т.е. по формуле (2), при условии

$$n_0 v_0 \frac{k\theta}{\lg e} \ll \sigma T_0^4. \quad (\text{П. 1.14})$$

К уже перечисленным следует добавить также критерий неподвижности поверхностного слоя

$$\rho_c g h > p_u, \quad (\text{П. 1.15})$$

который налагает ограничение на минимальный радиус ядра

$$r_j > \frac{3p_u}{4\pi G \rho_j \rho_c h}, \quad (\text{П. 1.16})$$

где g - ускорение силы тяжести, p_u - давление газа на глубине испарения, ρ_j - средняя плотность ядра, G - гравитационная постоянная.

Уравнение переноса вещества допускает упрощение. При

$$n_0 \ll n_u \quad \text{имеем}$$

$$n_0 h \approx n_u a_{\min}. \quad (\text{П. 1.17})$$

Из (8), (9) и (17) следует

$$T_u = \frac{\theta}{A - \lg[T_u(T_0 - T_u)] - \lg\left[\frac{K \lg e}{a_{\min} \theta} \sqrt{\frac{m}{k T_0}}\right]}. \quad (\text{П. 1.18})$$

или, более грубо,

$$T_u \approx \frac{1400}{15 - \lg \frac{K}{a}}. \quad (\text{П. 1.19})$$

Толщина корки определяется выражением

$$h \approx 10^{10} \frac{K}{n_0}. \quad (\text{П. 1.20})$$

Нетрудно убедиться, что время диффузионной инерции всегда значительно меньше времени тепловой инерции, которое должно удовлетворять условию

$$t_T \approx \frac{10^{27} K}{n_0^2} \approx 10^6 \text{ сек.}$$

(П. 1.21)

После подстановки значений условие неподвижности примет вид

$$h > \alpha_{\text{мин}} \approx 10^{-9} \frac{\rho_0 T_u}{\rho_g} \quad (\text{П. 1.22})$$

Возможность существования корки зависит от того, насколько легко удовлетворить условиям (21) и (22).

Принимая численные значения $\rho_g \sim 10^6 \text{ см}$, $\rho_0 \sim 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $K \sim 10^3 \text{ эрг/см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}$, получим $T_u \sim 108^\circ \text{ К}$, $h \sim 10 \text{ см}$, $t_T \sim 10^6 \text{ сек}$, $\alpha_{\text{мин}} \approx 0,1 \text{ см}$. Таким образом, в рассматриваемых условиях корка может образоваться только в том случае, если в ядре отсутствуют частицы, меньшие $0,1 \text{ см}$. Как уже говорилось, такая ситуация выглядит маловероятной, так как в пылевой компоненте атмосфер наблюдаются пылинки значительно меньших радиусов. Если увеличить на порядок радиус ядра и снизить на два порядка начальную концентрацию ρ_0 , блеск кометы останется прежним. Остальные параметры приобретают такие значения: $T_u \sim 115^\circ \text{ К}$, $h \sim 0,1 \text{ см}$, $\alpha_{\text{мин}} \approx 10^{-4} \text{ см}$. Однако требуемое время тепловой инерции получается при нереально малой теплопроводности $K \sim 10^{-1} \text{ эрг/см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}$. При такой теплопроводности и получена оценка толщины слоя. При обычно принимаемом значении теплопроводности толщина слоя будет на четыре порядка большей, а время тепловой инерции увеличивается до 1000 лет. В таком слое тепловой поток не успеет достигнуть льдов при прохождении кометы вблизи Солнца. На основании выполненных оценок можно сделать вывод, что существование неподвижного нелетучего слоя требует особых условий и поэтому маловероятно.

К такому же выводу можно прийти, рассматривая процесс образования корки. Пусть комета движется по орбите, близкой к параболе, и блеск ее изменяется обратно пропорционально n -й степени расстояния от Солнца. Уменьшения радиуса ядра за одно прохождение мимо Солнца в этом случае определяется выражением

$$\Delta r_g^1 = \frac{m \rho_{01} v_{01}}{(1-f_v) \rho_g} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{R^n}, \quad (\text{П. 1.23})$$

в котором f_v — доля объема, занятая нелетучим веществом. Индекс "01" соответствует значениям величин на поверхности ядра, находящегося на расстоянии 1 а.е. от Солнца.

При движении по параболе

$$\bar{R} = \frac{\bar{q}}{\cos^2 \frac{V}{2}}, \quad (\text{П. 1.24})$$

$$dt = \frac{\sqrt{2} \bar{q}^{3/2}}{k_f} \left(1 + \frac{3}{2} \tan^2 \frac{V}{2} \right) \frac{d(\frac{V}{2})}{\cos^2 \frac{V}{2}}, \quad (\text{П. 1.25})$$

где $\bar{q}$ — перигельное расстояние, V — истинная аномалия, k_f — постоянная Гаусса (0,0172). Выбирая в качестве переменной интегрирования в (23) половину аномалии, получим

$$\begin{aligned} \Delta r_g^1 &= \frac{\sqrt{2} m \rho_{01} v_{01} \cdot 86400}{k_2 \rho_g (1-f_v) \bar{q}^{n-1,5}} \int_0^{x/2} [3 \cos^{2n-4} x - \cos^{2n-2} x] dx = \\ &= \frac{8,64 \cdot 10^4 m \rho_{01} v_{01}}{\sqrt{2} (1-f_v) k_2 \rho_g \bar{q}^{n-1,5}} (4n-3) \frac{(2n-5)!!}{(2n-2)!!}. \end{aligned} \quad (\text{П. 1.26})$$

При $n = 4$, $v_{01} \sim 10^4 \text{ см/сек}$, $m \sim 5 \cdot 10^{-23} \text{ г}$, $\rho_g \sim 1$ получим

$$\Delta r_g^1 \approx \frac{4,5 \cdot 10^{-12} \rho_{01}}{(1-f_v) \bar{q}^{2,5}} [\text{см}]. \quad (\text{П. 1.27})$$

Найдем теперь, насколько должен уменьшиться радиус ядра, чтобы образовалась корка. Зададим гранулометрический состав твердых частиц функцией распределения

$$F(a) = \eta_n \frac{a_{\text{макс}}^s a_{\text{мин}}^s}{a_{\text{макс}}^s - a_{\text{мин}}^s} \cdot \frac{\sigma(a_{\text{макс}} - a) \sigma(a - a_{\text{мин}})}{a^{s+1}}, \quad (\text{П. 1.28})$$

где η_n — концентрация частиц, a — радиус частицы, i — i -й момент распределения

$$\langle a^i \rangle = \frac{1}{\eta_n} \int_0^\infty a^i F(a) da \quad (\text{П. 1.29})$$

определяется соотношением

$$\langle a^i \rangle = \begin{cases} \frac{s-i}{s-i} a_{\text{макс}}^i a_{\text{мин}}^i \frac{a_{\text{макс}}^{s-i} - a_{\text{мин}}^{s-i}}{a_{\text{макс}}^s - a_{\text{мин}}^s} \approx \frac{s}{s-i} a_{\text{макс}}^i & \text{при } s \neq i, \\ \dots & \text{при } s = i, \end{cases} \quad (\text{П. 1.30})$$

$$\left[s \frac{a_{\max}^s a_{\min}^s}{a_{\max}^s - a_{\min}^s} \ln \frac{a_{\max}}{a_{\min}} \right] \text{ при } s=i.$$

Из исследований распределения метеорных частиц по массам следует, что $s \approx 3/67$, при этом второй и третий моменты соответственно равны:

$$\langle a^2 \rangle \approx 3a_{\min}^2, \quad (\text{П. I.31})$$

$$\langle a^3 \rangle \approx 3a_{\min}^2 \ln \frac{a_{\max}}{a_{\min}}. \quad (\text{П. I.32})$$

Отсюда следует выражение объемной доли пыли через концентрацию пылин и граничные радиусы

$$f_v = 4\pi n_p a_{\min}^3 \ln \frac{a_{\max}}{a_{\min}}. \quad (\text{П. I.33})$$

Пусть газовый поток не в состоянии унести с поверхности частицы, радиус которых больше некоторого значения $a_{кр}$.

Тогда в единице объема содержится крошечная поверхность

$$S \langle a_{кр}^2 \rangle n_p = \pi n_p \int_{a_{кр}}^{\infty} a^2 F(a) da. \quad (\text{П. I.34})$$

Вычисляя интеграл, получим

$$\langle a_{кр}^2 \rangle = 3 \frac{a_{\max}^3 a_{\min}^3}{a_{\max}^3 - a_{\min}^3} \cdot \frac{a_{\max} - a_{кр}}{a_{\max} a_{кр}} \approx \frac{3a_{\min}^3 (a_{\max} - a_{кр})}{a_{\max} a_{кр}}. \quad (\text{П. I.35})$$

Образование корки завершается в момент, когда испарится объем, в котором содержится крошечная поверхность, равная поверхности ядра, т.е.

$$S \langle a_{кр}^2 \rangle n_p \cdot 4\pi r_g^2 \Delta r_g = 4\pi r_g^2. \quad (\text{П. I.36})$$

Следовательно, для образования корки должен испариться слой толщиной

$$\Delta r_g = \frac{4}{3f_v} \cdot \frac{a_{\max} a_{кр}}{a_{\max} - a_{кр}} \ln \frac{a_{\max}}{a_{\min}}. \quad (\text{П. I.37})$$

Из условия механического равновесия

$$C_D \pi a_{кр}^2 m v = \frac{GM_g}{r_g^2} \cdot \frac{4}{3} \pi a_{кр}^3 \delta_p \quad (\text{П. I.38})$$

найдем радиус частицы, неувлекаемой даже в перигелии,

$$a_{кр} = \frac{g}{32\pi} \cdot \frac{C_D m}{G \rho_g \delta_p} \cdot \frac{r_{01} v_{01} v_{op}}{r_g \bar{q}}, \quad (\text{П. I.39})$$

где $v_{op} \approx v_{01}$ - скорость истечения газа из ядра в перигелии, δ_p - плотность вещества пылинки, C_D - коэффициент лобового сопротивления. Так как радиус твердых частиц значительно меньше свободного пробега молекулы у поверхности ядра, следует пользоваться свободномолекулярным коэффициентом лобового сопротивления [41]:

$$C_D = \frac{2}{3S} \sqrt{\frac{\pi T_p}{T_0}} + \frac{2S^2 + 1}{S^3 \sqrt{\pi}} e^{-S^2} + \frac{4S^4 + 4S^2 - 1}{2S^4} \operatorname{erf} S, \quad (\text{П. I.40})$$

где T_p - собственная температура пылинки (в данном случае $T_p = T_0$), S - скоростное отношение, определяемое как

$$S = \frac{v_{op}}{\sqrt{\frac{2kT_0}{m}}}. \quad (\text{П. I.41})$$

Так как

$$v_{op} = \sqrt{\frac{kT_{op}}{2\pi m}}, \quad (\text{П. I.42})$$

то

$$S = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} = 0,355 \quad \text{и} \quad C_D = 24. \quad (\text{П. I.43})$$

При $n_{01} \approx 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $v_{01} \approx 10^4 \text{ см/сек}$

$$a_{кр} \sim \frac{1,6 \cdot 10^5}{\bar{q} n_g \rho_g \delta_p}. \quad (\text{П. I.44})$$

Таким образом, для того чтобы нелетучая корка вообще могла образоваться, необходимо, чтобы

$$a_{\max} > \frac{1,6 \cdot 10^5}{\bar{q} n_g r_g}. \quad (\text{П. I.45})$$

Следовательно, у большинства комет должно быть $a_{\max} > 0,4 \text{ см}$.

Если это условие выполняется, корка образуется за число оборотов

$$N = \frac{\Delta r_g}{4 r_g}.$$

Соотношения (26), (37) и (39) дают

$$\nu = 0,08 \frac{1-f_v}{f_v} \cdot \frac{(2n-4)!! C_p}{(2n-5)!!} \cdot \frac{v_{op}}{\delta_n r_a \bar{q}^{3/2}} \cdot \frac{a_{макс}}{a_{макс}-a_{кр}} \ln \frac{a_{макс}}{a_{мин}}. \quad (\text{П. I.46})$$

Заметим, что при выводе этого соотношения сократились величины ρ_a , ρ_{01} и v_{01} . Так как v_{op} слабо зависит от своих аргументов, скорость образования корки почти полностью определяется радиусом ядра, перигелийным расстоянием, гранулометрическим составом пыли и твердых частиц, а также их объемным содержанием. В частности, при содержании нелетучих веществ $f_v \sim 0,1$, $a_{макс} \sim 10$ см, $a_{мин} \sim 10^{-6}$ см для образования сплошной корки на десятикилометровом ядре потребуется около 8 проходов мимо Солнца на расстоянии $\bar{q} \sim 1$ а.е. Эта оценка занижена, поскольку при каждом последующем прохождении через перигелий поверхность сублимации кометы будет все меньше и меньше, так как льды постепенно покрываются твердыми частицами.

Уменьшение поверхности испарения в ходе загрязнения должно приводить к вековому падению блеска. Для околопараболической орбиты

$$\Delta \approx -2,5 \lg\left(1 - \frac{1}{\nu}\right) \approx \frac{2,5 \lg e}{\nu}. \quad (\text{П. I.47})$$

Подстановка в это выражение значения ν из (46) дает

$$\Delta m = 5,89 \frac{f_v}{1-f_v} \cdot \frac{(2n-5)!!}{(2n-4)!!} \cdot \frac{\delta_n r_a \bar{q}^{3/2}}{C_p v_{op}} \cdot \frac{1 - \frac{a_{кр}}{a_{макс}}}{\lg \frac{a_{макс}}{a_{мин}}}. \quad (\text{П. I.48})$$

При $a_{кр} \ll a_{макс}$ и $n=4$ получаем

$$\Delta m = 1^m \cdot 35 \cdot 10^{-6} \frac{f_v \delta_n r_a \bar{q}^{3/2}}{1-f_v}. \quad (\text{П. I.49})$$

Рассчитаем теперь вековое ослабление блеска кометы при движении по эллипсу. Пусть ξ — доля поверхности, заэкранированная нелетучим веществом. Тогда радиус ядра будет уменьшаться со скоростью

$$\frac{dr_a}{dt} = \frac{(1-\xi) m \rho_{01} v_{01}}{(1-f_v) R^n}. \quad (\text{П. I.50})$$

Вполне очевидно, что частичная экранировка ядра не влияет на показатель, так как часть поверхности ядра состоит из мине-

ральных веществ, не влияет также и на тепловой баланс льдов, так как вокруг твердых частиц моментально образуются проталины, отделяющие минеральные вкрапления от льда. Льды и минералы будут иметь различные температуры, однако режим испарения определяется не средней температурой поверхности, а температурой льда.

По мере испарения льдов степень экранировки увеличивается со скоростью

$$\frac{d\xi}{dt} = \langle \pi a_{кр}^2 \rangle_n \frac{4\pi r_a^2 \frac{dr_a}{dt}}{4\pi r_a^2} = \quad (\text{П. I.51})$$

$$= \frac{3f_v(1-\xi) m \rho_{01} v_{01} \left(1 - \frac{a_{кр}}{a_{макс}}\right)}{4(1-f_v) \rho_a a_{кр} \bar{R}^n \ln \frac{a_{макс}}{a_{мин}}}.$$

Подставив сюда уравнение эллипса, после несложных преобразований получим

$$\frac{d \ln(1-\xi)}{dt} = \frac{8\pi G}{3C_p} \cdot \frac{r_a \delta_n}{v_{op}} \cdot \frac{1 - \frac{a_{кр}}{a_{макс}}}{\ln \frac{a_{макс}}{a_{мин}}} \cdot \frac{(1+e \cos V)^n}{(1+e)^n}, \quad (\text{П. I.52})$$

где e — эксцентриситет. Так как

$$dt = \frac{86400 \bar{q}^{3/2} (1+e)}{k_2 (1+e \cos V)^2} dV, \quad (\text{П. I.53})$$

потеря поверхности испарения за оборот определится выражением

$$\Delta \ln(1-\xi) = -\frac{8\pi G}{3C_p} \cdot \frac{r_a \delta_n}{v_{op}} \cdot \frac{f_v}{1-f_v} \cdot \frac{1 - \frac{a_{кр}}{a_{макс}}}{\ln \frac{a_{макс}}{a_{мин}}} \cdot \frac{\bar{q}^{3/2} \cdot 86400}{k_2 (1+e)^{n-1,5}} \int_0^{2\pi} (1+e \cos V)^{n-2} dV. \quad (\text{П. I.54})$$

Для $n = 2, 3, 4, 5$ и 6 интеграл в этом выражении равен соответственно

$$2\pi; 2\pi; \pi(2+e^2); \pi(2+3e^2); \pi(2+6e^2 + \frac{e^4}{2}). \quad (\text{П. I.55})$$

Вековой ход абсолютного блеска описывается через потерю поверхности испарения уравнением

$$H_{10} = H_{10}^{(0)} + 2,5 \nu \lg e \Delta \ln(1-\xi), \quad (\text{П. I.56})$$

в котором ν — число оборотов на эллиптической орбите.

Итак, в случае испарения загрязненных льдов абсолютная звездная величина кометы линейно убывает со временем, а ее блеск убывает экспоненциально. Ход интегральной абсолютной величины описывается выражением (56) до тех пор, пока минеральные частицы, размеры которых больше $a_{кр}$, не сомкнутся. Элементарное геометрическое рассмотрение приводит к тому, что в момент смыкания будет заэкранировано

$$\pi/2\sqrt{3} \approx 0,906$$

поверхности ядра. После этого в порах между крупными частицами будут застревать частицы меньшего размера. Нетрудно показать, что это эквивалентно уменьшению (внезапному) $a_{кр}$ до величины

$$a'_{кр} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \right) a_{кр} \approx 0,15 a_{кр}, \quad (\text{П. I.57})$$

т.е. почти на порядок. Во столько же раз увеличится величина $\Delta \ln(1 - \xi)$ и скорость уменьшения абсолютной звездной величины. Начиная с этого момента фотометрическая эволюция кометы идет все убыстряющимся темпом до перехода газовой выделения ядра в режим фильтрации.

Выше уже говорилось о трудностях осуществления этого режима. Если потребовать, чтобы фильтрация обеспечила наблюдаемый блеск кометы, придется приписать кометным ядрам размеры, типичные для планет. После того, как мелкая пыль заполнит поры между крупными частицами, начнет расти минеральная корка. Скорость ее роста

$$\frac{dh}{dt} = \frac{m n_0 v_0}{(1-f_v) \rho_g}. \quad (\text{П. I.58})$$

Из выражений (9) и (11) следует

$$n_0 v_0 = \frac{K l g e}{h k \beta} \left(\frac{T_1}{\sqrt{R}} - T_u \right) \quad (\text{П. I.59})$$

и

$$h^2 = \frac{K m l g e}{k \beta \rho_g (1-f_v)} \int_0^t \left(\frac{T_1}{\sqrt{R}} - T_u \right) dt, \quad (\text{П. I.60})$$

где T_u определяется выражением (19). Освещенность от кометы в этом режиме пропорциональна величине

$$n_0 v_0 = n_u v_0 \frac{a}{h} = \frac{a v_0}{k T_u} 10^{\frac{A-\beta}{T_u}} \sqrt{\frac{k \beta \rho_g (1-f_v)}{K m l g e}} \left[\int_0^t \left(\frac{T_1}{\sqrt{R}} - T_u \right) dt \right]^{-1/2} \approx \frac{n_u v_0}{\sqrt{0,16 t}}. \quad (\text{П. I.61})$$

Это соотношение выведено при большом числе ограничений, и область применимости его весьма узка. С в (61) очень близко к единице, $(T_1/\sqrt{R} - T_u) \sim 100^\circ \text{K}$; при этом блеск за год уменьшится более чем на 7^m . Это означает, что переход в режим фильтрации сопровождается настолько катастрофическим ослаблением блеска, что комета перестает наблюдаться. Наиболее крупные тела такого рода наблюдались бы как астероиды. Так как такие тела неизвестны, то приходится внести коррективы в устоявшееся деление комет на "молодые" с ледяной поверхностью ядра ($\xi \approx 0$) и "старые" с поверхностной коркой из нелетучего материала ($\xi \approx 1$). Только что было показано, что "старые" в этом смысле кометы вообще не наблюдаются. Все промежуточные состояния ($0 < \xi < 0,9$) оказываются физически подобными, и нет необходимости в каком-либо делении комет по возрасту. Существует лишь слабая надежда обнаружить кометы на стадии начала образования корки ($0,9 < \xi < 1,0$).

Более правильно разделить ядра комет на однородные и неоднородные.

Однородным присуще свойство

$$a_{\max} < a_{кр}. \quad (\text{П. I.62})$$

Корка не образуется, а потеря блеска обусловлена исключительно уменьшением радиуса ядра и составляет за оборот

$$\Delta m = 5m \frac{\Delta r_g^1}{r_g} l g e, \quad (\text{П. I.63})$$

где уменьшение радиуса за один оборот определяется выражением

$$\Delta r_g^1 = \frac{m n_0 v_0 \cdot 8,64 \cdot 10^4}{(1-f_v) k_2 \rho_g \bar{q}^{n-1,5} (1+e)^{n-1,5}} \int_0^{2\pi} (1+e \cos V)^{n-2} dV. \quad (\text{П. I.64})$$

На поверхности неоднородных ядер образуется корка. В дальнейшем всюду принимается, что поверхность ядра кометы складывается из участков ледяных и минеральных ("пятнистая модель" поверхности ядра).

II.2. Взаимодействие газовых молекул с поверхностью ядра

При постановке любой задачи о движении вещества в атмосфере кометы необходимо задать граничные условия на поверхности ядра. Кроме процессов сублимации-конденсации, с которыми связана роль ядра как источника вещества, на твердой поверхности происходит обмен энергией и импульсом между молекулами, падающими на ядро из атмосферы, и молекулами самого ядра. Как показано в предыдущей главе, атмосферы комет независимо от их яркости являются сравнительно плотными и поэтому нельзя пренебрегать эффектами, связанными с существованием обратного потока молекул из атмосферы на ядро.

Взаимодействию атомных частиц с твердыми поверхностями посвящена обширная литература (см. [1,6,24,41] и цитированную там литературу), в которой излагаются экспериментальные данные и теоретические представления. Основные направления работы теоретиков и экспериментаторов в этой области связаны с потребностями физической электроники и ультравысотной аэродинамики. Некоторые из полученных результатов могут найти применение в физике комет. Настоящий параграф представляет собой краткую сводку таких данных.

Процесс взаимодействия молекулы с поверхностью состоит в следующем. Попадая на поверхность, молекула на некоторое время оседает на ней, участвуя в столкновениях с узлами кристаллической решетки. При этом средняя энергия упавших молекул постепенно стремится к средней энергии атомов решетки. С определенной вероятностью через некоторое время (среднее время адсорбции τ_a) молекула покидает поверхность в случайном направлении с энергией, отличной от первоначальной.

В конкретных условиях возможно множество вариантов этого процесса. Судьба молекулы на поверхности зависит от многих обстоятельств (от степени однородности поверхности, наличия поверхностных дефектов кристаллической структуры, температуры поверхности, массы атома или молекулы, из которых состоит поверхность, величины скорости и угла падения молекулы и ее химической природы).

Если молекула газа ударяется в кристалл, состоящий из таких же точно молекул, причем ее энергия одного порядка с характерной энергией колебаний решетки, то наиболее вероятный исход такого столкновения — прилипание молекулы к кристаллу с порождением одно-

го фонона, т.е. конденсация при первом соударении. Вероятность оседания снижается, если для перехода в устойчивое состояние падающая молекула должна породить несколько фононов. В этом случае становится возможной вторичная молекулярная эмиссия, т.е. процесс, в котором упавшая молекула не только не оседает на поверхности сама, но и сообщает одной или нескольким молекулам энергию, достаточную для перехода в газ. В первом случае время пребывания молекулы в сорбированном состоянии стремится к бесконечности, во втором — к весьма малой величине. Возможность попадания молекулы в микро-трещину или просто в положение с повышенным координационным числом повышает вероятность оседания.

При взаимодействии молекул с поверхностью, образованной сколом щелочно-галогидного (ионного) кристалла, которая отличается высокой степенью однородности и гладкости, время пребывания молекулы в адсорбированном состоянии очень мало. Происходит практически мгновенное отражение молекулы от поверхности как от идеального зеркала. Однако такой процесс — упругое взаимодействие с поверхностью — встречается сравнительно редко. При этом отражение молекул от кристаллических поверхностей сопровождается дифракционными эффектами.

Гораздо вероятнее неупругое взаимодействие, которое может быть как свободно-связанным (адсорбция), так и свободно-овольбным переходом (рассеяние). Если при этом молекула обладает энергией, достаточной для преодоления активационного барьера, то для перехода в связанное состояние достаточно небольшой потери энергии. Это случай хемосорбции. Иногда происходит так называемая сильная хемосорбция, сопровождающаяся разложением сорбированной молекулы на атомы или радикалы. Степень заполнения поверхности адсорбтом можно оценить по уравнению изотермы адсорбции (1.3.10). Предполагая, что молекула занимает при адсорбции один центр, можно написать

$$f(\theta) = 1 - \theta, \quad (\text{П.2.1})$$

$$f'(\theta) = \theta. \quad (\text{П.2.2})$$

Выбирая в качестве независимой переменной давление, зависимой — степень заполнения поверхности, можно привести (1.3.10) к стандартной форме Ленгмюра:

$$\theta = \frac{\tilde{p}^{-1} p}{1 + \tilde{p}^{-1} p} = \frac{1}{1 + \tilde{p}/p}, \quad (\text{П.2.3})$$

где $\tilde{p} = \frac{k}{G} \sqrt{2\pi mkT} e^{-q/kT}$ — (2.4)

величина, численно равная давлению насыщенных паров сорбируемого газа, если бы его энергия сублимации равнялась энергии десорбции.

Как видно из табл. 5, теплоты физической адсорбции лишь незначительно превышают теплоты сублимации, поэтому при пятнистом строении поверхности ядра, когда температура минеральных участков превышает температуру ледяных, частицы метеоритной природы не бу-

Таблица 5

Газ	Теплота сублимации, ккал/моль	Максимальная теплота физической адсорбции, ккал/моль
H ₂	0,22	2,0
O ₂	1,6	5,0
N ₂	1,34	5,0
CO	1,44	6,0
CO ₂	6,0	9,0
CH ₄	2,18	5,0
C ₂ H ₄	3,50	8,0
C ₂ H ₂	5,74	9,0
NH ₃	5,56	9,0
H ₂ O	10,57	14,0

дут покрыты сколько-нибудь значительным физически адсорбированным слоем. Совсем иная картина при хемосорбции. Теплоты хемосорбции [88] на металлах и окислах приводятся в табл. 6 и 7.

Как видно из приведенных значений, теплота адсорбции на окислах в 3–10 раз превышает типичные теплоты сублимации кометных льдов. Это означает, что при температуре метеоритного материала, втрое превышающей температуру льдов, всегда соблюдается условие $\tilde{p} \ll p$ и, значит, $\theta > 0,5$. Если же среди нелетучих вкраплений в ядре встречаются частицы металлов, то $\tilde{p} \ll p$ и $\theta \approx 1$. Можно, следовательно, сделать вывод, что при первом прохождении перигелия нелетучая часть поверхности ядра быстро покроется слоем адсорбированных родительских молекул. При последующих прохождении вблизи Солнца это покрытие сохраняется. На этом основании можно не учитывать динамику адсорбции и считать свойства поверхности неизменными во времени. Еще одним важным обстоятельством является то, что молекулы, падающие на минеральную часть поверхности ядра, взаимодействуют не непосредственно с решеткой подложки, а с сор-

Сорбент	Теплота хемосорбции, ккал/моль				
	O ₂	CO	CO ₂	C ₂ H ₂	C ₂ H ₄
W	155	—	66	—	102
Ni	130	35	37	67	58
Fe	75	32	45	—	68
Ta	—	—	—	—	138
Cu	—	—	—	18	18
Cr	—	—	—	—	102

Таблица 7*

Сорбент	Теплота хемосорбции, ккал/моль				
	O ₂	CO	CO ₂	C ₂ H ₄	C ₂ H ₆
ZnO · Cr ₂ O ₃	42,9	14,9–44	15–18	19,9	28,7
MnO	24	64,4	—	—	—
Cu ₂ O	55	27–28	—	20	—
Cr ₂ O ₃	37–98	21	—	—	—
ZnO	—	18–20	13	25,2	—
Mn ₂ O ₃	22–24	62–67	17–23	—	—
Mn ₂ O ₃ · Cr ₂ O ₃	22–52	33–47	14–20	—	—

* Подчеркнуты значения, соответствующие случаям, когда хемосорбция идет практически без активации и очень быстро.

бированными молекулами. Так как энергия взаимодействия с атомами подложки ослаблена, то ее химическая природа мало влияет на процесс рассеяния падающих молекул.

Молекула, падающая на поверхность, характеризуется вектором скорости $\vec{V}_1$ и значением внутренней энергии, которая в свою очередь состоит из нескольких видов энергии в зависимости от числа внутренних степеней свободы,

$$E_{\text{вн}} = \sum_i E_{\text{вн}i}, \quad (\text{П. 2.5})$$

где суммирование выполняется по степеням свободы. Для двухатомных молекул внутренняя энергия — это сумма электронной, колебательной и вращательной энергий. Состояние поверхности статистически определено ее температурой T . Роль места падения определяется координационным числом упавшей молекулы и единичным вектором $\vec{n}$ нормали к поверхности. Так как нас интересует усредненный эффект, то координационное число можно отнести к неизменным свойствам

поверхности. По этой же причине нормаль к поверхности будем также понимать как нормаль к среднему ее уровню, а не к локальному участку, который из-за шероховатости может иметь значительный наклон.

Исчерпывающая информация о взаимодействии молекул с поверхностью может быть задана в виде функции

$$W_{\tau}(\vec{v}_1; E_{1i}^{th}/\vec{n}, \tau, \tau/\vec{v}_2; E_{2i}^{th}), \quad (\text{П. 2.6})$$

представляющей отнесенную к единице времени вероятность того, что молекула покинет поверхность через время τ после падения, обладая с новым значением скорости v_2 и всех видов внутренней энергии E_{2i}^{th} . В рассматриваемом случае (рассеяние молекул атмосферы минеральной компонентой поверхности ядра) время пребывания в адсорбированном состоянии значительно меньше характерного времени задачи, так как нас интересует поведение атмосферы в промежутках времени, значительно превышающих τ_a . Поэтому будем считать рассеяние процессом мгновенным, характеризующимся вероятностью отскока

$$W(\vec{v}_1; E_{1i}^{th}/\vec{n}; \tau/\vec{v}_2; E_{2i}^{th}) = \int_0^{\tau} W_{\tau} d\tau. \quad (\text{П. 2.7})$$

Суммируя W по всем квантованным состояниям отраженной молекулы и интегрируя по скоростям рассеяния, получим вероятность того, что молекула вообще отразится, т.е. коэффициент отражения

$$\sum_{E_{2i}^{th}} \int W d^3\vec{v}_2 = R(\vec{v}_1; E_{1i}^{th}/\vec{n}, \tau). \quad (\text{П. 2.8})$$

В нашем случае $R \approx 1$ при падении молекулы на тугоплавкий участок и $R \approx 0$ при падении ее на лед.

В более сложных случаях на поверхности могут происходить химические реакции. Например, молекула, состоящая из радикалов R_1 и R_2 , может отразиться, испытав на поверхности гомолитическую



или гетеролитическую



диссоциации. Ненасыщенная молекула (а также радикал или ион) может вызвать отрыв радикала от молекулы адсорбированного слоя



или, наоборот, оставить радикал в связанном состоянии



Кроме того, возможны процессы, обратные (9) и (10). Роль процессов (9)–(12) в физике комет еще неясна, и мы их здесь не рассматриваем, ограничиваясь обычным рассеянием, которое описывается вероятностью отскока (7). Функция распределения молекул на поверхности в общем случае разрывна и обязана удовлетворять двум условиям: условию равенства потоков падающих и отраженных молекул

$$\int_{\vec{v} \cdot \vec{n} > 0} f_{отр}(\vec{v}, \vec{n}) d^3\vec{v} = - \int_{\vec{v} \cdot \vec{n} < 0} f_{пад}(\vec{v}, \vec{n}) d^3\vec{v} \quad (\text{П. 2.13})$$

и граничному условию

$$f_{отр}(\vec{v}_{отр}) = \int K(\vec{v}_{пад} | \vec{v}_{отр}) f(\vec{v}_{пад}) d^3\vec{v}_{пад}, \quad (\text{П. 2.14})$$

где ядро в операторе преобразования в силу (13) связано с вероятностью рассеяния соотношением

$$K(\vec{v}_{пад} | \vec{v}_{отр}) = - \frac{\vec{v}_{пад} \cdot \vec{n}}{\vec{v}_{отр} \cdot \vec{n}} W(\vec{v}_{пад} | \vec{v}_{отр}). \quad (\text{П. 2.15})$$

Однако даже этот сравнительно простой процесс неупругого рассеяния атомов поверхностью изучен еще недостаточно.

Р.Шэмберг [41] предложил для вероятности рассеяния аппроксимацию

$$W = \frac{v_{отр}}{v} \left(\frac{m}{2\pi kT_{отр}} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv_{отр}^2}{2kT_{отр}}} \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\theta_{отр} - \bar{\theta}_{отр}}{\theta_0}\right) \left[\frac{\theta_0}{\theta_0} + \frac{\theta_{отр} - \bar{\theta}_{отр}}{\theta_0} \right], \quad (\text{П. 2.16})$$

описывающую процесс рассеяния в плоскости, проходящей через векторы скорости падения и нормали к поверхности. Качественный характер рассеяния, описываемого (16), таков.

Пакет молекул, упавших на поверхность под углом $\theta_{пад}$, рассеивается внутри конуса, наклоненного к нормали $\vec{n}$ под углом $\bar{\theta}_{отр}$ (средний угол отражения), связанным с углом падения соотношением

$$\sin \bar{\theta}_{отр} = (\sin \theta_{пад})^2. \quad (\text{П. 2.17})$$

Раствор конуса, внутри которого распределены рассеянные молекулы, θ_0 . Величина $\tilde{v}$, имеющая размерность скорости, определяется из условия нормировки (8), где следует подставить $R = 1$. Параметры ν , $T_{отр}$ и θ_0 есть функциями угла падения $\theta_{пад}$, скорости падающей частицы $v_{пад}$ и температуры поверхности $T_{пов}$.

С.Ночилла предложил аппроксимировать распределение рассеянных молекул максвелловским распределением вокруг некоторой макроскопической скорости V :

$$f_{отр} = n_{отр} \left(\frac{m}{2\pi k T_{отр}} \right)^{3/2} e^{-\frac{m(\tilde{v}-V)^2}{2kT_{отр}}}, \quad (\text{П. 2.18})$$

что соответствует вероятности рассеяния

$$W = \frac{n_{отр} v_{отр} \cos \theta_{отр}}{n_{пад} v_{пад} \cos \theta_{пад}} \left(\frac{m}{2\pi k T_{отр}} \right)^{3/2} e^{-\frac{m(\tilde{v}-V)^2}{2kT_{отр}}}. \quad (\text{П. 2.19})$$

Эта аппроксимация оказалась удачной при интерпретации эксперимента по рассеянию N_2 на чистом кристалле LiF , причем оказалось, что при небольших углах падения направление скорости V соответствует закону зеркального отражения. При больших углах падения $\theta_{отр} < \theta_{пад}$ и точность аппроксимации уменьшается из-за аномального роста числа молекул, рассеянных назад. По-видимому, это связано с микрошероховатостью поверхности.

Параметры функций (16) и (19) для большинства газов и поверхностей неизвестны, поэтому приходится прибегать к более грубому описанию взаимодействия молекул с поверхностью. Ряд идеализированных моделей взаимодействия возникли и приобрели популярность задолго до того, как стали известны модели (16) и (19). Простейшей моделью является модель зеркального отражения, при котором

$$W = \delta[\tilde{v}_{отр} - \tilde{v}_{пад} + 2(\tilde{v}_{пад} \cdot \vec{n}) \vec{n}]. \quad (\text{П.2.20})$$

В этом случае ядро оператора преобразования (15) совпадает с вероятностью отскока (20). Если поверхность сильно шероховатая, то зеркальное отражение имеет место относительно локальной нормали. При определенном распределении углов наклона участков поверхности может получиться полностью диффузное отражение, т.е. ситуация, при которой все направления отскока равновероятны, а скорость мо-

лекулы сохраняется по абсолютной величине. Эта модель описывается вероятностью отскока

$$W = \frac{1}{2\pi v_{пад}^2} \delta(\tilde{v}_{отр} - \tilde{v}_{пад}) \delta(\tilde{v} \cdot \vec{n}). \quad (\text{П. 2.21})$$

При достаточном времени пребывания молекулы на поверхности ее средняя энергия успевает уравниваться со средней энергией колебаний атомов поверхности, т.е. происходит полная аккомодация. Если при этом поверхность достаточно шероховатая, то направления отскока равновероятны в пределах полусферы. Такая модель описывается вероятностью рассеяния

$$W = 2 \left(\frac{m}{2\pi k T_{отр}} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv_{отр}^2}{2kT_{отр}}} \sigma(\tilde{v}_{отр} \cdot \vec{n}). \quad (\text{П. 2.22})$$

Следует отличать другую модель, в которой предполагается максвелловское распределение отраженных молекул,

$$f_{отр} = n_{отр} \left(\frac{m}{2\pi k T_{отр}} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv_{отр}^2}{2kT_{отр}}} \sigma(\tilde{v}_{отр} \cdot \vec{n}), \quad (\text{П. 2.23})$$

при температуре, не обязательно равной температуре поверхности. Легко убедиться, что при этом направления отскока не равновероятны, так как

$$W = \frac{2}{\pi} (\tilde{v}_{отр} \cdot \vec{n}) \left(\frac{m}{2kT_{отр}} \right)^2 e^{-\frac{mv_{отр}^2}{2kT_{отр}}} \sigma(\tilde{v}_{отр} \cdot \vec{n}). \quad (\text{П. 2.24})$$

Здесь распределение отраженных молекул косинусное, причем большинство из них покидает поверхность в направлении средней нормали. Идеализированные модели (20), (21), (22) и (24) плохо соответствуют экспериментальным данным. Соответствие улучшается, если пользоваться комбинацией различных моделей. Широко распространена, например, линейная комбинация моделей (20) и (24), введенная в практику расчетов Максвеллом [24,41]. В модели Максвелла предполагается, что часть молекул отражается от поверхности зеркально, в то время как другая часть (a_T от общего числа) отраженных молекул обладает максвелловским распределением скоростей:

$$f_{отр} = (1-a_T) f_{пад} [\tilde{v}_{пад} - 2(\tilde{v}_{пад} \cdot \vec{n}) \vec{n}] +$$

$$+ a_{\tau} n_{\text{от}} \left(\frac{m}{2\pi k T_{\text{от}}} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv_{\text{от}}^2}{2kT_{\text{от}}}} \quad (\text{П. 2.25})$$

Диффузно рассеянные молекулы полностью потеряли тангенциальную составляющую своего импульса, поэтому a_{τ} — это доля тангенциального импульса, передаваемая стенке, т.е. коэффициент accommodation тангенциального импульса. Эксперименты показывают, что a_{τ} всегда близко к единице [24,36].

Одного коэффициента accommodation a_{τ} недостаточно для описания взаимодействия молекул с поверхностью, поэтому вводятся аналогичные величины для нормального импульса и энергии. Обмен энергией между стенкой и газом характеризуют либо отношением

$$a_3 = \frac{E_{\text{отр}} - E_{\text{пад}}}{E_{\text{пов}} - E_{\text{пад}}}, \quad (\text{П. 2.26})$$

где $E_{\text{пад}}$ — энергия падающей молекулы, $E_{\text{отр}}$ — энергия отраженной молекулы, $E_{\text{пов}}$ — средняя энергия молекулы при полной accommodation, либо соотношением, аналогичным (26), но не между энергиями, а между потоками тех же энергий [41].

Коэффициент accommodation зависит от скорости молекулы и угла падения. Однако на практике пользуются коэффициентами a_{τ} , a_3 , относя их не к индивидуальному столкновению, а рассматривая как усредненные характеристики взаимодействия. Такое представление внутренне противоречиво [41], за исключением случая, когда газ приходит в равновесие со стенкой. Поэтому чаще всего под термином "коэффициент accommodation" подразумевают величину

$$\bar{a}_3 = \lim_{E_{\text{пад}} \rightarrow E_{\text{пов}}} a_3 \quad (\text{П. 2.27})$$

или, считая все распределения молекул максвелловскими, —

$$\bar{a}_3 = \lim_{T_{\text{пад}} \rightarrow T_{\text{пов}}} \frac{T_{\text{отр}} - T_{\text{пад}}}{T_{\text{пов}} - T_{\text{пад}}}. \quad (\text{П. 2.28})$$

Именно эта величина чаще всего определяется экспериментально. Так как коэффициент $\bar{a}_3$ может быть измерен только при наличии разности температур между газом и стенкой, то, строго говоря, измеряется не величина (27), а близкая к ней. Экспериментальные зна-

чения коэффициента accommodation энергии зависят от температуры стенки и от разности температур между стенкой и газом. Эксперименты подтверждают, что при взаимодействии молекул с загрязненной поверхностью $\bar{a}_3$ слабо зависит от природы поверхности. Наиболее явно выражена зависимость $\bar{a}_3$ от температуры стенки.

Эта зависимость может быть получена в явном виде с помощью теоретической модели, предложенной Эйкенем и Бертрамом [129]. Модель основана на допущении, что время жизни молекулы на поверхности описывается соотношением

$$\tau_a = \tau_{a0} e^{\frac{E_g}{kT}}. \quad (\text{П. 2.29})$$

а время релаксации энергии адсорбированной молекулы — аналогичным соотношением

$$\tau_p = \tau_{p0} e^{\frac{\theta}{kT}}. \quad (\text{П. 2.30})$$

Элементарный расчет приводит к выражению для коэффициента accommodation

$$a_3 = \frac{1}{1 + \frac{\tau_{p0}}{\tau_{a0}} e^{-\frac{E_g - \theta}{kT}}}. \quad (\text{П. 2.31})$$

Заметим, что время τ_a точнее определяется соотношением Ленгмюра

$$\tau_a \approx 4,7 \cdot 10^{-27} \frac{\eta_s \sqrt{\mu}}{T} e^{\frac{E_g}{kT}}, \quad (\text{П. 2.32})$$

где E_g , как и в (30), — энергия активации десорбции, μ — молекулярный вес молекулы, η_s — поверхностная плотность атомов (обычно $\eta_s \sim 10^{15} \text{ см}^{-2}$). Из общих соображений следует также, что предэкспоненциальный множитель в (30) тоже зависит от температуры. Ясно, однако, что отношение τ_{p0} / τ_{a0} зависит от температуры слабее, чем экспонента, поэтому соотношение (31) должно правильно передавать температурную зависимость коэффициента accommodation для не слишком широких интервалов температуры.

Соответствие между этой моделью и экспериментом иллюстрирует рис.4. Экспериментальные данные заимствованы из обширной сводки М.Каминского [36]. Разброс точек объясняется тем, что сводились воедино данные различных экспериментаторов, работавших

с разными и по-разному очищенными поверхностями, применялись различные методы измерения и различные перепады температур между стенкой и газом. Прямые на рисунке изображают зависимость вида

$$\bar{a}_3 = \frac{1}{1 + 10 \frac{C_1 - C_2}{T}} \quad (\text{П. 2.33})$$

Для различных газов параметры C_1 и C_2 следующие:

Газ	C_1	C_2
CO_2	1,1	520°K
C_2H_2	1,6	650
C_2H_6	0,57	440

Это означает, что при температуре поверхности 100°K $\bar{a}_3 \sim 1$, а

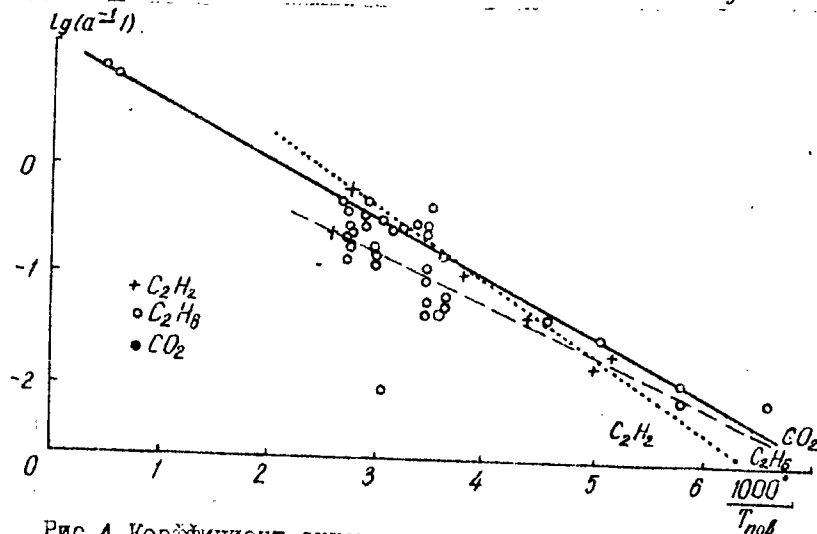


Рис. 4. Коэффициент аккомодации различных молекул.

при температуре $T \sim 300^\circ\text{K}$ (температура минеральных частиц на поверхности ядра) $\bar{a}_3 \approx 0,8$.

Приведенные данные относятся к коэффициенту аккомодации полной энергии молекулы. Эта величина характеризует взаимодействие с поверхностью только одноатомных молекул при температурах, недостаточных для их электронного возбуждения. Процессы обмена энергией на поверхности значительно усложняются, если мы имеем дело с многоатомными молекулами, обладающими большим числом внутренних степеней свободы и соответствующим им "сортом" внутренней энергии. В этом случае происходит, во-первых, аккомодация (каждый вид внут-

ренней энергии стремится принять равновесное значение, соответствующее температуре поверхности), во-вторых, релаксация (внутренняя энергия стремится распределиться по "сортам" пропорционально вкладу внутренних степеней свободы в теплоемкость).

Введем символический вектор-столбец энергии

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_t \\ E_r \\ E_v \end{pmatrix} \quad (\text{П. 2.34})$$

Здесь для простоты выбран случай, когда энергия может быть разделена на поступательную, колебательную и вращательную. Обобщение на большое число видов внутренней энергии приводит к увеличению размерности вектора и выполняется тривиально. Обозначим индексом 1 величины, относящиеся к падающей молекуле, индексом 2 - к отраженной, а индексом s - значения энергий в равновесии при температуре стенки. По аналогии с соотношением (26), которое может быть преобразовано в форму

$$\vec{E}_2 = (1 - \bar{a}_3) \vec{E}_1 + \bar{a}_3 \vec{E}_s, \quad (\text{П. 2.35})$$

можно написать выражение для вектора энергии отраженной молекулы в виде

$$E_2 = (\hat{I} - \hat{a} + \hat{b}) \vec{E}_1 + \hat{a} \vec{E}_s, \quad (\text{П. 2.36})$$

где $\hat{I}$ - единичный тензор, $\hat{a}$ - диагональный тензор аккомодации, $\hat{b}$ - тензор обмена, описывающий обмен энергией между различными степенями свободы. Обозначая индексами t, r, v соответственно поступательную, вращательную и колебательную энергию, имеем

$$\text{diag } \hat{a} = (a_t, a_r, a_v), \quad (\text{П. 2.37})$$

$$\hat{b} = \begin{pmatrix} -b_{t \rightarrow r} - b_{t \rightarrow v} & b_{r \rightarrow t} & b_{v \rightarrow t} \\ b_{t \rightarrow r} & -b_{r \rightarrow t} - b_{r \rightarrow v} & b_{v \rightarrow r} \\ b_{t \rightarrow v} & b_{r \rightarrow v} & -b_{v \rightarrow t} - b_{v \rightarrow r} \end{pmatrix}. \quad (\text{П. 2.38})$$

Простая релаксационная теория, которая без учета внутренней энергии приводит к выражению (31), легко обобщается на рассматриваемый случай, с той лишь разницей, что взаимодействие молекул между собой (и со стенкой во время пребывания в адсорбированном состоянии) описывается не одним, а гораздо большим числом времен

релаксации. В нашем примере таких времен шесть. Три времени τ_i характеризуют скорость установления равновесия между адсорбированными молекулами и стенкой, т.е. скорость процессов

$$E_i \rightarrow E_{si}, \quad (\text{П. 2.39})$$

где $i = t, r, v$. Еще три времени релаксации τ_{ik} характеризуют скорость, с которой внутренняя энергия молекул стремится распределиться пропорционально парциальным теплоемкостям, т.е. процессов типа

$$\begin{aligned} E_i &\rightarrow \frac{c_i}{c_i + c_k} (E_i + E_k), \\ E_k &\rightarrow \frac{c_k}{c_i + c_k} (E_i + E_k). \end{aligned} \quad (\text{П. 2.40})$$

Здесь c_t , c_r и c_v — трансляционная, ротационная и вибрационная теплоемкости при постоянном объеме*.

Введем обозначение

$$\frac{1}{\theta_{ik}} = \frac{c_i}{c_i + c_k} \cdot \frac{1}{\tau_{ik}}. \quad (\text{П. 2.41})$$

Если выбрать в качестве единицы времени время жизни молекулы на поверхности, то изменение вектора энергии сорбированных молекул будет описываться системой

$$\frac{1}{\tau_a} \cdot \frac{d\vec{E}}{dt} + \hat{M}\vec{E} = \hat{R}\vec{E}, \quad (\text{П. 2.42})$$

в которой матрицы $\hat{M}$ и $\hat{R}$ имеют вид

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_t} + \frac{1}{\theta_{rt}} + \frac{1}{\theta_{vt}} & -\frac{1}{\theta_{tr}} & -\frac{1}{\theta_{tv}} \\ -\frac{1}{\theta_{rt}} & \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\theta_{tr}} + \frac{1}{\theta_{rv}} & -\frac{1}{\theta_{rv}} \\ -\frac{1}{\theta_{vt}} & -\frac{1}{\theta_{tr}} & \frac{1}{\tau_v} + \frac{1}{\theta_{rv}} + \frac{1}{\theta_{vv}} \end{pmatrix}, \quad (\text{П. 2.43})$$

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_t} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\tau_v} \end{pmatrix}. \quad (\text{П. 2.44})$$

Для того чтобы найти E_2 , необходимо решить систему (42) с начальными условиями

$$E(t=0) = E_1. \quad (\text{П. 2.45})$$

и затем усреднить энергию отраженных молекул по времени пребывания на поверхности. Вероятность пребывания молекулы на поверхности

* Здесь символом c_v обозначена колебательная теплоемкость, а не теплоемкость при постоянном объеме.

в течение t единиц времени есть e^{-t} , поэтому

$$\vec{E}_2 = \int_0^\infty \vec{E}_1(t) e^{-t} dt = \alpha [\vec{E}(s=1)], \quad (\text{П. 2.46})$$

где α — оператор преобразования Лапласа.

Система алгебраических уравнений для определения $\vec{E}_2$ получается из системы (42) путем простой замены $\frac{d\vec{E}}{dt}$ на $\vec{E}_2 - \vec{E}_1$ и $\vec{E}$ на $\vec{E}_2$:

$$\left(\frac{1}{\tau_a} \hat{I} + \hat{M} \right) \vec{E}_2 = \frac{1}{\tau_a} \hat{I} \vec{E}_1 + \hat{R} \vec{E}_2. \quad (\text{П. 2.47})$$

Эта операция законна только при бесконечно малых отклонениях от равновесия, в противном случае следует интегрировать (42) с учетом зависимости времен релаксации от температуры. Сравнивая (47) с (36), найдем

$$a_i = 1 - \frac{\sum_k \Delta_{ik}}{\tau_a \Delta}, \quad (\text{П. 2.48})$$

$$b_{i \rightarrow k} = \frac{\Delta_{ik}}{\tau_a \Delta}. \quad (\text{П. 2.49})$$

В этих отношениях по-прежнему $(i, k) = t, r, v$, Δ — определитель матрицы $\left\| \frac{1}{\tau_a} \hat{I} + \hat{M} \right\|$, Δ_{ik} — алгебраическое дополнение соответствующего элемента.

Если просуммировать строки системы уравнений (47), то получим соотношение

$$\begin{aligned} E_2 = & (1-a_t) E_{t1} + (1-a_r) E_{r1} + (1-a_v) E_{v1} + \\ & + a_t E_{st} + a_r E_{sr} + a_v E_{sv}. \end{aligned} \quad (\text{П. 2.50})$$

Если взаимодействующий с поверхностью газ уже находился в состоянии равновесия, первоначальная энергия молекул была распределена пропорционально теплоемкости, следовательно,

$$E_1 - E_i = \frac{a_t c_t + a_r c_r + a_v c_v}{c_t + c_r + c_v} (E_s - E_i). \quad (\text{П. 2.51})$$

Величина

$$\bar{a}_3 = \frac{a_t c_t + a_r c_r + a_v c_v}{c_t + c_r + c_v} \quad (\text{П. 2.52})$$

и определялась в экспериментах, о которых шла речь выше.

Вместо (52) можно написать

$$\bar{a}_g = \frac{3c_t + i_{\theta p} c_r + 2i'_{\text{кол}} c_v}{3 + i_{\theta p} + 2i'_{\text{кол}}}, \quad (\text{П. 2.53})$$

где $i_{\theta p}$ — число классических вращательных степеней свободы, а $i'_{\text{кол}}$ — эффективное число колебательных степеней свободы, которое для линейных и нелинейных молекул может быть вычислено как сумма двух последних членов соответственно в выражениях (I. 3.43) и (I. 3.44).

Попытки разделения интегрального коэффициента на отдельные составляющие предпринимались Шефером и сотрудниками [152 — 154] на основании различного рода произвольных допущений. Что же касается коэффициентов обмена, то никаких экспериментальных данных по ним найти не удалось. Все попытки разделения суммы (52) на слагаемые дали почти одинаковые результаты. При взаимодействии двуокиси углерода с платиной при температуре $T \sim 300^\circ\text{K}$ оказалось, что a_t и a_r близки к единице, а $a_v \sim 0,4$.

Раскрывая определители в выражениях (48), можно убедиться, что если τ_a превышает все остальные времена релаксации, кроме τ_{vi} , то справедливы приближенные выражения

$$a_i \approx \frac{1}{1 + \frac{\tau_{ii}}{\tau_a}}, \quad (\text{П. 2.54})$$

в которых для краткости обозначено

$$\frac{1}{\tau_{ii}} = \frac{1}{\tau_i} + \sum_{k \neq i} \frac{1}{\tau_{ki}}. \quad (\text{П. 2.55})$$

Таким образом, эксперименты свидетельствуют, что $\tau_{tt} \ll \tau_a$ и $\tau_{rr} \ll \tau_a$, а

$$\frac{1}{\tau_{vv}} = \frac{1}{\tau_v} + \frac{1}{\tau_{tv}} + \frac{1}{\tau_{rv}} \approx \frac{1}{\tau_a}. \quad (\text{П. 2.56})$$

Остается выяснить, почему эксперимент подтверждает соотношение (31), в то время как на самом деле величина $\bar{a}_g$ связана с временами релаксации более сложным соотношением (52). Выполняя громоздкие вычисления с помощью (I. 3.43), (I. 3.44), (48) и (52), можно убедиться, что интерполяционное соотношение вида (31) действительно приближенно выполняется. Этому способствует, во-первых, характер температурной зависимости колебательной теплоемкости

(вклад колебательного коэффициента аккомодации в $\bar{a}_g$ уменьшается с уменьшением температуры) и, во-вторых, то, что в рассматриваемом диапазоне температур τ_a остается большим, чем все времена релаксации, не связанные с колебаниями.

Теперь можно выбрать функцию вероятности отскока, которая должна быть наиболее типична для условий вблизи поверхности ядра кометы. Большое время жизни в адсорбированном состоянии обеспечивает малую вероятность зеркального отражения. Будем считать рассеяние молекул диффузным. Выше рассматривались два случая диффузного рассеяния: случай равновероятного направления отскока (22) и случай косинусного распределения отраженных молекул (23). Истинное распределение вероятностей отскока должно быть промежуточным, но более близким к (22). Исходя из этого, выбираем

$$W(\vec{v}_1, E_{r1}, E_{v1} / \vec{n}, T_s / v_2, E_{r2}, E_{v2}) = \frac{2G(\vec{v}_2 \cdot \vec{n})}{Z_{r2}(T_{r2})Z_{v2}(T_{v2})} \left(\frac{m}{2\pi k T_{t2}} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv_2^2}{2kT_{t2}} - \frac{E_{r2}}{kT_{r2}} - \frac{E_{v2}}{kT_{v2}}}, \quad (\text{П. 2.57})$$

где T_{t2} , T_{r2} и T_{v2} — поступательная, вращательная и колебательная температуры отраженных молекул, определяемые соотношениями

$$T_{t2} = (1 - a_t) \frac{\langle E_{t1} \rangle}{k} + a_t T_s \approx T_s, \quad (\text{П. 2.58})$$

$$T_{r2} = (1 - a_r) T_{r1} + a_r T_s \approx T_s, \quad (\text{П. 2.59})$$

$$T_{v2} = (1 - a_v) T_{v1} + a_v T_s \approx \frac{T_{v1} + T_s}{2}. \quad (\text{П. 2.60})$$

П.3. Изменение параметров газового потока при переходе через пристеночный слой

Согласно введенному выше определению, пристеночный слой сравнительно тонок. Угловое разрешение современных наблюдательных средств позволяет отнести его к числу ненаблюдаемых образований. Однако именно здесь происходит важный процесс установления распределения молекул по скоростям, от которого зависит распределение физических параметров в остальной части кометной атмосферы.

Само по себе исследование течения в пристеночном слое пред-

ставляет весьма трудную краевую задачу для системы кинетических уравнений, написанных для каждого сорта родительских молекул с учетом взаимных столкновений. Для каждого сорта молекул следует написать граничное условие вида (2.14) на поверхности ядра и второе граничное условие, выражающее стремление распределения молекул к локально-максвелловскому с удалением от поверхности ядра. В такой форме задачу не только трудно решить, но даже невозможно правильно поставить из-за отсутствия сведений о химическом составе газа родительских молекул. Мы упростим задачу, рассматривая однокомпонентный газ. Тем самым исключаются эффекты, связанные с взаимной диффузией одних веществ через другие. Эти эффекты несущественны в двух предельных случаях: если можно пренебречь разложением родительских молекул внутри пристеночного слоя и если родительские молекулы полностью успевают распасться в этом слое. Подобно скачкам в гидродинамике, пристеночный слой всегда можно рассматривать как квазистационарное образование. Поэтому хотя излагаемая здесь теория и не содержит времени, она подходит и для описания случая, когда истечение вещества из ядра изменяется со временем. Важно только, чтобы это изменение не происходило катастрофически быстро, т.е. оставалось относительно малым за время движения молекул через пристеночный слой (время свободного пробега у ядра). Количественный критерий имеет вид

$$\frac{1}{\sigma_0 n_0 v_0} \cdot \frac{d \ln(n_0 v_0)}{dt} \ll 1 \quad (\text{П. 3.1})$$

и заведомо выполняется всегда, за исключением поверхностных взрывов, сокращающих характерное время изменения эмиссионной способности ядра по крайней мере на 7 порядков.

Исходя из этого, считаем, что на внешней границе ПС устанавливается локально-максвелловское распределение молекул по скоростям

$$f_H = n_0 \left(\frac{m}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} e^{-\frac{(v-u)^2}{2kT}} \varphi_T \left(\frac{E_T}{kT_T} \right) \varphi_V \left(\frac{E_V}{kT_V} \right), \quad (\text{П. 3.2})$$

где n_0 , T_0 и u — начальные параметры установившегося потока, $\varphi_T(E_T/kT_T)$ и $\varphi_V(E_V/kT_V)$ — функций распределения молекул соответственно по вращательным и колебательным энергиям.

На внутренней границе пристеночного слоя (поверхность ядра) максвелловское распределение отсутствует. Здесь есть три вида молекул: молекулы, испущенные ледяными участками ядра; молекулы, испытавшие столкновение вне ПС и поэтому возвращающиеся на поверхность ядра; молекулы, рассеянные неледяными участками поверхности ядра. Каждый из этих видов молекул обладает в пределах ПС своим собственным распределением.

При статистическом равновесии испарившиеся молекулы распределены по скоростям так, как будто бы под поверхностью сублимации находится газ с параметрами насыщенного пара при данной температуре и происходит термическая эффузия газа через ряд отверстий, суммарная площадь которых составляет некоторую долю α от полной поверхности сублимации. Рассматриваемый нами неравновесный случай отличается лишь отсутствием компенсации потока испарившихся молекул обратным потоком конденсирующихся. Величина α может при этом интерпретироваться как коэффициент сублимации. Так как активированный комплекс подвижен, то из (1.3.14) и (1.3.29) следует, что $\alpha = 1$. Таким образом, распределение испарившихся молекул над поверхностью льда есть полусферическое максвелловское распределение при температуре льда T_λ и плотности, равной плотности насыщения при этой температуре:

$$f_{исп} = n_H(T_\lambda) \left(\frac{m}{2\pi k T_\lambda} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT_\lambda}} \sigma(\vec{v}_x). \quad (\text{П. 3.3})$$

Распределение отраженных молекул зависит от выбранной вероятности отскока. При равновероятном распределении по углам

$$f_{отр} = \frac{2\vec{r}_{наб} \cdot \vec{v}_{наб}}{v \cos \psi} \left(\frac{m}{2\pi k T_{отр}} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT_{отр}}} \sigma(\vec{v}_x), \quad (\text{П. 3.4})$$

а при косинусном распределении

$$f_{отр} = 2n_{отр} \left(\frac{m}{2\pi k T_{отр}} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT_{отр}}} \sigma(\vec{v}_x). \quad (\text{П. 3.5})$$

Рассмотрим постановку задачи для однокомпонентного газа, основанную при применении так называемого модельного кинетического уравнения [41]. Функция распределения молекул в однокомпонентном газе удовлетворяет уравнению Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \vec{g} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} =$$

$$= \iiint f(\vec{v}_1) f(\vec{v}_2) W(\vec{v}_1, \vec{v}_2 | \vec{v}, \vec{v}') - \quad (\text{П. 3.6})$$

$$- f(\vec{v}) f(\vec{v}') W(\vec{v}, \vec{v}' | \vec{v}_1, \vec{v}_2) \} d^3 \vec{v}_1 d^3 \vec{v}_2 d^3 \vec{v}',$$

в котором $W(\vec{v}_1, \vec{v}_2 | \vec{v}, \vec{v}')$ — вероятность того, что после столкновения молекул, имевших ранее скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, получатся молекулы со скоростями $\vec{v}$ и $\vec{v}'$. Член в правой части (6) описывает стремление функции распределения к максвелловской вследствие столкновений между молекулами. Бхатнагар, Гросс и Крук предложили заменить столкновительный член в уравнении (6) другим, более простым выражением

$$\langle Gv \rangle n \left[M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} - f(\vec{v}) \right], \quad (\text{П. 3.7})$$

где

$$M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} = n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m(\vec{v}-\vec{u})^2}{2kT}}, \quad (\text{П. 3.8})$$

$\langle Gv \rangle$ — скорость релаксации, т.е. определенным образом усредненная величина произведения сечения взаимодействия на скорость сближения сталкивающихся молекул.

Вполне очевидно, что столкновительный член (7) так же, как и точный столкновительный член в уравнении (6), описывает максвеллизацию газа. Столкновения не изменяют импульса частиц и их энергии. В однокомпонентном газе сохраняется также полное число частиц. Три закона сохранения дают дополнительные соотношения, которым должен удовлетворять столкновительный член (7):

$$\int \langle Gv \rangle \left[M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} - f(\vec{v}) \right] d^3 \vec{v} = 0, \quad (\text{П. 3.9})$$

$$\int \langle Gv \rangle v \left[M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} - f(\vec{v}) \right] d^3 \vec{v} = 0, \quad (\text{П. 3.10})$$

$$\int \langle Gv \rangle v^2 \left[M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} - f(\vec{v}) \right] d^3 \vec{v} = 0. \quad (\text{П. 3.11})$$

Часто рассматривают гипотетические молекулы, которые отталкиваются с силой, обратно пропорциональной пятой степени расстояния. Для таких молекул столкновительный член (7) является точным и может быть выведен из (6). Для этих же молекул (их называют максвелловскими) $\langle Gv \rangle = \text{const}$. Максвелловских молекул в природе не существует. Однако кинетическое уравнение для них выглядит значительно проще, чем уравнение Больцмана, и поэтому его часто применяют для описа-

ния свойств газа, называя модельным уравнением. Модельное кинетическое уравнение в рассматриваемом случае имеет вид

$$\begin{aligned} v_{\chi} \frac{\partial f}{\partial \chi} = & \langle Gv \rangle n \left[M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} - f(v) \right] + \\ & + v_{\chi} G(v_{\chi}) \delta(x) \left[(1-\xi) M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} + \right. \\ & \left. + \xi M_{\chi W} \left\{ \frac{2n_{отр}}{T_{отр}} \right\} \right]. \end{aligned} \quad (\text{П. 3.12})$$

Два последних члена в этом уравнении соответственно описывают поток иопарившихся молекул и поток молекул, отраженных от той части поверхности ядра, которая покрыта нелетучими веществами. Функция распределения отраженных молекул должна удовлетворять соотношению (4).

Проинтегрировав (12) (функцию распределения в правой части считаем известной), получим интегральную форму кинетического уравнения

$$\begin{aligned} f(x, v) = & G(v_{\chi}) \left[(1-\xi) M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} + \xi M_{\chi W} \left\{ \frac{2n_{отр}}{T_{отр}} \right\} \right] \times \\ & \times \exp \left\{ -\frac{\langle Gv \rangle}{v_{\chi}} \int_0^x n dx \right\} + \frac{G(v_{\chi})}{v_{\chi}} \int_0^x \langle Gv \rangle n M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} \exp \left[-\frac{1}{v_{\chi}} \int_0^x \langle Gv \rangle n dy \right] d\eta - \\ & - \frac{G(-v_{\chi})}{v_{\chi}} \int_x^{\infty} \langle Gv \rangle n M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} \exp \left[-\frac{1}{v_{\chi}} \int_{\eta}^x \langle Gv \rangle n dy \right] d\eta. \end{aligned} \quad (\text{П. 3.13})$$

Некоторое упрощение дает замена независимой переменной

$$\xi = \int_0^x \langle Gv \rangle n dx, \quad (\text{П. 3.14})$$

с помощью которой (13) приводится к виду

$$\begin{aligned} f(\xi, v) = & G(v_{\chi}) \left[(1-\xi) M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} + \xi M_{\chi W} \left\{ \frac{2n_{отр}}{T_{отр}} \right\} \right] e^{-\xi/v_{\chi}} + \\ & + \frac{G(v_{\chi})}{v_{\chi}} \int_0^{\xi} M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} e^{-\frac{\xi-\xi'}{v_{\chi}}} d\xi' - \\ & - \frac{G(-v_{\chi})}{v_{\chi}} \int_{\xi}^{\infty} M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} e^{-\frac{\xi-\xi'}{v_{\chi}}} d\xi'. \end{aligned} \quad (\text{П. 3.15})$$

Подставив это выражение в (9), (10) и (11), получим замкнутую систему уравнений, с исключающую установление локально-максвелловского распределения в пристеночном слое:

$$n = (1-\xi)n_H \left(\frac{m}{2\pi kT_H}\right)^{1/2} \int_0^\infty e^{-\frac{mv^2}{2kT_H} - \frac{\xi}{v}} dv +$$

$$+ 2\xi n_{отр} \left(\frac{m}{2\pi kT_{отр}}\right)^{1/2} \int_0^\infty e^{-\frac{mv^2}{2kT_{отр}} - \frac{\xi}{v}} dv +$$

$$+ \int_0^\xi n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} d\xi' \int_0^\infty e^{-\frac{m(v-u)^2}{2kT} - \frac{\xi-\xi'}{v}} \frac{dv}{v} +$$

$$+ \int_\xi^\infty n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} d\xi' \int_0^\infty e^{-\frac{m(v-u)^2}{2kT} + \frac{\xi-\xi'}{v}} \frac{dv}{v},$$

(П. 3.16)

$$nu = (1-\xi)n_H \left(\frac{m}{2\pi kT_H}\right)^{1/2} \int_0^\infty v e^{-\frac{mv^2}{2kT_H} - \frac{\xi}{v}} dv +$$

$$+ 2\xi n_{отр} \left(\frac{m}{2\pi kT_{отр}}\right)^{1/2} \int_0^\infty v e^{-\frac{mv^2}{2kT_{отр}} - \frac{\xi}{v}} dv +$$

$$+ \int_0^\xi n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} d\xi' \int_0^\infty e^{-\frac{m(v-u)^2}{2kT} - \frac{\xi-\xi'}{v}} dv -$$

$$- \int_\xi^\infty n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} d\xi' \int_0^\infty e^{-\frac{m(v-u)^2}{2kT} - \frac{\xi-\xi'}{v}} dv,$$

(П. 3.17)

$$n(u^2 + \frac{3kT}{m}) = (1-\xi) \frac{n_H}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty (v^2 \sqrt{\frac{m}{2kT_H}} + \sqrt{\frac{2kT_H}{m}}) e^{-\frac{mv^2}{2kT_H} - \frac{\xi}{v}} dv +$$

$$+ \xi \frac{2n_{отр}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty (v^2 \sqrt{\frac{m}{2kT_{отр}}} + \sqrt{\frac{2kT_{отр}}{m}}) e^{-\frac{mv^2}{2kT_{отр}} - \frac{\xi}{v}} dv +$$

$$+ \int_0^\xi \frac{n}{\sqrt{\pi}} d\xi' \int_0^\infty (v \sqrt{\frac{m}{2kT}} + \frac{1}{v} \sqrt{\frac{2kT}{m}}) e^{-\frac{m(v-u)^2}{2kT} - \frac{\xi-\xi'}{v}} dv +$$

$$+ \int_\xi^\infty \frac{n}{\sqrt{\pi}} d\xi' \int_0^\infty (v \sqrt{\frac{m}{2kT}} + \frac{1}{v} \sqrt{\frac{2kT}{m}}) e^{-\frac{m(v+u)^2}{2kT} + \frac{\xi-\xi'}{v}} dv.$$

(П. 3.18)

Равенство потоков падающих и отраженных молекул дает дополнительное условие

$$n_{отр} \sqrt{\frac{2kT_{отр}}{m}} = \int_0^\infty n \sqrt{\frac{m}{2kT}} d\xi \int_0^\infty e^{-\frac{m(v+u)^2}{2kT} - \frac{\xi}{v}} dv.$$

(П. 3.19)

Соотношения (16-18), так же, как и исходное кинетическое уравнение, записаны в предположении, что распределение энергии по внутренним степеням свободы в пристеночном слое остается постоянным. Это предположение оправдано сравнительно малым временем пребывания частицы в ПС. По определению частица проходит ПС за время порядка времени между столкновениями, а для вращательной и колебательной релаксации требуется [14] большее число столкновений.

Температура распределения отраженных молекул, входящая в (5), определяется соотношением (2.62), где ордината энергии падающей молекулы

$$\langle E_{пад} \rangle = \frac{\int_0^\infty n d\xi \int_0^\infty (v \sqrt{\frac{m}{2kT}} + \frac{1}{v} \sqrt{\frac{2kT}{m}}) e^{-\frac{m(v+u)^2}{2kT} - \frac{\xi}{v}} dv}{\int_0^\infty n d\xi \int_0^\infty \frac{1}{v} \sqrt{\frac{m}{2kT}} e^{-\frac{m(v+u)^2}{2kT} - \frac{\xi}{v}} dv}.$$

(П. 3.20)

Соотношения (16) - (20), вместе с изотермой сублимации (1. 3.52), образуют замкнутую систему уравнений для определения начальных условий течения нейтрального вещества в атмосфере кометы при заданной температуре льда и минеральных веществ на поверхности ядра, а также при известных ξ и α .

Поставленная задача напоминает задачу о температурном скачке и скорости скольжения в пристеночном слое, рассмотренную в работах [41, 173], но значительно сложнее ее. Затруднения возникают прежде всего из-за того, что данная задача является самосогласованной (параметры течения вне ПС не заданы, а должны определяться из решения уравнений для ПС). Кроме того, возникают дополнительные математические трудности, связанные с существованием потока вещества в направлении, перпендикулярном отенке. Известно, что задача о температурном скачке и скорости скольжения решена в линейном приближении на основании модельного кинетического уравнения [173]. Однако даже линеаризация не избавила от необходимости прибегнуть к численному интегрированию возникающих интегральных уравнений. Единственное упрощение, которое достигается линеаризацией, - линейный характер получающихся интегральных уравнений вместо нелинейных уравнений (16) - (20).

П. 4. Качественный анализ проблемы

Преобразуем исходную систему (16)–(20) к безразмерному виду. Для этого введем следующие безразмерные переменные: квадратный корень из температуры

$$\tau = \sqrt{\frac{T}{T_0}}, \quad (\text{П. 4.1})$$

плотность

$$\nu = \frac{n}{n_H}, \quad (\text{П. 4.2})$$

скорость

$$\mu = \frac{v}{\sqrt{\frac{2kT}{m}}}, \quad (\text{П. 4.3})$$

расстояние

$$\lambda = \frac{r}{\sqrt{\frac{2kT_0}{m}}}. \quad (\text{П. 4.4})$$

Обозначив

$$\nu_r = \frac{n_{0rp}}{n_H}, \quad \tau_r = \sqrt{\frac{T_{0rp}}{T_0}}, \quad (\text{П. 4.5})$$

имеем

$$\nu = \frac{1+\xi}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-x^2 - \frac{\lambda}{x}} dx + \frac{2\xi\nu_r}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-x^2 - \frac{\lambda}{x\tau_r}} dx + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\lambda \frac{\nu}{\tau} d\lambda' \int_0^\infty e^{-(x+\frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda'-\lambda}{x\tau}} \frac{dx}{x} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_\lambda^\infty \frac{\nu}{\tau} d\lambda' \int_0^\infty e^{-(x+\frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda'-\lambda}{x\tau}} \frac{dx}{x}, \quad (\text{П. 4.6})$$

$$\nu_H = \frac{1+\xi}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty x e^{-x^2 - \frac{\lambda}{x}} dx + \frac{2\xi\nu_r\tau_r}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty x e^{-x^2 - \frac{\lambda}{x\tau_r}} dx +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\lambda \nu d\lambda' \int_0^\infty e^{-(x+\frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda'-\lambda}{x\tau}} dx - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_\lambda^\infty \nu d\lambda' \int_0^\infty e^{-(x+\frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda'-\lambda}{x\tau}} dx. \quad (\text{П. 4.7})$$

$$\nu(\mu^2 + \frac{3}{2}\tau^2) = \frac{1+\xi}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty (x^2+1) e^{-x^2 - \frac{\lambda}{x}} dx + \frac{2\xi\nu_r\tau_r}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty (x^2+1) e^{-x^2 - \frac{\lambda}{x\tau_r}} dx +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\lambda \nu d\lambda' \int_0^\infty (x+\frac{1}{x}) e^{-(x+\frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda'-\lambda}{x\tau}} dx + \quad (\text{П. 4.8})$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_\lambda^\infty \nu d\lambda' \int_0^\infty e^{-(x+\frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda'-\lambda}{x\tau}} (x+\frac{1}{x}) dx,$$

$$\nu_r\tau_r = \int_0^\infty \nu d\lambda \int_0^\infty e^{-(x+\frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda}{x\tau}} dx. \quad (\text{П. 4.9})$$

В уравнении (6) члены в правой части представляют собой соответственно плотность сублимированных и отраженных молекул, не испытавших ни одного столкновения; третий и четвертый члены – плотность молекул, движущихся соответственно от поверхности ядра и к ней, но испытавших столкновение.

Рассмотрим вопрос, в каких пределах может изменяться плотность вещества у поверхности ядра. При $\lambda = 0$ в уравнении (6) получим

$$\nu(0) = \frac{1+\xi}{2} + \xi\nu_r + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{\nu}{\tau} d\lambda' \int_0^\infty e^{-(x+\frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda'}{x\tau}} \frac{dx}{x}. \quad (\text{П. 4.10})$$

Ясно, что плотность вещества у ядра была бы максимальной в не-реальном случае, когда поток вещества отсутствует ($\mu = 0$). Нетрудно убедиться, что система (6)–(8) действительно имеет решение $\mu = 0, \tau = 1$. При этом $\nu(0) = 1$. Другой предельный случай возникает, когда свободный пробег молекулы у ядра значительно превышает размеры ядра. Если удаляющаяся от ядра молекула и испытает столкновение, то она все равно имеет мало шансов вернуться на поверхность ядра. Следовательно, здесь можно пренебречь вкладом в плотность вещества молекул, движущихся к ядру, и $\nu(0) = \frac{1}{2}$. Таким образом, всегда

$$\frac{1}{2} \leq \nu(0) \leq 1. \quad (\text{П. 4.11})$$

Уравнение (7) описывает поток вещества. По аналогии с уравнением (6) первые два члена в правой части – это потоки сублимированных и отраженных молекул, не испытавших ни одного столкновения, третий член в правой части – поток максвеллизированных молекул от ядра, последний член – поток максвеллизированных молекул к ядру. Уравнение (9) показывает, что отражение не дает вклада в полный поток вещества. Так как поток вещества – сохраняющаяся величина, то произведение $\nu\mu$ в левой части уравнения (7) мож-

но заменить $v_\infty \mu_\infty$ — постоянным значением плотности потока вещества на внешней границе пристеночного слоя. Такая замена законна при $Kn_b \ll 1$, когда можно пренебречь изменением плотности потока из-за сферического характера течения. В этом можно убедиться и формально, продифференцировав (7) по λ и вычитая из результата дифференцирования (6). Получим $\frac{d}{d\lambda}(\mu v) = 0$, т.е. $\mu v = \text{const}$.

Найдем поток импульса через пристеночный слой, т.е.

$$P = m \int v_x^2 f d^3v. \quad (\text{П. 4.12})$$

Подставив сюда выражение для функции распределения (3.15), после интегрирования по поперечным составляющим скорости и перехода к безразмерным переменным (1)–(4) получим

$$\begin{aligned} v_\infty (\mu_\infty^2 + \frac{\tau_\infty^2}{2}) &= \frac{1-\xi}{\sqrt{\kappa}} \int_0^\infty x^2 e^{-x^2 - \frac{\lambda}{x}} dx + \frac{2\xi v_r \tau_r}{\sqrt{\kappa}} \int_0^\infty x^2 e^{-x^2 - \frac{\lambda}{x\tau_r}} dx + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \int_0^\lambda \nu \tau d\lambda' \int_0^\infty x e^{-(x + \frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda - \lambda'}{x\tau}} dx + \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \int_\lambda^\infty \nu \tau d\lambda' \int_0^\infty x e^{-(x + \frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda' - \lambda}{x\tau}} dx. \end{aligned} \quad (\text{П. 4.13})$$

Эта же процедура приводит к выражению для потока энергии

$$Q = \frac{m}{2} \int v_x v^2 f d^3v, \quad (\text{П. 4.14})$$

которое в безразмерных переменных имеет вид

$$\begin{aligned} v_\infty (\mu_\infty (\mu_\infty^2 + \frac{5}{2} \tau_\infty^2)) &= \frac{1-\xi}{\sqrt{\kappa}} \int_0^\infty (x^3 + x) e^{-x^2 - \frac{\lambda}{x}} dx + \\ &+ \frac{2\xi v_r \tau_r^3}{\sqrt{\kappa}} \int_0^\infty (x^3 + x) e^{-x^2 - \frac{\lambda}{x\tau_r}} dx + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \int_0^\lambda \nu \tau^2 d\lambda' \int_0^\infty (x^2 + 1) e^{-(x + \frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda - \lambda'}{x\tau}} dx - \\ &- \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \int_\lambda^\infty \nu \tau^2 d\lambda' \int_0^\infty (x^2 + 1) e^{-(x + \frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda' - \lambda}{x\tau}} dx. \end{aligned} \quad (\text{П. 4.15})$$

В левых частях (13) и (15) произведена замена потоков импульса и энергии (сохраняющиеся величины) их выражениями через параметры

течения на внешней границе пристеночного слоя. Такая замена законна с учетом высказанной выше оговорки, с той лишь разницей, что из $P = \text{const}$ и $Q = \text{const}$ не следуют соотношения $v(\mu^2 + \frac{1}{2} \tau^2) = \text{const}$ и $v\mu(\mu^2 + \frac{5}{2} \tau^2) = \text{const}$, так как потоки импульса и энергии внутри ПС не связаны с параметрами течения столь простым способом, как и при локально-максвелловском распределении.

Нетрудно убедиться в том, что три соотношения — (13), (15) и (7) (в последнем заменена левая часть на $v_\infty \mu_\infty$) — образуют систему уравнений, полностью эквивалентную системе (6)–(8). Для доказательства достаточно продифференцировать каждое из полученных уравнений по λ , после чего несложные алгебраические преобразования приводят вновь к системе (6)–(8). Легко также убедиться в том, что уравнения (13), (15) и

$$\begin{aligned} v_\infty \mu_\infty &= \frac{1-\xi}{\sqrt{\kappa}} \int_0^\infty x e^{-x^2 - \frac{\lambda}{x}} dx + \frac{2\xi v_r \tau_r}{\sqrt{\kappa}} \int_0^\infty x e^{-x^2 - \frac{\lambda}{x\tau_r}} dx + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \int_0^\lambda \nu d\lambda' \int_0^\infty e^{-(x + \frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda - \lambda'}{x\tau}} dx - \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \int_\lambda^\infty \nu d\lambda' \int_0^\infty e^{-(x + \frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda' - \lambda}{x\tau}} dx \end{aligned} \quad (\text{П. 4.16})$$

превращаются в тождества при $\lambda \rightarrow \infty$.

При $\lambda = 0$ уравнения (13), (15) и (16) превращаются в

$$v_\infty \mu_\infty = \frac{1-\xi}{2\sqrt{\kappa}} + \frac{\xi v_r \tau_r}{\sqrt{\kappa}} - \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \int_0^\infty \nu d\lambda \int_0^\infty e^{-(x + \frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda}{x\tau}} dx, \quad (\text{П. 4.17})$$

$$\begin{aligned} v_\infty (\mu_\infty^2 + \frac{1}{2} \tau_\infty^2) &= \frac{1-\xi}{4} + \frac{\xi v_r \tau_r^2}{2} + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \int_0^\infty \nu \tau d\lambda \int_0^\infty e^{-(x + \frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda}{x\tau}} dx, \end{aligned} \quad (\text{П. 4.18})$$

$$\begin{aligned} v_\infty \mu_\infty (\mu_\infty^2 + \frac{5}{2} \tau_\infty^2) &= \frac{1-\xi}{\sqrt{\kappa}} + \frac{2\xi}{\sqrt{\kappa}} v_r \tau_r^3 - \\ &- \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \int_0^\infty \nu \tau^2 d\lambda \int_0^\infty (x^2 + 1) e^{-(x + \frac{\mu}{\tau})^2 - \frac{\lambda}{x\tau}} dx. \end{aligned} \quad (\text{П. 4.19})$$

Пусть в нулевом приближении параметры μ , v и τ изменяются внутри ПС линейно и значения производных $\frac{d\mu}{dx}$, $\frac{dv}{dx}$ и $\frac{d\tau}{dx}$ те же, что и вне слоя (Ш.2.10, Ш.2.12, Ш.2.13):

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_\infty = \frac{2u_\infty}{r_g} \cdot \frac{\frac{5}{3} \cdot \frac{kT_\infty}{m}}{u_\infty^2 - \frac{5}{3} \cdot \frac{kT_\infty}{m}}, \quad (\text{П. 4.20})$$

$$\left(\frac{dn}{dx}\right)_\infty = -\frac{2n_\infty}{r_g} \cdot \frac{\frac{5}{3} \cdot \frac{kT_\infty}{m}}{u_\infty^2 - \frac{5}{3} \cdot \frac{kT_\infty}{m}}, \quad (\text{П. 4.21})$$

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{\infty} = -\frac{4}{3} \cdot \frac{T_{\infty}}{r_g} \cdot \frac{\mu_{\infty}^2}{\mu_{\infty}^2 - \frac{5}{3} \cdot \frac{KT_{\infty}}{m}} \quad (\text{П. 4.22})$$

В принятых здесь безразмерных переменных

$$\left(\frac{d \ln v}{d \lambda}\right)_{\infty} = -Kn \frac{\tau_{\infty}^2}{\mu_{\infty}^2 - \frac{5}{3} \tau_{\infty}^2}, \quad (\text{П. 4.23})$$

$$\left(\frac{d \ln \mu}{d \lambda}\right)_{\infty} = Kn \frac{\tau_{\infty}^2}{\mu_{\infty}^2 - \frac{5}{3} \tau_{\infty}^2}, \quad (\text{П. 4.24})$$

$$\left(\frac{d \ln \tau}{d \lambda}\right)_{\infty} = -\frac{2}{5} Kn \frac{\mu_{\infty}^2}{\mu_{\infty}^2 - \frac{5}{3} \tau_{\infty}^2}, \quad (\text{П. 4.25})$$

где

$$Kn = \frac{5}{3} \cdot \frac{\sqrt{\frac{2KT_g}{m}}}{<GV> n_{\infty} r_g} \quad (\text{П. 4.26})$$

Функции

$$\Phi_n = v \tau^n \exp \left\{ -\left(x + \frac{\mu}{\tau}\right)^2 \right\}, \quad (\text{П. 4.27})$$

стоящие в правых частях уравнений (17)–(19) (при $n = 1, 2, 3$), разложим в ряд в окрестности некоторой точки, лежащей на расстоянии λ_{∞} от поверхности. Имеем

$$\Phi_n = \Phi_{n\infty} \left[(1 - \lambda_{\infty} v^{(n)}) x \tau_{\infty}^2 + x^2 \tau_{\infty}^2 v^{(n)} \right], \quad (\text{П. 4.28})$$

где, с учетом соотношений (24)–(26),

$$v^{(n)} = -\frac{Kn}{\mu_{\infty}^2 - \frac{5}{3} \tau_{\infty}^2} \left[\tau_{\infty}^2 + 2\left(1 + \frac{n}{5}\right) \mu_{\infty}^2 + \frac{4\mu_{\infty}^4}{\tau_{\infty}^2} \right] - \frac{2\mu_{\infty}}{\tau_{\infty}} \cdot \frac{Kn}{\mu_{\infty}^2 - \frac{5}{3} \tau_{\infty}^2} \left(\frac{2}{5} (\mu_{\infty}^2 + \tau_{\infty}^2) x \right). \quad (\text{П. 4.29})$$

Выполним интегрирование по x в правых частях уравнений (17)–(19). Исходная система примет вид

$$v_{\infty} \tau_{\infty} S = \frac{1-\xi}{2\sqrt{\kappa}} + \frac{2\xi v_r \tau_r}{\sqrt{\kappa}} - \frac{v_{\infty} \tau_{\infty}}{\sqrt{\kappa}} \left[C_1(S) - \tau_{\infty} D_1(S) \right], \quad (\text{П. 4.30})$$

$$v_{\infty} \tau_{\infty}^2 \left(S^2 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1-\xi}{4} + \xi v_r \tau_r^2 + \frac{v_{\infty} \tau_{\infty}^2}{\sqrt{\kappa}} \left[C_2(S) - \tau_{\infty} D_2(S) \right], \quad (\text{П. 4.31})$$

$$v_{\infty} \tau_{\infty}^3 S \left(S^2 + \frac{5}{2} \right) = \frac{1-\xi}{\sqrt{\kappa}} + \frac{\xi v_r \tau_r^3}{\sqrt{\kappa}} - \frac{v_{\infty} \tau_{\infty}^3}{\sqrt{\kappa}} \left[C_3(S) - \tau_{\infty} D_3(S) \right]. \quad (4.4.32)$$

Здесь

$$S = \mu_{\infty} / \tau_{\infty}, \quad (\text{П. 4.33})$$

$$C_n = (1 + \lambda_{\infty} A_{n-1})(J_n + J_1 \delta_{n3}) + \lambda_{\infty} B J_{n+1}, \quad (\text{П. 4.34})$$

$$D_n = A_{n-1}(J_{n+1} + J_2 \delta_{n3}) + B(J_{n+2} + J_3 \delta_{n3}), \quad (\text{П. 4.35})$$

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 0 & i \neq k \\ 1 & i = k \end{cases} \quad (\text{П. 4.36})$$

В этих выражениях

$$A_n = \frac{Kn}{S^2 - \frac{5}{3}} \left[1 + 2S^2 \left(1 + \frac{n}{5} \right) + 4S^4 \right], \quad (\text{П. 4.37})$$

$$B = \frac{2KnS}{S^2 - \frac{5}{3}} \left(1 + \frac{2}{5} S^2 \right), \quad (\text{П. 4.38})$$

$$J_n = \int_0^{\infty} x^n e^{-(x+S)^2} dx. \quad (\text{П. 4.39})$$

Рассмотрим вначале случай, когда ядро состоит из чистого льда. Достаточно подставить в (30)–(32) $\xi = 0$, что дает замкнутую систему трех уравнений относительно трех неизвестных величин — v_{∞} , τ_{∞} и S . Неизвестная v_{∞} легко исключается почленным делением (32) на (31) и (31) на (30). После некоторых преобразований получаются два уравнения относительно τ_{∞} и S :

$$D_2 \tau_{\infty}^2 + \left(C_2' + \frac{\sqrt{\kappa}}{2} D_1 \right) \tau_{\infty} - \frac{\sqrt{\kappa}}{2} C_1' = 0, \quad (\text{П. 4.40})$$

$$-D_3 \tau_{\infty}^2 + \left(C_3' + \frac{4}{\sqrt{\kappa}} D_2 \right) \tau_{\infty} - \frac{4}{\sqrt{\kappa}} C_2' = 0, \quad (\text{П. 4.41})$$

в которых

$$C_1' = \sqrt{\kappa} S + C_1, \quad (\text{П. 4.42})$$

$$C_2' = \sqrt{\kappa} \left(\frac{1}{2} + S^2 \right) + C_2, \quad (\text{П. 4.43})$$

$$C_3' = \sqrt{\kappa} \left(\frac{5}{2} S + S^3 \right) + C_3. \quad (\text{П. 4.44})$$

Условие совместности (40) и (41) дает одно уравнение относительно

5. Это условие получается путем исключения из уравнений (40) и (41) и имеет вид

$$\frac{\frac{\sqrt{\kappa}}{2} C'_1 D_3 + \frac{4}{\sqrt{\kappa}} C'_2 D_2}{(C'_2 + \frac{\sqrt{\kappa}}{2} D_1) D_3 + (C'_3 - \frac{4}{\sqrt{\kappa}} D_3) D_2} =$$

$$= \frac{(\frac{\sqrt{\kappa}}{2} C'_3 - 2 D_2) C'_1 - C'_2 (\frac{4}{\sqrt{\kappa}} C'_2 - 2 D_1)}{\frac{4}{\sqrt{\kappa}} C'_2 D_2 + \frac{\sqrt{\kappa}}{2} C'_1 D_3} \quad (\text{П. 4.45})$$

II.5. Краткое содержание и выводы

В главе рассмотрены строение и эволюция поверхностного слоя кометных ядер. Дискуссия основывается на представлении о кометном ядре как монолите, состоящем в основном из льдов летучих веществ с примесью полидисперсной минеральной составляющей. В качестве эмпирического материала привлекались фотометрические параметры, описывающие изменение интегрального блеска комет [82].

Оказалось, что в зависимости от элементов орбиты и гранулометрического состава нелетучей компоненты возможны два существенно различных пути эволюции поверхностного слоя ядра кометы. Если гранулометрический состав нелетучих вкраплений таков, что в перигелии газовый поток способен унести в хвост даже самые крупные частицы (или ядро чисто ледяное), то поверхностный слой ядра остается в среднем (усреднение по периоду обращения) однородным. Вековое падение блеска таких комет объясняется уменьшением радиуса ядер. Комета прекращает свое существование после полного испарения льдов, оставляя после себя метеорный рой. Этот путь (дезинтеграция ядер) обычно и рассматривается как единственная возможность исчезновения комет. Типичный представитель комет, эволюционирующих без нарушения однородности, — комета Энке.

Иначе эволюционируют кометы, ядра которых содержат тяжелую, неunosимую в атмосферу фракцию минеральных вкраплений. Гранулометрический состав нелетучей компоненты в этом случае непрерывно изменяется в сторону обогащения тяжелой фракцией. На поверхности

ядра образуются и постоянно растут островки нелетучей корки (пятнистая модель ядра). Блеск комет этого типа уменьшается главным образом не из-за уменьшения радиуса ядра, а по другой причине — из-за уменьшения доли поверхности, не заэкранированной минеральной коркой. Образование корки происходит послойно, причем каждый последующий слой образуется быстрее предыдущего, так как он формируется из частиц значительно менее крупных. Таким образом, фотометрическая эволюция происходит в нарастающем темпе и завершается не полным испарением льдов, а полной экранировкой ядра. Как показали оценки, комета с полностью заэкранированным ядром не может иметь заметной атмосферы и при достаточных размерах ядра наблюдалась бы как астероид.

Нечто подобное прослеживается в кривых блеска периодических комет Понс-Виннеке, Темпель II и Туттль [140]. По-видимому, большинство комет принадлежит ко второму типу, т.е. имеет неоднородные ядра. Распространенное деление комет на "молодые", с ядрами без нелетучей корки, и "старые", у которых лед покрыт такой коркой, следует считать ошибочным. Расчет показывает, что экранировка льдов нелетучим пористым слоем и переход газовой выделения в режим фильтрации приводит к падению абсолютного блеска на 7–8 зв. вел. и значительно увеличивает тепловую инерционность ледяного олоя. Исходя из этих соображений как наиболее общая и адекватная принята пятнистая модель ядра.

Вопрос о физических условиях на границе ядро — атмосфера почти не рассматривался в литературе. Обычно считается, что интенсивность газовой выделения описывается классическим соотношением для испарения в вакуум (1.3.12). При этом допускается ошибка в определении средней скорости истечения и плотности у поверхности ядра. Обычно принимают

$$c_0 = c_H, \quad u_0 = \sqrt{\frac{kT_H}{2\pi m}}, \quad (\text{П. 5.1})$$

в то время как в рассматриваемом предельном случае (отсутствие потока молекул, возвращающихся на ядро) должно быть

$$c_0 = \frac{c_H}{2}, \quad u_0 = \sqrt{\frac{2kT_H}{\pi m}}. \quad (\text{П. 5.2})$$

Как показано в первой главе, предельный случай испарения в вакуум с поверхности ядра кометы встречается сравнительно редко. Наиболее типичный случай — это ядро, окутанное достаточно плотной атмосферой, из которой на ядро идет обратный поток рассеянных мо-

лекул. Поэтому процессы взаимодействия молекул с твердой поверхностью, ядра и перераспределение молекул по скоростям из-за столкновений в пристеночном слое играют существенную роль в формировании кометной атмосферы. В главе приведен подробный обзор теоретических и экспериментальных данных о взаимодействии газ - поверхность. Попадая на ледяной участок ядра, молекула прилипает к поверхности; при попадании ее на участок корки происходит диффузное рассеяние с почти полной аккомодацией.

Наиболее сложной является задача перераспределения молекул по скоростям в пределах пристеночного слоя. Для расчета этого процесса необходимо решение кинетического уравнения с учетом столкновений. Трудности несколько уменьшаются при постановке задачи на основе модельного уравнения со столкновительным членом в форме Батнагара - Гросса - Крука. Кинетические уравнения в такой форме дают систему нелинейных интегральных уравнений, описывающих ход гидродинамических величин.

Г л а в а Ш

ТЕЧЕНИЕ НЕЙТРАЛЬНОГО ГАЗА В ОКОЛОЯДЕРНОЙ ОБЛАСТИ

Ш.1. Закономерности адиабатического потока

Движение вещества в околоядерной области в настоящей главе рассматривается при определенных ограничениях. Во-первых, будет рассмотрено только стационарное течение. Критерий стационарности потока - малость времени пребывания молекулы в ОЯО t_{OAO} по сравнению с характерным временем изменения газовыделения. Так как интенсивность газовой выделенности зависит от гелиоцентрического расстояния R_e , критерий квазистационарности может быть записан в виде

$$t_{OAO} \approx \frac{r_{OAO}}{u_D} \ll \left(\frac{d \ln n_p}{d R_e} \cdot \frac{d R_e}{dt} \right)^{-1}. \quad (\text{Ш. 1.1})$$

Нетрудно убедиться, что этот критерий почти всегда выполнен.

Во-вторых, предполагается, что ОЯО целиком лежит в зоне сферической симметрии, определенной в п.1.4. Известно, что сферическая симметрия зачастую нарушается. Такие отклонения, как "тень" ядра, отдельные струи и др., рассматриваться не будут.

В третьих, поток нейтрального вещества в ОЯО в реальном случае есть течение реагирующей и релаксирующей смеси с подводом и излучением энергии. Однако закономерности такого течения весьма сложны, поэтому целесообразно начать изложение с простейшего случая - сферически симметричного изэнтропического установившегося течения. Законы такого течения хорошо изучены [2,48]. В рассматриваемом случае в потоке газа выполняется закон сохранения вещества

$$\bar{\rho} \bar{u} \bar{r}^2 = \bar{\rho}_0 \bar{u}_0 \bar{r}_0^2 = \frac{J}{4\pi}, \quad (\text{Ш. 1.2})$$

где $\bar{\rho}$, $\bar{u}$ и $\bar{r}$ - соответственно плотность, скорость и расстояние от центра ядра, J - полный поток массы через поверхность ядра, индекс "0" стоит у величин, заданных на внешней границе пристеночного слоя; уравнение Бернулли

$$\frac{\bar{u}^2}{2} + \frac{\bar{r}}{j-1} \cdot \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} = \frac{\bar{u}_0^2}{2} + \frac{\bar{r}}{j-1} \cdot \frac{\bar{p}_0}{\bar{\rho}_0} = H_0, \quad (\text{Ш. 1.3})$$

где j - показатель адиабаты, $\bar{p}$ - давление, H_0 - энтальпия торможения единицы массы вещества. К уравнениям /2/ и /3/ присоединяется уравнение адиабаты

$$\bar{p} = K \bar{\rho}^j, \quad (\text{Ш. 1.4})$$

где величина K связана с энтропией s и теплоемкостью при постоянном объеме c_v отношением

$$K = e^{\frac{s-s_0}{c_v}}. \quad (\text{Ш. 1.5})$$

уравнения /2/-/4/ полностью описывают течение газа при известных условиях на внешней границе ПС. ими удобно пользоваться в безразмерной форме. Для приведения к безразмерному виду введем начальное число Маха

$$M_0 = \frac{\bar{u}_0}{\sqrt{\bar{r} \frac{\bar{p}_0}{\bar{\rho}_0}}}. \quad (\text{Ш. 1.6})$$

Определим безразмерные параметры течения соотношениями

$$\rho = \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} \left(1 + \frac{j-1}{2} M_0^2\right)^{-\frac{1}{j-1}}, \quad (\text{Ш. 1.7})$$

$$u = \frac{\bar{u}}{\bar{u}_0} \left(\frac{j-1}{2} M_0^2\right)^{1/2} \left(1 + \frac{j-1}{2} M_0^2\right)^{-1/2}, \quad (\text{Ш. 1.8})$$

$$p = \frac{\bar{p}}{\bar{p}_0} \left(1 + \frac{j-1}{2} M_0^2\right)^{-\frac{j}{j-1}}, \quad (\text{Ш. 1.9})$$

$$T = \frac{\bar{T}}{\bar{T}_0} \left(1 + \frac{j-1}{2} M_0^2\right)^{-1}. \quad (\text{Ш. 1.10})$$

Введем также безразмерное расстояние от центра ядра

$$r = \frac{\bar{r}}{\bar{r}_0} \left(\frac{j-1}{2} M_0^2\right)^{1/4} \left(1 + \frac{j-1}{2} M_0^2\right)^{\frac{j+1}{4(j-1)}}. \quad (\text{Ш. 1.11})$$

В этих переменных исходная система примет вид

$$\rho u r^2 = 1, \quad (\text{Ш. 1.12})$$

$$u^2 + \frac{p}{\rho} = 1, \quad (\text{Ш. 1.13})$$

$$\rho = \rho^j, \quad (\text{Ш. 1.14})$$

откуда

$$\rho \sqrt{1 - \rho^{j-1}} = \frac{1}{r^2}, \quad (\text{Ш. 1.15})$$

$$u(1 - u^2)^{\frac{1}{j-1}} = \frac{1}{r^2}, \quad (\text{Ш. 1.16})$$

$$\rho^{\frac{1}{j}} \sqrt{1 - \rho^{\frac{j-1}{j}}} = \frac{1}{r^2}, \quad (\text{Ш. 1.17})$$

$$T^{\frac{1}{j-1}} \sqrt{1 - T} = \frac{1}{r^2}. \quad (\text{Ш. 1.18})$$

Из последних соотношений видно, что все безразмерные параметры потока изменяются в пределах от 0 до 1. В правых частях уравнений /15/-/18/ стоит величина, убывающая при удалении от ядра, поэтому и левые части должны вести себя таким же образом. Очевидно, что уменьшение левых частей уравнений /15/-/18/ может происходить двумя путями: во-первых, за счет приближения параметров потока к нулю, во-вторых, за счет приближения их к единице. Таким образом, параметры потока ρ , u , p и T - двузначные функции расстояния.

Двум ветвям решения системы /15/-/18/ соответствуют два режима течения - дозвуковой и сверхзвуковой. Если начальное число Маха $M_0 < 1$, то скорость течения убывает по мере удаления от ядра, а плотность и давление растут. Местное число Маха при этом уменьшается (т.е. поток на всем протяжении остается дозвуковым). Противоположный характер изменения всех величин получим в случае, если начальное число Маха больше единицы. В таком течении скорость увеличивается, асимптотически приближаясь к постоянной величине, а плотность и давление уменьшаются. При этом местное число Маха увеличивается с удалением от ядра (т.е. течение остается на всем протяжении сверхзвуковым).

Так как в реальных ситуациях в кометных атмосферах плотность должна убывать с удалением от ядра, то в тех случаях, когда нарушение адиабатичности незначительно, течение газа в ОЯО всегда сверх-

звуков. В сверхзвуковом потоке безразмерная оскорооть довольно быстро достигает своего предельного значения $u_\infty = 1$, а плотность начинает уменьшаться по закону

$$\rho \sim \frac{1}{r^2}, \quad (\text{Ш. I.19})$$

который неоднократно подтверждался наблюдениями [27, 57, 58]. Известно, что такой же закон падения плотности при свободно-молекулярном разлете вещества [27, 57]. Причина этого совпадения в том, что на больших расстояниях от ядра давление газа не играет никакой роли в движении вещества. Поэтому учет анизотропии давления и высших моментов функции распределения в соотношениях [15/-18/ не оказывается на распределении плотности.

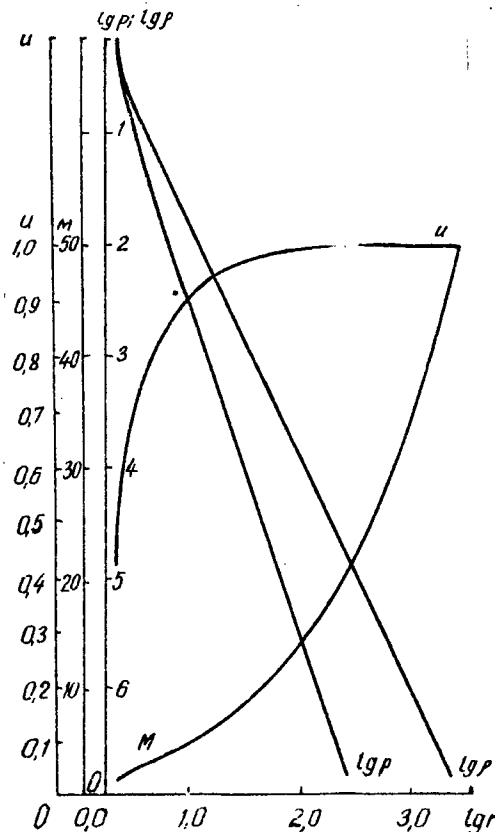


Рис.5. Ход давления, плотности температуры, скорости и числа Маха для показателя адиабаты 7/5.

На рис.5 показан пространственный ход плотности, скорости, давления и температуры. Наиболее существенными эффектами газодинамического поведения вещества в ОЯО является более высокая плотность и более низкая скорость течения во внутренних частях ОЯО по сравнению с асимптотическим решением $u = const$ и $\rho \sim r^2$.

Так как наблюдаемая величина – не объемная плотность, а поверхностная яркость, то найдем распределения яркости /РПЯ/. Поверхностная яркость на расстоянии R от центра овязана с распределением плотности соотношением

$$I(R) = 2\tilde{K} \int_R^\infty \frac{r\rho(r)dr}{\sqrt{r^2 - R^2}}, \quad (\text{Ш. I.20})$$

где $\tilde{K}$ – коэффициент пропорциональности между плотностью и объемной светимостью вещества. Этот коэффициент зависит от химического состава вещества и условий возбуждения. При резонансно-флуоресцентном свечении для оптически тонкой ОЯО имеем

$$\tilde{K} = \frac{1}{\sum_\alpha x_\alpha m_\alpha} \sum_{\alpha, k} x_\alpha W I_{\nu_{ik}} \frac{h\nu_{ik}}{c} B_{ik}^{(\alpha)} S_{\nu_{ik}}, \quad (\text{Ш. I.21})$$

где x_α – содержание молекул сорта α , $B_{ik}^{(\alpha)}$ – коэффициент Эйнштейна для поглощения путем перехода $i \rightarrow k$, ν_{ik} – частота кванта, поглощаемого при таком переходе, w – коэффициент дилуции, $I_{\nu_{ik}}$ – интенсивность возбуждающего излучения, $S_{\nu_{ik}}$ – спектральная чувствительность приемника. Суммирование в /21/ производится по всем переходам и сортам молекул. Соотношение /21/ записано в предположении, что величины x_α не зависят от координат. Только в этом случае в соотношении /20/ можно вынести $\tilde{K}$ из-под знака интеграла.

Так как мы не располагаем явной зависимостью $\rho(r)$, но известен явный вид обратной функции $r(\rho)$ (соотношение /15/), то целесообразно в /20/ перейти к интегрированию по ρ . Имеем выражение

$$I(\rho_0) = \frac{\tilde{K}}{2} \int_0^{\rho_0} \frac{[2 - (p+1)\rho^{p-1}] d\rho}{\sqrt{\rho} (1 - \rho^{p-1}) \sqrt{1 - R^2 \rho^{p-1}}}, \quad (\text{Ш. I.22})$$

которое вместе с соотношением

$$R = \sqrt{\frac{1}{\rho_0 \sqrt{1 - \rho_0^{p-1}}}} \quad (\text{Ш. I.23})$$

определяет в параметрической форме зависимость $I(R)$. На графиках (рис.6) показана зависимость I от R при различных значе-

ниях γ . В зависимости от начальных данных ход поверхностной яркости изображается частью соответствующей кривой, лежащей справа от начальной точки. Видно, что максимальное отклонение РПЯ от закона $I \sim R^{-1}$ должно наблюдаться на очень небольших расстояниях от ядра. Обнаружить это отклонение путем фотометрии — крайне трудная задача из-за ограничений пространственной разрешающей способ-

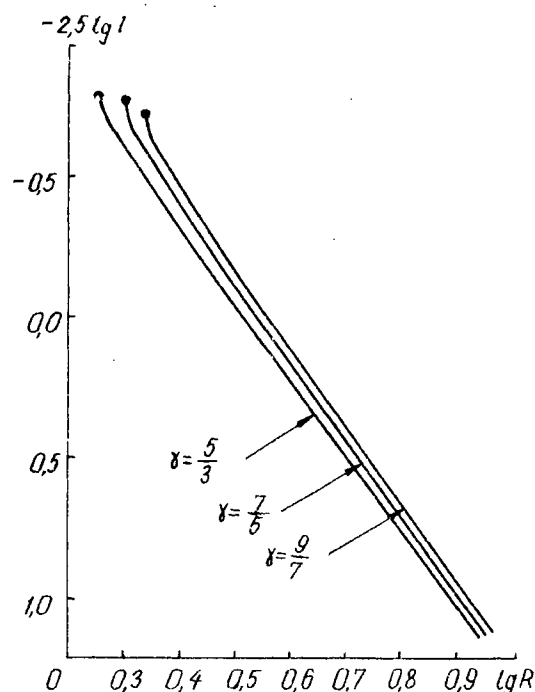


Рис.6. Распределение яркости в адиабатической ОЯО.

ности. Можно сделать вывод, что отклонение от закона $I \sim R^{-1}$, предсказываемое газовой динамикой, несущественно для интерпретации результатов поверхностной фотометрии комет.

III.2. Неадиабатическое течение

Если в пределах ОЯО к веществу подводится или, наоборот, от него отводится тепло, то, во-первых, нарушается связь между плотностью и давлением, определяемая соотношением /1.4/, во-вторых, становится несправедливым уравнение Бернулли /1.3/. Вместо них в этом случае следует пользоваться законом сохранения импульса

$$dp + \rho u du = 0 \quad (\text{Ш. 2.1})$$

и законом сохранения энергии

$$dQ = c_v dT + p d\left(\frac{1}{\rho}\right), \quad (\text{Ш. 2.2})$$

где c_v — теплоемкость при постоянном объеме. Присоединяя к уравнениям /1/ и /2/ уравнение неразрывности /1.2/, можно после некоторых преобразований получить /2/ систему

$$\frac{du}{u} = \frac{1}{1-M^2} \left(\frac{dQ}{H} - \frac{2dr}{r} \right), \quad (\text{Ш. 2.3})$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{\gamma M^2}{M^2-1} \left(\frac{dQ}{H} - \frac{2dr}{r} \right), \quad (\text{Ш. 2.4})$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{1}{M^2-1} \left(\frac{dQ}{H} - \frac{2dr}{r} \right) - \frac{2dr}{r}, \quad (\text{Ш. 2.5})$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{1-\gamma M^2}{1-M^2} \left(\frac{dQ}{H} - \frac{2dr}{r} \right) + \frac{2dr}{r}, \quad (\text{Ш. 2.6})$$

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{1+\gamma M^2}{1-M^2} \left(\frac{dQ}{H} - \frac{2dr}{r} \right) - \frac{2dr}{r}, \quad (\text{Ш. 2.7})$$

где H — энтальпия единицы массы вещества, связанная с теплоемкостью при постоянном давлении c_p и температурой T соотношением

$$H = c_p T. \quad (\text{Ш. 2.8})$$

Задача о течении вещества в ОЯО полностью аналогична хорошо изученной задаче об истечении вещества из сопла Лавала [71, 157]. Уравнения для сопла Лавала отличаются от уравнений /3/-/7/ только тем, что вместо $\frac{2dr}{r}$ стоит дифференциал логарифма площади поперечного сечения потока $d \ln A$. В сопле Лавала даже адиабатический поток может из дозвукового в суживающейся части сопла превратиться в сверхзвуковой в расширяющейся его части. Формально это следует из /3/-/7/ при $dQ = 0$. Для сохранения конечных значений производных при $M=1$ требуется, чтобы величины $d \ln A$ и $M-1$ обращались в нуль одновременно (это значит, что переход от дозвукового режима к сверхзвуковому может произойти только в горловине сопла, где производная от площади по расстоянию изменяет знак). Течение вещества в ОЯО отличается от течения в сопле Лавала: линии тока вырезают в пространстве конус, поток всюду расширяет-

ся, горловина отсутствует, следовательно, переход через звуковую точку в адиабатической ОЯО невозможен. Если к веществу подводится тепло, то $dQ > 0$. Из уравнений /3/-/7/ видно, что подвод тепла действует подобно сужению потока, т.е. как убывание dr . При этом подвод тепла действует на изменение скорости и давления в точности как горловина сопла. Но по отношению к остальным параметрам потока полной эквивалентности нет, так как $\frac{dQ}{H}$ входит в уравнения /3/-/7/ не только в комбинации

$$\frac{dQ}{H} - \frac{2dr}{r}.$$

Для качественного анализа обнаруживающихся закономерностей удобно ввести величину

$$W = \frac{r}{2H} \cdot \frac{dQ}{dr} - 1. \quad (\text{Ш. 2.9})$$

Очевидно, что при подводе тепла $W > -1$, при теплоотводе $W < -1$; адиабатическому потоку соответствует $W = -1$. После подстановки /9/ в уравнения /3/-/7/ последние преобразуются:

$$\frac{d \ln u}{d \ln r} = \frac{2W}{1-M^2}, \quad (\text{Ш. 2.10})$$

$$\frac{d \ln p}{d \ln r} = \frac{2\gamma M^2 W}{M^2 - 1}, \quad (\text{Ш. 2.11})$$

$$\frac{d \ln \rho}{d \ln r} = 2 \left(\frac{W}{M^2 - 1} - 1 \right), \quad (\text{Ш. 2.12})$$

$$\frac{d \ln T}{d \ln r} = 2 \left(\frac{1 - \gamma M^2}{1 - M^2} W + 1 \right), \quad (\text{Ш. 2.13})$$

$$\frac{d \ln M^2}{d \ln r} = 2 \left(\frac{1 + \gamma M^2}{1 - M^2} W - 1 \right). \quad (\text{Ш. 2.14})$$

Для большей наглядности изобразим каждое состояние газа в виде точки на M - W -плоскости (рис.7). Весь поток изобразится как линия (не обязательно непрерывная) на M - W -диаграмме, определяющая некоторую (не обязательно однозначную) функцию

$$w = w(M). \quad (\text{Ш. 2.15})$$

Проведем на M - W -диаграмме линию

$$w = M^2 - 1. \quad (\text{Ш. 2.16})$$

Эта линия, как видно по уравнению /12/, изображает течение с постоянной плотностью, т.е. является изохорой

$$\rho = \text{const.} \quad (\text{Ш. 2.17})$$

Линия

$$T = \text{const.}, \quad (\text{Ш. 2.18})$$

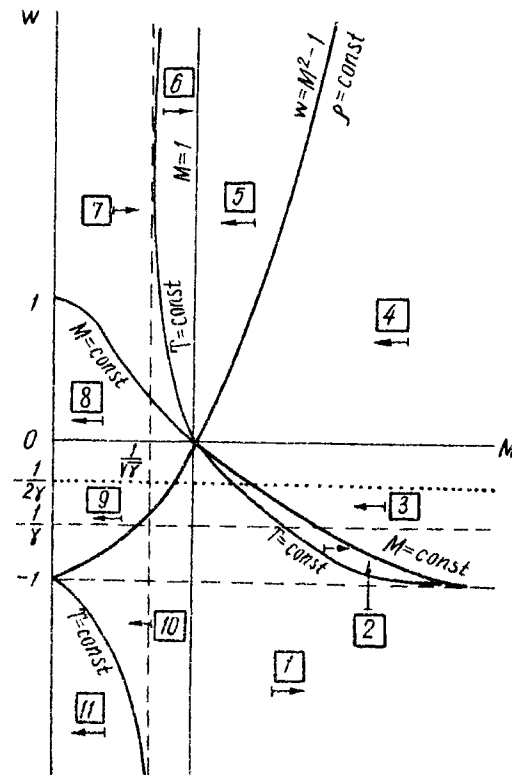


Рис.7. M - W -диаграмма.

т.е. изотерма, изобразится гиперболой

$$w = \frac{1 - M^2}{\gamma M^2 - 1}, \quad (\text{Ш. 2.19})$$

имеющей точку разрыва и вертикальную асимптоту

$$M = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}. \quad (\text{Ш. 2.20})$$

Линия

$$p = \text{const.}, \quad (\text{Ш. 2.21})$$

т.е. изобара, является в то же время линией постоянной скорости и изображается осью абсцисс $w = 0$. Из уравнения /14/ следует, что линия

определяется уравнением $M = \text{const}$ (Ш. 2.22)

$$w = \frac{1-M^2}{1+\gamma M^2} \quad (\text{Ш. 2.23})$$

Кроме кривых, определяемых уравнениями /16/, /19/, /23/, проведем на диаграмме звуковую линию

$$M=1. \quad (\text{Ш. 2.24})$$

Линии /17/, /18/, /22/ и /24/ пересекаются с осью абсцисс в одной точке с координатами $w=0$, $M=1$ и делят правую полуплоскость пространства на одиннадцать областей (в левой полуплоскости изображающая точка находится не может, поскольку число Маха — существенно положительная величина). Нумерация областей показана на рис.7.

В адиабатическом случае изображающая точка движется по диаграмме вдоль прямой $w=-1$, параллельной оси абсцисс (т.е. она может находиться только в одной из двух областей — первой или десятой, что соответствует двум возможным адиабатическим режимам — сверхзвуковому и дозвуковому). Неадиабатическое течение может происходить в одном из одиннадцати режимов, отличающихся хотя бы одним знаком производных /10/-/14/. Из этих режимов пять — сверхзвуковые (области I-5, лежащие справа от звуковой линии), шесть (области 6-II) — дозвуковые:

Условия реализации сверхзвуковых режимов таковы.

Первый режим* определяется системой неравенств

$$W < \frac{1-M^2}{\gamma M^2-1} < \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} < 0 < M^2-1 \quad (\text{Ш. 2.25})$$

и характеризуется убыванием плотности, давления и температуры. При этом скорость и число Маха увеличиваются.

Второй режим осуществляется при

$$\frac{1-M^2}{\gamma M^2-1} < W < \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} < 0 < M^2-1. \quad (\text{Ш. 2.26})$$

В этом режиме убывают плотность и давление, возрастают скорость, температура и число Маха.

* Нумерация режимов совпадает с нумерацией областей на рис.7.

Третий режим реализуется при

$$\frac{1-M^2}{\gamma M^2-1} < \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} < W < 0 < M^2-1. \quad (\text{Ш. 2.27})$$

Плотность и число Маха здесь уменьшаются, скорость, давление и температура увеличиваются.

Условие реализации четвертого режима:

$$\frac{1-M^2}{\gamma M^2-1} < \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} < 0 < W < M^2-1. \quad (\text{Ш. 2.28})$$

Плотность, скорость и число Маха уменьшаются, давление и температура возрастают.

Пятый режим реализуется при

$$\frac{1-M^2}{\gamma M^2-1} < \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} < 0 < M^2-1 < W. \quad (\text{Ш. 2.29})$$

В этом режиме убывают скорость и число Маха, увеличиваются плотность, давление и температура.

Условия реализации дозвуковых режимов следующие.

Шестой режим существует при

$$W > \frac{1-M^2}{\gamma M^2-1} > \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} > 0 > M^2-1. \quad (\text{Ш. 2.30})$$

В этом режиме убывают плотность, давление и температура, возрастают скорость и число Маха.

Седьмой режим осуществляется при

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma}} < M < 1; \frac{1-M^2}{\gamma M^2-1} > W > \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} > 0 > M^2-1 \quad (\text{Ш. 2.31})$$

или при

$$0 < M < \frac{1}{\sqrt{\gamma}}; W > \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} > 0 > M^2-1 > \frac{1-M^2}{\gamma M^2-1}. \quad (\text{Ш. 2.32})$$

В седьмом режиме плотность и давление убывают, скорость температура и число Маха возрастают.

Восьмой режим реализуется при

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma}} < M < 1; \frac{1-M^2}{\gamma M^2-1} > \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} > W > 0 > M^2-1 \quad (\text{Ш. 2.33})$$

или при

$$0 < M < \frac{1}{\sqrt{\gamma}}; \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} > W > 0 > M^2-1 > \frac{1-M^2}{\gamma M^2-1}. \quad (\text{Ш. 2.34})$$

Здесь плотность и число Маха убывают, скорость, давление и температура возрастают.

Девятый режим существует при

$$\frac{1}{\sqrt{f}} < M < 1; \frac{1-M^2}{\gamma M^2-1} > \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} > 0 > W > M^2-1 \quad (\text{Ш. 2.35})$$

или при

$$0 < M < \frac{1}{\sqrt{f}}; \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} > 0 > W > M^2-1 > \frac{1-M^2}{\gamma M^2-1}. \quad (\text{Ш. 2.36})$$

Убывают плотность, скорость и число Маха, возрастают давление и температура.

Десятый режим существует при

$$\frac{1}{\sqrt{f}} < M < 1; \frac{1-M^2}{\gamma M^2-1} > \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} > 0 > M^2-1 > W \quad (\text{Ш. 2.37})$$

или при

$$0 < M < \frac{1}{\sqrt{f}}; \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} > 0 > M^2-1 > W > \frac{1-M^2}{\gamma M^2-1}. \quad (\text{Ш. 2.38})$$

Здесь убывают скорость и число Маха, возрастают плотность, давление и температура.

Одиннадцатый режим реализуется при

$$0 < M < \frac{1}{\sqrt{f}}; \frac{1-M^2}{\gamma M^2+1} > 0 > M^2-1 > \frac{1-M^2}{\gamma M^2-1} > W. \quad (\text{Ш. 2.39})$$

В одиннадцатом режиме убывают скорость, температура и число Маха, возрастают плотность и давление. Этот режим единственный, в котором отсутствует состояние $W=0, M=1$.

Режимы первый и десятый могут быть осуществлены как при подводе, так и при отводе тепла, одиннадцатый – только при отводе, остальные – только при подводе. Так как число Маха и параметр неадиабатичности W являются переменными, зависящими от r , режим течения может изменяться с удалением от ядра. Однако при этом возможны не любые изменения режима. В частности, изменение числа Маха определяется уравнением /14/, поэтому направление движения изображающей точки вдоль оси абсцисс жестко фиксировано в каждой из одиннадцати подобластей M - W -пространства. Это направление указано стрелками на диаграмме.

Рассмотрим вопрос о смене режимов неадиабатического потока подробнее. Пусть течение в ОЮ начинается в первом режиме. Если параметр теплоотвода всюду ограничен неравенством

$$W < -\frac{1}{f}, \quad (\text{Ш. 2.40})$$

то смены режима не произойдет. Во всей ОЮ будет осуществляться первый режим. Независимо от механизма неадиабатичности в потоке убывает плотность, давление и температура, а скорость ведет себя по-разному в зависимости от характера неадиабатичности. Если газ теряет или получает некоторое конечное количество тепла, то скорость стремится к предельному значению

$$u_{\infty} = \sqrt{2(H_0 + \Delta H)}, \quad (\text{Ш. 2.41})$$

где H_0 – начальная энтальпия торможения, ΔH – приращение энтальпии единицы массы. После выхода течения на асимптотику /41/ плотность изменяется по закону $\rho \sim r^{-2}$ (т.е. неадиабатический поток этого типа внешне выглядит так же, как и адиабатический, если, конечно, на фотоснимке кометы не разрешена область, в которой происходит установление скорости течения). Ясно, что при неограниченном подводе тепла скорость неограниченно возрастает, а плотность убывает быстрее, чем обратно пропорционально квадрату расстояния от ядра.

Если неравенство /40/ не выполняется, поток может (но не обязан) перейти во второй режим, пересекая изотерму. При этом падение температуры сменится ростом. В данном случае подводимого тепла достаточно для увеличения как кинетической, так и внутренней энергии потока.

Пусть истечение вещества началось во втором режиме. При этом могут представиться три различных случая. В первом количестве подводимого тепла достаточно, чтобы увеличивались кинетическая и внутренняя энергия газа. При этом течение не изменяет режима. Так как изображающая точка в области 2 может смещаться только вправо, а изотерма и линия $M = \text{const}$ имеют общую асимптоту, течение асимптотически стремится к изотермическому. Во втором случае, когда подводимого тепла недостаточно для компенсации охлаждения газа за счет расширения, течение перейдет в первый режим. При еще более интенсивном нагреве, чем требуется для реализации первого случая, рост внутренней энергии превышает рост кинетической, поэтому несмотря на ускорение вещества число Маха станет уменьшаться после перехода потока в третий режим. Изображающая точка после смены режима поворачивает влево.

Если течение, начавшееся в третьем режиме, сопровождается уменьшением подвода тепла, оно переходит во второй режим. Если параметр теплоотвода постоянен, то изображающая точка из областей 2 и 3 приходит на линию $M = const$ и останавливается на ней (т.е. течение переходит в устойчивый режим, пограничный между вторым и третьим). При усилении подвода тепла, т.е. с ростом W , течение из третьего режима переходит в четвертый. При этом меняют знак производные скорости и давления. Поток тормозится, а давление газа увеличивается.

Из области 4 изображающая точка может переместиться в область 5, если подвод тепла не ослабевает, или в область 3 при достаточном уменьшении подвода энергии. В первом случае падение плотности сменится ее ростом и поток тормозится, во втором случае, наоборот, он станет самоускоряющимся. Интересно поведение течения в пятом режиме. Достаточно сильное уменьшение подвода тепла может перевести поток в четвертый режим. Но если теплоподвод убывает медленнее, то перехода в шестой режим не происходит, так как пересечение звуковой линии запрещено требованием конечности параметров потока. То же относится к шестому режиму. Резкое уменьшение W может перевести течение в седьмой режим, но переход в пятый режим при этом невозможен.

Рассмотрим возможные изменения седьмого режима. Резкое падение интенсивности подвода тепла переводит поток в восьмой режим, в котором большая часть подводимой энергии переходит во внутреннюю энергию газа и поэтому число Маха убывает. Возможен также переход в шестой режим с пересечением изотермы (т.е. переход к ситуации, когда подвод тепла недостаточен для компенсации падения температуры из-за расширения потока).

Точно так же восьмой режим может смениться седьмым или девятым в зависимости от того, как изменяется величина w . Из девятого режима возможен переход к восьмому или десятому. Десятый режим соответствует истечению вещества в окружающую плотную среду. Течение, начавшееся в этом режиме, либо остановится в точке $M=0, w=-1$, либо перейдет в девятый режим, если истечение происходит в среду меньшей плотности, но более высокой температуры. Течение может перейти в одиннадцатый режим, если окружающая среда имеет большую плотность, но менее высокую температуру. Наконец, из одиннадцатого режима возможен переход только в десятый, если достаточно сильно возрастает подвод тепла.

Мы рассмотрели все возможности регулярной смены режимов, при которой изображающая точка описывает плавную кривую в плоскости $M-w$, пересекая при этом одну из разграничительных линий (/17/, /18/, /21/, /23/). Невозможно только пересечение звуковой линии /24/. Следовательно, при регулярной смене режима номер режима может измениться только на единицу, за исключением вариантов $5 \rightarrow 6$ и $6 \rightarrow 5$ (см. рис.8).

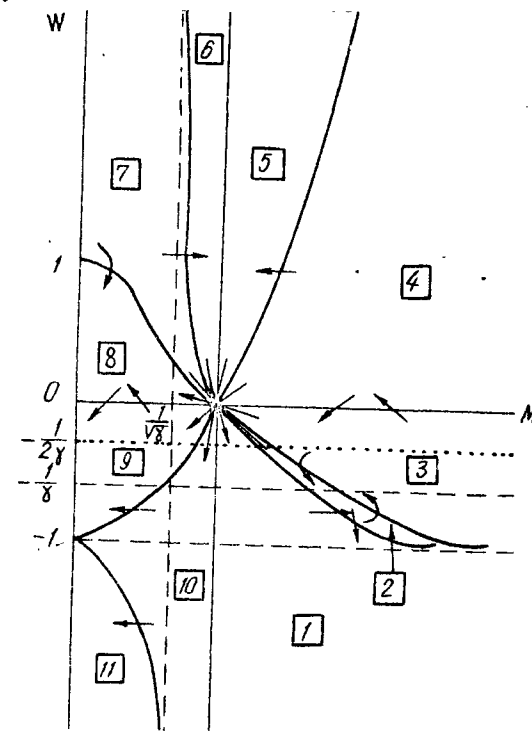


Рис.8. Регулярная смена неадиабатических режимов течения. Возможные переходы указаны стрелками, пересекающими границы областей. Искривленные стрелки соответствуют случаям, когда в точке смены режима $\frac{dw}{dM} \rightarrow \infty$.

Второй путь смены режимов течения — скачкообразное изменение параметров при переходе через фронт ударной волны. Мы рассматриваем стационарное течение газа. В таком течении ударная волна покоится относительно ядра кометы. По отношению к газу фронт волны движется к ядру, но встречный поток вещества сносит его наружу как раз с такой же скоростью, с какой тот движется внутрь. Если толщина фронта, определяемая длиной свободного пробега молекулы, пренебрежимо мала по сравнению с радиусом кривизны, что всегда бывает в

ОАО, так как здесь $\lambda \eta \ll 1$, то справедливы соотношения для прямого плоского скачка [2, 48]:

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2, \quad (\text{Ш. 2.42})$$

$$\rho_1 u_1 (u_1 - u_2) = \rho_2 - \rho_1, \quad (\text{Ш. 2.43})$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{u_2^2}{2}. \quad (\text{Ш. 2.44})$$

Эти уравнения описывают соответственно сохранение вещества, импульса и энергии газа. Ввиду относительно малой толщины ударной волны мы пренебрегли в уравнении /44/ подводом или отводом энергии непосредственно внутрь фронта. Индекс 1 относится к величинам на внутренней (обращенной к ядру) стороне ударной волны, индекс 2 - к величинам на внешней стороне. Путем несложных преобразований из уравнений /42/-/44/ получаем явные выражения для параметров потока после прохождения через ударный фронт (снаружи) через параметры потока до фронта (внутри):

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} + \frac{2}{(\gamma+1)M_1^2}, \quad (\text{Ш. 2.45})$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left(1 + \frac{2}{(\gamma-1)M_1^2} \right)^{-1}, \quad (\text{Ш. 2.46})$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}, \quad (\text{Ш. 2.47})$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{[2\gamma M_1^2 - (\gamma-1)][(\gamma-1)M_1^2 + 2]}{(\gamma+1)^2 M_1^2}, \quad (\text{Ш. 2.48})$$

$$M_2^2 = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma-1}{2}}. \quad (\text{Ш. 2.49})$$

Как известно из теории ударных волн, для существования устойчивого скачка необходимо, чтобы набегающий на фронт поток был сверхзвуковым (т.е. $M_1 > 1$). При выполнении этого условия энтропия газа после перехода через фронт увеличивается, как и должно быть согласно второму началу термодинамики. Поэтому в скачке число Маха может только уменьшаться (например, переход из третьего, четвертого или пятого режимов в шестой - десятый).

Третий путь изменения режима - переход через особую точку $W=0$, $M=1$. Эта точка является единственной на звуковой линии, в которой все производные, определенные уравнениями /3/-/7/, остаются конечными. Только в ней возможен непрерывный переход через звуковую линию. Десять режимов, примыкающих к точке $W=0$,

$M=1$, образуют пять пар сопряженных режимов, причем в каждой паре газодинамические величины изменяются одинаково. Парно сопряжены следующие режимы: первый и шестой, второй и седьмой, третий и восьмой, четвертый и девятый, пятый и десятый. При монотонном изменении W уравнение (14) допускает следующие переходы между сопряженными режимами:

3 → 8
4 → 9
5 → 10
6 → 1
7 → 2

Кроме того, без излома кривой /15/ в особой точке возможны следующие переходы:

3 → 9
4 → 8 и 4 → 10
5 → 1 и 5 → 9
6 → 2 и 6 → 10
7 → 1

На этом все возможности смены режима исчерпываются. Заметим, что на самом деле количество допустимых переходов между режимами еще меньше, так как величина w - функция параметров потока, однако какие-либо универсальные ограничения на w не накладываются.

Как показывает анализ течения в $M-w$ -плоскости, первое интересное следствие неадиабатичности состоит в том, что существуют дозвуковые режимы с увеличивающимся числом Маха (шестой и седьмой) и сверхзвуковые режимы, в которых число Маха уменьшается (третий, четвертый и пятый). Второе отличие от адиабатических течений - возможность непрерывного перехода от дозвукового режима к сверхзвуковому через точку $W=0$, $M=1$, которая действует как горловина сопла Лавала. Третье интересное следствие - возможность существования в ОАО ударных волн, неподвижных относительно ядра кометы.

В соответствии с граничными условиями плотность, давление и температура при бесконечном удалении от ядра должны стремиться к нулю. Кроме того, из физических соображений следует, что с удалением от ядра течение стремится к адиабатическому. Следовательно, во внешней части ОАО всегда осуществляется первый режим. Если по каким-либо причинам вещество у ядра интенсивно прогревается, становится возможной, например, такая смена режимов:

4 или 3 → 5 → скачок → 6 → 1.

Схематический ход газодинамических величин при таком варианте показан на рис.9. Возможны и более сложные варианты, например

7 → 2 → 3 → скачок → 6 → 1.

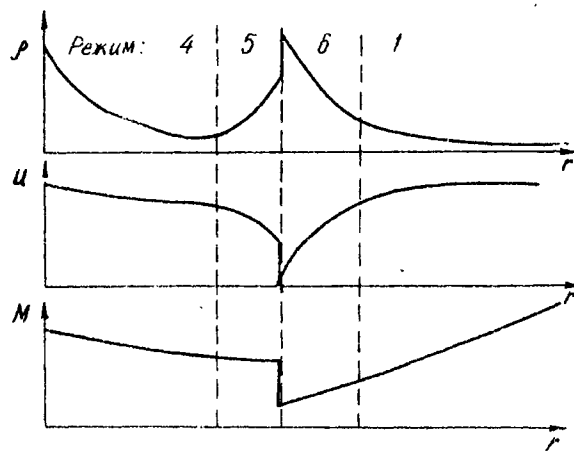


Рис.9. Схематический ход параметров в случае образования в ОЯО стационарной ударной волны.

Д.С.Марочника [56], Д.О.Мохнач [58], А.З.Долгинова [29] и автора [100].

Согласно данным наблюдений, галосы – медленно расширяющиеся образования. Скорость расширения 0,28–2,1 км/сек, что соответствует энергии 0,01–0,7 эв на молекулу. Большинство исследователей считает галосы пылевыми образованиями, хотя в их спектрах наблюдались полосы циана и углерода. Отсутствуют спектры, полученные с достаточным разрешением, чтобы судить однозначно о том, газовыми или пылевыми являются галосы, поэтому вопрос этот следует считать открытым. Более вероятно, что галосы состоят из газа, так как нейтралы были обнаружены в единственном случае, когда удалось получить спектр галосов кометы 1910 П. В поведении галосов обнаруживаются две замечательные особенности: во-первых, они не сносятся солнечной радиацией в хвост кометы, во-вторых, галосы наблюдались одновременно с другими образованиями, причем известны случаи, когда оболочки и струи пересекали галос (см. рис. 47 в кн. [68]).

Почти во всех работах [25, 171 и др.] формирование галоса рассматривалось как результат поверхностного взрыва ядра. (Этот процесс уже обсуждался выше.) Основная трудность объяснения галоса

Во всех случаях, когда течение газа в ОЯО сопровождается скачком, ядро кометы будет наблюдаться в окружении яркого кольца. Такие образования хорошо известны из наблюдений и называются галосами [25, 44, 68, 69]. Последние наблюдались в головах комет 1858 IV Донати [155], 1884 I [160], 1892 III Холмса [69], 1910 П Галлея [Ш] и 1963 У Олкока [116]. Проблема образования галосов обсуждалась в работах С.В.Орлова [68, 69], О.В.Дооровольского [25],

взрывным механизмом – необходимость строгой синхронности взрыва по всей поверхности ядра. Но поскольку космические лучи могут играть роль такого синхронизатора [158], нет никаких оснований отбрасывать поверхностный взрыв как возможную причину галосообразования. А.З.Долгинов [29] предложил рассматривать галос как скачок конденсации газообразного углерода в мелкодисперсную пыль. Основная трудность этого механизма – существование резкого внешнего края галоса, в то время как конденсация даст просто сферическую область пониженной яркости на фоне более яркой пылевой атмосферы. Даже при наиболее благоприятных условиях контраст кольца был бы весьма мал. Действительно, сечение рассеяния света молекулой определяется выражением

$$\sigma_{sm} \approx \frac{\pi e^2 f \lambda^2}{m_e c^2 \Delta \lambda}, \quad (\text{Ш. 2.50})$$

где f – сила осциллятора для поглощения, m_e – масса электрона, λ – средняя длина полосы поглощения, $\Delta \lambda$ – эквивалентная ширина полосы. Сечение рассеяния пылинкой сферической формы

$$\sigma_{sg} = \pi a^2 Q_s. \quad (\text{Ш. 2.51})$$

В пылинку радиуса a сконденсировалось

$$N = \frac{4\pi a^3 \rho}{m_p \mu}$$

молекул. При этом эффективность рассеяния изменилась в

$$\frac{3Q_s \mu m_p m_e c^2 \Delta \lambda}{4\pi a \rho e^2 \lambda^2 f} \quad (\text{Ш. 2.52})$$

раз, где Q_s – фактор эффективности, определяемый из теории дифракции [92]. Подставляя численные значения величин в выражение [52], убеждаемся, что для существенного повышения рассеяния необходимо образование пылинок крайне малой плотности – 10^{-1} – 10^{-2} г/см³.

Если рассматривать галосы, как предложено здесь (т.е. считать некоторые из них не результатом взрыва, а эффектом неадиабатичности потока газа в ОЯО), можно объяснить такие явления, как неподвижность центра галоса относительно ядра и возможность пересечения галоса другими образованиями. Движение галоса может быть обусловлено медленным изменением параметров потока, из-за чего ударный фронт, неподвижный в стационарном потоке, начнет удаляться от ядра. Центр галоса этого типа будет всегда совпадать с ядром, так как молекулы, движущиеся сквозь фронт, сносятся в хвост, а сам фронт остается концентричным ядру.

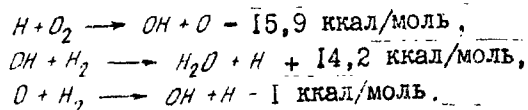
Из изложенного следует, что в кругу явлений, объединяемых термином галос, могут оказаться явления двух различных типов: поверхностные взрывы на ядре и ударные волны в ОЯО. Разумеется, качественный анализ с помощью $M-w$ - диаграммы недостаточен для построения теории неадиабатических эффектов в ОЯО. Необходима конкретизация механизма нагрева.

Ш.3. Причины нарушения адиабатичности

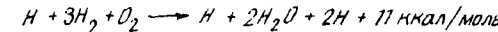
Система уравнений /2.10/-/2.14/, описывающая стационарное неадиабатическое течение газа, незамкнута. Отсутствует уравнение, определяющее ход параметра неадиабатичности w . Для получения замкнутой системы нужно выразить w через остальные газодинамические величины. Заметим, что в принципе адиабатичность может нарушаться в обе стороны, т.е. газ может как приобретать, так и терять тепло. Единственный источник потерь энергии - излучение. Процесс охлаждения газа путем радиационных потерь состоит в том, что при столкновениях молекулы возбуждаются, расходуя на возбуждение часть энергии поступательного движения. Затем эта энергия высвечивается. Так как оптическая толща ОЯО мала, образовавшиеся кванты беспрепятственно уходят на бесконечность, в результате чего газ теряет тепло. Так как при столкновениях энергия поступательного движения переходит главным образом в энергию колебаний молекул и даже этот процесс происходит медленно /14/, радиационным охлаждением газа можно пренебречь.

Остается рассмотреть механизмы нагрева. Возможность разогрева кометных атмосфер за счет экзотермических реакций соединения обсуждалась в работах Бирмана и Треффца /110/, О.В.Добровольского /25/, Ю.Н. Гнедина и А.З.Долгинова /19/.

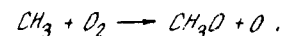
Долгинов предложил еще один механизм - пиролиз непредельных углеводородов /29/. Общая особенность этих механизмов - необходимость некоторого первоначального нагрева, так как при низких температурах скорости молекул недостаточны для преодоления потенциального барьера (энергии активации) реакции. Например, рассматривалась цепная реакция окисления водорода /110/:



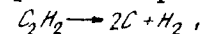
Суммарная реакция



экзотермична и может нагревать газ. Для начала цепи требуется наличие атомарного и молекулярного водорода. Атомарный водород играет роль инициатора реакции, а молекулярный является одним из исходных продуктов. Так как существование значительных количеств молекулярного водорода в атмосферах комет представляется маловероятным (из-за высокой подвижности молекул и летучести молекулярный водород способен испариться даже на очень больших гелиоцентрических расстояниях), то роль горения водорода в нагреве кометных атмосфер вряд ли существенна. Известно /8/, что метан не может гореть по аналогичной схеме из-за большой энергии активации процесса



Точно так же экзотермические реакции, указанные в работе /29/,



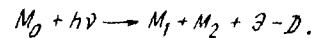
идут в несколько стадий, каждая из которых требует определенных условий. Возможность протекания и механизм этих и подобных им реакций в атмосферах комет еще не исследована.

Рассмотрим механизм нагрева газа, не зависящий от реакционной способности веществ в ОЯО и связанный только с одним химическим превращением - диссоциацией молекул. Например, при фотодиссоциации часть энергии поглощенного фотона расходуется на разрушение связи между радикалами, другая часть переходит в кинетическую энергию продуктов диссоциации и энергию их возбуждения. Далее за счет межмолекулярных столкновений кинетическая энергия диссоциатов распределяется между всеми частицами газа. Частично переходит в кинетическую энергию и энергия возбуждения образовавшихся радикалов, однако для этого необходимо, чтобы время жизни радикала в возбужденном состоянии не было пренебрежимо мало по сравнению с временем свободного пробега.

Рассмотрим диссоциативный нагрев подробнее. Газ в ОЯО облучается потоком энергии (оптическая толща считается малой)

$$q = \int H_\nu d\nu, \quad (\text{Ш.3.1})$$

где H_ν - распределение энергии в потоке солнечного излучения. Под действием солнечной радиации происходит диссоциация по схеме



M_0, M_1 и M_2 - соответственно родительская и дочерние молекулы, D - энергия диссоциации, $\mathcal{E}$ - дополнительная энергия, высвобождающаяся при фотоллизе. Число актов диссоциации в единице объема составляет

$$n_0 \int_{D/h}^{\infty} \sigma_{\nu} \frac{h\nu}{h\nu} d\nu, \quad (\text{Ш. 3.2})$$

где n_0 — концентрация молекул M_0 , σ_{ν} — сечение диссоциации квантом, имеющим частоту ν . Энергетический эффект диссоциации, т.е. приращение внутренней энергии в единице объема, есть

$$n_0 \int_{D/h}^{\infty} \sigma_{\nu} \frac{h\nu}{h\nu} (h\nu - D + \mathcal{E}) d\nu. \quad (\text{Ш. 3.3})$$

Из полной энергии, поглощенной в единице объема в единицу времени,

$$n_0 \int_{D/h}^{\infty} \sigma_{\nu} H_{\nu} d\nu \quad (\text{Ш. 3.4})$$

на диссоциацию расходуется

$$n_0 \int_{D/h}^{\infty} \sigma_{\nu} H_{\nu} \frac{D}{h\nu} d\nu. \quad (\text{Ш. 3.5})$$

Введем усредненное по спектру сечение фотодиссоциации

$$\bar{\sigma} = \frac{\int_{D/h}^{\infty} \sigma_{\nu} H_{\nu} d\nu}{\int_{D/h}^{\infty} H_{\nu} d\nu}. \quad (\text{Ш. 3.6})$$

Доля поглощенной энергии, истраченная на диссоциацию, определится соотношением

$$\alpha = \frac{D}{\bar{\sigma} q} \int_{D/h}^{\infty} \sigma_{\nu} \frac{H_{\nu}}{h\nu} d\nu, \quad (\text{Ш. 3.7})$$

а отношение энергии, перешедшей во внутреннюю энергию газа, к поглощенной — соотношением

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{\bar{\sigma} q} \int_{D/h}^{\infty} \sigma_{\nu} H_{\nu} \left(1 - \frac{D - \mathcal{E}}{h\nu}\right) d\nu. \quad (\text{Ш. 3.8})$$

Из выражений /2/-/8/ следует, что число актов диссоциации в единице объема в единицу времени есть

$$n_0 \frac{\alpha \bar{\sigma} q}{D}, \quad (\text{Ш. 3.9})$$

а энергетический выход вследствие диссоциации

$$n_0 \bar{\alpha} \bar{\sigma} q. \quad (\text{Ш. 3.10})$$

Для простоты рассмотрим ситуацию, когда имеется всего один сорт родительских молекул, т.е. в единице объема содержится n_0 моле-

кул M_0 с массой m_0 и i_0 внутренними степенями свободы (сохраняется определение числа внутренних степеней свободы, данное в гл. I), n_1 молекул M_1 с массой m_1 и i_1 внутренними степенями свободы, n_2 молекул M_2 с массой m_2 и i_2 внутренними степенями свободы. Очевидно,

$$m_0 = m_1 + m_2. \quad (\text{Ш. 3.11})$$

Так как массы дочерних и родительских молекул соизмеримы, столкновения эффективно устанавливают равновозергетическое распределение

$$T_0 = T_1 = T_2 = T. \quad (\text{Ш. 3.12})$$

При этом

$$\rho = (n_0 + 2n_1) kT, \quad (\text{Ш. 3.13})$$

$$\rho = m_0 (n_0 + n_1). \quad (\text{Ш. 3.14})$$

Определим степень диссоциации как

$$x = \frac{n_1}{n_0 + n_1}. \quad (\text{Ш. 3.15})$$

Тогда из /12/-/14/ следует

$$\rho = \frac{m_0 n_0}{1-x}, \quad (\text{Ш. 3.16})$$

$$\rho = \frac{1+x}{1-x} n_0 kT = \frac{k}{m} (1+x) \rho T, \quad (\text{Ш. 3.17})$$

$$n_0 = \frac{\rho}{m} (1-x), \quad (\text{Ш. 3.18})$$

$$n_1 = n_0 \frac{x}{1-x} = \frac{\rho}{m_0} x. \quad (\text{Ш. 3.19})$$

С учетом выражения /9/ уравнение неразрывности для продуктов диссоциации имеет вид

$$u \frac{dn_1}{dr} + n_1 \frac{du}{dr} + \frac{2n_1 u}{r} = \frac{\alpha \bar{\sigma} q}{D} n_0. \quad (\text{Ш. 3.20})$$

Подставив сюда n_0 и n_1 из /18/ и /19/, получим с учетом уравнения неразрывности для всего вещества /1,2/

$$\frac{dx}{dr} = \frac{\alpha \bar{\sigma} q}{D} \cdot \frac{1-x}{u}. \quad (\text{Ш. 3.21})$$

Единица массы смеси содержит n_j/ρ молекул j -го сорта с i_j степенями свободы. Так как на каждую степень свободы приходится энергия $\frac{kT}{2}$, то внутренняя энергия единицы массы смеси

$$U = \frac{kT}{2} \left[\frac{n_0}{\rho} (3 + i_0) + \frac{n_1}{\rho} (3 + i_1) + \frac{n_2}{\rho} (3 + i_2) \right] = \frac{3 + i_0}{2} \cdot \frac{kT}{m} \left(1 + \frac{3 + i_1 + i_2 - i_0}{3 + i_0} \right). \quad (\text{Ш. 3.22})$$

Введем обозначения

$$\beta = \frac{3 + i_1 + i_2 - i_0}{3 + i_0} \quad (\text{Ш. 3.23})$$

и

$$c_{v0} = \frac{3 + i_0}{2} \cdot \frac{k}{m} = \frac{R_0}{\rho_0 - 1}. \quad (\text{Ш. 3.24})$$

В этих обозначениях

$$U = c_v T = c_{v0} (1 + \beta x) T. \quad (\text{Ш. 3.25})$$

Заметим, что из соотношения /19/ и уравнения $p = \rho RT$ следует, что газовая постоянная зависит от степени диссоциации и определяется соотношением

$$R = \frac{k}{m} (1 + x) = R_0 (1 + x). \quad (\text{Ш. 3.26})$$

Аналогичные выражения определяют теплоемкость при постоянном давлении

$$c_p = c_v + R = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} = c_{p0} (1 + \beta' x), \quad (\text{Ш. 3.27})$$

где

$$\beta' = \frac{5 + i_1 + i_2 - i_0}{5 + i_0}, \quad (\text{Ш. 3.28})$$

$$c_{p0} = \frac{5 + i_0}{2} \cdot \frac{k}{m_0} = \frac{c_{v0} R_0}{\rho_0 - 1}. \quad (\text{Ш. 3.29})$$

Таким образом, течение с переменной степенью диссоциации является течением с переменным показателем адиабаты

$$\gamma = \frac{5 + i_0}{3 + i_0} \cdot \frac{1 + \beta' x}{1 + \beta x} = \gamma_0 \frac{1 + \beta' x}{1 + \beta x}. \quad (\text{Ш. 3.30})$$

Между показателем адиабаты для родительских молекул γ_0 и параметрами β и β' , показывающими приращение теплоемкостей за счет диссоциации, существует соотношение

$$\gamma_0 - 1 + \beta = \gamma_0 \beta'. \quad (\text{Ш. 3.31})$$

из уравнения /10/ следует, что в стационарном течении нагрев происходит по закону

$$\frac{dR}{dr} = \frac{\alpha G q}{m_0} \cdot \frac{1 - x}{u}. \quad (\text{Ш. 3.32})$$

Или

Разделив это уравнение почленно на уравнение /21/, получим после интегрирования другую форму уравнения нагрева

$$Q = \frac{\bar{\alpha} D}{\alpha m_0} x. \quad (\text{Ш. 3.33})$$

С помощью термодинамического тождества $dU + p d\left(\frac{1}{\rho}\right) = dH - \frac{dp}{\rho}$ преобразуем уравнение энергии /2.2/. С учетом /33/ имеем

$$\frac{dp}{\rho} = d\left(H - \frac{\bar{\alpha} D}{\alpha m_0} x\right). \quad (\text{Ш. 3.34})$$

Исключив отсюда $\frac{dp}{\rho}$ с помощью уравнения /2.1/ и проинтегрируем полученное уравнение. Результат интегрирования -

$$\frac{\rho_0 R}{\rho_0 - 1} (1 + \beta' x) T + \frac{v^2}{2} - \frac{\bar{\alpha} D}{\alpha m_0} x = H_0 = \text{const} \quad (\text{Ш. 3.35})$$

совместно с уравнениями /21/, /1.2/ и /2.1/ /17/ полностью описывает течение газа с диссоциативным нагревом.

Все газодинамические переменные можно выразить через степень диссоциации и местное число Маха. Из уравнения /35/ имеем

$$RT = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{H_0 + \frac{\bar{\alpha} D}{\alpha m_0} x}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2}, \quad (\text{Ш. 3.36})$$

$$v = M \sqrt{(\gamma - 1) \frac{H_0 + \frac{\bar{\alpha} D}{\alpha m_0} x}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2}}. \quad (\text{Ш. 3.37})$$

С помощью /1.2/ находим

$$\rho = \frac{I_0}{r^2 M} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2}{(\gamma - 1) \left(H_0 + \frac{\bar{\alpha} D}{\alpha m_0} x \right)}}. \quad (\text{Ш. 3.38})$$

Наконец, из /17/ следует

$$p = \frac{I_0}{r^2 \gamma M} \sqrt{\frac{H_0 + \frac{\bar{\alpha} D}{\alpha m_0} x}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2}}. \quad (\text{Ш. 3.39})$$

Подставив /36/ и /39/ в /2.1/, получим уравнение, определяющее ход числа Маха,

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{1 + \gamma M^2}{1 - M^2} \left(\frac{dQ}{H} + \frac{dr}{\gamma(\gamma - 1)} - \frac{2dr}{r} \right) - \frac{dr}{r} - \frac{2dr}{r}, \quad (\text{Ш. 3.40})$$

где

$$\frac{dr}{r} = \frac{\alpha G q}{D} (\beta' - \beta) \frac{1 - x}{(1 + \beta x)(1 + \beta' x)} \cdot \frac{dr}{v} \quad (\text{Ш. 3.41})$$

и

$$\frac{dr}{r(r-1)} = \frac{\alpha \beta q}{D} (1-\beta') \frac{1-x}{(1+x)(1+\beta'x)} \cdot \frac{dr}{v}. \quad (\text{Ш. 3.42})$$

Уравнение /40/ отличается от уравнения /2.7/ наличием членов, описывающих изменение показателя адиабаты.

Введем безразмерную скорость течения

$$\bar{u} = \frac{u}{u_0} = \sqrt{\frac{M^2}{M_0^2} \cdot \frac{1+x}{1+\beta'x} \cdot \frac{1 + \frac{\gamma_0-1}{2} M_0^2 + \frac{\gamma_0-1}{\gamma_0} \cdot \frac{\bar{\alpha} D}{\alpha k T_0} x}{1 + \frac{\gamma_0-1}{2} \cdot \frac{1+x}{1+\beta'x} M^2}} \quad (\text{Ш. 3.43})$$

и безразмерное расстояние

$$\bar{r} = \frac{r}{L}, \quad (\text{Ш. 3.44})$$

выбрав в качестве единицы пространственного масштаба величину

$$L = \frac{v_0 D}{\alpha \beta q}. \quad (\text{Ш. 3.45})$$

В этих обозначениях основная система дифференциальных уравнений примет вид

$$\frac{d\bar{x}}{d\bar{r}} = \frac{1-x}{\bar{u}}, \quad (\text{Ш. 3.46})$$

$$\frac{d \ln M^2}{d \ln \bar{r}} = \frac{1 + \gamma_0 \frac{1+\beta'x}{1+\beta'x} M^2}{1 - M^2} \left\{ \frac{\xi \bar{r}}{M_0^2} \cdot \frac{1-x^2}{1+\beta'x} \cdot \frac{M^2}{\bar{u}^3} - \right. \\ \left. - \frac{(\beta'-1)(1-x)}{(1+\beta'x)(1+x)} \cdot \frac{\bar{r}}{\bar{u}} - 2 \right\} - \frac{(\beta'-\beta)(1-x)}{(1+\beta'x)(1+\beta x)} \cdot \frac{\bar{r}}{\bar{u}} - 2, \quad (\text{Ш. 3.47})$$

где безразмерный параметр ξ , определяющий влияние диссоциативного нагрева, дается соотношением

$$\xi = \frac{\gamma_0-1}{\gamma_0} \cdot \frac{\bar{\alpha} D}{\alpha k T_0}. \quad (\text{Ш. 3.48})$$

При типичных значениях $D \sim 3-5$ эв, $T_0 = 100-300^\circ\text{K}$ параметр $\xi \sim 1$ даже при $\frac{\bar{\alpha}}{\alpha} \sim 10^{-2}$. Убедимся в том, что такие значения вполне реальны.

Оценим величины $\beta, \alpha, \bar{\alpha}$ и ξ , от которых зависит эффективность нагрева. Распределение энергии в солнечном спектре показано на рис.10, заимствованном из монографии [67]. При энергиях фотонов $\varepsilon < 2,5$ эв их распределение по энергиям хорошо представляется функцией Планка при $T = 6000^\circ\text{K}$. При больших энергиях (примерно $\varepsilon \leq 12$ эв) планковское распределение дает несколько завышенные значения по сравнению с наблюдаемыми; при

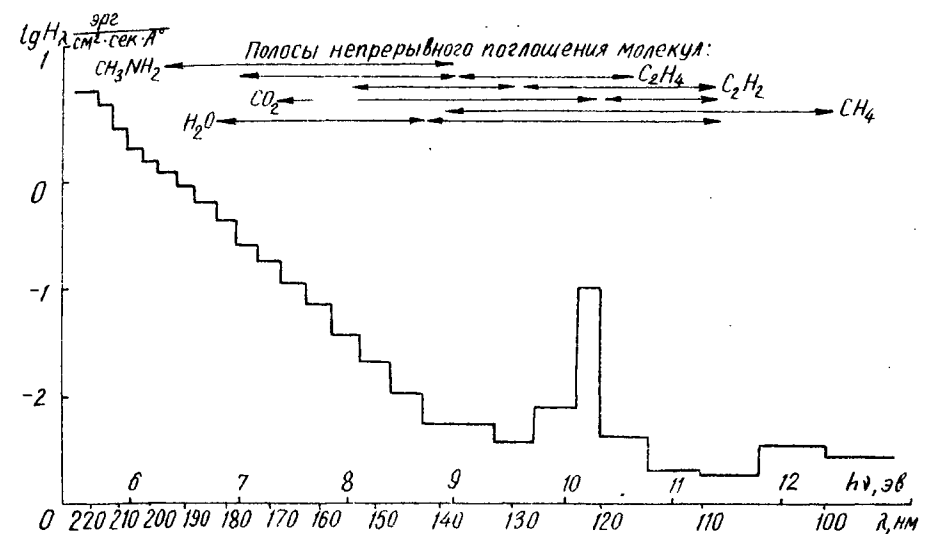


Рис.10. Ультрафиолетовое излучение Солнца и полосы непрерывного поглощения молекул.

энергиях $\varepsilon > 12$ эв излучение Солнца существенно непланковское, так как в этой области энергий излучение в хромосферных и корональных линиях на много порядков выше излучения фотосферы. Для оценок удобно аппроксимировать распределение фотонов по энергиям простыми формулами

$$Q_\lambda \left[\frac{\text{квант}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{Å}} \right] \approx \begin{cases} \frac{10^{16,2}}{\varepsilon^{6,7}} & \text{при } 2,5 \text{ эв} < \varepsilon < 19 \text{ эв}, \\ 10^{7,5} & \text{при } 19 \text{ эв} < \varepsilon < 300 \text{ эв}, \\ \frac{10^{18,9}}{\varepsilon^{4,6}} & \text{при } 300 \text{ эв} < \varepsilon < 1200 \text{ эв}, \end{cases} \quad (\text{Ш. 3.49})$$

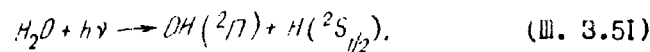
где энергия кванта ε выражена в электрон-вольтах.

Кроме распределения фотонов по энергиям необходимо знать зависимость сечения фотодиссоциации от длины волны. Известно, что при фотодиссоциации происходит поглощение фотонов в довольно широкой диффузной полосе. Так как при поглощении фотона молекула может уже обладать некоторой колебательной энергией, то фотодиссоциацию способны вызывать и кванты, энергия которых меньше энергии фотодиссоциации. Кроме того, в случае многоатомных молекул существует обычно несколько вариантов преддиссоциации,

когда поглощенный квант переводит молекулу из основного электронного состояния на потенциальную поверхность, имеющую минимум, но пересекающуюся с другой поверхностью, на которой минимум отсутствует. Существуют экспериментальные данные [16,35], согласно которым коэффициент поглощения k_ν зависит от частоты следующим образом:

$$k_\nu = k_{\max} e^{-\left(\frac{\nu - \nu_m}{\Delta\nu}\right)^2} \quad (\text{Ш. 3.50})$$

Здесь ν_m — частота максимального поглощения. Сечения фотопоглощения пропорциональны k_ν и ведет себя таким же образом. Например, кванты с энергиями в интервале 5,1 — 8,5 эв вызывают диссоциацию молекулы воды по схеме

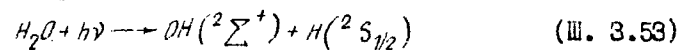


При этом наиболее эффективны не кванты, несущие энергию диссоциации $\lambda = 2420 \text{ \AA}$, а кванты с энергией 7,5 эв. Сечение диссоциации может быть вычислено по формуле вида [50]

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_m}{\Delta\varepsilon}\right)^2}, \quad (\text{Ш.3.52})$$

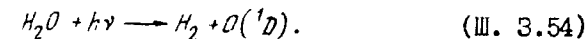
где $\sigma_0 = 4 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$, $\varepsilon_m = 7,47 \text{ эв}$, $\Delta\varepsilon = 0,52 \text{ эв}$. Квантовый выход процесса [51] близок к единице (т.е. поглотив фотон, молекула имеет очень мало шансов на возврат в исходное состояние путем излучения поглощенного кванта, а не путем диссоциации).

При энергиях фотонов $\varepsilon > 8,5 \text{ эв}$ сечение диссоциации снова увеличивается. При этом часть поглощенной энергии расходуется на колебательное и вращательное возбуждение гидроксильной группы. Начиная с энергии 9,15 эв становится возможной диссоциация с образованием электронно-возбужденного гидроксильной группы



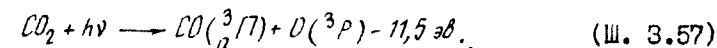
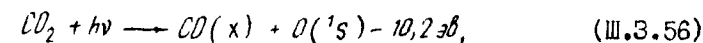
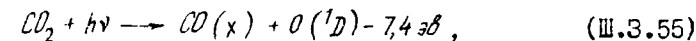
с последующим высвечиванием полосы $3062 \text{ \AA}$ ($\lambda = 4,05 \text{ эв}$). В тех случаях, когда продукты диссоциации получаются в возбужденных состояниях, сечение диссоциации не может быть представлено выражением вида [52]. На кривой зависимости сечения от энергии фотона наблюдаются многочисленные максимумы, число и положение которых зависит от энергетической структуры исходной молекулы и диссоциатов. Кроме того, в зависимости от энергии фотона может измениться канал реакции. Возможна и диссоциация по раз-

личным каналам при одной и той же энергии кванта. Например, на каждые три реакции [53] при облучении паров воды ультрафиолетом с длиной волны $1236 \text{ \AA}$ происходила одна реакция по каналу [35]



Далее, по мере уменьшения длины волны, наблюдаются сравнительно узкие, но высокие пики поглощения с сечением, достигающим до $1,85 \cdot 10^{-17} \text{ см}^2$.

При фотодиссоциации двуокиси углерода наименьшим энергиям фотонов соответствуют три канала реакции:



В первых двух случаях образуется молекула CO в основном состоянии и возбужденный атом кислорода. Энергия возбуждения составляет соответственно 1,94 эв и 4,74 эв. В третьем случае образуются невозбужденный атом кислорода и возбужденная молекула CO. На возбуждение расходуется 6,03 эв. В первом континууме поглощения, соответствующем реакции [55], сечение диссоциации можно аппроксимировать (с погрешностью 20-30%) суммой двух слагаемых вида [52]. Для первого слагаемого $\varepsilon_m = 8,35 \text{ эв}$, $\Delta\varepsilon = 0,54 \text{ эв}$, $\sigma_0 = 6 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$, для второго — соответственно 9,37 эв, 0,46 эв, $8,5 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$.

Вычислив интегралы [2/-/8/], найдем для паров воды $\sigma \approx 1,4 \cdot 10^{-22} \text{ см}^2$, $\alpha \approx 0,64$, $\bar{\alpha} \approx 0,22$, $\xi \approx 80$. Время жизни молекулы воды до диссоциации не слишком велико ($18^q,5$), поэтому присутствие воды обеспечивает интенсивный диссоциативный нагрев. Хотя при диссоциации молекулы CO_2 в кинетическую энергию диссоциатов переходит примерно та же энергия, что при диссоциации H_2O , роль двуокиси углерода в нагреве атмосферы значительно меньше. Это объясняется тем, что сечение фотоионизации значительно больше сечения фотодиссоциации, а при ионизации избыток энергии достается не тяжелой частице, а электрону. Следствием большого значения ξ является большая скорость разлета диссоциатов. Можно утверждать, что в атмосферах комет, где есть значительное количество водяного пара, скорость движения нейтральной составляющей примерно на порядок выше тепловой скорости, соответствующей температуре ядра.

Уравнение /47/, записанное с учетом изменения числа степеней свободы при диссоциации, не дает возможности использовать $M-w$ - плоскость для качественного анализа поведения газа. Очевидно, что учет переменности теплоемкостей и показателя адиабаты, необходимый при точном расчете, не дает каких-либо новых эффектов, а приводит лишь к небольшим количественным поправкам. Поэтому целесообразно рассмотреть более простую задачу, формально получающуюся из системы /46/-/47/ подстановкой $\beta' = \beta = 1$. Уравнение /47/ в рассматриваемом случае превращается в

$$\frac{d \ln M^2}{d \ln \bar{r}} = 2 \frac{1 + \gamma M^2}{1 - M^2} \left[\frac{\gamma \bar{r}}{2 M_0^2} (1 - x) \frac{M^2}{u^2} - 1 \right] - 1. \quad (\text{Ш. 3.58})$$

Правая часть уравнения остается конечной в звуковой точке, если выполнено условие

$$\bar{r} = \frac{2u^3 M_0^2}{\gamma(1-x)} = r_* \quad (\text{Ш. 3.59})$$

при $M=1$. Разумеется, соотношение /58/ становится непригодным для вычисления производной в звуковой точке. Раскрывая неопределенность 0/0 в /58/ по правилу Лопиталя, получим

$$\left(\frac{dM^2}{dr} \right)_* = \frac{r_0^{-1}}{r_*} \left[\pm \sqrt{1 - \frac{2\gamma_0 + 1}{(\gamma - 1)^2} \left(\frac{5 - \gamma}{\gamma + 1} + \frac{r_*}{u_*} \right) - 1} \right]. \quad (\text{Ш. 3.60})$$

Из уравнения /58/ следует, что в данном случае

$$w = \frac{\gamma}{2M_0^2} \cdot \frac{1-x}{u^2} M^2 \bar{r} - 1. \quad (\text{Ш. 3.61})$$

Дифференцируя это соотношение с учетом того, что

$$\frac{d \ln u}{d \ln \bar{r}} = \frac{2}{1 - M^2} \left\{ w + \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{r}}{u} \cdot \frac{1-x}{1+x} \right\}, \quad (\text{Ш. 3.62})$$

получим

$$\frac{dw}{d\bar{r}} = \frac{w+1}{\bar{r}} \left[\frac{2(\gamma M^2 - 2)}{1 - M^2} w - 1 - \frac{\bar{r}}{2u} \cdot \frac{5-x}{1+x} \right]. \quad (\text{Ш. 3.63})$$

Совместно с уравнением /58/ уравнение /63/ описывает движение изображающей точки в $w-M$ - плоскости.

В качестве примера рассмотрим случай, допускающий аналитическое решение. Пусть всюду $M^2 \gg 1$. Тогда во внутренней части ОЯО, т.е. при $\bar{r}/u \ll 1$, уравнения /2.14/ и /63/ приводят к виду

$$\frac{d \ln M^2}{d \ln \bar{r}} = -2(\gamma w + 1), \quad (\text{Ш. 3.64})$$

$$\frac{dw}{d \ln \bar{r}} = -(w+1)(2\gamma w + 1). \quad (\text{Ш. 3.65})$$

Система уравнений /65/, /64/ элементарно интегрируется. Пусть исходные ограничения выполнены в некоторой точке, в которой $\bar{r} = \bar{r}_0$, $M = M_0 \gg 1$ и $w = w_0$. Тогда

$$w = \frac{1 - \frac{w_0 + 1}{2\gamma w_0 + 1} \left(\frac{\bar{r}}{\bar{r}_0} \right)^{2\gamma - 1}}{2\gamma \frac{w_0 + 1}{2\gamma w_0 + 1} \left(\frac{\bar{r}}{\bar{r}_0} \right)^{2\gamma - 1} - 1}, \quad (\text{Ш. 3.66})$$

$$\frac{M}{M_0} = \left(\frac{\bar{r}}{\bar{r}_0} \right)^{\gamma - 1} \sqrt{\frac{2\gamma - 1}{2\gamma(w_0 + 1) \left(\frac{\bar{r}}{\bar{r}_0} \right)^{2\gamma - 1} - 2\gamma w_0 - 1}}, \quad (\text{Ш. 3.67})$$

$$\frac{M}{M_0} = \left(\frac{w+1}{w_0+1} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma-1}} \left(\frac{2\gamma w+1}{2\gamma w_0+1} \right)^{\frac{1}{2(2\gamma-1)}}. \quad (\text{Ш. 3.68})$$

Из выражения /66/ следует возможность существования двух случаев течения с постоянным w : $w_0 = -1$ и $w_0 = -\frac{1}{2\gamma}$. В первом случае /адиабатический поток/ число Маха увеличивается с удалением от ядра по закону

$$\frac{M}{M_0} = \left(\frac{\bar{r}}{\bar{r}_0} \right)^{\gamma - 1}. \quad (\text{Ш. 3.69})$$

Во втором случае число Маха согласно выражению /66/ убывает:

$$M = M_0 \sqrt{\bar{r}_0 / \bar{r}}. \quad (\text{Ш. 3.70})$$

Приведенные выше соотношения позволяют рассчитать модель ОЯО конкретной кометы, если известен химический состав ее атмосферы. Качественные особенности неадиабатических ОЯО проявляются в том, что, во-первых, диссоциативный нагрев вызывает рост скорости течения, а следовательно, более быстрое падение плотности, во-вторых, здесь возможны течения со скачками.

Кроме диссоциативного нагрева возможен другой механизм. Если в кометных атмосферах находится значительное количество пыли, то пылинки, нагреваясь в поле солнечной радиации, передадут часть тепловой энергии газу. Уравнение теплового баланса пылинки в атмосфере кометы имеет вид

$$\frac{d \left(\frac{4}{3} \pi a^3 \delta \rho_p T_p \right)}{dt} = \pi a^2 \cdot \frac{\pi R_\odot^2}{R^2} \int_0^\infty I_\lambda^\odot Q_a(\lambda, a) d\lambda -$$

$$\begin{aligned}
& -4\pi^2 a^2 \int_0^\infty Q_a(\lambda, a) \frac{2hc^2}{\lambda^5} (e^{hc/\lambda kT_n} - 1)^{-1} d\lambda + \quad (\text{Ш. 3.71}) \\
& + \oint_{\substack{v, n < 0 \\ v, n > 0}} f_n(v) |(\underline{v} - \underline{v}_n) dS| \frac{m(v - v_n)^2}{2} \alpha^3 \underline{v} - \\
& - \oint_{\substack{v, n < 0 \\ v, n > 0}} f_n(v_{orp}) |(\underline{v}_{orp} - \underline{v}_n) dS| \frac{m(v_{orp} - v_n)^2}{2} \alpha^3 \underline{v}_{orp} + \\
& + q_T \oint_{\substack{v, n < 0 \\ v, n > 0}} f_T(v) |(\underline{v} - \underline{v}_n) dS| \alpha^3 \underline{v},
\end{aligned}$$

где c_p и T_n — соответственно теплоемкость и температура пылинки, Q_a — факторы эффективности поглощения [92], f_n — функция распределения молекул летучей компоненты, неконденсирующейся и не адсорбирующейся на пылинках, f_T — функция распределения молекул тугоплавкой компоненты, конденсирующейся на пылинках, q_T — энергия конденсации или адсорбции. Первый член в уравнении [71] — поглощенная в единицу времени энергия солнечного излучения, второй — мощность собственного излучения пылинки, третий — энергия, которую приносят в единицу времени падающие на пылинку молекулы, четвертый — энергия, уносимая отраженными молекулами, функция распределения которых определяется соотношением [1.2.14], последний член — энергия, выделяющаяся при конденсации или адсорбции вещества на пылинке.

Оценим последовательно все члены уравнения [71]. Для оценки первых двух необходимо знать зависимость фактора эффективности поглощения от длины волны и радиуса пылинки. Для простоты считаем пылинки сферическими. Теория взаимодействия электромагнитного излучения с пылинками-сферами разработана Ми и излагается во многих руководствах [66, 92]. В монографии [92] изложена теория рассеяния света и частицами некоторых других форм.

Форма пылинки зависит от механизма ее образования. Сферические пылинки получаются при конденсации из жидкой фазы в тех случаях, когда происходит затвердевание переохлажденной жидкости (стекла), или в случае образования затвердевших поликристаллических капель о размерами кристаллических зерен, значительно меньших размера самой капли. В этих случаях сферическая форма частицы — результат поверхностного натяжения. При образовании пыли измельчением массивных поликристаллических тел получаются пылинки неправильной формы, но все же близкие по своим свойствам к сферам, так как все диаметры типичной пылинки ока-

зываются очень близкими по величине. Дробление монокристаллов приводит к пылинкам, форма которых зависит от степени анизотропии кристалла (играет роль зависимость прочности от направления разрывающей силы). Например, при измельчении слюды образуются пылинки, имеющие форму чешуек. При конденсации в вакууме получаются резко несферические частицы, монокристаллы различной формы, в том числе вытянутые иглы и кристаллы в виде снежинок. Не исключено, что кометные пылинки обладают именно такими формами. Однако взаимодействие света с частицами сложных форм не изучено. Отсутствуют также какие-либо данные, позволяющие судить по форме пылинок на основании наблюдений. По этим причинам приведенные ниже оценки будут относиться к частицам сферической формы.

Основную роль в энергетическом балансе ОЯО играют мелкие частицы, так как функция распределения частиц по размерам резко увеличивается с уменьшением радиуса пылинки. Поэтому можно ограничиться рассмотрением пылинок, по отношению к которым применимо приближение Релея как в полосе поглощения, так и в полосе собственного излучения. Для таких пылинок фактор эффективности поглощения приближенно определяется выражением

$$Q_a = \frac{8\pi a}{\lambda} \operatorname{Im} \frac{1 - m^2}{2 + m^2}, \quad (\text{Ш. 3.72})$$

где m — комплексный показатель преломления вещества пылинки. Величина m^2 (комплексная диэлектрическая постоянная) зависит от проводимости вещества σ :

$$m^2 = \varepsilon - i \frac{2\sigma\lambda}{c}, \quad (\text{Ш. 3.73})$$

где ε — обычная диэлектрическая постоянная. Интегралы, входящие в первые два члена в правой части уравнения [71], могут быть вычислены, если известна зависимость ε и σ от длины волны. Эта зависимость определяется квантово-механическими свойствами твердого тела и особенно сложна у диэлектриков (ковалентные и ионные кристаллы), где в поглощении света участвуют связанные электроны, центры окрашивания, примесные атомы и другие факторы. Сравнительно проста зависимость поглощения от длины волны у металлов и веществ, по свойствам близких к ним (графит), в той области спектра, где поглощение связано с движением электронов в зоне проводимости.

К сожалению, экспериментальные данные о зависимости ком-

плексного показателя преломления от длины волны и температуры весьма скудны для оптического и инфракрасного диапазонов. Оценим поглощение и излучение света графитовыми пылинками, воспользовавшись данными, приведенными в работе [21]. В видимой области спектра, где пылинки главным образом поглощают энергию, $m' = \text{Re} m = 2,456$ и $-m'' = \text{Im} m = 1,452$, причем действительная и мнимая части показателя преломления не зависят от длины волны. В силу этого мощность поглощения

$$\frac{dE^+}{dt} = \frac{16\pi^3 R_g^2 n c^2 a^3 \cdot 144 m' m'' (kT_g)^5 \zeta(5)}{R_g^2 (hc)^5 \{ [2 + (m'^2 - m''^2)]^2 + (2m' m'')^2 \}} \approx \quad (\text{Ш. 3.74})$$

$$\approx 4,2 \cdot 10^{11} a^3 \text{ эрг/сек},$$

где

$$\zeta(n) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i^n} \quad (\text{Ш. 3.75})$$

дзета-функция Римана. Максимум излучения пылинки лежит в инфракрасной области, где $\varepsilon \approx 4$, а $\sigma \approx 1,5 \cdot 10^{15} \text{ сек}^{-1}$.

Так как

$$\frac{4\sigma^2 \lambda^2}{c^2} \gg (\varepsilon + 2)^2, \quad (\text{Ш. 3.76})$$

мощность излучения пылинки

$$\frac{dE^-}{dt} = \frac{256\pi^9}{2!} \cdot \frac{k^6 T_g^6 a^3}{h^5 c^3 \sigma} \approx 4,2 \cdot 10^{-6} a^3 T_g^6. \quad (\text{Ш. 3.77})$$

Мощность газового потока на пылинку

$$\frac{dE_g^+}{dt} \approx 4\pi a^2 \frac{mn}{2} \sqrt{\left(\frac{2kT_g}{\pi m}\right)^3} \approx 2 \cdot 10^{-12} n a^2 T_g^{3/2}. \quad (\text{Ш. 3.78})$$

Мощность, уносимую газом с поверхности пылинки при полной аккомодации, можно оценить с помощью этого же соотношения, заменив температуру газа температурой пылинки. Наконец, мощность, выделяющаяся при конденсации,

$$\frac{dE_{\text{cond}}^+}{dt} \approx 4\pi a^2 n < v_{\text{отн}} > q. \quad (\text{Ш. 3.79})$$

Для оценок принимаем: $a \sim 10^{-5} \text{ см}$, $T_g \sim 10^2 - 10^3 \text{ К}$, $n \sim 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $q \approx 5 \text{ эв}$. Подстановка этих значений в выражения /74/, /77/, /78/ и /79/ приводит к оценкам $dE^+/dt \sim 4 \cdot 10^{-4} \text{ эрг/сек}$, $dE_g^+/dt \sim 10^{-9} - 10^{-7} \text{ эрг/сек}$, $dE_{\text{cond}}^+/dt \sim 10^{-6} \text{ эрг/сек}$. Таким образом, нам-

большую энергию получает, поглощая излучение. Излучение пылинки сильнее зависит от температуры, чем остальные виды потерь энергии, поэтому при плотностях газа, типичных для ОЯО, пылинки охлаждаются в основном излучением. Равновесную температуру пылинки найдем, приравнявая /77/ к /78/. Имеем

$$T_n^6 = \frac{\zeta(5)}{5\zeta(6)} \cdot \frac{m' m''}{[2 + m'^2 - m''^2]^2 + (2m' m'')^2} \cdot \frac{\sigma h}{k} \left(\frac{R_g}{R_g}\right)^2 T_g^5 \quad (\text{Ш. 3.80})$$

или, после подстановки констант и логарифмирования,

$$\lg T_n = 0,31 + \frac{1}{6} \lg \sigma - \frac{1}{3} \lg R_g \approx 2,84. \quad (\text{Ш. 3.81})$$

Максимум излучения пылинки при такой температуре приходится на длину волны $\lambda = 4,2 \text{ мкм}$ — таким образом, расчет справедлив для пылинок при $a \leq 10^{-5} \text{ см}$. Оценим время нагрева пылинки до найденного значения температуры $T_n = 690^\circ \text{ К}$:

$$t_n \approx \frac{4}{3} \pi a^3 \delta c_p T \left(\frac{dE^+}{dt}\right)^{-1}. \quad (\text{Ш. 3.82})$$

Теплоемкость графита в диапазоне температур $298 - 2300^\circ \text{ К}$ зависит от температуры следующим образом [90]:

$$c_p = (1,43 + 3,56 \cdot 10^{-4} T - \frac{7,23 \cdot 10^{-4}}{T^2}) \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{г} \cdot \text{град}}. \quad (\text{Ш. 3.83})$$

В интересующем нас участке температур можно принять $c_p \approx 1 \text{ эрг/г} \cdot \text{град}$, $\delta \approx 2,5 \text{ г/см}^3$. Время прогрева не зависит от радиуса пылинки и составляет $t_n \sim 0,5 \text{ сек}$. Эта величина значительно меньше времени пребывания пылинки в ОЯО, поэтому пылевую составляющую ОЯО можно считать изотермичной.

Наличие горячих пылинок в газе приведет к его нагреву. При этом газ получает примерно $10^{-7} N \text{ эрг/см}^3 \cdot \text{сек}$. Нетрудно оценить, что нагрев пылинками обеспечит $w \sim 0$ при числовой плотности пылинок $N \sim 10 \text{ см}^{-3}$. При этих условиях массовая плотность пыли сравнима с массовой плотностью газа и уравнения настоящего параграфа теряют силу, так как среду следует с самого начала рассматривать как газо-пылевую. Заметим, что газо-пылевая ОЯО рассчитана Р.Пробштейном [73], однако его результаты относятся к случаю, когда первыми двумя членами в уравнении энергии

тического баланса пылинки можно пренебречь. Это предположение может быть оправдано только для высокопрозрачных частиц $/m'' < 10^{-4}/$, существование которых в атмосферах комет представляется проблематичным.

Ш.4. Пыль в слабозапыленной атмосфере

Если в ОЯО содержится мало пыли, т.е. выполнено условие

$$\frac{4}{3} \pi \delta \int_0^{\infty} a^3 F(a) da \ll mn \quad (\text{Ш. 4.1})$$

и, кроме того,

$$\frac{4}{3} \pi \delta \int_0^{\infty} a^3 F(a) v_p(a) da \ll \rho u, \quad (\text{Ш. 4.2})$$

где $v_p(a)$ — скорость пылинки радиуса a , то присутствие пыли слабо влияет на поведение газа. Газовое течение может быть рассчитано так, как если бы пыли не было вообще. Обратное утверждение неверно. Газовый поток сильно действует на пыль — пылинки ускоряются именно газовым потоком. Кроме того, присутствие в газовой фазе молекул тугоплавких веществ приводит к росту размеров пылинок, ранее существовавших в ОЯО [29, 104], и к образованию новых пылинок [29]. Как уже отмечалось, некоторые органические молекулы способны к полимеризации в газовой фазе, что в свою очередь может служить механизмом образования пыли.

При выполнении условий /1/ и /2/ эти эффекты могут быть рассмотрены в рамках теории газовых ОЯО. Движение пылинки в газовом потоке изучалось многими исследователями [54, 175]. Идея ускорения частиц газовым потоком принадлежит С.В.Орлову [68], предположившему существование "отталкивательных сил ядра". В ранних работах по данному вопросу, обзор которых можно найти в монографии О.В.Добровольского [25], неправильно вычислялась передача импульса от газового потока к пылинке и, кроме того, не учитывалось самоускорение газового потока из-за сверхзвукового характера течения. Эти же недостатки присущи некоторым более поздним работам. Влияние газа на пыль корректно рассмотрено только в работе [73]. Однако, как уже говорилось, автор не учел изотермичности пылинок.

Уравнение движения пылинки в слабозапыленном газовом потоке (уравнение баланса импульса) имеет вид

$$\frac{4}{3} \pi \delta \frac{d(a^3 \vec{V}_2)}{dt} = \vec{F}_{\text{рад}} + \vec{F}_n + \vec{F}_r, \quad (\text{Ш. 4.3})$$

где в правой части стоит сумма сил, вызванных солнечной радиацией,

потоком неконденсирующегося газа (легкоплавкая компонента) и потоком тугоплавкой компоненты, конденсирующейся на пылинках. Рассмотрим последовательно все силы, действующие на пылинку.

Сила лучевого давления определяется выражением

$$F_{\text{рад}} = \frac{\pi^2 R_g^2 a^2}{c R_\odot^2} \int_0^\infty Q_{\text{дав}} I_\lambda d\lambda, \quad (\text{Ш. 4.4})$$

где

$$Q_{\text{дав}} = Q_{\text{погл}} + (1 - \overline{\cos \alpha}) Q_{\text{расс}} \quad (\text{Ш. 4.5})$$

фактор эффективности для давления [92]. Для поглощающих пылинок фактор эффективности для давления мало отличается от фактора эффективности для поглощения. В релеевской области можно пользоваться выражением [3.72]. Это дает для графитовых пылинок

$$F_n = \frac{1}{c} \cdot \frac{dE^+}{dt} \approx 14 a^3 [\text{дин}], \quad (\text{Ш. 4.6})$$

из чего следует, что ускорение таких пылинок не зависит от радиуса. Плотность графита составляет [90] $\sim 2,5$ г/см³, т.е. для графитовых частиц

$$1 + \mu = \frac{F_n R_g^2}{G M_\odot} \approx 2,2. \quad (\text{Ш. 4.7})$$

Оценки /6/ и /7/ получены в предположении, что $Q_{\text{дав}}$ во всей области поглощения имеет вид (3.72). Заметим, что пылинки любого радиуса поглощают достаточно коротковолновое излучение не в релеевской области, а в области резонанса и в области применимости геометрической оптики. Экстраполяция выражения /3.72/ в эти области недопустима, так как она приводит к значительному занижению фактора эффективности. Однако ошибка будет невелика, если в двух последних областях интенсивность радиации пренебрежимо мала. Формально необходимо, чтобы вклад нерелеевского поглощения в интеграл /4/ был подавлен экспонентой, стоящей в знаменателе формулы Планка.

Независимость ускорения от радиуса — общее свойство мелких проводящих частиц. Частицы диэлектрические ведут себя иначе. Их ускорение обусловлено главным образом рассеянием, поэтому для мелких частиц $1 + \mu \propto a^3$. Причина такой зависимости ускорения от радиуса состоит в том, что чем меньше диэлектрическая прозрачная пылинка, тем больше вероятность прохода фотона сквозь нее без передачи импульса. В геометрико-оптической области $Q_{\text{дав}}$ не зависит от длины волны, поэтому ускорение обратно пропорционально радиусу

пылинка. Во всех случаях сила лучевого давления на пылинку $F_{rad} \sim 10^{-4}$ дин.

Рассмотрим передачу импульса пылинке неконденсирующимися молекулами. Взаимодействие молекул с поверхностью пылинки описывается теми же соотношениями, которые приведены в гл. II для взаимодействия молекул с поверхностью ядра. Сила, действующая на пылинку со стороны газа, определяется выражением

$$F_n = m \int_{\vec{v}_{nag} \cdot d\vec{S} < 0} \phi f'_{nag}(\vec{v}_{nag}) \vec{v}_{nag} (\vec{v}_{nag} \cdot d\vec{S}) d^3 \vec{v}_{nag} - \quad (Ш. 4.8)$$

$$- m \int_{\vec{v}_{отр} \cdot d\vec{S} > 0} \phi f_{отр}(\vec{v}_{отр}) \vec{v}_{отр} (\vec{v}_{отр} \cdot d\vec{S}) d^3 \vec{v}_{отр},$$

где первый член — импульс, передаваемый пылинке при падении молекулы, второй — импульс, передаваемый при отскоке. Выражение /8/ записано в системе отсчета, где пылинка покоится. Функция распределения падающих молекул в системе отсчета, связанной с пылинкой, выражается через функцию распределения этих же молекул в лабораторной системе отсчета с помощью соотношения

$$f'_{nag}(\vec{v}_{nag}) = f(\vec{v}_{nag} + \vec{V}_n). \quad (Ш. 4.9)$$

При известной вероятности отскока /П.2.7/ функция распределения отраженных молекул $f_{отр}(\vec{v}_{отр})$ может быть выражена через функцию распределения падающих. Соотношения /П.2.14/ и /П.2.15/ позволяют записать выражение для силы, действующей на пылинку, в виде

$$\vec{F}_n = m \int \phi f'(\vec{v}_{nag}) \left\{ \vec{v}_{nag} - \int \vec{v}_{отр} w(\vec{v}_{nag}/\vec{v}_{отр}) d^3 \vec{v}_{отр} \right\} d^3 \vec{v}_{nag} \vec{v}_{nag} \cdot d\vec{S}. \quad (Ш. 4.10)$$

После интегрирования по поверхности пылинки получим

$$\vec{F}_n = \pi a^2 m \int \phi f'(\vec{v}_{nag}) / \vec{v}_{nag} / \left\{ \vec{v}_{nag} - \int \vec{w}(\vec{v}_{nag}/\vec{v}_{отр}) \vec{v}_{отр} d^3 \vec{v}_{отр} \right\} d^3 \vec{v}_{nag}, \quad (Ш. 4.11)$$

где

$$\vec{w} = \frac{1}{\pi a^2 v_{nag}} \phi w(\vec{v}_{nag}/\vec{v}_{отр}) \vec{v}_{отр} \cdot d\vec{S} - \quad (Ш. 4.12)$$

усредненная по поверхности вероятность отскока, т.е. вероятность отскока не для элемента поверхности, а для пылинки в целом. Вто-

рое слагаемое в фигурных скобках под интегралом /12/ — средняя скорость отраженной молекулы при условии, что падающая молекула обладала скоростью $\vec{v}_{nag}$.

Подставив /П.2.20/ в /12/, получим вероятность отскока от зеркально отражающей пылинки

$$\bar{W} = \frac{1}{4\pi v_{nag}^2} \delta(\vec{v}_{отр} - \vec{v}_{nag}). \quad (Ш. 4.13)$$

Таким образом, зеркально отражающая сфера рассеивает изотропно. Диффузно отражающая сфера, для которой справедливо соотношение /П.2.21/, рассеивает главным образом назад, так как для нее вероятность отскока

$$\bar{W} = \frac{\delta(\vec{v}_{отр} - \vec{v}_{nag})}{4\pi v_{nag}^2} \left(1 - \frac{\vec{v}_{nag} \cdot \vec{v}_{отр}}{v_{nag} v_{отр}} \right). \quad (Ш. 4.14)$$

При равновероятном отскоке от участка поверхности с максвелловским распределением по скоростям

$$W = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv_{отр}^2}{2kT}} \left(1 - \frac{\vec{v}_{nag} \cdot \vec{v}_{отр}}{v_{nag} v_{отр}} \right). \quad (Ш. 4.15)$$

Наконец, при косинусном рассеянии с максвелловским распределением

$$\bar{W} = \frac{4}{3} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^2 \frac{1}{v_{отр}} e^{-\frac{mv_{отр}^2}{2kT}} (\sin \vartheta - \vartheta \cos \vartheta), \quad (Ш. 4.16)$$

где ϑ — угол отклонения молекулы.

Найдем среднюю скорость рассеянной молекулы. При изотропном рассеянии (зеркально отражающие сферы) она, очевидно, равна нулю, следовательно, зеркально отражающие сферические пылинки ускоряются газом точно так же, как если бы они адсорбировали весь падающий поток газа. Различие лишь в том, что при конденсации увеличивается масса пылинки. При остальных видах рассеяния — диффузном, равновероятном максвелловском и косинусно-максвелловском — средняя скорость отраженной молекулы соответственно равна

$$\langle \vec{v}_{отр} \rangle = -\frac{1}{3} \vec{v}_{nag}, \quad (Ш. 4.17)$$

$$\langle \vec{v}_{отр} \rangle = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{8kT_{отр}}{\pi m}} \cdot \frac{\vec{v}_{nag}}{v_{nag}}, \quad (Ш. 4.18)$$

$$\langle \vec{v}_{отр} \rangle = -\frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{8kT_{отр}}{\pi m}} \cdot \frac{\vec{v}_{nag}}{v_{nag}}. \quad (Ш. 4.19)$$

Подставив найденные значения $\langle \vec{v}_{отр} \rangle$ в интеграл /11/, найдем после интегрирования по скоростям силу, ускоряющую пылинку. Функ-

ция распределения молекул в ОЯО определяется выражением

$$f(\vec{v}_{nag}) = M_{\chi W} \left\{ \frac{\vec{u}}{T} \right\}. \quad (\text{Ш. 4.20})$$

При этом сила, созданная падающими молекулами,

$$\vec{F}_1 = \chi a^2 m n \frac{(\vec{u} - \vec{v})/|\vec{u} - \vec{v}|}{2} \times \\ \times \left\{ \frac{2S^2 + 1}{5^3 \sqrt{\chi}} e^{-S^2} + \frac{4S^4 + 4S^2 - 1}{2S^4} \operatorname{erf} S \right\}, \quad (\text{Ш. 4.21})$$

где

$$S = \frac{|\vec{u} - \vec{v}|}{\sqrt{\frac{2kT}{m}}}; \quad \operatorname{erf} S = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^S e^{-x^2} dx. \quad (\text{Ш. 4.22})$$

Сила, созданная за счет отражения,

$$\vec{F}_2 = \chi a^2 m n (\vec{u} - \vec{v}) < v_{отр} >, \quad (\text{Ш. 4.23})$$

причем это выражение не зависит от функции распределения $f(\vec{v}_{nag})$ молекул ускоряющего газа. Суммируя силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ для различных частных случаев, получим

$$\vec{F}_n = \vec{F}_1 \quad (\text{Ш. 4.24})$$

для зеркально отражающих,

$$\vec{F}_n = \frac{4}{3} \vec{F}_1 \quad (\text{Ш. 4.25})$$

для диффузно отражающих,

$$F_n = F_1 + \chi a^2 (u - v) \frac{\chi}{3} \sqrt{\frac{8kT_{np}}{\chi m}} \quad (\text{Ш. 4.26})$$

для отражающих с максвелловским распределением молекул.

Очевидно, что сильнее всего ускоряются пылинки в условиях полной аккомодации молекул энергии, а рассеяние подчиняется закону косинуса. В этом случае уравнение движения пылинки имеет вид

$$\frac{4}{3} \chi \delta \frac{d(Va^3)}{dt} = F_1 + \chi a^2 (u - v) \frac{\chi}{3} \sqrt{\frac{8kT_n}{\chi m}} + F_r. \quad (\text{Ш. 4.27})$$

Полная аккомодация энергии представляется довольно проблематичной. Напротив, соотношение /11.2.33/ дает значения коэффициента $a_2 \sim 0,2-0,3$. Шероховатость поверхности пылинки увеличивает коэффициент аккомодации вследствие многократного взаимодействия молекулы с поверхностью. При n -кратном рассеянии

$$a_2 = 1 - (1 - a_2^{(1)})^n. \quad (\text{Ш. 4.28})$$

Следовательно, $a_2 \rightarrow 1$ при $n \rightarrow \infty$. К сожалению, отсутствуют какие-либо данные, которые позволили бы определить среднюю кратность рассеяния.

При частичной аккомодации, которой следует ожидать из-за высокой температуры пылинок, $T_{отр} \neq T_n$ и может оцениваться с помощью соотношения /П.2.26/. При этом средняя энергия отраженной молекулы

$$E_{отр} = \frac{m}{2} < v_{отр}^2 > = 2kT_{отр}. \quad (\text{Ш. 4.29})$$

Поток энергии на пылинку

$$\frac{dE_q}{dt} = \chi a^2 m n \left\langle \frac{v_{nag}^3}{2} \right\rangle = \frac{\chi a^2 m n}{2 \sqrt{\chi}} \left(\frac{2kT}{m} \right)^{3/2} \times \\ \times \left\{ \left(\frac{5}{2} - 7S^2 \right) e^{-S^2} + \sqrt{\chi} \left(\frac{3}{4S} + 3S + S^3 \right) \operatorname{erf} S \right\}. \quad (\text{Ш. 4.30})$$

Поток вещества на пылинку

$$\frac{4}{3} \chi \delta \frac{da^3}{dt} = \chi a^2 m n < v_{nag} > = \chi a^2 m n \sqrt{\frac{8kT}{\chi m}} \times \\ \times \left\{ \frac{1}{2} e^{-S^2} + \frac{\sqrt{\chi}}{2} \left(\frac{1}{2S} + S \right) \operatorname{erf} S \right\}. \quad (\text{Ш. 4.31})$$

Разделив поток энергии падающих молекул на число молекул, поступающих на поверхность пылинки в единицу времени, найдем среднюю энергию падающей молекулы

$$E_{nag} = kT \frac{\left(\frac{5}{2} - 7S^2 \right) e^{-S^2} + \sqrt{\chi} \left(\frac{3}{4S} + 3S + S^3 \right) \operatorname{erf} S}{e^{-S^2} + \left(\frac{1}{2S} + S \right) \sqrt{\chi} \operatorname{erf} S}. \quad (\text{Ш. 4.32})$$

Величину

$$T_p = \frac{E_{nag}}{2k} \quad (\text{Ш. 4.33})$$

называют температурой восстановления. Это значение, к которому стремится температура тела в газовом потоке при условии, что отсутствуют другие механизмы энергообмена тела с окружающей средой, кроме столкновений с молекулами газа. Путем предельного перехода из /32/ и /33/ получаются очевидные соотношения

$$T_p = T \quad \text{при} \quad v=0 \quad (\text{Ш. 4.34})$$

и

$$T_p = m \frac{(u-v)^2}{4k} \quad \text{при} \quad S \rightarrow \infty. \quad (\text{Ш. 4.35})$$

Таким образом, в выражение для силы F_2 следует подставлять температуру отраженных молекул

$$T_{отр} = a T_n + (1-a) T_p, \quad (\text{Ш. 4.36})$$

где T_p определено соотношениями /32/ и /33/.

Сила, действующая на пылинку вследствие столкновений с молекулами конденсирующегося газа, очевидно, определяется выражением /21/, если подставить в него плотность соответствующих молекул. Изучая движение крупных пылинок, следует также учитывать притяжение ядра

$$-\frac{4}{3} \pi G \rho_p^3 \bar{\rho} \frac{4}{3} \frac{\pi a^3 \delta}{r^3} r, \quad (\text{Ш. 4.37})$$

где $\bar{\rho}$ — средняя плотность вещества ядра.

Суммируя все силы, получим уравнение движения пылинки в ОЯО

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} \pi a^3 \delta \frac{dV}{dt} = C_D'(S) \pi a^2 (\rho_n + \rho_p) \frac{u-v}{2} (u-v) + \\ + \pi a^2 \rho_n \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{8kT_{\text{огр}}}{\pi m}} (u-v) - \\ - \frac{4}{3} \pi a^3 \delta \frac{4}{3} \pi G \bar{\rho} \rho_p^3 \frac{r}{r^3}, \end{aligned} \quad (\text{Ш. 4.38})$$

где смысл сокращенного обозначения C_D' ясен из выражения /21/. Переменная масса пылинки вынесена из-под знака производной на том основании, что в системе отсчета, связанной с пылинкой, ее скорость равна нулю.

В работе М.З.Марковича /54/ в уравнении движения пылинки отсутствует второй член в правой части /38/, так как рассматривались зеркально отражающие пылинки. При этом ошибочно принято $C_D' = 4$. Несмотря на это, результаты справедливы для пылинок вдвое большего радиуса при условии, что все ускорение происходит в потоке с бесконечно большим числом Маха, так как только при этом условии $u = \text{const}$. В работе автора /101/ рассматривалось движение зеркально отражающих пылинок с учетом переменности скорости газового потока, однако принималось $u = \text{const}$, что ограничивает область применимости результатов случая, когда основное ускорение пылинки происходит при $M > 3$. Гравитация в работе /101/ не учитывалась, что оправдано только для достаточно мелких частиц. В работе /73/ Простейна гравитация также не учитывалась; но использовалось правильное выражение для C_D' . Однако считалось, что температура пылинки, равная вначале температуре ядра, постепенно релаксирует к равновесной. Принималось $\bar{a} = 1$. Так как температура восстановления в газовом потоке не превосходит величины, определенной соотношением /35/, то в ОЯО $T_p \sim 40^\circ\text{K}$. Как показано в предыдущем параграфе, на самом деле следует ожидать, что пылинки нагреты до температуры $T_n \sim 600^\circ\text{K}$. Даже при частичной аккомодации с коэффициентом $\bar{a} \sim 0,25$ получается

$T_{\text{огр}} \sim 150^\circ\text{K}$. По мере приближения скорости пылинок к скорости газа T_p убывает, а $T_{\text{огр}}$ стремится не к нулю, а к величине $\bar{a}T_n$. Следовательно, в цитируемой работе сильно недооценена роль рассеянных молекул. Во всех трех работах по разным причинам занижена эффективность ускорения пылинок в ОЯО. Более правильные результаты получаются путем численного интегрирования уравнения /38/, которое из вычислительных соображений удобно преобразовать к виду

$$\frac{d(\tilde{V}^2)}{d \ln r} = \frac{r_g}{r} \left[\beta \frac{S}{M} \left(\frac{3}{10} C_D' S(\theta) + A \right) - B \right]. \quad (\text{Ш. 4.39})$$

Здесь введены: безразмерная скорость пылинки

$$\tilde{V} = V / \sqrt{5RT_0}, \quad (\text{Ш.4.40})$$

безразмерный параметр, определяющий эффективность увлечения,

$$\beta = \frac{(\rho_n + \rho_p) r_g}{a \delta} M_0, \quad (\text{Ш. 4.41})$$

безразмерный параметр, характеризующий эффективность притяжения ядра,

$$B = \frac{8\pi G r_g^2 \bar{\rho} m}{15kT_0}, \quad (\text{Ш.4.42})$$

безразмерная величина

$$\theta = \sqrt{\pi/T_0}, \quad (\text{Ш. 4.43})$$

определяемая дифференциальным уравнением

$$\frac{d\theta}{d \ln r} = \theta \frac{\frac{2}{3} M^2}{1 - M^2}. \quad (\text{Ш. 4.44})$$

Безразмерная переменная

$$A = \frac{2\sqrt{\pi} \rho_n}{5(\rho_n + \rho_p) \sqrt{T_0}} \sqrt{\bar{a}_g T_n + (1 - \bar{a}_g) T_p}. \quad (\text{Ш. 4.45})$$

Число Маха подчиняется уравнению (Ш.2.14), а

$$S = M \sqrt{\frac{5}{\beta}} - \frac{\tilde{V}}{\theta} \sqrt{\frac{5}{2}}. \quad (\text{Ш. 4.46})$$

Уравнение /39/ позволяет предсказать один интересный эффект. Проследим за ходом величин с удалением от ядра. Так как θ и S при этом убывают, A стремится к постоянному значению, а M увеличивается, то первое слагаемое в квадратных скобках выражения /39/ монотонно уменьшается и может стать меньше константы B .

Возможны различные варианты последствий такого события. Первый вариант тривиален. Если сила, ускоряющая пылинку, меньше веса пылинки на самой поверхности ядра, то пылинка не уносится в атмосферу. Этот случай рассмотрен в гл. I. Второй вариант состоит в том,

что сила, действующая на пылинку, изменяет знак тогда, когда та уже обладает положительной полной энергией относительно ядра. В результате пылинка остается на инфинитной траектории (ушла бы на бесконечность, если бы не было притяжения Солнца), только скорость ее выхода в хвост оказывается несколько уменьшенной из-за притяжения ядра.

При подходящем соотношении между параметрами β и B мы имеем дело с третьим, наиболее интересным вариантом, когда сила изменяет знак при отрицательном значении полной энергии пылинки. По инерции пылинка продолжает двигаться от ядра, но скорость ее уменьшается. Затем она останавливается, после чего движется к ядру. В конце концов после нескольких колебаний пылинка неподвижно повиснет на некотором расстоянии от ядра подобно шарик, висящему в струе фонтана. Разумеется, этот эффект возможен только для крупных частиц.

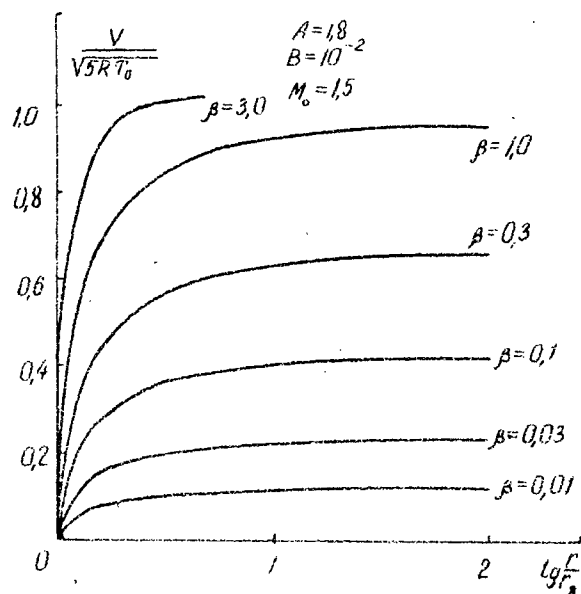


Рис.11. Ускорение пылинок газовым потоком.

Результаты численного интегрирования уравнения движения пылинки в слабозапыленной ОиО приведены на рис.11.

В рамках теории слабозапыленных атмосфер можно также рассмотреть вопрос о гранулометрическом составе пылинок. Из различия ускорений пылинок в поперечном сечении пылевых хвостов давно сде-

лан вывод о полидисперсности пылевой компоненты кометных атмосфер. Информация о гранулометрическом составе, т.е. о распределении пылинок по размерам, содержится в распределении яркости пылевого хвоста [130,143]. Однако до сих пор известна лишь одна попытка извлечения этой информации непосредственно из наблюдений, предпринятая М.Финсоном и Р.Пробштейном [130, 143]. Эта работа, безусловно, интересная в методическом отношении, содержит произвольные допущения и ошибки, делающие конкретные результаты сомнительными. Объектом анализа А.Финсона и Р.Пробштейна была выбрана комета Аренда-Ролана 1957 III, у которой из-за условий проекции накладывались друг на друга плазменный и пылевой хвосты. Так как для анализа использовалось распределение яркости в желтых лучах, авторы считали, что фотометрическая структура хвоста создана исключительно пылью, а эмиссия ионов полностью задержана желтым светофильтром.

В доказательство ошибочности этого предположения можно привести следующее соображение. 26 апреля 1957 г. Земля проходила через плоскость кометной орбиты. На снимках, полученных в этот момент [142, 151], плазменный и пылевой хвосты видны раздельно. Часть пылевого хвоста проектировалась на небо в виде узкой спицы, направленной к Солнцу (псевдоаномальный хвост), другая часть составляла продолжение этой спицы на фоне широкого плазменного хвоста. В этот момент оптическая толща плазменного и пылевого хвостов была максимальной и оба они имели сравнимую яркость. Так как пылевой хвост значительно тоньше плазменного, то с приближением картинной плоскости к плоскости орбиты оптическая толща пыли, и поэтому ее вклад в поверхностную яркость хвоста, уменьшается сильнее, чем вклад плазмы. Следовательно, можно утверждать, что фотометрические данные, на которых основана работа [130], не подходят для решения поставленной задачи.

Другим недостатком этой работы, так же, как и работы [73], является предположение о сферически симметричном истечении пылинок из околоядерной области. Быстрое вращение ядра, на которое ссылаются авторы, приведет к цилиндрической, а не к сферической симметрии распределения температуры по поверхности ядра*. Следовательно, эмиссионная способность ядра, резко зависящая от температуры, также будет цилиндрически симметричной. При этом в общем случае плоскость орбиты не является плоскостью симметрии распре-

*Ход температуры по поверхности ядра рассчитывали П.Егубков [33] и З. Секанина [156].

деления температуры и эмиссионной способности по поверхности ядра. Для приближения к сферической симметрии необходимо не только быстрое вращение, но и быстрая прецессия ядра с углом прецессии, близким к 90° , что невозможно из-за отсутствия значительного момента внешних сил, приложенного к ядру. Нарушение сферической симметрии источника несущественно для газовой составляющей атмосферы. Траектории молекул вблизи ядра — ломаные линии (излом — столкновение), постепенно заполняющие сферу. Траектории пылинок вблизи ядра — почти прямые, ортогональные к поверхности ядра. Диффузия траекторий вследствие броуновского движения крайне незначительна. Поэтому пыль, вынесенная в атмосферу с поверхности ядра, распределена вблизи ядра всегда несимметрично. Разумеется, это не относится к пыли, которая образуется из газа ОЮ путем конденсации или полимеризации, — в таком случае распределение пыли охранит некоторые черты распределения газа, в том числе сферическую симметрию.

Кроме того, работа [148] содержит принципиальную ошибку в определении начальных скоростей пылинок. Рассматривая формирование полидисперсного пылевого хвоста, авторы пользуются данными о начальных скоростях пылинок, полученными решением задачи о течении газо-пылевой среды с монодисперсной пылью [73]. Это допустимо в случае слабой запыленности кометной атмосферы. В противном случае (а авторы приходят именно к выводу о сильной запыленности атмосферы кометы 1957 III) движение пылинок различных размеров нельзя рассматривать независимо, так как оно самосогласовано с движением и с термодинамикой общей газовой компоненты. Ранее уже отмечены другие ошибки, допущенные Простейным при решении задачи о течении газо-пылевой среды в ОЮ: неучет разогрева пылинок солнечной радиацией и использование неверного выражения для температуры восстановления, не удовлетворяющего условию (34).

К исследованию гранулометрического состава пыли можно подойти и с другой стороны, попытавшись вывести распределение пылинок по размерам не из наблюдений, а из физических условий в ОЮ, и проследить влияние этих условий на гранулометрический состав [104]. Так как вопрос о происхождении кометной пыли следует считать открытым, то целесообразно рассмотреть поведение пыли различной природы. Пыль, являющуюся частью субстрата, сморзшегося в кометное ядро, будем в дальнейшем называть внутриядерной. Пыль, образованную непосредственно в ОЮ в результате конденсации паров тугоплавких веществ, в соответствии с гипотезой А.З. Долгинова [29], назо-

вем конденсационной. Кроме того, как уже говорилось, в ОЮ возможна полимеризация непредельных углеводородов под действием солнечной радиации. Такую пыль в дальнейшем будем называть фотополимеризационной, или просто полимеризационной. (Фотополимеризация отличается от конденсации тем, что при этом объединяются молекулы легкоплавкого вещества, образуя нелетучее высокомолекулярное соединение — полимер.)

Решая задачу о распределении пылинок по радиусам, будем исходить из следующих предположений. Рассматриваем стационарное течение вещества в ОЮ. Считаем, что пылинки движутся строго радиально. Это предположение оправдано тем, что масса пылинки значительно превышает массу молекулы, и поэтому пылевая составляющая не успевает релаксировать к равномерному распределению энергии по степеням свободы. Концентрацию пылинок считаем достаточно малой для того, чтобы пренебречь столкновениями пыль — пыль и процессом коагуляции.

Рассматривая гранулометрический состав внутриядерной пыли, учтем, что во время движения пылинки сквозь ОЮ на ней оседает некоторое количество тугоплавкой компоненты. Наша задача — установить, как при этом меняется гранулометрический состав. Прежде всего выясним, какие вещества потенциально способны к конденсации на пылинках, нагретых до температуры $T_n \sim 600^\circ\text{K}$. Для этого сравним плотность насыщенных паров при температуре пылинки с реально существующей плотностью тугоплавких веществ. Под тугоплавкими в данном случае понимаем вещества, которые находятся при 600°K в конденсированном состоянии. Из наблюдаемых в кометных атмосферах веществ к тугоплавким относятся углерод и большинство металлов: никель, железо, медь, хром, алюминий, марганец, кальций и магний. Эти металлы могут находиться в твердом состоянии в равновесии со своим насыщенным паром. Калий и натрий при температуре пылинки могут находиться только в жидкой фазе.

Давление насыщенного пара над сферической пылинкой отличается от давления над плоской поверхностью и определяется соотношением

$$\lg p_n = A - \frac{B - Ca^{-1}}{T_n}, \quad (\text{ш. 4.47})$$

где A , B и C — константы, приведенные в табл. 8. Константа C связана с поверхностным натяжением вещества σ соотношением

$$C = 0,434 \cdot \frac{\lambda \alpha m}{\alpha k T_n \delta}$$

(Ш. 4.48)

Нетрудно убедиться, что из-за высокой теплоты сублимации роль поверхностного натяжения в металлических пылинках мала. В табл.8 приведены оценки порядка плотности при температуре 600°K. Из этих оценок следует, что никель, железо, медь, хром, алюминий и марганец

Т а б л и ц а 8

Металл	A	B	$10^{40}C$	$T_{\text{пл}}$ при 600°	Тройная точка (°C)
Никель	13,4	22000	1,2	-10	1453
Железо	12,8	20000	1,3	-7	1539
Медь	12,4	17300	0,98	-4	1083
Хром	13,0	17600	1,2	-3	1903
Алюминий	12,1	15600	0,92	-1	660,1
Марганец	12,4	14100	1,3	2	1220
Кальций	11,2	9600	1,1	8	850
Магний	12,4	7740	0,8	12	651
Натрий	10,7	5400	0,5	15	97,8
Калий	10,5	4500	0,4	16	63,6

нец, если только они наблюдаются в спектре кометы, обязательно переосыщены. Ненасыщенные и насыщенные пары этих элементов наверняка находятся за пределами возможности наблюдений. Сильная пересыщенность углерода была убедительно аргументирована А.З.Долгиновым [29]. Щелочные и щелочноземельные металлы, наоборот, обладают настолько большой плотностью насыщения, что если бы их пары были близки к насыщению, свечение кометы почти целиком состояло бы из их эмиссий. Отсюда следует, что пары калия, натрия, магния и кальция весьма далеки от насыщения.

Можно утверждать, что пары щелочных и щелочноземельных металлов неспособны к конденсации на пылинках в большей части ОЯО. Если же вкрапления этих металлов входят в состав внутриядерной пыли, атомы металлов перейдут в газовую фазу. Это свойство присуще и соединениям щелочных металлов. Например, для NaOH A=10,55, B=7520, для NaCN соответственно 10,60 и 8150, для NaCl 11,46 и 9420. Возможность перехода натрия и его аналогов в газовую фазу из пылинок — очень интересное обстоятельство. По-видимому, именно этим и объясняются аномалии в распределении натрия в атмосферах

комет: чрезмерная протяженность свечения в хвост, значительно превышающая пробег атома до ионизации, и смещение максимума яркости в сторону Солнца. Последний факт — прямое следствие анизотропии истечения пыли из ядра. Анизотропность истечения и поворот траекторий под действием лучевого давления, как отметил О.В.Добровольский, не влияют на положение максимума яркости, если натрий выделяется непосредственно с поверхности ядра. В этом случае причина падения яркости с удалением от ядра — геометрическое расширение потока. Если же натрий или соединение, из которого он образуется, выделяется пылинками, то с падением яркости, вследствие расширения, конкурирует противоположный процесс — роот яркости по мере образования натрия в газовой фазе. В результате максимум яркости смещается в сторону движения потока пыли, т.е. к Солнцу.

Убедившись, что многие вещества, среди которых самое распространенное — углерод, способны конденсироваться на пыли, рассмотрим изменение гранулометрического состава пылинок при движении в ОЯО. Как уже говорилось, внутриядерная природа пыли исключает сферическую симметрию источника. Однако предположение о радиальности скоростей пылинок позволяет рассматривать ОЯО как совокупность конических подобластей, в каждой из которых действует свой источник пыли. Так как формально течение вещества в трубе конического профиля описывается теми же уравнениями, что и сферически симметричное течение, можно считать функцию распределения пылинок по радиусам зависящей только от радиальной координаты. Вне области, где происходит процесс установления скорости пылинки и, вероятно, процесс распада пылевых агрегатов [38], функция распределения $f(r, a)$ удовлетворяет кинетическому уравнению

$$V \frac{\partial}{\partial r} (Fr^2) + \frac{da}{dt} \cdot \frac{\partial}{\partial a} (Fr^2) = \quad (Ш. 4.49)$$

$$= \tau_0^2 V_0 f_0(a) \delta(r - \tau_0),$$

где τ_0 — граница области, рассматриваемой как источник пыли, V_0 — скорость, соответствующая координате τ_0 .

Скорость изменения радиуса пылинки описывается уравнением конденсации

$$\frac{da}{dt} = Kn < V_{0TH} >, \quad (Ш. 4.50)$$

где n — концентрация молекул тугоплавкой компоненты, K — коэффициент, выражающийся через массу конденсирующейся молекулы (или атома) m , коэффициент прилипания α и плотность δ вещества пылинки (конденсата), —

$$K = \alpha \frac{m}{\delta} \quad (\text{Ш. 4.51})$$

Средняя относительная скорость молекулы по отношению к пылинке

$$\langle v_{отн} \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{m}} \left[\frac{1}{2} e^{-S^2} + \left(\frac{1}{2S} + S \right) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf} S \right], \quad (\text{Ш. 4.52})$$

где обозначения те же, что и в /31/.

Из закона сохранения вещества следует, что концентрация тугоплавкой компоненты подчиняется уравнению

$$\frac{d(nr^2)}{dr} = -4\pi\alpha nr^2 \langle v_{отн} \rangle \int_{a_{мин}(r)}^{a_{макс}(r)} a^2 F(r,a) da + \frac{n_1 r^2}{\tau_1}, \quad (\text{Ш. 4.53})$$

где n_1 — концентрация родительских молекул, τ_1 — время их жизни. Решение уравнения /50/ при $V = \text{const}$ имеет вид

$$F = \frac{r_0^2}{r^2} F_0 \left\{ a - \frac{K}{V} \int_{r_0}^r n \langle v_{отн} \rangle dr \right\}. \quad (\text{Ш. 4.54})$$

Если учесть зависимость $V(a)$, то вместо /54/ получится

$$F = \frac{r_0^2}{r^2} F \left\{ \int_{r_0}^a V(a) da - K \int_{r_0}^r n \langle v_{отн} \rangle dr \right\}. \quad (\text{Ш. 4.55})$$

Как видно из полученного решения, эффект конденсации заключается в том, что все пылинки увеличиваются в размерах на одну и ту же величину в приближении /54/ или большие пылинки увеличиваются сильнее согласно /55/. В первом случае функция распределения пылинок по радиусам, сохраняя форму, сдвигается в сторону больших радиусов, во втором кроме этого происходит изменение зависимости $F(a)$ — пылевая компонента обогащается тяжелыми частицами. Заметим, что в силу малости константы C в выражении для плотности насыщенных паров /47/ все внутриядерные пылинки являются устойчивыми зародышами конденсации, поэтому явления перегонки, т.е. ситуации, когда мелкие пылинки тают, а их вещество осаждается на крупных, не возникает.

Для расчета роста пылинки необходимо совместно с уравнениями /39/ и /44/ интегрировать уравнение, описывающее изменение радиуса в зависимости от расстояния до центра ядра:

$$\frac{da}{dr} = \frac{m_r n_r}{4V\delta} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_r}} \left[\frac{1}{2} e^{-S_r^2} + \left(\frac{1}{2S_r} + S_r \right) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf} S_r \right]. \quad (\text{Ш. 4.56})$$

Чем больше радиус пылинки, тем дальше находится она в пределах ОЯО. Следовательно, наименьшее приращение испытают радиусы самых мелких частиц. Оценим его величину. Учитывая, что в самых внутренних частях ОЯО образуется наиболее обильный из тугоплавких веществ — газообразный углерод и здесь же устанавливается почти постоянная скорость течения газа и пыли, можно принять в (56)

$S_r \approx 0$. В области постоянной скорости течения можно пользоваться асимптотическими выражениями для хода плотности и температуры

$$n_r = \frac{n_0 r_0^2}{r^2} \quad (\text{Ш. 4.57})$$

и

$$T = \frac{T_0 r_0^{4/3}}{r^{4/3}}. \quad (\text{Ш. 4.58})$$

В результате получаем

$$\Delta a = \frac{n_r n_{от} r_0^{10/3}}{4V\delta} \int_{r_0}^{\infty} \sqrt{\frac{8kT_0}{\pi m_r}} \cdot \frac{dr}{r^{10/3}} \quad (\text{Ш. 4.59})$$

или, учитывая, что

$$V \approx \sqrt{\frac{8kT_0}{m}}, \quad (\text{Ш. 4.60})$$

оценку ($\delta \approx 2,5 \text{ г/см}^3$)

$$\Delta a \approx 10^{-24} n_{от} r_0. \quad (\text{Ш. 4.61})$$

При $n_0 \sim 10^{12}-10^{13} \text{ см}^{-3}$, $r_0 \sim 10^6 \text{ см}$ получается приращение радиуса пылинки того же порядка, что и обычно приписываемые кометным пылинкам. Качественная особенность результирующего распределения пылинок внутриядерного происхождения, таким образом, заключается в том, что распределение пылинок по радиусам всегда обрезано со стороны малых радиусов. Это следует из того, что в хвосте не должно быть частиц, радиус которых меньше $a_{мин} + \Delta a$.

Рассмотрим теперь гранулометрический состав пылинок конденсационного происхождения. В отличие от внутриядерной конденсационной пыль распределена в атмосфере почти сферически симметрично.

Наиболее существенное отклонение от сферической симметрии в области тени за ядром, которая постепенно замыкается за счет межмолекулярных столкновений. Функция распределения конденсационных пылинок подчиняется кинетическому уравнению

$$V \frac{\partial}{\partial r} (Fr^2) + Kn \langle v_{отн} \rangle \frac{\partial}{\partial a} (Fr^2) = \frac{nr^2}{\tau} \delta(a). \quad (\text{Ш. 4.62})$$

Оно отличается от уравнения /49/ функцией источника. Выражение в правой части уравнения /49/ отличается от нуля только на поверхности ядра. В данном случае источник пыли не поверхностный, а

объемный. Считается, что центрами конденсации являются ионы. Величина τ в правой части /62/ есть среднее время жизни нейтрала до ионизации. По этой же причине концентрация нейтралов стоит в выражении для источника в первой степени. Если бы зародышами конденсированной фазы были многоатомные комплексы, то концентрация нейтралов стояла бы в степени, равной кратности столкновения, дающего устойчивый зародыш. Принято также, что всякий зародыш конденсации может рассматриваться как пылинки нулевого радиуса.

Нетрудно убедиться в том, что ролью многоатомных комплексов в условиях ОЯО действительно можно пренебречь. Среднее время между двумя тройными столкновениями можно оценить по формуле /20/:

$$\tau_3 = \frac{1}{2\sqrt{\pi} \sigma_p^{5/2} n^2 \bar{v}}. \quad (\text{Ш. 4.63})$$

Здесь σ_p — газокинетическое сечение, $\bar{v}$ — средняя скорость молекулы. Грубо говоря, тройные столкновения происходят во столько раз реже парных, во сколько раз объем молекулы меньше объема, который приходится в газе на одну молекулу. Подстановка значений $n \sim 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $\sigma_p \sim 10^{-16} \text{ см}^2$, $\bar{v} \sim 10^4 \text{ см/сек}$ дает величину $\tau_3 \sim 10^4 \text{ лет}$.

Так как в рассматриваемом случае в пыль конденсируется газ, движущийся с радиальной скоростью u , пылинки в силу закона сохранения импульса будут двигаться с той же скоростью. Это означает, что вдоль траектории пылинки $S_T = 0$ и

$$\langle v_{отн} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{\pi m}}. \quad (\text{Ш. 4.64})$$

Решая уравнение /62/, получим

$$F(r, a) = \frac{1}{u \tau r^2} \int_{r_0}^r n(r_i) r_i^2 \delta\left(a - \frac{K}{u} \int_{r_i}^r n \langle v_{отн} \rangle dr\right) dr_i. \quad (\text{Ш. 4.65})$$

Так как

$$\delta\left(a - \frac{K}{u} \int_{r_i}^r n \langle v_{отн} \rangle dr\right) = \frac{u \delta(r_i - r_*)}{K n(r_*) \langle v_{отн} \rangle}, \quad (\text{Ш. 4.66})$$

где r_* — корень уравнения

$$a - \frac{K}{u} \int_{r_*}^r n \langle v_{отн} \rangle dr = 0, \quad (\text{Ш. 4.67})$$

то

$$F(r, a) = \frac{r_*^2 \sigma(r_* - r_0)}{r^2 K u \langle v_{отн} \rangle}. \quad (\text{Ш. 4.68})$$

σ — функция Хевисайда — в последнем выражении отражает отсутствие среди пылинок частиц, радиус которых превышает величину

$$a_{max} = \frac{K}{u} \int_{r_0}^r n \langle v_{отн} \rangle dr. \quad (\text{Ш. 4.69})$$

Именно до такого размера вырастают пылинки, зародившиеся у поверхности источника (т.е. в отличие от предыдущего случая распределение пылинок по радиусам обрезано со стороны больших радиусов).

Так как в выражение /68/ входит функция $n(r)$, то уравнения /67/ и /68/ должны решаться совместно с уравнением распада родительских молекул

$$\frac{d(n_0 r^2)}{dr} = -\frac{n_0 r^2}{\tau_1} \quad (\text{Ш. 4.70})$$

и уравнением, описывающим пространственный ход концентрации конденсирующегося газа, т.е. уравнением /53/. В строгой постановке задача сводится к решению двух нелинейных интегральных уравнений, в одно из которых входит только $n(r)$, а в другое — только $F(r, a)$.

Однако качественное представление о влиянии законов изменения плотности и температуры тугоплавкой составляющей на гранулометрический состав пыли можно получить значительно проще.

Аппроксимируем ход плотности и относительной скорости обратно-степенными зависимостями:

$$n = n_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\bar{m}} \quad (\text{Ш. 4.71})$$

и

$$\langle v_{отн} \rangle = v_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\bar{n}}. \quad (\text{Ш. 4.72})$$

Решение уравнения /67/ имеет вид

$$\frac{r_*}{r_0} = \left[\frac{\bar{m} + \bar{n} - 1}{K n_0 r_0 v_0} a + \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\bar{m} + \bar{n} - 1} \right]^{-\frac{1}{\bar{m} + \bar{n} - 1}}. \quad (\text{Ш. 4.73})$$

По своему физическому смыслу величина r_* есть координата зарождения пылинки. Очевидно, что максимальный радиус

$$a_{max} = \frac{K n_0 r_0 v_0}{\bar{m} + \bar{n} - 1} \left[1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\bar{m} + \bar{n} - 1} \right] \quad (\text{Ш. 4.74})$$

приобретут пылинки, зародившиеся на поверхности источника. Подстановка выражения /73/ в /68/ дает

$$F(r, a) = \frac{r_0^2}{r^2 K v_0} \left[\frac{(\bar{m} + \bar{n} - 1) u}{K n_0 r_0 v_0} a + \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\bar{m} + \bar{n} - 1} \right]^{-\frac{\bar{m} + 2}{\bar{m} + \bar{n} - 1}} \sigma(a - a_{max}). \quad (\text{Ш. 4.75})$$

Асимптотически при $r \rightarrow \infty$

$$F(\eta, a) \sim r^{-2} a^{\frac{\bar{m}+2}{\bar{m}+\bar{n}-1}}, \quad (\text{Ш. 4.76})$$

т.е. получается обратно-степенной закон распределения пылинок по радиусам.

При образовании конденсирующегося газа из быстро распадающихся родительских молекул, т.е. при $\bar{m} = 2$ и $\bar{n} = 2/3$, в приближении слабой запыленности получается

$$F \sim a^{-8/5}. \quad (\text{Ш. 4.77})$$

Известно, что в метеорном веществе типичный закон распределения частиц по радиусам имеет вид $F \sim a^{-4}$. Выражение /76/ дает этот результат при $\bar{n} = 2 - \frac{4}{3} \bar{m}$. При бесконечно малом времени образования или при испускании конденсирующихся молекул непосредственно из ядра $\bar{m} = 2$, т.е. требуется $\bar{n} = 2/3$, что означает нагрев газа с удалением от ядра по закону $T \sim r^{4/3}$. В слабозапыленной атмосфере такая ситуация, т.е. нагрев газа в области, где распад родительских молекул и, следовательно, диссоциативный нагрев уже прекратился, невозможна.

Если же учесть, как это делалось в работе /29/, конечность времени жизни родительских молекул τ_1 , то

$$n = \frac{n_0 r_0^2}{r^2} e^{-\frac{r-r_0}{u\tau_1}} (1 - e^{-\frac{r-r_0}{u\tau_1}}). \quad (\text{Ш. 4.78})$$

Пылинки, образовавшиеся в диапазоне расстояний

$$r_0 \ll r \ll u\tau_1, \quad (\text{Ш. 4.79})$$

росли в условиях, когда плотность падала по закону

$$n \sim \frac{1}{r}. \quad (\text{Ш. 4.80})$$

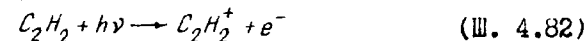
В этом случае при адиабатическом охлаждении с удалением от ядра $T \sim r^{-4/3}$, поэтому

$$F \sim a^{-4}. \quad (\text{Ш. 4.81})$$

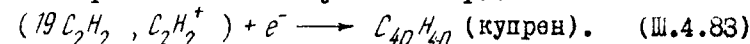
По-видимому, именно такая ситуация и встречается наиболее часто в кометах.

Рассмотрим теперь пыль полимеризационного происхождения. Ненасыщенные углеводороды способны к радиационной полимеризации и фотополимеризации в газовой фазе. Хорошо изученным примером процесса этого типа является образование купрена или алпрена в облучаемом газообразном ацетилене. Ацетилен почти наверное есть в ОЮ всех комет, так как иначе трудно объяснить появление эмиссии C_2 даже на больших гелиоцентрических расстояниях.

Для интерпретации данных лабораторных экспериментов был предложен /85/ следующий механизм. После образования молекулярного иона ацетилена по реакции

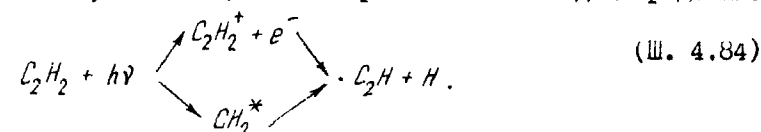


к нему в последовательных столкновениях прилипают до двадцати молекул нейтрального ацетилена — образуется ионная ассоциация, нейтрализующаяся с образованием молекулы полимера:

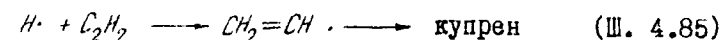


Заметим, что в условиях ОЮ в отличие от условий лабораторного эксперимента центром ассоциации может быть необязательно молекулярный ион ацетилена.

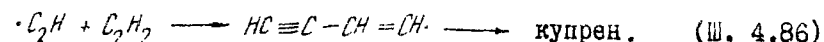
Кроме механизма /82/-/83/, рассматривался механизм радикальной полимеризации, начинающийся с образования свободных радикалов



Каждый свободный радикал начинает цепную реакцию по схеме



или



Рост полимера прекращается с уничтожением свободной валентности (обрыв цепи), однако наличие различных примесей в атмосферах комет может привести к продолжению роста пылинки.

Известно, что при полимеризации ацетилена кроме купрена образуется бензол. Однако наличие капелек бензола в ОЮ маловероятно, так как критическая температура его составляет 563°K. Если бензол и есть в ОЮ, то только в виде паров, весьма далеких от насыщения.

В заключение отметим, что начало роста полимеризационной пылинки так же, как и конденсационной, не требует кратных столкновений. Полимеризация начинается с образования иона или радикала, поэтому образование полимерных пылинок подчиняется тому же самому кинетическому уравнению /62/, что и образование конденсационных. Следовательно, все сказанное относительно конденсационных пылинок, в равной мере справедливо для пылинок, образовавшихся путем полимеризации.

Рассмотрев основные закономерности течения газа в околоядерной области, убеждаемся, что в адиабатическом приближении трудно ожидать каких-либо интересных особенностей, проявляющихся в фотометрической структуре головы кометы. Наиболее существенный газодинамический эффект — самоускорение газового потока из-за перекачки части тепловой энергии в энергию поступательного движения. Однако течение газа в ОЯО не всюду адиабатическое. Существуют причины, вызывающие нагрев газа. Кроме экзотермических химических реакций соединения, рассмотренных в работах [29, 110], реализующихся при особом химическом составе, возможны два механизма нагрева, действующих почти всегда.

Первый из них сопровождается диссоциацией молекул. Причина диссоциативного нагрева в том, что сечение диссоциации максимально не при энергии фотона, в точности равной энергии диссоциации, а при энергии, на 1–2 эв большей. Избыточная энергия частично расходуется на возбуждение диссоциатов, частично переходит в кинетическую энергию их движения. Например, более 20% энергии, поглощенной парами воды, идет на нагрев газа ОЯО. Следовательно, в зоне распада родительских молекул обязательно растет энтальпия торможения. Диссоциативный нагрев прекращается с распадом всех молекул, диссоциация которых более вероятна, чем ионизация.

Второй механизм нагрева связан с наличием пыли в атмосфере кометы. Поглощая большинство солнечных фотонов в видимой и фиолетовой областях спектра, пылинки излучают в инфракрасном диапазоне. Так как при этом собственный размер пылинки оказывается меньше длины волны излучаемого света, коэффициент излучения ее снижается в соответствии с теорией дифракции. Для того чтобы высветить всю поглощаемую энергию (как показали оценки, вклад других механизмов энергообмена пренебрежимо мал), пылинки должны нагреться до температуры 600–700°К. Молекулы ОЯО, сталкиваясь с такой горячей пылинкой, отскакивают от нее с увеличенной кинетической энергией. Для существенного нагрева необходима концентрация пыли более 10 см⁻³. Передача тепла от солнечной радиации к газу ОЯО через пыль значительно эффективнее прямой передачи тепла молекулам по схеме возбуждение — неупругий удар второго рода. Этот механизм нагрева при сильной запыленности действует в большей части ОЯО, чем диссоциативный.

Если в адиабатических ОЯО законы газовой динамики предписывали строго определенный режим течения, в котором убывают плотность, давление, температура и увеличиваются скорость и местное число Маха (всюду $M > 1$), то в неадиабатических условиях появляется значительное разнообразие режимов течения, отличающихся пространственным ходом параметров потока. Изложенный здесь метод качественного анализа неадиабатических течений с постоянными теплоемкостями позволяет уяснить особенности различных режимов течения и возможные переходы между ними.

При нагреве возможны пять дозвуковых и пять сверхзвуковых режимов. Еще один, одиннадцатый, дозвуковой режим возможен при охлаждении газа, однако при истечении вещества в окружающий вакуум этот режим реализоваться не может. Неадиабатичность придает потоку несколько интересных особенностей. Некоторые из них могут проявиться в фотометрической структуре ОЯО. Кроме того, что нагрев газа иногда приводит к повышению температуры (не всегда, а только в случае, если подводимого тепла хватит на компенсацию понижения температуры, вызванного расширением), в некоторых условиях возможно появление участков с инверсным ходом плотности, т.е. ситуации, когда плотность увеличивается с удалением от ядра. Уже замедление падения плотности по сравнению с наиболее частым случаем $\rho \sim r^{-2}$ приводит к отклонению распределения поверхностной яркости от закона $I \sim R^{-1}$. Грубо говоря, показатель степени в обратно-степенной аппроксимации РПЯ всегда на единицу меньше, чем в законе падения плотности, поэтому замедление падения плотности до закона $\rho \sim r^{-1}$ приведет к тому, что на изображениях ОЯО появится область равно постоянной яркости. Если же плотность в силу неадиабатичности падает медленнее, чем по закону $\rho \sim r^{-1}$, то на изображении кометы появится участок, на котором яркость увеличивается с удалением от ядра.

Аномальный ход поверхностной яркости проявляется еще резче, если в ОЯО возникает ударная волна. В настоящей главе рассмотрен случай стационарного неадиабатического течения, из которого следует возможность образования стационарной (неподвижной относительно ядра) ударной волны, фронт которой движется к ядру относительно газоразно с такой скоростью, с какой газовый поток сносит его наружу. Извне такая картина наблюдалась бы как галос.

Существуют и другие точки зрения на механизм образования галосов. Согласно первой галос интерпретируется как процесс внезап-

ного сброса пылевой корки из-за повышения давления на границе раздела лед – пылевая корка. На самом деле такое явление по ряду причин невозможно. Если почему-либо давление под пылевой коркой значительно возрастает, в поверхностно-дисперсном слое образуются многочисленные каналы, через которые удалится избыток газа. Сброс же корки как единого целого требует трудно выполнимого в кометных ядрах условия: отрыв корки целиком должен быть энергетически выгоднее, чем прорыв ее в отдельных местах. Экспериментально и теоретически доказано, что сброс именно пылевого слоя с поверхности ядра единым актом исключается. Единственный случай, когда этот процесс возможен, – экспериментально обнаруженное Е.А.Каймаковым и В.И.Шарковым [38,39] явление сброса соляной матрицы. В этих экспериментах существенно, что собственный вес матрицы почти не играет роли. Силы сцепления между отдельными частицами в матрице должны значительно превосходить силу сцепления матрицы со льдом (или, что то же самое, энергия разрыва матрицы значительно больше энергии ее отрыва от поверхности льда). Эксперименты проводились со сравнительно небольшими размерами поверхности льда. Было бы интересно выяснить, какова предельная поверхность матрицы, которая сбрасывается как единое целое.

Вторая гипотеза о природе галосов связывает их с накоплением в поверхностном ледяном слое свободных радикалов. После достижения критической концентрации происходит рекомбинация радикалов с выделением энергии – поверхностный взрыв на ядре. В таком виде схема поверхностного взрыва немедленно приходит в противоречие с наблюдениями: выделение энергии произойдет не одновременно на поверхности всего ядра, следовательно, взрыв не образует сферически симметричной оболочки*.

Гипотеза об образовании галоса вследствие конденсации газа в пыль не подходит, так как в ее рамках трудно объяснить существование резкого внешнего края галосов и другие факты, например значительное расстояние внутреннего края от ядра (углерод сильно переизбыщен практически во всей ОЯО, конденсация начинается почти у самого ядра), расширение галоса без смещения центра в сторону хвоста

Рассмотренная в настоящей главе схема интерпретации галоса как участка с аномальным ходом плотности (в частности, ударный фронт), лишена многих трудностей, поскольку в нее укладываются такие явления, как совершенно неподвижные галосы, постоянно концентричные ядру; галосы, пересекаемые струями и другими образова-

* В гл. I показано, как следует изменить гипотезу о поверхностном взрыве, чтобы устранить это противоречие.

ниями. В то же время нет оснований отбрасывать возможность образования галоса путем синхронизированного вспрыска космических лучей поверхностного взрыва. Эти два механизма не являются взаимно исключющими – вполне может оказаться, что наблюдаемые галосы вызваны как той, так и другой из названных причин.

В главе подробно рассмотрено течение газа с диссоциативным нагревом. Поскольку в диссоциирующем газе изменяются теплоемкости и средний молекулярный вес смеси, течение этого типа в общем случае не может быть проанализировано с помощью $M-w$ -диаграммы (оно содержит дополнительный параметр – степень диссоциации). Оценки показали, что диссоциативный нагрев – важный эффект в тех случаях, когда ОЯО содержит большое количество паров воды. В результате диссоциативного нагрева температура газа может возрасти на порядок; в несколько раз возрастает и радиальная скорость газа.

В случае гиперзвукового течения задача о движении газа с диссоциативным нагревом упрощается и допускает аналитическое решение (в отдельных случаях) и анализ с помощью $M-w$ -диаграммы. В частности, оказывается возможным течение, в котором число Маха убывает с удалением от ядра по закону $M \sim r^{-1/2}$. Так как формально на бесконечности течение всегда сверхзвуковое с увеличивающимся числом Маха, в подобном случае следует ожидать различных аномалий распределения плотности в той области, где течение изменяет режим для согласования с условиями на бесконечности. Здесь возможен скачкообразный переход в дозвуковой режим с последующим плавным переходом к сверхзвуковому. Возможность непрерывного перехода через звуковую точку – общее свойство всех течений с подводом тепла.

Газодинамический характер течения проявляется в том, что скорость газа увеличивается с расстоянием от ядра. Если отклонение от адиабатичности невелико, то аномалий в распределении плотности не возникает. Однако самоускорение потока необходимо учитывать, рассматривая поведение пылевых частиц в ОЯО. Если вклад пыли в поток вещества и импульса пренебрежимо мал, можно рассматривать движение каждой пылинки независимо от всех остальных. Как показал учет газодинамического характера течения и свободно-молекулярного обтекания пылинки газом, пылевые частицы ускоряются быстрее и до больших скоростей, чем это получается в предположении моноскоростного течения [54]. Процесс ускорения пылинок заметно усиливается за счет того, что они нагреты до температуры $T_n \sim 600^\circ\text{K}$. Чем дальше

пылинка от ядра, тем относительно большую долю импульса она приобретает за счет отскока падающих молекул со скоростью, в среднем превышающей скорость падения молекулы на пылинку.

Взаимодействие газовых молекул с пылинками не сводится только к ускорению последних. В ОЯО комет присутствуют сильно пересыщенные пары углерода, железа, никеля, меди, хрома, алюминия и марганца. Следовательно, эти вещества будут осаждаться на пылинках. Как показало решение кинетического уравнения роста пылинок, последние увеличиваются в размере на величину, обычно принимаемую в качестве радиуса пылинок. Гранулометрический состав кометной пыли, выброшенной непосредственно из ядра, должен иметь характерную особенность: распределение пылинок по радиусам будет резко обрываться со стороны малых радиусов, так как каждая пылинка проходит всю ОЯО, а все пылинки увеличиваются в радиусе примерно на одну и ту же величину.

Интересно отметить, что пары натрия, калия, кальция и магния весьма далеки от насыщения в условиях ОЯО, и если эти металлы присутствуют в пылинках, они должны переходить в газовую фазу. Разумеется, с поверхности пылинок могут улетучиваться не непосредственно перечисленные металлы, а их достаточно летучие соединения. Важно то, что внутриядерные пылинки можно рассматривать как возможный распределенный источник щелочных и щелочноземельных металлов. В частности, если принять, что натрий выделяется из пылинок, легко понять его аномальную протяженность и другие особенности пространственного распределения.

Если пылинки отсутствуют в ледяном конгломерате, пыль все равно может появиться в ОЯО вследствие конденсации пересыщенных паров углерода, железа, никеля и т.п. Очевидно, что среди веществ, способных к конденсации, резко преобладает углерод. Поэтому пыль конденсационного происхождения должна представлять собой графитовые снежинки с вкраплениями атомов тугоплавких металлов. Образование пылинок начинается с появления зародыша конденсации. Чрезвычайно низкая частота тройных столкновений делает непригодной в ОЯО теорию гетерофазных флуктуаций [91], основанную на феноменологической термодинамике. Образование зародыша путем флуктуативного объединения молекул C_2 или атомов С в многоатомный устойчивый комплекс крайне маловероятно. Однако всякий ион [75] в тех же условиях является устойчивым центром конденсации.

Ионы возникают на различных расстояниях от ядра. Отсюда сле-

дует, что пылинки, образовавшиеся непосредственно в околоядерной области, проходят в ней различный путь и, следовательно, вырастают до различных размеров. Наиболее крупными будут частицы, зародившиеся непосредственно у ядра. Поэтому в отличие от распределения внутриядерных пылинок распределение конденсационных пылинок по радиусам всегда обрезано со стороны больших радиусов.

Гранулометрический состав конденсационных пылинок однозначно определяется физическими условиями в ОЯО: распределением плотности углерода и распределением температуры. Любопытно, что при адиабатическом изменении температуры по закону $T \sim r^{-4/3}$ и падению плотности углерода по закону $\rho \sim r^{-1}$ (реальному в зоне распада родительских молекул) получается распределение пылинок по радиусам вида $F(a) \sim a^{-4}$. Именно такое распределение наблюдается в метеорном веществе.

Кроме конденсации, возможен еще один механизм образования пылинок в газовой атмосфере. Непредельные углеводороды, например ацетилен, способны к полимеризации в газовой фазе под действием ионизирующей радиации. Роль радиации сводится к образованию иона или радикала со свободной валентностью. После этого происходит рост твердой частицы, описываемый теми же соотношениями, что и конденсация.

Г л а в а IУ

ПЕРЕХОДНАЯ ОБЛАСТЬ

IУ.1. Постановка задачи с движением газа в переходной области

Из оценок, приведенных в гл. I, следует, что на расстоянии нескольких тысяч или нескольких десятков тысяч километров от ядра местное число Кнудсена оказывается величиной порядка единицы. Если течение газа в околоядерной области с достаточной точностью описывается уравнениями газодинамики идеальной жидкости, то в ПО сами уравнения, следующие из вполне оправданного (при $K_n \ll 1$) предположения о локально-максвелловском распределении молекул по скоростям, резко теряют точность. Может создаться впечатление, что область применимости газодинамического описания кометных атмосфер расширится, если несколько уточнить уравнения, а именно включить в них вязкость и теплопроводность. Кроме того, учитывая, что в ПО движется многокомпонентная смесь, следует рассматривать взаимную диффузию различных веществ.

Такой подход, т.е. применение уравнений Навье-Стокса для смеси, в неявной форме содержит предположение, что функция распределения каждого из веществ мало отличается от максвелловской и может быть с достаточной точностью представлена в виде

$$f(t, \vec{r}, \vec{v}) = M_{\text{жв}} \left\{ \frac{\rho}{T} \left[1 + \frac{P_{ij}}{\rho} \frac{m(v_i - u_i)(v_j - u_j)}{2kT} - \frac{m(\vec{v} - \vec{u})^2}{\rho kT} \left(1 - \frac{m(\vec{v} - \vec{u})^2}{5kT} \right) \right] \right\}, \quad (\text{IУ. I.1})$$

где тензор вязких напряжений

$$P_{ij} = -\mu \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_r}{\partial x_r} \right] \quad (\text{IУ. I.2})$$

и вектор потока тепла

$$\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T. \quad (\text{IУ. I.3})$$

В выражениях /1/ и /2/ производится суммирование по повторяющимся индексам, μ и λ - соответственно коэффициенты вязкости и теплопроводности. Результат /1/ получается /41,65/, если решать кинетическое уравнение путем разложения в асимптотический ряд по малому параметру - числу Кнудсена, которое в неявной форме входит в коэффициенты переноса.

Качественный смысл поправочных членов, которые входят в /1/ с множителями μ и λ , заключается в том, что они описывают дополнительный перенос энергии и импульса, обусловленный пространственным изменением гидродинамической скорости и температуры T . Вполне очевидно, что если нельзя пренебречь изменением макроскопических параметров u и T на протяжении длины свободного пробега, то возникает дополнительный поток импульса - "эстафетная" передача импульса при столкновениях в области более медленного макроскопического движения и такая же "эстафетная" передача энергии за счет столкновений в более холодную область. Существование вязкого потока импульса и кондуктивного потока энергии вызывает незначительные отклонения функции распределения от локально-максвелловской. Эти отклонения проявляются в образовании пространственной асимметрии f : слегка преобладают молекулы, движущиеся против градиента температуры, и молекулы, движение которых сглаживает пространственные вариации скорости. В многокомпонентном газе, кроме этого, возникают потоки вещества, выравнивающие концентрации компонентов (диффузия).

Асимптотический характер разложения /1/ приводит к тому, что функция распределения, записанная в приближении Навье-Стокса, и получающиеся из нее уравнения газодинамики справедливы только при условии $K_n \ll 1$, т.е. в случае, когда вязкий поток импульса и кондуктивный поток тепла значительно меньше соответствующих инерционных потоков. Хорошо известно /41/, что попытки расширить область применимости разложения по числу Кнудсена путем учета членов более высокого порядка по K_n оказались безрезультатными. В этом повинен асимптотический характер разложения. Таким образом, уравнения Навье-Стокса дают возможность лишь немного уточнить постановку задачи о течении газа в ОЯО, но совершенно непригодны для описания поведения газа в ПО. Формальное применение уравнений Навье-Стокса к ПО приводит к ситуации, когда поправочные члены в функции распределения /1/ становятся значительно больше основных, чем и вызваны полученные М.В.Конюковым /45/ физически бессмыслен-

ные решения уравнений Навье—Стокса со скоростью потока, монотонно возрастающей до бесконечности.

Истина состоит в том, что на самом деле функция распределения молекул в сферически симметричном течении отклоняется от локально максвелловской в области значений $Kn \sim 1$; однако главной причиной деформации функции распределения являются не градиенты скорости и температуры, а расходимость линий тока. Эта роль геометрии потока замечена уже давно [3]. Важно, что искажения функции распределения из-за чисто геометрической причины носят совершенно иной характер, чем те, которые учитываются разложением Энского—Чепмена или Гильберта [65]. Правильная постановка и решение задачи о сферически симметричном течении однокомпонентного газа принадлежит Б.Б.Хеймелу и Д.Р.Виллису [133]. В дальнейшем изложении будем следовать работе [133].

Так как основная причина деформации функции распределения — геометрия течения, достаточно рассмотреть однокомпонентный газ. В сферических координатах кинетическое уравнение (модельное) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{v_\theta^2 + v_\varphi^2}{r} \frac{\partial f}{\partial v_r} + \\ + \left(\frac{v_\varphi^2}{r} \operatorname{ctg} \theta - \frac{v_r v_\theta}{r} \right) \frac{\partial f}{\partial v_\theta} - \left(\frac{v_r}{r} + \frac{v_\theta}{r} \operatorname{ctg} \theta \right) v_\varphi \frac{\partial f}{\partial v_\varphi} = \\ = \langle Gv \rangle \left[M \chi W \left\{ \frac{n}{T} \right\} - f(v_r, v_\theta, v_\varphi) \right]. \end{aligned} \quad (IV.1.4)$$

При записи этого уравнения сферические координаты выбраны только в координатном пространстве. В каждой точке координатного пространства строится касательное к нему пространство скоростей, в котором выбираются обычные декартовы координаты, так что элемент объема в пространстве скоростей

$$d^3\vec{v} = dv_r dv_\theta dv_\varphi. \quad (IV.1.5)$$

Макроскопические величины: плотность n , гидродинамическая скорость $\vec{u}$ и температура T , — к которым релаксирует газ из-за столкновений, определяются как обычно:

$$n = \int f d^3\vec{v}, \quad (IV.1.6)$$

$$\vec{u} = \frac{1}{n} \int \vec{v} f d^3\vec{v}, \quad (IV.1.7)$$

$$T = \frac{1}{3kn} \int (\vec{v} - \vec{u})^2 f d^3\vec{v}. \quad (IV.1.8)$$

Величина $\langle Gv_{OTH} \rangle$ в уравнении /4/ — коэффициент скорости релаксации. Для максвелловских молекул уравнение /4/ точное и $\langle Gv_{OTH} \rangle$ не зависит от скорости молекул./от температуры/. Для немасвелловских молекул скорость релаксации может быть получена путем интегрирования по распределению относительных скоростей при столкновениях:

$$\langle Gv_{OTH} \rangle = \int G(v_{OTH}) v_{OTH} W(\vec{v}_{OTH}) d^3\vec{v}_{OTH}, \quad (IV.1.9)$$

где $W(\vec{v}_{OTH})$ — функция распределения относительных скоростей пар молекул.

С необходимостью решать уравнение /4/ мы уже сталкивались выше при исследовании пристеночного слоя. Специфика ПС не позволяла обойти сам процесс интегрирования кинетического уравнения. В данном случае это можно сделать, если искать не функцию распределения $f(\vec{v})$, а ее моменты в пространстве скоростей или связанные с ними макроскопические характеристики: плотность вещества

$$\rho = m \int f d^3\vec{v}, \quad (IV.1.10)$$

плотность импульса (плотность потока вещества)

$$\rho \vec{u} = m \int \vec{v} f d^3\vec{v}, \quad (IV.1.11)$$

плотность потока радиальной составляющей импульса в радиальном направлении

$$P_{rr} + \rho u^2 = m \int v_r^2 f d^3\vec{v}, \quad (IV.1.12)$$

где P_{rr} — радиальное давление; поперечные давления

$$P_{\varphi\varphi} = m \int v_\varphi^2 f d^3\vec{v} \quad (IV.1.13)$$

и

$$P_{\theta\theta} = m \int v_\theta^2 f d^3\vec{v}. \quad (IV.1.14)$$

Через моменты третьего порядка выражаются:

удвоенная плотность потока энергии, вызванного радиальным движением молекул,

$$2Q_{rrr} + 3uP_{rr} + \rho u^3 = m \int v_r^3 f d^3\vec{v} \quad (IV.1.15)$$

(три слагаемых представляют собой соответственно плотность потока обусловленную радиальной составляющей тепловой скорости, конвективный поток и поток энергии макроскопического движения);

удвоенная Плотность потока энергии, вызванного азимутальным движением молекул,

$$u\rho_{\varphi\varphi} + 2Q_{r\varphi\varphi} = m \int v_r v_\varphi^2 f d^3\vec{v} \quad (IV.1.16)$$

и аналогичная величина для меридиональной степени свободы

$$u\rho_{\theta\theta} + 2Q_{r\theta\theta} = m \int v_r v_\theta^2 f d^3\vec{v}. \quad (IV.1.17)$$

Все остальные моменты первого, второго и третьего порядков, очевидно, равны нулю в силу свойств симметрии функции распределения, продиктованных условиями задачи.

Итак, вместо функции распределения, заданной в шестимерном пространстве, будем искать совокупность функций ρ , u , $\rho_{rr} = \rho_{\theta\theta}$, $\rho_{\varphi\varphi}$ и $\rho_{\theta\varphi}$ (из-за симметрии $\rho_{\varphi\varphi} = \rho_{\theta\theta} = \rho_{\varphi\theta}$), $Q_{rrr} = Q_{\theta\theta\theta}$ и $Q_{r\varphi\varphi} = Q_{r\theta\theta\theta}$ (равенство также обусловлено симметрией).

IV.2. Макроскопические уравнения и проблема замыкания

Умножим кинетическое уравнение /1.4/ последовательно на m , mv_r , mv_φ , mv_θ , mv_r^2 , mv_φ^2 и mv_θ^2 и выполним почленное интегрирование после каждого умножения. При интегрировании учтем, что при столкновениях сохраняется число частиц, суммарный импульс и суммарная энергия частиц, участвующих в столкновениях, т.е. выполняются соотношения

$$\int \langle \sigma_{v_{\theta H}} \rangle \left(M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} - f \right) d^3\vec{v} = 0, \quad (IV.2.1)$$

$$\int \langle \sigma_{v_{\theta H}} \rangle \left(M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} - f \right) \vec{v} d^3\vec{v} = 0, \quad (IV.2.2)$$

$$\int \langle \sigma_{v_{\theta H}} \rangle \left(M_{\chi W} \left\{ \frac{n}{T} \right\} - f \right) \vec{v}^2 d^3\vec{v} = 0. \quad (IV.2.3)$$

После интегрирования получаются следующие уравнения:

уравнение сохранения вещества

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2\rho u}{r} = 0; \quad (IV.2.4)$$

уравнение сохранения импульса

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho u^2 + \rho_{rr}) + \frac{2(\rho_{rr} - \rho_1)}{r} + \frac{2\rho u^2}{r} = 0; \quad (IV.2.5)$$

уравнение радиального потока энергии радиальной степени свободы

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho_{rr} + \rho u^2) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho u^3 + 3u\rho_{rr} + 2Q_{rr}) - \\ & - \frac{2}{r} (4Q_{rr} + 2u\rho_{rr}) + \frac{2\rho u^3}{r} + \\ & + \frac{6u\rho_{rr}}{r} + \frac{4Q_{rr}}{r} = \frac{\langle \sigma v \rangle}{m} \rho (\rho - \rho_{rr}); \end{aligned} \quad (IV.2.6)$$

уравнение радиального потока трансверсальной энергии

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (u\rho_1 + 2Q_{r1}) + \frac{4u\rho_1 + 8Q_{r1}}{r} = \frac{\langle \sigma v \rangle}{m} \rho (\rho - \rho_1). \quad (IV.2.7)$$

С помощью уравнения /4/ уравнение движения /5/ может быть преобразовано в одну из следующих форм:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{2(\rho_{rr} - \rho_1)}{r} = 0 \quad (IV.2.8)$$

или

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho r^2 u) + \frac{\partial}{\partial r} [r^2 (\rho_{rr} + \rho u^2)] - 2\rho_1 r = 0. \quad (IV.2.9)$$

Как видим, уравнение /8/ отличается от уравнения Эйлера только последним членом, исчезающим при достаточно частых столкновениях, когда давление изотропно.

В правой части уравнения /6/ и уравнения /7/ появляется величина

$$\rho = \frac{1}{3} m \int (\vec{v} - \vec{u})^2 f d^3\vec{v} \quad (IV.2.10)$$

-среднее, или гидростатическое, давление. Так как энергия при столкновениях сохраняется, то

$$3\rho = \rho_{rr} + 2\rho_1. \quad (IV.2.11)$$

Удвоив обе части уравнения /7/ и почленно сложив результат с уравнением /6/, получим, с учетом соотношения /11/, уравнение энергии

$$\begin{aligned} & \frac{\partial (\rho_{rr} + 2\rho_1)}{\partial t} + u \frac{\partial (\rho_{rr} + 2\rho_1)}{\partial r} + (3\rho_{rr} + 2\rho_1) \frac{\partial u}{\partial r} + \\ & + 2u \frac{\rho_{rr} + 4\rho_1}{r} + 2 \frac{\partial (Q_{rr} + 2Q_{r1})}{\partial r} + \frac{4}{r} (Q_{rr} + 2Q_{r1}) = 0 \end{aligned} \quad (IV.2.12)$$

или, в дивергентной форме,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} [r^2 (\rho_{rr} + 2\rho_1 + \rho u^2)] + \\ & + \frac{\partial}{\partial r} [r^2 (2Q_{rr} + 4Q_{r1} + u(3\rho_{rr} + 2\rho_1) + \rho u^3)] = 0. \end{aligned} \quad (IV.2.13)$$

Легко видеть, что уравнение энергии приобретает обычную форму для показателя адиабаты $\gamma = 5/3$ при $\rho_{II} = \rho_I$ и $Q_I = Q_{II}$.

Вычитая почленно из уравнения /6/ уравнение /7/, получим уравнение, описывающее процесс изотропизации давления,

$$\frac{\partial(\rho_{II} - \rho_I)}{\partial t} + u \frac{\partial(\rho_{II} - \rho_I)}{\partial r} + (3\rho_{II} - \rho_I) \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} (\rho_{II} - 2\rho_I) + 2 \frac{\partial(Q_{II} - Q_I)}{\partial r} + \frac{4(Q_{II} - 4Q_I)}{r} = \frac{\rho_I - \rho_{II}}{\tau}, \quad (IV.2.14)$$

которое в дивергентной форме имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} [r^2(\rho_{II} - \rho_I + \rho u^2)] + \frac{\partial}{\partial r} [r^2(2Q_{II} - 2Q_I + u(3\rho_{II} - \rho_I) + \rho u^3)] - 6r(u\rho_I + 2Q_I) = \frac{r^2}{\tau} (\rho_I - \rho_{II}). \quad (IV.2.15)$$

Это уравнение также должно быть включено наряду с уравнениями неразрывности, движения и энергии в систему макроскопических уравнений для ПО. Разумеется, вместо уравнения изотропизации можно взять просто уравнение, описывающее ход поперечного давления,

$$\frac{\partial(r^2 \rho_I)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} [r^2(Q_I + u\rho_I)] + 2rQ_I + u\rho_I = \frac{r^2(\rho_{II} - \rho_I)}{3\tau}. \quad (IV.2.16)$$

В уравнения /14/, /15/, и /16/ входит время релаксации давлений

$$\tau = \frac{1}{\langle 6v_{отн} \rangle n}. \quad (IV.2.17)$$

Заметим, что уравнение неразрывности/4/, уравнения движения /8/ или /9/, уравнения энергии/12/ или /13/ – точные уравнения для моментов функции распределения, учитывающие анизотропию давления. Дополнительные уравнения /14/, /15/ или /16/ основаны на приближенной форме столкновительного члена. Они описывают единственный релаксационный процесс – стремление тензора давления к сферическому. Ясно, что дополнительное уравнение тем точнее, чем сильнее преобладает процесс изотропизации давления над другими релаксационными процессами, такими как сглаживание пространственных градиентов скорости и давления вследствие диффузии импульса и энергии при столкновениях.

В газовом потоке, обладающем сферической симметрией, в отличие от плоско-симметричных течений сама геометрия является сильным анизотропизатором функции распределения молекул по скоростям. В силу закона сохранения момента импульса при движении молекулы между столкновениями

$$r \sqrt{v_\theta^2 + v_\varphi^2} = u = \text{const}, \quad (IV.2.18)$$

т.е. трансверсальная скорость молекулы v_I убывает с удалением

от источника. Полная скорость при этом сохраняется, так как притяжением ядра можно пренебречь:

$$v_I = \frac{u}{r}, \quad (IV.2.19)$$

$$v_r^2 + v_\varphi^2 + v_\theta^2 = v^2 = \text{const}, \quad (IV.2.20)$$

а радиальная скорость увеличивается по закону

$$v_r = \sqrt{v^2 - \frac{u^2}{r^2}}. \quad (IV.2.21)$$

На этом основании можно заключить, что при сферическом растекании вещества происходит перекачка энергии из поперечных степеней свободы в продольную, т.е. "трансверсальное охлаждение" и "радиальный нагрев". Столкновения стремятся воспрепятствовать этому процессу, выравнивая продольную и поперечную температуры, определяемые равенствами

$$\rho_{II} = \rho R T_{II}, \quad (IV.2.22)$$

$$\rho_I = \rho R T_I. \quad (IV.2.23)$$

Выписанные выше четыре уравнения (неразрывности, движения, энергии и изотропизации) содержат семь неизвестных функций: плотность, скорость, продольное и поперечное давление, потоки "продольного" и "поперечного" тепла и время релаксации. Строго говоря, задание функции распределения эквивалентно заданию бесконечного числа ее моментов, поэтому эквивалент кинетического уравнения – бесконечная система уравнений для моментов функции распределения. Известная трудность при решении кинетического уравнения методом моментов состоит именно в том, чтобы надлежащим образом оборвать цепочку уравнений для моментов и получить в результате замкнутую систему уравнений. Для того типа течений, который встречается в головах комет, эту трудность как раз можно преодолеть, так как такие течения происходят со сверхзвуковой скоростью.

В ОЯО время релаксации τ мало, поэтому давление с высокой точностью изотропно. Это непосредственно видно из уравнения /15/, которое в пределе при $\tau \rightarrow 0$ вырождается в условие

$$\rho_I - \rho_{II} = o(\tau) \rightarrow 0. \quad (IV.2.24)$$

Кроме того, из качественных соображений ясно, что при малом τ

функция распределения стремится к локально-максвелловской, т.е. $Q_{||}$ и $Q_{\perp}$ исчезают. В этом можно убедиться и формально, выпишав уравнения для третьих моментов функции распределения. Таким образом, в ОЯО можно считать, что

$$P_{\perp} = P_{||} ; Q_{||} = Q_{\perp} = 0 \quad (IV. 2.25)$$

и тем самым получить замкнутую систему уравнений, совпадающую с уравнениями изэнтропического течения идеального одноатомного газа (или многоатомного газа при невозбужденных внутренних степенях свободы).

В ПО течение всегда сверхзвуковое, поэтому величина, обратная числу Маха, M^{-1} , мала. Следовательно, можно пользоваться разложением в асимптотические ряды по степеням M^{-1} . Сравним порядки различных членов в уравнениях /13/ и /16/. Из уравнений /1.13/ - /1.17/ следует, что

$$\begin{aligned} P_{||} &\sim \rho v_T^2 ; P_{\perp} \sim \rho v_T^2 , \\ Q_{||} &\sim \rho v_T^3 ; Q_{\perp} \sim \rho v_T^3 . \end{aligned} \quad (IV.2.26)$$

Так как скорость звука тоже порядка характерной тепловой скорости v_T , то

$$\frac{Q}{\rho u^3} \sim M^{-3} ; \frac{P}{\rho u^2} \sim M^{-2} ; \frac{Q}{uP} \sim M^{-1} . \quad (IV.2.27)$$

Это означает, что в сверхзвуковом потоке импульс переносится главным образом макроскопическим движением, а не тепловым, т.е. всегда

$$P < \rho u^2 . \quad (IV.2.28)$$

Кроме того, ясно, что энергия переносится в первую очередь перемещением элемента объема со своей кинетической энергией $\frac{1}{2} \rho u^2$, во вторую - конвективным переносом внутренней энергии и лишь в третью очередь - за счет потока, созданного исключительно тепловыми составляющими скоростей. Сказанное можно записать в виде

$$Q < uP < \rho u^3 \quad (IV. 2.29)$$

или

$$Q \ll \rho u^3 . \quad (IV.2.30)$$

В неравенствах /28/-/30/ величины P и Q употребляются без индексов, так как они справедливы и для продольных, и для поперечных составляющих этих величин.

На основании двух последних соотношений в качестве замыкающих уравнений в области гиперзвукового течения можно выбрать условия

$$Q_{||} = Q_{\perp} = 0, \quad (IV.2.31)$$

которые совпадают со второй парой условий /25/, полученных для большой плотности газа. Поскольку замыкание цепочки уравнений для моментов с помощью условия /31/ никак не связано с величиной времени релаксации τ , получившаяся система пригодна для описания гиперзвукового течения при произвольных числах Кнудсена, т.е. независимо от величины свободного пробега. Важно то, что при малых числах Кнудсена по-прежнему, хотя и по другой причине, выполняется условие /31/, но уже при произвольных числах Маха. Поэтому отбросив $Q_{||}$ и $Q_{\perp}$ в уравнениях /13/ и /16/, получим систему уравнений, описывающую сверхзвуковые потоки в области частых столкновений, начинающиеся с чисел Маха, лишь незначительно превосходящих единицу (ряд по M^{-1} при этом сходится медленно), и достигающие больших чисел Маха в области перехода к свободно-молекулярному режиму.

Для получения полностью замкнутой системы необходимо конкретизировать вид времени релаксации τ , определяемого соотношением /17/. Как уже упоминалось, модельный столкновительный член точен только для максвелловских молекул, для которых $\langle \sigma v_{отн} \rangle = const$. В этом случае, обозначив через

$$\tau_0 = \frac{1}{\langle \sigma v \rangle n_0} \quad (IV.2.32)$$

начальное время релаксации, можно записать

$$\tau = \tau_0 \frac{\rho_0}{\rho} . \quad (IV.2.33)$$

Для других видов межмолекулярного взаимодействия модельный столкновительный член лишь приближенно описывает процесс релаксации со временем τ . Так как межмолекулярные силы весьма короткодействующие, то довольно близкие к истине результаты получаются, если считать молекулы упругими сферами. В этом приближении сечение столкновения не зависит от скорости, и можно принять

$$\tau = \frac{1}{\sigma n \langle v_{отн} \rangle} , \quad (IV. 2.34)$$

где $\langle v_{отн} \rangle$ - среднее абсолютное значение относительной скорости молекул.

Для вычисления $\langle v_{отн} \rangle$ необходимо знать функцию распре-

деления. Переход от кинетического уравнения /I.4/ к системе уравнений гидродинамического типа сопровождается значительной потерей информации о функции распределения, так как в макроскопические уравнения входят только моменты не выше второго порядка. Ясно, что существует бесчисленное множество функций распределения, низшие моменты которых ведут себя согласно уравнениям /4/, /9/, /13/ и /16/, а высшие различаются. Зная, что столкновения максвеллизуют газ, а сферическое расширение создает анизотропию давления и температуры, разумно принять в качестве допущения функцию распределения вида

$$f(\vec{v}) = n \left(\frac{m}{2\pi k T_H} \right)^{3/2} \frac{m}{2\pi k T_I} e^{-\frac{m(v_r - u)^2}{2kT_H} - \frac{m(v_\varphi^2 + v_\theta^2)}{2kT_I}} \quad (IV.2.35)$$

и вычислить $\langle v_{отн} \rangle$ для этого распределения.

Вероятность того, что относительная скорость пары молекул имеет составляющие v_r , v_φ и v_θ , определяется сверткой функций распределения /35/:

$$W(v_r, v_\varphi, v_\theta) = \frac{1}{n^2} \int f(\vec{v}) f(\vec{v} + \vec{v}) d^3\vec{v}. \quad (IV.2.36)$$

В результате интегрирования получится, очевидно, снова максвелловское распределение, подобное /35/, но с удвоенными температурами T_H и T_I :

$$W(v_r, v_\varphi, v_\theta) = \quad (IV.2.37)$$

$$= \left(\frac{m}{4\pi k T_H} \right)^{3/2} \left(\frac{m}{4\pi k T_I} \right)^{3/2} e^{-\frac{m v_r^2}{4k T_H} - \frac{m(v_\varphi^2 + v_\theta^2)}{4k T_I}}.$$

Переходя к полярным координатам в пространстве скоростей, имеем

$$d^3\vec{v} = v^2 dv \cos \alpha d\alpha d\beta, \quad (IV.2.38)$$

$$v_r = v \sin \alpha,$$

$$v_\varphi = v \cos \alpha \cos \beta,$$

$$v_\theta = v \cos \alpha \sin \beta.$$

Среднее значение модуля относительной скорости V получается путем интегрирования

$$\langle v_{отн} \rangle = \int W(v, \alpha, \beta) V d^3\vec{v}.$$

$$= \frac{2\pi m}{4\pi k T_I} \left(\frac{m}{4\pi k T_H} \right)^{3/2} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \alpha d\alpha \int_0^\infty e^{-\frac{m v^2}{4k} \left(\frac{\sin^2 \alpha}{T_H} + \frac{\cos^2 \alpha}{T_I} \right)} v^3 dv. \quad (IV.2.39)$$

При $T_H > T_I$ имеем

$$\langle v_{отн} \rangle = 4 \sqrt{\frac{k T_H}{\pi m}} \varphi \left(\frac{T_I}{T_H} \right), \quad (IV.2.40)$$

где

$$\varphi(x) = \frac{1}{2} + \frac{x}{4} (1-x)^{-1/2} \ln \frac{1+(1-x)^{+1/2}}{1-(1-x)^{1/2}}. \quad (IV.2.41)$$

При малой анизотропии функции распределения, т.е. при

$$\frac{T_H - T_I}{T_H} \ll 1, \quad (IV.2.42)$$

справедливо приближение

$$\langle v_{отн} \rangle = 4 \sqrt{\frac{k T_H}{\pi m}} \left(1 - \frac{T_H - T_I}{4 T_H} \right), \quad (IV.2.43)$$

а при сильной анизотропии, т.е. при

$$\frac{T_I}{T_H} \ll 1, \quad (IV.2.44)$$

приближение

$$\langle v_{отн} \rangle \approx 2 \sqrt{\frac{k T_H}{\pi m}} \left(1 + \frac{T_I}{2 T_H} \ln \frac{4 T_H}{T_I} \right). \quad (IV.2.45)$$

Таким образом, $\langle v_{отн} \rangle$ слабо зависит от T_I и всегда заключена в пределах

$$2 \sqrt{\frac{k T_H}{\pi m}} < \langle v_{отн} \rangle < 4 \sqrt{\frac{k T_H}{\pi m}}. \quad (IV.2.46)$$

Для модели упругих сферических молекул начальное время релаксации определяется выражением

$$\tau_0 = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n_0 \sqrt{\frac{8k T_0}{\pi m}}}. \quad (IV.2.47)$$

Используя его, получаем окончательный результат

$$\tau = \tau_0 \frac{\rho_0}{\rho} \sqrt{\frac{T_0}{T_H}} \cdot \frac{1}{\varphi(T_I/T_H)}. \quad (IV.2.48)$$

Виллис и Хеймед пользуются временем релаксации, которое в принятых здесь обозначениях имеет вид

$$\tau = \tau_0 \frac{\rho_0}{\rho} \left[\frac{T_0(1+c)}{T_H + c T_I} \right]^\beta, \quad (IV.2.49)$$

полагая, что случай $c=0$, $\beta=\frac{1}{2}$ соответствует модели упругих сферических молекул. Как видно из выражения /48/, это неверно. Время релаксации, определенное по соотношению /49/, в два раза меньше истинного в области сильной анизотропии температур. Можно, однако, надеяться, что такое допущение не вносит каких-либо качественных эффектов.

Теперь мы располагаем всем необходимым, чтобы выписать замкнутую систему уравнений, пригодную для описания стационарных и нестационарных движений нейтрального вещества в околоядерной области и области перехода к свободно-молекулярному режиму:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho r^2) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho r^2 u) = 0, \quad (IV.2.50)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho r^2 u) + \frac{\partial}{\partial r}[\rho r^2(u^2 + RT_H)] - 2\rho r RT_L = 0, \quad (IV.2.51)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho r^2(u^2 + RT_H + 2RT_L)] + \frac{\partial}{\partial r}[\rho u r^2(u^2 + 3RT_H + 2RT_L)] = 0, \quad (IV.2.52)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho r^2 T_L) + \frac{\partial}{\partial r}[\rho u r^2 T_L] + 2\rho u r T_L = \begin{cases} \frac{\rho^2 r^2}{\rho_0 \tau_0} \left[\frac{T_H + c T_L}{1+c} \right]^\beta (T_H - T_L) \\ \frac{\rho^2 r^2}{\rho_0 \tau_0} \sqrt{\frac{T_H}{T_L}} \varphi\left(\frac{T_H}{T_L}\right) (T_H - T_L). \end{cases} \quad (IV.2.53)$$

В последнем выражении приведено две формы правой части уравнения: первая – аппроксимация Хеймела и Виллиса /133/, вторая – аппроксимация молекул жесткими упругими сферами /103/.

IV.3. Температурная анизотропия – основной эффект в переходной области

В систему уравнений /2.50/ – /2.53/ входят две температуры: продольная T_H и поперечная T_L . Как уже говорилось, в ОЯО с высокой точностью соблюдается максвелловское распределение, т.е.

$$T_H = T_L = T_0. \quad (IV.3.1)$$

Наша задача состоит в том, чтобы найти ход обеих температур в стационарной ПО. Уравнение неразрывности интегрируется сразу:

$$\rho r^2 u = \rho_0 r_0^2 u_0. \quad (IV.3.2)$$

С учетом начального условия /1/ проинтегрируем уравнение энергии /2.52/. Имеем

$$u^2 + 3RT_H + 2RT_L = u_0^2 + 5RT_0 = 2H_0. \quad (IV.3.3)$$

Пользуясь уравнением /1/, исключаем плотность из уравнений движения /2.51/ и поперечной температуры /2.53/. Уравнение движения приобретает при этом форму

$$\frac{d}{dr} \left(u + \frac{RT_H}{u} \right) - \frac{2RT_L}{u r} = 0, \quad (IV.3.4)$$

а уравнение /2.53/ – форму

$$\frac{dT_L}{dr} + \frac{dT_L}{r} = \frac{u_0 \tau_0^2}{\tau_0 u^2 r^2} \left[\frac{T_H + c T_L}{1+c} \right]^\beta (T_H - T_L). \quad (IV.3.5)$$

Исключая отсюда скорость, с помощью уравнения энергии /3/ получим

$$\frac{dT_L}{dr} + \frac{2T_L}{r} = \frac{u_0 \tau_0^2 (T_H - T_L)}{r^2 \tau_0 (2H_0 - 3RT_H - 2RT_L)} \left[\frac{T_H + c T_L}{1+c} \right]^\beta. \quad (IV.3.6)$$

Та же процедура применительно к уравнению /4/ дает

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(1 - \frac{3RT_H}{2H_0 - 3RT_H - 2RT_L} \right) \frac{dT_H}{dr} + \\ & + \left(1 - \frac{RT_H}{2H_0 - 3RT_H - 2RT_L} \right) \frac{dT_L}{dr} + \frac{2T_L}{r} = 0. \end{aligned} \quad (IV.3.7)$$

Выполнив соответствующую оценку, нетрудно убедиться, что в ОЯО, как правило, выполняется условие

$$x = \frac{u_0 \tau_0^2}{\tau_0 r (2H_0 - 3RT_H - 2RT_L)} \left[\frac{T_H + c T_L}{1+c} \right]^\beta \gg 1. \quad (IV.3.8)$$

Поэтому из уравнения /6/ следует

$$T_H - T_L = \frac{1}{x} \left(r \frac{dT_L}{dr} + 2T_L \right) \approx 0 \quad (IV.3.9)$$

или

$$T_H \sim T_L. \quad (IV.3.10)$$

Кроме того, с приближением к внешней границе ОЯО выполняется неравенство

$$RT_{\infty} \ll H_0, \quad (IV.3.11)$$

поэтому уравнение /7/ вырождается в простую форму

$$\frac{dT}{dr} \approx -\frac{4T}{3r}, \quad (IV.3.12)$$

откуда следует, что

$$T_{\infty} r^{-4/3}, \quad (IV.3.13)$$

т.е. по существу мы получили решение для адиабатической ОЯО

$$T = T_0 \left(\frac{M_0^2}{3+M_0^2} \right)^{1/3} \left(\frac{r_0}{r} \right)^{4/3}. \quad (IV.3.14)$$

Так как величина x , определенная соотношением /8/, обратно пропорциональна расстоянию от ядра, то по мере удаления от последнего только что полученное решение /10/, /13/ будет становиться все менее и менее точным. Однако из уравнений /6/ и /7/ можно получить другое решение, которое будет тем более точным, чем больше r . Учитывая, что в ПО неравенство /11/ по мере удаления от ядра только усиливается, отбросим дроби в круглых скобках в левой части уравнения /7/ и малые слагаемые в знаменателе правой части уравнения /6/. Получается упрощенная система

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{dT_{\parallel}}{dr} + \frac{dT_{\parallel}}{dr} + \frac{2T_{\parallel}}{r} = 0, \quad (IV.3.15)$$

$$\frac{dT_{\perp}}{dr} + \frac{2T_{\perp}}{r} = \frac{u_0 r_0^2 (T_{\parallel} - T_{\perp})}{u_{\infty}^2 r^2} \left[\frac{T_{\parallel} + c T_{\perp}}{(1+c) T_0} \right]^{\beta}, \quad (IV.3.16)$$

где

$$u_{\infty} = u_0 \sqrt{1 + \frac{3}{M_0^2}} - \quad (IV.3.17)$$

асимптотическое значение скорости течения на бесконечности.

Непосредственной подстановкой в уравнения /15/ и /16/ можно убедиться, что при $r \rightarrow \infty$

$$T_{\parallel} \approx T_{\infty} + \frac{2T_{\infty} r_{\infty}}{r} \quad (IV.3.18)$$

и

$$T_{\perp} \approx \frac{T_{\infty} r_{\infty}}{r}. \quad (IV.3.19)$$

При этом уравнение /15/ превращается в тождество, а /16/ - в приближенное равенство, удовлетворяющееся тем точнее, чем больше

r . Для того чтобы соотношения /18/ и /19/ были решением системы уравнений /15/, /16/, необходимо связать введенные константы T_{∞} и r_{∞} соотношением

$$r_{\infty} = \frac{u_0 r_0^2}{u_{\infty}^2 T_0 (1+c)^{\beta}} \left(\frac{T_{\infty}}{T_0} \right)^{\beta}. \quad (IV.3.20)$$

Как видно из асимптотического решения /18/, /19/, поперечная температура стремится на бесконечности к определенному пределу, а продольная убывает обратно пропорционально расстоянию, т.е. несколько медленнее, чем убывает температура в ОЯО.

Точное значение T_{∞} может быть получено численным интегрированием системы уравнения /6/ и /7/. Результаты интегрирования приведены на рис.12. Однако для оценки достаточно асимптотики /18/,

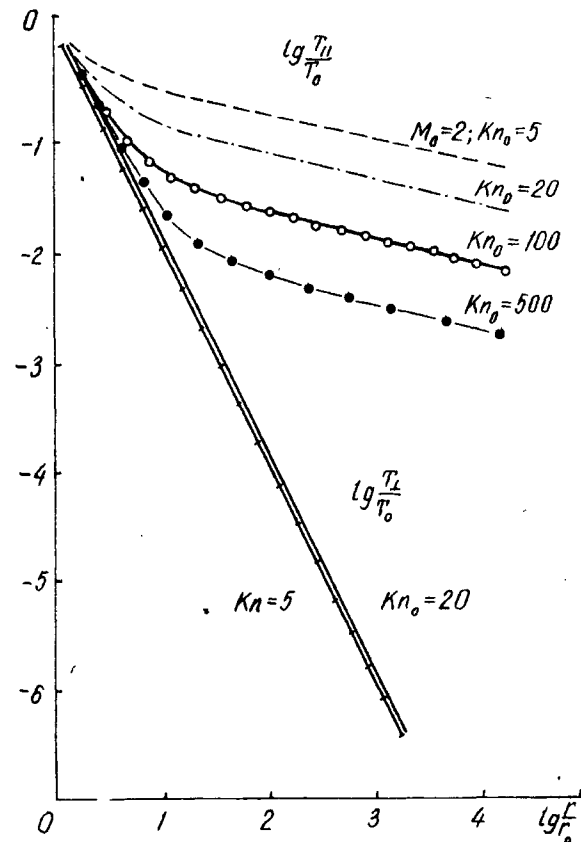


Рис.12. Анизотропия температур в области перехода к свободномолекулярному режиму.

/19/. Две константы T_{∞} и r_{∞} связаны одним соотношением /20/. Чтобы найти их, необходимо еще одно дополнительное соотношение между ними. Нам известны обе асимптоты кривой $T_{\parallel}(r)$: прямая $T = T_{\infty}$

и гипербола /14/. Разумно полагать, что точка пересечения асимптот близка к точке с координатами r_∞ и T_∞ . На этом основании

$$\frac{T_\infty}{T_0} \approx \left(\frac{M_0^2}{M_0^2 + 3} \right) \left(\frac{r_g}{r_\infty} \right)^{4/3}. \quad (IV.3.21)$$

Решая совместно уравнения /20/ и /21/ относительно r_∞/r_g и T_∞/T_0 , получим

$$\frac{T_\infty}{T_0} = \left(\frac{u_0 r_0}{r_g} \right)^{\frac{4}{4\beta+3}} (1+c)^{\frac{4\beta}{4\beta+3}} \left(1 + \frac{3}{M_0^2} \right)^{\frac{3}{4\beta+3}}, \quad (IV.3.22)$$

$$\frac{T_\infty}{T_g} = \left(\frac{r_g}{u_0 r_0} \right)^{\frac{3}{4\beta+3}} (1+c)^{-\frac{3\beta}{4\beta+3}} \left(\frac{M_0^2}{M_0^2 + 3} \right)^{\frac{\beta+3}{4\beta+3}}. \quad (IV.3.23)$$

Заметим, что входящее в эти выражения безразмерное отношение

$$\frac{r_g}{u_0 r_0} \sim \frac{K n_0}{M_0} \gg 1, \quad (IV.3.24)$$

следовательно, параметр r_∞ одного порядка с введенной в гл. I границей ОЯО.

Так как скорость течения и продольная температура с удалением от ядра стремятся к конечным пределам, то в конце концов в потоке достигается предельное значение продольного числа Маха

$$M_{1\infty} = \frac{u_\infty}{\sqrt{\frac{5}{3} R T_\infty}}, \quad (IV.3.25)$$

в то время как поперечное число Маха

$$M_{2\infty} = \frac{u_\infty}{\sqrt{\frac{5}{3} R T_\infty r_\infty}} = M_{1\infty} \sqrt{\frac{r}{r_\infty}} \quad (IV.3.26)$$

неограниченно возрастает. Из /25/ с помощью /22/ получаем выражение

$$M_{1\infty} = \left(\frac{r_g}{u_0 r_0} \right)^{\frac{2}{4\beta+3}} M_0^{\frac{3}{4\beta+3}} \left(\frac{M_0^2 + 3}{1+c} \right)^{\frac{2\beta}{4\beta+3}}. \quad (IV.3.27)$$

Для маковедловских молекул $\beta = c = 0$ все соотношения значительно упрощаются. В частности,

$$\frac{M_{1\infty}}{M_0} \approx \left(\frac{r_g}{u_0 r_0} \right)^{2/3} \gg 1, \quad (IV.3.28)$$

т.е. продольное число Маха значительно увеличивается по сравнению с начальным, хотя и стремится к конечному пределу.

Разумеется, в пределах области сферической симметрии анизотропный характер температуры никак не влияет на распределение плотности вещества. Это связано с универсальным видом закона сохранения вещества /2/, не зависящим от формы функции распределения молекул. Поэтому

$$\rho \approx \frac{\rho_0 r_g^2 u_0}{u_\infty r^2}. \quad (IV.3.29)$$

В предыдущих рассуждениях нигде не учитывалось разрушение молекул при фотохимических и других реакциях. Так можно поступать потому, что химические превращения не изменяют полной плотности вещества, а реакции, способные давать ощутимый вклад в энергию потока (увеличивать энтальпию торможения), происходят в зоне распада родительских молекул, т.е. во внутренних частях ОЯО.

Для сравнения теории с наблюдениями полная плотность вещества представляет гораздо меньший интерес, чем плотность светящихся молекул определенного сорта. Средний возраст вещества на расстоянии r от ядра

$$t^* = \frac{r}{u_\infty}. \quad (IV.3.30)$$

Если среднее время жизни молекул данного сорта равно τ , то их плотность ρ^* распределена в пространстве по закону

$$\rho^* = \frac{\rho_0 r_g^2 u_0}{u_\infty r^2} e^{-\frac{r}{u_\infty \tau}}. \quad (IV.3.31)$$

IV.4. Переходная область как точечный источник вещества

При изучении движения нейтралов в области, размеры которой значительно превосходят ОЯО, нет необходимости учитывать конечные размеры переходной области. В этом случае с достаточной для практических целей точностью можно считать, что в ядре кометы находится точечный источник вещества. При таком подходе, конечно, нельзя приписывать источнику распределение молекул по скоростям, реально существующее на поверхности ядра (случай, когда сразу с поверхности происходит свободномолекулярный разлет, будет рассмотрен ниже), а необходимо выполнить замену реального протяженного источника точечным так, чтобы распределение молекул на больших расстояниях от ядра у реального и эффективного точечного источника максимально совпадали. Замена будет эквивалентной, если мы перенесем в пространстве траектории всех молекул параллельно самим себе и

при этом таким образом, чтобы все они проходили через центр ядра. Если плотность молекул в фазовом пространстве $f(\vec{v})$, а скорость в координатном пространстве $-\vec{v}$, то, по определению, мощность источника

$$S(\vec{r}, \vec{v}) = \text{div}(\vec{v}\vec{f}) = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{f} \cdot d\vec{A}}{V}, \quad (\text{IV.4.1})$$

где интеграл берется по замкнутой поверхности A , охватывающей точку с координатами $\vec{r}$, а затем совершается предельный переход к бесконечно малому объему V путем стягивания поверхности A в точку. Если отказаться от предельного перехода, получится усредненная мощность источника.

Рассматривая ПО как источник молекул, найдем его среднюю по пространству мощность. Для этого выбираем в качестве точки r центр ядра и интегрируем в числителе выражения /1/ по полусфере некоторого радиуса r_u . Из-за сферической симметрии усредненная мощность источника $\bar{S}$ не зависит от направления скорости, поэтому для упрощения выкладок выбираем сферические координаты, в которых

$$\vec{r} = \{r \cos \vartheta, r \sin \vartheta \sin \varphi, r \sin \vartheta \cos \varphi\}, \quad (\text{IV.4.2})$$

$$\vec{v} = \{v, 0, 0\}. \quad (\text{IV.4.3})$$

В этой системе координат искомая мощность определяется интегралом

$$\bar{S} = \frac{3}{2r_u} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} f(\vec{v}, \vec{r}) v \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta d\varphi. \quad (\text{IV.4.4})$$

В качестве функции распределения молекул на поверхности источника, которая входит в подынтегральное выражение /4/, возьмем анизотропное максвелловское распределение со средней скоростью u . Как мы убедились в предыдущем параграфе, именно такое распределение совпадает с точностью до третьих моментов с тем, которое получается в ПО.

Мощность эквивалентного точечного источника связана с мощностью усредненного по поверхности источника соотношением

$$S_0 = \frac{4}{3} \pi r_u^3 \delta(\vec{r}) \bar{S}. \quad (\text{IV.4.5})$$

Таким образом, если

$$f_0 = \left(\frac{m}{2\pi k}\right)^{3/2} \frac{n(r_u)}{T_1 \sqrt{T_1}} e^{-\frac{m(\vec{r} \cdot \vec{r} - u)^2}{2kT_1}} - \frac{m(\frac{\vec{r} \cdot \vec{r}}{r})^2}{2kT_1} \quad (\text{IV.4.6})$$

мощность эквивалентного точечного источника имеет вид

$$S_0 = \frac{2\pi r_u^2 n v \delta(\vec{r}) m^{3/2}}{(2\pi k)^{3/2} T_1 \sqrt{T_1}} \int_0^{\pi/2} e^{-\frac{m(v \cos \vartheta - u)^2}{2kT_1}} - \frac{m v^2 \sin^2 \vartheta}{2kT_1} \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta. \quad (\text{IV.4.7})$$

Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Источник с нулевой средней скоростью и изотропной температурой (максвелловский источник). В этом случае

$$T_1 = T_1 = T; \quad u = 0 \quad (\text{IV.4.8})$$

и

$$S_0 = 2\pi r_u^2 n \left(\frac{m}{2\pi k T}\right)^{3/2} \frac{1}{v} e^{-\frac{m v^2}{2kT}} \delta(\vec{r}). \quad (\text{IV.4.9})$$

2. Максвелловский источник с макроскопической скоростью. Здесь

$$T_1 = T_1 = T; \quad u \neq 0. \quad (\text{IV.4.10})$$

Тогда

$$S_0 = 2\pi r_u^2 n \left(\frac{m}{2\pi k T}\right)^{3/2} \frac{kT}{u} \times \left[e^{\frac{uv}{kT}} - \frac{kT}{uv} \left(e^{\frac{uv}{kT}} - 1 \right) \right] e^{-\frac{m(v^2 + u^2)}{2kT}} \delta(\vec{r}). \quad (\text{IV.4.11})$$

3. Вырожденный максвелловский источник с предельной анизотропией:

$$T_u = T \neq 0; \quad T_1 = 0; \quad u \neq 0. \quad (\text{IV.4.12})$$

В этом случае, учитывая, что

$$\lim_{T_1 \rightarrow 0} \frac{m}{2\pi k T_1} v \sin \vartheta e^{-\frac{m v^2 \sin^2 \vartheta}{2kT_1}} = \frac{\delta(v \sin \vartheta)}{2\pi} = \frac{\delta(u)}{2\pi D}, \quad (\text{IV.4.13})$$

имеем

$$S_0 = \frac{\pi r_u^2}{v} \sqrt{\frac{m}{2\pi k T_1}} e^{-\frac{m(v-u)^2}{2kT_1}} \delta(\vec{r}). \quad (\text{IV.4.14})$$

В общем случае при произвольных T_1 , T_1 и u интегрирование выражения /7/ дает

$$S_0 = \frac{\pi r_u^2 \delta(\vec{r})}{\sqrt{k} \sqrt{T_1 - T_1}} e^{-\frac{mu^2}{2kT_1} - \frac{mv^2}{2kT_1}} \times \left\{ \sqrt{\frac{m T_1}{2k}} \left[e^{+\frac{mv}{kT_1} \left(v \frac{T_1 - T_1}{2T_1} + u \right)} - 1 \right] - \right. \quad (\text{IV.4.15})$$

$$-\frac{\mu}{k} \sqrt{\frac{T_1}{T_0 - T_1}} \left[\operatorname{Erfi} \left(\sqrt{\frac{m(T_0 - T_1)}{2kT_0 T_1}} + \frac{\mu}{kT_0} \sqrt{\frac{kT_0 T_1}{2m(T_0 - T_1)}} \right) - \operatorname{Erfi} \left(\frac{\mu}{kT_0} \sqrt{\frac{kT_0 T_1}{2m(T_0 - T_1)}} \right) \right] e^{-\frac{\mu^2 T_0}{2kT_1(T_0 - T_1)}} \Bigg\}.$$

Наиболее интересен третий случай. Если сферическая симметрия течения нарушается достаточно далеко от ядра в ПО, то анизотропия успевает достигнуть таких значений, что можно пренебречь поперечной температурой по сравнению с продольной. Заметим, что в этом случае безразлично, какое именно расстояние от ядра считать поверхностью (границей) источника, так как в выражение /14/ входят только не зависящие от расстояния величины μr^2 и T_0 . Первый случай также физически реален у комет, лишенных ПС, ОЯО и ПО. Если истечение молекул из ядра приводит к столь малой плотности вещества, что сразу у поверхности ядра начинается свободно-молекулярный разлет, то ядро эквивалентно точечному источнику вида /8/.

IV.5. Краткое содержание и выводы

Главная особенность течения вещества в области перехода к свободномолекулярному режиму в том, что редкие столкновения оказывают существенное влияние на характер течения. Влияние столкновений проявляется в деформации функции распределения молекул в сторону отклонения от локально-максвелловской. Совершенно безнадежно пытаться учесть это отклонение путем перехода от уравнений невязкой гидродинамики к уравнениям Навье-Стокса. Такое уточнение уравнений гидродинамики приводит к успеху в случае плоскосимметричных течений и вообще течений с мало расходящимися линиями тока, однако в случае сферически симметричных течений вмешивается сама геометрия потока.

Расходимость линий тока в сферическом (и любом другом) течении приводит к тому, что функция распределения деформируется гораздо сильнее за счет расходимости линий тока, чем вследствие вязкости и теплопроводности. Получается интересная ситуация: приближение Навье-Стокса оправдывается в тех случаях, когда вполне точные результаты дает приближение Эйлера, и справедливость обоих приближений нарушается почти на одинаковом расстоянии от ядра.

Вывод уравнений гидродинамики как уравнений для низших моментов функции распределения показывает, что даже без учета вязкости и теплопроводности получается система уравнений, отличная от уравнений гидродинамики идеальной жидкости. При этом возникает обычная проблема, сопутствующая переходу от кинетического к макроскопическим уравнениям, — проблема замыкания или обрыва бесконечной системы моментных уравнений. В случае, представляющем наибольший интерес для физики комет, эта трудность успешно устраняется, так как большое число Маха позволяет пренебречь потоками тепла.

Основной чертой сферически симметричных потоков с редкими межмолекулярными столкновениями является необходимость ввести для их описания две температуры: поперечную и продольную. Температурная анизотропия увеличивается по мере удаления вещества от ядра. При этом, в отличие от результата, получаемого в приближении Эйлера, продольная температура стремится к определенному конечному значению (а не убывает беспредельно), а поперечная монотонно уменьшается с расстоянием от ядра. Таким образом, главное искажение функции распределения состоит в том, что она приобретает с точностью до третьих моментов характер эллипсоидального максвелловского распределения вокруг средней макроскопической скорости, причем большая ось эллипса вытянута вдоль радиального направления. В пределе соотношение осей эллипса стремится к бесконечности, т.е. молекулы движутся исключительно радиально с не зависящей от расстояния дисперсией скоростей.

В некоторых случаях приближение Хеймела-Виллиса нарушается раньше, чем произойдет полное вырождение функции распределения. Причиной является ускорение молекул под действием солнечной радиации. При этом линии тока искривляются и в каждой точке появляются два выделенных направления: направление скорости и направление на центр кривизны линии тока. Отсюда следует, что такое течение в общем случае описывается тремя температурами: тангенциальной, нормальной и бинормальной. Можно ожидать, что тангенциальная и бинормальная температуры будут зависеть от расстояния, отсчитанного вдоль линии тока, примерно так же, как зависят радиальная и поперечная температуры от радиуса в случае сферически симметричного течения. В дальнейшем этот специальный случай не рассматривается. Принято, что сферическая симметрия имеет место во всей ПО.

Глава У

СВОБОДНОМОЛЕКУЛЯРНЫЙ РАЗЛЕТ

У.1. Модели бесстолкновительных атмосфер

Классическая механическая теория кометных форм была вызвана к жизни необходимостью интерпретировать геометрические характеристики кометных атмосфер. Основатели механической теории Ф.А.Бредихин и Ф.Бессель и их последователи исходили из предположения, что в кометных атмосферах осуществляется режим течения вещества, который на современном языке называется бесстолкновительным. В этом случае динамика кометной атмосферы сводится к динамике одной частицы в центральном поле. Было установлено, что движение частиц в кометах описывается хорошо известными законами небесной механики, если считать Солнце не притягивающим, а отталкивающим центром и подбирать постоянную закона отталкивания индивидуально для каждой частицы.

В эпоху расцвета механической теории для интерпретации кометных форм рассчитывались для каждой кометы семейства траекторий множества частиц. Различные образования в кометных атмосферах интерпретировались либо как траектории частиц, либо как огибающие некоторого семейства траекторий, либо как геометрическое место точек на пучке траекторий, достигаемых за одно и то же время после вылета из ядра (синхронн).

Распределение поверхностной яркости в кометах стали изучать сравнительно недавно. Начало поверхностной фотометрии комет связано с появлением кометы Галлея в 1910 г. [134]. Уже в первых фотометрических работах было установлено, что поверхностная яркость в головах комет чаще всего падает с удалением от ядра по закону $I \sim R^{-1}$ [43, 58]. Теоретический расчет распределения плотности и поверхност-

ной яркости в атмосфере кометы впервые выполнил в 1938 г. Д.О.Мохнач [57]. В этой и в ряде последующих работ [58-61]. Мохнач исходил из предположения, что частицы покидают ядро в направлении нормали к поверхности, имея при этом одну и ту же скорость. Ядро кометы рассматривалось как точечный источник вещества; предполагалось, что во всей атмосфере реализуется бесстолкновительное течение.

При этих предположениях движение газа полностью описывается одним уравнением неразрывности. Удобно пользоваться лагранжевым описанием течения. Независимыми переменными при этом служат два угла, характеризующие направление вылета частицы из ядра: угол между направлением вылета и направлением на Солнце ψ и угол между плоскостью движения частицы и некоторой плоскостью кометной орбиты φ . Так как в произвольном объеме, движущемся вместе с газом, число частиц сохраняется, то объемная плотность частиц n связана с числом частиц $\dot{G}$, поступающих из ядра в единицу времени в единичный телесный угол, соотношением

$$n dx dy dz = \dot{G} \sin \psi d\psi d\varphi dt, \quad (У.1.1)$$

где x, y и z — текущие (эйлеровы) координаты частицы, связанные с лагранжевыми уравнениями движения

$$\vec{r} = \{x, y, z\} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g} t^2}{2}, \quad (У.1.2)$$

причем начальная скорость частицы

$$\vec{v}_0 = \{v_0 \cos \psi, v_0 \cos \varphi \sin \psi, v_0 \sin \varphi \sin \psi\}, \quad (У.1.3)$$

а отталкивающее ускорение

$$\vec{g} = \{-g, 0, 0\}. \quad (У.1.4)$$

Непосредственно из уравнения /1/ следует

$$n = \frac{\dot{G} \sin \psi}{\partial(x, y, z) / \partial(\varphi, \psi, t)}. \quad (У.1.5)$$

Стоящий в знаменателе якобиан вычисляется с помощью соотношений /2/, которые вместе с /5/ определяют в параметрической форме распределение объемной плотности в атмосфере. Если удастся исключить из системы /2/, /5/ лагранжевы координаты, то получается замкнутое выражение для распределения плотности. Распределение яркости получается интегрированием вдоль луча зрения. При этом интегрирование по координате можно заменить интегрированием по любому параметру, функционально связанному с координатой, отсчитываемой вдоль луча зрения. Мохнач интегрирует по времени:

$$N = \int_{t_1}^{t_2} n(x, y, t) dt, \quad (У.1.6)$$

выбирая в качестве пределов интегрирования наибольшее и наименьшее время, за которое частица может долететь до луча зрения, проведенного через точку с координатами x, y в картинной плоскости.

В случае изотропной стационарной эмиссии получается распределение поверхностной плотности вида

$$N = \frac{\dot{n} R}{v_0 R}, \quad (У.1.7)$$

где R — расстояние от центра ядра в картинной плоскости. Если $\dot{n} = 0$ при $\frac{\pi}{2} < \vartheta < \pi$, т.е. эмиссия происходит только в полусферу, обращенную к Солнцу, то

$$N = \frac{2\dot{n}}{v_0 R} \arctg \sqrt{\frac{x\sqrt{v^2 - 2gx - gy} - v(x+y)}{x\sqrt{v^2 - 2gx - gy} + v(x+y)}}. \quad (У.1.8)$$

В этом случае изофоты приобретают серпообразную форму.

Мохнач рассмотрел также некоторые более сложные случаи. Были рассчитаны изофоты при стационарной эмиссии, пропорциональной локальной освещенности на ядре (при этом скорость вылета молекул по-прежнему принималась постоянной). Оказалось, что в этом случае изофоты резко асимметричны относительно центра ядра и максимум поверхностной плотности не совпадает с центром ядра. Были рассмотрены также варианты нестационарной эмиссии: медленное изменение величины $\dot{n}$ и эмиссия импульсного характера (взрыв). При изотропном взрыве получилась сферическая расширяющаяся и удаляющаяся в хвост оболочка. Если же эмиссия пропорциональна освещенности, получается оболочка в виде дуги эллипса.

Наконец, в работе [59, 60] рассмотрены варианты нестационарного распределения яркости как при отсутствии внешнего поля сил, так и с учетом этого поля; кроме того, найдено распределение поверхностной плотности в случае, когда все молекулы в некоторый момент ионизируются.

С точки зрения физики многие исходные предпосылки в работах [58-60] представляются неоправданными. Невозможна сферически симметричная эмиссия с поверхности ядра, лишенного внутренних источников энергии. Невозможен строго радиальный вылет молекул с поверхности (на самом деле имеет место косинусное распределение). Заведомо неверно предположение об отсутствии дисперсии ско-

ростей. Весьма искусственно предположение о пропорциональности удельной эмиссии освещенности ядра. На самом деле зависимость здесь гораздо сложнее. Характер зависимости интегрального блеска комет от гелиоцентрического расстояния свидетельствует в пользу того, что скорость эмиссии пропорциональна квадрату освещенности ядра. Дополнительные трудности возникают в случае вращающегося ядра, где характер эмиссии зависит от теплопроводности и теплоемкости ядерного вещества и от величины и ориентации угловой скорости.

Несмотря на обилие физически неоправданных предпосылок, сферически симметричная модель Мохнача оказалась в хорошем согласии с наблюдениями. Причина такого совпадения ясна. Газодинамические эффекты в ОЯО и ПО приводят к тому, что газ в свободномолекулярной области обладает вырожденным распределением скоростей. Кроме того, в СМО температура газа достаточно низкая, чтобы считать поток молекул моноскоростным. Таким образом, условия, незаконно принятые в работах [58-60] для поверхности ядра, на самом деле реализуются на внешней границе ПО, что и приводит к согласию расчетов с наблюдениями.

В 1958 г. появилась работа Л.В. Уоллеса и Ф.Д. Миллера [170], посвященная также распределению плотности в свободномолекулярной атмосфере. Рассмотрен случай сферически симметричного истечения с дисперсией скоростей в поле отталкивательной силы. Кроме того, Уоллес и Миллер подробно исследовали влияние пространственной анизотропии истечения молекул с поверхности ядра на форму изофот. Были рассмотрены следующие случаи пространственного распределения эмиссии:

$$\dot{n} = \dot{n}_0 \cos \vartheta, \quad (У.1.9)$$

$$\dot{n} = \frac{1}{2} \dot{n}_0 (1 + \cos \vartheta), \quad (У.1.10)$$

$$\dot{n} = \frac{1}{2} \dot{n}_0 (1 + \cos \vartheta + \sin^2 \vartheta) \quad (У.1.11)$$

при условии, что скорости молекул в момент вылета одинаковы по величине. Если отвлечься от ошибочности последнего предположения, случай [10] соответствует невращающееся ядро с распределением температуры

$$T = \begin{cases} \text{const} & \text{при } 0 < \vartheta \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{при } \frac{\pi}{2} < \vartheta < \pi \end{cases} \quad (У.1.12)$$

Остальные два случая физически не обосновываются, а рассматриваются как модельные. В результате расчета картины изофот авторы обсуждаемой работы получили раздвоение хвоста в картинной плоскости при

законе эмиссии /9/ и несколько менее отчетливо выраженное раздвоение при остальных двух законах эмиссии.

Результаты расчетов Уоллеса и Миллера находятся в качественном согласии с наблюдениями. Количественного совпадения ожидать трудно, так как начальное распределение скоростей физически не обоснована. Кроме того, как и в первых работах Д.О.Мохнач, в работе [145] не учитывалась конечность времени жизни молекул в поле солнечной радиации.

Расчет распределения плотности с учетом исчезновения светящихся частиц выполнили В.Г.Рийвес [77,79] и Л.Хазер [135]. В области, где влиянием ускорения можно пренебречь, в моноскоростном приближении получается распределение плотности

$$n = \frac{n_0 r_a^2}{r^2} e^{-\frac{r-r_a}{v_0 \tau}}, \quad (У.1.13)$$

где v_0 - скорость движения молекул, τ - их среднее время жизни. Соответствующее распределение поверхностной плотности имеет вид

$$N = \frac{2n_0 r_a^2}{r} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{r}{v_0 \tau} ch x}}{ch x} dx. \quad (У.1.14)$$

Хазер [135] и Рийвес предприняли первые попытки рассчитать распределение диссоциатов. При этом по-прежнему использовалось моноскоростное приближение.

Расчет распределения диссоциатов с учетом распределения молекул по скоростям предприняли Д.О.Мохнач [62-63], Д.Малез [144], однако их результаты некорректны для бесстолкновительной атмосферы из-за необоснованного выбора функции источника родительских молекул (см. раздел У.4).

Ю.И.Гнедин и А.З.Долгинов [18,127] применили для расчета распределения плотности и яркости бесстолкновительное кинетическое уравнение. Но по той же самой причине их конкретные результаты следует рассматривать только как иллюстрацию метода.

Из этого краткого обзора теоретических работ по распределению плотности в кометных атмосферах следует, что существующие модели построены, как правило, при большом числе ограничений, из которых многие совершенно неоправданны. В настоящей главе будет изложена методика расчета распределения плотности, применимая к широкому классу комет.

У.2. Общий подход к расчету свободномолекулярных течений

Изучение поведения газа в СМО существенно облегчает то, что оно описывается линейным дифференциальным уравнением, а именно кинетическим уравнением бесстолкновительного члена

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \vec{g} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = S(\vec{r}, \vec{v}, t) - \beta(\vec{r}, \vec{v}, t) f, \quad (У.2.1)$$

где S - функция источника, т.е. число частиц, появляющихся в единицу времени в единице шестимерного фазового объема $\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \Delta v_1 \Delta v_2 \Delta v_3$; β - вероятность исчезновения частицы - величина, обратная среднему времени жизни.

Как и всякое дифференциальное уравнение (а тем более уравнение в частных производных), /1/ не содержит всей информации о динамике газа в СМО. Недостающая информация содержится в дополнительном условии, которое может быть записано в следующей форме. Необходимо, чтобы удовлетворяющая уравнению /1/ функция приобретала заданный вид

$$f = f_0(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad (У.2.2)$$

на заранее выбранной гиперповерхности

$$\Phi(\vec{r}_0, \vec{v}_0, t) = 0. \quad (У.2.3)$$

Уравнения /1/-/3/ составляют в совокупности некоторую задачу Коши, которая имеет единственное решение, если только гиперповерхность /3/ не принадлежит к числу характеристических поверхностей уравнения /1/.

Нетрудно понять физический смысл последнего ограничения. Кинетическое уравнение /1/ в данном случае не более чем компактный способ описания движения большого числа частиц. Можно было бы пронумеровать все частицы и следить за движением каждой в отдельности - т.е. рассчитывать положения и скорость каждой частицы в интересующие нас моменты времени. Вместо такого незксоного метода мы стремимся рассчитать плотность частиц в каждой точке пространства координат и скоростей, переходя тем самым от дискретного множества частиц к непрерывному. При дискретном подходе, кроме уравнений движения, необходимо задать для каждой частицы положение и скорость в какой-либо момент. Можно, например, выбрать поверхность (необязательно неподвижную, необязательно непрерывную и т.п.), кото-

рую пересекают все частицы, и задать начальные условия на этой поверхности в точках пересечения с траекториями. При переходе к континууму условия придется задать на всей поверхности.

Очевидно, если поверхность выбрана так, что она состоит из траекторий частиц, полностью лежащих на этой поверхности и плотно ее заполняющих, то большинство траекторий будет находиться вне этой поверхности, нигде ее не пересекая. В этом случае, из-за отсутствия начальных данных, нельзя предсказать поведение частиц вне поверхности. Именно такие поверхности и называются характеристическими. Более строгое изложение этого вопроса и методов интегрирования уравнений типа /1/ можно найти в математических руководствах (см., напр., /83/).

Из всего множества задач Коши в рассматриваемом здесь случае наибольший интерес представляют две: задача с начальным условием (известно начальное распределение во всей СМО)

$$\begin{cases} f = f_0(\vec{r}, \vec{v}, t), \\ \phi(\vec{r}, \vec{v}, t) \equiv t = 0 \end{cases} \quad (\text{У.2.4})$$

$$(\text{У.2.5})$$

и задача с граничным условием (задана функция распределения на поверхности в координатном пространстве - внутренней границе СМО)

$$\begin{cases} f = f_0(\vec{r}, \vec{v}, t), \\ \phi(\vec{r}, \vec{v}, t) \equiv \phi(\vec{r}) = 0. \end{cases} \quad (\text{У.2.6})$$

$$(\text{У.2.7})$$

Если оводномолекулярный режим начинается у самого ядра и ядро шар, то условие /7/ записывается в простой форме:

$$\phi(\vec{r}) \equiv \vec{r}^2 - r_g^2 = 0. \quad (\text{У.2.8})$$

От этого случая формально неотличим другой, когда внутренняя граница СМО лежит в области сферической симметрии:

$$\phi(\vec{r}) \equiv \vec{r}^2 - r_{\text{СМО}}^2 = 0. \quad (\text{У.2.9})$$

Как будет показано, задачи эквивалентны, поэтому достаточно получить общее решение одной из них. Задача с начальным условием решается следующим образом. Составляются уравнения характеристик для кинетического уравнения /1/. Ими в данном случае являются уравнения движения частиц

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \quad (\text{У.2.10})$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}. \quad (\text{У.2.11})$$

Можно также рассматривать эти уравнения как уравнения течения континуума в шестимерном пространстве координат и скоростей, записанные в форме Лагранжа. При $\vec{g} = \text{const}$ уравнения /10/ и /11/ легко интегрируются:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{\vec{g}(t - t_0)^2}{2}, \quad (\text{У.2.12})$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}(t - t_0). \quad (\text{У.2.13})$$

Уравнения траекторий /12/ и /13/ (в 6-пространстве) связывают эйлеровы координаты $\vec{r}$ и $\vec{v}$ с лагранжевными $\vec{r}_0$ и $\vec{v}_0$.

Кинетическое уравнение есть не что иное как уравнение неразрывности в 6-пространстве, записанное в переменных Эйлера. Соотношения /12/ и /13/ позволяют преобразовать его к переменным Лагранжа. Для этого необходимо, во-первых, заменить аргументы функции источника S и вероятности исчезновения β , во-вторых, воспользоваться тем, что частная производная по времени в переменных Лагранжа есть полная производная по времени, взятая вдоль траектории частицы:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{lag}} = \frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \vec{g} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}}. \quad (\text{У.2.14})$$

Кинетическое уравнение приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} + \beta(t, \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2) f = \\ = S(t, \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2, \vec{v}_0 + \vec{g}(t - t_0)). \end{aligned} \quad (\text{У.2.15})$$

Его можно рассматривать как обыкновенное дифференциальное уравнение и интегрировать с начальным условием

$$f(t = t_0, \vec{r}, \vec{v}) = f_0(\vec{r}_0, \vec{v}_0). \quad (\text{У.2.16})$$

В результате интегрирования получается

$$\begin{aligned} f(t) = f_0(\vec{r}_0, \vec{v}_0) e^{-\int_{t_0}^t \beta dt} + \\ + e^{-\int_{t_0}^t \beta dt} \int_{t_0}^t e^{\int_{t_0}^{\tau} \beta d\tau} S[\vec{r}, \vec{r}_0 + \vec{v}_0(\tau - t_0) + \frac{\vec{g}}{2}(\tau - t)^2, \vec{v}_0 + \vec{g}(\tau - t_0)] d\tau. \end{aligned} \quad (\text{У.2.17})$$

Остается возвратиться к переменным Эйлера. Очевидно, что если частица в момент t_0 находилась в точке $\vec{r}_0, \vec{v}_0$ и в момент t пришла в точку $\vec{r}, \vec{v}$, то, обратив направление течения времени, мы получим обратную картину: частица, которая в момент t_0 находится в точке $\vec{r}_0, \vec{v}_0$, вернется по прежней траектории в момент t в

точку $\vec{r}, \vec{v}$. Поэтому для перехода от лагранжевых переменных к эйлеровым достаточно поменять местами t и t_0 , $\vec{r}$ и $\vec{r}_0$, $\vec{v}$ и $\vec{v}_0$. Получится в точности такой же результат, как если бы мы выразили $\vec{r}_0$ и $\vec{v}_0$ через $\vec{r}$ и $\vec{v}$ с помощью уравнений /12/ и /13/, а затем подставили полученные выражения в /17/, а именно:

$$f(\vec{r}, \vec{v}, t) = f_0 \left[\vec{r} + \vec{v}(t_0 - t) + \frac{\vec{g}}{2}(t_0 - t)^2, \vec{v} + \vec{g}(t_0 - t) \right] e^{-\int_{t_0}^t \beta d\tau} + \int_{t_0}^t e^{-\int_{t_0}^{\tau} \beta d\tau} S \left[\tau, \vec{r} + \vec{v}(\tau - t) + \frac{\vec{g}}{2}(\tau - t)^2, \vec{v} + \vec{g}(\tau - t) \right] d\tau. \quad (Y.2.18)$$

Это и есть искомое решение, описывающее как стационарное, так и нестационарное течение газа в СМО.

Форма записи решения /18/ говорит о том, что плотность частиц в момент t в окрестности точки $\vec{r}, \vec{v}$ состоит из двух слагаемых. Первое из них – вклад частиц, которые в начальный момент находились именно в такой точке $\vec{r}_0, \vec{v}_0$ пространства, чтобы к моменту t оказаться в точке $\vec{r}, \vec{v}$. Экспоненциальный множитель учитывает, что часть молекул по пути исчезла, превратившись в другие частицы. Второе слагаемое – вклад частиц, "родившихся" после момента t_0 . Так как в момент t в точке $\vec{r}, \vec{v}$ присутствуют частицы, появившиеся в различные моменты, производится интегрирование по всему промежутку времени от t_0 до t . Заметим, что при $\beta > 0$ можно отодвинуть начальный момент в бесконечное прошлое. Тогда первое слагаемое в выражении /18/ обратится в нуль, так как бесконечно давно существовавшее распределение бесследно исчезнет к моменту наблюдения. Таким образом, если известна функция источника во все моменты, предшествующие моменту наблюдения, задавать начальное распределение излишне. В этом случае

$$f(\vec{r}, \vec{v}, t) = \int_{-\infty}^t e^{-\int_{t_0}^{\tau} \beta d\tau} S \left[\tau, \vec{r} + \vec{v}(\tau - t) + \frac{\vec{g}}{2}(\tau - t)^2, \vec{v} + \vec{g}(\tau - t) \right] d\tau. \quad (Y.2.19)$$

Если среднее время жизни молекул значительно меньше, чем характерное время изменения мощности источника, т.е.

$$\beta \gg \frac{1}{S} \cdot \frac{\partial S}{\partial t}, \quad (Y.2.20)$$

налицо квазистационарное распределение частиц в СМО. Рассматривая квазистационарный случай, удобно выбрать в качестве нулевого момента момент наблюдения и отсчитывать время от настоящего к прошлому, т.е. перейти в выражении /20/ от интегрирования по моментам вылета к интегрированию по возрастам частиц, наблюдаемых в данный момент. Замена τ на $-\tau$ и перестановка пределов интегрирования дает выражение

$$f(\vec{r}, \vec{v}, t=0) = \int_0^{\infty} e^{-\int_0^{\tau} \beta d\tau} S \left[-\tau, \vec{r} - \vec{v}\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2}, \vec{v} - \vec{g}\tau \right] d\tau. \quad (Y.2.21)$$

Эта форма решения кинетического уравнения при $\beta = const$ и использовалась Гнединым и Долгиновым в работах /18, 127/.

Покажем, что функция распределения /20/ является не только решением кинетического уравнения /1/ с начальными условиями в бесконечном прошлом, но и решением уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \vec{g} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = -\beta f \quad (Y.2.22)$$

с граничным условием

$$f = f_0(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad (Y.2.23)$$

при

$$\vec{r}^2 - \vec{r}_u^2 = 0, \quad (Y.2.24)$$

если только выбрать функцию источника в выражении /20/ в виде

$$S(\vec{r}, \vec{v}, t) = 2\vec{v} \cdot \vec{r} f_0(\vec{r}, \vec{v}, t) \delta(\vec{r}^2 - \vec{r}_u^2) \sigma(\vec{v} \cdot \vec{r}). \quad (Y.2.25)$$

Входящая в это выражение δ -функция Дирака обеспечивает ненулевую мощность источника только на сфере радиуса r_u , а σ -функция Хевисайда отфильтровывает поток молекул, летящих наружу.

Для доказательства подставим /25/ в /21/ и проинтегрируем по возрастам частиц. После подстановки получаем

$$f(\vec{r}, \vec{v}) = 2 \int_0^{\infty} e^{-\beta \tau} (\vec{v} - \vec{g}\tau) \left(\vec{r} - \vec{v}\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \right) \times f_0 \left(\vec{r} - \vec{v}\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2}, \vec{v} - \vec{g}\tau - \tau \right) \times \delta \left[\left(\vec{r} - \vec{v}\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \right)^2 - \vec{r}_u^2 \right] \sigma \left[(\vec{v} - \vec{g}\tau) \cdot \left(\vec{r} - \vec{v}\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \right) \right] d\tau. \quad (Y.2.26)$$

Для интегрирования необходимо представить δ -функцию под интегралом в виде

$$\delta\left[\left(\vec{r}-\vec{v}\tau+\frac{\vec{g}\tau^2}{2}\right)^2-r_u^2\right]=\sum_{i=1}^4 \frac{\delta(\tau-\tau_i)}{2\left|\left(\vec{r}-\vec{v}\tau+\frac{\vec{g}\tau^2}{2}\right)(\vec{v}-\vec{g}\tau)\right|}, \quad (\text{У.2.27})$$

где τ_i - корни уравнения

$$\left(\vec{r}-\vec{v}\tau+\frac{\vec{g}\tau^2}{2}\right)^2-r_u^2=0. \quad (\text{У.2.28})$$

Вклад в интеграл /26/ дают не все слагаемые разложения /27/. Прежде всего не дают вклада слагаемые, соответствующие комплексным τ_i , так как интегрирование производится в вещественной области. Если отвлечься от вырожденных случаев, когда частица вылетает по касательной к поверхности источника (при этом уравнение /28/ имеет кратные корни), то уравнение /28/ имеет либо два, либо четыре вещественных корня. Это, очевидно, связано с тем, что траектория молекулы пересекает поверхность источника в двух или в четырех точках (рис.13). Половину этого количества составляют точки, в которых молекула входит в источник. Соответствующие корни

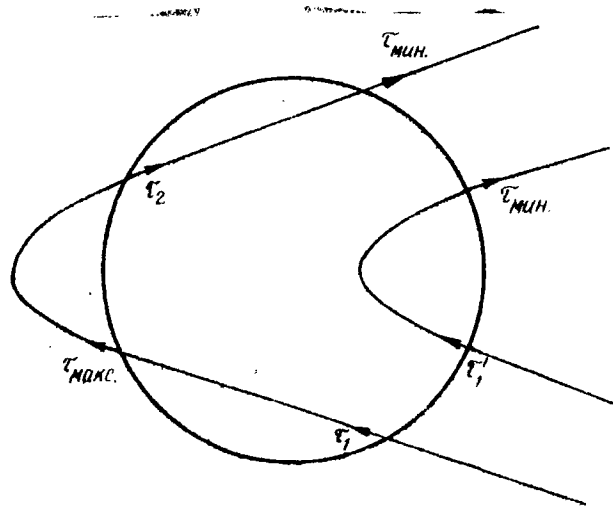


Рис.13. Траектории молекул близ границы источника.

(τ_1, τ_2 на рис.13) не дают вклада в интеграл /26/. Таким образом, в сумме /27/ остаются максимум два существенных члена. Из физических соображений ясно, что частица с большим из двух возрастов $\tau_{макс}$ может прийти в точку $\vec{r}, \vec{v}$, только пройдя сквозь источник, что лишено физического смысла. Поэтому вклад в интеграл дает только один член суммы /27/ с наименьшим корнем уравнения /28/. Выполняя интегрирование, получим

$$f(\vec{r}, \vec{v}) = e^{-\beta \tau_{мин}(\vec{v})} f_0(\vec{v}-\vec{g}\tau_{мин}(\vec{v}), \vec{r}-\vec{v}\tau_{мин}(\vec{v}) + \frac{\vec{g}\tau_{мин}^2(\vec{v})}{2}, -\tau_{мин}(\vec{v})), \quad (\text{У.2.29})$$

которое вместе с уравнением /28/ и сформулированным условием выбора его корней дает функцию распределения в СМО.

Очевидно, что при $r=r_u$

$$\tau_{мин} = 0$$

и уравнение /29/ обращается в тождество. Следовательно, функция распределения /29/, удовлетворяющая уравнению /22/, удовлетворяет также граничному условию /23/, /24/, чем и доказано наше утверждение. Заметим, что доказательство, приведенное для случая стационарного распределения при $\beta = const$, совершенно тривиально обобщается на случай переменной вероятности исчезновения β и на случай распределения, зависящего от времени.

У.3. Расчет плотности частиц в СМО

В предыдущем разделе получена функция распределения частиц. Чтобы найти объемную плотность, необходимо проинтегрировать функцию распределения по пространству скоростей:

$$n(\vec{r}) = \iiint e^{-\beta \tau_{мин}(\vec{v})} f_0(\vec{v}-\vec{g}\tau_{мин}(\vec{v}), \vec{r}-\vec{v}\tau_{мин}(\vec{v}) + \frac{\vec{g}\tau_{мин}^2(\vec{v})}{2}, \vec{v}-\vec{g}\tau_{мин}(\vec{v}), -\tau_{мин}(\vec{v})) d^3\vec{v}. \quad (\text{У.3.1})$$

В такой форме интегрирование по скоростям затруднительно, так как явное выражение $\tau_{мин} = \tau_{мин}(\vec{r}, \vec{v}, \vec{g}, r_u)$ весьма громоздко. Удобнее поступить иначе. Обратимся к решению кинетического уравнения в форме /2.26/ и проинтегрируем его по скоростям. Имеем

$$n(\vec{r}) = 2 \int d^3\vec{v} \int_0^\infty e^{-\beta\tau} (\vec{v} - \vec{g}\tau)(\vec{r} - \vec{v}\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2}) \times \quad (У.3.2)$$

$$\times f_0(\vec{r} - \vec{v}\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2}, \vec{v} - \vec{g}\tau) \delta[(\vec{r} - \vec{v}\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2})^2 - r_u^2] \delta[(\vec{v} - \vec{g}\tau)(\vec{r} - \vec{v}\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2})] d^3\vec{v}.$$

Изменим в этом выражении порядок интегрирования и конкретизируем систему координат, положив

$$\vec{r} = \{x, y, z\}, \quad (У.3.3)$$

$$\vec{v} = \{v_x, v_y, v_z\}, \quad (У.3.4)$$

$$\vec{g} = \{g, 0, 0\}. \quad (У.3.5)$$

В развернутом виде интеграл /2/ выглядит так:

$$\begin{aligned} n(x, y, z) = 2 \int_0^\infty e^{-\beta\tau} d\tau \int & f(v_x - g\tau, v_y, v_z, x - v_x\tau + \frac{g\tau^2}{2}, y - v_y\tau, z - v_z\tau) \times \\ & \times [(v_x - g\tau)(x - v_x\tau + \frac{g\tau^2}{2}) + v_y(y - v_y\tau) + \\ & + v_z(z - v_z\tau)] \delta[(v_x - g\tau)(x - v_x\tau + \frac{g\tau^2}{2}) + v_y(y - v_y\tau) + \\ & + v_z(z - v_z\tau)] \delta[(x - v_x\tau + \frac{g\tau^2}{2})^2 + (y - v_y\tau)^2 + \\ & + (z - v_z\tau)^2 - r_u^2] dv_x dv_y dv_z. \end{aligned} \quad (У.3.6)$$

Для интегрирования по v_x решаем относительно v_x уравнение

$$(x - v_x\tau + \frac{g\tau^2}{2})^2 = r_u^2 - (y - v_y\tau)^2 - (z - v_z\tau)^2. \quad (У.3.7)$$

Получаем

$$v_{x_{1,2}} = \frac{1}{\tau} \left[x + \frac{g\tau^2}{2} \pm \sqrt{r_u^2 - (y - v_y\tau)^2 - (z - v_z\tau)^2} \right]. \quad (У.3.8)$$

Два знака перед радикалом означают, что точки x, y, z достигают две группы молекул, имеющих одинаковые v_y, v_z и возраст: молекулы, испущенные из фронтальной, и молекулы, испущенные из тыльной части источника. Нетрудно сообразить, что величина радикала в выражении /8/ - это половина длины хорды, проведенной че-

рез источник параллельно оси x в точке вылета частицы. Оба значения скорости (см. рис. 13) различаются на величину, необходимую для пролета этой хорды за время, равное возрасту частицы. Если обе группы частиц имеют достаточную составляющую поперечную скорость $\sqrt{v_y^2 + v_z^2}$, направленную наружу, то они могут прийти одновременно в рассматриваемую точку фазового пространства без пересечения источника. Если же одной из групп (или обеим) потребуется для этого пересечь источник, такие частицы будут автоматически исключены из интегрирования δ -функцией. Поэтому при интегрировании сохраняем оба корня уравнения /7/.

Так как

$$\begin{aligned} \delta(r_u^2 - r_u^2) = & \frac{\delta\left\{v_x - \frac{1}{\tau}\left[x + \frac{g\tau^2}{2} + \sqrt{r_u^2 - (y - v_y\tau)^2 - (z - v_z\tau)^2}\right]\right\}}{2\tau\sqrt{r_u^2 - (y - v_y\tau)^2 - (z - v_z\tau)^2}} + \\ & + \frac{\delta\left\{v_x - \frac{1}{\tau}\left[x + \frac{g\tau^2}{2} - \sqrt{r_u^2 - (y - v_y\tau)^2 - (z - v_z\tau)^2}\right]\right\}}{2\tau\sqrt{r_u^2 - (y - v_y\tau)^2 - (z - v_z\tau)^2}}, \end{aligned} \quad (У.3.9)$$

то в результате интегрирования по v_x получаем

$$n = \int_0^\infty \frac{e^{-\beta\tau}}{\tau} d\tau \iint_{-\infty}^{+\infty} (F_+ + F_-) dv_y dv_z, \quad (У.3.10)$$

где

$$\begin{aligned} F_{\pm} = f_0 \int & \frac{1}{\tau} \left(x - \frac{g\tau^2}{2} \pm \sqrt{r_u^2 - (y - v_y\tau)^2 - (z - v_z\tau)^2} \right), v_y, v_z, \\ & \pm \sqrt{r_u^2 - (y - v_y\tau)^2 - (z - v_z\tau)^2}, y = v_y\tau, z = v_z\tau \Big] \times \\ & \times \left[-\frac{1}{\tau} \left(x - \frac{g\tau^2}{2} \pm \sqrt{r_u^2 - (y - v_y\tau)^2 - (z - v_z\tau)^2} \right) \times \right. \\ & \left. \times \sqrt{r_u^2 - (y - v_y\tau)^2 - (z - v_z\tau)^2} + v_y(y - v_y\tau) + v_z(z - v_z\tau) \right] \times \end{aligned} \quad (У.3.11)$$

$$\times G \left\{ -\frac{1}{\tau} \left(x - \frac{q\tau^2}{2} \pm \sqrt{r_u^2 - (y - v_y \tau)^2 - (z - v_z \tau)^2} \right) \times \right.$$

$$\left. \times \sqrt{r_u^2 - (y - v_y \tau)^2 - (z - v_z \tau)^2} + v_y (y - v_y \tau) + v_z (z - v_z \tau) \right\}.$$

Координата x входит в эти выражения только в комбинации $x - \frac{q\tau^2}{2}$, поэтому можно было с самого начала решать задачу для случая $q = 0$, а затем заменить в конечном результате x на $x - \frac{q\tau^2}{2}$. Таким образом, распределение плотности в СМО можно представить (и это представление является точным при $\dot{q} = \text{const}$) в виде

$$n(\vec{r}) = \int_0^\infty G(\tau, \vec{r} - \frac{q\tau^2}{2}) d\tau. \quad (У.3.12)$$

Функция $G(\tau, \vec{r})$ в этом выражении есть не что иное как функция Грина нашей задачи. Если в момент времени $t = 0$ в начале координат мгновенно испарится

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \iiint G(\tau, \vec{r}) d^3\vec{r} \quad (У.3.13)$$

частиц, дальнейшая эволюция (распределение плотности) этого облака описывается функцией Грина. При непрерывном истечении атмосфера есть результат суперпозиции таких элементарных облаков.

Выражение /12/ выведено для случая $q = \text{const}$, однако на самом деле в геоцентрической системе координат молекула подвергается ускорению

$$\frac{d^2(\vec{r} + \vec{R})}{dt^2} = \mu \frac{GM_\odot(\vec{r} + \vec{R})}{|\vec{r} + \vec{R}|^3}, \quad (У.3.14)$$

где $\vec{r}$ - вектор, направленный из центра Солнца в ядро кометы, $\vec{R}$ - вектор, направленный из ядра к молекуле. Из-за орбитального движения кометы в кометоцентрической системе координат ускорение зависит не только от положения частицы, но и от времени. Вычитая из уравнения /14/ почленно уравнение движения кометы

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{GM_\odot\vec{r}}{r^3}, \quad (У.3.15)$$

получим уравнение относительного движения молекулы в инерциальной системе отсчета

$$\frac{d^2\vec{R}}{dt^2} = GM_\odot \left[\frac{\mu(\vec{r} + \vec{R})}{|\vec{r} + \vec{R}|^3} + \frac{\vec{r}}{r^3} \right]. \quad (У.3.16)$$

Разлагая вектор относительного положения молекулы по базису кометоцентрической системы координат, имеем

$$\vec{R} = \xi \vec{e}_\xi + \eta \vec{e}_\eta + \zeta \vec{e}_\zeta, \quad (У.3.17)$$

где единичные векторы $\vec{e}_\xi$, $\vec{e}_\eta$ и $\vec{e}_\zeta$ направлены общепринятым образом: $\vec{e}_\xi$ - по радиус-вектору, $\vec{e}_\eta$ - в плоскости орбиты перпендикулярно к радиус-вектору, $\vec{e}_\zeta$ - в южный полюс кометной орбиты. Если подставить /17/ в уравнение /16/, следует обязательно учитывать, что единичные векторы $\vec{e}_\xi$ и $\vec{e}_\eta$ - переменные. Переход в кометоцентрическую систему отсчета сводится к добавлению в правую часть уравнения /16/ сил инерции, обусловленных вращением кометоцентрической системы вокруг оси ξ с угловой скоростью

$$\vec{\omega} = -\dot{v}_K \vec{e}_\xi, \quad (У.3.18)$$

где v_K - истинная аномалия кометы. Таким образом, уравнение движения частицы в кометоцентрической системе имеет вид

$$\frac{d^2\vec{R}}{dt^2} = GM_\odot \left[\frac{\mu(\vec{r} + \vec{R})}{|\vec{r} + \vec{R}|^3} + \frac{\vec{r}}{r^3} \right] - 2\vec{\omega} \times \frac{d\vec{R}}{dt} - \quad (У.3.19)$$

$$- \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{R} - \vec{\omega} (\vec{\omega} \cdot \vec{R}) + \omega^2 \vec{R}.$$

Вектор положения по-прежнему определяется выражением /17/, однако орты базиса уже постоянны.

Из-за очевидных математических трудностей явное аналитическое решение уравнения /19/ неизвестно. Обычно пользуются либо сложным параметрическим представлением решения, позволяющим рассчитывать $\vec{R}$ по известным элементам орбиты кометы и обстоятельствам выброса частицы (эта задача - расчет эфемериды частицы согласно классической механической теории изложена во многих монографиях /25, 27, 68-70, 139/), либо приближенным решением - рядами Бесселя-Бредихина /109, 139/:

$$\vec{R}(\tau) = \vec{R}_0 \tau + \frac{1}{2} \ddot{\vec{R}}_0 \tau^2 + \frac{1}{6} \dddot{\vec{R}}_0 \tau^3, \quad (У.3.20)$$

где, по определению,

$$\dot{\vec{R}}_0 = \vec{v}_0, \quad (У.3.21)$$

а остальные производные в начальный момент вычисляются последовательным дифференцированием правой части уравнения /19/ с последующей подстановкой $\vec{R} = 0$:

$$\ddot{\vec{R}}_0 = \frac{GM_0(1+\mu)\vec{r}}{r^3} - 2\vec{\omega}\vec{v}_0, \quad (\text{У.3.22})$$

$$\ddot{\vec{R}}_0 = GM_0 \left[-\frac{2(1+\mu)\vec{r}\vec{r}}{r^4} + \frac{\mu\vec{v}_0}{r^3} - \frac{3\mu\vec{r}(\vec{r}\cdot\vec{v}_0)}{r^5} - \frac{2(1+\mu)\vec{\omega}\vec{r}}{r^3} \right] + 3\vec{\omega}(\vec{\omega}\vec{v}_0) - 3\vec{\omega}\cdot\vec{v}_0 - 3\omega^2\vec{v}_0 \quad (\text{У.3.23})$$

и т.д. Воспользовавшись связью $\vec{\omega}$ и $\vec{r}$ с элементами орбиты

$$\vec{\omega} = -\frac{\sqrt{GM_0 q(1+e)}}{r^2} \vec{e}_\xi, \quad (\text{У.3.24})$$

$$\dot{r} = \frac{\sqrt{GM_0 e \sin \nu_K}}{\sqrt{q(1+e)}} \quad (\text{У.3.25})$$

и выполнив необходимые подстановки, получим удобную форму ряда /20/:

$$\begin{aligned} \vec{R} = & \vec{v}_0 \tau + \frac{\tau^2}{2} \left[\frac{GM_0(1+\mu)\vec{r}}{r^3} + \frac{2\sqrt{GM_0 q(1+e)}}{r^2} \vec{e}_\xi \times \vec{v}_0 \right] + \\ & + \frac{\tau^3}{6} \left[-\frac{2(1+\mu)(GM_0)^{3/2} e \sin \nu_K}{r^4 \sqrt{q(1+e)}} \vec{r} + \frac{\mu GM_0 \vec{v}_0}{r^3} - \right. \\ & - \frac{3\mu GM_0 \vec{r}(\vec{r}\cdot\vec{v}_0)}{r^5} + \frac{2(1+\mu)(GM_0)^{3/2} \sqrt{q(1+e)}}{r^4} \vec{e}_\xi + \\ & + \frac{3GM_0 q(1+e)}{r^4} \vec{e}_\xi (\vec{e}_\xi \cdot \vec{v}_0) - \frac{3GM_0 q(1+e)}{r^4} \vec{v}_0 - \\ & \left. - \frac{6GM_0 e \sin \nu_K}{r^3} \vec{e}_\xi \times \vec{v}_0 \right]. \end{aligned} \quad (\text{У.3.26})$$

Напомним, что все расчеты в предыдущих главах выполнены в предположении $\vec{g} = \text{const}$. В этом же приближении решалось и кинетическое уравнение. Воспользуемся выражением /26/ для того, чтобы выяснить с какой точностью поле отталкивательных сил можно считать однородным и постоянным. Иными словами, необходимо установить, при каких условиях можно положить

$$\vec{R} = \vec{v}_0 \tau + \frac{GM_0(1+\mu)\vec{r}}{2r^3} \tau^2, \quad (\text{У.3.27})$$

где $\vec{r} = \text{const}$ и берется в момент наблюдения.

Очевидно, что члены, содержащие возраст частицы в кубе, всегда малы на начальном участке траектории. Кубическими членами в уравнении /26/ можно пренебречь, если возраст частицы достаточно мал:

$$\tau \ll \min(\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6). \quad (\text{У.3.28})$$

Здесь

$$\tau_1 = \frac{3r\sqrt{q(1+e)}}{2\sqrt{GM_0} e \sin \nu_K}, \quad (\text{У.3.29})$$

$$\tau_2 = \frac{3(1+\mu)r}{\mu v_0}, \quad (\text{У.3.30})$$

$$\tau_3 = \frac{(1+\mu)r}{v_0}, \quad (\text{У.3.31})$$

$$\tau_4 = \frac{3r^2}{2\sqrt{GM_0} \sqrt{q(1+e)}}, \quad (\text{У.3.32})$$

$$\tau_5 = \frac{r^2}{q(1+e)v_0}, \quad (\text{У.3.33})$$

$$\tau_6 = \frac{(1+\mu)r}{e \sin \nu \sqrt{v_{0\xi}^2 + v_{0\eta}^2}}. \quad (\text{У.3.34})$$

При $r \sim q$, $\mu \sim 1$, $e \sim 1$ можно получить более грубый и вместе с тем значительно более простой критерий. Действительно,

$$\tau_1, \tau_4 \sim \frac{r^{3/2}}{\sqrt{GM_0}}, \quad (\text{У.3.35})$$

$$\tau_2, \tau_3, \tau_5, \tau_6 \sim \frac{r}{v_0}. \quad (\text{У.3.36})$$

Характерный размер хвоста кометы

$$L \sim \frac{GM_0(1+\mu)\tau_{\text{макс}}^2}{2r^2}, \quad (\text{У.3.37})$$

где стоит максимальный возраст частиц $\tau_{\text{макс}}$. Пользуясь соотношениями /35/ и /36/, получаем неравенства

$$L \ll \frac{GM_0}{v_0^2}, \quad (\text{У.3.38})$$

$$L \ll r, \quad (\text{У.3.39})$$

которые должны выполняться одновременно. Можно убедиться, что не-

равенство /38/ выполнено всегда, а /39/ нарушается только при наблюдении кометы вблизи Солнца. Таким образом, кубическим членом в уравнении траектории частицы во многих случаях можно пренебречь.

Разумеется, критерий /28/ недостаточен для того, чтобы пользоваться уравнением траектории /27/. Необходимо также, чтобы было мало ускорение Кориолиса, второе слагаемое в квадратичном по τ члене в уравнении /26/. Соответствующее неравенство имеет вид

$$v_0 < \frac{(1+\mu)\sqrt{GM_0}}{2\sqrt{q(1+e)}}. \quad (У.3.40)$$

Появление сил Кориолиса – прямое следствие неинерциальности кометоцентрической системы отсчета. Рассмотрим влияние вращения координатной системы и неоднородности поля отталкивательных сил подробнее.

Пусть в некоторый момент с кометного ядра испарилась мгновенно некоторая масса вещества. Пространственное распределение плотности в получившемся элементарном облаке описывается функцией Грина. Выберем в этом облаке две произвольные частицы и проследим, как изменяется их взаимное положение в кометоцентрической системе отсчета. Для этого рассмотрим вектор $\delta\vec{R}$, направленный от одной частицы к другой (вектор относительного положения двух частиц). Этот вектор по абсолютной величине всегда значительно меньше гелиоцентрического расстояния кометы. Поэтому с достаточной точностью можно списывать его поведение линеаризованным уравнением

$$\ddot{\delta\vec{R}} = \mu GM_0 \left[\frac{\delta\vec{R}}{|\vec{r}+\vec{R}|^3} - \frac{3(\vec{r}+\vec{R})(\vec{r}+\vec{R})\cdot\delta\vec{R}}{|\vec{r}+\vec{R}|^5} \right] - 2\vec{\omega} \times \delta\vec{R} - \dot{\vec{\omega}} \times \delta\vec{R} - \vec{\omega}(\vec{\omega} \cdot \delta\vec{R}) + \omega^2 \delta\vec{R}. \quad (У.3.41)$$

Пренебрегая размерами ядра по сравнению с размерами элементарного облака, можно считать, что

$$\delta\vec{R}|_{\tau=0} = 0, \quad (У.3.42)$$

т.е. что частицы движутся из центра ядра.

В уравнении /41/ член, пропорциональный μ , есть не что иное как приливная сила. Легко увидеть, что результат ее действия – деформация элементарного облака. Действительно, если вектор $\delta\vec{R}$ ориентирован вдоль вектора $\vec{r}+\vec{R}$, то величина $\delta\vec{R}$ уменьшается, а при $\delta\vec{R} \perp \vec{r}+\vec{R}$, наоборот, увеличивается. Таким образом, в элементарном облаке будут происходить отливы на стороне, обращенной к Солнцу, и на противоположной. Это обычная картина солнечных при-

ливов, отличающаяся лишь тем, что в данном случае вместо силы притяжения действует сила отталкивания. Поэтому вместо приливов получаются отливы и наоборот.

Следующий член в уравнении /41/ – сила Кориолиса.

Ее действие приводит к вращению элементарного облака в кометоцентрической системе отсчета с той же скоростью, с какой вращается координатная система, но в противоположном направлении. Член, пропорциональный $\dot{\vec{\omega}}$, есть трансверсальное ускорение, возникающее из-за неравномерности вращения кометоцентрической системы. Наконец, последние два члена в правой части уравнения /41/ представляют центробежную силу, стремящуюся растянуть элементарное облако в плоскости орбиты кометы.

Приближенное решение уравнения /41/ с начальным условием /42/ легко получается непосредственно из выражения /26/. Если

$$\delta\vec{R}|_{\tau=0} = \vec{v}_0, \quad (У.3.43)$$

то

$$\begin{aligned} \delta\vec{R} = & \vec{v}_0 \tau - \vec{\omega} \times \vec{v}_0 \tau^2 + \\ & + \frac{\tau^3}{6} \left\{ \mu GM_0 \left[\frac{\vec{v}_0}{|\vec{r}+\vec{R}|^3} - \frac{3(\vec{r}+\vec{R})(\vec{r}+\vec{R})\cdot\vec{v}_0}{|\vec{r}+\vec{R}|^5} \right] - \right. \\ & \left. - 3\dot{\vec{\omega}} \times \vec{v}_0 + 3\dot{\vec{\omega}}(\vec{\omega} \cdot \vec{v}_0) - 3\omega^2 \vec{v}_0 \right\} + \dots \end{aligned} \quad (У.3.44)$$

Уравнение траектории частицы можно представить в виде

$$\vec{R}(\tau) = \vec{R}_0(\tau) + \delta\vec{R}(\tau), \quad (У.3.45)$$

где первое слагаемое – вектор положения частицы, вылетевшей из ядра с нулевой относительной скоростью, а второе – результат решения уравнения /41/ с начальными условиями /41/, /42/. Нетрудно сообразить, что члены ряда /44/, содержащие угловую скорость и ее производные, легко просуммировать. Действительно, так как эти члены – результат вращения координатной системы, можно написать

$$\delta\vec{R} = \hat{n}(v_{0K}-v_K)\vec{v}_0 \tau + \frac{\tau^3}{6} \mu GM_0 \left[\frac{\vec{v}_0}{|\vec{r}+\vec{R}|^3} - \frac{3(\vec{r}+\vec{R})(\vec{r}+\vec{R})\cdot\vec{v}_0}{|\vec{r}+\vec{R}|^5} \right] + \dots, \quad (У.3.46)$$

где

$$\hat{n}(v_{0K}-v_K) = \begin{vmatrix} \cos(v_{0K}-v_K); & -\sin(v_{0K}-v_K); & 0 \\ +\sin(v_{0K}-v_K); & \cos(v_{0K}-v_K); & 0 \\ 0; & 0; & 1 \end{vmatrix} \quad (У.3.47)$$

— оператор поворота на угол $v_K - v_K$. В справедливости представления /46/ легко убедиться путем подстановки

$$v_K - v_K^{(0)} = \omega \tau + \frac{1}{2} \omega^2 \tau^2 + \dots \quad (У.3.48)$$

в выражение /46/ и разложения в ряды по τ синусов и косинусов, входящих в /47/.

Так как приливные члены в представлении /45/ могут быть отброшены при

$$\tau \ll \frac{r(1+q)}{\mu v_0}, \quad (У.3.49)$$

т.е. при условии, что ширина хвоста значительно меньше гелиоцентрического расстояния кометы, и это условие соблюдается всегда, то можно с хорошей точностью написать

$$\vec{R}(\tau) = \vec{R}_0(\tau) + \hat{A}(v_K^{(0)} - v_K) \vec{v}_0 \tau. \quad (У.3.50)$$

Назовем это приближение для траектории частицы бесприливным.

Сохраняя достаточную для практических задач точность, это приближение позволяет разделить процесс учета орбитального движения кометы и процесс расчета расширения элементарного облака в вакуум. Если бы система кометоцентрических координат не вращалась, можно было бы сразу получить распределение плотности в бесприливном приближении

$$n(\vec{r}) = \int_0^\infty G(\tau, \vec{r} - \vec{R}_0(\tau)) d\tau. \quad (У.3.51)$$

Само собой разумеется, что если ядро кометы является сферически симметричным источником вещества, то вращение элементарных облаков никак не скажется на распределении плотности. Поэтому выражение /51/ пригодно именно для этого случая. Точность приближения здесь зависит от эксцентриситета орбиты. Почти все кометы движутся по сильно эксцентричным орбитам, и поэтому следует учитывать изменение вероятности исчезновения β за счет орбитального движения кометы. При этом всегда можно пренебрегать различием вероятности исчезновения в пределах одного элементарного облака, т.е. шириной хвоста по сравнению с гелиоцентрическим расстоянием, что уже сделано при переходе к бесприливному приближению. Таким образом, в принятом приближении распределение плотности в атмосфере, образованной сферически симметричным источником, определится

выражением

$$n(\vec{r}) = \int_0^\infty e^{-\int_0^\tau \beta(t) dt} G_0(\tau, \vec{r} - \vec{R}(\tau)) \dot{E}(\tau) d\tau, \quad (У.3.52)$$

где G_0 — функция Грина, рассчитанная при условии $\beta=0$, а $\beta(t)$ определяется вдоль траектории центра элементарного облака:

$$\beta(t) = \beta[\vec{r}_K(t) + \vec{R}(t)]. \quad (У.3.53)$$

Если исчезновение частиц — результат фотохимических процессов в поле фотонной радиации невозмущенного Солнца, то величина β пропорциональна коэффициенту диллюции солнечной радиации.

Имеем

$$\beta = \frac{w}{w_0} \int_0^\infty Q_{\nu_0} \sigma_{\nu} d\nu, \quad (У.3.54)$$

где коэффициент диллюции

$$w = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r_0}{r_K} \right)^2} \right] \approx \frac{1}{4} \cdot \frac{r_0^2}{r_K^2}. \quad (У.3.55)$$

w_0 и Q_{ν_0} — соответственно значение коэффициента диллюции и плотности фотонного потока на орбите Земли, σ_{ν} — сечение разрушения молекулы квантом с частотой ν . Таким образом, можно пользоваться выражением

$$\beta = 2\beta_0 \frac{r_0^2}{r_K^2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r_0}{r_K} \right)^2} \right] \approx \frac{\beta_0 r_0^2}{(\vec{r}_K(t) + \vec{R}(t))^2}. \quad (У.3.56)$$

При отсутствии симметрии функции Грина относительно полярной оси кометной орбиты следует учитывать вращение элементарных облаков в кометоцентрической системе отсчета под действием силы Корнелиса. Как мы уже видели, учет вращения сводится к умножению векторного пространственного аргумента функции Грина на оператор поворота, обратный оператору в выражении /50/. Получается

$$n(\vec{r}) = \int_0^\infty e^{-\int_0^\tau \beta(t) dt} \dot{E}(\tau) G[\tau, \hat{A}(v_K - v_K^{(0)}) (\vec{r} - \vec{R}(\tau))] d\tau. \quad (У.3.57)$$

В оператор поворота время входит через истинную аномалию кометы. Как хорошо известно из небесной механики, явное замкнутое выражение $v_K(t)$ отсутствует, зато известно выражение обратной функции $t(v_K)$

$$t - T = \frac{2a^{3/2}}{\sqrt{GM_0}(1-e)^{3/2}} \left(\arctg u - \frac{eu}{1+u^2} \right), \quad (У.3.58)$$

где

$$u = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{v_K}{2}, \quad (\text{У.3.59})$$

а T — время прохождения кометы через перигелий. Выражение /58/ справедливо для любой формы орбиты, хотя практически им неудобно пользоваться при $e > 1$ и $e \sim 1$. В первом случае величина u становится мнимой:

$$u = i u' \quad (\text{У.3.60})$$

Используя известное тождество

$$\operatorname{arc} \operatorname{tg} i u' = \frac{1}{2i} \ln \left| \frac{1+u'}{1-u'} \right|, \quad (\text{У.3.61})$$

можно переписать /58/ в форме

$$t-T = \frac{2q^{3/2}}{\sqrt{GM_\odot}(e-1)^{3/2}} \left(\frac{e u'}{1+u'^2} - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+u'}{1-u'} \right| \right). \quad (\text{У.3.62})$$

Для околопараболических орбит удобнее всего разложить правую часть выражения /58/ в ряд по степеням u . После некоторых упрощений получается

$$t-T = \frac{2q^{3/2}}{\sqrt{GM_\odot}(1+e)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{2n+1}}}{(e+1)^n} (e-1)^{n-1} \operatorname{tg}^{2n+1} \frac{v_K}{2}. \quad (\text{У.3.63})$$

Так как интеграл /57/ за исключением нескольких простейших случаев все равно приходится находить путем численного интегрирования, то такой способ задания связи времени с истинной аномалией не препятствует расчету, а только удлиняет его: на каждом шаге интегрирования необходимо численно решать одно из трансцендентных уравнений /58/, /62/ или /63/. Избежать этого усложнения можно различными способами.

Если элементы кометной орбиты и условия наблюдения таковы, что допустимо пользоваться разложением Бесселя-Бердихина для траектории центра элементарного облака, то разумно (это не приведет к существенному росту погрешности) разложить в ряд по степеням τ радиус-вектор r и угол поворота φ системы кометоцентрических координат. Если в момент наблюдения координаты кометы в плоскости своей орбиты r_K и v_K , то через τ секунд величина радиус-вектора составит

$$\vec{r}(\tau) = \vec{r}_K + \frac{\sqrt{GM_\odot} e \sin v_K}{\sqrt{q(1+e)}} \tau + \frac{GM_\odot e \cos v}{r_K^2} \tau^2 + \dots \quad (\text{У.3.64})$$

Частицы, возраст которых в момент наблюдения составляет τ секунд, τ' секунд назад занимали в кометоцентрической системе положение, определяемое вектором

$$\vec{R}(\tau, \tau') = \frac{1}{2} \vec{R}_0(r_K, v_K) \left(1 + \frac{2\sqrt{GM_\odot} e \sin v_K}{\sqrt{q(1+e)}} \tau' \right) (\tau - \tau')^2 + \frac{1}{6} \vec{R}''(\tau - \tau')^3. \quad (\text{У.3.65})$$

Вполне очевидно, что доля частиц, испущенных τ секунд назад и выживших к моменту наблюдения, определяется выражением

$$\exp \left\{ -\beta_0 \tau_0^2 \int_0^\tau \frac{d\tau'}{|\vec{r}(\tau - \tau') + \vec{R}(\tau, \tau')|^2} \right\}. \quad (\text{У.3.66})$$

Это и есть экспоненциальный множитель в подынтегральном выражении /57/. Кроме того, при вычислении интеграла /57/ следует учитывать, что

$$\dot{\vec{E}}(-\tau) = \dot{\vec{E}}[\tau(-\tau)]. \quad (\text{У.3.67})$$

Теоретическая зависимость $\dot{\vec{E}}$ от гелиоцентрического расстояния неизвестна. Эмпирически, из анализа изменения интегрального блеска комет, следует возможность аппроксимации

$$\dot{\vec{E}} \sim r^{-n}, \quad (\text{У.3.68})$$

где $n \sim 4$ [11].

Для представления оператора поворота в виде ряда пользуемся разложением

$$\begin{aligned} \varphi &= v_K - v_K^{(0)} = \\ &= \frac{\sqrt{GM_\odot} q(1+e)}{r_K^2} \tau - \frac{2GM_\odot e \sin v_K}{r_K^3} \tau^2 + \dots \end{aligned} \quad (\text{У.3.69})$$

Сопоставляя это выражение с /47/, имеем

$$\begin{aligned} \Pi_{\varphi\varphi} &= \Pi_{\varphi\varphi} = 1 - \frac{GM_\odot q(1+e)}{r_K^4} \tau^2 - \dots, \\ \Pi_{\varphi\tau} &= -\Pi_{\tau\varphi} = \frac{\sqrt{GM_\odot} q(1+e)}{r_K^2} \tau - \dots, \\ \Pi_{\tau\tau} &= 1; \quad \Pi_{\varphi\tau} = \Pi_{\tau\varphi} = \Pi_{\tau\tau} = \Pi_{\tau\tau} = 0. \end{aligned} \quad (\text{У.3.70})$$

Таким образом, все сомножители в интеграле /57/ выражены через τ и можно выполнить интегрирование для любой точки атмосферы.

Второй путь заключается в переходе от интегрирования по возрасту частиц к интегрированию по углу поворота координатной системы. Разложение Бесселя-Бердихина, преобразованное к этой переменной, имеет вид

$$\vec{R}(\varphi) = \frac{r_K^2 \vec{v}_0}{\sqrt{GM_\odot} q(1+e)} \varphi + \frac{\varphi^2}{2} \left[\frac{(1+u) r_K^2}{q(1+e)} \vec{v}_0 + \frac{2 r_K^3 e \sin v_K}{q^{3/2}(1+e)^{3/2} \sqrt{GM_\odot}} \vec{v}_0 + \dots \right]$$

$$+ \frac{2\tau_K^2}{\sqrt{GM_0 q(1+e)}} (\vec{e}_z \times \vec{v}_0) + \frac{\varphi^3}{6} \left\{ \frac{4(1+\mu)\tau_K^3 e \sin v_K}{q^2(1+e)^2} \vec{e}_z + \right. \quad (У.3.71)$$

$$+ \frac{2(1+\mu)\tau_K^2}{q(1+e)} \vec{e}_r + \frac{\tau_K^3}{\sqrt{GM_0 q}} \frac{1}{q^{3/2}(1+e)^{3/2}} \left[\mu + 2e \cos v_K - \frac{3q(1+e)}{\tau_K} + \right. \\ \left. + \frac{6v_K e^2 \sin^2 v_K}{q(1+e)} \right] \vec{v}_0 + \frac{3\tau_K^2}{\sqrt{GM_0 q(1+e)}} \vec{e}_z (\vec{e}_z \cdot \vec{v}_0) \Big\} + \dots$$

Пользуясь очевидными соотношениями

$$\vec{r}_K(\varphi) = \frac{q(1+e)}{1+e \cos(v_K - \varphi)} \vec{e}_z \quad (У.3.72)$$

$$\left| \frac{d\tau}{d\varphi} \right| = \frac{\tau_K^2(\varphi)}{\sqrt{GM_0 q(1+e)}}, \quad (У.3.73)$$

можно записать распределение плотности в виде

$$n(\vec{r}) = \int_0^\infty \dot{E}[\tau_K(\varphi)] \tilde{B}(\varphi) G\{\tau(\varphi), \quad (У.3.74)$$

$$\hat{A}(\varphi)(\vec{r} - \vec{R}_0(\varphi)) \Big\} \frac{\tau_K^2(\varphi) d\varphi}{\sqrt{GM_0 q(1+e)}},$$

$$\text{где} \quad \tilde{B}(\varphi) = \beta_0 \tau_K^2 \int_0^\varphi \frac{\tau_K^2(\varphi') d\varphi'}{|\vec{r}_K(\varphi') + \vec{R}_0(\varphi) - \vec{R}_0(\varphi')|^2 \sqrt{GM_0 q(1+e)}}, \quad (У.3.75)$$

а связь τ с φ определена соотношениями /58/, /62/ и /63/. Оператор поворота в интеграле /74/ теперь выражается через φ очень просто, а уравнение синдинами $\vec{R}_0(\varphi)$ получается подстановкой $\vec{v}_0 = 0$ в выражение /71/. Таким образом, в результате преобразования в расчете плотности участвует только одно разложение в ряд. Заметим, что при движении по гиперболической орбите угол поворота φ изменяется в конечных пределах, поэтому верхний предел интегрирования в /74/ в этом случае необходимо заменить на

$$\varphi_{\max} = v_K + 2 \arctg \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \quad (У.3.76)$$

-аномалию прихода кометы. С практической точки зрения выбор верхнего предела не очень существен, так как из-за конечного времени жизни молекул величина подынтегральной функции станет пренебрежимо малой гораздо раньше, чем достигнет предельного значения /76/.

Итак, процедура расчета распределения плотности в СМО в бесприливном приближении такова:

1) решаем кинетическое уравнение

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} = S(t, \vec{r}, \vec{v}) \delta(t), \quad (У.3.77)$$

получая функцию Грина $G(t, \vec{r})$;

2) выполняем преобразование сдвига-поворота над пространственными переменными функции Грина, т.е. делаем замену

$$\vec{r} \rightarrow \hat{A}(\varphi)(\vec{r} - \vec{R}_0(\varphi)); \quad (У.3.78)$$

3) вычисляем интеграл /75/, получая искомую плотность.

Если комета не подходит близко к Солнцу, справедливо неравенство

$$|\vec{R}| < |\vec{r}|. \quad (У.3.79)$$

(т.е. в пределах кометной атмосферы поле отталкивательных сил можно считать однородным, хотя и переменным во времени за счет орбитального движения кометы. Распределение плотности в приближении однородного поля получено в работе [127].

В приближении однородного поля уравнение движения частицы в поступательно движущейся вместе с ядром системе отсчета имеет вид

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{(1+\mu)GM_0 \vec{r}_K}{\tau_K^3}, \quad (У.3.80)$$

где вектор положения кометы определяется выражением

$$\vec{r}_K = \frac{1+e}{1+e \cos v_K} (\vec{q} \cos v_K + \vec{\kappa} \sin v_K), \quad (У.3.81)$$

в котором $\vec{q}$ - вектор, направленный из Солнца в перигелий кометы, а $\vec{\kappa}$ - единичный вектор, направленный в северный полюс орбиты.

Если вместо времени в качестве независимой переменной пользоваться истинной аномалией кометы, то кинетическое уравнение в той же системе отсчета примет вид

$$\frac{\partial f}{\partial v_K} + \frac{dt}{dv_K} \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \frac{dt}{dv_K} \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = \\ = \frac{dt}{dv_K} (-\beta(\vec{r}, \vec{v}, v_K) f + S(\vec{r}, \vec{v}, v_K)), \quad (У.3.82)$$

причем ускорение частицы определяется выражением /80/.

Введем обозначения для неопределенных интегралов

$$\int \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \cdot \frac{dt}{dv_K} dv_K = \vec{F}_1(v_K), \quad (У.3.83)$$

$$\int \vec{F}_1(v_K) \frac{dt}{dv_K} dv_K = \vec{F}_2(v_K). \quad (У.3.84)$$

Тогда уравнения характеристик кинетического уравнения /82/ примут вид

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{F}_1(v_K) - \vec{F}_1(v_{K0}), \quad (У.3.85)$$

$$\begin{aligned} \vec{r} = & \vec{r}_0 + \vec{v}_0 [t(v_K) - t(v_{K0})] + \\ & + \vec{F}_1(v_{K0}) [t(v_K) - t(v_{K0})] + \\ & + \vec{F}_2(v_K) - \vec{F}_2(v_{K0}), \end{aligned} \quad (У.3.86)$$

где функция $t(v_K)$ определена выше соотношениями /58/, /62/ или /63/. Из уравнений /85/ и /86/ следует, что если частица наблюдается в точке $\vec{r}$, $\vec{v}$ фазового пространства при истинной аномалии ядра v_K , то она была испущена источником в точке фазового пространства $\vec{r}(v_K)$, $\vec{v}(v_K)$ при истинной аномалии v_K , где

$$\vec{v}(v_K) = \vec{v} + \vec{F}_1(v_K) - \vec{F}_1(v_K), \quad (У.3.87)$$

$$\vec{r}(v_K) = \vec{r} - \vec{v} [t(v_K) - t(v_K)] +$$

$$+ [t(v_K) - t(v_K)] \vec{F}_1(v_K) - \vec{F}_2(v_K) + \vec{F}_2(v_K). \quad (У.3.88)$$

Именно эти выражения и подставляются в общее решение кинетического уравнения

$$\begin{aligned} f(v_K) = & f(v_{K0}) Ex(v_K, v_{K0}) + \\ & + \int_{v_{K0}}^{v_K} Ex(v_K, \tilde{v}_K) S[\vec{r}(\tilde{v}_K), \vec{v}(\tilde{v}_K), \tilde{v}_K] \frac{dt}{d\tilde{v}_K}(\tilde{v}_K) d\tilde{v}_K, \end{aligned} \quad (У.3.89)$$

где

$$Ex(v_K, \tilde{v}_K) = \exp \left\{ - \int_{\tilde{v}_K}^{v_K} \beta[\vec{r}(\tilde{v}_K), \vec{v}(\tilde{v}_K), \tilde{v}_K] \frac{dt}{d\tilde{v}_K}(\tilde{v}_K) d\tilde{v}_K \right\}. \quad (У.3.90)$$

В приближении однородного поля

$$\vec{F}_1(v_K) = \frac{\mu \sqrt{GM_0}}{q^{3/2}(1+e)^{3/2}} \left[\vec{q} \sin v_K - \vec{x}_0 \cos v_K \right] \quad (У.3.91)$$

и

$$\begin{aligned} \vec{F}_2(v_K) = \\ = \frac{\mu \vec{q}}{e(1+e \cos v_K)} - \mu \vec{x} \times \vec{q} \left[\frac{\sin v_K}{1+e \cos v_K} - \frac{e \sqrt{GM_0}}{q^{3/2}(1+e)^{3/2}} t(v_K) \right]. \end{aligned} \quad (У.3.92)$$

Используя соотношение /2.52/, получим искомое распределение плотности в приближении однородного поля:

$$\begin{aligned} n(\vec{r}) = \\ = \int_{v_{K0}}^{v_K} Ex(\tilde{v}_K, v_K) \frac{dt}{d\tilde{v}_K} d\tilde{v}_K \int \delta(\vec{r} - \vec{r}(\tilde{v}_K)) \delta(\vec{v} - \vec{v}(\tilde{v}_K)) \delta(\tilde{r}^2 - r_u^2) d^3\tilde{v}. \end{aligned} \quad (У.3.93)$$

В этом выражении можно заменить переменные интегрирования по пространству скоростей: интегрировать не по $\vec{v}$, а по $\tilde{v}$. Тогда выражение /93/ легко приводится к уже знакомой форме

$$n(\vec{r}) = \int_{v_{K0}}^{v_K} Ex(\tilde{v}_K, v_K) \frac{dt}{d\tilde{v}_K} G_0 \left\{ \vec{r} - \vec{R}(v_K, \tilde{v}_K) \right\} d\tilde{v}_K, \quad (У.3.94)$$

где

$$\begin{aligned} G_0(\vec{r}) = & \int \delta(\vec{r} - \vec{r}(\tilde{v}_K)) \delta(\vec{v} - \vec{v}(\tilde{v}_K)) \delta(\tilde{r}^2 - r_u^2) d^3\tilde{v} \times \\ & \times \delta \left\{ [\vec{r} - \vec{v} [t(v_K) - t(\tilde{v}_K)]]^2 - r_u^2 \right\} d^3\tilde{v} - \end{aligned} \quad (У.3.95)$$

введенная выше функция Грина, а

$$\vec{R}(v_K, \tilde{v}_K) = \vec{F}_1(\tilde{v}_K) [t(v_K) - t(\tilde{v}_K)] - \vec{F}_2(v_K) + \vec{F}_2(\tilde{v}_K). \quad (У.3.96)$$

Отсутствие операторов поворота в выражениях /94/ объясняется тем, что оно записано в системе отсчета, которая движется поступательно. В этой системе координат кометная атмосфера вращается как целое в направлении, обратном орбитальному движению кометы. Для перехода к кометоцентрической стандартной системе следует пользоваться соотношениями

$$\frac{\vec{q}}{q} = \vec{e}_\varphi \cos v_K + \vec{e}_\gamma \sin v_K, \quad (У.3.97)$$

$$\vec{x} \times \frac{\vec{q}}{q} = \vec{e}_\varphi \sin v_K - \vec{e}_\gamma \cos v_K \quad (У.3.98)$$

и преобразовать с их помощью выражения (91) и (92).

Общие соотношения настоящего раздела допускают существенные упрощения во многих частных случаях, представляющих практический интерес.

У.4. Плотность родительских молекул в полностью бесстолкновительных атмосферах комет

Рассмотрим случай, когда вся атмосфера кометы настолько разрежена, что столкновениями можно пренебречь. Свободномолекулярный разлет, описываемый соотношениями предыдущего параграфа, начинается от самой поверхности ядра. Так как этот случай реализуется на больших гелиоцентрических расстояниях, где комета движется медленно, то справедливо не только приближение однородного поля — можно вообще принять $\bar{q} = const$. Это существенно упрощает расчет распределения плотности.

Однако здесь появляется дополнительная трудность, вызванная отклонением от сферической симметрии. Кроме отклонения, вызванного действием отталкивательного ускорения, которым, как было показано, можно пренебречь до определенного расстояния, возникает несимметричность, обусловленная неоднородным нагревом поверхности ядра. Распределение температуры по поверхности ядра зависит от того, как последнее вращается вокруг собственной оси. Процессы переноса тепла в кометных ядрах рассматривались в работах М.З.Марковича [52], Секанины [156] и П.Егибекова [33]. Рассмотрим два случая: очень медленно вращающееся ядро, на котором распределение температуры симметрично относительно подсолнечной точки, и быстро вращающееся ядро, на котором распределение температуры симметрично относительно оси вращения. В общем случае распределение температуры вообще несимметрично и, кроме того, сложным образом зависит от времени.

Распределение потока вещества по поверхности невращающегося ядра (назовем так для краткости ядра, период осевого вращения которых сравним с периодом орбитального движения) может быть получен из эмпирического закона падения блеска с гелиоцентрическим расстоянием. Очевидно, что интегральный поток вещества с поверхности ядра должен подчиняться зависимости

$$J = \frac{J_1}{r^n}, \quad (У.4.1)$$

чтобы фотометрический параметр кометы был равен n . Интеграль-

ный поток вещества можно также выразить через поток солнечной энергии q :

$$J = J_1 \left(\frac{q}{q_1} \right)^{1/2}. \quad (У.4.2)$$

(Здесь, как и в /1/, индекс 1 относится к величинам, заданным на гелиоцентрическом расстоянии 1 а.е.).

Легко показать, что для выполнения интегрального соотношения /2/ достаточно, чтобы локально выполнялось соотношение того же вида, т.е.

$$nv = n_0 v_0 \left(\frac{q}{q_1} \right)^{1/2}, \quad (У.4.3)$$

в произвольной точке ядра. Так как

$$q = q_0 \cos \vartheta, \quad (У.4.4)$$

где q_0 — поток солнечной энергии (энергетическая освещенность) в подсолнечной точке, ϑ — угловое расстояние точки ядра от подсолнечной точки, то, интегрируя /3/ по освещенной полусфере, получим

$$J = n_0 v_0 \frac{4\pi r_0^2}{n+2} \left(\frac{q_0}{q_1} \right)^{1/2}, \quad (У.4.5)$$

т.е. снова соотношение /2/, в котором

$$J_1 = n_0 v_0 \frac{4\pi r_0^2}{n+2}. \quad (У.4.6)$$

Соотношения /1.3.12/ и /1.3.52/ позволяют совместно с /2/ определить распределение температуры и плотности газа по всей освещенной поверхности ядра.

Из уравнений /3/ и /4/ следует

$$nv = n_0 v_0 \cos^{\frac{n}{2}} \vartheta, \quad (У.4.7)$$

где индекс ноль относится к величинам, заданным в подсолнечной точке. Воспользовавшись связью потока вещества с температурой, получим уравнение для определения функции $T = T(\vartheta)$. Точное решение этого уравнения, которое имеет вид

$$\frac{10^{A - \frac{B}{T}}}{\sqrt{2\pi m k T}} = \frac{10^{A - \frac{B}{T_0}}}{\sqrt{2\pi m k T_0}} \cos^{\frac{n}{2}} \vartheta, \quad (У.4.8)$$

может быть получено только численно. Гораздо легче получить приближенное решение, сохраняющее все качественные особенности точного, если искать решение в виде

$$T = T_0 \cos^m \nu. \quad (Y.4.9)$$

Это выражение совпадает с точным решением при $\nu=0$ и при $\nu=\frac{\pi}{2}$. Так как мы можем по своему усмотрению распорядиться единственным свободным параметром m , потребуем, чтобы решение совпадало с точным в окрестности точки $\nu=\frac{\pi}{4}$. Это условие выполняется при

$$m = \frac{n}{\frac{2B}{T_0 \lg 2} - 1}. \quad (Y.4.10)$$

Из-за сильного термостабилизирующего действия сублимации m - величина малая, например при $B = 1400^\circ$, $T_0 = 140^\circ K$, $n = 4$ получается $m \approx 1/16$. Следовательно, температура почти постоянна в центральной части освещенной полусферы ядра и быстро уменьшается до нуля на ее краю. Так же точно ведет себя и средняя скорость вылетающих частиц, поскольку

$$v = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = v_0 \cos^{\frac{m}{2}} \nu. \quad (Y.4.11)$$

В отличие от скорости плотность вещества плавно уменьшается с удалением от подсолнечной точки по закону

$$n = n_0 \cos^{\frac{n-m}{2}} \nu. \quad (Y.4.12)$$

Таким образом, распределение родительских молекул на поверхности ядра функция определяется соотношением

$$f_0(\vec{r}, \vec{\nu}) = 2M\kappa w \begin{cases} n_0 \cos^{\frac{n-m}{2}} \nu \\ 0 \\ T_0 \cos^m \nu \end{cases}. \quad (Y.4.13)$$

Так как эффекты, связанные с конечностью размеров ядра, очень малы, заменим ядро эквивалентным точечным источником вещества. Учитывая, что бесстолкновительные атмосферы могут иметь только удаленные кометы, пренебрежем нестационарностью источника вследствие орбитального движения. Из соотношений /Y.4.1/ и /Y.4.5/ следует, что эффективная мощность точечного источника родительских молекул в данном случае определяется интегралом по поверхности ядра

$$S(\vec{r}, \vec{\nu}) = \delta(\vec{r}) \int f_0 \vec{\nu} d\vec{A} \quad (Y.4.14)$$

где f_0 - определенная выше начальная функция распределения /Y.4.13/. Для интегрирования удобна система координат, в которой

$$d\vec{A} = r_0^2 \sin \alpha d\alpha d\beta \frac{\vec{r}}{r}, \quad (Y.4.15)$$

$$\frac{\vec{r}}{r} = \{ \cos \alpha, \sin \alpha \cos \beta, \sin \alpha \sin \beta \}, \quad (Y.4.16)$$

$$\vec{\nu} = \{ 0, \nu \sin \nu, \nu \cos \nu \}, \quad (Y.4.17)$$

$$-\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{\nu} = \{ 0, 0, 1 \}. \quad (Y.4.18)$$

Имеем

$$S = 2\pi_0 r_0^2 \delta(\vec{r}) \nu \left(\frac{m}{2\kappa k T_0} \right)^{3/2} \times$$

$$\times \int_{\alpha=0}^{\pi} \int_{\beta=0}^{2\pi} \exp \left\{ -\frac{m\nu^2}{2kT_0 \sin^m \alpha \sin^m \beta} \right\} (\sin \alpha \sin \beta)^{\frac{n}{2}-2m} \sin^2 \alpha \sin(\beta+\nu) d\alpha d\beta. \quad (Y.4.19)$$

Учитывая, что область оильного завала температур $\alpha \approx 0$ дает незначительный вклад в интеграл, можно пойти на дальнейшее упрощение и принять $m=0$. Кроме того, поскольку в данном случае не ота-вится задача исследования какой-либо конкретной кометы с известным из наблюдений значением n , будем ориентироваться на "ореднеста-тистичеокую комету", например $n=4$.

В этом частном случае легко выполнить интегрирование в /19/ и полу-чить конечное выражение для эквивалентного точечного источника

$$S = \frac{1}{2} \pi r_0^2 n_0 \delta(\vec{r}) \left(\frac{m}{2\kappa k T_0} \right)^{3/2} v e^{-\frac{m\nu^2}{2kT_0}} (1 + \cos \nu)^2, \quad (Y.4.20)$$

т.е. кардиоидно-квадратное распределение эмиссии по углам.

Замечая, что

$$\cos \nu = -\frac{\vec{r} \cdot \vec{\nu}}{r \nu} = -\frac{\vec{g} \cdot \vec{\nu}}{g \nu}, \quad (Y.4.21)$$

подставим мощность источника /20/ в решение кинетического уравнения /2.21/. Получим функцию распределения родительских молекул, представ-ленную в виде интеграла по возрастам

$$f^{(p)}(\vec{r}, \vec{\nu}) = \frac{1}{2} \pi r_0^2 n_0 \left(\frac{m}{2\kappa k T_0} \right)^{3/2} \times \quad (Y.4.22)$$

$$\times \int_0^\infty e^{-\beta \tau} \left| \vec{\nu} - \vec{g} \tau \right| \left| 1 - \frac{(\vec{\nu} - \vec{g} \tau) \cdot \vec{g}}{|\vec{\nu} - \vec{g} \tau| g} \right|^2 e^{-\frac{m(\vec{\nu} - \vec{g} \tau)^2}{2kT_0}} \delta(\vec{r} - \vec{\nu} \tau + \frac{\vec{g} \tau^2}{2}) d\tau.$$

Наконец, интегрируя функцию распределения по пространству скоростей, получим распределение плотности

$$n(\vec{r}) = \frac{1}{2} \pi r_0^2 n_0 \left(\frac{m}{2\kappa k T_0} \right)^{3/2} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \frac{e^{-\beta \tau}}{\tau^2} \left/ \frac{\vec{r}}{r} - \frac{\vec{g} \tau^2}{2} \right/ \left(1 - \frac{\vec{r} \cdot \vec{g}}{r} - \frac{g \tau^2}{2} \right)^2 e^{-\frac{m(\vec{r} - \frac{\vec{g} \tau^2}{2})^2}{2k\tau^2}} d\tau. \quad (Y.4.23)$$

Рассмотрим теперь более сложный случай. По аналогии с земным шаром введем на поверхности ядра нуклеографические координаты. Нуклеографическую широту Φ будем отсчитывать от экватора, приписывая положительные значения северной широте. Нуклеографическую долготу Λ отсчитываем от произвольно выбранного начального меридиана. Положительной считаем западную долготу, т.е. отсчитываем долготы по часовой стрелке, если смотреть на ядро со стороны северного полюса P .

Спроектируем на поверхность ядра орбиту кометы. Она пересечет экватор ядра в двух точках — точках осеннего и весеннего равноденствий. Очевидно, что весна в северном полушарии наступает при переходе Солнца через точку J . Эту точку, пользуясь "земной" терминологией, назовем точкой весеннего равноденствия. Заметим, что при

этом сама комета находится в противоположной точке орбиты — в точке осеннего равноденствия (рис.14). Единичный вектор $\vec{r}$, направленный в точку весеннего равноденствия, связан с единичным вектором $\vec{K}$, направленным в северный полюс орбиты, и единичным вектором $\vec{P}$, направленным в северный полюс ядра, простым соотношением

$$\vec{P} \cdot \vec{K} = \vec{r} \sin \varepsilon, \quad (Y.4.24)$$

где ε — угол наклона экватора ядра к плоскости орбиты.

Освещенность в произвольной точке ядра пропорциональна

Рис.14. Условия освещения ядра кометы Солнцем.

косинусу зенитного расстояния Солнца $\cos Z$, поэтому необходимо определить значение $\cos Z$ в точке с координатами Φ, Λ в момент времени t . Направление падения солнечных лучей определяется единичным вектором

$$\frac{\vec{r}_K}{r_K} = \cos(v_K - v_P) \vec{r} + \sin(v_K - v_P) \vec{K} \vec{r}, \quad (Y.4.25)$$

где v_P — истинная аномалия кометы в момент, когда она находится в точке весеннего равноденствия, т.е. в момент начала весны в южном полушарии. Единичный вектор нормали к поверхности в точке с координатами Φ, Λ определяется выражением

$$\frac{\vec{r}}{r} = \cos \Phi \cos(1-\Lambda) \vec{r} + \cos \Phi \sin(1-\Lambda) \vec{P} \vec{r} + \sin \Phi \vec{P}, \quad (Y.4.26)$$

где 1 — угол поворота нулевого меридиана, отсчитываемый вдоль экватора в направлении вращения от точки J . Очевидно,

$$1 = l_0 + \Omega(t - t_0), \quad (Y.4.27)$$

где Ω — сидерическая угловая скорость ядра. Из /26/ и /27/ с учетом /24/ получаем

$$\begin{aligned} \cos Z &= -\frac{\vec{r}_K \cdot \vec{r}}{r_K r} = \\ &= -\cos \Phi \cos(1-\Lambda) \cos(v_K - v_P) - \\ &\quad - \cos \Phi \sin(1-\Lambda) \sin(v_K - v_P) \cos \varepsilon - \\ &\quad - \sin \Phi \sin(v_K - v_P) \sin \varepsilon. \end{aligned} \quad (Y.4.28)$$

Положим произвольную константу $l_0 = \chi$ и введем вспомогательные углы Ψ и ψ с помощью соотношений

$$\cos \psi = \sin(v_K - v_P) \sin \varepsilon, \quad (Y.4.29)$$

$$\cos \Psi = \frac{\cos(v_K - v_P)}{\sin \psi}, \quad (Y.4.30)$$

$$\sin \Psi = \frac{\sin(v_K - v_P) \cos \varepsilon}{\sin \psi}. \quad (Y.4.31)$$

С помощью вновь введенных углов можно получить более компактное выражение для косинуса зенитного расстояния Солнца вместо /28/:

$$\cos Z = \cos \Phi \sin \psi \cos[\Omega(t - t_0) - \Lambda + \Psi] - \sin \Phi \cos \psi. \quad (Y.4.32)$$

На дневном полушарии ядра фазовый угол $J = \Omega(t - t_0) - \Lambda + \Psi$ удовлетворяет неравенству

$$\cos J > \operatorname{tg} \Phi \operatorname{ctg} \psi, \quad (Y.4.33)$$

причем знак равенства соответствует восходу и заходу Солнца. Таким образом, в момент захода и восхода

$$J_{\text{зах}} = -J_{\text{восх}} = \arccos[\operatorname{tg} \Phi \operatorname{ctg} \psi]. \quad (Y.4.34)$$

Нетрудно заметить, что неравенство /33/ не имеет решений при

$$\operatorname{tg} \Phi \operatorname{ctg} \Psi > 1, \quad (\text{У.4.35})$$

т.е. при

$$\begin{aligned} \cos \Phi &> |\cos \Psi|, \\ \sin \Phi \sin (\nu_K - \nu_P) &> 0. \end{aligned} \quad (\text{У.4.36})$$

Эти неравенства определяют на поверхности ядра область полярной ночи. С другой стороны, неравенство /33/ выполнено в каждый момент времени при

$$\operatorname{tg} \Phi \operatorname{ctg} \Psi < -1, \quad (\text{У.4.37})$$

т.е. при

$$\begin{aligned} \cos \Phi &> |\cos \Psi|, \\ \sin \Phi \sin (\nu_K - \nu_P) &< 0. \end{aligned} \quad (\text{У.4.38})$$

Эти неравенства определяют область полярного дня (Солнце вообще не заходит).

В дальнейшем нам понадобится Фурье-разложение освещенности в данной точке ядра. Так как здесь рассматривается быстрое осевое вращение, то медленным изменением освещенности, вызванным орбитальным движением кометы, а также малым различием между сидерической и синодической угловыми скоростями вращения ядра пренебрегаем. В этом приближении достаточно разложить в ряд Фурье косинус зенитного расстояния Солнца:

$$\cos z = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n e^{inY}. \quad (\text{У.4.39})$$

Подставив $\cos z$ из выражения /32/ в формулу для определения коэффициентов ряда Фурье

$$a_n^* = a_n = \frac{1}{P} \int_0^P \cos z e^{-in\delta} dt, \quad (\text{У.4.40})$$

где P — период вращения ядра, получим с учетом неравенств /35/ и /37/

$$a_n = 0 \quad (\text{У.4.41})$$

в области полярной ночи,

$$a_n = \frac{\cos \Phi \sin \Psi}{2\pi} \left[\frac{\sin(n+1)\pi}{n+1} + \frac{\sin(n-1)\pi}{n-1} \right] \frac{\sin \Phi \cos \Psi}{\pi} \frac{\sin n\pi}{n}, \quad (\text{У.4.42})$$

т.е.

$$a_0 = -\sin \Phi \cos \Psi, \quad (\text{У.4.43})$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \cos \Phi \sin \Psi, \quad (\text{У.4.44})$$

$$a_n = 0 \quad \text{при} \quad n \geq 2 - \quad (\text{У.4.45})$$

в области полярного дня,

$$\begin{aligned} a_n = \frac{\cos \Phi \sin \Psi}{2\pi} &\left\{ \frac{\sin[(n+1)\arccos(\operatorname{tg} \Phi \operatorname{ctg} \Psi)]}{n+1} + \right. \\ &\left. + \frac{\sin[(n-1)\arccos(\operatorname{tg} \Phi \operatorname{ctg} \Psi)]}{n-1} \right\} - \frac{\sin \Phi \cos \Psi}{\pi} \frac{\sin[n\arccos(\operatorname{tg} \Phi \operatorname{ctg} \Psi)]}{n} \quad (\text{У.4.46}) \end{aligned}$$

в остальной части ядра.

Так как вертикальный градиент температуры значительно превышает горизонтальный на поверхности ядра, процесс переноса тепла в ядре достаточно хорошо описывается одномерным уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0, \quad (\text{У.4.47})$$

где x — координата, отсчитываемая по вертикали вглубь ядра, χ — температуропроводность. Этому уравнению удовлетворяет при произвольных T_n функция

$$T = \sum_{n=0}^{+\infty} T_n e^{-\frac{\chi}{2} \sqrt{\frac{n}{\chi}} + i(n\Omega t - \frac{\chi}{2} \sqrt{\frac{n}{\chi}})}, \quad (\text{У.4.48})$$

где коэффициенты разложения T_n должны быть определены из условия на внешней границе ядра:

$$\frac{q_{01} \cos z}{r^2} = \rho c \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} + \sigma' T^4 + \frac{10^{-8} T^4}{\sqrt{2\pi m k T}}. \quad (\text{У.4.49})$$

Здесь σ' — радиационная константа для вещества поверхности (отличается от постоянной Стефана-Больцмана, так как поверхность ядра не абсолютно черная), ρ и c — плотность и теплоемкость.

Подстановка в граничное условие /49/ разложений /39/ и /48/ дает

$$\frac{q_{01}}{r^2} \sum_{n=0}^{+\infty} a_n e^{in\Omega t} = \frac{1+i}{2} \rho c \sqrt{\chi \Omega} \sum_{n=0}^{+\infty} T_n \sqrt{n} e^{in\Omega t} + F(T), \quad (\text{У.4.50})$$

где $F(T)$ — суммарная энергия, уносимая с единицы поверхности в единицу времени фотонами и сублиммированными молекулами. Вид $F(T)$ ясен из выражения /49/. Нелинейный характер этой функции затрудняет решение задачи. Если условия задачи таковы, что ожидается быстрое уменьшение коэффициентов с номером гармоники n , можно поступить следующим образом. Разложим $F(T)$ в окрестности средней равновесной температуры:

$$F(T) = F(T_0) + \left(\frac{dF}{dT}\right)_0 (T - T_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2F}{dT^2}\right)_0 (T - T_0)^2 + \dots \quad (У.4.51)$$

Быстрое убывание амплитуд высших гармоник дает право пренебречь их нелинейным взаимодействием, которое вводится всеми членами разложения /51/, начиная с квадратичного. Более того, как будет ясно из дальнейшего, мала амплитуда даже первой гармоники, поэтому можно пренебречь различием между $F(T_0)$ и $F_0(T)$, т.е. между функцией потерь энергии от равновесного значения температуры и равновесным значением этой функции.

Оставим в разложении /51/ два первых члена. В этом приближении из уравнения /50/ получим

$$\frac{q_0}{r^2} a_0 \approx F(T_0) \quad (У.4.52)$$

и выражение для определения остальных коэффициентов T_n

$$T_n \approx \frac{q_0}{r^2} \left[\frac{1+i}{2} \rho c \sqrt{n \Omega x} + \left(\frac{dF}{dT}\right)_0 \right]^{-1} \quad (У.4.53)$$

Отсюда видно, что наряду с сублимацией (слагаемое $\left(\frac{dF}{dT}\right)_0$) вращение также способствует термостабилизации. Видно также, что волна температуры отстает от волны освещенности на угол

$$\Delta_n = \arctan \left[1 + \frac{2 \left(\frac{dF}{dT}\right)_0}{\rho c \sqrt{n \Omega x}} \right]^{-1}, \quad (У.4.54)$$

который стремится к нулю при уменьшении угловой скорости ядра и к $\pi/4$ при ее возрастании.

Оценим амплитуду первой гармоники температуры. Задаваясь значениями $A = 12,8$; $B = 1695^\circ$ (данные для $C_2 N_2$), $T_0 \sim 100^\circ K$, $\sigma \sim 3 \cdot 10^{-5}$ град $^{-4}$ · эрг, имеем

$$\begin{aligned} \left(\frac{dF}{dT}\right)_0 &= \\ &= 4\sigma T_0^3 + \frac{10^{A-B/T_0}}{\sqrt{2\pi m k T_0}} \cdot \frac{kB}{T_0 \lg e} \left(\frac{B}{T_0 \lg e} - \frac{1}{2} \right) \approx 230 \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1} \cdot \text{град}^{-1} \end{aligned} \quad (У.4.55)$$

Угловая скорость вращения ядра не может превышать предельного значения

$$\Omega_{lim} = \sqrt{\frac{4}{3} \pi G \rho} \quad (У.4.56)$$

При средней плотности, изменяющейся в пределах от $0,5 \text{ г/см}^3$ (плотность твердого метана при $20^\circ K$) до $1,5 \text{ г/см}^3$ (плотность твердой угольной кислоты при $194^\circ K$), предельная угловая скорость заключена в интервале

$$3,8 \cdot 10^{-4} \text{ сек}^{-1} < \Omega_{lim} < 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ сек}^{-1}. \quad (У.4.57)$$

Предполагаемые значения теплопроводности ядра находятся в интервале $10^{-3} - 10^{-5} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$, а теплоемкости $C \sim (1+2) \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{г} \cdot \text{град}}$. Таким образом, максимальное значение произведения $\rho c \sqrt{\Omega x}$, которого еще можно ожидать, составляет примерно 24 000. В этом случае стабилизация температуры объясняется в основном вращением и колебания температуры оказываются ничтожно малыми. Действительно, вариация температуры

$$\delta T = T_1 = \frac{a_1 F(T_0)}{q_0 \sqrt{\left[\frac{\rho c}{2} \sqrt{\Omega x} + \left(\frac{dF}{dT}\right)_0 \right]^2 + \frac{\rho^2 c^2 \Omega x}{4}}} \approx 0,24 \frac{a_1}{a_0} \quad (У.4.58)$$

Вариация потока вещества $\delta(nv)$ значительно сильнее:

$$\frac{\delta(nv)}{nv} = \left[\frac{1}{nv} \frac{\partial(nv)}{\partial T} T \right] \frac{\delta T}{T} = \left(\frac{2,3B}{T} - \frac{1}{2} \right) \frac{\delta T}{T} \approx 38,5 \frac{\delta T}{T} \approx 0,09 \frac{a_1}{a_0} \quad (У.4.59)$$

Однако и она составляет менее 10%. Существенно, что столь слабая зависимость потока вещества от времени (или нуклеографической долготы, что то же самое) получилась при крайних возможных значениях параметров. Можно, следовательно, сделать вывод, что такая ситуация встречается чрезвычайно редко. Впрочем, как показано выше, редко встречаются и полностью свободномолекулярные атмосферы.

Возвращаясь к уже применявшемуся полуэмпирическому подходу, можно написать в рассматриваемом предельном случае

$$nv = n_0 v_0 a_0^m \quad (У.4.60)$$

Функция распределения родительских молекул в данном случае не зависит от нуклеографической долготы. Остается лишь зависимость от нуклеографической широты

$$f_\theta = 2Mxw \left\{ \begin{array}{l} n_0 a_0^{\frac{n-m}{2}} \\ 0 \\ T_0 a_0^m \end{array} \right\}, \quad (У.4.61)$$

где согласно /43/ и /46/

$$q_0 = \begin{cases} 0 & \text{при } \lg \Phi \lg \Psi > 1 \\ \frac{1}{\pi} \left\{ \cos \Phi \sin \Psi \sqrt{1 - \lg^2 \Phi \lg^2 \Psi} - \sin \Phi \cos \Psi \arccos(\lg \Phi \lg \Psi) \right\} & \text{при } \lg \Phi \lg \Psi < 1 \\ -\sin \Phi \cos \Psi & \text{при } \lg \Phi \lg \Psi < -1. \end{cases} \quad (У.4.62)$$

Полностью очевидно, что при быстром вращении получается цилиндрически-симметричный источник родительских молекул. Он хаотично-

лее анизотропен в окрестности точек солнцестояния, однако анизотропия в данном случае меньше, чем при медленном вращении. Это связано с тем, что всегда существуют молекулы, летящие в сторону того из полюсов ядра, в окрестности которого в данный момент полярная ночь. Сама асимметрия носит при этом совершенно иной характер, чем в случае медленно вращающегося ядра. Эмиссия максимальна в пределах тропического пояса ядра, поэтому вместо одного выделенного направления здесь получается пучок направлений максимальной эмиссии, заполняющих поверхность конуса. Вершина конуса лежит в центре ядра и обращена к полюсу, вокруг которого в данный момент полярная ночь.

Во время равноденствий раствор конуса равен π (т.е. эмиссия симметрична относительно плоскости экватора). По-видимому, это единственный случай, когда удастся получить аналитическое выражение для источника при условии, что фотометрический параметр $n=4$. После интегрирования по поверхности ядра и перехода к точечному приближению получается

$$S = r_g^2 \delta(\vec{r}) \frac{n_0}{4\pi} \left(\frac{m}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{mv^2}{2kT_0} \right] \frac{3 - \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{r}}{v} \right)^2}{4}. \quad (Y.4.63)$$

Функция распределения и распределение плотности определяются соответственно соотношениями

$$f^{(1)}(\vec{r}, \vec{v}) = r_g^2 \frac{n_0}{4\pi} \left(\frac{m}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \int_0^\infty \exp \left[-\frac{m(\vec{v} - \vec{g}\tau)^2}{2kT_0} \right] \left[3/v - g\tau / -\vec{r}(\vec{v} - \vec{g}\tau) \right] d\tau \times \quad (Y.4.64)$$

$$\times \delta \left(\vec{r} - \vec{v}\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \right);$$

$$n(\vec{r}) = r_g^2 \frac{n_0}{4\pi} \left(\frac{m}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \times \quad (Y.4.65)$$

$$\times \int_0^\infty \frac{\exp \left[-\frac{m}{2kT_0} \left(\vec{r} - \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \right)^2 \right]}{\left[3/\vec{r} - \frac{\vec{g}\tau^2}{2} / -\vec{r}(\vec{r} - \frac{\vec{g}\tau^2}{2}) \right]} \times$$

$$\times \exp \left[-\frac{m}{2kT_0} \left(\vec{r} - \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \right)^2 \right] d\tau.$$

Y.5. Распределение диссоциатов

Ввиду невозможности непосредственного наблюдения родительских атомов с помощью наземной техники, наибольший интерес представляет распределение этих молекул, а распределение продуктов их распа-

да, обуславливающих видимое свечение кометы. Мы уже говорили, наиболее типичной ситуацией в кометных атмосферах следует считать такую, когда зона фотохимических превращений лежит в глубоко внутренних частях ОЯО. Распределение молекул по скоростям успевает релаксировать к локально-максвелловскому из-за столкновений, поэтому уже в ПО присутствуют главным образом диссоциаты.

Этот случай наиболее прост для расчета распределения дочерних молекул. В точечном приближении мощность их источника описывается выражением (Y.4.14). Подстановка в общее решение кинетического уравнения дает распределение плотности

$$n(\vec{r}) = n_0 \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{m}{2\pi k T_{11\infty}}} \times \quad (Y.5.1)$$

$$\times \int_0^\infty \frac{\exp \left[-\frac{m}{2\pi k T_{11\infty} \tau^2} \left(\left| \vec{r} - \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \right| - u\tau \right)^2 \right]}{\tau^2 \left| \vec{r} - \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \right|} d\tau.$$

Это выражение, так же как и (Y.4.14), справедливо при

$$u \sqrt{\frac{m}{2kT_{11}}} \gg 1. \quad (Y.5.2)$$

Поэтому целесообразно перейти к пределу при $\tau \rightarrow 0$. Заметив, что

$$\lim_{T_{11} \rightarrow \infty} \left(\frac{m}{2\pi k T_{11}} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{m}{2kT_{11}} \left(\left| \vec{r} - \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \right| - u \right)^2 \right] = \quad (Y.5.3)$$

$$= \delta \left(\left| \vec{r} - \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \right| - u \right)$$

и

$$\delta \left(\left| \vec{r} - \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \right| - u \right) = \sum_{i=1}^2 \frac{\tau_i^2 / \left| \vec{r} - \frac{\vec{g}\tau_i^2}{2} \right| \delta(\tau - \tau_i)}{\left| \vec{r}^2 - \frac{\vec{g}^2 \tau^4}{4} \right|}, \quad (Y.5.4)$$

где

$$\tau_{1,2}^2 = \frac{4[u^2 + \vec{g}\vec{r} \pm \sqrt{u^4 + 2u^2 \vec{g}\vec{r} + (\vec{g}\vec{r})^2 - g^2 r^2}]}{g^2}, \quad (Y.5.5)$$

вычисляем интеграл /1/. Получим

$$n(\vec{r}) = n_0 r_g^2 \left[\frac{\exp \left[-\frac{m}{2kT_0} \left(\left| \vec{r} - \frac{\vec{g}\tau_1^2}{2} \right| \right)^2 \right]}{\left| \vec{r}^2 - \frac{g^2 \tau_1^4}{4} \right|} + \frac{\exp \left[-\frac{m}{2kT_0} \left(\left| \vec{r} - \frac{\vec{g}\tau_2^2}{2} \right| \right)^2 \right]}{\left| \vec{r}^2 - \frac{g^2 \tau_2^4}{4} \right|} \right]. \quad (Y.5.6)$$

Если приравнять к нулю подкоренное выражение в формуле /5/, получится уравнение огибающей траекторий, т.е. уравнение контура головы. В полярных координатах (угол χ отсчитывается от направления на Солнце) оно имеет вид

$$r = \frac{u^2}{2g \cos^2 \frac{\chi}{2}}. \quad (У.5.7)$$

Это свойство голов - параболическая форма контура - хорошо известно из классической механической теории кометных форм. Разумеется, выражение /6/ дает вообще все результаты, полученные в ранних работах по теории кометных атмосфер в предположении, что молекулы выбрасываются изотропно, радиально и с одинаковыми скоростями.

Из-за гиперзвукового режима в ПО "холодное" приближение должно давать хороший результат в пределах почти всей головы кометы. Только вблизи контура головы, образованного геометрическим местом точек, для которых $\tau_1 = \tau_2$ в приближении $T_H = 0$, нужно учитывать конечность температуры. В "холодном" приближении контур головы - огибающая семейства парабол, т.е. резкая линия. На самом деле контур размыт за счет конечности температуры. Величина размытия может быть оценена с помощью соотношения

$$\frac{\Delta r}{r} \sim \frac{1}{S^2} = \frac{2kT_H}{mu^2}. \quad (У.5.8)$$

Воспользовавшись результатом /У.3.27/, получим оценку типичного значения числа Маха $M_\infty \sim 10$. Величина S отличается от M на множитель $\sqrt{\frac{g}{2}}$, поэтому $S^{-2} \sim 10^{-2}$, т.е. размытие границы головы из-за теплового разброса скоростей, - величина порядка процента размера самой головы.

Наиболее характерные черты распределения вещества в головах комет рассматриваемого типа могут быть получены в приближении $T_H = 0$. Именно этим и объясняется хорошее согласие с наблюдениями всех ранних работ [58-60, 145] по динамике кометных атмосфер. В случаях, когда желательно изучить влияние температуры на распределение вещества, например, с целью определения температуры из наблюдений, приходится оперировать с выражением /1/. В развернутом виде оно громоздко и труднообозримо:

$$\rho(\vec{r}) = \rho_0 \frac{r^2}{g} \left(\frac{m}{2\pi k T_H} \right)^{3/2} e^{-\frac{m(u^2 - \vec{g} \cdot \vec{r})}{2kT_H}} \times \int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau^2 \sqrt{r^2 - \vec{g} \cdot \vec{r} \tau^2 + \frac{g^2 \tau^4}{4}}} \times \quad (У.5.9)$$

$$\times \exp \left\{ -\beta \tau - \frac{m}{2kT_H} \cdot \frac{r^2}{\tau^2} - \frac{mg^2 \tau^2}{8kT_H} + \frac{m\mu}{kT_H \tau} \sqrt{r^2 - \vec{g} \cdot \vec{r} \tau^2 + \frac{g^2 \tau^4}{4}} \right\}.$$

В общем случае интеграл не сводится к каким-либо из известных элементарных и специальных функций, поэтому практически неизбежно численное интегрирование. Можно, однако, получить представление о поведении интеграла /9/, выполнив его асимптотическую оценку при $T_H \rightarrow 0$. Возможность такой оценки вытекает из того, что подынтегральное выражение в /9/ имеет резкий максимум.

Интегралы вида

$$F(T) = \int_A^B g(x) e^{h(x)/T} dx, \quad (У.5.10)$$

где

$$h(x) \rightarrow -\infty \quad (У.5.11)$$

при $x \rightarrow A$ и при $x \rightarrow B$, удобно оценивать при малых T с помощью метода Лапласа /5/. Для этой цели разлагаем функцию $h(x)$ в ряд Маклорена в окрестности точки экстремума $x = x_0$. Имеем

$$h(x) = a_2(x-x_0)^2 + a_3(x-x_0)^3 + \dots, \quad (У.5.12)$$

где, очевидно, $a_2 < 0$. Подынтегральное выражение в /10/ может быть представлено в виде

$$e^{\frac{a_2(x-x_0)^2}{T}} g(x) e^{\frac{(x-x_0)^3}{T} [a_3 + a_4(x-x_0) + a_5(x-x_0)^2 + \dots]} \quad (У.5.13)$$

Множитель, стоящий при $\exp \left[\frac{a_2(x-x_0)^2}{T} \right]$, разлагаем в двойной степенной ряд по $(x-x_0)^3/T$ и $(x-x_0)$:

$$g(x) \exp \left\{ -\frac{(x-x_0)^3}{T} [a_3 + a_4(x-x_0) + a_5(x-x_0)^2 + \dots] \right\} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} c_{mn} \left[\frac{(x-x_0)^3}{T} \right]^m (x-x_0)^n. \quad (У.5.14)$$

Подстановка этого разложения в /13/, а затем в /10/ дает возможность выполнить интегрирование и получить искомый асимптотический ряд для интеграла /10/. Этот ряд имеет вид

$$\int_A^B g(x) e^{\frac{h(x)}{T}} dx \approx \sqrt{T} \sum_{i=0}^{\infty} d_i T^i, \quad (У.5.15)$$

где

где

$$a_\nu = (-a_2)^{-\nu-\frac{1}{2}} \sum_{m=0}^{2\nu} c_{m,2\nu,m} (-a_2)^m \Gamma(m+\nu+\frac{1}{2}). \quad (У.5.16)$$

Очевидно, что в низшем приближении

$$\int_A g(x) e^{\frac{2\pi}{h} x} dx \approx a_0 \sqrt{\tau} = g(x_0) \sqrt{-\frac{2\pi\tau}{h''(0)}}. \quad (У.5.17)$$

Этот результат тривиально обобщается на случай, когда разложение /12/ начинается не с квадратичного члена, а с константы, и на случай, когда функция $h(x)$ имеет не один, а несколько четко разделяющихся пиков.

В нашем случае ситуация именно такова. Полагая

$$F(\tau) = g(\tau) e^{S^2 h(\tau)}, \quad (У.5.18)$$

где

$$g(\tau) = \frac{e^{-\beta\tau}}{\tau^2 \sqrt{\tau - \frac{\tilde{g}\tau^2}{2}}} \quad (У.5.19)$$

и

$$h(\tau) = -\frac{1}{\mu^2 \tau^2} \left(\sqrt{\tau - \frac{\tilde{g}\tau^2}{2}} - \mu\tau \right)^2, \quad (У.5.20)$$

замечаем, что функция $h(\tau)$ неположительна при любом вещественном τ . Следовательно, ее максимумы совпадают с ранее найденными корнями уравнения

$$\sqrt{\tau - \frac{\tilde{g}\tau^2}{2}} - \mu\tau = 0. \quad (У.5.21)$$

Два корня этого уравнения τ_1 и τ_2 соответствуют настильной и навесной траектории прихода молекулы в точку r . Таким образом, в данном случае подынтегральная функция имеет два максимума. Учитывая это, получаем асимптотическое разложение

$$I(S) = \int_0^\infty g(\tau) e^{S^2 h(\tau)} d\tau = I_1(S) + I_2(S), \quad (У.5.22)$$

где

$$I_1(S) \approx \frac{1}{S} g(\tau_1) \sqrt{\frac{2\pi}{-h''(\tau_1)}} +$$

$$+ \frac{1}{S^3} \sqrt{\frac{\pi}{2|h''(\tau_1)|^3}} \left\{ g''(\tau_1) - \frac{1}{h''(\tau_1)} [g'(\tau_1)h'''(\tau_1) + \frac{1}{4}g(\tau_1)h^{(4)}(\tau_1)] + \right. \quad (У.5.23)$$

$$+ \frac{5}{12} g(\tau_1) \left[\frac{h'''(\tau_1)}{h''(\tau_1)} \right]^2 \Bigg\} + O\left(\frac{1}{S^5}\right).$$

Легко убедиться, что члены, пропорциональные S^{-1} , дают в сумме распределение /6/, соответствующее температуре, равной нулю. Вычислив высшие производные $h(\tau)$ и $g(\tau)$, можно найти поправочные члены, учитывающие конечность температуры. Однако при этом получается столь громоздкое выражение, что его использование не имеет существенных преимуществ перед непосредственным численным интегрированием в формуле /9/.

Рассмотрим теперь случай, когда распад родительских молекул происходит в зоне свободномолекулярного разлета. Динамика родиссоциатов описывается здесь кинетическим уравнением вида

$$\frac{\partial f^{(2)}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f^{(2)}}{\partial \vec{r}} + \vec{g} \cdot \frac{\partial f^{(2)}}{\partial \vec{v}} = -\beta_g f^{(2)} + \int W(\vec{v}_1/\vec{v}) f^{(1)}(\vec{v}_1) d^3\vec{v}_1, \quad (У.5.24)$$

где $f^{(1)}(\vec{v}, \vec{r})$ — функция распределения родительских молекул, а $W(\vec{v}_1/\vec{v})$ — вероятность того, что в единицу времени родительская молекула, двигавшаяся со скоростью $\vec{v}_1$, распадается с образованием дочерней молекулы, имеющей скорость $\vec{v}$. Это уравнение отличается от уравнения /2.1/, описывающего движение родительских молекул, лишь формой источника. В данном случае источник молекул объемный, а не поверхностный. Функция распределения родительских молекул определена соотношениями /4.22/ и /4.64/. Задача сводится, таким образом, к определению вероятности $W(\vec{v}_1/\vec{v})$.

Пусть в процессе фотодиссоциации родительская молекула из основного квантового состояния распадается на две дочерних, в общем случае возбужденных, молекулы. Вероятность распада родительской молекулы в единицу времени зависит от частоты кванта, вызывающего диссоциацию. "Монохроматическая", т.е. рассчитанная на единичный интервал частот, вероятность диссоциации

$$\beta_\gamma = \int_\Omega \frac{I_\gamma}{h\nu} \sigma_\gamma d\Omega, \quad (У.5.25)$$

где интегрирование ведется по телесному углу, в котором падают на молекулу фотоны (т.е. по телесному углу, под которым видно Солнце из данной точки в атмосфере кометы). I_γ — интенсивность солнечного излучения, σ_γ — интегральное сечение фотодиссоциации молекулы квантами данной частоты. Для решения уравнения /24/ требуется более детальная, чем β_γ , характеристика процесса

фотодиссоциации, так как нас теперь интересует распределение вторичных частиц, а не просто скорость их образования. Поэтому кроме величины β , необходимо знать вероятность того, что в акте диссоциации получатся дочерние молекулы со скоростями соответственно $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ и энергиями возбуждения E_A и E_B . Обозначим эту вероятность символом $W(\vec{v}, \vec{v}_A, \vec{v}_B, A, B)$ и подчиним ее условию нормировки

$$\sum_A \sum_B \iint W(\vec{v}, \vec{v}_A, \vec{v}_B, A, B) d^3\vec{v}_A d^3\vec{v}_B = 1, \quad (У.5.26)$$

где суммирование ведется по всем возможным квантовым состояниям обеих дочерних молекул.

Квантовомеханический расчет этой функции, из-за вычислительных трудностей, в настоящее время практически невыполним. Однако можно воспользоваться тем, что существенная часть информации об угловом распределении дочерних молекул содержится в законах сохранения. Законы сохранения импульса и энергии

$$m_0 \vec{v} + \frac{h\nu}{c} \vec{\Omega} = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B, \quad (У.5.27)$$

$$\frac{m_0 v^2}{2} + h\nu - D = \frac{m_A v_A^2}{2} + \frac{m_B v_B^2}{2} + E_A + E_B \quad (У.5.28)$$

— это четыре соотношения для определения шести составляющих $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$. Ограничимся случаем, когда квантовые состояния вторичных частиц фиксированы, т.е. распад всегда идет по одному и тому же каналу

$$h\nu + M_0 \rightarrow M_1(A) + M_2(B) - D - E_A - E_B. \quad (У.5.28)$$

Обычно так оно и бывает, лишь в редких случаях существенны два и больше каналов. Таким образом, в случае единственного канала реакции законы сохранения дают возможность установить распределение продуктов распада с точностью до произвольной функции любых двух переменных из полного их набора, однозначно характеризующего распад, например, с точностью до функции направления вылета одной из частиц.

Основываясь на этих соображениях, запишем вероятность распределения продуктов распада в виде

$$W(\vec{v}, \vec{v}_A, \vec{v}_B) = CF(\vec{\Omega}_A) \delta(m_0 \vec{v} + \frac{h\nu}{c} \vec{\Omega} - m_A \vec{v}_A - m_B \vec{v}_B) \times \quad (У.5.29)$$

$$\times \delta\left(\frac{m_0 v^2}{2} + h\nu - D - E_A - E_B - \frac{m_A v_A^2}{2} - \frac{m_B v_B^2}{2}\right),$$

где $\vec{\Omega}_A$ — единичный вектор скорости частицы A , $F(\vec{\Omega}_A)$ — распределение частиц A по направлениям вылета, C — нормировочная константа, определяемая из условий /26/, где учитывается только одно слагаемое в левой части. Разумеется, угловое распределение частиц A также нормировано на единицу:

$$\int F(\vec{\Omega}_A) d^2\vec{\Omega}_A = 1. \quad (У.5.30)$$

Присутствие δ — функций в выражении /29/ автоматически обеспечивает выполнение законов сохранения энергии и импульса. Кроме того, должен соблюдаться закон сохранения момента импульса. Однако мы не рассматриваем здесь распределения молекул по ориентациям осей, предполагая, что средний момент импульса молекулы равен нулю, и, кроме того, учитывая, что выражение /29/ получится, если выполнить усреднение по начальному и суммирование по конечному распределению моментов импульса.

Проинтегрируем выражение /29/ по скоростям частицы B . По полученному результату

$$C m_B^{-3} F(\vec{\Omega}_A) \delta\left[\frac{m_0 v^2}{2} - \frac{\vec{p}^2}{2m_B} - \frac{m_0 m_A}{2m_B} v_A^2 + h\nu - D - E_A - E_B + \frac{m_A}{m_B} \vec{v}_A \vec{p}\right] = \int W(\vec{v}, \vec{v}_A, \vec{v}_B) d^3\vec{v}_B \quad (У.5.31)$$

видно, что единственным выделенным направлением в данной задаче является направление суммарного импульса фотона и родительской молекулы

$$\vec{p} = m_0 \vec{v} + \frac{h\nu}{c} \vec{\Omega}. \quad (У.5.32)$$

Поэтому угловое распределение продуктов распада должно быть симметрично относительно этого направления. В системе отсчета, связанной с центром масс, $\vec{p} \equiv 0$. Кроме того, $v_A \neq 0$, так как $\frac{h\nu}{c} \ll m_0 v$. Таким образом, в системе центра масс вообще отсутствует какое-либо выделенное направление и распад происходит изотропно, т.е.

$$F(\vec{\Omega}_A) = \frac{1}{4\pi}. \quad (У.5.33)$$

В системе центра масс из условия нормировки получается

$$C = \sqrt{\frac{m_0^3 m_A^3 m_B^3}{2(h\nu - D - E_A - E_B)}}, \quad (У.5.34)$$

т.е. вероятность того, что молекула A получит в результате диссоциации скорость $\vec{v}_A$, в системе центра масс определяется выражением

$$\int W(0, \nu / \vec{v}_A, \vec{v}_B) d^3 v_B =$$

$$= \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{m_B^3 m_A^3}{2m_B^3 (h\nu - D - E_A - E_B)}} \delta(h\nu - D - E_A - E_B - \frac{m_C m_A}{2m_O} v_A^2) =$$

$$= \frac{\delta(v_A - u_\nu)}{4\pi v_A^2},$$

где

$$u_\nu = \sqrt{\frac{2m_B}{m_O m_A} (h\nu - D - E_A - E_B)} \quad (У.5.36)$$

скорость, приобретаемая молекулой A .

Возвращаясь к лабораторной системе отсчета, получаем с учетом /25/ искомую вероятность, которая входит в правую часть кинетического уравнения /24/,

$$W(\vec{v}_1 / \vec{v}) = \frac{\pi R_\theta^2}{R_\theta^2} \int \frac{\sigma_\nu I_\nu}{h\nu} \cdot \frac{\delta(|\vec{v}_1 - \vec{v}| - u_\nu)}{4\pi u_\nu^2} d\nu. \quad (У.5.37)$$

Найдем теперь мощность источника диссоциатов. Следует учесть, что время жизни родительских молекул мало, пробег молекулы до удвоения скорости в несколько десятков раз больше пробега до диссоциации, поэтому, применяя функции распределения родительских молекул /4.22/ и /4.64/, можно полагать $g=0$, так как родительская молекула распадается заведомо раньше, чем существенно изменится ее скорость. В двух рассмотренных в п.4 предельных случаях получаем

$$S_2 = \frac{R_\theta^2}{4R_\theta^2} \cdot \frac{\pi}{2} \tau_\theta^2 n_0 \left(\frac{m}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \times$$

$$\times \iiint e^{-\beta \tau} v_1 \left(1 - \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{g}}{v_1 g_1} \right)^2 e^{-\frac{m v_1^2}{2k T_0}} \delta(\vec{r} - \vec{v}_1 \tau) \times$$

$$\times \frac{\sigma_\nu I_\nu}{h\nu} \cdot \frac{\delta(|\vec{v}_1 - \vec{v}| - u_\nu)}{u_\nu^2} d\tau d\nu d^3 \vec{v}_1,$$

если ядро вращается медленно, и

$$S_2 = \frac{3n_0 r_p^2 R_\theta^2}{4R_\theta^2} \left(\frac{m}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \times$$

$$\times \iiint e^{-\beta \tau} e^{-\frac{m v_1^2}{2k T_0}} \left(v_1 - \frac{\vec{p} \cdot \vec{v}_1}{3} \right) \delta(\vec{r} - \vec{v}_1 \tau) \delta(|\vec{v}_1 - \vec{v}| - u_\nu) \frac{\sigma_\nu I_\nu}{4\pi u_\nu^2 h\nu} d\nu d\tau d^3 \vec{v}_1 \quad (У.5.39)$$

в случае быстро вращающегося ядра, наблюдаемого в эпоху собственного равноденствия.

Рассмотрим подробнее выражение /38/. Так как под интегралом находится одна трехмерная и одна одномерная δ -функции, легко выполнить четырехкратное интегрирование, сведя /38/ к однократному интегралу. Безразлично, по каким именно из пяти переменных провести интегрирование. Выберем в качестве таких переменных три составляющие скорости и возраст. Интегрирование по скоростям удобнее выполнить в системе центра масс в сферических координатах в пространстве скоростей. Для этого вводим переменную

$$\vec{v} = \tilde{v} \tilde{R} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \quad (У.5.40)$$

где $\tilde{R}$ - единичный вектор направления вылета частицы. В сферических координатах

$$d^3 \vec{v} = v^2 dv d^2 \tilde{R}. \quad (У.5.41)$$

Интегрируя по абсолютным величинам скоростей вылета, получим

$$S_2 = \frac{\pi R_\theta^2}{4R_\theta^2} \cdot \frac{n_0 r_p^2}{2} \left(\frac{m}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \times$$

$$\times \iiint e^{-\beta \tau} e^{-\frac{m(\vec{v} + \tilde{R} u_\nu)^2}{2k T_0}} |\vec{v} + \tilde{R} u_\nu| \left[1 - \frac{(\vec{v} + \tilde{R} u_\nu) \cdot \vec{g}}{|\vec{v} + \tilde{R} u_\nu| g} \right]^2 \times$$

$$\times \delta(\vec{r} - \vec{v} \tau - \tilde{R} u_\nu \tau) \frac{\sigma_\nu I_\nu}{h\nu} dv d\tau d^2 \tilde{R}.$$

Разложим трехмерную δ -функцию на угловую и радиальную части:

$$\delta(\vec{r} - \vec{v} \tau - \tilde{R} u_\nu \tau) = \frac{1}{u_\nu^2 \tau^2} \delta(\tilde{R} - \frac{\vec{r} - \vec{v} \tau}{|\vec{r} - \vec{v} \tau|}) \delta(|\vec{r} - \vec{v} \tau| - u_\nu \tau) =$$

$$(У.5.43)$$

и воспользуемся радиальным множителем для выполнения интегрирования по возрастам, а угловым - для интегрирования по телесному углу (по направлениям вылета). В результате имеем

$$S_2 = \frac{\pi R_0^2}{4 R_\alpha^2} \cdot \frac{n_0 \tau_0^2}{2} \left(\frac{m}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \int \frac{\sigma_y I_y}{h \nu u_y^2} d\nu \sum_{i=1,2} e^{-\beta \tilde{\epsilon}_i - \frac{m \tau^2}{2 k T_i}} \times$$

$$\times \frac{\tau}{\tau_i} \left(1 - \frac{\tilde{p} \tau}{g \tau} \right)^2 \frac{1}{u_y^2 - v^2 + \frac{\tilde{p}^2}{\tilde{\epsilon}_i}}, \quad (Y.5.44)$$

где

$$\tau_{1,2} = \frac{-\tilde{\tau} \tilde{v} \pm \sqrt{(\tilde{\tau} \tilde{v})^2 + \tau^2 (u_y^2 - v^2)}}{u_y^2 - v^2}, \quad (Y.5.45)$$

$\tau_{1,2}$ — два значения возраста, при которых аргумент радиальной δ — функции обращается в нуль. Оба слагаемых присутствуют в выражении /44/ лишь при условии, что оба значения τ положительны.

Возможен и другой путь. Так как область распада родительских молекул значительно меньше головы, то с хорошей точностью источник диссоциатов можно считать точечным. Переход к точечному приближению осуществляется с помощью процедуры

$$S_2^* = \delta(\vec{r}) \int S_2 d^3 \vec{r}. \quad (Y.5.46)$$

Выполнив эту операцию над выражениями /38/ и /39/, получаем возможность проинтегрировать полученные результаты по возрастам. Интегрируя затем по абсолютным величинам скоростей, получим вместо /38/ и /39/ соответственно

$$S_2^* = \delta(\vec{r}) \frac{\pi \tau_0^2 n_0}{2 \beta_p} \cdot \frac{R_0^2}{4 R_\alpha^2} \left(\frac{m}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \int \frac{\sigma_y T_y}{h \nu} d\nu \int |\vec{v} - u_y \vec{\Omega}| \times$$

$$\times \left[1 - \frac{(\vec{v} - u_y \vec{\Omega}) \cdot \vec{q}}{|\vec{v} - u_y \vec{\Omega}| q} \right]^2 e^{-\frac{m(\vec{v} - u_y \vec{\Omega})^2}{2 k T_0}} d^2 \vec{\Omega} \quad (Y.5.47)$$

и

$$S_2^* = \delta(\vec{r}) \frac{3 n_0 \tau_0^2 R_0^2}{4 \beta_p R_\alpha^2} \left(\frac{m}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \int \frac{\sigma_y I_y}{h \nu} d\nu \int \left[\vec{v} - u_y \vec{\Omega} - \right.$$

$$\left. - \frac{\vec{p}}{3} \cdot (\vec{v} - u_y \vec{\Omega}) \right] e^{-\frac{m(\vec{v} - u_y \vec{\Omega})^2}{2 k T_0}} d^2 \vec{\Omega}. \quad (Y.5.48)$$

Типичная энергия родительской молекулы до распада $\sim 10^{-2}$ эв. Выше были приведены примеры фотодиссоциации (см. реакцию /Ш.3.53/ и др.), когда в кинетическую энергию осколков переходило ~ 1 эв.

Такая ситуация всегда типична при фотодиссоциации многоатомных молекул, обычно имеющих широкие полосы континуального поглощения [162]. Это свойство объясняется большим числом степеней свободы многоатомных молекул. Следует поэтому ожидать, что у любых родительских молекул максимум сечения диссоциации сдвинут в сторону больших энергий фотонов на величину порядка нескольких десятых электрон-вольта и более. Таким образом, всегда имеет место неравенство

$$\frac{m u_y^2}{2 k T_0} \gg 1, \quad (Y.5.49)$$

что позволяет в первом приближении считать источник точечным не только в координатном пространстве, но и в пространстве скоростей. При этом анизотропия в начальном приближении полностью исчезает. Исчезает и различие между двумя рассматриваемыми случаями быстрого и медленного вращения. После интегрирования по углам имеем

$$S_2^* = \alpha \frac{n_0 \tau_0^2}{\beta_p} \sqrt{\frac{2 k T_0}{m}} \cdot \frac{\delta(\vec{r})}{2\pi v} \int_0^\infty \frac{\pi R_0^2}{R_\alpha^2} \cdot \frac{\sigma_y I_y}{h \nu} \delta(v^2 - u_y^2) d\nu, \quad (Y.5.50)$$

где $\alpha = \frac{\pi}{2}$ для медленно вращающегося и $\alpha = \frac{3}{4\pi}$ для быстро-вращающегося ядра.

Перед тем как выполнить интегрирование по частотам, вспомним, что контур полосы континуального поглощения можно аппроксимировать гауссианой /Ш.3.53/. Пользуясь коротковолновым приближением функции Планка для I_y и соотношением /36/, проинтегрируем /50/ по частотам. Получим окончательное выражение для функции источника вторичных частиц

$$S_2^* = \alpha \frac{n_0 \tau_0^2}{\beta_p} \cdot \frac{\pi R_0^2}{R_\alpha^2} \sqrt{\frac{2 k T_0}{m}} \cdot \frac{\sigma_0 m_0 m}{(m_0 - m) \cdot 2\pi h c^2} \cdot \frac{1}{v} \left[\frac{m_0 m v^2}{2(m_0 - m) h} + \right.$$

$$\left. + \frac{D'}{h} \right]^2 \exp \left\{ -\frac{h}{k T_0} \left[\frac{m_0 m v^2}{2(m_0 - m) h} + \frac{D'}{h} \right] - \frac{1}{(\Delta v)^2} \left[\frac{m_0 m v^2}{2(m_0 - m) h} + \frac{D'}{h} - v_0 \right]^2 \right\} \delta(\vec{r}), \quad (Y.5.51)$$

где через D' обозначена сумма энергий диссоциации и возбуждения. Таким образом, распределение диссоциатов по скоростям в бесстолкновительной атмосфере существенно отличается от распределения, сформированного столкновениями. В то же время диссоциация в свободномолекулярной области изотропизирует источник, стирая информацию о распределении температуры по поверхности ядра. Не повторяя выкладок и рассуждений, приведем распределение плотности в рассматриваемом случае:

$$n(\vec{r}) = \alpha \frac{n_0 r_0^2}{\beta \rho} \cdot \frac{\pi R_0^2}{R^2} \sqrt{\frac{2kT_0}{m}} \cdot \frac{\sigma_0 m_0 m}{(m_0 - m) 2\pi \hbar c^2} \times \int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau^2} \left/ \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \right/^{-1} \exp\{-\beta\tau -$$

$$- \frac{\hbar}{kT} \left[\frac{m_0 m (\vec{r} - \frac{\vec{g}\tau^2}{2})^2}{2(m_0 - m) \hbar \tau^2} + \frac{D'}{\hbar} \right] - \frac{1}{(\Delta y)^2} \left[\frac{m_0 m (\vec{r} - \frac{\vec{g}\tau^2}{2})^2}{2(m_0 - m) \hbar \tau^2} + \frac{D'}{\hbar} - y_0 \right]^2 \} . \quad (У.5.52)$$

Для сравнения расчета и наблюдения необходимо перейти от распределения плотности к распределению поверхностной яркости. Так как в видимой области кометные атмосферы оптически тонкие (за исключением, возможно, очень малой области, не разрешаемой на большинстве фотоснимков), то уравнение переноса излучения в них элементарно интегрируется. Поверхностная яркость I_y определяется интегралом вдоль луча зрения от объемной светимости, которая пропорциональна плотности молекул. Следовательно,

$$I_y = K \int_0^\infty n(\vec{r}) ds, \quad (У.5.53)$$

где коэффициент K определен выше соотношением /Ш.1.21/. Пусть $\vec{r}_{\kappa\pi}$ - вектор, направленный из центра ядра в точку пересечения луча зрения и картинной плоскости, $\vec{\Delta}$ - вектор, направленный из центра Земли в центр ядра. Тогда векторный аргумент формул /1/ и /52/ выражается через координату, отсчитываемую вдоль луча зрения следующим образом:

$$\vec{r} = S \frac{\vec{r}_{\kappa\pi} + \vec{\Delta}}{|\vec{r}_{\kappa\pi} + \vec{\Delta}|} + \vec{r}_{\kappa\pi}. \quad (У.5.54)$$

Подставив это выражение в зависимости от необходимости в /1/ или в /52/, выполняем затем интегрирование /53/ по скалярному аргументу S . За редчайшими исключениями (например, комета 1910 П) $\Delta \gg r_{\kappa\pi}$. Учитывая также, что интегрирование по S проводится в бесконечных пределах, можно подставлять в /1/ и /52/ просто

$$\vec{r} = \vec{r}_{\kappa\pi} + S \frac{\vec{\Delta}}{\Delta}, \quad (У.5.55)$$

т.е. считать луч зрения всюду перпендикулярным к картинной плоскости. Если такое приближение законно, можно получить дальнейшие упрощения. Прежде всего, следует выбрать в картинной плоскости наиболее удобную систему координат. Ориентируем одну из координатных осей в этой плоскости вдоль проекции продолженного радиуса вектора (т.е. вектора $\vec{g}$) на картинную плоскость.

Если траектория элементарного облака в пространстве описывается уравнением $\vec{R} = \vec{R}(\tau)$, то в картинной плоскости облако описывает траекторию

$$\vec{R}_{\kappa\pi} = \frac{\vec{R}(\tau)\Delta^2 - \vec{\Delta}(\vec{R}(\tau)\vec{\Delta})}{\vec{R}(\tau)\vec{\Delta} + \Delta^2}, \quad (У.5.56)$$

т.е. можно считать, что в плоскости изображения головы кометы действует отталкивательное ускорение

$$\vec{g}_{\kappa\pi} = \frac{\vec{g}\Delta^2 - \vec{\Delta}(\vec{g}\vec{\Delta})}{\vec{g}\vec{\Delta} + \Delta^2}. \quad (У.5.57)$$

По аналогии с /3.52/ можно написать для распределения поверхностной плотности

$$N(\vec{r}_{\kappa\pi}) = \int_0^\infty e^{-\beta\tau} \dot{E}(\tau) G_{\kappa\pi}(\vec{r}_{\kappa\pi} - \frac{\vec{g}_{\kappa\pi}\tau^2}{2}) d\tau. \quad (У.5.58)$$

Функция Грина для распределения поверхностной плотности $G_{\kappa\pi}(\vec{r}_{\kappa\pi})$ получается из функции Грина для распределения объемной плотности интегрированием по лучу зрения. Мы убедились, что при существовании ОЯО и при ее отсутствии функция Грина $G(\vec{r})$ описывает сферически симметричный разлет, т.е. зависит только от r . Поэтому

$$G_{\kappa\pi}(\vec{r}_{\kappa\pi}) = 2 \int_0^\infty \frac{G(r) r dr}{\sqrt{r^2 - r_{\kappa\pi}^2}} = 2 \int_0^\infty G(r_{\kappa\pi} \cosh \psi) \cosh \psi d\psi, \quad (У.5.59)$$

где

$$G(r) = n_0 r_0 \sqrt{\frac{m}{2\pi k T_{\infty}}} \frac{1}{r^2} \exp\left\{-\frac{m}{2k T_{\infty}} (r - u\tau)^2\right\} \quad (У.5.60)$$

для комет с ОЯО и

$$G(r) = \alpha \frac{n_0 r_0^2}{\beta \rho} \cdot \frac{\pi R_0^2}{R^2} \sqrt{\frac{2kT_0}{m_0}} \cdot \frac{\sigma_0 m_0 m}{(m_0 - m) 2\pi \hbar c^2} \cdot \frac{1}{r^2} \times$$

$$\times \exp\left\{ \frac{\hbar}{kT_0} \left[\frac{m_0 m r^2}{2(m_0 - m) \hbar r^2} + \frac{D'}{\hbar} \right] - \frac{1}{(\Delta y)^2} \left[\frac{m_0 m r^2}{2(m_0 - m) \hbar r^2} + \frac{D'}{\hbar} - y_0 \right]^2 \right\} \quad (У.5.61)$$

для комет с полностью бесстолкновительной атмосферой. Соотношения /58/-/61/ исчерпывают задачу о расчете распределения поверхностной плотности в нейтрально-газовой атмосфере кометы.

Большая часть наблюдаемой кометной атмосферы представляет собой область свободномолекулярного течения. Наилучший метод исследования таких течений – решение кинетического уравнения, которое для СМО комет линейно, а поэтому легко интегрируется. Задачу о расчете распределения вещества в СМО можно ставить двояко: как задачу с начальными данными в бесконечном прошлом и источником вещества (задача Коши) или как задачу с заданным распределением на внутренней границе СМО (краевая задача). Обе постановки совершенно эквивалентны, хотя с практической точки зрения первая несколько удобнее.

В самом общем виде решение задачи о движении вещества в СМО представлено в выражении для функции распределения (2.29). Здесь возможен учет протяженности и любой нестационарности источника. Однако функция распределения содержит много лишней информации, которая не может быть получена непосредственно из наблюдений. Обычно нас интересует только нулевой момент этой функции, т.е. распределение плотности. При расчете распределения плотности разумно считать источник вещества точкой; кроме того, удобно воспользоваться одним из излагаемых в настоящей главе приближений – приближением однородного поля или несколько более точным бесприливным приближением. И то и другое позволяет учесть орбитальное движение кометы. При исследовании кометных голов нередки случаи, когда вполне допустимо не только считать отталкивательное ускорение постоянным в пределах головы, но и пренебречь изменением его (и других параметров) за счет орбитального движения.

На практике в атмосфере кометы часто присутствует область газодинамического режима, в которой происходят и фотохимические превращения. При этом на границе области, принимаемой в качестве источника молекул, присутствуют в основном продукты распада родительских молекул – обычно наблюдаемые радикалы. Как показано в предыдущей главе, распределение частиц в источнике вырождено. Молекулы разлетаются от него строго по радиусу, причем направленная скорость движения значительно больше величины теплового разброса скоростей. Следовательно, можно сравнительно просто рассчитать распределение объемной и поверхностной плотности. Получим уже хорошо известный результат [43, 58]. Однако в цитируемых работах правильные результаты получаются только потому, что близкое к моно-

скоростному радиальное распределение скоростей устанавливается в переходной области. Заметим, что эту задачу решали многие исследователи, однако, как правило, не принималось во внимание, что распределение скоростей в эквивалентном точечном источнике отличается зависящим от скорости множителем от распределения скоростей на внешней границе ПО. Ошибка этого рода допускается во многих теоретических работах [18, 19, 47, 144, 172], где делались попытки учесть тепловой разброс скоростей.

Сложнее рассчитать распределение плотности и яркости в комете, атмосфера которой полностью (т.е. от самой поверхности ядра) бесстолкновительна. Как показано в настоящей главе, распределение родительских молекул в этом случае анизотропно, независимо от того, с какой скоростью вращается ядро. Если оно вращается медленно, родительские молекулы распределяются симметрично относительно радиус-вектора кометы, т.е. относительно оси подсолнечная точка – центр ядра. Найден явный вид распределения родительских молекул в этом частном случае. Когда ядру присуще быстрое осевое вращение, в этом случае родительские молекулы распределяются симметрично относительно оси вращения, однако симметрия относительно экватора ядра отсутствует (за исключением момента прохождения кометы через собственную точку равноденствия).

При анализе истечения вещества в полностью бесстолкновительную атмосферу следует обратить внимание на то, что уже при переходе от протяженного источника к точечному анизотропия последнего уменьшается. Например, полюс, окруженный областью полярной ночи, не эмиттирует молекул; однако молекулы, летящие из эквивалентного точечного источника в сторону этого полюса, существуют. Они эмиттируются соседними областями. Анизотропия практически полностью исчезает после диссоциации родительских молекул. Продукты диссоциации, получая скорость значительно большую, чем скорость родительских молекул, имеют совсем иное распределение, чем в случае истечения из ОЯО. Это распределение сильно зависит от контура полосы непрерывного поглощения родительской молекулы. В главе подробно рассмотрено распределение диссоциатов при гауссовском профиле полосы непрерывного вращения (у молекул воды и углекислого газа). Во всех перечисленных случаях (комета с ОЯО, комета без ОЯО с невращающимся ядром, комета с быстро вращающимся ядром в эпоху собственного равноденствия) получены расчетные формулы для определения поверхностной и объемной плотности.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Аэродинамика разреженных газов. Сб.4. Изд-во ЛГК, 1969.
2. Бай Ши-и. Введение в теорию течения сжимаемой жидкости. ИЛ, М., 1962.
3. Белокопъ В.А. - Труды Московского физико-технического института. 1963, Вып.П.
4. Б с р Н. Прохождение атомных частиц через вещество. ИЛ, М., 1950.
5. Б р е й н И.Г. де. Асимптотические методы в анализе. ИЛ, М., 1961.
6. Взаимодействие газов с поверхностями. "Мир", М., 1965.
7. В и л ь я м с Р. - В кн.: Основные формулы физики. ИЛ, М., 1957.
8. В о е в о д с к и й В.В. Физика и химия элементарных химических процессов. "Наука", М., 1969.
9. В о р с н ц о в - В е л ь я м и н о в Б.А. - Астрон.журн., 1946, 22, 6,317.
10. В с е х с в я т о к и й С.К. - Публ. КАО, 1950, № 3, 3.
11. В с е х с в я т с к и й С.К. Физические характеристики комет. Физматгиз, М., 1958.
12. В о е х с в я т с к и й С.К. - В кн.: Физика комет и метеоров. "Наукова думка", К., 1966, 32.
13. В с е х о в я т с к и й С.К. Природа и происхождение комет и метеорного вещества. "Просвещение", М., 1967.
14. Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций. ИЛ, М., 1962.
15. Г а р а з д о - Л е о н и х Г.А., К о н о п л е в а В. П. - В кн.: Астрометрия и астрофизика. "Наукова думка", К., 1969, 4,174.
16. Г е р ц б е р г Г. Электронные спектры и строение многоатомных молекул. "Мир", М., 1969.

17. Г л е с с т о н С., Л е й д л е р К., Э й р и н г Г. Теория абсолютных скоростей реакций. ИЛ, М., 1948.
18. Г н е д и н Ю.Н., Д о л г и н о в А.З. - Астрон.журн., 1966, 43, 181.
19. Г н е д и н Ю.Н., Д о л г и н о в А.З., Н о в и к о в Г.Г. - Астрон. журн., 1970, 47, 4, 870.
20. Г р а н с в с к и й В.Д. Электрический ток в газе. ГИТТЛ, М.-Л., 1952.
21. Г р и н б е р г М. Межзвездная пыль. "Мир", 1970.
22. Д е м е н к о А.А., Ч у р ю м о в К.И. - В кн.: Труды 6-й Всесоюзной школы по космофизике. Ч.П. Апатиты. 1969, 23.
23. Д в о р я ш и н А.С. - В кн.: Астрометрия и астрофизика. "Наукова думка", К., 1964, 4,7.
24. Д е в и е н. Течение и теплообмен разреженных газов. ИЛ, М., 1962.
25. Д о б р о в о л ь с к и й О.В. Нестационарные процессы в кометах и солнечная активность. Изд-во АН Тадж. ССР, Душанба, 1961.
26. Д о б р о в о л ь с к и й О.В. - Булл. комиссии по кометам и метеорам. 1964, № 9, 9.
27. Д о б р о в о л ь с к и й О.В. Кометы. "Наука", М., 1966.
28. Д о л г и н о в А.З. - В кн.: Активные процессы в кометах. "Наукова думка", К., 1967, 197.
29. Д о л г и н о в А.З. - Астрон. журн., 1967, 44, 434.
30. Д о р м а н Л.И., М и р с ш н и ч е н к о А.И. Солнечные космические лучи. "Наука", М., 1968.
31. Д у б я г о А.Д. - Астрон.журн., 1950, 27, в.1,5.
32. Е г и б е к о в П. - Булл. Института астрофизики АН Тадж.ССР, 1967, № 8.
33. Е г и б е к о в П.Е. - Доклады АН Тадж. ССР, 1968, -II, 7, 21-24.
34. И в а н о в В.С. Радиационная полимеризация. "Химия", Л., 1967.
35. К а л в е р т Дж., П и т т с Дж. Фотохимия. "Мир", М., 1968.
36. К а м и н с к и й М. Атомные и ионные столкновения на поверхности металла. "Мир", М., 1967.
37. К а й м а к о в Е.А., Ш а р к о в В.И. - Кометы и метеоры, 1967, 15, 21.
38. К а й м а к о в Е.А., Ш а р к о в В.И. - В кн.: Астрометрия и астрофизика. "Наукова думка", К., 1969, 4,210.
39. К а й м а к о в Е.А., Ш а р к о в В.И., Ж у р а в л е в С.С. Лабораторное моделирование кометных явлений. Проспект ВДНХ, М., 1970.

40. Кнакке О., Странокий И.Н. - Успехи физических наук, 1959, 68, 261.
41. Коган М.Н. Динамика разреженных газов. "Наука", М., 1967.
42. Коноплева В.П. - Физика комет и метеоров, "Наукова думка", К., 1966, 87.
43. Консплева В.П. - В кн.: Проблемы кометной фотометрии. "Наукова думка", К., 1966, 77.
44. Консплева В.П. - В кн.: Активные процессы в кометах. "Наукова думка", К., 1967, 57.
45. Конюков М.В. - Проблемы космической физики, № 4, 1969, 42.
46. Краткий справочник физико-химических величин. "Химия", Л., 1967.
47. Курчаков А.В. - Изв. Астрофиз. ин-та АН Каз. ССР, 1960, 9, 21.
48. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Механика сплошных сред. ГИИТЛ, М., 1954.
49. Левин Б.Ю. - Астроном. журн., 1943, 20, 14.
50. Левин Б.Ю. - Астроном. журн., 1948, 25, 246.
51. Малков М.П., Данилов И.Б., Зельдович А.Г., Фрадков А.Б. Справочник по физико-техническим основам глубокого охлаждения. Госэнергоиздат, М.-Л., 1963.
52. Маркович М.З. - Бюлл. Ин-та астроф. Стал., 1959, 25, 3.
53. Маркович М.З. - Бюлл. Ин-та астроф. Стал., 1959, 28, 25.
54. Маркович М.З. - Бюлл. комиссии по кометам и метеорам, 1963, № 8, 11.
55. Маркович М.З., Туленкова Л.Н., - В кн., Астрометрия и астрофизика. "Наукова думка", К., 1970, 30.
56. Марочник Л.С. - Успехи физических наук, 1964, 82, 2, 221.
57. Мохнач Д.О. - Бюлл. ин-та теор. астрономии, 1956, 6, 269.
58. Мохнач Д.О. - Астроном. журн., 1958, 35, 605.
59. Мохнач Д.О. - Бюлл. Ин-та теор. астрономии, 1956, 6, 269.
60. Мохнач Д.О. - ДАН СССР, 1958, 120, 1228.
61. Мохнач Д.О. - ДАН СССР, 1964, 157, 309.
62. Мохнач Д.О. - ДАН СССР, 1966, 171, 1050.
63. Мохнач Д.О. - В кн.: Активные процессы в кометах. "Наукова думка", К., 1967, 12.
64. Мохнач Д.О. - Проблемы космической физики, 1968, 3, 118.
65. Некоторые вопросы кинетической теории газов. "Мир", М., 1965.

66. Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц. "Мир", М., 1969.
67. Околземное космическое пространство. "Мир", М., 1966.
68. Орлов С.В. Кометы. ОНТИ, М., 1935.
69. Орлов С.В. Голова кометы и новая классификация кометных форм. "Сов. наука", М., 1945.
70. Орлов С.В. О природе комет. Изд-во АН СССР, М., 1958.
71. Основы газовой динамики. Под ред. Г.Эммонса. ИЛ, М., 1963, 64.
72. Первичное космическое излучение. ИЛ, М., 1956.
73. Пробоуейн Р.Ф. - В кн.: Проблемы гидродинамики и механики сплошной среды. "Наука", М., 1969.
74. Пшежецкий С.Я. Механизм радиационно-химических реакций. "Химия", Л., 1968.
75. Райзер Ю.П. - ЖЭТФ, 1959, 37, 1741.
76. Рийвес В.Г. - Публикации Тартуской обсерв., 1952, 32, 117.
77. Рийвес В.Г. - Публикации Тартуской обсерв., 1960, 33, 281.
78. Рийвес В.Г. - Активные процессы в кометах. "Наукова думка", К., 1967, 195.
79. Рийвес В.Г. - Автореферат диссертации "Фотометрические исследования комет". Тарту, 1968.
80. Рийвес В.Г. - Кометы и метеоры, 1970, 17, 3.
81. Росси Б., Грейзен К. Взаимодействие космических лучей с веществом. ИЛ, М., 1948.
82. Секанина З. - В кн.: Астрометрия и астрофизика. "Наукова думка", К., 1969, 4, 54.
83. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.4. ГИИТЛ, М.-Л., 1951.
84. Солнечный ветер. "Мир", М., 1968.
85. Спикс Дж., Вуд Р. Введение в радиационную химию. Атомиздат, М., 1967.
86. Справочник химика. Т.1. "Химия", Л., 1966.
87. Справочник химика. Т.2. "Химия", Л., 1966.
88. Трепнел Б. Хемосорбция. ИЛ, М., 1958.
89. Физика элементарных частиц и космических лучей. М., 1960.
90. Физико-химические свойства элементов. "Наукова думка", К., 1965.
91. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей. Изд-во АН СССР, М., 1945.
92. Хюлот Г. ван де. Рассеяние света малыми частицами. ИЛ, М., 1961.
93. Цань Сюэ-сен. Физическая механика. "Мир", М., 1965.

94. Череди́ченко В.И. - В кн.: Исследования комет по программе МГСС. "Наукова думка", К., 1964, 73.
95. Череди́ченко В.И. - В кн.: Исследования комет по программе МГСС. "Наукова думка", К., 1964, 93.
96. Череди́ченко В.И. - В кн.: Физика комет и метесров. "Наукова думка", К., 1965, 46.
97. Череди́ченко В.И. - В кн.: Физика комет и метеоро-
ров. "Наукова думка", К., 1966, 51.
98. Череди́ченко В.И. - В кн.: Астрометрия и астрофизика. "Наукова думка", К., 1969, 134.
99. Чурюмов К.И., Деменко А.А. - В кн.: Астрометрия
и астрофизика. "Наукова думка", К., 1970, II, 50.
100. Шильман Л.М. - В кн.: Активные процессы в кометах. "Науко-
ва думка", К., 1967, 5.
101. Шильман Л.М. - В кн.: Астрометрия и астрофизика. "Науко-
ва думка", К., 1969, 4, 101.
102. Шильман Л.М. - В кн.: Астрометрия и астрофизика. "Науко-
ва думка", К., 1970, 3.
103. Шильман Л.М. - В кн.: Астрометрия и астрофизика. "Науко-
ва думка", К., 1970, II, 15.
104. Шильман Л.М. - Проблемы космической физики, № 5, 1970, 87.
105. Ядерные реакции. Под ред. Эдта и М.Демера. Т. I, 2. ИЛ, М.,
1962-1964.
106. Arpigny C. - Ann. Review Astron. & Astroph., 1965, 3, 351.
107. Balidet F. - Ann. Obs. Meudon, 1927, 7.
108. Bennewitz Rossner - Zeit. Phys. Chem. (1938), 39, 126.
109. Bessel F. - AN, 1836, 13, 300.
110. Biermann L., Treffitz E. - Z.f.Ap., 1964, 59, 1-28.
111. Bobrovnikov N. - Publ. Lick. Obs., 1931, 17.
112. Bobrovnikov N. - Rev. Mod. Physics, 1942, 14, 164.
113. Bouška J., Vanýsek V. Fyzika Komet. Praha, 1967.
114. Brown R.P., D'Arsey R.A. - Phys.Rev.Letters, 1959,
3, 390.
115. Cepřecha Z. - Publ. Astron. Inst. Czech. Acad. Sci.,
1959, 13, 34-42.

116. Chincarini, Margoni, Wurm - Trans. IAU,
1965, XII A.
117. Davis D.R., Libby W.F. - Science, 1964, 144, 991.
118. Donn B., Urey H.C. - Ap. J., 1956, 123, 339.
119. Donn B. - Ap.J., 1959, 64, 126.
120. Donn B. - Icarus, 1963, 2, 6, 393.
121. Donn B. - Astron. J., 1965, 70, 5, 320.
122. Delsemme A.H., Swings P. - Ann. d'Astroph.,
1952, 15, f.1.
123. Delsemme A.H. Nature et origine des cometes. Cointe-
Sclessin, 1966, 69.
124. Delsemme A.H. Nature et origine des cometes. Cointe-
Sclessin, 1966, 77.
125. Delsemme A.H., Miller D.C. - Amer. Astron. Soc.
Albany, 1969, s. 1, No. 4, 74.
126. Delsemme A.H., Miller D.C. - Planet. and Space
Sci., 1970, 18, 5, 717.
127. Dolginov A.Z., Gnedin Yu. N. - Icarus, 1966,
5, 1, 64.
128. Dufay M.J. - C.R., 1937, 204, 9, 744.
129. Eucken A., Bertram A. - Z Phys. Chem. (1936),
31, 361.
130. Finson L., Probststein R.F. - Publ. Fluid Mech. Lab.,
1967, 67-4.
131. Greenstein J.L. Nature et origine des cometes. Lie-
ge, 1966, 483.
132. Haartef D. - Fus. Medd., 1948, 25, 3.
133. Hamel B.B., Willis D.R. - Phys. Fluids, 1966, 2, 829.
134. Hartmann J. - Astron. Nachr., 1910, 185, 233.
135. Haser L. - Inst. d'Astrophys. Univ. Liege, repr. 1957, 394.
136. Holland - Merten. Tabellenbuch der Vakuumverfahren-
stencil in der Grundstoffindustrie. Leipzig, 1964.
137. Huebner W.F. - Bayerische Aoademie der Wissenschaften,
sonderdruck 12, 1965.
138. Jackson W.M., Donn B. - Icarus, 1968, 8, 2, 270.
139. Jaegermann, R. Mechanische Untersuchungen über Come-
tenformen. St. Petersburg., 1903.

140. Konopleva V.P., Shulman L.M. - Proceedings of IAU symposium No. 45, Dordrecht, 1971.
141. Lal D., Venkatavaradan V.S. - Science (1966), 151, 3716, 1381.
142. Larsson - Leander G. Vistas in Astronomy. Pergamon, Press London-New York, 1960, 3, 140.
143. Levin B.J. Nature et origine des comètes. Liege, 1966, 65.
144. Malaise D. Nature et origine des comètes. Liege, 1966, 199.
145. Miller E.L. - Proc. Nat. Acad. Sci. (U.S.A.), 1961, 47, 1798.
146. Ness N.F. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 1968, 6.
147. Potter A.F., del Duca B. - Mem. Brit. Astron. Assoc., 1964, 39, 3.
148. Probst R.F., Finson L. - Ap.J., 1968, 154, 327.
149. Preston G.W. - Ap. J., 1967, 147, 718.
150. Richter N.B. - Astr. Nachr., 1941, 271, 207.
151. Richter N. The nature of Comets, London.
152. Schäfer K., Klingenberg M. - Zs. Elektrochem. Ber. Bunsenges. Phys. Chem., (1954), 58, 828.
153. Schäfer K., Riggert K.H. - Zs. Elektrochem. Ber. Bunsenges. Phys. Chem., (1953), 57, 751.
154. Schäfer K., Riggert K.H. - Journ. Colloid. Sci. suppl., (1954), 1, 128.
155. Schmidt J.F.J. - Publ. l'Observatoire d'Athènes, 1963, I, I.
156. Šecanina Z. - Astron. and Astrophys., 1970, 7, I, 109.
157. Shapiro A.H., Hawthorne W.R. - J. Appl. Mech. (1947), 14, A317-336.
158. Shulman L.M. - Proceedings of IAU Symposium No. 45, Dordrecht, 1971.
159. Strubell W. - Astron. und Raumfahrt, 1968, No. 4, 97.
160. Struve - Astron. Nachr., 1884, 109, 369.
161. Swami K.R., Donn B. - Ap.J., 1968, 153, No. 1, p. 1.
162. Swings P., Hase L. Atlas of representative cometary spectra. Liege, 1956, I.
163. Swings P. - Space Age Astron., 1962.
164. Swings P., Hase L. Atlas of representative cometary spectra. Louvain, 1956.
165. Swings P. - Quart. Journ. RAS, 1965, No. 1.
166. Thackeray A.D., Feast M.N., Warner B. - Astrophys. Journ., 1966, 143, 276.
167. Urey H.C. The planets. Yale Univ. Press. New Have, 1952.
168. Vorontsov - Velyaminov B. - Ap. J., 1946, 104, 226.
169. Vrekhsvyatskii S.K., Nature et origine des comètes, ed. by P. Swings. (Liege), 1966.
170. Wallace L.V., Miller F.D. - Astron. J., 1958, 63, 213.
171. Weigert A. - Astron. Nachrichten, 1959, 285, 117.
172. Wehlaw A., Wehlaw W. - Astron. J., 1959, 64, 463.
173. Welanders P. - Arkiv för fysik, (1954), 7, H. 5, 507.
174. Whipple F. - Ap. J., 1950, III, 375.
175. Whipple F. - Ap. J., 1951, 113, 464.
176. Whipple F.L. - Proc. Nat. Acad. Sci (U.S.A), 1964, 52, 565.
177. Whipple F.L., Stefanik R.P. Nature et origine des comètes, Gointe-Schessin. Belgrad, 1966, 33.
178. Wurm K. The solar system, 4, 573, Chicago-London, Univ. Chicago-Prese, 1963.
179. Wurm K. - Z.f.Ap., 1932, 5, 10.
180. Wurm K. - Z.f.Ap., 1934, 8, 281.
181. Wurm K. - Z.f.Ap., 1953, 9, 62.

Изменение насыщенного пара различных веществ

ПРИЛОЖЕНИЕ

$$\lg p = A - \frac{B}{T + \Delta T} - D T + C \lg T$$

Вещество	$T_{\text{пл}}, ^\circ\text{C}$	$T_{\text{кип}}, ^\circ\text{C}$	A	B	C	ΔT	D
Диоксид C_2H_2	-93	-32	12,78	1695,1	0	0	0
	-32	6	10,93	1240,5	0	0	0
	-	-	12,5	1630	0	0	0
Оксид углерода CO	-218	-211,7	11,48	424,9	0	0	0
	-211,7	-205,1	10,97	393,9	0	0	0
	Над кристаллом	5,598	418,2	4	4,217	0	0,02623
	Над жидкостью	27,572	546,77	10,217	0	0	0,02178
Углекислый газ CO_2	-135	-56,7	13,03	1367,3	0	0	0
	-	-	11,6	1260	0	0	0
Смесьная кислота HCl	-37	-13,3	12,60	1877	0	0	0
	0	46	10,38	1456	0	0	0
Азотистоводородная кислота HN_3	-94	36	11,32	1643	0	0	0
Азот N_2	-221	-210,1	10,78	359,09	0	0	0
Аммиак NH_3	-97	-78	13,13	1630,7	0	0	0
	-	-	11,32	1270	0	0	0
Метан CH_4	-200	-182,5	9,427	320,30	0	-17,34	0
	-182,5	-161,6	9,689	380,22	0	-8,36	0
	-161,6	-118,1	9,939	437,09	0	-0,50	0
	-118,1	-82,1	10,441	600,17	0	25,26	0
Этилен C_2H_4	-169,2	-103,7	9,890	590,34	0	-17,47	0
	-103,7	-70	10,000	624,24	0	-13,14	0
	-70	9,5	10,33	768,26	0	9,28	0

Этан C_2H_6	-182,8	-142	9,944	661,09	0	-16,65	0
	-142	-44	9,927	656,40	0	-17,15	0
	-44	32,3	10,798	1096,9	0	47,59	0
Ацетилен C_2H_2	-180	-81,8	11,86	1084,9	0	-4,3	0
	-81,8	35,3	10,69	925,59	0	9,9	0
	-	-	13,85	1490	0	0	0

Метиламин CH_3NH_2	-150	-136,2	11,1	1360	0	0	0
Амлен C_3H_4	-136,2	-84,3	17,62	3002,3	0	58,8	0
	-84,3	75	10,45	994,1	0	-15,25	0
Метилацетилен CH_3C_2H	-104,7	-23,3	10,53	1066,4	0	-3,19	0
	-23,3	60	10,20	920,72	0	-30,67	0
Диацетилен C_4H_2	-80	-36,5	10,58	994,78	0	-22,78	0
	-36,5	10,3	15,96	3362,9	0	72,21	0
Гидразин N_2H_4	-86,5	-	9,297	692,5	0	-73,60	0
Вода H_2O	-	-	11,85	2250	0	0	0
	-	-	13,5	2658	0	0	0

О Г Л А В Л Е Н И Е

В в е д е н и е	3
Г л а в а I. Свойства и стратификация нейтрального вещества в кометах	
I.1. Наблюдаемые нейтралы и родительские молекулы	5
I.2. Возможность осуществления в ядре ложных летучих соединений	13
I.3. Переход нейтральных молекул из ядра в атмосферу кометы	27
I.4. Стратификация кометных атмосфер	40
I.5. Краткое содержание и выводы	47
Г л а в а II. Пристеночный слой кометного ядра	
II.1. Структура поверхности ядра	50
II.2. Взаимодействие газовых молекул с поверхностью ядра	64
II.3. Изменение параметров газового потока при переходе через пристеночный слой	79
II.4. Качественный анализ проблемы	86
II.5. Краткое содержание и выводы	92
Г л а в а III. Течение нейтрального газа в околоядерной области	
III.1. Закономерности адиабатического потока	95
III.2. Неадиабатическое течение	100
III.3. Причины нарушения адиабатичности	114
III.4. Пыль в слабозапыленной атмосфере	130
III.5. В ы в о д ы	150
Г л а в а IV. Переходная область	
IV.1. Постановка задачи о движении газа в переходной области	156
IV.2. Макроскопические уравнения и проблема замыкания	160
IV.3. Температурная анизотропия — основной эффект в переходной области	168
IV.4. Переходная область как точечный источник вещества	173
IV.5. Краткое содержание и выводы	176
Г л а в а V. Свободномолекулярный разлет	
V.1. Модели бесстолкновительных атмосфер	178

У.2. Общий подход к расчету свободномолекулярных течений	183
У.3. Расчет плотности частиц в СМО	189
У.4. Плотность родительских молекул в полностью бесстолкновительных атмосферах комет	206
У.5. Распределение диссоциатов	216
У.6. В ы в о д ы	230
Литература	232
Приложение	240

Леонид Маркович ШУЛЬМАН
Динамика кометных атмосфер.
Нейтральный газ

Печатается по постановлению ученого совета
Главной астрономической обсерватории АН УССР

Редактор Л.И.Белецкая. Художественный редактор В.И.Муштенко.
Оформление художника И.А.Ещенко. Технический редактор
Р.Э.Хазирова. Корректор Т.Я.Губарь

БФ 00121. Зак. № . Изд. № 210. Тираж 400. Формат бумаги
60x84 1/16. Печ. физ. л. 15,25. Уч.-изд. л. 14,0. Усл.-печ. л. 13,8.
Подписано к печати 18.1 1972 г. Цена 1 руб. 47 коп.

Издательство "Наукова думка". Киев, Репина, 3.
Киевская книжная типография № 5 Комитета по печати при
Совете Министров УССР. Киев, Репина, 4.

