

А. ЭДДИНГТОН
ПРОФЕССОР АСТРОНОМИИ И ФИЗИКИ В КЭМБРИДЖЕ

ПРОСТРАНСТВО ВРЕМЯ И ТЯГОТЕНИЕ

ПЕРЕВОД С АНГЛИЙСКОГО
С ПРИМЕЧАНИЯМИ
проф. Ю. Г. РАБИНОВИЧА



ОДЕССА

1923

<http://mathesis.ru>



КНИГОИЗДАТЕЛЬСТВО

≡ „МАТЕЗИС“ ≡

ОДЕССА, СТУРДЗОВСКИЙ ПЕР. 2.

ВЫШЛИ В СВЕТ:

Ньюбигин, М. Современная география.

Пер. с англ. под ред. и с прим. проф. Г. И. Танфильева.

Проф. Эддингтон, А. Пространство, время и тяготение.

Пер. с англ. с прим. проф. Ю. Г. Рабиновича.

Проф. Дедекинδ, Р. Непрерывность и иррациональные числа.

Пер. с нем. проф. С. О. Шатуновского. Со статьей переводчика: „Доказательство существования трансцендентных чисел“. 4-е исправленное издание.

ПЕЧАТАЮТСЯ:

Проф. Шатуновский, С. О. Введение в анализ.

Проф. Ньюком, С. Астрономия для всех.

Пер. с англ. проф. А. Р. Орбинский, 3-е издание, вновь исправленное и дополненное.

Проф. Меннхен, Ф. Некоторые тайны артистов-вычислителей.

Пер. с немецк. под ред. проф. И. Ю. Тимченко.

Журдэн, Ф. Природа математики.

Пер. с англ., под ред. проф. И. Ю. Тимченко.

ГОТОВИТСЯ К ПЕЧАТИ:

Проф. Виванти, Дю. Курс анализа бесконечно-малых.

Пер. с итальянского.

ИМЕЮТСЯ НА СКЛАДЕ:

Рудио. Архимед, Гюйгенс, Дежандр, Ламберт. О квадратуре круга.

Перевод под ред. С. Бернштейна.

Вильц, Г. и В. Примеры для упражнений по неорганич. эксперимент. химии.

Перевод с немецк. А. С. Комаровского, с предислов. Л. В. Писаржевского.

Браун, Ф. Мои работы по беспроволочной телеграфии и электрооптике.

Перев. Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси.

Вальден, П. О влиянии физики на развитие химии.

Вериге, И. Ф. Единство жизненн. явлений.

Его же. Биология клетки, как основа учений о зародышевом развитии и размножении.

Гассерт, К. Исследование полярных стран. История путешествий к северн. и южному полюсам.

Перев. с немецк. под ред. Г. И. Танфильева.

(См. 3 стр. обложки).

А. ЭДДИНГТОН

ПРОФЕССОР АСТРОНОМИИ И ФИЗИКИ В КЭМБРИДЖЕ

ПРОСТРАНСТВО ВРЕМЯ И ТЯГОТЕНИЕ

ПЕРЕВОД С АНГЛИЙСКОГО

С ПРИМЕЧАНИЯМИ

проф. Ю. Г. РАБИНОВИЧА



ОДЕССА :: 1923

<http://mathesis.ru>

Р. Ц. (Одесса)—№ 1541.
1-я Гостипография им. Карла Маркса, Стурдзовский пер. За.
Заказ № 1063.—3000 экз.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие переводчика	V
Предисловие автора	VII
Пролог Что такое геометрия	1
Глава	
I. Сокращение Фитцджеральда	18
II. Относительность	31
III. Мир четырех измерений	46
IV. Силовые поля	64
V. Виды пространства	78
VI. Старый и новый законы тяготения	94
VII. Взвешивание света	111
VIII. Другие проверки теории	124
IX. Импульс и энергия	137
X. К бесконечности	152
XI. Электричество и гравитация	166
XII. О природе вещей	179
Дополнения.	
Математические примечания	200
Историческая справка	209
Указатель	213

ПРЕДИСЛОВИЕ ПЕРЕВОДЧИКА

Предлагаемая книга выделяется среди других популярных изложений новых физических теорий, возбуждивших в последнее время внимание не только ученых, но и большой публики, тем, что автор старается не обходить, а преодолевать встречающиеся трудности; он не останавливается перед коренной переработкой наших воззрений, а заставляет читателя проделать эту необходимую, но трудную работу; он не скрывает от него никаких трудностей, а старается насколько возможно разъяснить их; он является красноречивым защитником новой теории, но он беспристрастно обсуждает возможные возражения и указывает на слабые места. Читатель, которому удастся усвоить изложенное в этой книге, проделает огромную работу пересмотра и изменения своих взглядов; она трудна и требует большого напряжения, но без нее обойтись нельзя; значение этой теории не столько в результатах, достигнутых ею, сколько именно в этой работе.

Я не могу согласиться со всеми утверждениями автора: многое представляется спорным, в особенности в VIII и в X главах; есть отступления, которые мне кажутся лишними. Сначала мне казалось, что лучше не перевести, а переделать книгу, но от этой мысли я вскоре отказался. Книга написана так своеобразно, что всякая переделка выделялась бы; с другой стороны, она в общем настолько продумана, ее отдельные части так тесно связаны между собой, несмотря на внешнюю несистематичность изложения, что всякие серьезные операции над ними могли бы отразиться на всем организме, и, благодаря им, пострадала бы цельность книги. Я отказался поэтому от всяких переделок, от перераспределения материала и ограничился только несколькими мелкими изменениями, я старался сохранить стиль и своеобразную манеру автора; конечно, многое в переводе теряется благодаря разнице в строе

языков английского и русского, но я старался, как можно точнее, передать мысль подлинника, при чем внешняя сторона изложения иногда отходила на второй план.

В заключение—совет читателю. Очень часто отдельное предложение, которое может показаться непонятным, содержит краткую формулировку мысли, которая подробно развивается в следующих предложениях; поэтому не следует долго на них останавливаться (в особенности это относится к первым предложениям абзацев), а лучше вернуться к ним, если они сразу показались непонятными, предварительно ознакомившись с дальнейшим. Вообще, чтение этой книги дело нелегкое в том смысле, что оно требует все время некоторого напряжения мысли; ее нельзя прочесть один раз, приходится каждый раз возвращаться к уже прочитанному, и, вероятно, по прочтении всей книги читатель захочет просмотреть некоторые места. При такой работе ему поможет помещенный в конце книги указатель.

Одесса, 7 октября 1922 года.

Ю. Рабинович

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Своей теорией относительности Альберт Эйнштейн вызвал революцию мысли в физической науке.

Достижение Эйнштейна состоит по существу в следующем—ему удалось, гораздо полнее, чем это делалось до него, отделить в том, что мы видим, долю участия наблюдателя от доли, которая приходится на внешнюю природу. То впечатление, которое вызывает в наблюдателе некоторый объект, зависит от положения наблюдателя и от условий, в которых он находится; например, на большем расстоянии предмет ему кажется меньшим и менее отчетливым. Мы почти бессознательно принимаем это во внимание и вносим соответствующие поправки, истолковывая то, что мы видим. Но теперь выясняется, что поправки на движение наблюдателя, которые мы делали до сих пор, были слишком грубы—этот факт ускользал от нашего внимания, потому что на практике все наблюдатели обладают приблизительно одним и тем же движением—они движутся вместе с землею. Физическое пространство и время, как оказывается, тесно связаны с движением

наблюдателя; только некоторое аморфное соединение их обоих есть нечто, присущее внешнему миру. Если пространство и время отнести к настоящему, их источнику—к наблюдателю, то то, что остается в мире природы, кажется нам странным и непривычным; но на самом деле мир благодаря этому упрощается, и лежащее в его основе единство явлений теперь становится совершенно ясным. Выводы, к которым приводит теория, основанная на этой новой точке зрения, подтверждаются наблюдениями, за исключением одного только случая, в котором результат остается еще под сомнением.

Моя цель заключается в том, чтобы дать представление об этой теории, не пользуясь никакими специальными сведениями из области математики, физики или философии. Однако, новые взгляды на пространство и время настолько противоречат укоренившимся привычкам мысли и нашим обычным представлениям, что усвоение их требует значительных умственных усилий. Результаты кажутся очень странными; получаются несообразности, доходящие до смешного. В первых девяти главах моя задача заключается в изложении и истолковании вполне определившейся теории, принятой в существенных чертах большой и всё возрастающей группой физиков—хотя, быть может, не каждый из них принял бы то толкование, которое дает ей автор. Главы X и XI имеют дело с развитием, которое теория получила в самое последнее время, и относительно которого общее мнение еще не вполне сформировалось. Что касается содержания последней главы, в которой излагаются мысли автора о природе мира, то я не настолько самоуверен, чтобы надеяться на то, что они могут считаться бесспорными.

Отказываясь пользоваться в нашем изложении математикой, мы конечно налагаем на себя некоторые ограничения; читателю, который хочет узнать, как некоторые результаты действительно могут быть выведены из теории тяготения Эйнштейна, или даже Ньютона, придется обратиться к сочинениям, в которых теория излагается на математическом языке. Но эти ограничения, касающиеся величины доступной области, не так важны, как ограничения, касающиеся самого существа истины. Есть относительность истины, точно также, как есть относительность пространства. При изучении явлений мы отвлекаемся от того, что обусловлено специальным положением и движением наблюдателя, но можем ли мы от

влечься от того, что обусловлено ограниченностью воображения человеческого ума? Мы думаем, что мы можем это сделать, но только в математических символах. Подобно тому, как в словах поэта звучит истина, которой не могут уловить комментаторы в своих неуклюжих объяснениях, так геометрия относительности, совершенная в своей внутренней гармонии, выражает некоторую истину, присущую форме и типу природы, которая теряется в моем очищенном от математики изложении.

Но ум не может примириться с тем, чтобы истина оставалась заключенной в сухой скорлупе математических символов, и требует, чтобы она была связана с привычными образами. Мы имеем полное право требовать от математика, который так свободно обращается с x' ом, чтобы он нам сообщил, конечно, не непознаваемый смысл x' а в природе, но тот смысл, который x имеет для него.

Хотя в первую очередь эта книга предназначена для читателей, не обладающих специальными знаниями в данной области, но я надеюсь, что она может представить интерес также и для тех, кто глубже проник в этот предмет. В Добавлении помещено несколько примечаний, главным образом для того, чтобы перекинуть мост между нашим и математическим изложением, и для того, чтобы указать на точки соприкосновения между рассуждениями, приведенными в тексте, и идущим параллельно им математическим исследованием.

Я не могу точно указать, чем я обязан современной литературе. Результаты работ Эйнштейна, Минковского, Гильберта, Лоренца, Вейля, Робба и других составляют остов книги; дальнейшие развития постепенно выросли во время личного и письменного обмена мнениями с друзьями и корреспондентами.

1 мая 1920 года.

А. Эддингтон

ПРОЛОГ

ЧТО ТАКОЕ ГЕОМЕТРИЯ?

Разговор между

Физиком экспериментатором,

Чистым Математиком

и Релятивистом, т. е. сторонником новых понятий о времени и пространстве в физике.

Рел. Существует известное предложение Евклида: сумма двух сторон треугольника больше третьей. Как Вы считаете, имеются ли в настоящее время достаточные основания думать, что это предложение истинно?

Мат. Что касается меня, то я не могу сказать, истинно это предложение или нет. Я могу вывести его при помощи совершенно строгих рассуждений из некоторых других предложений, которые считаются еще более элементарными, из так называемых аксиом. Если эти аксиомы истинны, то рассматриваемое предложение истинно, если аксиомы ложны, то предложение, вообще говоря, не истинно. На вопрос же о том, истинны или ложны аксиомы, я бы ничего не мог ответить; это, так сказать, вне моей компетенции.

Физ. Но разве не считают, что эти аксиомы очевидны?

Мат. Для меня они совсем не очевидны, и мне кажется, что эта точка зрения вообще оставлена.

Физ. Но разве то обстоятельство, что исходя из этих аксиом Вам удалось построить стройную, логически непротиворечивую систему геометрии, не является косвенным доказательством их истинности?

Мат. Нет. Геометрия Евклида не является единственной стройной и логически правильной системой геометрии. Я могу выбрать другие аксиомы и построить на них другую геометрию; например, геометрию Лобачевского, в которой многие предложения Евклида ложны. С моей точки зрения нет ничего такого, что заставило бы меня отдать предпочтение одной из возможных геометрий перед другими.

Рел. Почему же именно геометрия Евклида имеет такое большое значение, неизмеримо большее, чем все остальные?

Мат. С моей точки зрения едва ли можно согласиться с тем,

что она имеет большее значение, чем другие системы. Но по каким-то причинам, которые я не берусь выяснять, мой друг Физик больше интересуется Евклидовой геометрией, чем какой-либо другой, и каждый раз предлагает нам задачи из Евклидовой геометрии. Естественно, поэтому, что мы посвящали системе Евклида больше внимания, чем следует. Однако, были великие геометры, как например Риманн, которые кое-что сделали для того, чтобы установить на этот вопрос более правильную точку зрения.

Рел. (обращаясь к Физiku). Почему Вы интересуетесь специально геометрией Евклида. Вы думаете, что это истинная геометрия?

Физ. Да, наши опыты доказывают, что она истинна.

Рел. Как, например, Вы доказываете, что сумма двух сторон треугольника больше третьей?

Физ. Конечно, я могу доказать это только путем рассмотрения очень большого числа типичных случаев; с другой стороны, необходимо считаться с тем, что опыты неизбежно сопряжены с некоторыми неточностями. Мои доказательства не так общи и не так совершенны, как доказательства чистого математика. Но мы всегда руководимся в физике следующим принципом: если какое-нибудь соотношение проверено на достаточно большом числе опытов, то оно считается установленным; доказательства такого рода меня вполне удовлетворяют.

Рел. Меня тоже. Я согласен даже ограничиться одним частным случаем. Вот треугольник ABC ; как Вы докажете, что $AB+BC$ больше, чем AC ?

Физ. Я возьму какой-нибудь масштаб и измерю все три стороны.

Рел. Мы, кажется, говорим о различных вещах. Я говорил о геометрических предложениях — о свойствах пространства, а не о свойствах вещества. Ваше опытное доказательство только покажет, что будет происходить с масштабом, сделанным из того или иного вещества, когда Вы будете его передвигать и заставлять принимать разные положения.

Физ. Я мог бы производить измерения оптическим путем.

Рел. Это еще хуже. Тогда дело будет идти о свойствах света.

Физ. Конечно, я ничего не могу Вам сказать об этом, если Вы не позволите мне делать никаких измерений. Измерения — это единственный способ, при помощи которого я что-нибудь могу узнать о природе. Я не метафизик.

Рел. В таком случае нам надо условиться, что под длиной или расстоянием мы всегда будем понимать некоторое количество, которое является результатом измерений, произведенных при помощи материальных тел или оптическим путем. Вы изучали опытным путем законы, которым подчиняются эти длины, и нашли геометрию, соответствующую им. Назовем эту геометрию „Натуральной Геометрией“; понятно, что она для Вас гораздо

важнее, чем всякая другая система, зародившаяся в мозгу какого-нибудь математика. Но мы должны помнить, что то, что мы здесь изучаем, связано с поведением материальных масштабов — со свойствами вещества. Законы этой науки в такой же мере являются физическими законами, как, например, законы электромагнитных явлений.

Физ. Я не совсем понимаю, что Вы говорите. Вы рассматриваете пространство, как своего рода магнитное поле?

Рел. Вы говорите, что не можете исследовать мира без помощи каких-либо материальных приспособлений. Если Вы производите исследование при помощи масштаба, то Вы находите натуральную геометрию; если Вы производите исследование при помощи магнитной стрелки, то Вы находите магнитное поле. То, что можно назвать полем протяжения или пространственным полем, в такой же степени есть физическое понятие, как и магнитное поле. Если хотите, Вы можете считать, что они оба существуют в эфире. Законы обоих этих полей должны быть найдены опытным путем. Правда, некоторые приближенные законы пространственного поля (Евклидова геометрия) хорошо знакомы нам с детства; но мы должны отказаться от представления о том, что в этих законах есть что-то роковое, и что невозможно в какой-нибудь другой части вселенной найти такие пространственные поля, где эти законы неприменимы. Я не хочу решать вопроса о том, как далеко идет на самом деле сходство между пространством и магнитным полем; я только утверждаю, что экспериментальный подход к ним одинаков.

Итак, будем исследовать законы натуральной геометрии. Вот сантиметр, и вот треугольник. $AB=39,5$ см., $BC=0,2$ см., $CA=39,9$ см. Вы видите, Ваше предложение неправильно.

Физ. Вы отлично знаете, в чем дело. Вы сильно натянули сантиметр, когда Вы измеряли AB .

Рел. А почему я не должен был этого делать?

Физ. Само собою разумеется, что при измерении длины нужно пользоваться неизменяемым масштабом.

Рел. Это важное дополнение к нашему определению длины. Но что такое неизменяемый масштаб?

Физ. Масштаб, который всегда сохраняет одну и ту же длину.

Рел. Но мы ведь определили длину, как некоторое количество, которое является результатом измерения, произведенного при помощи неизменяемого масштаба; для того, чтобы проверить не изменяется ли длина нашего масштаба, нам нужно прибегнуть к другому; этот другой мы будем проверять при помощи третьего и т. д. до бесконечности. Это напоминает мне один случай, который произошел в Египте с часами и пушкой. Человек, который должен был наблюдать за тем, чтобы в определенный час производился выстрел из пушки, следил за временем по большим часам, которые находились на одном из близлежащих зда-

ний, а часы эти ставились по пушке. Нет, нельзя определять длину при помощи неизменяемого масштаба, а неизменяемый масштаб при помощи длины.

Физ. Я допускаю, что в моих определениях есть некоторая неясность и что они не совершенно строги. Нет времени для того, чтобы заниматься всем; а в физике есть так много интересных вопросов, ждущих еще ответа, которые отвлекают мое внимание. А Вы разве уверены в том, что можете дать логическое определение всех терминов, которые Вы употребляете?

Рел. Боже сохрани! Я по природе вовсе не склонен к большой строгости в этом отношении. Хотя я признаю ценность работы тех, кто трудится над фундаментом науки, мои собственные интересы сосредоточены, главным образом, на самом здании. Но иногда, когда мы хотим прибавить еще один этаж, необходимо сделать фундамент более солидным и заложить его глубже. Я преследую вполне определенную цель, стараясь точно выяснить значение слова длина. Теперь много говорят об одной странной теории, против самых оснований которой Вы, вероятно, захотите возражать, и если Вы недостаточно точно формулируете Ваши исходные положения, то Вы лишитесь возможности отстаивать Вашу точку зрения. Кроме того, если Вы имеете притязание измерять длины так точно, что ручаетесь за восемь значущих цифр, то Вы должны же иметь определенный критерий, позволяющий Вам отличать, правильно ли произведено измерение или нет.

Физ. Трудно определить, что мы понимаем под неизменяемым масштабом; но на практике мы всегда можем сказать изменяется ли данный масштаб ощутительно при тех или иных условиях.

Рел. Нет. Нельзя пользоваться понятием об изменении длины при описании прибора, помощью которого Вы определяете длину. Совершенно очевидно, что эталон длины не может изменить своей длины, из чего бы он ни был сделан. Если метр определен, как длина некоторого бруска, то длина этого бруска всегда будет равна одному метру; и если мы утверждаем, что длина этого бруска изменилась, то ясно, что мы имеем уже в виду какое-то другое определение длины, что мы изменили наше определение. Вы признали, что мой сантиметр не годится, как эталон длины,—что он не обладает каким-то свойством, которое Вы считаете необходимым для эталона. Но нельзя этого формулировать так, что он не пригоден в качестве эталона длины, потому что его длина изменяется; ведь если бы он был эталоном длины, его длина не могла бы измениться. Ему не хватает какого то другого свойства.

Если Вы посмотрите на какой-нибудь масштаб, Вы легко узнаете, можно ли его считать приблизительно неизменяемым или нет. Но Вы не сравниваете его с каким-то идеалом длины, кото-

рый невозможно измерять, а требует у него наличия некоторых идеальных свойств, которых можно достигнуть или к которым можно, по крайней мере, близко подойти. Обычные масштабы обладают некоторыми недостатками — они гнутся, расширяются с возрастанием температуры и т. д.; эти недостатки можно уменьшать, принимая соответствующие меры предосторожности; предел, к которому Вы приближаетесь по мере того, как Вы их устраняете, — вот Ваш „неизменяемый масштаб“. Эти недостатки можно определить, не прибегая к каким-нибудь новым, так сказать посторонним, определениям длины; например, если Вы имеете два бруска из одного и того же вещества, если их можно приложить один к другому так, чтобы они как раз покрывали друг друга и если после нагревания одного из них этого уже нельзя достигнуть, то вещество имеет некоторый температурный коэффициент расширения. Вы можете, таким образом, сравнивать температурные коэффициенты расширения различных веществ и расположить их в порядке убывания этих коэффициентов. Вот каким путем Вы можете установить понятие об идеальном „неизменяемом масштабе“ раньше, чем Вы введете термин длина.

Физ. Несомненно именно этим путем должна быть определена длина.

Рел. В таком случае нужно признать, что всё наше знание о пространстве основано на наблюдениях над материальными масштабами, свободными от некоторых вполне определенных недостатков.

Физ. Я не совсем согласен с Вами. Несомненно, что утверждению $AB=2CD$ можно придать вполне определенный смысл, так чтобы оно было в каждом случае либо истинным либо ложным, не пользуясь при этом понятием о материальном масштабе. Например, можно это равенство понимать в таком смысле, что между точками A и B в два раза больше бумаги, чем между точками C и D .

Рел. Если только бумага однородна. Но что значит, что бумага однородна? Что количество ее, приходящееся на данную длину, постоянно. Мы опять приходим к необходимости определить длину.

Если Вы скажете, что количество „пространства“ между A и B в два раза больше чем между C и D , то дело будет обстоять точно так же. Вы представляете себе, что промежутки между делениями масштаба заполнены однородным пространством; но однородность пространства может иметь только тот смысл, что каждому сантиметру масштаба отвечает одно и то же количество пространства. Вы произвольно воспользовались той линейкой, на которой нанесен масштаб, чтобы разделить пространство на так называемые равные части. Все дело сводится к неизменяемому бруску.

Я думаю, что Вы были правы в самом начале, когда Вы говорили, что измерение — это единственный способ, при помощи

которого Вы можете что-нибудь узнать; а измерение невозможно без некоторых материальных приспособлений.

Вы признаете, что все Ваши измерения могут дать только некоторое приближенное значение измеряемой величины, и допускаете, что Вы не перепробовали всех возможных условий. Предположим, что один из углов Вашего треугольника находится в очень интенсивном гравитационном поле *) — гораздо более сильном, чем любое поле, с которым нам когда-либо приходилось иметь дело — я имею некоторые основания думать, что если при этих условиях Вы будете измерять стороны неизменяемым бруском, Вы можете найти, что сумма двух сторон заметно меньше третьей. Откажетесь ли Вы в этом случае от Евклидовой геометрии?

Физ. Я думаю, было бы слишком смело допустить, что наличие интенсивной гравитационной силы не окажет влияния на результат опыта.

Рел. Я именно и предполагаю, что оно окажет существенное влияние.

Физ. Я хотел сказать, что мы должны будем внести в результаты измерений поправки, так как под действием интенсивной силы наш брусок мог как-нибудь измениться.

Рел. Но мы ведь имеем „неизменяемый“ брусок, в котором мы по условию исключили всякую способность реагировать на приложенные к нему силы.

Физ. Да, но здесь мы имеем совсем особый случай. Длина бруска определена тем, какие положения занимают друг относительно друга его молекулы под влиянием действующих на них сил. Возможно, что эти силы изменяются в гравитационном поле и притом совершенно одинаково во всех телах, т. е. независимо от вещества. Это вряд ли можно рассматривать, как один из тех недостатков, о которых мы говорили раньше, и наш так называемый „неизменяемый“ брусок будет не свободен от изменений этого рода в такой же мере, как и всякое другое материальное тело.

Рел. Совершенно верно; но в чем вообще заключается внесение поправок в измерения? Вы вносите поправки, если измерительные приборы не вполне соответствуют некоторым идеальным требованиям. Так, например, Вы вносите поправки в отсчеты, произведенные по водородному термометру, чтобы получить число градусов по абсолютной шкале; Вы говорите, что молекулы водорода имеют конечные размеры и оказывают одна на другую некоторое притягивающее действие, и Вы предпочитаете в качестве эталона взять идеальный газ с бесконечно малыми молеку-

*) Т. е. в такой части пространства, где действуют очень интенсивные силы тяготения.

лами. Но в том случае, который мы рассматриваем теперь, что является тем идеальным эталоном, который Вы имеете в виду, когда предлагаете вносить поправки в измерения, произведенные нашим „неизменяемым“ бруском?

Физ. Я вижу, что здесь есть трудность. Я не имею никакого знания о пространстве, независимого от измерений, и я не имею никакого лучшего эталона, чем „неизменяемый“ брусок. Трудно, поэтому, усмотреть, какой смысл следует приписать исправленным результатам измерений. И все-таки мне представляется более естественным предположить, что наше предложение оказалось неверным потому, что наши измерения были произведены неправильно, чем потому, что характер пространства изменился.

Рел. Не происходит ли это оттого, что Вы еще немножко метафизик? Вы имеете какое-то представление о пространстве, независимое от измерения, и готовы скорее отказаться от измерений, чем согласиться с тем, что пространство не повсюду одинаково. Даже если бы были причины верить в такое пространство, на каком основании следовало бы считать, что оно Евклидово? Единственная причина, которая заставляла Вас считать, что пространство обладает Евклидовой геометрией, заключалась в том, что таким оно представляется на основании результатов измерений; если теперь оказывается, что измерения некоторых частей пространства заставляют отдать предпочтение не-Евклидовой геометрии, то основания для принятия Евклидова пространства исчезают. С математической и логической точки зрения Евклидова и не-Евклидова геометрия равноправны; Евклидову пространству мы отдавали предпочтение на основании наших измерений; таким образом, судьба этого предпочтения всецело зависит от результатов измерений.

Физ. Я попробую формулировать мою точку зрения следующим образом. Я верю, что то, что я измеряю и называю длиной, имеет в природе абсолютный, вполне определенный смысл и играет важную роль в законах природы. Эта длина подчиняется Евклидовой геометрии. Я верю, что я могу точно измерить длину при помощи неизменяемого бруска, когда нет каких-нибудь искажающих влияний в роде силы тяготения; но нет ничего нелепого в предположении, что в гравитационном поле эти измерения не будут без поправок давать точное значение длины.

Рел. Вы здесь имеете три гипотезы: — (1) в природе существует некоторая абсолютная вещь, соответствующая длине, (2) геометрия этих абсолютных длин есть геометрия Евклида и (3) [те способы измерения, которые употребляются на практике, дают точное значение длины в отсутствии гравитационных сил. Я не вижу необходимости в этих гипотезах и предлагаю обходиться без них. *Hypotheses non fingo*. В частности, вторая гипотеза, мне кажется, вызывает возражения. Вы принимаете, что эта абсолютная вещь, существующая в природе, подчиняется законам Евкли-

довой геометрии. Но мы должны стараться найти законы природы при помощи опытов, а не предписывать законы, которым природа обязана подчиняться; это противоречило бы духу науки. В данном случае единственные указания, которые дает опыт, заключаются в том, что длины, получаемые как результат измерения (каковые по Вашему собственному допущению не совпадают непременно с длиной, рассматриваемой, как абсолютная вещь) иногда подчиняются Евклидовой геометрии, а иногда нет. Далее, мне кажется, будет вполне разумным сомневаться в Вашей третьей гипотезе, за пределами, скажем, шестого десятичного знака; а тогда потеряют значение Ваши более тонкие измерения. Но где я расхожусь с Вами самым радикальным образом, это в Вашей первой гипотезе. Вопрос идет о том, существует ли в природе некоторое абсолютное количество, которое мы пытаемся найти, когда мы измеряем длину. Когда мы находим число молекул в данном материальном теле, нам приходится пользоваться косвенными способами; разные методы могут при этом давать различные результаты; но никто не сомневается в том, что есть некоторое вполне определенное число молекул, так что утверждение, что известные методы теоретически хороши, а другие неправильны, имеет вполне определенный смысл. Счет представляется нам операцией абсолютной. Но мне кажется, что с другими физическими измерениями дело обстоит иначе. Каждая физическая величина, как, например, длина, масса, сила и т. д., которая не представляется непосредственно в виде целого числа, может быть только определена, как результат, к которому мы приходим при помощи физического опыта, производимого по определенным правилам.

Таким образом, я не имею представления о какой-то „длине“, существующей в природе, независимого от определения способа, которым длина должна измеряться. А если в природе существует такая „длина“, то мы можем в физике не считаться с нею, потому что она находится вне той сферы, в которой возможен эксперимент. Конечно, всегда возможно, что мы встретимся с каким-нибудь количеством, которое не дается непосредственно опытом, но которое играет в теории основную роль. Если дело обстоит так, то это количество рано или поздно появится в наших теоретических формулах. Но не имеет никакого смысла а priori принять существование такого количества и установить законы, которым оно должно подчиняться, с тем расчетом, что оно может оказаться полезным.

Физ. Так, значит, Вы не согласны со мной, когда я говорю, что вина в том, что предложение оказывается неприменимым, лежит на том бруске, при помощи которого мы измеряем длину.

Рел. Наоборот, всю ответственность за это надо возложить на брусок. Натуральная геометрия есть теория поведения материальных масштабов. Всякое предложение натуральной геометрии есть утверждение, относящееся к поведению масштабов, и поэтому

вся ответственность лежит на них. Только не говорите, что неизменяемый масштаб может быть неверным, потому что это предполагает некоторый абсолютно верный эталон, которого не существует.

Физ. Пространство, о котором Вы говорите, нужно повидимому рассматривать, как некоторого рода абстракцию соотношений протяжения материи.

Рел. Да, именно так. Когда я прошу Вас поверить мне, что пространство может быть не-Евклидовым, или, выражаясь популярно, что оно в некоторых местах как бы покособлено, я не требую от Вас особых усилий воображения; я этим только хочу сказать, что в этих местах соотношения протяжения вещества подчиняются несколько видоизмененным законам. Всегда, когда мы опытным путем исследуем свойства пространства, мы в сущности имеем дело с соотношениями протяжения материи. Отсюда мы вправе заключить, что пространство, поскольку мы его знаем, есть результат абстракции, к которому мы приходим, исходя из этих соотношений, а не что-нибудь более трансцендентальное. Новые реформированные методы преподавания геометрии в школах заслуживали бы полного осуждения, и мы должны были бы сознаться, что вводим учеников в заблуждение, когда заставляем их проверять геометрические предложения при помощи измерений, если бы пространство, которое они изучают, имело другой смысл. Я подозреваю, что Вы сомневаетесь, совпадает ли это представление, получившееся в результате абстракции из соотношений протяжения, с Вашей общей идеей о пространстве; кроме того, Ваша мысль требует чего-то еще, лежащего позади восприятий. Я не вижу необходимости запрещать Вам иметь такие идеи если Вы только согласитесь с тем, что когда мы характеризуем геометрию, как Евклидову или не-Евклидову, речь идет не о свойствах этих трансцендентальных понятий.

Мат. Тот взгляд, что пространство не имеет ни физического ни метафизического характера, но что это — чисто условное построение, широко распространен. Вот отрывок из книги Пуанкаре „Science et Hypothèse“ („Наука и Гипотеза“), в котором этот взгляд развивается.

„Если истинна геометрия Лобачевского, то параллакс очень удаленной звезды будет конечным; если верна геометрия Риманна, то он будет отрицательным. Вот результаты, которые как будто доступны для экспериментальной проверки; в связи с этим выражали надежду, что астрономические наблюдения позволят решить вопрос о том, какая из трех геометрий должна быть принята. Но то, что мы называем прямой линией в геометрии, это просто путь светового луча. Следовательно, если бы даже, против ожидания, были открыты отрицательные параллаксы, или если бы было доказано, что все параллаксы превышают известную величину, то нам бы оставался выбор между двумя возможными за-

ключениями: мы могли бы отказаться от Евклидовой геометрии, или же мы могли бы принять другие законы оптики и допустить, что свет не распространяется точно по прямой линии. Не нужно прибавлять, что всякий посмотрел бы на вторую возможность, как на более приемлемую. Евклидовой геометрии нечего бояться, поэтому, новых опытов“.

Рел. Блестящее изложение Пуанкаре принесет нам большую пользу для освещения того вопроса, который стоит теперь перед нами. Пуанкаре выясняет взаимную зависимость геометрических и физических законов, которую нам надо всегда иметь в виду. Мы можем некоторые положения выделить из одной из этих двух групп законов и отнести к другой. Я допускаю, что пространство условно — но в таком случае значение каждого слова условно. Больше того, мы теперь действительно подошли к такому месту, где перед нами открываются те две возможности, о которых говорит Пуанкаре, хотя *experimentum crucis* не тот, на который он указывает. Но я вполне сознательно останавливаюсь на той возможности, которая, по его мнению, каждому представляется менее приемлемой. Я называю то пространство, к которому я прихожу таким образом, физическим пространством, и геометрию этого пространства — натуральной геометрией, допуская этим самым, что пространство и геометрию можно понимать еще и в другом, условном смысле. Если бы вопрос шел только о том, в каком смысле понимать пространство — вообще довольно расплывчатый термин — то эта другая возможность могла бы иметь некоторые преимущества. Однако значение, которое мы придаем понятию о длине и расстоянии, должно быть согласовано с тем значением, которое мы придаем понятию о пространстве. Но это — количества, которые физик привык измерять с большой точностью, и они являются существенной составной частью нашего экспериментального знания о внешнем мире. Мы имеем некоторое знание о так называемом протяжении звездной вселенной, и это знание, какова бы ни была его ценность в терминах последней реальности, не является одним только описанием расположения в условном и произвольном математическом пространстве. Неужели нам придется лишиться права пользоваться теми терминами, в которых мы привыкли выражать это знание?

Закон Бойля говорит, что давление газа пропорционально его плотности. Опыт показывает, что этот закон верен только приближенно. С математической точки зрения мы бы достигли некоторого упрощения, если бы приняли такое новое определение давления, чтобы закон Бойля соблюдался в точности. Но было бы нерационально применять в этом смысле слово давление, пока не установлено, что физику не придется им пользоваться в его первоначальном смысле.

Физ. У меня есть еще одно возражение. Независимо от всяких измерений, мы имеем общее представление о пространстве.

основанное на непосредственном восприятии, и это представление соответствует, по крайней мере приближенно, Евклидову пространству.

Рел. Наши восприятия — не что иное, как несовершенные измерения. Наше представление о пространстве в значительной мере является результатом приблизительных измерений, произведенных при помощи глаз, т. е. оптическим путем. Если бы в сильном гравитационном поле измерения, произведенные оптическим и механическим путем, давали различные результаты, то нам пришлось бы решить, какой способ заслуживает предпочтения, и потом уже держаться этого способа. Но насколько мы можем судить, они дают при всех обстоятельствах одни и те же результаты, и указанная трудность не возникает. Поэтому, если физические способы измерения приводят нас к не-Евклидову пространству, то пространство непосредственного восприятия тоже будет не-Евклидовым. Если бы Вы были перенесены каким-нибудь способом в чрезвычайно интенсивное гравитационное поле, то Вы бы непосредственно усмотрели не-Евклидовы свойства пространства.

Физ. Мне кажется, что не-Евклидово пространство противоречит рассудку.

Мат. Оно противоречит не рассудку, а только нашим обычным впечатлениям; это совершенно другое дело, так как наши обычные впечатления относятся к очень ограниченной области.

Физ. Я не могу себе представить, как я воспринимал бы не-Евклидово пространство.

Мат. Посмотрите на отражение комнаты в металлической ручке от дверей и представьте себе, что Вы являетесь одним из действующих лиц той сцены, которую Вы там увидите.

Рел. Я еще хочу обратить внимание на другой вопрос. Под расстоянием между двумя точками будем понимать длину, измеренную „неизменяемым“ масштабом. Для того, чтобы уметь идентифицировать эти две точки, отметим их при помощи двух материальных частиц. Для простоты предположим, что частицы не обладают относительным движением, так что расстояние — что бы оно ни представляло собою — остается постоянным. Вы, вероятно, согласитесь, что абсолютного движения не существует; следовательно, нет таких идеальных условий, когда мы можем сказать, что масштаб находится „в покое“. Мы можем производить измерения при помощи масштаба, находящегося в состоянии любого движения, и если при различных движениях мы будем получать различные результаты, то не существует критерия, который позволил бы выбрать среди этих результатов правильный. Кроме того, если наши частицы скользят вдоль масштаба, то различные результаты могут получиться в зависимости от того, в какие моменты мы сделаем наши отсчеты.

Физ. Вы можете избежать этого, если Вы определите расстояние, как результат измерения, произведенного при помощи мас-

штаба, который имеет ту же скорость, как Ваши две точки. Они тогда постоянно будут совпадать с двумя определенными делениями масштаба.

Рел. Это было бы очень хорошее определение. К сожалению, оно не согласуется с тем смыслом, в каком принято понимать расстояние. Когда релятивисту приходится иметь дело с этой длиной, он называет ее собственной длиной; в нерелятивистической физике это понятие, повидимому, совсем не употребляется. Дело в том, что несовсем удобно, например, заставить масштаб мчаться с той же скоростью, как две α -частицы. И едва ли Вам удастся измерить длину волны света с соблюдением этого условия *). Поэтому физик относит свои длины к измерительным приборам, находящимся в покое относительно земли; а математик начинает словами: „Мы берем взаимно перпендикулярные оси Ox , Oy , Oz , не обладающие ускорением“, и принимает, что масштабы находятся в покое относительно этих осей. Итак, когда мы употребляем термин длина, мы всегда должны выбрать некоторое определенное движение измерительного аппарата и принять его в качестве основного.

Физ. Но раз Вы остановились на некотором определенном движении масштаба, то всё уже однозначно определено, коль скоро Вы сделаете отсчеты для обеих частиц в один и тот же момент.

Рел. Что значит один и тот же момент в различных местах? Представление об одновременности в различных местах связано с некоторой трудностью. Есть ли в потоке времени в некотором другом мире, напр., на Арктуре какой-нибудь определенный момент, о котором можно сказать, что он тождествен настоящему моменту на Земле?

Физ. Я думаю, что есть, и его можно определить, если удастся найти какое-нибудь связующее звено. Мы можем наблюдать какое-нибудь событие, напр., изменение яркости на Арктуре, и, приняв во внимание время, необходимое для того, чтобы свет прошел от Арктура до земли, определить соответствующий момент на земле.

Рел. Тогда Вы, значит, знаете скорость земли относительно эфира. Ведь возможно, что земля несется навстречу тому свету, который идет от Арктура, так что на самом деле свет достигает земли в более короткий промежуток времени, чем Вы думаете.

Физ. Разве разница будет не очень мала?

Рел. По очень скромному подсчету движение земли может сократить время, необходимое свету на прохождение пути от Арктура до нас, на несколько дней. Но мы можем допустить, что земля несется с какой-угодно скоростью (меньшей, чем скорость света); это не может быть опровергнуто никаким наблюдением. По крайней мере, до сих пор не найдено ничего такого, что противо-

*) Собственная длина световой волны на самом деле равна бесконечности.

речило бы этому допущению. Таким образом, ошибка достигает, может быть, нескольких месяцев или даже лет.

Физ. Вы показали только, что у нас нет достаточно знаний, чтобы на практике определять, какие события на Арктуре и на земле нужно считать одновременными. Отсюда не следует, что одновременности не существует.

Рел. Это верно, но возможно и то, что если мы не в состоянии на практике решить вопрос об одновременности двух событий (или, что почти то же, о движении относительно эфира), не смотря на многие блестящие попытки, то причина этого заключается в том, что абсолютной одновременности двух событий, совершающихся в разных местах, вообще не существует. Поэтому лучше не основывать нашу физику на этом понятии об абсолютной одновременности, которая может оказаться вовсе несуществующей, и которая во всяком случае находится теперь для нас вне пределов досягаемости.

Всё это сводится к тому, что при всех наших измерениях играет роль не только пространство, но и время. Основным объектом наших измерений является не расстояние между двумя точками пространства, а расстояние между двумя точками пространства, взятыми в определенные моменты времени.

Наша натуральная геометрия до сих пор была не полна. Мы должны ее дополнить, введя в нее наряду с пространством и время. Для наших измерений, кроме „неизменяемого“ масштаба, нам нужны еще будут совершенные часы. Может быть не так легко выбрать идеальные часы; но на каком бы определении мы ни остановились, это должно быть физическое определение. Мы не можем обойти этот вопрос, сказать, что совершенные часы это такие, которые правильно показывают время. Может быть лучшими теоретическими часами была бы световая волна, идущая в пустоте от одного зеркала к другому и обратно, причем эти зеркала укреплены в концах неизменяемого масштаба. Моменты, когда волна приходит к одному из зеркал, определяли бы равные промежутки времени.

Физ. Я думаю, что ваша единица времени будет меняться в зависимости от того, как Ваши „часы“ движутся по отношению к эфиру.

Рел. Вы, значит, имеете в виду какую-то абсолютную единицу времени, с которой Вы ее сравниваете. Я не могу понять, как можно составить себе представление о времени, если не рассматривать его, как результат измерения, производимого какими-нибудь часами. (Наше непосредственное представление о течении времени, вероятно, связано с молекулярными процессами в мозгу, которые играют роль материальных часов). Если Вы знаете какие-нибудь лучшие часы, то примем их; но если мы остановились на каких-нибудь идеальных часах, мы уже должны бесприкословно принимать то, что они покажут. Нужно еще помнить, что если

Вы хотите измерить секунду в некотором определенном месте, то в течение этой секунды часы должны находиться в том, что Вы считаете этим местом; таким образом, движение часов в течение этого времени определено. Необходимость при измерении времени указывать движение часов указывает на то обстоятельство, что нельзя рассматривать время независимо от пространства; есть одна геометрия, обнимающая и то и другое.

Физ. Правильно ли эту науку называть геометрией? Геометрия имеет дело только с пространством.

Мат. С моей стороны возражений нет. Нужно только рассматривать время, как четвертое измерение. Ваша полная натуральная геометрия будет геометрией четырех измерений.

Физ. Значит, мы нашли то четвертое измерение, которого так долго искали?

Мат. Это зависит от того, какого рода четвертое измерение Вы искали. Я разумею геометрию четырех измерений, вероятно, не в том смысле, который Вы имеете в виду. Для меня это имеет только то значение, что к трем пространственным переменным x , y , z присоединяется четвертое переменное — t . Мне нет дела до того, что эти переменные на самом деле изображают. Вы мне даете несколько основных законов, которым они подчиняются, и я из них вывожу ряд следствий, которые могут представлять интерес для Вас. Эти четыре переменные могут быть давлением, плотностью, температурой и энтропией некоторого газа или иметь какие-нибудь другие значения; это для меня не имеет значения. Но Вы не скажете, что газ имеет четыре измерения потому, что для его описания употребляют четыре математические переменные. Вы, вероятно, употребляете термин „измерения“ в более узком смысле, чем я.

Физ. Я знаю, что часто бывает полезно изображать давление и объем при помощи горизонтальных и вертикальных отрезков на бумаге; в этом смысле геометрия может иметь приложение к теории газов. Но сказать, что геометрия может непосредственно оперировать с этими вещами и что ее область не ограничена только рассмотрением пространственных объектов, не значило ли бы это пойти слишком далеко?

Мат. Нет. Геометрия в настоящее время в значительной мере сводится к аналитической геометрии и, как формально, так и по существу, оперирует с переменными неизвестной природы. Правда, мне часто легче непосредственно усмотреть результат, если я рассматриваю x и y , как некоторые расстояния на бумаге. Может быть в некоторых случаях мне легче было бы усмотреть какие-нибудь результаты, если бы я рассматривал переменные, как давление и плотность пара в паровой машине, но паровой машиной не так удобно пользоваться, как карандашом. Я совершенно искренне говорю, что мне не нужно знать, что обозначают те переменные x , y , z и t , с которыми я оперирую. Это выходит очень

удачно для Релятивиста, потому что, хотя он тщательно определил, как они должны быть измеряемы, он ничего не сделал для того, чтобы я получил о них какое-нибудь представление, если мое представление абсолютного пространства есть иллюзия,

Физ. У Вас очень странная наука. Вы нам сказали в начале, что Вас не касается, истинны ли Ваши предложения, а теперь Вы говорите, что Вы даже не хотите знать, о чем Вы говорите.

Мат. Это очень хорошее описание Чистой Математики, которое уже было дано приблизительно в таком виде одним выдающимся математиком *).

Рел. Утверждение, что время есть четвертое измерение, имеет мне кажется, реальный смысл — а не только тот (формальный), что его можно рассматривать, как четвертую переменную. Вопрос о числе измерений, повидимому, тесно связан с отношениями расположения. Я верю, что расположение событий в природе есть единое неразрывное четырехмерное расположение. Мы можем расщепить его произвольно на пространство и время, точно так же как мы можем расщепить пространственное на длину, ширину и толщину. Но пространство без времени так же неполно, как поверхность без толщины.

Мат. Вы хотите доказать, что действительный мир, скрывающийся за явлениями, является четырехмерным?

Рел. Я думаю, что в действительном мире должна существовать некоторая четырехмерная совокупность вещей и что эта совокупность лежит в основании мира наших представлений, поскольку последний до сих пор изучен физикой. Но к четырехмерной совокупности объектов можно прийти также, исходя из пятимерной или даже трехмерной совокупности. Прямые линии трехмерного пространства, например, представляют собою по своему расположению четырехмерную совокупность. Поэтому невозможно с уверенностью указать число измерений мира — если вообще здесь применимо выражение число измерений.

Физ. Что бы подумал философ об этих идеях? Или для него имеют значение только метафизические пространство и время, которые лежат вне пределов досягаемости для наших измерений?

Рел. Поскольку он является психологом, наш результат должен иметь для него значение. Восприятие — это род грубого измерения, и пространство и время наших восприятий не отличается

*) „Чистая математика целиком состоит из утверждений следующего типа: если такое-то предложение справедливо в применении к какому-нибудь объекту, то в применении к тому же объекту справедливо такое-то предложение. Здесь существенно, во первых, что не подлежит обсуждению вопрос о том, справедливо ли на самом деле первое предложение, и во вторых, что не должно быть указано, что представляет из себя тот объект, в применении к которому первое предложение предполагается справедливым... Таким образом, математика может быть определена, как наука, в которой мы никогда не знаем, о чем мы говорим, и никогда не знаем, верно ли то, что мы говорим“.

от пространства и времени наших измерений, т. е. от предмета натуральной геометрии. Другие стороны наших результатов, может быть, не имеют для него такого непосредственного значения. Физики и философы давно уже согласны в том, что движение в абсолютном пространстве не имеет смысла; но в физике вопрос идет о том, имеет ли смысл движение в эфире. Я считаю, что движение относительно эфира не имеет смысла; но этот ответ, хотя он сближает философию с физикой, не имеет непосредственного отношения к философскому вопросу об абсолютном движении. Я все-таки думаю, мы вправе рассчитывать на благосклонный интерес философов, так как мы даем их идеям неожиданное практическое применение.

Теперь я попробую сделать некоторые выводы из этого разговора. Мы старались придать отчетливый смысл термину пространство, так чтобы можно было точно определить свойства пространства, в котором мы живем. Эти свойства нельзя определить при помощи какого-нибудь рассуждения а priori, потому что существует много различных типов возможных пространств и нет оснований остановиться на каком-нибудь одном из них, отдав ему предпочтение перед другими. В продолжение более 2000 лет мы верили в Евклидово пространство, потому что некоторые опыты говорили в его пользу; но теперь есть основание думать, что если эти самые опыты поставить с большей точностью, то они дадут результаты, говорящие в пользу пространства слегка отличного от Евклидова (вблизи тел с очень большой массой). Релятивист не видит причин изменить правила игры из-за того, что результат не совпадает с нашими ожиданиями. В соответствии с этим, когда он говорит о пространстве, он имеет в виду пространство обладающее теми свойствами, которые обнаруживаются при измерениях, не предрешая вопроса о том, какова его геометрия. Он указывает на то, что это то пространство, с которым имеет дело физика и что оно же есть пространство нашего повседневного восприятия. Если бы кто-нибудь стал возражать против его права употреблять термин пространство в этом смысле, то он бы настаивал на том, что термин пространство в этом смысле постоянно до сих пор употреблялся в физике; только в самое последнее время консервативные физики, испуганные революционными последствиями современных опытов, обратились к идее предсуществующего пространства, свойства которого не могут быть установлены экспериментальным путем метафизического пространства, которому они произвольно приписывают свойства Евклидова пространства, хотя совершенно очевидно, что его геометрия никогда не может быть установлена экспериментальным путем. Но релятивист, определяя пространство, как пространство измерений, ясно сознает, что всякое измерение предполагает употребление каких-нибудь материальных приспособлений; получа-

ющаяся этим путем геометрия по существу является изучением соотношений протяженности вещества. Он отказывается от рассмотрения чего-нибудь более трансцендентального.

Второй пункт, который я хотел бы отметить, заключается в том, что, раз натуральная геометрия есть изучение соотношений протяжения объектов природы, и раз установлено, что их пространственное расположение не может быть выяснено без отношения к их расположению во времени, то совершенно необходимо перейти к четырехмерной геометрии, включив в геометрию время.

<http://mathesis.ru>

ГЛАВА I

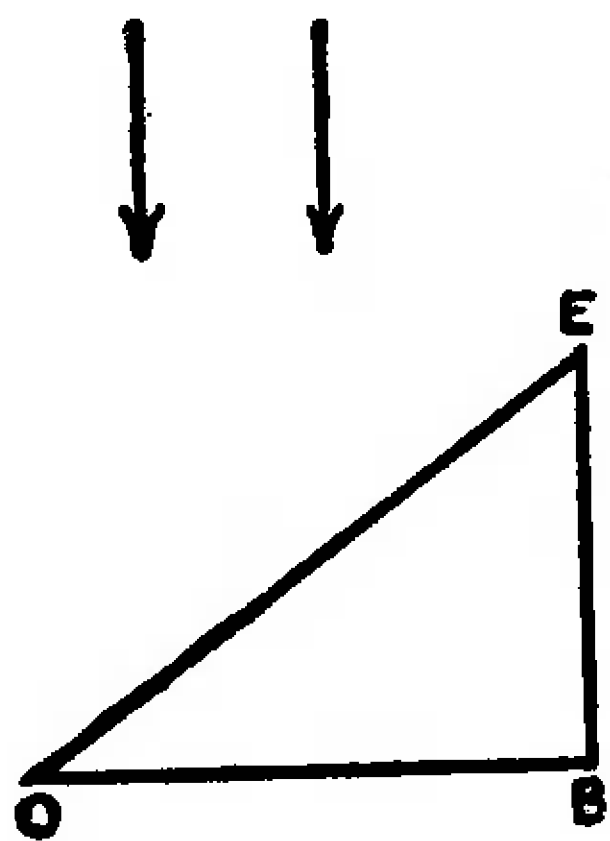
СОКРАЩЕНИЕ ФИТЦДЖЕРАЛЬДА

Для того, чтобы постигнуть истину, необходимо один раз в жизни все подвергнуть сомнению, насколько это возможно. Декарт.

Что требует больше времени: проплыть по реке до некоторой точки, отстоящей вверх по течению на 100 ярдов, и обратно, или до точки, лежащей на противоположном берегу прямо против нас и тоже отстоящей от нас на 100 ярдов,—и обратно?

В первом случае сначала приходится плыть довольно долго против течения, а потом, во время обратного пути, течение нам помогает, и этот путь можно сделать очень быстро, но он слишком короток, чтобы компенсировать задержку. Во втором случае течение тоже мешает пловцу, потому что стремится сносить его вниз по реке, и часть усилий идет на то, чтобы преодолеть это стремление. Но опытный пловец без колебаний скажет, что течение мешает больше в первом случае.

Возьмем численный пример. Пусть скорость пловца в стоячей воде 50 ярдов в минуту, а скорость течения 30 ярдов в минуту. Тогда его скорость против течения—20, а по течению 80 ярдов в минуту. Путь туда займет 5 минут, путь обратно— $1\frac{1}{4}$ минуты, а всего плыть придется $6\frac{1}{4}$ минут.



Черт. 1.

В том случае, когда пловец плывет поперек реки, он должен, так сказать, прицелиться при отправлении не на ту точку B, которая, собственно, является его целью, а на некоторую точку E, лежащую выше по течению, чем B. OE есть то расстояние, которое он проплыл в стоячей воде, а EB представляет собою то расстояние, на которое его снесло течением. Отношение этих расстояний должно быть равно отношению скоростей 50 и 30, и на основании этого мы находим из прямоугольного треугольника OBE, что OB соответствует 40. Так как OB равно 100 ярдам, то OE равно 125 ярдам, и время, необходимое пловцу, чтобы переплыть, равно $2\frac{1}{2}$ минут. Еще $2\frac{1}{2}$ минуты пойдут на обратный путь. Всего получается 5 минут.

В стоячей воде такой же путь занял бы 4 минуты.

Таким образом, плавание ввѣрх по течению и потом вниз дольше, чем плавание поперек реки, туда и обратно, в отношении $6\frac{1}{4}$ к 5.

Мы можем записать это отношение в форме

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{30}{50}\right)^2}};$$

в этой форме сразу видно, как отношение продолжительностей плаваний получается из отношения скорости течения к скорости пловца.

В 1887 году в Америке произведен был знаменитый опыт в этом роде. Пловцом была волна света, которая, как мы знаем, плывет по эфиру со скоростью 300.000 километров в секунду. Роль реки в данном случае играло течение эфира, стены лаборатории и аппараты играли роль берегов. Световая волна падала на стекло, покрытое чрезвычайно тонким слоем серебра; часть ее отражалась от этой поверхности, а часть проходила через нее; первая часть должна была проплыть некоторое расстояние против течения и вернуться обратно по течению; вторая должна была пройти такое же расстояние туда и обратно поперек течения. В тех точках, где волны должны были повернуть обратно, это достигалось тем, что там были поставлены зеркала. Чтобы судить о результатах этого состязания, применялся особый прием, заключающийся в наблюдении интерференции; если бы, например, одна волна отстала от другой так, что вершина одной совпала бы не с вершиной, а с долиной другой, то они погасили бы друг друга.

К удивлению Майкельсона и Морлея, которые вели этот опыт, состязание оказалось безрезультатным. Правда, направление течения эфира было неизвестно — при помощи этого опыта они надеялись его определить. Но они испробовали самые разнообразные направления. Возможно, что в некоторый момент действительно никакого течения не существует. Но земля движется со скоростью около 30 километров в секунду и все время меняет направление своего движения по мере того, как она обходит вокруг солнца, так что в течение года наверное будет такой момент, когда данная лаборатория движется со скоростью 30 километров в секунду. Опыт был поставлен так точно, что он должен был бы обнаружить разницу в том случае, если бы течение было гораздо более медленным; Морлей и Миллер повторили этот опыт в 1905 году с еще большей тщательностью; при этом уже течение со скоростью 5 километров было бы достаточно, чтобы произвести заметный эффект.

Если состязаются два пловца, относительно которых мы знаем наверное, что один плавает медленнее другого, и они приходят

к назначенному месту одновременно, то ясно, что они не могли проплыть одно и то же расстояние. Чтобы узнать, не было ли здесь чего-нибудь в этом роде, весь аппарат был повернут на 90° ; то, что было плаванием вверх и вниз, сделалось плаванием поперек течения—и наоборот. Было произведено новое состязание, в котором каждый пловец должен был проплыть путь, который в предыдущем состязании проплыл другой—результат оказался тот же—они пришли голова в голову.

Чтобы яснее было, насколько этот результат поразителен, сопоставим его с подобным же опытом над звуковыми волнами. Подобно тому, как свет состоит из волн, распространяющихся в эфире, звук состоит из волн, распространяющихся в воздухе. Можно было бы сделать точно такой же опыт с распространением звука, при чем вместо течения эфира надо было бы иметь дело с течением воздуха. Нет никакого сомнения, что в этом случае опыт обнаружил бы, что звук требует больше времени для распространения в направлении течения, чем поперек. Почему же свет ведет себя как будто бы иначе?

Самое простое объяснение этого замечательного результата заключается в том, что каждый путь автоматически подвергается сокращению, когда мы поворачиваем его так, чтобы он вместо поперечного (по отношению к течению эфира) положения занял продольное положение; как только мы одно из плеч аппарата устанавливаем вверх по течению, оно сейчас же становится короче другого. Когда мы говорим о длине пути световой волны, то мы имеем, конечно, в виду длину тех или других твердых тел или частей, из которых состоит аппарат, или расстояния между какими-нибудь значками на этих твердых телах; мы, таким образом, должны допустить, что длина каждой части аппарата находится в зависимости от того, какое положение она занимает относительно потока эфира. Установлено, что для опыта никакого значения не имеет, из какого материала—из металла, камня или дерева—сделаны соответствующие части аппарата. Следовательно, все роды вещества сокращаются одинаково; ожидаемое отставание одной волны от другой зависит только от отношения скорости течения эфира к скорости света, и сокращение длин, которое компенсирует это отношение, тоже должно быть вполне определено этим отношением.

Это объяснение было предложено Фитцджеральдом и с первого взгляда кажется страшной и произвольной гипотезой. Но последующие теоретические изыскания Лармора и Лоренца сделали эту гипотезу очень правдоподобной. При обычных обстоятельствах форма и величина твердого тела поддерживается силами сцепления между его частицами. Какова природа этого сцепления? Мы можем предполагать, что оно сводится к электрическим силам, действующим между молекулами. Но эфир является той средой, в которой действуют электрические силы;

ясно, поэтому, что для этих сил не безразлично, течет ли эфир, и с какой скоростью он течет относительно этих молекул. Если течение меняется, то силы притяжения должны приспособиться к новым условиям, и мы должны ожидать, что форма и величина тела изменится.

Теория Лармора и Лоренца позволяет нам точно предсказать результат этого переприспособления. Исходя из общепринятых формул электромагнитной теории, они показали, что в новой форме равновесия тело будет сокращено именно таким образом и именно в том отношении, как это требуется гипотезой Фитцджеральда *).

В большинстве случаев сокращение ничтожно мало. Мы видели, что, когда отношение скорости течения к скорости пловца равно $\frac{3}{5}$, для компенсации отставания необходимо сокращение в отношении $\sqrt{1 - (\frac{3}{5})^2}$ к 1. Скорость движения земли по ее орбите составляет $\frac{1}{10.000}$ скорости света; это дает сокращение в отношении $\sqrt{1 - (\frac{1}{10.000})^2}$ к 1, или в отношении 1 к 200.000.000. Это значило бы, что диаметр земли сокращается в направлении ее движения приблизительно на 6,5 сантиметров.

Итак, опыт Майкельсона и Морлея не обнаружил движения относительно эфира потому, что ожидаемый эффект этого движения—отставание одной световой волны от другой—в точности компенсируется автоматическим сокращением частей аппарата. Для того, чтобы обнаружить это движение, были предложены еще другие остроумные опыты, электрические и оптические, которых мы здесь описывать не будем. Они также остались безрезультатными, потому что всегда где-нибудь происходит автоматическая компенсация. Мы теперь убеждены, что в природе вещей есть что-то такое, что неизбежно производит эти компенсации, так что никогда нельзя будет определить нашего движения относительно эфира. Находимся ли мы относительно него в покое или мчимся сквозь него со скоростью, немногим меньшей, чем скорость света,—этот вопрос никакими опытами не может быть решен.

Можно было бы возразить, что до настоящего времени произведено только несколько таких опытов, и что сделанное выше заключение является, поэтому, слишком поспешным, тем более, что наши опыты по необходимости производятся со скоростями, не превышающими скорости земли в ее движении по орбите; при больших скоростях, может быть, все-таки обнаружилось бы, что компенсация не является полной, и в чем-нибудь проявилось бы влияние движения. Но есть другое основание, которое заста-

*) Добавление, примечание 1.

влияет нас верить, что компенсация является не приблизительной только, а вполне точной. Мы, ведь, указали на то, что в некоторых свойствах хорошо известных электромагнитных уравнений найден самый источник компенсации; и здесь получается компенсация математически точная. Итак, наше заключение законно, по крайней мере, постольку, поскольку речь идет о явлениях, обусловленных электромагнитными причинами, и постольку, поскольку общепринятые законы электромагнетизма точны.

То заключение, о котором мы говорим, называется специальным Принципом Относительности:—невозможно при помощи опыта обнаружить равномерное движение относительно эфира.

Есть другие силы природы, которые до сих пор еще не получили электромагнитного истолкования—например, сила тяготения; для этих сил нужны другие доказательства. В самом деле, мы едва ли вправе были утверждать, что диаметр земли должен сократиться на 6,5 сантиметров, так как форма земли определяется, главным образом, тяготением, в то время как опыт Майкельсона и Морлея относится к телам, форма которых определяется силами сцепления. Веские соображения, которых мы сейчас еще не можем изложить, говорят в пользу того, что компенсация имеет место и в тех случаях, когда играют роль и силы тяготения; мы примем, что этот принцип справедлив для всех сил природы.

Допустим на мгновение, что это не так, и что возможно констатировать нечто в роде абсолютного движения земли при помощи опытов или наблюдений, связанных с силой тяготения. Осветило ли бы это вопрос о нашем движении относительно эфира? Я думаю, что нет. Это бы показало только, что есть некоторая система, относительно которой закон тяготения принимает простой и симметрический вид; можно предположить, что эта система соответствует некоторой гравитационной среде, и что констатированное движение есть движение относительно этой среды. Подобно этому, если бы движение могло быть обнаружено при помощи жизненных или психических явлений, то это было бы движением относительно некоторой жизненной или психической среды. Эфир определен, как среда, в которой действуют электрические силы, и если, вообще, есть возможность обнаружить его существование, то это, конечно, может быть сделано при помощи электрических явлений.

Полезно напомнить, что есть некоторые основания в пользу того, чтобы принять принцип относительности, если даже считать недостаточными прямые доказательства его. В Ньютоновой динамике явления не зависят от равномерного движения системы; это не требует никаких объяснений, так как трудно видеть, почему равномерное движение могло бы оказать на них какое-нибудь влияние. Если бы в других случаях принцип оказался неприменимым, то мы должны были бы искать объяснения того, почему

он не применим — и несомненно такое объяснение легко можно было бы найти; но пока опыт не дает указаний на его неприменимость, было бы излишне предусматривать такие усложнения. Физика не может заниматься всеми сложными случаями, которые, может быть, существуют в природе, но до сих пор не проявлялись ни на каких опытах.

Принцип относительности приводит к выводам самого революционного характера. Рассмотрим следующий случай, который может показаться преувеличением, но, который, может быть, вполне соответствует действительности — мы этого не знаем. Пусть читатель предположит, что он мчится сквозь эфир со скоростью 260.000 километров в секунду вертикально вверх. Если он станет утверждать, что таково действительно его движение, то никто не сможет привести никакого доказательства, опровергающего его. Для этой скорости сокращение Фитцджеральда равно как раз $\frac{1}{2}$, так что каждый предмет сокращается на половину своей первоначальной длины, если привести его в вертикальное положение. Пока Вы лежите в постели, Ваш рост, скажем, 180 сантиметров. Встаньте; когда Вы в вертикальном положении, Ваш рост равен 90 сантиметрам. Вы не верите? Давайте проверим это. Вот сантиметр; когда мы ему придадим вертикальное положение, он должен испытать сокращение Фитцджеральда и уменьшиться вдвое; каждый его сантиметр имеет теперь длину в $\frac{1}{2}$ сантиметра. Если Вы теперь измерите Ваш рост, Вы найдете 180 полусантиметров. „Но, возразите Вы, я вижу, что сантиметр не меняет длины, когда я его поворачиваю“. То, что Вы видите, это изображение сантиметра на сетчатке Вашего глаза; Вам кажется, что это изображение занимает одинаковое пространство в обоих положениях; но Ваша сетчатая оболочка без Вашего ведома сократилась в вертикальном направлении, так что длины, имеющие вертикальное направление, кажутся Вам в два раза больше, чем на самом деле. И так будет обстоять дело с любой попыткой обнаружить сокращение, которую Вы придумаете. Благодаря тому, что все изменилось совершенно одинаково, кажется, что не изменилось ничего.

Можно придумать электрические и оптические приемы, которые должны обнаружить движение; в этом случае рассуждение будет более сложным, так как придется принимать во внимание действие быстрого течения эфира на электрические силы и световые волны, но заключение будет всегда одно и то же: ничего обнаружить нельзя. Для иллюстрации приведем следующий пример. Ложитесь на спину на пол и следите при помощи расположенного подходящим образом зеркала за тем, как кто-нибудь поворачивает сантиметр из горизонтального в вертикальное положение. Вы не заметите никакого изменения длины, хотя на этот раз сетчатка уже не при чем. Но будет ли изображение в зеркале давать правильную картину того, что на самом деле происходит?

Если плоское зеркало находится в покое, то оно дает правильное изображение; лучи света отражаются от зеркала под тем же углом, под которым они на него падают, подобно тому, как бильiardные шары отскакивают от эластичного борта бильiardа. Но если борт находится в быстром движении, то угол, под которым шар отлетает, будет уже не равен тому, под которым он ударяется; и точно так же быстрое движение зеркала через эфир изменяет закон отражения света. Точные вычисления показывают, что движущееся зеркало искажает изображение как раз таким образом, что происшедшее изменение длины этим покрывается.

Математику нет надобности подробно разбирать все такие случаи; он знает, что полная компенсация обусловлена основными законами природы и, следовательно, в каждом отдельном случае наверное произойдет. Поэтому, если кто-нибудь предлагает новый опыт, имеющий целью обнаружить какой-нибудь эффект движения относительно эфира, он сейчас же начинает искать ошибку, которая непременно должна где-нибудь найтись. Наше движение сквозь эфир, может быть, происходит с гораздо меньшей скоростью, чем мы допустили, и изменения длины, может быть, очень малы; но существенно то, что они остаются незамеченным не потому, что они малы (если они малы), а потому, что по самой природе своей они не могут быть обнаружены.

Влияние движения на длину обладает замечательным свойством взаимности, которое мы иллюстрируем при помощи другого примера. Предположим, что авиация достигла таких успехов, что возможны полеты со скоростью 260.000 километров в секунду; предположим, что мимо нас пролетает человек с такой скоростью; допустим, что аппарат, на котором он летит, имеет помещение, в котором он может свободно двигаться и нормально действовать, и что его длина расположена в направлении полета. Если бы мы могли на мгновение взглянуть на него в то время, как он пролетает мимо нас, мы бы увидели человека ростом в 90 см., но нормальной толщины и ширины. Самое же странное было бы то, что он ничего не подозревал бы о том, в каком неподобающем виде он нам представляется. Если бы он посмотрел в зеркало, находящееся в его аппарате, он бы увидел себя в обычном виде; уже раньше объяснено, что это происходит благодаря тому, что его сетчатая оболочка сократилась, и зеркало дает искаженные изображения. Но если бы он посмотрел на нас, он бы увидел странную породу людей, которые, повидимому, подверглись какому-то процессу сплющивания: один человек имеет едва $\frac{1}{4}$ метра ширины, другой, стоящий перпендикулярно к первому, почти только „длина и ширина без толщины“. Когда они поворачиваются, их вид меняется, как это бывает с изображениями в выпуклом зеркале. Если читатель смотрел когда-нибудь на состязание в крикет через призматический бинокль, то он видел как раз такую картину.

Вот эту взаимность, т. е. то обстоятельство, что каждый думает, что другой сокращен, трудно себе уяснить. Здесь получается парадокс, идущий гораздо дальше того, что мы встречаем у Свифта. Гулливер смотрел на Лиллипутов, как на карликов, а Лиллипуты смотрели на Гулливера, как на великана. Это вполне естественно. А могло ли быть так, чтобы Лиллипуты казались карликами Гулливеру, а Гулливер казался карликом Лиллипутам?—нет, это слишком нелепо даже для сказки; такие вещи можно найти только в серьезной научной книге.

Легко видеть, что эта взаимность есть необходимое следствие Принципа Относительности. Авиатор должен обнаружить сокращение Фитцджеральда у предметов, которые быстро движутся относительно него, точно так же, как мы видим сокращение предметов, быстро движущихся относительно нас, и как наблюдатель, находящийся в покое в эфире, видит сокращение предметов, движущихся относительно эфира. Всякий другой результат указывал бы на то, что существует эффект движения через эфир, который может быть наблюдаем.

Кто же из нас прав? Мы или авиатор? Или мы оба являемся жертвами иллюзии? Это не иллюзия в обычном смысле, потому что дело не только в наших впечатлениях или впечатлениях авиатора; любая физическая проверка, а также точные вычисления подтвердили бы эти впечатления. Никто не знает, кто из нас прав. Никто никогда этого не узнает, потому что мы никогда не будем в состоянии узнать, кто из нас находится в покое относительно эфира, если вообще один из нас находится в покое относительно него.

Эти странные изменения касаются не только пространственных соотношений, но и промежутков времени. Если бы мы стали внимательно наблюдать за авиатором, то мы заключили бы, что его движения необычайно медленны; и вообще темп событий в его аппарате соответственным образом замедлился—как будто бы время забыло идти вперед. Чтобы выкурить сигару, ему нужно в два раза больше времени, чем нам. Я сказал „заключили бы“, а не увидели бы, совершенно сознательно: мы увидели бы еще гораздо более значительное замедление времени; но это легко объяснить, так как расстояние между нами и авиатором быстро увеличивается, и световые волны требуют всё больше и больше времени, чтобы достигнуть до нас. То менее значительное замедление, о котором мы говорили, остается после того, как мы внесли поправку, приняв во внимание время распространения света.

По отношению к этому эффекту тоже имеет место взаимность, потому что с точки зрения авиатора не он, а мы движемся со скоростью 260.000 километров в секунду; наблюдая за нами и внося соответствующие поправки, он найдет, что мы стали медлительными. Мы курим сигару в два раза дольше, чем он.

Рассмотрим этот вопрос подробнее, чтобы показать, как примирить наши точки зрения. Предположим, что мы оба закуриваем

сигары в тот момент, когда он пролетает около нас. (Через 30 минут мы выкурили нашу сигару. Световая волна, несущая известие об этом, мчится со скоростью 300.000 километров в секунду и догоняет авиатора, летящего со скоростью 260.000 километров в секунду, который вылетел за 30 минут до нее. На то, чтобы его догнать, ей нужно 195 минут; значит, всего до этого момента от того момента, когда были зажжены сигары, прошло 225 минут. Его часы (как и всё вокруг него, в том числе горение сигары) идут с половинной скоростью; поэтому до того момента, когда он получает наш сигнал, по его часам прошло $112\frac{1}{2}$ минут. Авиатор знает, конечно, что сигара наша кончилась не в этот момент, а раньше, и что он должен внести поправку, приняв во внимание время, когда сигнал находился в пути. Он ставит себе задачу— тот человек удалялся от меня в течение неизвестного времени x минут на 260.000 километров в секунду; после этого он послал сигнал, который прошел то же расстояние обратно со скоростью 300.000 километров в секунду; сигнал дошел до меня через $112\frac{1}{2}$ минут после нашей встречи; требуется найти x . Ответ: $x = 60$ минут. Он считает, поэтому, что мы курили нашу сигару в продолжении 60 минут, в два раза дольше, чем он свою. Он курил свою сигару 30 минут по его часам (потому что ход часов и горение сигары замедлены в одинаковой степени); а с нашей точки зрения он курил в два раза дольше, чем мы, потому что его часы шли с половинной скоростью. Вот полное расписание событий.

неподвижные часы	неподвижный наблюдатель	авиатор	часы авиатора
0 мин.	Закуривает сигару	Закуривает сигару	0 мин.
30 "	Кончает сигару	...	15 "
60 "	По его расчетам авиатор должен был окончить сигару	Кончает сигару	30 "
$112\frac{1}{2}$ "	Получает сигнал о том, что авиатор выкурил сигару	...	$56\frac{1}{4}$ "
120 "	...	По расчетам авиатора неподвижный наблюдатель должен был окончить сигару	60 "
225 "	...	Получает сигнал о том, что неподвижный наблюдатель выкурил сигару	

Здесь анализ произведен с нашей точки зрения, а не с точки зрения авиатора; это видно из того, что мы пришли к результату, что он не прав в своих заключениях, а мы правы. Но никто не может сказать, кто прав на самом деле.

Очень важно тщательно продумать это рассуждение; при этом нужно обратить внимание на то, что главной причиной

парадокса является следующее обстоятельство: мы принимаем, что мы находимся в покое относительно эфира, в то время как авиатор считает, что он находится в покое. Поэтому, в то время как мы считаем, что свет догоняет авиатора со скоростью, равной разности 300.000—260.000 километров в секунду, он считает, что свет доходит к нему по находящемуся в покое эфиру с нормальной скоростью света. Нужно помнить, что каждый из наблюдателей может привести в защиту своей точки зрения полное экспериментальное доказательство. Если бы мы заметили авиатору, что благодаря большой скорости, с которой он летит, относительная скорость световой волны, догоняющей его, равна только 40.000 километрам в секунду, он бы ответил: „я определил скорость световой волны по отношению ко мне, заметив время, которое ей нужно, чтобы пройти расстояние между двумя точками в моем аппарате; и оказалось, что она равна 300.000 километрам в секунду. Следовательно, поправка, которую я внес, вычислена правильно“ *). Его часы и его масштабы ведут себя с нашей точки зрения весьма странно; не удивительно, поэтому, что он приходит, при измерении скорости догоняющей его волны света, к другому результату, чем тот, который мы находим путем вычислений; но нет никакого способа убедить его, что нужно отдать предпочтение нашему вычислению.

Хотя это не имеет большого практического значения, интересно спросить себя, что случится, если скорость авиатора будет увеличиваться еще дальше и приблизится к скорости света. Длины, расположенные в направлении полета, будут делаться все короче и короче, пока при скорости, равной скорости света, они не сведутся к нулю. Авиатор и все сопровождающие его предметы будут уже иметь только два измерения. Вопрос о том, как происходят жизненные явления в двух измерениях, нам, к счастью, рассматривать не придется, так как вообще при этом ничего не происходит. Время совершенно остановилось. Это—описание с точки зрения земного наблюдателя. Сам авиатор не замечает ничего особенного; он не замечает, что он перестал двигаться в своем аппарате. Он просто ждет следующего мгновения, чтобы сделать следующее движение; но так как время остановилось, то следующее мгновение заставляет себя долго ждать.

Часто для того, чтобы более наглядно показать, как велики расстояния до звезд, воображают себе путешествие по вселенной со скоростью света. Юный искатель приключений становится на ковер-самолет, снабженный запасом провизии на целое столетие. Он достигает цели своего путешествия, скажем Арктура, дряхлым

*) Нам не нужно останавливаться на прямом доказательстве этого утверждения. Если бы авиатор мог найти в своих измерениях что-нибудь несогласное с предположением, что он находится в покое относительно эфира (например, разницу в скорости световых волн, нагоняющих его, и волн, идущих ему навстречу), то это противоречило бы специальному принципу относительности.

старцем. Это неправильно. Совершенно верно, что по земной хронологии путешествие будет продолжаться около ста лет; но когда искатель приключений прибудет на место, он будет не старше, чем в момент отправления, и он не будет даже иметь времени подумать о еде. Пока он путешествует со скоростью света, он обладает бессмертием и вечной молодостью. Если бы мы затем изменили как-нибудь направление его движения, так чтобы он вернулся обратно на землю, то он нашел бы, что здесь прошли уже целые столетия, в то время как он не чувствовал бы себя постаревшим ни на один день—для него путешествие продолжалось только одно мгновение *).

Мы подробно остановились на действиях, производимых такими невероятно большими скоростями, просто для того, чтобы иметь возможность говорить об этих вещах, пользуясь представлениями обыденной жизни; иначе нам бы пришлось прибегать к специальным терминам, связанным с техникой измерений высокой точности. Релятивистов часто подозревают в чрезмерной любви к парадоксам, но это основано на неправильном понимании их рассуждений. Парадоксы получаются, когда стараются вместить результаты новейших экспериментальных открытий в старые схемы, принадлежащие общепринятой до сих пор физике, и релятивисты охотно указывают на это обстоятельство. Они выводят из этого то заключение, что нужно пересмотреть эти схемы и что нужно построить физику, в которой новейшие экспериментальные результаты найдут себе место, не приводя к парадоксам.

Резюмируем теперь то, к чему мы пришли. На планете, движущейся с большой скоростью в эфире, происходят странные изменения длин объектов при их передвижениях, и, кроме того, все естественные процессы идут там медленнее, как будто бы замедлено течение времени. Эти вещи, правда, не заметны ни для кого из находящихся на самой планете; но такие изменения были бы обнаружены каждым наблюдателем, обладающим большой скоростью по отношению к планете, который принимает во внимание все влияния движения на наблюдения, но считает, что он сам находится в покое относительно эфира **). Здесь имеет место полная взаимность, т. е. каждый из двух наблюдателей,

*) Так как земля движется по отношению к нашему искателю приключений со скоростью света, то может явиться мысль, что, с точки зрения земного наблюдателя, последний должен сохранять вечную молодость, в то время как путешественник должен стареть. Очевидно, что, если бы они опять встретились, то они могли бы проверить, чья точка зрения правильна. Но для того, чтобы они могли опять встретиться, скорость одного из них должна была быть изменена сверхестественными силами или интенсивной силой тяготения, так что условия были бы не симметричны, и взаимности бы не было. Рассуждение, приведенное в тексте, правильно.

**) Последняя оговорка, может быть, не нужна. Поправку на время, необходимое для распространения света, наблюдатель будет вычислять, конечно, основываясь на

находящихся в движении друг относительно друга, будет находить, что со вторым происходят те же странные явления, которые этот второй замечает у первого; и ничто не может нам помочь узнать, который из них прав.

Каждый, кто вдумается в эти результаты, вероятно, почувствует, что причину всех этих странностей следует искать в наших обычных взглядах на время и пространство, которые заключают в себе, повидимому, что-то превратное и несоответствующее сущности дела. На планете происходят какие-то изменения, которые взаимно компенсируются в силу законов природы таким образом, что никто на самой планете не может обнаружить, что на ней происходит. Можно ли серьезно думать, что в действительности, скрывающейся за явлениями, есть что-то, отражением чего являются эти изменения? Не вероятнее ли предположить, что мы сами создаем все эти осложнения, пользуясь для описания явлений природы способом, не пригодным для того, чтобы дать простую и естественную картину действительно происходящего.

Попытка найти более подходящий способ для описания наблюдаемых явлений ведет нас к точке зрения относительности, выяснению которой посвящена следующая глава. Я делаю различие между принципом относительности и точкой зрения относительности. Принцип относительности сводится к констатированию некоторого экспериментального факта, который, может быть, верен, а может быть, и нет. Первая часть его—специальный принцип—уже высказан нами. Из него можно при помощи математических рассуждений выводить заключения точно так же, как из других общих положений наук. Высказывая его, мы не постулируем никакого специального механизма природы и не вводим никаких новых взглядов на смысл понятий о времени и пространстве; хотя он и дает толчок к созданию новых теорий. Относительно него возможен только один вопрос, правильно ли в нем выражены результаты опытов или нет.

Точка зрения относительности носит другой характер. Она раньше всего утверждает, что некоторые недоказанные гипотезы относительно времени и пространства незаметно проникли в ходячие физические теории, и что в них лежит источник описанных выше трудностей. Но гипотезы, которые делаются молча и бессознательно, являются самыми опасными. Поэтому, те, кто стоит на точке зрения относительности, предлагают попытаться обойтись без этих гипотез (не делая вместо них других), и оказывается, что они вовсе не являются необходимыми и не подтвержда-

собственном экспериментальном определении скорости света. Согласно этим экспериментам, скорость света относительно него кажется ему одинаковой во всех направлениях, и соответственно этому он будет вычислять поправку. Результат будет такой, как если бы он считал, что он находится в покое относительно эфира; но он может явно не высказывать этого допущения и, вероятно, его и не выскажет.

ются какими-нибудь известными фактами. Одного этого как будто достаточно, чтобы оправдать нашу точку зрения. Даже если бы когда-нибудь в будущем были открыты факты, которые подтверждают отбрасываемые гипотезы, релятивист не сделал ошибки тем, что он их не вводил, пока они не были нужны.

Наша тактика не заключается в том, чтобы укрываться за неприступными позициями, и мы без колебаний будем извлекать из всех известных фактов разумные и, притом, безусловно доказанные заключения. Но тем, кто думает, что теория относительности есть преходящая фаза научной мысли и что она может оказаться непригодной в свете экспериментальных открытий будущего, мы хотели бы указать, что, хотя подобно другим теориям, она, может быть, будет развиваться дальше и подвергаться исправлениям, в ней содержится некоторое минимальное утверждение, которое представляет собой несомненный прогресс и опровергнуто быть не может. Некоторые гипотезы входят во все физические описания и теории, которые были до сих пор общепринятыми; одним из этих гипотез уже 2000 лет, другим 200 лет. Теперь может быть показано, что эти гипотезы ничего не имеют общего с явлениями, наблюдавшимися до сих пор, и не дают объяснения никаким известным фактам. Несомненно, что это—открытие чрезвычайной важности,—совершенно независимо от того, ложны ли гипотезы на самом деле.

Меня не удовлетворяет так часто высказываемое мнение, что единственной целью научной теории является „экономия мысли“. Я не могу оставить надежды на то, что теория медленными шагами ведет нас всё ближе и ближе к сущности вещей. Но кто не хочет, чтобы наука выродилась в праздное гадание, должен признать, что ценность теории зависит от того, описывает ли она с наименьшей затратой слов те явления, для описания которых она создана. Если она случайно привела к правильному заключению, то это не может компенсировать ошибочности дедукции.

В соответствии с этим, ценность точки зрения относительно определяется тем, что она устраняет некоторые гипотезы, совершенно ненужные для объяснения каких-нибудь фактов и только мешающие пониманию простоты природы.

ГЛАВА II

ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ

Взгляды на время и пространство, которые я хочу изложить, выросли на почве экспериментальной физики. В этом их сила. Их тенденция радикальна. Отныне пространство само по себе и время само по себе становится лишь тенями, и только некоторое соединение их обоих сохраняет независимое существование.

Г. Миньковский (1908).

В каждом наблюдении есть две стороны, два участника,—объект наблюдения и наблюдатель.

То, что мы видим, зависит не только от тех предметов, на которые мы смотрим, но и от тех условий, в которых мы сами находимся—от нашего положения и движения относительно этих предметов и от наших индивидуальных особенностей. Иногда инстинктивно или по привычке, иногда сознательно мы стараемся исключить из наблюдений влияние этих обстоятельств и составить такую картину внешнего мира, которая была бы общей для всех наблюдателей. Едва заметная точка на морском горизонте интерпретируется, как гигантский пароход. Из окна вагона железной дороги мы видим, что мимо нас проносится корова со скоростью 80 километров в час, но мы понимаем, что животное наслаждается полным покоем. Мы видим, что звездное небо вращается вокруг земли, но решаем, что на самом деле вращается земля, и создаем таким образом картину мира, которая является приемлемой для астрономов других планет.

Первый шаг к тому, чтобы на основании различных наблюдений составить общую картину мира, состоит в исключении различных индивидуальных точек зрения и сведении всего к некоторому определенному идеальному наблюдателю. Полученная таким образом картина мира все еще будет относительной. Мы не исключили роль наблюдателя, мы только ее точно фиксировали.

Гораздо труднее задача создать картину мира не с точки зрения определенного наблюдателя, а такую, в которой совсем бы не было отведено места для наблюдателя. Влияние положения наблюдателя может быть исключено; мы можем составить себе представление о стуле, как о некотором объекте природы—не о стуле, каким он нам представляется, когда мы его рассматриваем с какой-нибудь определенной точки зрения, под некоторым углом, на определенном расстоянии, а о стуле, рассматриваемом,

так сказать, сразу со всех сторон. Мы можем думать о нем, не приписывая себе определенного положения относительно него. Это—замечательная способность, выработке которой, повидимому, много содействовало то, что мы воспринимаем при помощи зрения обоими глазами рельефные изображения предметов. Но движение наблюдателя нельзя исключить так просто. С первого взгляда кажется, что это исключение произведено, но приведенное в последней главе открытие, что различно движущиеся наблюдатели различно воспринимают пространство и время, показывает, что дело обстоит гораздо сложнее, чем мы предполагали. Нам, пожалуй, придется совершенно изменить наши способы описания внешнего мира, так как уже самые термины, при помощи которых в физике обыкновенно производится это описание, связаны с отношением мира к наблюдателю, находящемуся в некоторых специальных условиях.

Способны ли мы пойти еще дальше и получить такое знание о мире, которое не только не отнесено к какому-нибудь определенному наблюдателю, но вовсе не предполагает наблюдателя; давало ли бы такое знание, если бы оно могло быть получено, какие-нибудь ясные представления; имели ли бы эти представления серьезный интерес для кого-нибудь—на этих вопросах мы сейчас останавливаться не будем. Ответы на них не должны быть непременно отрицательными, но они лежат вне той области, которую обыкновенно отводят физике.

Те обстоятельства, которые могут повлиять на результаты наблюдения, суть положение наблюдателя, движение его и тот масштаб, который он употребляет. Индивидуальные особенности наблюдателя не играют роли, если дело не сводится к приблизительным определениям, основанным на непосредственных восприятиях, а употребляются научные измерительные приборы. Но и научный прибор имеет определенное положение, движение и определенную величину, так что эти факторы во всяком случае отражаются на результатах измерения. Между научными измерениями и измерениями, производимыми на основании показаний наших органов чувств, нет существенного различия. В обоих случаях мы приобретаем знакомство с внешним миром через посредство материальных предметов; тело наблюдателя может быть рассматриваемо, как один из лабораторных аппаратов, и, насколько мы знаем, оно подчиняется тем же законам. Мы, поэтому, объединяем в одну категорию восприятия и научные измерения и, говоря о „некотором наблюдателе“, мы включаем в это понятие также его измерительные инструменты.

Положение, движение и масштаб—эти факторы имеют глубокое влияние на наше представление о мире. Можем ли мы составить себе картину мира, которая являлась бы синтезом того, что видят наблюдатели, занимающие все возможные положения, имеющие все возможные скорости и все возможные размеры. Как

уже указано, нам удастся синтез картин, получаемых наблюдателями, занимающими всевозможные положения. Мы имеем два глаза, которые с детства твердят нам, что на мир нужно смотреть больше чем из одного положения. В связи с этим наш мозг дает нам идею рельефа, мы имеем возможность запечатлевать трехмерный мир в живых образах, что вряд ли было бы возможно, если бы в нашем непосредственном восприятии мы имели только строго двумерные изображения. Мы не только приходим к трехмерному миру путем умозаключений—мы видим его. В деле синтеза восприятий, полученных наблюдателями, движущимися с различными скоростями, мы находимся в худшем положении; в нашем организме нет ничего, что могло бы помочь нам здесь, подобно тому как нам в предыдущем случае помогает наличие двух глаз. Может быть, если бы мы обладали двумя глазами, движущимися с различными скоростями, наш мозг развил бы в себе соответствующую способность, мы бы воспринимали нечто в роде четырехмерного рельефного изображения, в котором были бы соединены в одну картину все аспекты предмета, соответствующие различным движениям наблюдателя. Наконец, если бы мы имели два глаза различной величины, мы бы, может быть, развили в себе способность комбинировать точки зрения мамонта и микроба.

Таким образом, ясно, что наши чувства не дают нам всего, что нужно, для того, чтобы составить себе картину мира, свободную от влияния личных свойств наблюдателя и условий, в которых он находится. В виду этой явной недостаточности наших чувств, мы, не колеблясь, признаём необходимость обратиться к концепции мира, не основанной непосредственно на знакомых чувственных образах. Такой мир может быть понят умом, но не воспринят нашим мозгом, как образ. Было бы неразумно ограничивать наши мысли о природе тем, что может быть облечено в чувственные образы. Наши чувства развивались в борьбе за существование, как сказал Лодж, а не для того, чтобы философствовать о мире.

Сопоставим две общеизвестные книги, которые можно назвать элементарными трактатами по относительности: „Алиса в стране чудес“ и „Путешествия Гулливера“. Алиса всё время изменялась в росте, то делаясь больше, то уменьшаясь до таких ничтожных размеров, что почти совсем исчезала. Гулливер оставался всё время одного роста, но во время одного путешествия он встречал породу людей ничтожной величины, при чем всё в окружающей обстановке было пропорционально малым, а в другом случае он попадал в страну, где всё было гигантским. Не трудно понять, что оба автора описывают одно и то же явление—относительное изменение масштабов наблюдателя и объектов наблюдения. Льюис Карролл принял ту точку зрения, которая, повидимому, является обычной в науке—что изменилась наблюдательница, а не что всё окружающее её подверглось одновременному изменению. Но самой Алисе дело представлялось, конечно, иначе; она не могла отойти

на некоторое расстояние и посмотреть на себя самое со стороны, представляя себе, что она гигант, заполняющий собою всю комнату. Она бы, конечно, сказала, что комната непонятным образом уменьшилась. Свифт становится на точку зрения, более свойственную человеческому уму, когда он заставляет Гулливера приписывать свои собственные изменения—изменениям вещей, находящихся вокруг него; Гулливеру никогда не приходило в голову, что его собственная величина изменилась; а если бы он подумал о таком объяснении, то он едва ли мог бы приучить себя к мысли об этом. Но обе точки зрения являются законными. Мы получаем представление о величине некоторой вещи, только рассматривая её отношение к чему-нибудь другому, и не может быть оснований утверждать, что изменился один член этого отношения, а не другой.

Мы видели, рассматривая теорию опыта Майкельсона и Морлея, что, согласно ходячим физическим воззрениям, наш эталон длины—„неизменяемый“ брусок—должен изменяться в зависимости от обстоятельств движения; а приключения авиатора являются иллюстрацией подобного же изменения единицы времени. В видимых движениях Солнца, Меркурия, Венеры и Луны обнаружены некоторые загадочные неправильности; но между всеми этими неправильностями существует сильное семейное сходство, которое заставляет нас думать, что реальное явление заключается в ошибочности нашего эталона времени, наших основных часов—т. е. вращения земли. Можно было бы привести еще другие примеры, когда изменение наблюдателя или его масштабов вызывает или маскирует изменения в окружающем мире.

Теория относительности не ставит себе целью решить безнадежную задачу о том, какая доля вины лежит на наблюдателе и какая на внешнем мире, она только подчеркивает, что в наших обычных описаниях и в наших научных описаниях явлений природы оба фактора неразрывно соединены. Все привычные физические термины—длина, продолжительность, движение, сила, масса, энергия и т. д.—первоначально связаны с этим относительным познанием мира; остается посмотреть, могут ли некоторые из них быть удержаны в описании мира, которое не имеет в виду определенного наблюдателя.

Ближайшей нашей задачей будет описание мира, независимое от движения наблюдателя. Вопрос об элиминировании масштаба относится к дальнейшему развитию теории и рассматривается в главе XI. Начертим на листе бумаги квадрат $ABCD$, стараясь, насколько умеем, чтобы стороны его были равны. Мы видели, что для авиатора, летящего со скоростью 260.000 километров в секунду в направлении стороны AB , стороны AB и DC казались бы сокращенными вдвое, так что для него наша фигура представлялась бы в виде прямоугольника. Если бы её повернуть на 90° , то стороны AB и CD растянулись бы, а другие две стороны сократились бы—всё это с точки зрения авиатора, конечно. Для

нас длины AB и AC равны; для него одна из этих длин в два раза больше другой. Ясно, что длина не может быть свойством, присущим самому чертежу; она получает определенный смысл только при указании определенного наблюдателя.

Мы далее видели, что для того, чтобы говорить о продолжительности некоторого промежутка времени, тоже нужно иметь в виду определенного наблюдателя. Показания неподвижного наблюдателя и авиатора о том, кто дольше курил свою сигару, не сходятся.

Таким образом, длина и продолжительность не являются вещами, присущими внешнему миру; они суть отношения вещей внешнего мира к некоторому определенному наблюдателю. Как только мы поймем это, сейчас же исчезнет всё таинственное в явлениях, описанных в главе I. Когда в опыте Майкельсона и Морлея мы поворачиваем брусок на 90° , он сокращается; это, естественно, производит впечатление, как будто что-нибудь произошло с самим бруском. Но с бруском, рассматриваемым как объект внешнего мира, не произошло ничего. Изменилась его длина; однако длина не есть существенное свойство бруска, так как она является совершенно неопределенной величиной, пока не указан какой-нибудь определенный наблюдатель. Поворачивание бруска на 90° изменило его отношение к наблюдателю, но брусок сам по себе, или отношение некоторой молекулы, принадлежащей одному концу бруска, к некоторой молекуле, находящейся у другого конца, осталось неизменным. Измерение длины и продолжительности сводятся к тому, что при помощи аппаратов, движущихся одинаково с ним, наблюдатель сопоставляет предметы и события с подразделениями пространства и времени, которые соответствуют этому движению. Для природы эти подразделения не имеют никакого значения; как мы увидим дальше, она имеет свою собственную геометрию, совершенно другого типа*).

Обычно в физике принимали до сих пор, что нельзя смотреть на дело так, что все наблюдатели равноправны, но что существует некоторый абсолютный наблюдатель, к суждениям которого о длине и продолжительности надо относиться с особым уважением, потому что природа сообразуется с его подразделениями пространства и времени. О нем предполагается, что он находится в покое относительно эфира, и что в эфире, так сказать, материализованы его подразделения пространства и времени, так что они имеют реальное значение во внешнем мире. Это — чисто гипотетическое утверждение, и мы увидим, что оно не опирается ни на какие факты. Очевидно, мы должны, не считаясь с этим, продолжать наши исследования в намеченном направлении с тем, что мы обратимся к этому гипотетическому наблюдателю только в

*) Об этих подразделениях пространства и времени подробно говорится в следующей главе.

том случае, если мы наткнемся на что-нибудь такое, что он нам поможет объяснить.

Мы старались постепенно привести читателя, исходя из старой физики, к новой точке зрения относительности, и ему, может быть, осталось не вполне ясным, нужно ли относиться к странным явлениям сокращения длины и замедления времени, как к чему-то серьезному, или они играют роль той нелепости (*absurdum*), к которой приводят рассуждения в так называемых доказательствах от противного (*reductio ad absurdum*). Наш ответ гласит: мы считаем, что явления происходят так, как мы их описывали; но только описание это (подобно описаниям всех наблюдаемых явлений) имеет в виду отношения внешнего мира к некоторому наблюдателю, а не внешний мир сам по себе. Эти явления производят странное впечатление благодаря вполне естественному, но ошибочному выводу, что они соответствуют существенным изменениям самих предметов.

Мы до сих пор рассматривали наблюдение, главным образом, с точки зрения роли, которую играет в нем наблюдатель; теперь нам нужно обратиться к другой стороне вопроса, к тому предмету, который является объектом наблюдения. Хотя во внешнем мире нет вещей, которым в точности соответствуют длина и продолжительность, но какое-то расположение предметов и событий вне нас должно существовать, и мы теперь постараемся найти более подходящие термины для его описания. Расположение это обладает четырьмя измерениями; события и предметы могут быть расположены направо и налево один от другого, сзади и впереди, выше и ниже, позже и раньше. Эти расположения могут первоначально представиться четырьмя независимыми расположениями, но скоро появляется желание комбинировать некоторые из них. Тотчас же обнаруживается, что между направо - налево и сзади - впереди нет существенного отличия. Достаточно наблюдателю повернуться на 90° , чтобы то, что было право - лево, стало впереди - сзади и наоборот. Когда он поворачивается на меньший угол, то ему приходится сначала скомбинировать эти два направления, а потом опять выделить из этой комбинации новое направление слева - направо и новое направление спереди - назад. Ясно, что было бы очень неудобно каждый раз комбинировать и потом вновь выделять. Мы привыкаем, поэтому, к мысли всегда рассматривать их вместе, соединив эти два простые расположения в некоторое двумерное расположение. Присоединение сюда расположения, выражаемого словами выше - ниже, уже не так просто. Совершенно очевидно, что есть некоторые основания считать это измерение мира принципиально отличным от тех двух, которые мы только что рассматривали. Однако, если бы наш ум отказался объединить все пространственные измерения в одно целое, то это бы служило большим препятствием для развития науки. Синтез, который мы произвели, не уничтожает, конечно, реального различия

между горизонтальным и вертикальным, но он дает нам возможность яснее понимать природу этого различия, дает нам возможность выяснить, в каких случаях оно является существенным и в каких нет. Мы можем представить себе, как наблюдатель в другой стране по своему выделяет из трехмерного пространства вертикальное и горизонтальное направление. Мы должны пойти еще дальше и присоединить сюда еще четвертый тип расположения, раньше - позже. Это еще более трудная задача. Осуществляя этот синтез, мы, конечно, не хотим сказать, что между пространством и временем нет различия; наоборот, он открывает нам пути для нового, свободного от всяких предвзятых точек зрения подхода к вопросу о природе этого различия.

Мысль о таком объединении пространства и времени, в котором время играет роль четвертого измерения, не нова. Но до последних лет на это смотрели, как на картинное выражение, не имеющее глубокого смысла. Мы можем объединить время и температуру на температурном листке или давление и объем на так называемой индикаторной диаграмме. Это нас ни к чему не обязывает. Но в нашем случае мы пойдем гораздо дальше. Мы можем, постепенно накладывая одну на другую двумерные поверхности — листки бумаги — получить трехмерный брусок; но существует разница между бруском, составленным из листков бумаги, и сплошным бруском. Четырехмерное соединение времени и пространства аналогично сплошному бруску; оно не распадается естественно на определенные трехмерные слои, сложенные в порядке времени. Оно может быть разбито на такие слои, но эти слои можно брать в каком угодно направлении. Совершенно так же, как наблюдатель, меняя свое положение, иначе разбивает двумерную плоскость в отношении направлений справа - налево и спереди - назад; совершенно так же, как, меняя свою длину, наблюдатель должен по новому разбить пространство на вертикальное и горизонтальное направления; так, меняя свое движение, наблюдатель производит новое разделение четырехмерного расположения на время и пространство.

Эта мысль будет подробно развита дальше; заметим, однако, уже теперь, что наблюдатели, обладающие разными движениями, будут различно исчислять время и мерить пространство. К этому выводу мы раньше пришли, исходя из другой точки зрения.

Хотя разные наблюдатели неодинаково разделяют четырехмерное расположение, они все согласны в том, что оно четырехмерно; это неразделенное четырехмерное расположение, по видимому, одно и то же для всех наблюдателей, а различны только способы его разделения. Мы, поэтому, считаем, что это расположение присуще внешнему миру; вот к какому результату приводит нас синтез всех тех образов, которые воспринимают наблюдатели, имеющие все возможные положения и обладающие всеми возможными (равномерными) движениями. Мы пришли, таким

образом, к новому представлению о действительном мире, представлению абсолютному, а не взятому относительно определенного наблюдателя, находящегося в тех или иных специальных условиях.

Термин „действительный мир“ мы здесь применяем в том смысле, в котором он обычно употребляется в физике; совершенно не имея в виду предрешать какие бы то ни было философские вопросы о действительности. Он обладает той же степенью реальности, как трехмерный мир прежней научной теории или обычных представлений, на место которого он становится в результате прогресса знания. Как я уже упомянул, только благодаря случайности, а именно благодаря тому, что мы не снабжены парой глаз, находящихся в быстром относительном движении, наш мозг не выработал способности делать четырехмерный мир видимым так же непосредственно, как мы видим его трехмерные сечения.

Теперь легко видеть, что длина и продолжительность должны быть слагающими (компонентами) некоторой единой сущности в четырехмерном мире пространства - времени. Когда мы хотим задать вид трехмерного предмета при помощи двумерного чертежа, мы разлагаем его на план и фасад; точно так же мы разлагаем протяжение в четырехмерном мире на длину и продолжительность. Предмет имеет величину и форму, независимую от того, какое направление мы принимаем за вертикальное. Подобным же образом обстоит дело с предметами пространственно - временного мира. В то время как пространство и время относительны, то единое „протяжение“ в четырехмерном мире, компонентами (слагающими) которого они являются, имеет в природе абсолютное значение, независимо от того или другого производимого наблюдателем разделения на пространство и время.

Рассмотрим два события; первое, например, пусть заключается в том, что большие часы на здании Парламента бьют час, а второе — что они бьют два. Наблюдатель, находящийся в Вестминстере, считает, что оба события происходят в одном и том же месте и что они разделены промежутком времени в один час; он разлагает, таким образом, их четырехмерное расстояние на нулевое расстояние в пространстве и расстояние, равное одному часу во времени. Наблюдатель, находящийся на солнце, считает, что они не происходят в одном и том же месте; они отделены друг от друга расстоянием приблизительно в 113.000 километров (расстояние, которое земля пробегает в час по своей орбите). Совершенно ясно, что он производит разделение не совсем таким образом, как земной наблюдатель, так как пространственная компонента у него оказывается равной 113.000 километров, вместо нуля. Но, если он меняет одну компоненту, он должен изменить и другую; следовательно, его компонента по времени должна немного отличаться от одного часа. По аналогии с тем, как дело обстоит в трехмерном пространстве, мы могли бы ожидать, что его временная компонента окажется меньше часа, что он

отнимет у времени то, что он прибавил к пространству; но на самом деле, эта компонента оказывается больше часа. Это происходит от того, что геометрия четырехмерного пространства-времени (которой мы займемся дальше) не вполне аналогична трехмерной геометрии. Теперь для нас важно было только указать на то обстоятельство, что в четырехмерном мире каждым двум событиям отвечает некоторое вполне определенное количество — „расстояние“, которое бесчисленным множеством способов может быть разложено на компоненты—длину и продолжительность.

Далее мы видим, что движение может быть только относительным. Возьмем два события A и B в истории некоторой частицы. Мы можем выбрать любое направление в качестве временного; выберем его вдоль AB . Тогда A и B отделены только во времени, но не в пространстве. Если мы выберем в качестве направления времени направление, немного наклоненное по отношению к AB , то расстояние AB будет иметь и пространственную компоненту; наши два события произошли с этой точки зрения не в одном месте; другими словами, частица двигалась. Отрицание абсолютного движения связано, таким образом, с возможностью выбрать в качестве направления времени любое направление. Теперь мы можем отдать себе отчет в том, чем руководствуется каждый отдельный наблюдатель, когда он производит свое разделение мира на время и пространство. Предположим, что наблюдатель принимает такое положение, в котором он может считать себя неподвижным. Если это — нормальное человеческое существо, то он сядет в кресло, если это — астроном, то он поместится на солнце или в центре звездной вселенной. Все события, которые происходят с ним самим, будут, по его мнению, происходить в одном месте. Их „расстояние“ не будет иметь пространственной компоненты, и, в соответствии с этим, он их расположит в порядке времени. Цепь событий, которыми отмечен его путь в четырехмерном мире, будет его временным направлением. Каждый наблюдатель основывает свое разделение четырехмерного мира на пространство и время на своем собственном пути через мир.

Так как каждое разделение мира на пространство и время является допустимым, то астроном может основывать свое исчисление времени и пространства на пути солнечного, а не земного наблюдателя; но нужно помнить, что на практике пространство и время солнечного наблюдателя могут быть вычислены только косвенным путем, исходя из пространства и времени земного наблюдателя. И если поправки вводятся при помощи тех грубых методов, которые употреблялись до сих пор, то они будут вычислены ошибочно (если требуется большая точность).

Самым сильным возражением против этой релятивистической точки зрения на мир является затруднение с эфиром. Мы видели, что равномерное движение относительно эфира не может быть

обнаружено на опыте, и, поэтому, то обстоятельство, что такое движение не имеет своего первообраза в четырехмерном мире, находится в полном согласии с опытом. Однако, может показаться, что такое движение логически должно существовать, если существует эфир; и каждая теория, имеющая притязание дать полный отчет о том, что происходит в природе, должна отвести ему место, хотя бы это даже вредило её формальной простоте. Если существует материальный эфир, подобный материальному океану, то он, так сказать, овеществляет некоторое определенное пространство; и независимо от того, обращает ли наблюдатель или природа какое-нибудь внимание на это пространство, должно существовать некоторое основное разделение четырехмерного мира на пространство и время. Некоторые обходят это затруднение просто тем, что отрицают существование эфира. Мы не считаем это желательным и даже возможным; но мы не видим никакой необходимости приписывать эфиру такие свойства, благодаря которым он производит разделение мира указанным образом. Говорить о существовании такого разделения, в то время как никогда ничего указывающего на него не было найдено, значит злоупотреблять словами.

Математики девятнадцатого столетия посвящали много времени теориям упругого твердого эфира и другим аналогичным теориям, в которых эфир рассматривался, как некоторая материальная среда. Они предполагали, что световые волны, являются настоящими колебаниями этого вещества, и думали, что оно обладает знакомыми нам свойствами твердого тела, имеющего некоторую определенную плотность; иногда эфиру отводили даже место в таблице элементов. Смертельный удар этому материалистическому представлению об эфире был нанесен, когда были сделаны попытки объяснить вещество, как некоторое состояние эфира. Действительно, если вещество есть вихревое движение или сплетение узлов в эфире, то эфир не может быть веществом—каким-то состоянием самого себя. Если какое-нибудь свойство вещества можно объяснить, пользуясь теорией его строения, то ясно, что это свойство нельзя приписывать эфиру. Если физика развивает теорию, которая объясняет некоторое свойство вещества, и при этом без объяснений постулирует, что это же свойство присуще примитивной основе вещества, то это просто нелепо.

Больше того, эфир перестал играть какую бы то ни было активную роль в физической теории и как будто сдан в архив. Когда современный автор пишет книгу по электромагнитной теории, то он обыкновенно начинает с того, что постулирует эфир, заполняющий всё пространство, затем объясняет, что в каждой точке есть некоторый электромагнитный вектор, интенсивность которого может быть измерена, и с этого момента имеет дело только с этим вектором, а о самом эфире читатель, вероятно, уже ничего больше не услышит. Предполагается, правда, как-то неопределенно,

что этот вектор выражает некоторое состояние эфира, и мы не будем спорить с тем, что без такого фона вектор едва ли был бы понятен, но эфир теперь именно только фон, а не активное действующее лицо.

Но в таком случае нет никаких оснований переносить на этот неопределенный фон свойства материального океана. Его свойства должны быть определены при помощи опыта, а не при помощи аналогии. В частности, нет оснований предполагать, что он производит определенное разделение пространства, как это делал бы материальный океан. Мы видели в Прологе, что натуральная геометрия выражает некоторые свойства материальных тел; мы, поэтому, не имеем оснований считать, что она должна быть применима к эфиру. Неизменная тождественность частиц самим себе есть свойство вещества, которое лорд Кельвин старался объяснить при помощи своей теории вихревых колец. Эта гипотеза теперь брошена, но для нас она полезна в том отношении, что показывает, что эта тождественность частиц самим себе или неизменяемость не есть нечто само собою разумеющееся, но может быть рассматриваема, как результат сложной структуры вещества. Нет, поэтому, никакой необходимости рассматривать эфир, как вещество, состоящее из отдельных частей, остающихся всё время тождественными самим себе; мы не можем указать пальцем на какое-нибудь место и сказать: „этот кусок эфира был несколько секунд тому назад там-то“. Но если эфир не обладает этим свойством само-тождественности отдельных частей, то движение относительно эфира теряет всякий смысл. И в этом, повидимому, заключается истинная причина того, что никакие опыты этого движения не обнаруживают.

Эта современная теория относительности всякого равномерного движения, в сущности, есть возврат к первоначальным взглядам Ньютона, которые временно были искажены, благодаря появлению проблемы эфира; в динамике Ньютона равномерное движение всей системы не производит никакого эффекта, и никто не станет ожидать от него никакого эффекта. Однако, значительные трудности связаны с тем, что мы здесь ограничиваемся равномерным движением. Ньютон сам, повидимому, заметил эту трудность, но ему казалось, что опытные данные не позволяют распространить этот принцип на другие случаи. Поэтому законы механики Ньютона не принадлежат к тому типу общих законов, которые не требуют, чтобы был указан определенный наблюдатель; они имеют силу только для наблюдателей, движения которых принадлежат к специальному типу так называемых „неускоренных“ движений. Единственное определение, которое можно дать этому типу движений, заключается в том, что „неускоренное движение“—это движение такого наблюдателя, для которого имеют силу законы Ньютона. По этой теории явления не относятся безразлично к ускорению и неравномерности дви-

жения всей системы. Но абсолютное неравномерное движение в пространстве так же трудно себе представить, как абсолютное равномерное движение. Частичная относительность явлений только увеличивает трудность. Если мы отвергаем основную среду с постоянной самотожественностью частей, то движение—равномерное или неравномерное—не должно иметь смысла; если мы принимаем существование такой среды, то должна быть возможность обнаружить движение—равномерное или неравномерное; но очень трудно нарисовать себе картину мира, согласно которой равномерное движение не имеет смысла, а неравномерное—имеет.

Мы пришли к принципу относительности для равномерного движения, руководствуясь результатами опытов. Когда мы пытаемся найти какое-нибудь обобщение этого принципа для неравномерных движений, мы руководимся тем чувством, что трудно остановиться на равномерном движении и не пойти дальше; предположение о том, что равномерные и неравномерные движения играют совершенно различную роль, кажется нам произвольным. Мы попробуем теперь представить себе такую картину мира, для которой всевозможные роды движения наблюдателя безразличны. Этим мы закончим синтез того, что воспринимается наблюдателями, обладающими всевозможными движениями друг относительно друга, при чем ограничение, согласно которому рассматриваются только равномерные движения, будет устранено. Экспериментальных доказательств правильности этого обобщения мы будем искать после того, как будут выведены его следствия.

Задача построить такую теорию долго казалась невыполнимой. Еще Ньютон указывал на то, что, в то время как не существует критериев, позволяющих решить, находится ли тело в покое или в равномерном движении, очень легко узнать, вращается ли оно. Так, например, сжатие земли есть признак того, что она вращается, так как пластическое тело в покое имело бы форму шара.

Эта проблема вращения дает нам указание на причину неполной относительности Ньютоновой механики. Законы движения формулированы по отношению к неускоренному наблюдателю и не применимы в системе, которая вращается вместе с землей. Однако, математики часто употребляют вращающуюся систему осей. В этом случае необходимо видоизменить законы; это изменение заключается в том, что вводится центробежная сила, которую рассматривают не как реальную силу, подобную, например, силе тяготения, а как некоторую математическую фикцию, которую приходится применить, чтобы компенсировать ту ошибку, которую мы иначе сделали бы благодаря неправильному выбору системы осей. Сжатие земли можно по произволу приписать либо вращению ее, либо действию некоторой внешней центробежной силы, введенной в предположении невращающейся земли.

Всегда принимают, что центробежная сила есть некоторая сила *sui generis*, что она принципиально отличается от любого

другого явления природы и что это отличие может быть констатировано экспериментально. Если мы выберем систему референции и потом обнаружим центробежную силу, мы можем заключить, что система референции выбрана неудачно; вращающиеся и невращающиеся системы референции можно отличать одни от других при помощи опытов, и, следовательно, вращение строго абсолютно. Но это рассуждение предполагает, что наблюдаемое действие центробежной силы может быть произведено только вращением системы референции наблюдателя, и его нельзя будет применять, если окажется, что центробежная сила не может быть вполне отличена опытным путем от силы другого рода, например, от силы тяготения, воспринимаемой даже Ньютоновым неускоренным наблюдателем. В этом случае нам никогда не удастся точно определить, какую долю наблюдаемого силового поля надо отнести на счет центробежной силы и какую долю на счет силы тяготения; и мы лишаемся возможности о какой бы то ни было системе решить на основании опытов, вращается ли она абсолютно или нет.

Таким образом, вопрос о том, существует ли различие между „правильными“ и „ошибочными“ системами референции, сводится к вопросу о том, можно ли экспериментально обнаружить различие между „кажущимися“ явлениями или силами, появляющимися благодаря пользованию „ошибочными“ системами референции и истинными явлениями, наблюдаемыми при употреблении „правильной“ системы. Если такого различия нет, то все системы референции можно считать равноправными или одинаково правильными. В этом случае мы будем иметь полную относительность явлений природы. Так как замена системы референции Ньютона какой-нибудь другой системой вызывает появление силового поля, то ясно, что обобщенная теория относительности должна быть построена на основательном знакомстве с природой силовых полей.

Точный смысл утверждения, что все системы референции равноправны, довольно трудно себе уяснить. Мы считаем, что в мире существует нечто абсолютное; мы сюда относим не только материю, но и некоторые свойства пустого пространства или эфира *). В атмосфере система референции, которая движется вместе с воздухом, занимает особое положение среди других систем, движущихся иначе, благодаря тому, что она не только выполняет нормальные функции системы референции, но, кроме того, отражает некоторые из абсолютных свойств вещества, находящегося в данной области. Подобно этому, если мы в пустом пространстве выберем систему референции, которая более или менее точно отражает в себе основные черты абсолютной структуры

*) Автор хочет сказать, что четырехмерное пространство нельзя рассматривать как однородное, и притом не только в том смысле, что некоторые части пространства заполнены веществом, а другие нет, но что и пустое пространство обладает некоторой структурой.

пространства в данной области, то эта система референции в известной степени сама приобретает абсолютный характер. Когда мы говорим, что все системы равноправны, мы имеем в виду, что для нас не имеют значения различия в таких свойствах, которые прежде считались присущими самим системам референции—например, различия между покоящимися и движущимися ускоренными и неускоренными системами — и не имеют основания в абсолютной структуре мира. Соответственно этому мы возражаем против Ньютоновой системы референции не потому, что система референции вообще не может иметь абсолютных свойств, но потому, что эта система была введена на основании относительного знания без всякой попытки принять во внимание абсолютную структуру.

Сила, поскольку мы ее знаем из опыта, является, подобно другим количествам в физике, чем-то относительным. Сила, измеренная при помощи пружинных весов, например, зависит от ускорения наблюдателя, который держит весы, и в описании природы, независимом от наблюдателя, не найдется, может быть, никакого фактора, точным отражением которого являлась бы сила, (т. е. с силой дело обстоит так же, как с длиной и продолжительностью). Ньютон, наоборот, держался того взгляда, что в природе такой фактор — действующая причина — существует и что она тождественна той силе, которую воспринимает его идеальный неускоренный наблюдатель. Каждый наблюдатель, не удовлетворяющий его требованиям, воспринимает эту силу с некоторыми добавлениями, обусловленными теми обстоятельствами, в которых он находится, но предполагается, что первоначальная, истинная сила, существующая в природе, может быть однозначно отделена от этих добавлений. На самом деле, такое отделение не может быть произведено на основании опытов, и, с точки зрения теории относительности, силовое поле, подобно длине и продолжительности, не может быть ничем иным, кроме посредствующего звена между природой и наблюдателем. Конечно, у того конца этого звена, который обращен к природе, что-то абсолютное есть, точно так же, как мы нашли четырехмерное протяжение на конце тех звеньев, которые соответствуют длине и продолжительности. Мы будем изучать в дальнейшем природу этой неизвестной вещи, которая по отношению к нам проявляется, как сила. Пока же мы заметим, что с нашей точки зрения изменение в восприятии силы, происходящее вследствие неравномерного движения наблюдателя точно так же, как изменение в восприятии длины вследствие равномерного движения, не представляет собою ничего неожиданного и вполне соответствует природе этих количеств, которые суть только отношения.

Мы переходим теперь к более подробному изучению четырехмерного мира, явлений, которые в нем происходят, и законов, которые ими управляют. Если мы хотим узнать правду

о природе, необходимо углубиться в этот абсолютный мир; но задача физика всегда заключается в том, чтобы достигнуть знаний, применимых к относительной и хорошо нам знакомой картине мира. Абсолютный мир настолько отличается от знакомого нам относительного, что последний кажется почти что сном. Но если мы видим только сон, то для нас имеют значение именно химерические сплетения нашего сновидения. Мы не считаем, что физики должны переводить свои результаты на язык четырехмерного пространства только для того, чтобы испытывать удовлетворение, работая в царстве реальности. Скорее наоборот. Они отправляются в экспедицию с целью исследовать новые области и приносят оттуда добычу — несколько простых обобщений — для того, чтобы применить их на практике в мире трех измерений. Этим путем получают некоторые руководящие идеи, которые могут быть полезными в попытках построения схемы мира. В остальном физик будет невозмутимо продолжать исследование относительного мира и употреблять термины, применимые к относительному знанию, но с лучшим пониманием их относительности.

ГЛАВА III

МИР ЧЕТЫРЕХ ИЗМЕРЕНИЙ

Вот портрет одного человека в восьмилетнем возрасте, вот другие портреты его же—в пятнадцать лет, семнадцать, двадцать три и так дальше. Всё это, очевидно, как бы сечения, трехмерные изображения его четырехмерного существа, которое является определенной неизменяемой вещью. *Г. Уэллс. Машина времени.*

Различие между горизонтальным и вертикальным направлением—это не иллюзия; тот, кто думает, что этим различием можно пренебречь, может жестоко за это поплатиться. Однако, мы не можем получить полной картины природы, если мы не объединим горизонтальных и вертикальных направлений в трехмерное пространство. Поступая таким образом, мы лучше можем понять сущность этого различия в тех случаях, когда оно имеет значение, например, в случае движения снаряда. Мы, кроме того, находим, что наше вертикальное направление не есть некоторое универсальное направление, имеющее во всей вселенной преимущество перед всеми другими, как это считал бы философ, принимающий, что земля плоска.

Подобным же образом, объединяя расположение событий во времени и расположение предметов в пространстве в некоторое единое четырехмерное расположение, мы не только достигнем большей простоты в тех случаях, когда разделение времени и пространства не играет роли, но и в тех случаях, когда такое разделение имеет существенное значение, мы лучше поймем его природу.

Точка этого пространства-времени, то есть данное мгновение в данном месте, называется „событием“. Событие в обычном смысле слова, собственно, обозначает некоторое физическое явление, которое происходит в определенный момент в определенном месте (и этим самым фиксирует момент и место). Мы будем, однако, употреблять это слово в обоих смыслах, потому что едва ли возможно думать о точке в пространстве-времени, не представляя себе некоторого события, которое ее фиксирует.

В обыкновенной геометрии двух или трех измерений расстояние между двумя точками есть нечто, что может быть измерено, например, при помощи неизменяемого масштаба; предполагается, что оно для всех наблюдателей имеет одно и то же значение, и что нет надобности выделять при этом измерения вертикальные

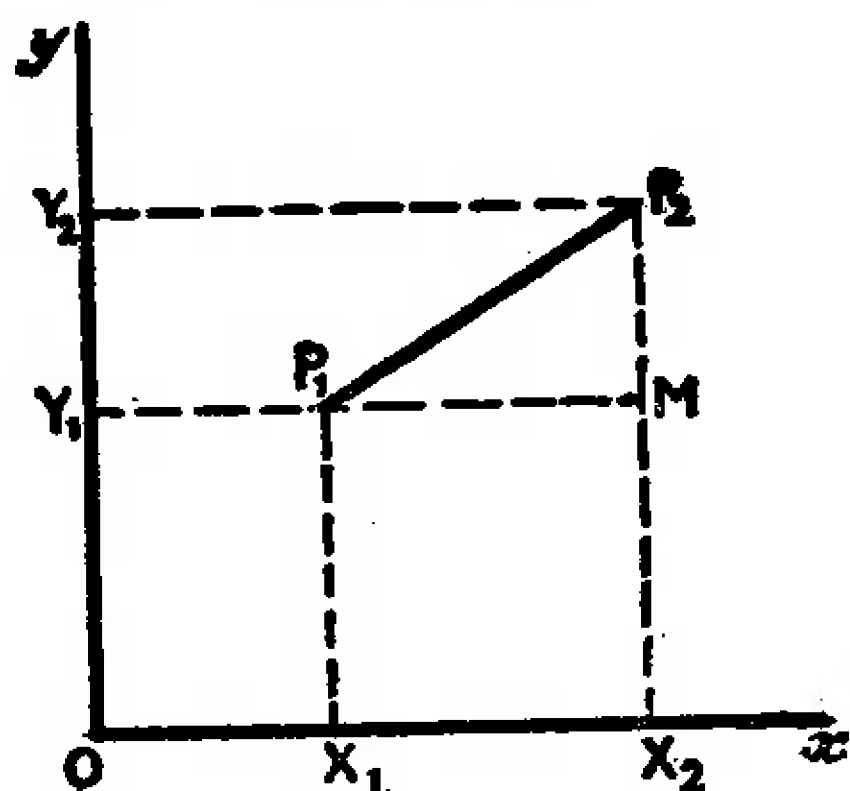
и горизонтальные направления или пользоваться какой-нибудь специальной системой координат. В четырехмерном пространстве-времени мы относим каждому двум событиям некоторое количество, которое является обобщением расстояния между двумя точками; компонентами этого количества служат обычное расстояние в пространстве и продолжительность во времени. Это протяжение в объединенном пространстве-времени называется „интервалом“ между двумя событиями; интервал имеет одно и то же значение для всех наблюдателей, независимое от того, как они разделяют его на пространственную и временную компоненты. Мы представляем себе, что интервал есть нечто присущее внешней природе — абсолютное отношение между двумя событиями, не предполагающее определенного наблюдателя. Чтобы перейти к способам действительного измерения интервала, мы воспользуемся аналогией с измерением обычного расстояния между двумя точками в пространстве.

Возьмем случай двух измерений, то есть плоскость. Проведем две взаимно перпендикулярные прямые Ox и Oy , которые будем называть осями координат. Положение каждой точки, напр., P , на плоскости может быть задано расстояниями ее проекций X_1 и Y_1 на оси от O ; эти расстояния $OX_1 = x_1$ и $OY_1 = y_1$ называются координатами точки P_1 ; точно так же $OX_2 = x_2$ и $OY_2 = y_2$ будут координаты точки P_2 . Мы имеем, по теореме Пифагора,

$$\begin{aligned} P_1P_2^2 &= P_1M^2 + MP_2^2 \\ &= X_1X_2^2 + Y_1Y_2^2 \\ &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2, \end{aligned}$$

так что, если через s обозначить расстояние между точками P_1 и P_2 , то

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2.$$



Черт. 2.

Для пространства трех измерений мы ждем аналогичной формулы, в которой только вместо двух координат для каждой точки фигурируют три. И, действительно, для этого случая имеет место формула

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2.$$

Вводя еще время, которое мы рассматриваем, как четвертую координату события, так что первое событие характеризуется тремя координатами x_1, y_1, z_1 , задающими точку в пространстве, и четвертой координатой t_1 , задающей момент во времени, а второе событие — аналогично координатами x_2, y_2, z_2, t_2 , мы естественно ожидаем, что интервал четырехмерного мира, который мы также обозначим буквой s , получается из равенства

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 + (t_2 - t_1)^2.$$

Здесь раньше всего возникает следующий важный вопрос. До сих пор, конечно, предполагалось, что x , y и z измерялись одним и тем же масштабом. Но как этим же масштабом измерять t ? Здесь вообще нужен не масштаб, а часы. Естественнее всего связать измерение времени с измерением длины при помощи того факта, что свет проходит 300.000 километров в секунду. Мы будем, поэтому, считать, что в четырехмерном мире 1 секунда эквивалентна 300.000 километрам, и будем измерять длину и время секундами или километрами, как придется; другими словами, мы сделаем скорость света единицей скорости. Это, конечно, не существенно, и можно было не делать этого, но это очень упрощает изложение.

Далее, те формулы для s^2 , которые здесь приведены, характерны для Евклидовой геометрии. Для трехмерного пространства опыты доказывают применимость Евклидовой геометрии с очень большим приближением. Пространство-время не обладает всеми свойствами геометрии Евклида, но оказывается, что здесь применима (по крайней мере, приближенно) слегка видоизмененная геометрия Евклида; изменение выражается в том, что для квадрата интервала мы имеем вместо той формулы, которая написана выше, формулу

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - (t_2 - t_1)^2,$$

отличающуюся от нее только знаком последнего члена. Но этот минус обуславливает то различие, которое существует в природе между проявлениями времени и проявлениями пространства.

Этот отрицательный знак часто является источником затруднений для приступающих к изучению теории относительности. Мы бы не могли определить s при помощи той формулы, которая была написана раньше (с плюсом), потому что эта формула вообще не определяет ничего объективного. Пользуясь пространством и временем одного наблюдателя, мы бы получили одно значение для s ; другой наблюдатель получил бы другое значение. Но если определить s при помощи последнего выражения, то все наблюдатели получают для s одно и то же значение*) Таким образом, количество s есть нечто зависящее только от двух рассматриваемых событий. Этому соответствует в обычном пространстве расстояние между двумя точками, которое тоже обладает тем свойством, что оно зависит только от этих двух точек и не зависит от посторонней вопросу системы координат, при помощи которой мы задаем положение наших точек **).

Отсюда видно, что интервал, как мы его здесь определили, аналогичен расстоянию; и аналогичность эта еще увеличится, если

*) Дополнения, примечание 2.

**) Если бы мы выбрали (черт. 2) две другие взаимно перпендикулярные прямые в качестве осей координат и при их помощи задали точки P_1 и P_2 координатами x_1', y_1', x_2', y_2' , то эти координаты были бы отличны от предыдущих, но вычисленное по формуле $s^2 = (x_2' - x_1')^2 - (y_2' - y_1')^2$ значение s было бы то же самое.

Прим. пер.

обратить внимание на сходство формулы для s в обоих случаях. Больше того, когда разность между временем t_2 и t_1 обращается в нуль, то интервал сводится к расстоянию. Но разница в знаке обуславливает некоторые существенные отличия. Эти отличия могут быть сформулированы так, что пространство имеет Евклидову геометрию, а пространство-время—семи-Евклидову или „гиперболическую“ геометрию. Для того, чтобы в каком-нибудь континууме можно было установить геометрию, в нем должно существовать некоторое однозначно определяемое количество, подобное интервалу или расстоянию; в обычном пространстве геометрия без идеи расстояния не имела бы смысла.

Вместо того, чтобы вести рассуждения в терминах этой непривычной геометрии, можно при помощи следующего приема свести дело к знакомым нам представлениям. Будем вместо вещественного времени t рассматривать мнимое время τ , т. е. положим

$$t = \tau \sqrt{-1}.$$

Тогда

$$(t_2 - t_1)^2 = -(\tau_2 - \tau_1)^2,$$

так что

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 + (\tau_2 - \tau_1)^2.$$

Теперь всё симметрично, и нет разницы между τ и другими переменными. Континуум, составленный из пространства и мнимого времени, совершенно изотропен для всех измерений, другими словами в нем нельзя указать ни одного направления, которое бы существенно отличалось от других.

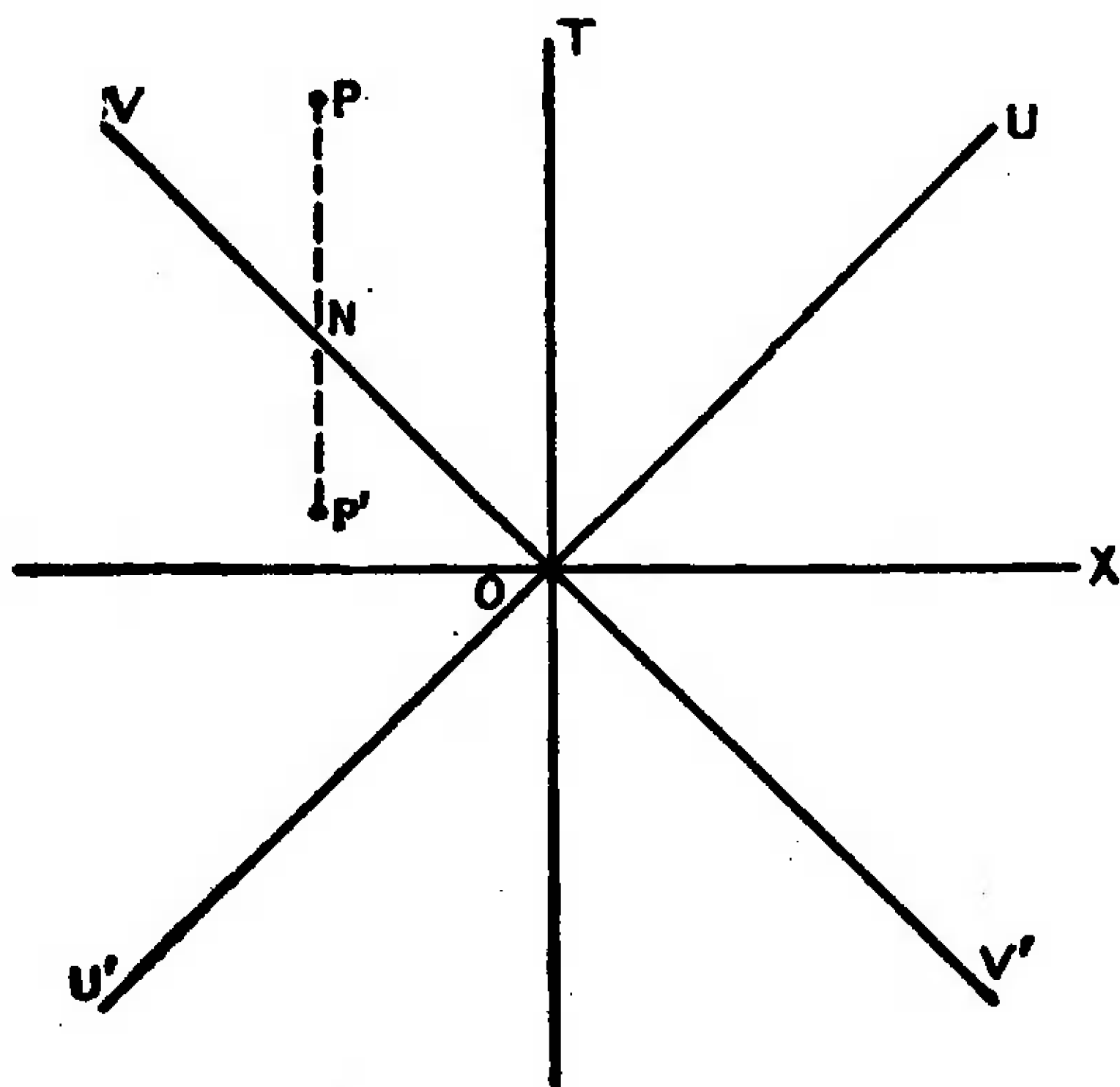
Разделение наблюдателем этого континуума на пространство и время заключается в том, что он разрезает его на слои в некотором направлении, именно в направлении, перпендикулярном тому пути, по которому он сам движется. Каждое сечение дает трехмерное пространство в некоторый момент, а перпендикулярное измерение (т. е. лежащее в направлении пути) есть время (мнимое). Ясно, что разрез может быть произведен в любом направлении; не может быть речи о правильных и ошибочных разрезах. Нет заговора сил природы с целью скрыть наше абсолютное движение, потому что с этой более широкой точки зрения вовсе нечего скрывать. Наблюдатель может совершенно свободно выбрать любые направления для своих осей x , y , z и τ точно так же, как в трехмерном пространстве он произвольно выбирает направления осей x , y , z .

Можно показать, что те пространство и время, которыми пользуется авиатор в главе I, соответствуют направлению оси времен вдоль его собственного пути в четырехмерном мире, между тем как обычные время и пространство получаются, если ось времен совпадает с путем земного наблюдателя. Сокращение Фитцджеральда и изменение счета времени получаются с полной

точностью при помощи формул, вполне аналогичных обычным формулам преобразования координат в случае поворота прямоугольной системы осей *).

Введение таинственного множителя $\sqrt{-1}$, который как будто обладает свойством обращать время в пространство, не приносит большой пользы. Едва ли можно смотреть на него, как на что-нибудь большее, чем аналитический прием. Для того, чтобы подробнее познакомиться с теорией четырехмерного мира, надо вернуться к вещественному времени и попытаться преодолеть (а не обойти) трудности этой странной геометрии.

Рассмотрим какого-нибудь наблюдателя S и будем изображать время, как он его считает, отрезками вверх по странице параллельно OT . Одно из измерений его пространства будет изображаться горизонтальными линиями, параллельными OX ; другое



Черт. 3.

направлено под прямым углом к странице, а третье пусть себе читатель представляет, как он может. К счастью, нам будет достаточно рассматривать одно только пространственное направление OX , т. е. ограничить себя рассмотрением движений вдоль одной прямой линии пространства.

Две прямые $U'OU$, $V'OV$, образующие углы в 45° с осями, представляют собою пути точек, которые передвигаются на 1 единицу в горизонтальном направлении (т. е. в пространстве) при передвижении на 1 единицу в вертикальном направлении (т. е. во времени);

другими словами, они изображают точки, движущиеся со скоростью, равной единице. Но мы выбрали за единицу скорости скорость движения света; следовательно, $U'OU$, $V'OV$ будут пути световых колебаний, распространяющихся в том и другом направлении вдоль прямой линии.

Каждое событие P , изображение которого лежит в секторе UOV , несомненно происходит после события O , какую бы систему

*) Дополнения, примечание 3.

счисления времени мы ни приняли, потому что какая-нибудь материальная частица может из O прийти в P , двигаясь со скоростью меньшей скорости света, и никакой разумный наблюдатель не решится сказать, что частица окончила свое путешествие раньше, чем начала. В самом деле, наблюдатель,двигающийся по пути NP , может в точке N получить световой сигнал или беспроводную телеграмму с известием о событии O , потому что ON есть путь такого сигнала или такой телеграммы; а потом, через промежуток времени, равный NP , с ним самим произойдет событие P . Но если мы получаем сведение о том, что случилось одно событие до того, как мы сами переживаем второе, то это ясно указывает на их порядок в природе, и это указание имеет убедительную силу не только для того наблюдателя, о котором мы говорим, но и всякий другой наблюдатель, которому он сообщит свои данные, согласится, что первое событие произошло раньше второго.

Подобным же образом легко убедиться в том, что события сектора $U'OV'$ несомненно предшествуют событию O .

Что касается какого-нибудь события P' , лежащего в секторе UOV' или VOU' , то мы не можем утверждать, что оно абсолютно предшествует или следует за событием O . Согласно исчислению времени нашего наблюдателя C , событие P' произошло после события O , потому что оно изображено точкой P' , находящейся над линией OX , но в этом нет ничего абсолютного. Путь OP' соответствует скорости большей, чем скорость света, так что мы не знаем частицы или физического импульса, который мог бы пройти по этому пути. Наблюдатель, переживающий событие P' , никак не мог бы раньше, чем оно случится, получить каким-нибудь из известных нам способов сведения о том, что событие произошло. Порядок этих двух событий может быть, таким образом, определен только путем вычисления времени, которое потребовалось для передачи известия, а результат этих вычислений, как мы знаем, зависит от того, как наблюдатель исчисляет время и измеряет длины.

Таким образом, пространство-время распадается по отношению к событию O на три области. Область $U'OV'$ это несомненно прошедшее, область UOV — несомненно будущее. Секторы UOV' и VOU' состоят из событий, которые по отношению к точке O нельзя назвать (с абсолютной точки зрения) ни прошедшими ни будущими и о которых только можно сказать, что они происходят в другом месте. Дело в том, что так как мы не имеем никакого способа констатировать тождественность точек в пространстве, и так как события O и P могли произойти с одной и той же частицей вещества, то нет необходимости считать, что события O и P произошли в разных точках, хотя так это представляется наблюдателю C ; но события O и P' не могут случиться с одной и той же частицей, и никакой наблюдатель не может считать, что они про-

изошли в одном и том же месте. Этот анализ показывает—и в этом заключается его главный интерес—что произвольность направления времени вполне совместима с существованием областей абсолютно прошедшего и абсолютно будущего.

Но хотя существует абсолютно прошедшее и абсолютно будущее, между ними лежит обширная нейтральная зона; и одновременность событий в различных местах не имеет абсолютного значения. Для выбранного нами наблюдателя все события на ОХ одновременны; для другого наблюдателя линия событий, одновременных с О, будет иметь другое направление. Отрицание абсолютной одновременности является естественным дополнением к отрицанию абсолютного движения. Согласно последнему, мы не можем узнать, что такое одно и то же место в разные моменты; а согласно первому, мы не можем узнать, что такое одно и то же время в разных местах. Любопытно отметить, что философское отрицание абсолютного движения охотно принимается, в то время как отрицание абсолютной одновременности многим кажется революционным.

Деление событий на прошедшие и будущие (отметим между прочим, что это свойство расположения во времени не имеет себе аналогичного в расположении в пространстве) тесно связано с нашими идеями о причинности и свободе воли. С точки зрения полного детерминизма прошедшее и будущее как бы нанесены на карту и так же доступны для исследования, как отдаленные места пространства. События не происходят; они существуют, и мы только, так сказать, натываемся на них.

То, что они совершаются—это как бы только выполнение некоторой формальности, которое указывает на то, что наблюдатель в своем научном путешествии попал в абсолютно будущее рассматриваемого события; это обстоятельство не имеет большого значения. Мы можем знать о солнечном затмении 1999 года точно так же, как мы знаем о невидимом спутнике Альголя. Наше знание о вещах, находящихся там, где нас нет, и наше знание о вещах, происходящих тогда, когда нас нет, это по существу одно и то же, это в обоих случаях только результат умозаключений (иногда ошибочных умозаключений) из того, что наш мозг воспринимает (или вспоминает) здесь и теперь.

Таким образом, если события predetermined, ничто не может мне помешать знать о событии раньше, чем оно произошло; и событие может быть причиной других событий, предшествующих ему. Так, например, затмение солнца в мае 1919 года было причиной того, что наблюдатели отправились в экспедицию в марте. Могут сказать, что причиной отправления экспедиции было не затмение, а вычисления, согласно которым оно должно было произойти; но я не думаю, чтобы можно было действительно провести такое различие, если принять во внимание, как мы узнаем о всех событиях, кроме тех, которые происходят в том месте

пространства, где мы находимся. Отдельному наблюдателю, рассматривающему наш мир, казалось бы, что одни события являются причинами других, совершающихся после них, а в других случаях события являются, повидимому, причинами предшествующих им, на самом же деле все события связаны друг с другом определенными законами; те события, которые мы воспринимаем, как причины других,—это только более заметные узлы, в которых сходится много звеньев.

Возможность отличать абсолютно прошедшее от абсолютно будущего зависит, как будто, от существования событий, не подчиняющихся детерминистской схеме. Если, допустим, событие O есть некоторый ультиматум, а лицо, описывающее путь NP —правитель страны, которой ультиматум предъявлен, то всем наблюдателям может быть ясно, что причина того, что он вызвал появление события P , заключается в том, что правитель знал, что событие O произошло. В этом случае событие P должно быть абсолютно будущим по отношению к O и, как мы видели, оно должно лежать в секторе UOV . Но такой вывод допустим только в том случае, если событие P могло быть вызвано событием O , а не было predeterminedено причинами предшествующими обоим событиям O и P , то есть, если событие P могло как произойти, так и не произойти, без нарушения законов природы. Так как физика не имеет притязаний решать все вопросы такого рода, то различие абсолютно прошедшего и абсолютно будущего не имеет непосредственного значения для физики; но интересно показать, что теория четырехмерного пространства-времени дает абсолютные прошлое и будущее, в соответствии с обычными требованиями, хотя в применении к физике этим и не приходится пользоваться.

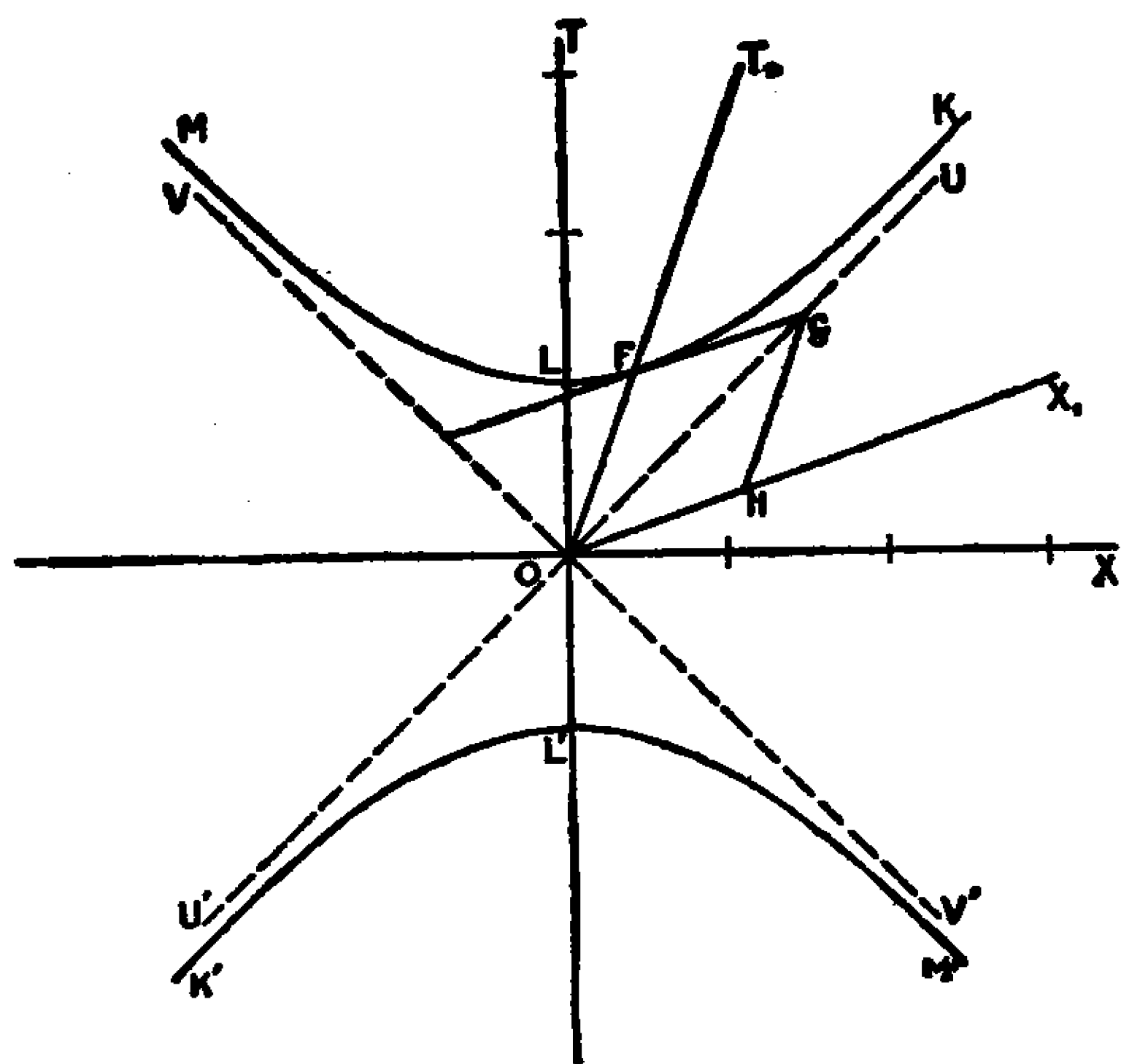
Будем теперь рассматривать совокупность всех событий, отделенных интервалом, равным единице, от события O . При этом величину интервала мы будем вычислять по формуле

$$s^2 = -(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 + (t_2 - t_1)^2 \quad (1)$$

Мы здесь переменили знак при s^2 , потому что иначе (если бы мы употребляли формулу, написанную раньше) количество s^2 получало бы обыкновенно (хотя не всегда) отрицательное значение. В Евклидовом пространстве точки, находящиеся на расстоянии 1 от данной точки, лежат на окружности. Но здесь мы имеем, вследствие того, что в формулу для ds^2 входят члены разных знаков, другую геометрию; в ней эти точки лежат на двух ветвях равно-сторонней гиперболы KLM и $K'L'M'$ (см. черт. 4). Так как интервал есть количество абсолютное, то все наблюдатели будут согласны в том, что интервалы от O до этих точек равны единице.

Сделаем теперь следующее построение: проведем прямую OFT_1 , пересекающую гиперболу в точке F , затем проведем касательную FG к гиперболе в точке F , встречающую световую прямую $U'OU$ в точке G . Дополним полученную фигуру до параллелограм-

ма $OFGH$; продолжим прямую OH до X_1 . Мы утверждаем, что наблюдатель C_1 , который выберет OT_1 в качестве направления времени, будет рассматривать OX_1 как свое пространственное направление, а OF и OH будет считать единицами времени и длины.



Черт. 4.

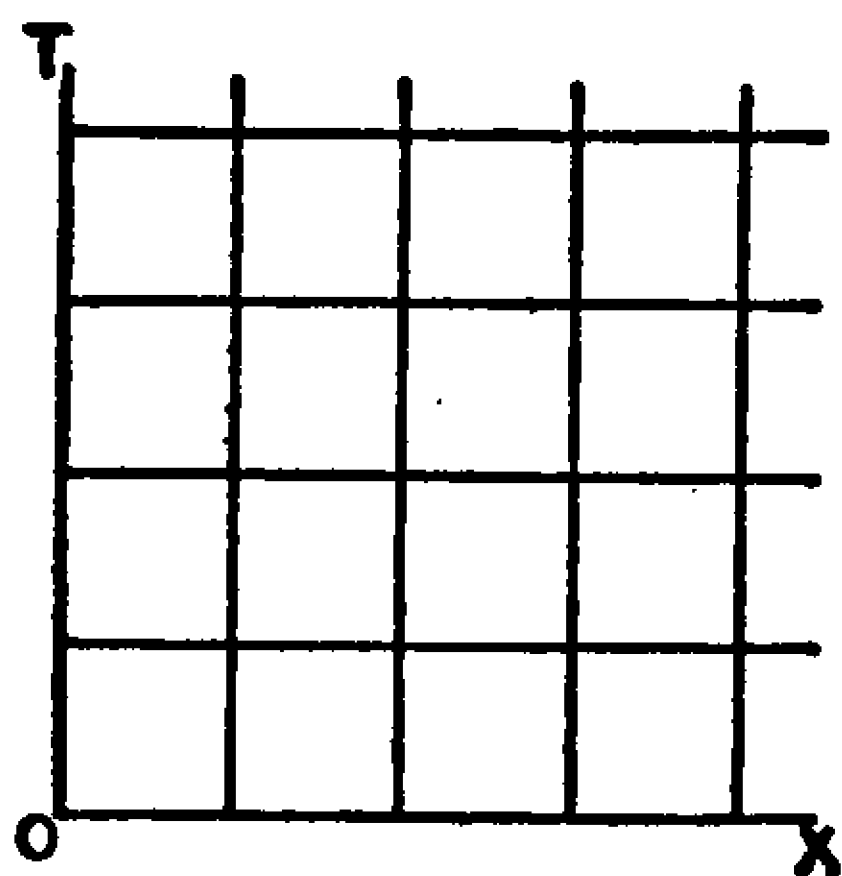
Оба наблюдателя S и S_1 по разному производят свои подразделения времени и пространства, или, как мы будем говорить, употребляют разные сети, как это показано на чертежах 5 и 6, где в обоих случаях деления проведены на расстоянии 1 одно от другого (во времени и в пространстве) согласно с тем, как считает соответствующий наблюдатель. Одна и та же диаграмма событий, изображающая мир, годится для обоих наблюдателей; только S_1 удалит сетку наблюдателя S и наложит свою собственную и будет при ее помощи определять положение события во времени и в пространстве. На чертежах сразу видно, что прямые, соответствующие скорости единица—перемещение на единицу длины за единицу времени,—одни и те же в обоих случаях, так что скорость света равна единице для каждого из наблюдателей. Пользуясь элементарными свойствами гиперболы, можно показать, что геометрическое место точек, отделенных данным интервалом s от O , т. е. изображаемых уравнением (1), или в данном случае, когда для нас играет роль только одно пространственное измерение, уравнением

$$s^2 = (t - t_0)^2 - (x - x_0)^2,$$

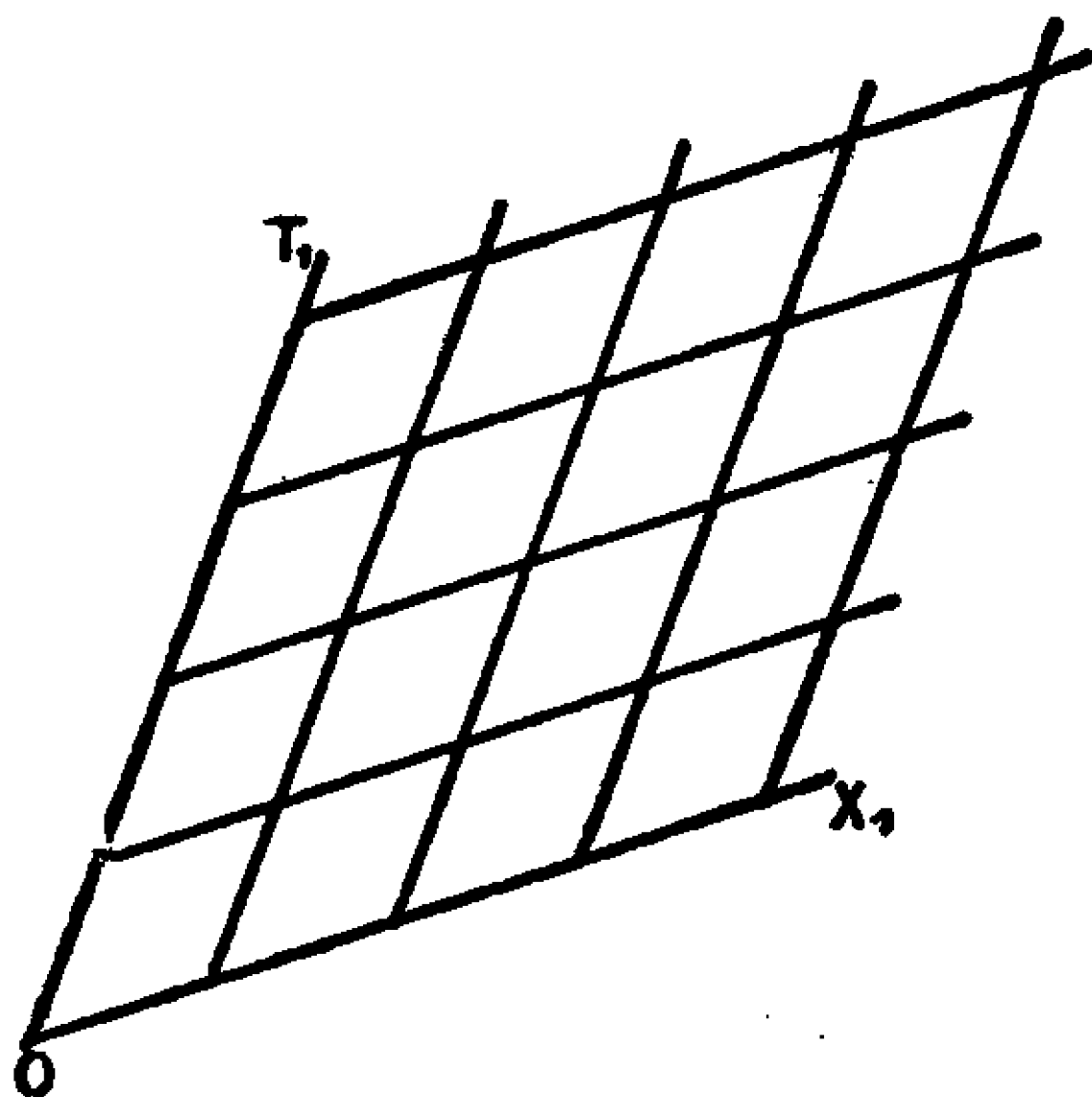
есть одна и та же кривая (гипербола) в обеих системах. Оба наблюдателя будут всегда получать одни и те же результаты, когда будут измерять интервалы, хотя длины, продолжительности и скорости (кроме скорости света) будут иметь у них разные значения. Это довольно сложное преобразование с математической точки зрения эквивалентно простому повороту осей, если пользоваться мнимым временем.

Не нужно думать, что различный вид сетей обоих наблюдателей на наших чертежах, где одна сеть состоит из квадратов, а другая из ромбов, отвечает какому-нибудь действительному различию в природе. Мы можем сказать, что S_1 переносит простран-

ство-время неизменным с чертежа 5 на чертеж 6 и потом деформирует его до тех пор, пока ромбы не сделаются квадратами; или мы могли бы исходить из этого деформированного пространства-времени, на котором сеть наблюдателя S_1 представляется в виде сети квадратов, и тогда сеть наблюдателя S будет казаться состоящей из ромбов. Нельзя сказать, что пространство-время того или другого из наших наблюдателей деформировано с абсолютной точки зрения, но одно из них деформировано с точки зрения другого, и наоборот. Существенными являются соотношения расположения, которые совершенно тождественны в обоих случаях; форма же есть нечто, налагаемое на природу самим наблюдателем, когда он выбирает некоторую определенную сеть делений.



Черт. 5.



Черт. 6.

Мы теперь можем вывести сокращение Фитцджеральда. Будем рассматривать брусок длины единица, находящийся в покое относительно наблюдателя S . Оба конца этого бруска находятся в покое в его пространстве и, следовательно, остаются все время на одной и той же линии его сети; их пути в пространстве четырех измерений PP' и QQ' (черт. 7) имеют чисто временное направление. Настоящий брусок, как он существует в природе, — это некоторый четырехмерный объект, на чертеже видно его сечение $P'PQQ'$. Наложим на эту фигуру сеть наблюдателя S_1 ; часть этой сети показана на чертеже пунктиром. В некоторый момент времени с точки зрения наблюдателя S_1 брусок представится в виде сечения P_1Q_1 фигуры $P'PQQ'$ временной линией этого наблюдателя. На чертеже отрезок P_1Q_1 оказывается длиннее, чем PQ , но он несколько короче, чем одно деление сети наблюдателя S_1 , и поэтому с точки зрения S_1 длина бруска меньше, чем единица, — брусок сократился вследствие того, что движется относительно него.

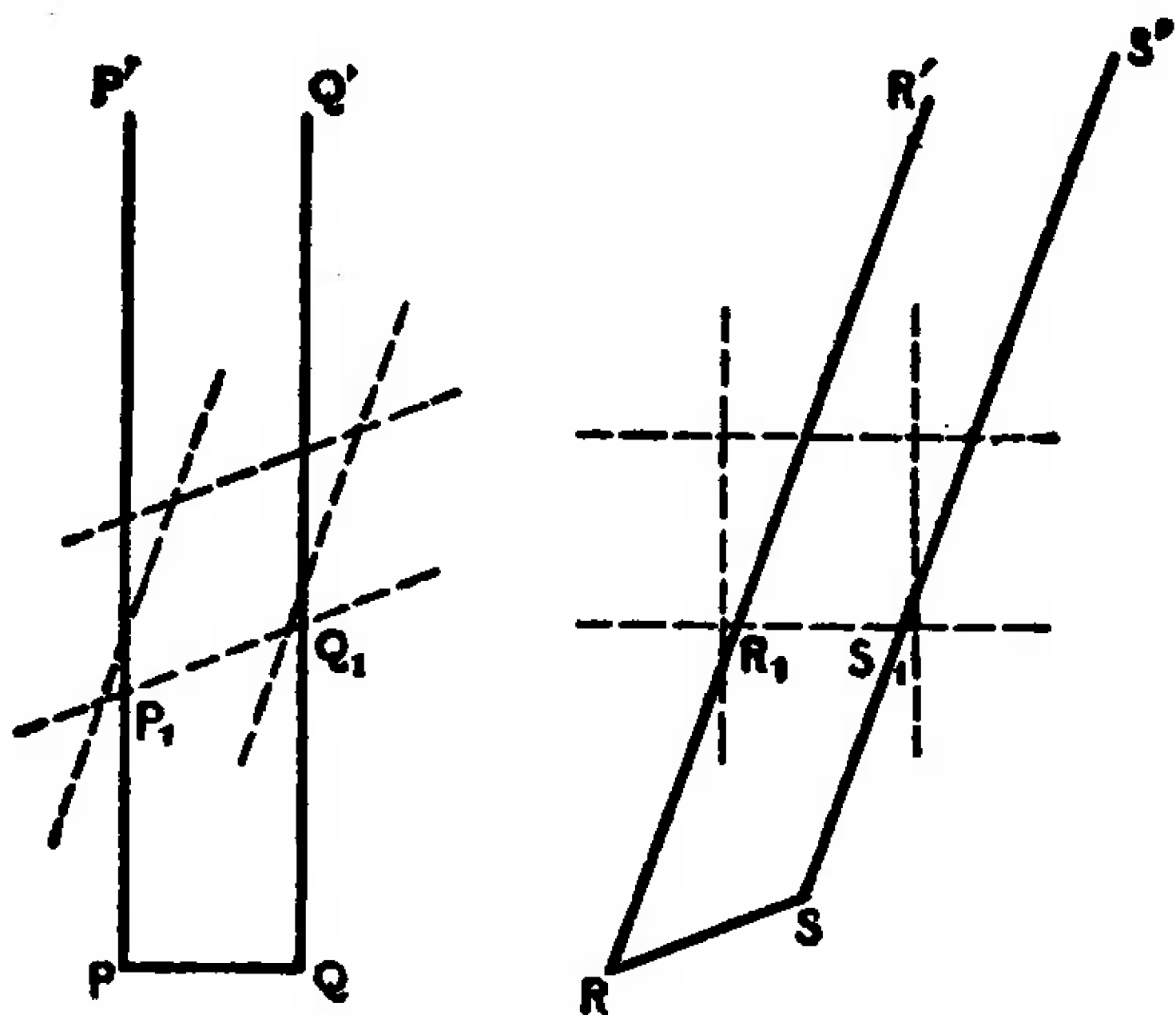
Подобно этому, $R'RSS'$ есть брусок длины единица, неподвижный относительно C_1 . Накладывая сеть C , мы видим, что в определенный, с точки зрения C , момент он занимает положение

R_1S_1 ; а это расстояние меньше, чем величина одного деления сети наблюдателя C ; последний, поэтому, считает, что брусок сократился вследствие своего движения по отношению к нему.

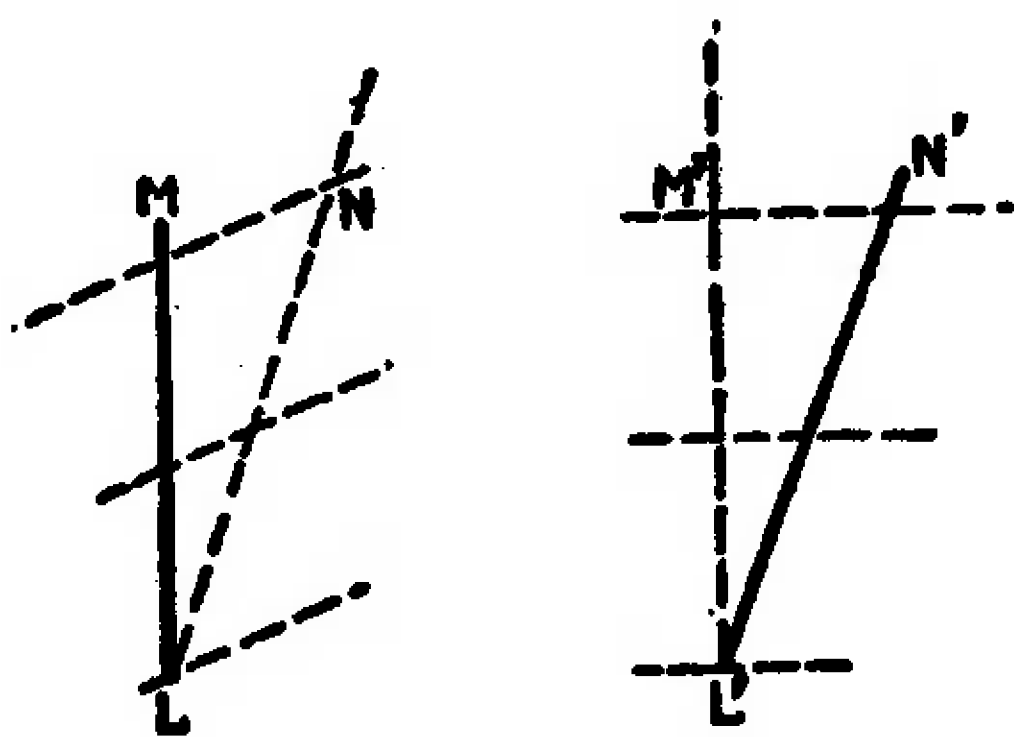
Аналогичным образом мы можем пояснить вопрос о продолжительности времени курения сигар; каждый из двух наблюдателей считал, что другой курит сигару дольше, чем он сам. Пусть LM (черт. 8) изображает время (две единицы), в течение которого курил сигару наблюдатель C .

Мы видим, что на сети наблюдателя C_1 этот отрезок занимает немного больше, чем два деления; кроме того, на чертеже видно, что сигара уклоняется от временной линии LN , т. е. что она двигалась. Подобно этому, $L'N'$ есть продолжительность времени, в течение которого C_1 курил свою сигару (две единицы его времени); а по исчислению времени наблюдателя C это занимает немного больше, чем два деления. (Заметим, что в двух последних диаграммах L', M' и N' суть те же точки, что L, M и N).

Если бы мы на черт. 4 взяли линию OT_1 очень близко от OU , то наши ромбы были бы очень удлиненными, и их стороны OF и OH , т. е. единицы длины и времени, очень большими. Такая сетка соответствует наблюдателю, путь которого в мире изображается линией OT_1 и который, следовательно, движется относительно C со скоростью, близкой к скорости света. В пределе, когда скорость достигнет скорости света, обе единицы длины и времени сделаются бесконечными, так что для наблюдателя,двигающегося со скоростью света, все события, продолжающиеся с точки зрения C конечный промежуток времени, будут происходить мгновенно, и все пред-



Черт. 7.



Черт. 8.

меты будут иметь длину, равную нулю. В действительности дело не ограничивается плоскостью чертежа, и плоская сеть, которую мы рассматриваем, есть только часть трехмерной и даже четырехмерной сети; то, о чем мы говорили сейчас, относится только к измерениям x и t ; в других отношениях сеть не меняется, так что, например, плоскости, образующие пространственную сеть, которые параллельны плоскости чертежа, не сдвигаются с мест вследствие движения в направлении x . Следовательно, для наблюдателя, движущегося со скоростью света, все обычные предметы становятся двумерными; они сохраняют свои поперечные размеры, но становятся бесконечно тонкими в направлении движения. Тот факт, что явление происходит мгновенно, обыкновенно объясняют тем, что инерция частицы, движущейся со скоростью света, становится бесконечной, так что все молекулярные процессы, происходящие в наблюдателе, должны остановиться; много вещей может случиться в мире наблюдателя S в мгновение ока—ока наблюдателя S_1 .

Каких бы успехов мы ни достигли при помощи теории четырехмерного мира, трудно заставить замолчать какой-то внутренний голос, который нашептывает нам: „В глубине души ты все-таки знаешь, что четвертое измерение—бессмыслица“. Мне кажется, что в истории физики часто бывали такие периоды, когда этому внутреннему голосу приходилось выступать с подобными заявлениями. Что за бессмыслица говорить, что стол, на котором я пишу, есть собрание электронов, движущихся с чудовищными скоростями в пустых пространствах, размеры которых, по сравнению с размерами электронов, так же велики, как размеры междупланетного пространства по сравнению с планетами. Какая бессмыслица говорить, что легкий воздух стремится раздавить меня, производя на мое тело давление в 1 килограмм на квадратный сантиметр! Что за бессмыслица, когда я рассматриваю в настоящий момент в телескоп эти звездные скопления, говорить, что я вижу то, что происходило 50 000 лет тому назад! Не дайте этому голосу обмануть Вас; он уже дискредитирован.

Впрочем, утверждение, что время есть четвертое измерение, связано с некоторыми затруднениями, которых можно избежать при более точной формулировке этого вопроса. Четыре измерения составляют одно целое во внешнем мире, а не в отношениях внешнего мира к наблюдателю, которые составляют содержание непосредственного восприятия пространства и времени. Как раз в этом процессе отнесения к индивидууму четырехмерное многообразие мира распадается на отдельные восприятия пространства и времени. Отдельный индивидуум—это четырехмерный предмет очень удлиненной формы; на обычном языке мы это выражаем так: он имеет значительное протяжение во времени и ничтожное протяжение в пространстве. С очень большим приближением можно сказать, что он изображается линией—его путем в мире. Когда

мир рассматривается в его отношении к такому индивидууму, то собственная асимметричность последнего вводится в это отношение; и тот тип расположения событий, в котором они параллельны его пути, то есть ему самому, представляется ему совершенно особым типом расположения, коренным образом отличающимся от остальных.

Быть может, самое доступное изложение основных понятий, связанных с четырехмерным пространством, содержится в известной книге Е. Аббота „Плоская страна“ (Flatland). Не безынтересно посмотреть, насколько четырехмерный мир пространства-времени отвечает его ожиданиям. Он придает главное значение следующим положениям:

(1) Когда четырехмерное тело движется, его сечения трехмерным миром могут меняться; таким образом, твердое тело может менять свою величину и форму.

(2) Тело может проникнуть в закрытую со всех сторон комнату, входя в нее по четвертому измерению, подобно тому как мы можем кончик карандаша поместить в любую внутреннюю точку квадрата, не пересекая его сторон.

(3) Можно видеть внутренность твердого тела, точно так же как мы можем видеть внутренние точки квадрата, рассматривая его из точки, находящейся вне его плоскости.

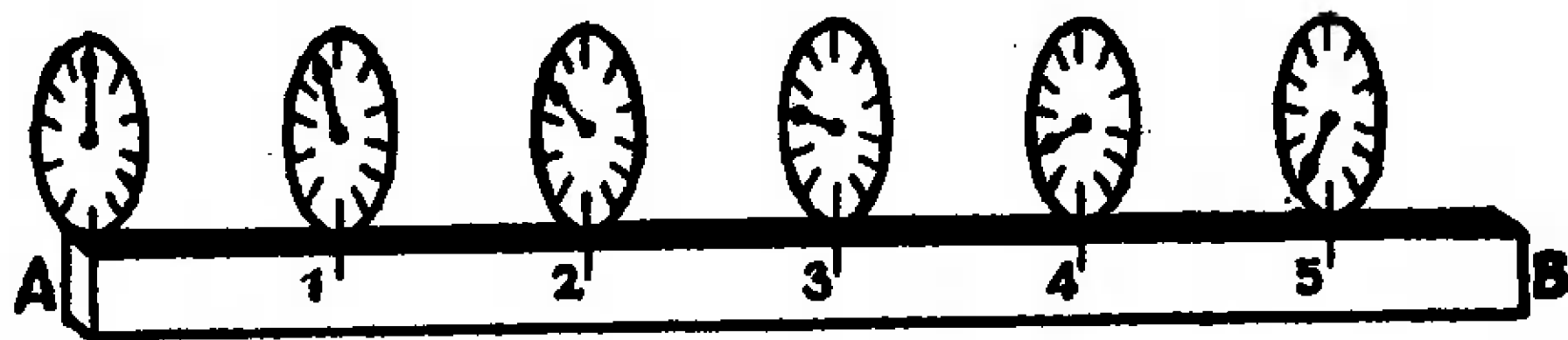
Первое явление проявляется в сокращении Фитцджеральда.

Если количество вещества отождествлять с массой, то второе явление не может случиться. Правда, легко было бы представить себе такое явление, но существует особый закон природы—закон сохранения массы, который препятствует тому, чтобы оно осуществилось на самом деле.

Третье явление не происходит по двум причинам. Всякое тело природы с нашей точки зрения имеет протяжение как в пространстве, так и во времени, и является, поэтому, четырехмерным; но для сохранения аналогии тело должно иметь на одно измерение меньше, чем мир, подобно тому как квадрат имеет на одно измерение меньше, чем трехмерное пространство, из которого мы его рассматриваем. Но и в том случае, если бы твердое тело внезапно перестало существовать, так что получилось бы сечение, перпендикулярное времени, мы бы все-таки не могли увидеть его внутренних точек, потому что в четырехмерном пространстве путями света могут быть только определенные линии, например, UOV , $U'OV$ на черт. 3, в то время как в трехмерном пространстве свет может распространяться по любой прямой. Делу можно было бы помочь, вводя нечто вроде рассеивающей среды, так чтобы по любому пути свет некоторой длины волны, т. е. обладающий соответствующей скоростью, мог распространяться; тогда, смотря на тело, которое внезапно перестало существовать, мы получили бы в один и тот же момент световые впечатления от каждой внутренней его частицы (в предположении, что они являются само-

светящимися). Мы бы в самом деле могли смотреть внутрь тела. Как наши бедные глаза разобрались бы в этом подавляющем зрелище — это уже другой вопрос.

То количество, которое мы называли интервалом, имеет для нас основное значение; поэтому полезно подробнее рассмотреть, как оно измеряется. Предположим, что мы имеем масштаб, разделенный на километры, и в каждом делении находятся часы, показывающие время тоже в километрах (ведь мы видели, что время можно измерять и секундами, и километрами).



Черт. 9.

Если часы поставлены правильно и если смотреть из точки А, то сумма показаний часов и номера деления, у которого они помещены, будет одна и та же для всех часов, потому что отсчет по линейке, т. е. номер деления, как раз дает поправку, которую нужно ввести, если мы хотим принять во внимание время, необходимое свету, чтобы достигнуть точки А. Это показано на черт. 9, где показания часов даны так, как они видны из точки А.

Расположим наш масштаб с часами так, чтобы некоторые два события совершались на нем; пусть t_1 и x_1 будут показания часов и номер деления, соответствующие первому событию, а t_2 и x_2 — то же для второго. Тогда интервал, отделяющий эти два события, может быть найден по данной уже раньше формуле

$$s^2 = (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2.$$

Теперь предположим, что мы переходим к другой системе; пусть масштаб, покоящийся в этой системе, находится в состоянии прямолинейного и равномерного движения относительно первоначальной. Пусть это движение происходит в направлении АВ. Тогда за промежуток времени между событиями масштаб несколько продвинется, и разность $(x_2 - x_1)$ будет меньше, чем раньше. Но это компенсируется тем, что разность $(t_2 - t_1)$ также изменится. Действительно, точка А теперь движется навстречу свету, идущему от каждого часов вдоль линейки; этот свет приходит поэтому в А слишком скоро; вследствие этого наблюдателю, находящемуся в А, представляется, что все часы спешат и притом, чем часы дальше, тем они больше спешат, и разность $t_2 - t_1$ будет меньше, чем раньше. Кроме того, небольшие поправки нужно еще ввести, чтобы принять в расчет сокращение Фитцджеральда и т. д.; в

окончательном результате получается, что равномерное движение, которое мы сообщили нашему масштабу, не отражается на получаемом значении s интервала между событиями.

Элементарная механика учит, что скорость составного движения получается сложением скоростей, составляющих движений. Если наблюдатель B движется относительно A со скоростью в 100 километров в секунду (при измерении скорости их относительного движения оба должны получить одно и то же значение), а C движется в том же направлении со скоростью в 100 километров в секунду относительно B , то скорость движения C относительно A равна 200 километрам в секунду. Это не совсем точно; правильный ответ будет 199-999,978 километров в секунду. Это разногласие не трудно объяснить. Обе данные скорости и результирующая скорость определяются в разных системах. Когда B измеряет скорость C по отношению к самому себе, он употребляет свои собственные пространство и время, а для того, чтобы эту скорость выразить в единицах A (что необходимо сделать раньше, чем складывать эту скорость со скоростью B относительно A , которая, ведь, выражена в этих единицах) нужно внести некоторую поправку,

Если мы продолжим эту цепь, введя D , движущегося относительно C , причем скорость D по измерениям C равна 100 километрам в секунду, и т. д. до бесконечности, то мы никогда не получим бесконечной скорости относительно A , но будем постепенно приближаться к предельной скорости в 300 000 километров в секунду, т. е. к скорости света. Эта скорость обладает тем замечательным свойством, что она абсолютна, в то время как всякая другая скорость относительна. Если кто-нибудь говорит о скорости в 100 километров в секунду или в 100 000 километров в секунду, то мы можем спросить — по отношению к чему? Если же речь идет о скорости в 300 000 километров в секунду, то не нужно ни о чем спрашивать; ответ будет: относительно любого материального тела. Выброшенная атомом радия β -частица может двигаться со скоростью больше, чем 200 000 километров в секунду; но скорость света по отношению к наблюдателю, движущемуся вместе с нею, все-таки будет 300 000 километров в секунду. Это напоминает известное в математике трансфинитное число Алеф; от него можно отнять любое число, и оно все-таки не изменится.

Скорость света играет видную роль в теории относительности, и важно уяснить себе, какое свойство сообщает ей такое основное значение. То обстоятельство, что скорость света одна и та же для всех наблюдателей, является скорее следствием, чем причиной того, что она играет такую важную роль.

Впервые мы ввели её для того, чтобы связать единицу длины с единицей времени; но это имело чисто условное значение, и нашей целью было только упростить некоторые алгебраические выражения. Далее нам часто приходилось пользоваться тем фак-

том, что в физике неизвестно ничего, что двигалось бы с бóльшей скоростью, чем свет, так что для определения одновременности событий нам приходится пользоваться сигналами, движущимися с этой скоростью. Если бы были открыты какие-нибудь новые лучи, распространяющиеся с бóльшей скоростью, то, может быть, мы бы стали их употреблять для этих целей вместо световых лучей, и их скорость играла бы в исчислении времени роль, аналогичную той, какую у нас играет скорость света; между прочим, это очень усложнило бы наши формулы, так как сокращение Фитцджеральда, которое влияет на пространственные измерения, связано со скоростью света. Но главное значение скорости света состоит в том, что никакое материальное тело не может двигаться с бóльшей скоростью. На этом основано различие между направлениями временными и пространственными, т. е. теми, которые могут служить путями движения материи, и теми, по которым материя двигаться не может. Материальная структура четырехмерного мира оказывается как бы волокнистой, причем волокна все идут по временным путям; это довольно запутанная ткань, но ткань без поперечных нитей. Отсюда видно, что если бы даже открытие новых лучей привело нас к изменению исчисления пространства и времени, всё-таки при изучении материальных систем нужно было бы сохранить теперешнее абсолютное разделение интервалов на временные и пространственные; может быть, пришлось бы, впрочем, изменить эти названия.

Всё-таки возникает вопрос, может ли что-либо иметь скорость, бóльшую скорости света. Материальное тело наверное не может иметь бóльшей скорости, но нельзя ли допустить существования в природе таких вещей, для которых такие скорости доступны. „Господин председатель — сказал сэр Бойль Рош — не будучи птицей, я не мог быть в одно и то же время в двух местах“. Существо, обладающее скоростью бóльшей, чем скорость света, имело бы ту странную способность, которую сэр Бойль Рош приписал птице. Едва ли можно сказать, что свойство быть в одно время в двух местах включает в себе больше противоречий, чем свойство быть в одном и том же месте в два разные момента времени. Некоторые запутанные вопросы теории квант энергии как будто указывают на то, что этой возможностью нельзя пренебрегать; но в общем, насколько мы можем судить, всё говорит скорее против возможности движения чего бы то ни было со скоростью, бóльшей скорости света.

Точка зрения относительности и принцип относительности совершенно не зависят от каких бы то ни было взглядов на структуру вещества или на сущность света. Нам пришлось в предшествующем изложении один раз сослаться на теорию электричества в связи с тем объяснением, которое дали Лармор и Лорентц сокращению Фитцджеральда; но теперь мы получили, основываясь на подробном рассмотрении четырехмерного мира, более общее

объяснение изменения длины. Этим ослабляется, так сказать, позиция электрической теории вещества, потому что многие экспериментальные эффекты, о которых раньше думали, что они зависят от специальных свойств электрических сил, выводятся теперь из общих соображений, из теории относительности экспериментального знания.

Однако, хотя экспериментальные данные не говорят в пользу электрической теории вещества так решительно, как это могло казаться одно время, эта теория может быть принята без серьезных сомнений. Постулировать две субстанции — вещество и электрические заряды, — в то время как достаточно одной, это произвольная гипотеза, которая не имеет оснований в теперешнем состоянии наших знаний. Электрическая теория всё-таки многое сделала в этой области; она дала точное объяснение свойства инерции. Дж. Дж. Томсон показал теоретически, что для того, чтобы сдвинуть с места или остановить движущийся проводник, потребуется большее усилие в том случае, если он заряжен. Дело в том, что проводник должен нести вместе с собою свое электрическое поле, и необходима сила, чтобы привести это поле в движение. Это свойство называется инерцией и измеряется массой. Если, сохраняя постоянным заряд, уменьшить величину проводника, то инерция заряда увеличится. Так как мельчайшие частицы вещества, которые из него можно выделить, как показывают опыты, очень малы и заряжены, то является мысль, что вся инерция вещества обязана своим происхождением этим зарядам. Это объяснение достаточно; и как будто нет оснований сомневаться, что вся инерция сводится к такой электрической инерции.

Если произвести соответственные вычисления для зарядов, движущихся с большими скоростями, то окажется, что электрическая инерция не является в точности постоянной, а зависит от скорости; но во всех случаях это изменение таково, что инерция пропорциональна полной энергии электромагнитного поля. Можно, если угодно, сказать, что масса заряженной частицы, находящейся в покое, есть масса её электрической энергии; когда заряд приходит в движение, то сюда присоединяется еще кинетическая энергия, и эта кинетическая энергия тоже имеет массу. Мы, таким образом, приходим к представлению, что масса (инерция) и энергия в сущности одно и то же, или, самое большее, два аспекта одной и той же вещи. Надо помнить, что с этой точки зрения большая часть массы материи есть масса скрытой в ней энергии, освободить которую мы еще не умеем.

Можно поставить вопрос о том, имеет ли массу электрическая энергия, не связанная с электрическими зарядами; в случае света ответ на этот вопрос утвердителен. Свет обладает массой. Вероятно, и гравитационная энергия имеет массу; или, если это не так, масса возникает, когда гравитационная энергия, как это часто случается, обращается в кинетическую энергию. Масса всей

(отрицательной) гравитационной энергии земли есть величина порядка м и н у с биллион тонн.

Теоретически предсказанное увеличение массы электрона со скоростью было подтверждено экспериментально, причем согласие между экспериментальными и теоретическими данными полное, если принять, что электрон вследствие движения подвергается сокращению Фитцджеральда. Отсюда делали заключение, что электрон не может обладать другой инерцией, кроме той, которая обуславливается сопровождающим его электромагнитным полем. Но этот вывод (хотя результат его достаточно вероятен) не вполне правилен, потому что увеличение массы со скоростью, выведенное при помощи специальных соображений, относящихся к электрической энергии, как оказывается, получается из теории относительности для инерции любого рода. Это будет показано в главе IX. Множитель, который характеризует увеличение массы со скоростью, это тот самый множитель, который характеризует изменение длины и времени. Так, если брусок движется с такой скоростью, что его длина сокращается вдвое, его масса увеличивается вдвое. Его плотность увеличилась в четыре раза, так как одновременно он сделался тяжелее и уменьшился в объеме.

Мы считали необходимым включить в наше изложение этот краткий очерк электрической теории вещества и массы, так как, хотя она не требуется теорией относительности, она является теперь общепринятой в физике, и мы едва ли можем её игнорировать. В дальнейшем мы с более общей точки зрения придем к заключению о тождественности массы и энергии и об изменении массы со скоростью; но так как экспериментальное определение инерции связано с неравномерным движением, то нельзя со всей необходимой полнотой рассмотреть вопрос о массе раньше, чем будет развита более общая теория относительности для неравномерного движения.

ГЛАВА IV

СИЛОВЫЕ ПОЛЯ

Ибо когда тела падают в воде и в воздухе, они должны ускорять свое падение пропорционально своим весам, так как невозможно, чтобы вещество воды и тонкая природа воздуха замедляли всякую вещь в равной мере; они скорее поддаются вещи более тяжелой; с другой стороны, пустое пространство никогда не может оказывать ничему сопротивления ни в каком направлении, но должно, по своей природе, всегда уступать дорогу всему; поэтому все предметы должны двигаться через несопротивляющееся пространство с равными скоростями, хотя бы они и были разного веса.

Лукреций. О природе вещей.

Первоначальное представление о силе связано с известным мускульным ощущением, которое мы испытываем, когда делаем усилие, чтобы вызвать или недопустить движение какого-нибудь предмета. Подобное же действие могут оказывать на предметы и факторы неживой природы, и в этом случае мы это действие также приписываем силам. Как известно, в науке силу измеряют импульсом или количеством движения, которое она сообщает некоторому телу в данный промежуток времени. Передача силы от одного тела к другому при непосредственном соприкосновении получает в современной физике наглядное истолкование; именно, мы представляем себе, что импульс в этом случае передается при помощи процесса молекулярной бомбардировки, т. е. молекулы переносят движения небольшими частями через границу в то тело, которое подвергается действию. Сила не является каким-то таинственным агентом; это только удобный термин для суммарного обозначения этого потока движения, который мы могли бы проследить, если бы хотели, во всех частностях. Правда, этим трудности не устранены, а только перенесены в другое место, потому что мы еще не научились понимать, как перераспределяются количества движения двух молекул при их столкновении; но в известных пределах этот анализ дает ясное представление о том, как передается движение обыкновенными силами.

Однако, даже в элементарной механике мы встречаемся с важной силой природы, которая повидимому не действует таким образом. Сила тяготения не может быть разложена на ряд молекулярных ударов. Тяжелое тело, например, земля, как будто окружено полем скрытой силы, готовой, если в это поле вступит другое тело, сделаться активной и сообщить ему движение. Обыкно-

венно представляют себе, что это влияние существует в пространстве, окружающем землю, и тогда, когда нет тела, которое могло бы его испытать; часто с этим соединяется смутное представление о какой-то невидимой среде, находящейся в состоянии напряжения, или о чем-нибудь в этом роде.

Хотя тяготение уже известно тысячи лет, и его законы были сформулированы с достаточной почти для всех случаев точностью больше 200 лет тому назад, нельзя сказать, чтобы были сделаны большие успехи в объяснении природы или механизма его. Говорят, что было предложено больше 200 теорий гравитации, но наиболее правдоподобные из них все имели тот недостаток, что они не приводили ни к каким результатам, допускающим экспериментальную проверку. Многие из них теперь были бы отвергнуты, как черезчур материалистические на наш взгляд — они были основаны на представлении о пространстве, как о каком-то сложном механизме; как это ни странно, в девятнадцатом веке это было очень принято. Недавно сделанное открытие, что тяготение действует не только на вещество, но и на световые колебания, опровергает почти все эти теории.

Природа гравитации казалась очень таинственной, но вот замечательный факт: в ограниченной области можно создать искусственное силовое поле, которое с такой точностью воспроизводит естественное гравитационное поле, что опытным путем при настоящем состоянии науки нельзя обнаружить различия между ними. Те, кто ищут объяснения силы тяготения, хотят, конечно, найти какую-нибудь модель, которая производит такое же действие; но до Эйнштейна никто, кажется, не подумал о том, что ключ к решению вопроса лежит в этих всем хорошо известных искусственных полях, к рассмотрению которых мы и переходим.

Когда лифт начинает подниматься, то находящиеся в нем лица испытывают своеобразное ощущение, как будто увеличивается их вес. Это ощущение исчезает, как только движение становится равномерным; оно связано только с изменением состояния движения, т. е. с ускорением. Увеличение веса это не только дело ощущения: его можно обнаружить физическими опытами. Обычное лабораторное определение напряжения силы тяжести при помощи Атвудовой машины дало бы большее значение этой величины, если бы его выполнять в лифте, находящемся в ускоренном движении. Пружинные весы показывали бы при взвешивании какого-нибудь предмета больший вес. Снаряды падали бы по обычным законам, но с той разницей, что сила тяжести как будто бы увеличивалась. Вообще, направленное вверх ускорение лифта, по своим механическим действиям, было бы совершенно подобно добавочному гравитационному полю, наложенному на обычно существующее.

Для того, чтобы легче было уяснить себе эквивалентность этих двух полей, рассмотрим тот случай, когда созданное выше-указанным способом искусственное поле как раз компенсирует

гравитационное поле земли. В книге Жюль Верна „Путешествие вокруг Луны“ речь идет о приключениях трех людей, которые поместились внутри огромного ядра, при чем этим ядром зарядили пушку и выстрелили. Автор очень подробно описывает их забавные переживания, когда их вес совершенно исчез в нейтральной точке, в которой компенсируются притяжения земли и луны. Но на самом деле, они уже с того момента, как ядро покинуло земную атмосферу, и во всё время путешествия не должны были бы испытывать чувства веса. Снаряд свободно подчинялся силе тяжести, и это же относится к пассажирам. Когда пассажир выпускал из рук тарелку, то она не могла „упасть“, потому что она уже и без того падала, и, поэтому, она оставалась как бы подвешенной в том же положении.

Легко видеть, что мы не будем испытывать ощущения веса, если мы будем свободно двигаться, подчиняясь силе тяжести; эти ощущения появляются только, если имеется какое-нибудь препятствие, мешающее нашему падению. Таким образом, ощущение веса вызывается, собственно, полом или столом, которые не дают нам падать. Правильно было бы сказать, что мы никогда не чувствуем силы тяжести земли; мы чувствуем только бомбардировку подошв наших ботинок молекулами пола или почвы и вызываемый этим импульс, распространяющийся вверх по нашему телу. Это обстоятельство имеет большое значение, так как представление о том, что сила тяготения есть что-то такое, что может быть ощущаемо, предрасполагает нас к материалистической точке зрения на ее природу.

Другой пример искусственного силового поля дает нам центробежная сила, связанная с вращением земли. Почти во всех таблицах физических постоянных можно найти табличку значений „ g “, ускорения силы тяжести, для разных широт. Но приведенные там значения не относятся целиком к силе тяжести; это суть результирующие силы тяжести и центробежной силы, происходящей от вращения земли. Эти две силы так сходны по своим действиям, что для практических целей физики не считают нужным отделять одну из них от другой.

Искусственные силовые поля, подобные приведенным, получают также, когда аэроплан изменяет направление своего движения или скорость, и одна из трудностей воздушной навигации состоит в невозможности отделить эту силу от силы тяготения земли, с которой она комбинируется. Летчика-практика обыкновенно не приходится долго убеждать в том, что сила относительна.

Для того, чтобы найти то общее, что лежит в основе этих искусственных силовых полей, вернемся к четырехмерному миру пространства-времени. Наблюдатель движется по некоторому пути этого мира; этот путь не должен быть обязательно прямым. Нужно помнить, что понятие прямой в четырехмерном мире обозначает нечто большее, чем прямая линия в пространстве; для того, чтобы

какой-нибудь путь можно было назвать прямым в четырехмерном пространстве, нужно, чтобы и скорость движения была равномерна, так как скорость определяет наклон пути по отношению к оси времен.

Наблюдатель, находящийся в ускоренно двигающемся лифте, поднимается в первую секунду, скажем, на 1 фут, в первые две на 4 фута, в первые три на 9 футов и так далее; если это движение изобразить на диаграмме, т. е. нанести на нее точки $x = 1, t = 1$; $x = 2, t = 4$; $x = 3, t = 9$, то мы получим кривую линию. Но вот движение лифта становится равномерным, и линия на диаграмме делается прямой. Пока путь был кривым (ускоренное движение), наблюдатель воспринимал силовое поле; это поле исчезло, когда путь сделался прямым (равномерное движение).

Наблюдатель, находящийся на земле, совершает вследствие вращения земного шара в течение суток путешествие по некоторой окружности; соответствующий путь в четырехмерном мире, если ввести в рассмотрение время, будет спиралью. Для наблюдателя, находящегося на северном полюсе, этот путь изображается прямой линией, и в этом случае центробежная сила равна нулю.

Ясно, что искусственное силовое поле связано с кривизной пути, и мы можем высказать следующее правило:

Если путь наблюдателя в четырехмерном мире искривлен, то он воспринимает искусственное силовое поле.

Наблюдатель не только ощущает силовое поле, но может его обнаружить при помощи физических измерений, при том, конечно, условии, что при вычислении результата этих измерений не вводятся поправки на кривизну пути. Конечно, если наблюдатель, находящийся в лифте, знает, что он движется ускоренно и что это влияет на результаты его измерений, и вводит соответствующие поправки, то этим самым он исключает искусственное поле. Оно существует только в том случае, если он не замечает своего ускорения или не хочет его принимать во внимание.

Центробежную силу часто называют „нереальной“. С точки зрения наблюдателя, который не принимает участия в движении земли, центробежной силы нет. Она существует только для земного наблюдателя, который слишком ленив для того, чтобы принять во внимание влияние вращения земли на явления. Обыкновенно думают, что этой своей „нереальностью“ центробежная сила коренным образом отличается от какой-нибудь „реальной“ силы, вроде силы тяготения; однако, если мы попробуем спросить себя, в чем заключается это отличие, то мы не найдем для него никаких оснований. Центробежную силу можно заставить исчезнуть, если выбрать такого наблюдателя, который не вращается вместе с землей; гравитационную силу можно заставить исчезнуть, если выбрать в качестве наблюдателя пассажира падающего снаряда Жюль Верна. Если критерием нереальности силы считать возможность ее устранения при помощи выбора подходящего на-

блюдателя, то сила тяготения так же нереальна, как и центробежная сила.

Нам могут возразить, что мы представили всё дело не совсем правильно. Если мы выбираем невращающегося наблюдателя, то центробежная сила исчезает полностью и повсюду; если мы берем пассажира снаряда, то гравитация исчезает в непосредственной близости от него, но он мог бы заметить, что, хотя предметы, которые он выпускает из рук, не получают никакого ускорения по отношению к нему, предметы, находящиеся по другую сторону земли, падают по направлению к нему; он нисколько не освободился от силового поля, он только удалил его из непосредственно примыкающей к нему части пространства, но нагромоздил его в другие места. Таким образом, гравитация может быть, как будто, удалена только из одного определенного места, а центробежная сила может быть устранена совсем. Но это рассуждение ошибочно: оно принимает, что гравитационную и центробежную силу можно отделить экспериментально одну от другой; оно заранее предполагает то отличие, существование которого мы отрицаем. Нужно рассматривать поле, полученное в результате взаимодействия обоих полей, гравитационного и центробежного, потому что только его и можно наблюдать; от этого результирующего поля ни один из наших наблюдателей целиком освободиться не может. У каждого получается некоторое остаточное поле. Невращающийся наблюдатель заявляет, что он освободился от „нереальной“ части, а то, что осталось (обычное гравитационное поле), он считает реально существующим. Мы не видим оснований для такого утверждения; Жюльверновский наблюдатель мог бы с таким же правом заявить то же самое.

Я не отрицаю, что отделение центробежной силы от гравитационной, которое является общепринятым, имеет для математических вычислений много преимуществ. Если бы это было не так, то его бы не употребляли так долго. Но это — только чисто математическая операция, не имеющая основания в физике, а часто случается, что разложение математического выражения на сумму двух членов различной природы, хотя и полезно при рассмотрении элементарных вопросов, оказывается непригодным там, где требуется большая точность, потому что при этом приходится принимать во внимание еще небольшие члены, которые тесно связаны с обоими слагаемыми.

Механика Ньютона основывается на предположении, что существует некоторый сверх-наблюдатель. Если он ощущает силовое поле, то сила эта реально существует. Существа менее значительные, вроде пассажиров падающего снаряда, держатся других взглядов, но они являются жертвами иллюзии. Такого сверх-наблюдателя имеет в виду математик, когда он начинает изложение какого-нибудь механического вопроса словами: „Возьмем прямоугольные оси Ox , Oy , Oz , не обладающие ускорением“... Не обла-

дающие ускорением *бси* — это измерительный прибор сверх-наблюдателя.

Возможно, что существует сверх-наблюдатель, точка зрения которого должна быть признана самой правильной или, по меньшей мере, самой простой. Общество ученых рыб, вероятно, согласилось бы с тем, что явления лучше всего могут быть описаны с точки зрения рыбы, находящейся в покое по отношению к океану. Но механика теории относительности исходит из того, что нет никаких оснований допустить существование сверх-наблюдателя, находящегося в каких-нибудь особых условиях, точке зрения которого следует отдавать предпочтение перед всеми другими. Все наблюдатели равноправны. Рассмотрим наблюдателя *A*, находящегося в снаряде, свободно падающем на землю, и другого наблюдателя *B*, находящегося в такой части пространства, в которой уже не действует сила тяжести. Ни *A*, ни *B* не ощущают вблизи себя никакого силового поля. Однако, в Ньютоновой механике проводится искусственное различие между условиями, в которых они находятся: *B* действительно не находится в силовом поле, в то время как *A* на самом деле находится в силовом поле, но только влияние этого поля нейтрализуется его ускорением. Но что такое ускорение наблюдателя *A*? Первоначально имеется в виду ускорение относительно земли; но можно с таким же правом говорить об ускорении земли по отношению к наблюдателю *A*, и, следовательно, вообще неправильно это ускорение связывать непременно с наблюдателем *A*. В философии Ньютона значение ускорения определяется тем, что это — ускорение по отношению к тому, что мы называли сверх-наблюдателем. Этот самодержец провел плоскости и прямые, делящие пространство, как оно ему представляется. Я боюсь, что пришло время для его отречения.

Предположим, что вся звездная система свободно падает под действием однородного гравитационного поля, вызванного какими-нибудь колоссальными внешними массами, подобно капле дождя, падающего на землю. Отразилось ли бы это как-нибудь на явлениях, которые мы наблюдаем? Нет. Было бы гравитационное поле, но вызванное им ускорение наблюдателя и всех окружающих его предметов создало бы силовое поле, аннулирующее его. Кто же может сказать, что такое абсолютное ускорение?

Мы, поэтому, откажемся от всяких попыток отделить искусственное силовое поле от естественного гравитационного поля и будем употреблять термин гравитационное поле для обозначения того силового поля, которое обнаруживается нашими измерениями. Это поле не абсолютно; всегда, когда мы о нем говорим, имеется в виду определенный наблюдатель.

Во избежание недоразумений мы должны тут же заявить, что в гравитационном действии, производимом тяжелыми массами, есть нечто такое, что отличает ту область, в которой это действие проявляется, от тех областей, где этого действия нет. Теория, ко-

торая не считалась бы с этим, противоречила бы здравому смыслу. Наше рассуждение показало только то, что признаки, характерные для областей, расположенных вблизи материальных тел, заключаются не в наличии гравитационного поля; эти признаки должны быть более сложного характера. В своем месте мы постараемся выяснить природу этого сложного воздействия вещества на условия мира.

Приведенное выше правило, согласно которому наблюдатель чувствует искусственное силовое поле, если он уклоняется от прямолинейного пути, должно теперь быть заменено другим. Теперь нам нужно правило, которое бы говорило нам, когда он вообще чувствует какое-нибудь поле; ведь, прежнее правило потеряло свой смысл, так как мы уже не считаем понятие о прямом пути абсолютным. То, что представляется равномерным и прямолинейным движением наблюдателю, вращающемуся вместе с землей, не будет казаться таковым невращающемуся наблюдателю, который будет принимать в расчет кривизну пути, обусловленную этим вращением. Мы решили, что эти два наблюдателя равноправны и что их суждения заслуживают одинакового доверия. Прямая линия в пространстве-времени не является, поэтому, абсолютным понятием и может быть определена только относительно некоторого наблюдателя.

Мы видим, что пока наблюдатель и его измерительные приборы не являются связанными какими-нибудь внешними воздействиями (т. е. свободно падают), силовое поле в области, непосредственно окружающей их, исчезает. Если только он оказывается отклоненным от своего естественного пути, он обнаруживает, что он находится в силовом поле. Если оставить в стороне вопрос о движении тел, несущих электрический заряд (который требует более глубоких исследований), то наблюдатель может покинуть свой собственный путь только в том случае, когда он встречает препятствия в виде столкновения с материальными телами, например, в виде бомбардировки подошв его ботинок молекулами пола. Мы можем сказать, что тело не покидает своего естественного пути без видимой причины, и каждое силовое поле, которое возникает вокруг наблюдателя, есть результат того, что он покинул свой естественный путь по такой причине. Такое поле не заключает в себе ничего таинственного; это только отражение на явлениях того обстоятельства, что на пути наблюдателя встретились препятствия; точно так же, как мелькание домов и заборов в окне железнодорожного вагона есть отражение нашего движения вместе с поездом.

Итак, мы должны обратить внимание на естественные пути, по которым тела движутся, когда они не встречают препятствий; эти пути, повидимому, отмечены в четырехмерном пространстве какими-то абсолютными свойствами; здесь нет речи о наблюдателе, путь тела в мире не зависит от того, кто на него смотрит.

Разные наблюдатели будут различно описывать этот путь: один будет считать его прямым, другой — параболическим, третий — извилистым; но это с абсолютной точки зрения одна и та же кривая.

Мы, конечно, не можем рассчитывать, не опираясь на экспериментальные данные, предугадать природу этих путей, но мы можем попытаться выяснить, достаточны ли те знания о четырехмерном мире, которыми мы уже обладаем, для того, чтобы выделить в четырехмерном пространстве определенные пути такого рода*), или же окажется необходимым ввести новые гипотезы. Мы сейчас увидим, что наши знания уже достаточны для этого. В предыдущем нам приходилось иметь дело только с одним количеством, которое является независимым от наблюдателя и имеет, поэтому, абсолютное значение в мире, именно с интервалом между двумя событиями в пространстве и времени. Возьмем какие-нибудь два достаточно удаленные одно от другого события P_1 и P_2 . Их можно соединять при помощи различных путей и затем можно измерить длину каждого из этих путей; это следует понимать в том смысле, что нужно взять на выбранном пути большое количество промежуточных точек, измерить интервалы между каждыми двумя соседними точками и взять сумму всех этих интервалов. Это вполне аналогично способу измерения длины извилистой дороги на карте при помощи нитки. Полученное таким способом количество, которое мы будем называть интервальной длиной данного пути, имеет абсолютное значение, так как все наблюдатели получили бы одинаковые результаты при измерении каждого из частичных интервалов между двумя соседними точками. Отсюда следует, что если среди всех возможных путей между P_1 и P_2 есть один, который короче (в смысле интервальной длины) всех остальных, то он будет один и тот же для всех наблюдателей.

Это дает нам способ определить в пространстве-времени некоторые пути, которые можно охарактеризовать абсолютными свойствами, и мы сделаем попытку отождествить их с естественными путями свободно движущихся частиц.

В одном отношении мы сделали оплошность. А. Робб указал на тот странный факт, что существует не некоторый единственный кратчайший путь, а единственный длиннейший путь**). Можно указать любое количество путей от P_1 к P_2 с интервальной длиной, равной нулю; но есть один и только один путь максимальной длины. Это связано с особенностями нашей геометрии,

*) Т. е. отличающиеся от всех других некоторыми абсолютными признаками. *Прим. пер.*

**) Мы здесь принимаем, что P_2 является будущим событием по отношению к P_1 , так что материальная частица может перейти из P_1 в P_2 . Если бы P_1 и P_2 были расположены, как O и P' на черт. 3, то интервальная длина была бы мнимой, и существовал бы кратчайший путь.

в основную формулу которой входят отрицательные члены. На основании формулы (1) стр. 53 видно, что если

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = (t_2 - t_1)^2,$$

то-есть если расстояние, пройденное в пространстве, равно расстоянию, пройденному во времени, то s равно нулю. Это будет в том случае, если скорость равна единице, т. е. равна скорости света. Для того, чтобы пройти из P_1 в P_2 по пути нулевой интервальной длины, мы просто должны двигаться со скоростью света и, если нужно (чтобы не прийти в P_2 раньше времени) кружиться около P_2 , пока не наступит тот момент, когда мы должны туда прийти. С другой стороны, очевидно, существует верхняя граница для интервальных длин всех путей, соединяющих два данных события, потому что каждое из тех слагаемых, в виде суммы которых получается s , всегда меньше, чем соответствующая часть промежутка времени $t_2 - t_1$, и следовательно, s не может быть больше, чем $t_2 - t_1$.

Более наглядное представление об интервальной длине пути некоторой частицы можно получить при помощи следующей физической интерпретации этого количества: это — время, измеренное часами, находящимися на этой частице. Оно называется собственным временем и, конечно, вообще не совпадает с тем, как это время определит независимый от частицы наблюдатель. Чтобы доказать это, заметим, что, на основании уравнения (1), из $x_2 = x_1$, $y_2 = y_1$ и $z_2 = z_1$ следует $s = t_2 - t_1$. Условия $x_2 = x_1$ и т. д. обозначают, что частица остается неподвижной с точки зрения того наблюдателя, который измеряет x , y , z и t ; это легче всего обеспечить, поместив наблюдателя на самую частицу; но тогда интервальная длина s будет равна $t_2 - t_1$, а это и есть длина промежутка времени по его часам.

Собственное время, вообще говоря, заменяет интервальную длину; и мы можем им пользоваться вместо этой последней; но нужно признаться, что употребление этого термина безусловно правильно только в тех случаях, когда речь идет о естественном пути. Для другого пути неудобство определения интервальной длины, как времени, измеренного часами, движущимися по этому пути, заключается в том, что никакие часы не будут двигаться по такому пути без нарушения законов природы. Мы можем принудить их двигаться по этому пути при помощи непрерывного ряда ударов; но такое обхождение с часами может оказаться мало полезным для правильности их хода. Первоначальное определение при помощи уравнения (1) является более общим.

Мы теперь можем формулировать предлагаемый закон движения: Каждая частица движется так, что между любыми двумя событиями она проходит по пути наибольшей интервальной длины, поскольку она не встречает препятствий в виде столкновений с другими частицами или в виде электрических сил. Никто не

скажет, что это трюизм вроде первого закона движения Ньютона. Оговорка, которая здесь делается, не включает в себе ссылки на такое, принимаемое без определения, понятие, как сила, под которое можно подвести всё, что угодно, и этим формально обеспечить справедливость закона. Мы делаем оговорку только для столкновений с материальными телами и для электромагнитных воздействий, при чем последние пока вообще находятся вне сферы нашего рассмотрения.

Рассмотрим в качестве примера следующие два события в пространстве-времени: положение земли в теперешний момент и её положение сто лет тому назад. Обозначим эти события через P_2 и P_1 . В промежуток между ними земля, не встречавшая препятствий в виде столкновений с какими-либо материальными телами, двигалась так, что её путь от P_1 к P_2 (или, если угодно, что её собственное время за этот промежуток) был наибольшим. В причудливой геометрии той части пространства-времени, через которую этот путь проходит (эта геометрия несомненно связана каким-то образом с существованием в этой области огромного тела — солнца) длиннейший путь представляет из себя спираль — окружность обычного пространства, развернутую в спираль благодаря непрерывному перемещению во времени. Всякий другой путь имел бы меньшую интервальную длину.

Таким образом, изучение силового поля сводится к геометрии. Это до известной степени шаг назад; мы принимаем Кеплеровский способ описания гравитационного поля солнца вместо Ньютоновского. Но мы вернулись назад для того, чтобы пойти вперед в новом направлении. Полное описание силового поля мы будем иметь, если будут указаны пути частиц, пущенных всеми возможными способами. Чтобы выразить эту трудно поддающуюся обзору массу деталей в единой картине, мы принимаем геометрию, в которой пути наибольшей длины служат фактическими путями частиц. Остается только в сжатом виде изложить законы этой геометрии. Переход от механической к геометрической теории силовых полей не имеет такого основного значения, как это может показаться с первого взгляда. У нас, правда, теперь механика становится как бы ветвью натуральной геометрии, но нужно вспомнить, что, с другой стороны, самоё натуральную геометрию следует рассматривать, как ветвь механики, так как мы в ней имеем дело с поведением материальных измерительных приборов.

Мы употребили термин „причудливая геометрия“. Действительно, как иначе можно назвать геометрию, в которой самый длинный путь может быть спиралью, вроде той, которую описывает земля.

Очевидно, мы имеем здесь дело с не-Евклидовой геометрией. В Евклидовой геометрии кратчайшим путем всегда служит прямая линия; в слегка видоизмененной Евклидовой геометрии, о которой шла речь в главе III, прямая линия является длиннейшим путем. Положение вопроса о не-Евклидовой геометрии было выяснено в

Прологе; там было показано, что нет никакой причины оказывать предпочтение геометрии Евклида, если в ее пользу не говорят наблюдения. Уравнение (1) стр. 53 соответствует Евклидовой (или семи-Евклидовой) геометрии, которую мы принимали до сих пор; нам придется изменить его, если мы примем не-Евклидову геометрию.

Но здесь нам могут возразить, что геометрия, к которой мы пришли в главе III, не была произвольным теоретическим построением. Она получилась в результате синтеза измерений, производимых при помощи часов и масштабов всевозможными наблюдателями, движущимися прямолинейно и равномерно друг относительно друга; мы не можем произвольно изменять ее, чтобы приспособить к поведению движущихся материальных тел вроде земли. Мы на это ответим, что в самом худшем случае, если бы нам не удалось примирить геометрию, основанную на измерениях при помощи часов и масштабов, с геометрией, основанной на естественных путях движущихся частиц, если бы нам пришлось остановиться на одной из них, то следовало бы предпочесть употребление геометрии, основанной на рассмотрении путей движущихся частиц. Свободное движение частицы — это пример самого простого явления, которое можно себе представить; оно неразложимо, в то время как каждое показание часов, каждый отсчет по масштабу связаны, очевидно, с целым рядом сложных явлений, полное знакомство с которыми предполагает знание материальной структуры вещества. Каждая из двух рассматриваемых геометрий была бы правильной в своей сфере; но изучение и знание геометрии движущихся частиц имело бы гораздо более важное значение. Но оказывается, что нам, вероятно, вовсе не придется делать такого выбора; часы, масштабы, движущиеся частицы, световые колебания дают одну и ту же геометрию. Этого, впрочем, можно было ожидать, так как в часах должны быть какие-нибудь движущиеся части.

Формула, подобная уравнению (1), основанная на опытных данных, может быть проверена только с известным приближением. В известных пределах всегда можно будет внести изменения. Оказывается, что свободное движение частицы является гораздо более чувствительным способом для исследования пространства-времени, чем какие бы то ни было измерения, которые можно произвести при помощи масштабов и часов. Если мы на основании тех точных данных, которые мы получаем из наблюдений над движениями частиц, захотим исправить нашу формулу, то мы увидим, что поправки, которые нужно в нее внести, так малы, что ни при каких измерениях, производимых помощью часов и масштабов, они не могут иметь заметной величины. До сих пор указан только один случай, где, пожалуй, можно будет заметить эти изменения; это относится к поведению часов на поверхности солнца, но соответствующий опыт представляет большие трудности, и до сих пор еще не получены окончательные результаты. Итак, геометрия пространства-времени, основанная на движениях частиц, находится

в согласии с геометрией, основанной на более грубых наблюдениях — на измерениях, произведенных помощью часов и масштабов; но если бы дальнейшие опыты обнаружили между ними разногласие, то мы все-таки придерживались бы движущейся частицы, как более простого явления.

На то изменение, которое мы теперь предлагаем сделать, можно посмотреть еще с другой точки зрения. Уравнение (1) есть синтез опытов всех наблюдателей, движущихся равномерно. Но равномерное движение обозначает, что их пути в четырехмерном пространстве суть прямые линии. Мы должны предположить, что наблюдатели движутся по своим естественным путям, потому что в противном случае они испытывали бы силовое поле и, конечно, приняли бы его во внимание в своих вычислениях, так что свели бы дело к естественным путям. Итак, если мы из уравнения (1) выводим, что естественные пути суть прямые линии, то мы только получаем из него то, что мы раньше в него вложили.

Очевидно, мы должны внести некоторые изменения в правила, при помощи которых мы определяем интервальную длину. До сих пор мы для этого непосредственно применяли формулу (1); теперь мы тоже будем пользоваться ею, но только в некоторых специальных случаях. Мы увидим, что те ограничения, которые мы введем, не создадут каких-нибудь затруднений для измерения интервалов.

Для того, чтобы выяснить, в чем дело, не вдаваясь в подробности специально математического характера, приведем следующие соображения. Предположим, что для некоторой области пространства-времени возможен такой наблюдатель, которому естественные пути представляются в виде прямых линий и для которого, следовательно, уравнение (1) удовлетворяется в точности. Для другого (ускоренного) наблюдателя пути будут представляться искривленными, и это уравнение не будет удовлетворяться. Таким образом, в лучшем случае оно может иметь силу только для одной специально подобранной группы наблюдателей. Но в некоторых случаях ни одного такого наблюдателя указать нельзя; такие случаи представляются только там, где приходится вводить в рассмотрение гравитационное поле. Там, где силы нет, пути всех частиц суть прямые линии, как этого требует прежняя геометрия. Но в любой малой области мы можем выбрать наблюдателя (падающего свободно), с точки зрения которого сила равна нулю и, следовательно, справедлива первоначальная формула.

Таким образом, правила определения интервала нужно изменить только введением следующих новых условий: (1) измеряемый интервал должен быть мал, и (2) масштабы и часы, употребляемые для измерений, должны свободно падать. Второе условие является совершенно естественным, потому что, если бы мы не предоставили нашим аппаратам возможности свободно падать, мы должны были бы принимать в расчет те напряжения, которые они испытывают в силовом поле. Первое же условие не вызывает

серьезных неудобств, потому что, если измерению подлежит большой интервал, его можно разбить на большое число малых частей и измерить каждую из них в отдельности. Таким приемом часто приходится пользоваться в математике; он носит название интегрирования. Чтобы подчеркнуть, что наша формула строго справедлива только для исчезающе малых интервалов, вводят новые обозначения и пишут её так:

$$ds^2 = -dx^2 - dy^2 - dz^2 + dt^2; \quad (2)$$

здесь под dx нужно разумеать весьма малую разность $x_2 - x_1$ и т. д. То условие, что измерительные аппараты не должны подвергаться воздействию силового поля, можно хорошо иллюстрировать при помощи следующего парадокса Эренфеста. Рассмотрим колесо, находящееся в быстром вращении. Каждая часть окружности движется в направлении своей длины; мы ожидаем, что она испытает сокращение Фитцджеральда, соответствующее скорости её движения; каждая часть радиуса движется в направлении, поперечном относительно своей длины, и, следовательно, нет оснований ожидать сокращения радиуса. Выходит поэтому так, как будто обод колеса должен сокращаться, а спицы оставаться неизменными, когда мы приводим колесо во вращение. Это заключение явно неправильно, потому что мы никогда не замечаем у вращающегося колеса наклонности коробиться — что было бы единственным способом примирить одно с другим эти условия. Дело объясняется следующим образом: в приведенном рассуждении не принято во внимание, что те результаты, на которые мы ссылались, применимы собственно только к телам, не испытывающим напряжения, которые не имеют ускорения относительно естественных путей в пространстве. Каждая часть обода колеса имеет радиальное ускорение, и это отражается на том, как изменяется её длина. В тех случаях, когда, на ряду со скоростями, приходится рассматривать и ускорения, нужно для решения вопросов об изменении длины обратиться к другой, более сложной теории.

Резюмируем сказанное: интервал между двумя (близкими) событиями есть некоторое количество, имеющее абсолютное значение в природе. Путь между двумя (отдаленными) событиями, который имеет самую большую интервальную длину, должен, поэтому, иметь абсолютное значение. Такие пути называются геодезическими линиями. Геодезические линии можно, так сказать, проводить на самом деле, потому что это пути частиц, которые движутся, не встречая материальных препятствий. Проводя эти геодезические линии, т. е. следя за движением свободных частиц, мы лучше всего можем изучить характер натуральной геометрии мира. Вспомогательным методом изучения могут служить измерения, производимые помощью масштабов и часов; если они не испытывают напряжений, то при их помощи можно измерять небольшие интервалы, пользуясь формулой (2).

Тождественность этих двух методов исследования геометрии мира связана с одним принципом, который теперь должен быть высказан в определенной форме. Мы сказали, что никакие опыты не могли обнаружить различия между гравитационным полем и искусственным силовым полем, вроде поля центробежной силы. Но это не значит, что было доказано, что такого различия не существует. Когда на основании отрицательных результатов опытов мы делаем некоторое общее заключение, то нужно стараться, чтобы всё было высказано до конца. То общее положение, которое мы предлагаем принять, известно под названием Принципа Эквивалентности.

Гравитационное силовое поле в точности эквивалентно некоторому искусственному силовому полю, так что в любой малой области невозможно при помощи каких бы то ни было опытов отличить одно от другого.

Другими словами, сила есть чисто относительное понятие.

ГЛАВА V

ВИДЫ ПРОСТРАНСТВА

Теперь нетрудно видеть, как опасно догматически утверждать, что аксиома, основанная на опыте, относящемся к ограниченной области, имеет всеобщее значение. Это может повести к тому, что какое-нибудь возможное объяснение явлений останется совершенно незамеченным нами или что мы отвергнем такое объяснение, если оно будет предложено кем-нибудь другим. Гипотезе, что пространство не гомолоидально (плоско) и что его геометрический характер может изменяться с временем, быть может, суждено, а, быть может, и нет, играть большую роль в физике будущего; во всяком случае мы не можем отказаться от того, чтобы рассматривать ее, как возможное объяснение физических явлений, только потому, что она находится в противоречии с общераспространенной догматической верой в универсальность некоторых геометрических аксиом — верой, которая возникла на почве длящегося столетиями безотчетного поклонения гению Евклида.

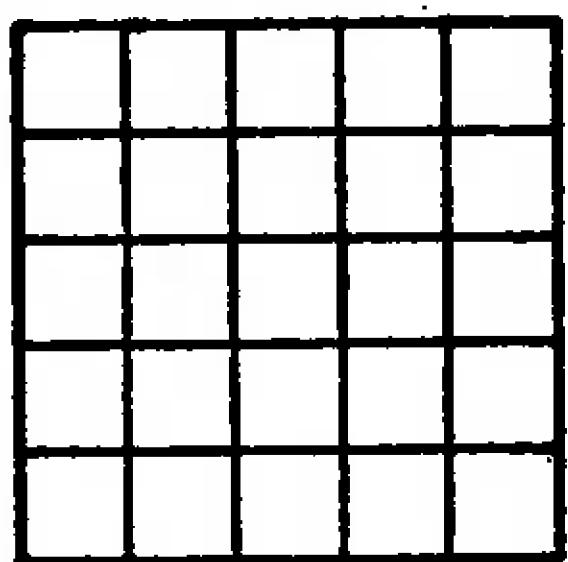
В. Клиффорд (и К. Пирсон). Здравый смысл точных наук.

На любой поверхности положение точки может быть задано при помощи двух независимых чисел или „координат“. Поэтому всякую поверхность, плоскую или искривленную, называют двумерным пространством. Точки трехмерного пространства могут быть заданы тремя, а точки четырехмерного пространства-времени четырьмя числами или координатами.

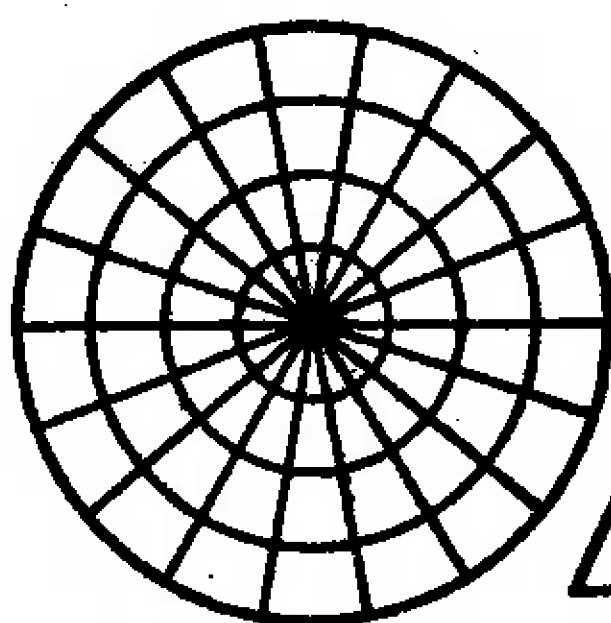
Чтобы можно было двумя числами определять положение точки на поверхности, удобно поступить следующим образом: при помощи сети, состоящей из двух систем взаимно пересекающихся линий, разделим поверхность на клетки. Перенумеруем линии каждой системы или, еще лучше, полосы между ними; тогда каждой клетке соответствуют два числа, по одному из каждой системы, и этими двумя числами клетка может быть вполне определена. Если взять достаточно густую сеть, то любая точка может быть задана с требуемой степенью точности. Этот способ употребляется, например, Управлением Почтовой Конторы в Лондоне, для того чтобы облегчить разыскивание улиц на плане города. Точка (4,2), например, будет точка, находящаяся в той клетке, в которой пересекаются полоса № 4 первой системы с полосой № 2 второй системы. Если такое указание окажется недостаточно точным, то придется разделить полосу № 4 на десять узких полос, которые можно обозначить числами 4·0; 4·1 и т. д. Это подразделение можно продолжать до тех пор, пока клетки не сделаются настолько малыми, что все точки в одной клетке можно будет считать тождественными в пределах точности опытов.

На диаграммах чертежей 10, 11 и 12 представлены три из многих типов сетей, которые обычно употребляются на плоской поверхности.

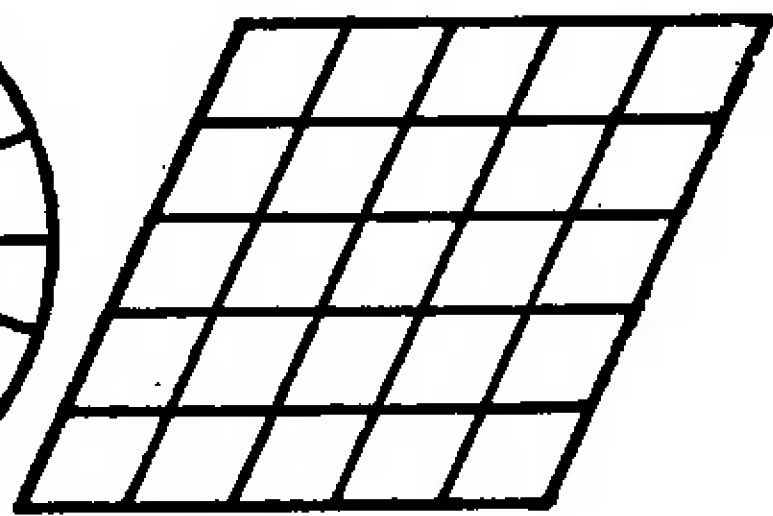
Если мы станем говорить о свойствах треугольника, образованного точками (1,2), (3,0), (4,4), то нас сейчас спросят, какой сетью мы пользуемся? Никто не может составить себе представления о треугольнике, пока это указание не дано. Но если мы будем говорить о свойствах треугольника со сторонами, равными



Черт. 10.



Черт. 11.



Черт. 12.

2, 3 и 4 сантиметрам, то каждый, имеющий масштаб, может нарисовать такой треугольник и следить за нашим рассуждением. О расстоянии между двумя точками можно говорить без всякого отношения к сети. Поэтому важно, если мы употребляем такую сеть, найти формулы, связывающие абсолютное расстояние с координатами, соответствующими этой сети.

При пользовании сетями более сложных типов большое упрощение получается, если мы согласимся удовлетвориться формулой для очень коротких расстояний. Зная такую формулу для малых расстояний, математик, без всяких затруднений, может находить и большие расстояния при помощи процесса, называемого интегрированием. Мы обозначим через ds расстояние между двумя соседними точками, через x_1 и x_2 два числа, определяющие положения одной из них, через dx_1 и dx_2 небольшие разности между этими числами и числами, определяющими положение второй точки. Но когда мы пользуемся, в частности, одной из сетей, приведенных на диаграммах, то мы обыкновенно заменяем x_1 и x_2 специальными, освященными привычкой, символами; а именно, в случае черт. 10 мы обозначаем координаты через x и y , а в случае чертежей 11 и 12 соответственно через (r, ϑ) и (ξ, η) .

В геометрии выводятся для расстояний следующие формулы: Для прямоугольных координат (x, y) , черт. 10,

$$ds^2 = dx^2 + dy^2.$$

Для полярных координат (r, ϑ) , черт. 11,

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\vartheta^2.$$

Для косоугольных координат (ξ, η) , черт. 12,

$$ds^2 = d\xi^2 - 2k d\xi \cdot d\eta + d\eta^2,$$

где k есть косинус угла между направлениями линий обеих систем.

В качестве примера сети на кривой поверхности мы можем взять сеть, образуемую параллелями и меридианами на сфере; в этом случае координаты носят, как известно, название широты β и долготы λ . Формула, выражающая расстояние, имеет вид:

$$ds^2 = d\beta^2 + \cos^2\beta d\lambda^2.$$

По этим выражениям для ds^2 можно узнать, с какой системой координат мы имеем дело, и в сущности этот способ является единственным. Может показаться странным, как наблюдатель, даже на мгновение, может сомневаться, имеет ли он дело с такой сетью, какая изображена на чертеже 10, или на чертеже 11. С одного взгляда видно, что на чертеже 11 изображена не так называемая прямоугольная сеть. Но этим взглядом он производит измерения на глаз, то есть определяет для разных пар точек значение ds и замечает, как эти значения связаны с числом полос между этими точками. Фактически он пробует, какая из формул для ds подходит к данному случаю. Впродолжение столетий люди не знали наверное, является ли земля плоской или круглой—пользуются ли они прямоугольной системой координат или какой-нибудь сферической системой. В некоторых случаях наблюдатель принимает координатную сеть вслепую и только много позже убеждается при помощи точных измерений, что ds не удовлетворяет той формуле, которую он принял,—что он имеет дело с координатной системой не совсем такой природы, как он думал. В других случаях он сознательно задается целью построить сеть некоторого определенного типа, например, систему прямоугольных координат; он строит прямые углы и проводит прямые линии, но эти построения можно рассматривать, как измерения, при помощи которых узнают, как должны идти линии сети, и, следовательно, правила построения сети приводятся к формуле, связывающей его измерения ds с x' ом и y' ом.

Употребление приведенных выше различных специальных обозначений для разных типов координат, таким образом, предвосхищает некоторое знание, которое может быть получено только из вида формулы для ds^2 . Для того, чтобы не выдать преждевременно этой тайны, лучше всего употреблять во всех случаях символы x_1 и x_2 . В тех четырех случаях, которые мы до сих пор рассматривали, мы будем иметь следующие соотношения:

$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2$	(прямоугольная система),
$ds^2 = dx_1^2 + x_1^2 dx_2^2$	(полярная система),
$ds^2 = dx_1^2 - 2k dx_1 dx_2 + dx_2^2$	(косоугольная система),
$ds^2 = dx_1^2 + \cos^2 x_1 dx_2^2$	(широта и долгота).

Если мы имеем какую-нибудь сеть и хотим узнать её природу, мы должны произвести ряд измерений расстояний между смежными точками (x_1, x_2) и $(x_1 + dx_1, x_2 + dx_2)$ и попробовать, какая формула подходит. Если мы найдем таким образом, что ds^2 всегда равно, например, $dx_1^2 + x_1^2 dx_2^2$, то мы будем знать, что наша сеть подобна той, которая изображена на черт. 11, и что x_1, x_2 суть те координаты, которые обыкновенно обозначают через r и ϑ . После этого можно уже не говорить, что мы употребляем систему полярных координат, потому что это утверждение ничего не прибавляет к тому, что мы знаем, т. е. к тому, что содержится в формуле. Сказать, что мы употребляем полярную систему, значит только дать название тому, что мы делаем; впрочем, и название играет известную роль: оно напоминает нам некоторые знакомые свойства, на которые мы бы иначе не обратили внимания.

Например, для полярной системы координат характерно, что существует только одна точка, в которой x_1 (или r) равно 0, в то время как в других системах существует целая линия, во всех точках которой $x_1 = 0$. Это, впрочем, сразу видно из формулы, потому что, если бы мы имели две точки, для которых было бы $x_1 = 0$ и $x_1 + dx_1 = 0$, то мы бы имели

$$dx_1^2 + x_1^2 dx_2^2 = 0,$$

т. е. расстояние ds между этими точками исчезало бы и, следовательно, они бы совпадали.

Все формулы, которые мы применяли в приведенных примерах, можно рассматривать, как частные случаи одного общего выражения

$$ds^2 = g_{11} dx_1^2 + 2g_{12} dx_1 dx_2 + g_{22} dx_2^2,$$

где g_{11} , g_{12} , g_{22} могут быть постоянные или функции от x_1 и x_2 . Например, в четвертом примере они имеют значения 1, 0, $\cos^2 x_1$. Можно доказать, что все возможные координатные сети приводят к таким формулам для ds^2 , которые являются частными случаями этого общего выражения; таким образом, координатная сеть вполне может быть охарактеризована при помощи трех функций g_{11} , g_{12} , g_{22} ; вид этих функций может быть найден при помощи физических измерений. Эти три количества иногда называются потенциалами.

Мы приходим теперь к очень важному по своим последствиям положению. Формула для ds^2 позволяет нам судить не только о характере координатной сети, но и о природе нашего двумерного пространства, независимой от какой-либо координатной сети. Если ds^2 удовлетворяет какой-нибудь из первых трех формул, то пространство подобно плоской поверхности; если оно удовлетворяет последней формуле, то пространство искривлено подобно поверхности шара. Как бы мы ни пробовали, нам не удастся на плоской (Евклидовой) поверхности, т. е. на обыкновенной плоскости, нанести такую сеть, которой отвечала бы четвертая формула.

Если существо двумерного мира находит, что его измерения согласуются с первой формулой, то оно может согласовать их также со второй и с третьей, выбирая соответствующим образом координатные сети. Но для того, чтобы получить четвертую формулу, оно должно перенестись в совсем другой мир.

Мы видим, таким образом, что существуют различные виды двумерного пространства, при чем каждый вид характеризуется своими метрическими свойствами. Наглядно эти различные двумерные пространства представляются нам в виде различных поверхностей в Евклидовом пространстве трех измерений. Эта картина в некоторых отношениях очень полезна; в других же она может вести к ошибочным представлениям. Метрические соотношения на листе бумаги не меняются, если свернуть бумагу в цилиндр,—конечно, если при всех измерениях оставаться в пределах двумерного мира, который представляет собою поверхность бумаги, и не выходить из него в трехмерное пространство. Формулы совершенно одинаково применимы к плоской и к цилиндрической поверхности; а поскольку в нашей картине между ними существует различие, эта картина может вести к недоразумениям. Но эти формулы неприменимы к шаровой поверхности, потому что плоский лист бумаги нельзя навернуть на шар. Для настоящего двумерного существа нет разницы между цилиндрической и плоской поверхностью; но шаровая поверхность представлялась бы такому существу поверхностью совершенно другого рода, и оно могло бы обнаружить различие при помощи измерений.

Конечно, существует много видов координатных сетей и много видов двумерных пространств, кроме тех, о которых шла речь в приведенных выше четырех примерах. Ясно, что не так легко научиться различать одни виды пространств от других при помощи значений коэффициентов g . Нельзя указать признака, который позволял бы с первого взгляда обнаружить, что первые три формулы все относятся к одному и тому же виду пространства, а четвертая — к пространству другого вида. Однако, при помощи математического исследования удалось установить связь между первыми тремя формулами. Во всех трех случаях коэффициенты g_{11} , g_{12} , g_{22} удовлетворяют некоторому дифференциальному уравнению *), и всякий раз, как это уравнение удовлетворяется, мы имеем дело с поверхностью того же вида.

Этот подход к характеристике различных по существу видов пространств при помощи потенциалов, которые специально относятся к частным случаям координатных сетей, хотя сеть является чем-то случайным по отношению к данному пространству, может показаться очень неуклюжим. Досадно, что мы не можем выразить различие между пространствами в более чистой форме, не примешивая сюда несущественных различий между потенциалами. Но у

*) Дополнения, примечание 4.

нас нет ни слов, ни воображения для описания абсолютных свойств, как таковых. Все физическое знание дается нам не в абсолютном виде, а в отношении к делениям пространства и времени; и чтобы научиться понимать абсолютное, необходимо стараться приблизиться к нему через относительное. Абсолютное может быть определено, как относительное, которое всегда остается тем же самым, независимо от того, относительно чего мы его рассматриваем*). Хотя мы считаем, что оно существует само по себе, мы не можем отвести ему места в нашем знании, не вводя какого-нибудь фиктивного лица, относительно которого мы его рассматриваем, как вводят болвана в карточной игре. В частности, абсолютные различия между пространствами всегда представляются нам отнесенными к некоторой координатной сети, хотя такая сеть есть не что иное, как такой болван, и не имеет никакого отношения к проблеме.

Результаты, полученные для двух измерений, могут быть обобщены и применены к четырехмерному пространству-времени. Вместо расстояний нужно при этом рассматривать интервалы, которые, как читатель, вероятно, помнит, суть количества абсолютные и вследствие этого не зависящие от координатной сети. Разделяя пространство-время на клетки при помощи любой координатной сети, мы должны будем в этом случае характеризовать каждую клетку, как пересечение четырех полос или каналов, а следовательно, каждую точку надо будет задавать четырьмя числами или координатами. По аналогии с рассмотренным случаем двух измерений общая формула в данном случае будет иметь вид

$$ds^2 = g_{11}dx_1^2 + g_{22}dx_2^2 + g_{33}dx_3^2 + g_{44}dx_4^2 + 2g_{12}dx_1dx_2 + 2g_{13}dx_1dx_3 + 2g_{14}dx_1dx_4 + 2g_{23}dx_2dx_3 + 2g_{24}dx_2dx_4 + 2g_{34}dx_3dx_4. \quad (3)$$

Единственная разница заключается в том, что теперь метрические свойства координатной сети характеризуются уже не тремя, а десятью коэффициентами g , или потенциалами. Когда мы задаем определенные значения этих потенциалов, их удобно расположить в следующем виде:

$$\begin{array}{cccc} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ & & g_{33} & g_{34} \\ & & & g_{44} \end{array}$$

Тот вид пространства-времени, который мы подробно рассматривали в главе III, отвечал формуле (2) стр. 76

$$ds^2 = -dx^2 - dy^2 - dz^2 + dt^2$$

*) Ср. стр. 32, где мы провели различие между знанием, которое не отнесено к какому-нибудь определенному наблюдателю, и знанием, которое вовсе не предполагает наблюдателя.

Здесь (x, y, z, t) суть символы, которые обычно употребляются вместо (x_1, x_2, x_3, x_4) , когда мы имеем дело именно с этой координатной сетью, т. е. в качестве четырех координат берем три пространственные прямоугольные координаты и время. Сравнивая эту формулу с общим выражением (3), мы видим, что потенциалы, отвечающие этому частному случаю, могут быть заданы табличкой

$$\begin{array}{cccc} -1 & 0 & 0 & 0 \\ & -1 & 0 & 0 \\ & & -1 & 0 \\ & & & +1 \end{array}$$

Эти значения потенциалов называются „Галилеевскими“. Если потенциалы повсюду имеют эти значения, то пространство-время можно назвать „плоским“, потому что его геометрия такова же, как геометрия плоской поверхности, проведенной в Евклидовом пространстве пяти измерений. Вспоминая то, что мы нашли в случае двух измерений, мы поймем, что при другой сети мы для плоского пространства-времени можем получить совершенно другую систему потенциалов.

Надо ясно понять, что:

(1) Единственный способ узнать, с каким видом пространства мы имеем дело, заключается в рассмотрении значений потенциалов, которые на практике находятся при помощи измерения интервалов,

(2) Различные значения потенциалов не обозначают непременно, что мы имеем различные виды пространства-времени,

(3) Существует некоторое сложное математическое свойство, которое является общим для всех значений потенциалов, относящихся к одному и тому же пространству-времени, и которым не обладают потенциалы, относящиеся к другим видам пространства-времени. Это свойство выражается системой дифференциальных уравнений.

Теперь мы можем показать, что пространство-время, в котором мы живем, не совсем плоско. Если бы оно было плоско, то можно было бы провести координатную сеть, для которой коэффициенты g имели бы Галилеевы значения, и геометрия относительно этих делений пространства и времени была бы та, которую мы рассматривали в главе III. В этой геометрии геодезические линии, т. е. естественные пути частиц, суть прямые. Поэтому, в плоском пространстве-времени закон движения заключается в том, что (при надлежащей системе координат) каждая частица движется равномерно и прямолинейно, пока она не встретит препятствий в виде столкновений с другими частицами. Но ясное дело, что в нашем мире это не так; планеты, например, движутся не по прямым линиям, хотя они не испытывают никаких столкновений. Правда, если мы ограничим наше внимание маленькой областью, вроде помещения внутри Жюльверновского снаряда, то все пути становятся прямыми для некоторого наблюдателя, или, как мы

говорим, он не обнаруживает силового поля. Только в большой области могут проявиться заметным образом те черты, которые отличают одну геометрию от другой. Это нас не должно удивлять, потому что аналогичное обстоятельство имеет место и в случае поверхностей; для того, чтобы узнать, плоска ли данная поверхность или искривлена, мы должны рассмотреть достаточно большую часть ее.

По воззрениям Ньютона, на большом расстоянии от всякого скопления вещества, вне области, куда достигает действие силы тяготения, частицы должны двигаться прямолинейно и равномерно. Таким образом, на больших расстояниях от материальных тел пространство-время стремится сделаться совершенно плоским. На опыте это может быть проверено только с известным приближением, и относительно того, верно ли это в точности, имеются некоторые сомнения. К этому вопросу мы еще вернемся в главе X, а пока примем, вместе с Ньютоном, что пространство-время, на достаточно большом расстоянии от чего бы то ни было, плоско, хотя вблизи материальных тел оно искривлено. Именно это искривление вблизи материи вызывает гравитационное действие.

Подобно тому, как мы представляем себе различные виды двумерных пространств в виде кривых поверхностей в нашем обычном пространстве трех измерений, мы теперь можем представлять себе различные типы четырехмерного пространства-времени в виде различных четырехмерных поверхностей в Евклидовом пространстве пяти измерений. Но это только картина*). Пятое измерение—это не пространство и не время и вообще не что-либо такое, что может быть воспринято; насколько мы знаем, оно вообще не имеет физического смысла. Я бы даже не назвал его математической фикцией, потому что введение его не приносит большой пользы при математическом исследовании этих вопросов. Оно вводится, подобно силовым полям, действующим в пространстве и времени, только для того, чтобы как-нибудь сохранить Евклидову геометрию, которая оказалась неприменимой в ее прежнем виде. Действительное различие между разными типами пространства-времени заключается в том, что они имеют различные геометрии, а вследствие этого и различные значения коэффициентов g . Сказать, что это происходит потому, что они суть четырехмерные поверхности, различно искривленные в Евклидовом пространстве пяти измерений, значит ничего не объяснить. Естественно было бы спросить, почему это пространство пяти измерений—Евклидово, а ответ, по всей вероятности, был бы таков:

*) Для того, чтобы иллюстрировать то свойство, которое мы рассматриваем сейчас, достаточно ввести пятое измерение; но для точного представления геометрии мира необходимо Евклидово пространство десяти измерений [по некоторым новейшим исследованиям как будто можно ограничиться Евклидовым пространством шести измерений (*прим. перев.*)]. Можно спросить, обладает ли Евклидова геометрия такими достоинствами, чтобы стоило заходить так далеко.

это происходит потому, что оно представляет собою плоскость в Евклидовом пространстве шести измерений, и так далее—до бесконечности.

Ценность этого представления сводится для нас к тому, что оно дает нам возможность некоторые важные свойства обозначать привычными терминами, вроде „морщина“, „складка“ или „кривизна“, вместо специально математического термина „дифференциальный инвариант“. Однако, мы должны при этом быть настороже, потому что не все свойства трехмерного пространства непосредственно можно переносить по аналогии на пространства многомерные. Автор очень хорошо помнит время, когда он никак не мог понять, что четырехмерное пространство, „не обладающее кривизной“, не то же самое, что „плоское“ четырехмерное пространство! Трехмерная геометрия не подготовила нас к такого рода неожиданностям.

Мы представляем себе, что пространство-время в гравитационном поле около земли подобно складке или морщинке, но при этом нужно заметить, что мы не можем в точности указать, где эта складка проходит; какую бы мы точку ни взяли, искривление находится где-то около этой точки. В каждой точке эту складку можно загладить, но тогда появляется морщинка где-нибудь в другом месте*). Именно так поступили наблюдатели, находившиеся в Жюльверновском снаряде: они загладили складку внутри снаряда так, что там нельзя было обнаружить силового поля; но от этого дело еще ухудшилось в других местах; по другую сторону земли они бы нашли более интенсивное силовое поле (относительно них).

Существование складки определяется не значениями коэффициентов g в какой-нибудь точке или, что сводится к тому же, силовым полем в этой точке. Оно определяется связью между значениями этих коэффициентов в этой и в соседних точках — изменениями коэффициентов g при переходе от одной точки к другой или, еще точнее, характером изменения этих изменений. Или еще иначе, как мы уже сказали раньше, вид пространства-времени характеризуется дифференциальными уравнениями.

Итак, хотя гравитационное силовое поле не есть нечто абсолютное и может быть как бы подделано или скрыто в любой точке при помощи ускорения наблюдателя или выбора подходящей координатной сети, присутствие тяжелых частиц видоизменяет мир вокруг них абсолютным образом, и это изменение не может быть ни искусственно подделано, ни скрыто. Сила тяготения относительна, но это более сложное проявление гравитации имеет абсолютный характер.

*) То, о чем говорится в последних двух фразах относится не к абсолютной картине мира, а к той или иной координатной сети. В частности, заглаживание складки обозначает выбор такой сети, которая в данной точке не имеет никаких особенностей.

Мы должны теперь поставить вопрос: может ли пространство-время любого математически возможного вида действительно быть осуществлено в природе, в области, не содержащей материи? Предположим, что мы совершенно произвольно задаем в каждой точке значения потенциалов; этим будет определена геометрия некоторого математически допустимого пространства-времени. Но можно ли действительно осуществить такое пространство-время, можно ли так расположить материальные тела вокруг некоторой области, чтобы в ней получилась именно та геометрия, которая задана?

Ответ гласит: в природе (в областях, свободных от материи) может существовать пространство-время только некоторых определенных видов. Закон, который определяет, какие виды допустимы, есть закон тяготения.

В самом деле, так как мы свели теорию силовых полей к геометрии мира, то, если есть какой-нибудь закон, управляющий силовыми полями (в том числе гравитационным полем), он должен налагать на эти геометрии некоторые ограничительные условия.

Если мы спросим себя, чем определяется выбор значений коэффициентов g в каждом частном случае, то мы увидим, что (1) многие системы значений можно отбросить потому, что они никогда в природе не встречаются, (2) другие системы значений, вообще встречающиеся в природе, не соответствуют тому виду пространства-времени, который мы имеем в рассматриваемой задаче, и (3) из остающихся систем значений только одна относится к той специальной координатной сети, которую мы приняли. Мы теперь должны найти закон, по которому производится отбор (1). Каковы критерии, позволяющие решить, какие значения коэффициентов g дают пространство-время, возможное в природе?

При решении этой проблемы Эйнштейн имел только следующие две руководящие идеи:

(1) Так как вопрос идет о том, возможен ли данный вид пространства-времени, то критерии должны относиться к тем свойствам коэффициентов g , которыми отличаются между собою различные виды пространства-времени, а не к тем, которыми отличаются различные координатные сети в одном и том же пространстве-времени. Соответствующие формулы не должны, поэтому, изменяться при изменении координатной сети.

(2) Мы знаем, что плоское пространство-время может встречаться в природе (на больших расстояниях от всяких скоплений вещества). Следовательно, искомому критерию должны удовлетворять любые значения потенциалов, принадлежащие этому виду пространства-времени.

Замечательно, что этих неполных указаний уже было достаточно для того, чтобы почти однозначно определить искомый закон. Конечно, нужно еще посмотреть, оправдывается ли он на опыте.

То обстоятельство, что законы природы совершенно не зависят от координатной сети, можно пояснить подходя к вопросу с другой стороны. Существуют наблюдения, в которых результат совершенно не зависит от того, в каких условиях находится наблюдатель; эти наблюдения заключаются в констатировании полного совпадения двух событий в пространстве и времени. Путь частицы в четырехмерном мире называют иногда ее мировой линией. Мировые линии двух частиц либо пересекаются, либо не пересекаются: это не зависит от точки зрения наблюдателя*). Поскольку наше знание о природе есть знание о пересечении мировых линий,—это абсолютное знание, независимое от наблюдателя. Если мы вникнем в природу наших наблюдений, отделяя то, что мы действительно видим, от того, к чему мы только приходим при помощи умозаключений, то мы найдем, что по крайней мере в случае точных измерений наше знание первоначально построено на пересечениях двух или большего числа мировых линий, т. е. на совпадениях. Например, физик говорит, что он наблюдал ток силой в 5 миллиампер. Это результат умозаключения; на самом деле он наблюдал совпадение стрелки его гальванометра с некоторым делением на шкале. Метеоролог находит, что температура воздуха равна 15° ; на самом деле он наблюдал совпадение конца ртутного столбика с делением 15° на шкале своего термометра. Если бы мы хотели описать исключительно в терминах совпадения даже простейший физический опыт, то получилось бы нечто чрезвычайно сложное и неуклюжее. Абсолютное наблюдение заключается только в констатировании некоторого совпадения, а не в том, когда и где или при каких обстоятельствах оно имеет место. Если мы не хотим прибегать к относительному знанию, то место, время и другие обстоятельства совпадения должны быть, в свою очередь, описаны при помощи совпадений. Но в таком случае совершенно ясно, что, если бы нам удалось построить модель, в которой были бы представлены все мировые линии и их пересечения в том порядке, в котором они действительно имеют место, при чем в остальном ход мировых линий может быть изображен совершенно произвольно, то эта модель давала бы нам полную историю мира, и в ней не было бы опущено ничего такого, что может быть наблюдаемо.

Представим себе, что такая модель устроена в студне. Если мы теперь подвергнем этот студень какой-нибудь деформации, то совпадения останутся на тех же мировых линиях и в том же порядке, как и раньше, и никакие новые совпадения не появятся. Деформированный студень будет изображать историю мира с такой же точностью, как и первоначальный; нет критерия, который бы позволил судить о том, какая модель лучше.

*) Пересечение мировых линий соответствует совпадению событий в пространстве и времени.

Предположим теперь, что мы вводим подразделения пространства и времени; мы это можем сделать, например, разбивая каждый из студней на клетки взаимно перпендикулярными плоскостями. Мы можем теперь двумя способами задавать положение мировых линий и событий в пространстве и во времени, при чем оба способа одинаково хороши с абсолютной точки зрения. Но понятно, что при этом всё равно, деформируем ли мы сначала студень и потом введем правильные подразделения, или мы сразу введем неправильной формы подразделения в недеформированном студне. Отсюда видно, что всевозможные подразделения, т. е. всевозможные координатные сети, играют совершенно одинаковую роль.

Это представление нашего экспериментального знания природы показывает, что абсолютному миру не присуща никакая определенная форма, так что когда мы накладываем на него координатную сеть, то она тоже первоначально не имеет формы, и прямоугольная сеть не отличается по существу от любой другой.

Вернемся к нашим двум руководящим идеям. Условие (1) сразу устраняет очень большую категорию законов, которые могли бы быть предложены; в том числе оказывается устраненным закон Ньютона. Покажем на простом примере, в чем заключается непригодность этих законов; достаточно будет рассмотреть случай двух измерений. Пусть в одной системе координат (x, y)

$$ds^2 = g_{11}dx^2 + 2g_{12}dxdy + g_{22}dy^2,$$

а в другой системе (x', y')

$$ds^2 = g_{11}'dx'^2 + 2g_{12}'dx'dy' + g_{22}'dy'^2;$$

если закон может быть выражен некоторым соотношением между буквами без штрихов, то тот же закон должен получиться, если в этом соотношении буквы без штрихов заменить соответственными буквами со штрихами. Предположим, что предлагается закон $g_{11} = g_{22}$. Изменим координатную сеть, проводя линии y на расстояниях в два раза больших одну от другой, чем раньше, другими словами, положим $y' = \frac{1}{2}y$ и $x' = x$. Тогда

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{11}dx^2 + 2g_{12}dxdy + g_{22}dy^2 = \\ &= g_{11}dx'^2 + 4g_{12}dx'dy' + 4g_{22}dy'^2; \end{aligned}$$

таким образом,

$$g_{11}' = g_{11}, \quad g_{22}' = 4g_{22}$$

и если g_{11} равно g_{22} , то g_{11}' не может быть равно g_{22}' .

Если читатель возьмет наудачу несколько законов, то он убедится, по всей вероятности, что все они не выдерживают такого испытания. Может даже показаться, что для любого пред-

ложенного закона можно подобрать такое изменение координатной сети, которое обнаружит его непригодность. Во всяком случае, мало вероятно, чтобы кто-нибудь, случайно перепробовав большое число таких выражений, попал на закон, удовлетворяющий нашему требованию. Однако, такие законы существуют. В соответствующие уравнения входят чрезвычайно сложные математические выражения, теория которых называется „теорией тензоров“ и была уже раньше разработана чистыми математиками Риманном, Кристоффелем, Риччи и Леви-Чивита.

Один из законов этого рода есть условие того, чтобы пространство-время было плоским; его обыкновенно пишут в очень простой, но ничего нам не говорящей форме

$$B_{\mu\nu\sigma}^{\rho} = 0 \quad (4)$$

Количество, стоящее в левой части, называется тензором Риманна-Кристоффеля; оно в более полном виде выписано в Дополнениях.

Следует пояснить, что буквы μ , ν , σ , ρ указывают, собственно говоря, на пустые места, каждое из которых может быть заполнено любым из чисел 1, 2, 3, 4. (Когда выражение выписано полностью, то пустые места будут на месте индексов при x' и g). Заполняя эти пустые места разными способами, мы получим большое количество выражений, B_{111}^1 , B_{123}^4 , B_{432}^1 и т. д. Формула (4) говорит, что все они равны нулю. Указанным путем получается 4^4 , т. е. 256 выражений, но многие из них получаются по несколько раз. Необходимы на самом деле только 20 уравнений; остальные не дают ничего нового.

Ясно, что закон (4)—это не тот закон гравитации, который мы ищем, потому что он налагает на пространство слишком большие ограничения. Если бы он был законом природы, то могло бы существовать только плоское пространство-время и никакой гравитации бы не было. Это не есть общее условие, это только частный случай, имеющий место тогда, когда все притягивающие тела находятся на бесконечно больших расстояниях.

Но при розыскании общих условий иногда большую пользу приносит знание какого-нибудь частного случая.

Раньше всего приходит на мысль следующее соображение. Если мы рассмотрим систему, в которую входят только некоторые из 20 уравнений системы (4), то эта система будет выражать некоторый более общий закон, частным случаем которого является закон, выражаемый системой (4). Не даст ли нам эта система искомый закон? К сожалению, все наши уравнения связаны между собою; и если мы возьмем в качестве закона только часть из них, то окажется, что выражаемое этой частью условие не является независимым от координатной сети. Но существует способ, кото-

рый дает возможность, исходя из этих 20 условий, построить менее стеснительную систему условий.

Введем обозначение

$$G_{11} = B_{111}^1 + B_{112}^2 + B_{113}^3 + B_{114}^4,$$

и вообще

$$G_{\mu\nu} = B_{\mu\nu 1}^1 + B_{\mu\nu 2}^2 + B_{\mu\nu 3}^3 + B_{\mu\nu 4}^4,$$

тогда условия

$$G_{\mu\nu} = 0 \quad (5)$$

тоже будут удовлетворять тем требованиям, которые мы предъявляем и искомому закону.

Этот закон не зависит от координатной сети, хотя доказать это можно только при помощи очень сложных математических рассуждений. Легко видеть, что когда все B исчезают, то уравнение (5) удовлетворяется; следовательно, существование плоского пространства-времени не является нарушением закона. С другой стороны, уравнение (5) не налагает на геометрию таких стеснительных ограничений, как условие (4), требующее, чтобы пространство-время было плоским; здесь оказывается возможным некоторое ограниченное разнообразие не-Евклидовых геометрий. Среди уравнений (5) имеется только 10 различных; но четыре из них могут быть выведены из остальных шести, так что мы имеем шесть условий,—ровно столько, сколько должно быть в законе гравитации *).

Итак, мы допустим, что искомый закон выражается системой уравнений

$$G_{\mu\nu} = 0.$$

Так ли это на самом деле или нет, может решить только опыт. Экспериментальная проверка нашего закона очень облегчается следующим обстоятельством. Мы знаем, что закон Ньютона с весьма большой точностью подтверждается наблюдениями. Следовательно, наш закон должен приводить к результатам, очень мало отличающимся от результатов, получаемых из закона Ньютона. Если мы найдем, что это вообще так, то мы должны будем еще проследить, нет ли таких исключительных случаев, когда

*) Выделим некоторую область пустого пространства-времени и предположим, что всюду вне этой области потенциалы известны. Тогда закон гравитации должен позволить определить природу пространства-времени в этой области. Десять дифференциальных уравнений вместе со значениями на границе достаточны для того, чтобы определить значения потенциалов в области; но этим самым будет определен не только вид пространства-времени, но и координатная сеть, в то время как поверхности, образующие эту сеть, можно продолжить внутрь области произвольно. Так как мы имеем четыре системы таких поверхностей, то четыре условия должны быть лишними, и число уравнений должно быть равно шести.

разности между результатами, вытекающими из обоих законов, настолько велики, что могут быть обнаружены на опытах. Мы увидим, что эти опыты говорят в пользу нашего закона.

Что было бы, если бы наш закон оказался неверным? Мы могли бы продолжать искать другие законы, удовлетворяющие нашим двум условиям; но эти законы наверное были бы с математической точки зрения еще более сложными. Я думаю также, что они немногим помогли бы делу, потому что они приводили бы на практике к результатам, чрезвычайно мало отличающимся от тех, к которым приводит наш более простой закон;—впрочем, это строго не доказано. Другая возможность заключается в том, что в природе существуют какие-то вызывающие силу факторы, не уместяющиеся в той геометрической схеме, которую мы до сих пор рассматривали, и, таким образом, сила не вполне относительна—Ньютонов сверх-наблюдатель существует.

Может быть, легче всего составить себе представление о смысле нашей теории с точки зрения десятимерного Евклидова континуума, в котором пространство-время рассматривается, как некоторая четырехмерная поверхность. Нужно заметить, что в таком десятимерном пространстве есть переходные ступени между плоской и вполне искривленной поверхностью; эти переходные ступени мы будем называть поверхностями, искривленными „в первой степени“ и „во второй степени“*). Различие между такими поверхностями в некоторых отношениях аналогично тому различию между кривыми линиями в пространстве, которое выражают словами: кривые плоские (подобные окружности) и кривые двойкой кривизны (подобные винтовой линии); но аналогия эта довольно отдаленная. Полная „кривизна“ поверхности выражается одним количеством G , которое приблизительно так же получается из различных членов $G_{\mu\nu}$, как эти последние получаются из $B_{\mu\nu\sigma}^0$. Возможны следующие случаи:

Если

$$B_{\mu\nu\sigma}^0 = 0, \quad (20 \text{ условий})$$

то пространство-время плоско. Это—состояние мира на бесконечном расстоянии от всяких скоплений вещества и энергии.

Если

$$G_{\mu\nu} = 0, \quad (6 \text{ условий})$$

то мы имеем искривление первой степени. Это—состояние мира в пустой области, т. е. в области, не содержащей материи, света или электромагнитных полей, но расположенной вблизи этих форм энергии.

Если

$$G = 0, \quad (1 \text{ условие})$$

*) Эта терминология не является общепринятой.

то мы имеем искривление второй степени. Это—состояние мира в области, не содержащей материи или электронов (связанной энергии), но содержащей свет или электромагнитные поля (свободную энергию).

Если

$$G \neq 0,$$

то мы имеем полное искривление. Таково состояние мира в области, содержащей непрерывную материю.

Согласно современным физическим теориям, непрерывной материи (т. е. областей, непрерывно заполненных веществом) не существует, так что, строго говоря, последний случай никогда не может встретиться. Вещество построено из электронов и других ядер. Области, лежащие между электронами, не обладают полным искривлением, а области внутри электронов должны быть совершенно вырезаны из пространства-времени. Мы не можем представить себе, что мы исследуем области внутри электронов при помощи движущихся частиц, световых волн, часов и масштабов; поэтому без дальнейших определений не имеет никакого смысла говорить о какой-нибудь геометрии внутренней области, о пространстве или о времени внутри электронов. Но в обычной жизни, а часто и в физике, нас не интересует эта микроскопическая структура вещества. Для нас важно знать не действительные значения коэффициентов g в некоторой точке, но средние их значения в целой области, малой с обычной точки зрения, но большой сравнительно с размерами молекул. С этой макроскопической точки зрения мы вместо вещества, состоящего из молекул, рассматриваем непрерывное вещество и, следовательно, вместо неискривленного пространства-времени, усеянного отверстиями, рассматриваем эквивалентное ему вполне искривленное пространство-время без отверстий.

Совершенно естественно, что наши чувства выработали способность воспринимать некоторые из этих абсолютных различий между возможными состояниями окружающего нас мира. Я предпочитаю рассматривать вещество и энергию не как факторы, производящие искривление мира в той или другой степени, а как составную часть нашего восприятия этого искривления.

Легко видеть, что наш закон гравитации может быть высказан так: в пустой области пространство-время может обладать только искривлением первой степени.

ГЛАВА VI

СТАРЫЙ И НОВЫЙ ЗАКОНЫ ТЯГОТЕНИЯ

Я не знаю, чем я кажусь миру; мне же самому кажется, что я был только мальчиком, играющим на берегу моря и развлекающимся тем, что от времени до времени находил более гладкий камешек или более красивую раковину, чем обыкновенно, в то время как великий океан истины лежал предо мною совершенно неразгаданный.

Сэр Исаак Ньютон.

Существовали ли какие-нибудь причины, которые заставляли нас чувствовать себя неудовлетворенными законом тяготения Ньютона?

Он был подвергнут самым строгим проверкам на опытах, и его рассматривали, как совершеннейший образец точного закона природы. Таких случаев, которые давали бы повод к сомнениям в его истинности, почти не было. Правда, есть в движении луны некоторые необъясненные неправильности; но астрономы обыкновенно искали—и должны и теперь искать—причины этой невязки в другом направлении. Один только случай заставлял серьезно ставить вопрос о правильности закона; это была невязка в движении перигелия Меркурия. О том, как мала была эта невязка, можно судить по тому факту, что для объяснения её было предложено ввести в закон поправку, принимая, что сила обратно пропорциональна не второй степени расстояния, а расстоянию в степени $2\,000\,000\,16$. Далее, казалось возможным, хотя и мало вероятным, что масса вещества, вызывающего зодиакальный свет, достаточно велика, чтобы произвести этот эффект.

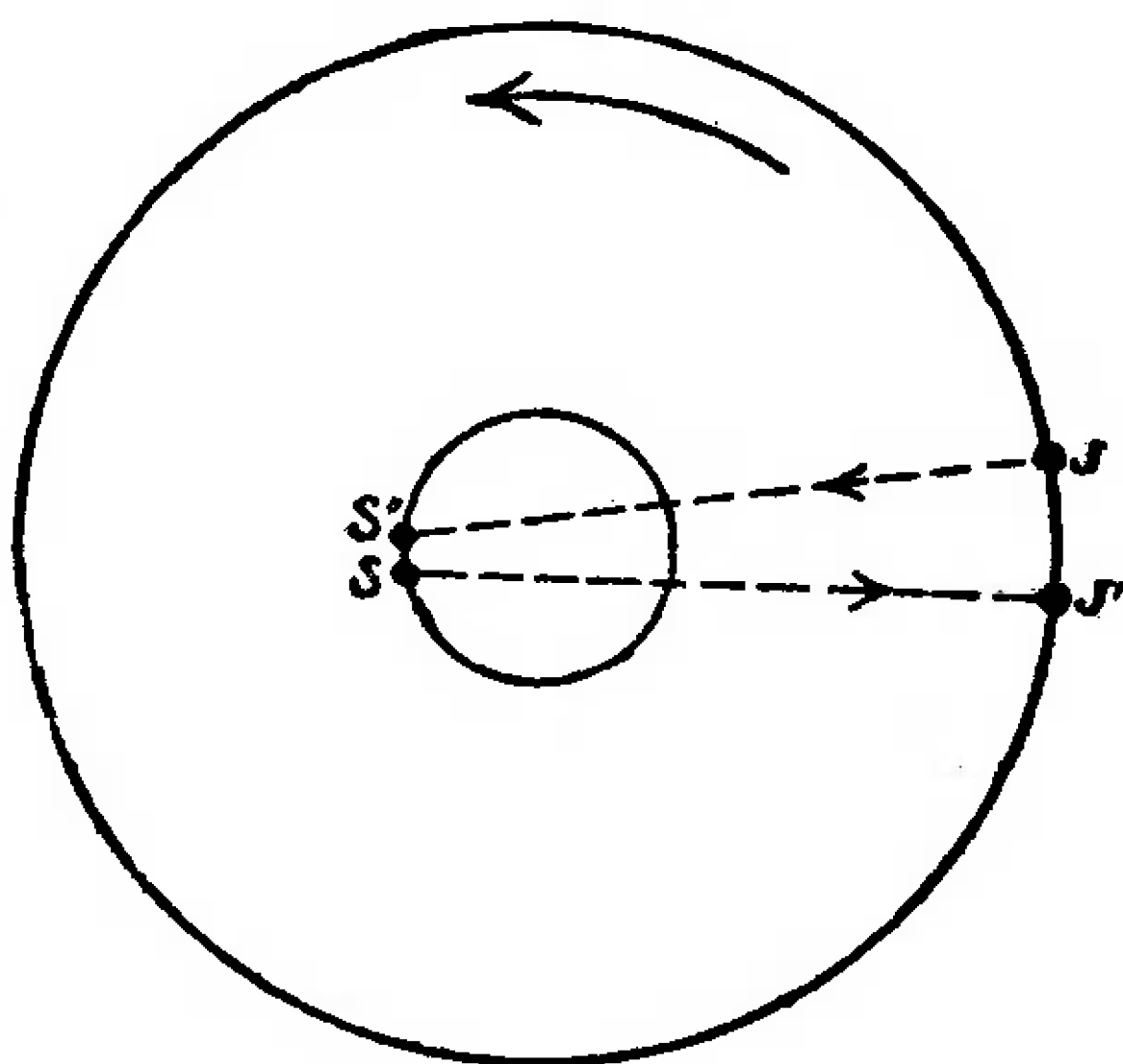
Самым серьезным возражением против закона Ньютона, как против точного закона, было то, что он потерял определенность. В законе говорится о произведении масс двух тел; но масса зависит от скорости—факт неизвестный во времена Ньютона. Какую массу мы должны здесь взять, переменную массу или массу, приведенную к состоянию покоя? Быть может, ученый судья, толкуя утверждение Ньютона, как толкуют последнюю волю, выраженную в завещании, мог бы дать решение этого вопроса. Но едва ли это подходящий способ для выяснения сомнений, возникших в научной теории.

Далее, расстояние, о котором тоже говорится в законе, является понятием относительным и связано с определенным наблюдателем. Какого же здесь наблюдателя нужно иметь в виду,

находящегося на солнце или на том теле, которое притягивается к солнцу, неподвижного относительно эфира или какой-нибудь другой гравитационной среды?

Наконец, распространяется ли сила тяготения мгновенно, со скоростью света или с какой-нибудь другой скоростью? До недавнего времени считалось твердо установленным, что скорость распространения гравитации должна быть гораздо больше скорости света. Для того, чтобы доказать это, рассуждали приблизительно следующим образом. Если солнце притягивает Юпитера к тому месту S , где оно находится в настоящий момент, и Юпитер притягивает солнце к тому месту J , где он находится в настоящий момент, то обе силы расположены на одной прямой и не составляют пары. Но если солнце притягивает Юпитера к тому месту S' , где оно находилось раньше, в тот момент, когда сила тяготения, так сказать, вышла из него, и Юпитер притягивает солнце к своему прежнему положению J' , то эти две силы образуют пару. Эта пара будет стремиться увеличить момент вращения системы, и так как это действие будет с течением времени накапливаться, то скоро произойдет, если только принять, что скорость распространения тяготения сравнима со скоростью света, заметное изменение периода обращения, которое не наблюдается на самом деле. Это рассуждение ошибочно, так как из конечности скорости распространения вовсе не следует, что S притягивается к месту J' . В случае, когда S и J суть два электрических заряда, S притягивается с очень большим приближением к точке J (а не J'), несмотря на то, что электрическое действие распространяется со скоростью света *). Согласно той теории, которую мы излагаем в этой книге, гравитация распространяется со скоростью света и никакого расхождения с наблюдениями не замечается.

Часто указывают на то, что закон тяготения Ньютона гораздо проще закона Эйнштейна. Это зависит от точки зрения, с точки зрения четырехмерного мира закон Ньютона гораздо сложнее. Кроме того, легко видеть, что, если мы захотим разъяснить те неопределенности, на которые было указано выше, то формулировку закона Ньютона придется значительно усложнить.



Черт. 13.

*) Дополнения, примечание 6.

Были сделаны попытки видоизменить закон Ньютона, принимая во внимание только специальный принцип относительности (стр. 22). Этого оказалось недостаточно для того, чтобы однозначно определить поправки, которые в него следует внести. Но, основываясь на принципе эквивалентности или на общем принципе относительности, т. е. исходя из относительности силы, мы в предыдущей главе пришли к вполне определенному закону. Может быть, у читателя возникает вопрос, почему мы его называем законом тяготения. Можно допустить, что это действительно закон природы; но какое отношение имеет степень искривления пространства-времени к силам притяжения, все равно, действительным или кажущимся?

В океане, имеющем только два измерения, жила однажды порода плоских рыб. Было замечено, что рыбы вообще плавали по прямым линиям, пока они не встречали на своем пути явных препятствий. Это поведение казалось вполне естественным. Но в океане была таинственная область; когда рыбы в нее попадали, они казались заколдованными; некоторые проплывали через эту область, но изменяли направление своего движения, другие без конца кружились по этой области. Одна рыба предложила теорию вихрей; она говорила, что в этой области находятся водовороты, которые заставляют кружиться всё, что в них попадает. С течением времени была предложена гораздо более совершенная теория; говорили, что все рыбы притягиваются к очень большой рыбе—рыбе-солнцу,—дремлющей в середине области, и этим объясняли отклонения их путей. Вначале эта теория казалась, быть может, немного странной; но она с удивительной точностью подтвердилась на самых разнообразных наблюдениях. Было найдено, что все рыбы обладают этим притягивающим свойством, пропорциональным их величине; закон притяжения был чрезвычайно прост, но, несмотря на это, он объяснял все движения с такой точностью, до которой никогда раньше не доходила точность научных исследований. Правда, некоторые рыбы, ворча, заявляли, что они не понимают, как возможно такое действие на расстояние; но все были согласны, что это действие распространяется при помощи океана и что его легче будет понять, когда лучше будет изучена природа воды. Поэтому, почти каждая рыба, которая хотела объяснить притяжение, начинала с того, что предлагала какой-нибудь механизм, при помощи которого оно распространяется через воду.

Но была рыба, которая посмотрела на дело совершенно иначе. Она обратила внимание на тот факт, что большие рыбы и малые двигались всегда по одним и тем же путям, хотя могло казаться, что для отклонения большой рыбы с ее пути требуется большая сила. Поэтому она вместо сил стала подробно изучать пути движения рыб и таким образом пришла к поразительному решению вопроса. В мире было возвышение места, где

лежала рыба-солнце. Рыбы не могли непосредственно заметить этого потому, что они были двумерны; но когда рыба в своем движении попадала на склон этого возвышения, то хотя она старалась плыть по прямой линии, она невольно немного сворачивала в сторону. (Когда путешественник едет по левому склону горы, он должен сознательно уклоняться влево, если он хочет сохранять свое первоначальное направление по компасу). В этом состоял секрет таинственного притяжения или искривления путей, которое происходило в таинственной области.

Между тем, о чем рассказывается в этой притче, и тем, что нас интересует, нет, конечно, полной аналогии, потому что та возвышенность, о которой в ней говорится, относится только к пространству, в то время, как нам приходится иметь дело с возвышением в пространстве-времени. Но она показывает, как кривизна мира, в котором мы живем, может дать иллюзию силы притяжения, и мы видим, что эффект, подобный притяжению, есть единственное, в чем такая кривизна может проявиться.

Теперь мы должны подробно рассмотреть, как это выходит в действительности.

Если мы возьмем закон Эйнштейна в виде $G_{\mu\nu}=0$, то он выражает условия, которые должны быть удовлетворены в гравитационном поле, производимом любым распределением притягивающих масс. Аналогичный вид имеет закон Ньютона, если его написать при помощи знаменитого выражения Лапласа в форме $\nabla^2 V=0$. Более простую форму закона мы получим, если вместо того, чтобы спрашивать, какие виды пространства-времени могут существовать в пустой области при самых общих условиях, мы спросим себя, каков вид пространства-времени в области, окружающей одну изолированную притягивающую частицу. Мы выделили, таким образом, действие отдельной частицы, точно так же, как это сделал Ньютон. Мы можем еще более упростить дело, вводя какую-нибудь определенную, по возможности простую координатную сеть, которая, конечно, должна быть выбрана так, чтобы она не оказалась несовместимой с тем видом пространства-времени, к которому мы придем.

Нам достаточно будет рассматривать пространство двух измерений, если мы согласимся ограничиться так называемыми плоскими планетными орбитами; время при этом будет играть роль третьего измерения. Если мы захотим потом принять во внимание третье пространственное измерение, которым мы пока пренебрегаем, то это легко будет сделать, пользуясь свойством симметричности.

Результат длинных переделок*) сводится к тому, что для области, окружающей частицу, мы получаем формулу

*) Дополнения, примечание 7.

$$ds^2 = -\frac{1}{\gamma} dr^2 - r^2 d\vartheta^2 + \gamma dt^2, \quad (6)$$

где $\gamma = 1 - \frac{2m}{r}$.

Количество m — это гравитационная масса частицы, но о ней речь впереди. Далее, r и ϑ это полярные координаты, соответствующие координатной сети чертежа 11; точнее говоря, это координаты, которые отличаются от полярных координат так мало, как это только возможно в пространстве, которое мы рассматриваем; полярные координаты в точном смысле слова возможны, ведь, только в плоском пространстве.

Дело, собственно, обстоит так, что это выражение для ds^2 первоначально находят просто, как частное решение Эйнштейнова уравнения гравитационного поля; оно представляет разновидность возвышения (повидимому, самую простую разновидность), которой соответствует искривление, степени не выше первой. Такое состояние мира возможно при подходящих условиях. Для того, чтобы найти, каковы эти условия, мы должны сделать некоторые выводы из этой формулы, проследить за тем, как будут двигаться частицы в той области, где ds^2 имеет такой вид, и затем посмотреть, нет ли таких случаев, когда такие условия наблюдаются в действительности. Только после того, как мы убедимся, что соответствующие этой форме ds^2 эффекты в общих чертах совпадают с тем, что наблюдается вблизи материальной частицы массы m , мы будем иметь право отождествить это частное решение с тем, которое мы надеялись найти.

Для того, чтобы иллюстрировать все это, будет достаточно показать, как находится расположение вещества, присутствием которого обуславливается данное решение. Там, где формула (6) имеет место, вещества не может быть, потому что там выполнен закон для пустого пространства. Но когда мы пытаемся приблизиться к началу координат (т. е. к точке $r = 0$), случается любопытная вещь. Возьмем масштаб и будем откладывать равные отрезки вдоль радиуса, постепенно приближаясь к началу. Время будем считать постоянным, т. е. будем относить все к одному моменту; тогда изменение времени, т. е. разность между моментами dt равна нулю. Точно так же и разность между углами, т. е. $d\vartheta$, будет равна нулю, потому что угол все время имеет одно и то же значение, так как мы остаемся на одном и том же радиусе. Формула (6) сводится к

$$ds^2 = -\frac{1}{\gamma} dr^2$$

или

$$dr^2 = -\gamma ds^2.$$

Начнем с очень большого значения r . Постепенно мы дойдем до $r=2m$. Но здесь, по определению, γ равняется нулю; следовательно, независимо от величины интервала ds , здесь будет $dr=0$. Мы можем передвигать масштаб на его собственную длину сколько угодно раз, dr будет оставаться равным нулю; другими словами, мы этим не уменьшаем r . Есть некоторый магический круг, и никакие измерения не могут привести нас к его внутренним точкам. Весьма естественно предположить, что есть что-то, мешающее нам подойти ближе; мы скажем, что частица вещества заполняет все внутреннее пространство.

До тех пор, пока мы рассматриваем пространство-время, искривленное только в первой степени, нам никогда не удастся округлить вершину возвышенности. Она должна заканчиваться бесконечной трубой. Однако, вместо этой трубы мы можем представить себе небольшую область с кривизной более высокой степени. Эта область не может быть пустой, потому что закон, имеющий силу в пустой области, здесь нарушается. Мы говорим, поэтому, что она содержит материю,—в сущности, мы этим определяем материю. Тот, кто знаком с гидродинамикой, пусть вспомнит здесь задачу о невихревом вращении жидкости; условия не могут быть удовлетворены в начале координат,—необходимо вырезать некоторую область и заполнить ее вихревой нитью.

Нужно сказать еще несколько слов о координатах r и t , которые входят в формулу (6). Они соответствуют нашим обычным представлениям о радиальном расстоянии и времени—поскольку вообще какие-бы то ни было переменные в не-Евклидовом мире могут соответствовать представлениям, которые предполагают мир Евклида. Поэтому мы будем называть r и t пространством и временем. Но дать координатам название еще не значит прибавить что-нибудь к тому, что содержится в формуле для ds^2 , в данном случае название дает гораздо меньше, чем формула. Если возникает какой-нибудь вопрос о точном значении r и t , то для решения его всегда нужно обратиться к уравнению (6).

Отклонение гравитационного поля от плоского пространства измеряется отклонением коэффициента γ от единицы. Если масса m равна нулю, то $\gamma=1$, и пространство-время совершенно плоско. Даже в наиболее сильных из известных нам гравитационных полей это отклонение чрезвычайно мало. Для солнца количество m , называемое гравитационной массой равно только 1.47 километра *), а для земли оно равно 5 миллиметрам. Отношение $\frac{2m}{r}$ на практике всегда ничтожно мало. И все-таки, все явления гравитации обуславливаются малыми разностями между значениями γ .

Коэффициент γ встречается в формуле два раза, и следовательно, двумя способами обуславливает отклонение рассма-

*) Дополнения, примечание 8.

триваемого пространства-времени от плоского пространства-времени. Но, вообще говоря, эти два отклонения имеют отнюдь не одинаково важное значение. Его присутствие в качестве коэффициента при dt^2 производит гораздо более сильные эффекты. Предположим, что желательно измерить интервал между двумя событиями в истории некоторой планеты. Если события отстоят одно от другого во времени на 1 секунду, то $dt = 1$ секунде $= 300\,000$ километрам. Таким образом, $dt^2 = 90\,000\,000\,000$ квадратным километрам. С другой стороны, ни одна планета не движется со скоростью большей, чем 50 километров в секунду. Таким образом dr^2 не превышает 2500 квадратных километров. Очевидно, что ничтожный по величине член $2m/r$ имеет гораздо большее значение там, где он умножается на dt^2 , чем там, где он умножается на dr^2 *).

Поэтому мы будем пренебрегать в первом приближении коэффициентом при dr^2 (т. е. разностью между этим коэффициентом и единицей, равной $2m/r$) и посмотрим, что нам дает формула

$$ds^2 = -dr^2 - r^2 d\vartheta^2 + (1 - 2m/r) dt^2. \quad (7)$$

Мы покажем, что частицы, находящиеся в пространстве-времени такого вида, ведут себя так, как если бы они находились под действием силы притяжения, направленной к началу координат.

Рассмотрим задачу об изображении небольшой части мира такого вида на плоской карте.

Раньше всего необходимо тщательно выяснить то различие которое мы проводим между „схемой“ и „картой“. Если нам заданы широты и долготы некоторого числа местностей на земном шаре, то мы можем нарисовать схему, изображая широты и долготы вертикальными и горизонтальными расстояниями на бумаге, так что параллели и меридианы будут изображены сетью, состоящей из квадратов; но это не будет настоящей картой. На обыкновенной карте Европы меридианы идут наклонно, а параллели искривлены. Почему это так? Потому что при построении карты имеют в виду, чтобы на ней по возможности точно были показаны все расстояния с сохранением их истинной пропорции **). Самым важным здесь является расстояние, и его желательно изобразить возможно точнее. В четырехмерном мире роль, аналогичную расстоянию, играет интервал; поэтому, если мы будем составлять карту четырехмерного мира, мы будем стремиться, чтобы интервалы были на ней изображены правильно. Когда мы составляем схематическое изображение пространства-времени, то естественнее всего взять в качестве r и t горизонтальные и

*) Так как m малое количество, то $1/\gamma$ приблизительно равно $1 + 2m/r$.

Прим. пер.

**) Обыкновенно при составлении карт имеют в виду именно эту цель; но иногда строят карты, руководствуясь другими заданиями; это имеет, например, место, когда пользуются т. н. проекцией Меркатора.

вертикальные расстояния, т. е. поступить так, как обыкновенно поступают при составлении диаграмм или графиков движения частицы; но если мы хотим составить настоящую карту, так чтобы на ней интервалы были представлены с соблюдением правильной пропорции, то нам придется изображать линии r и t наклонными и даже кривыми линиями.

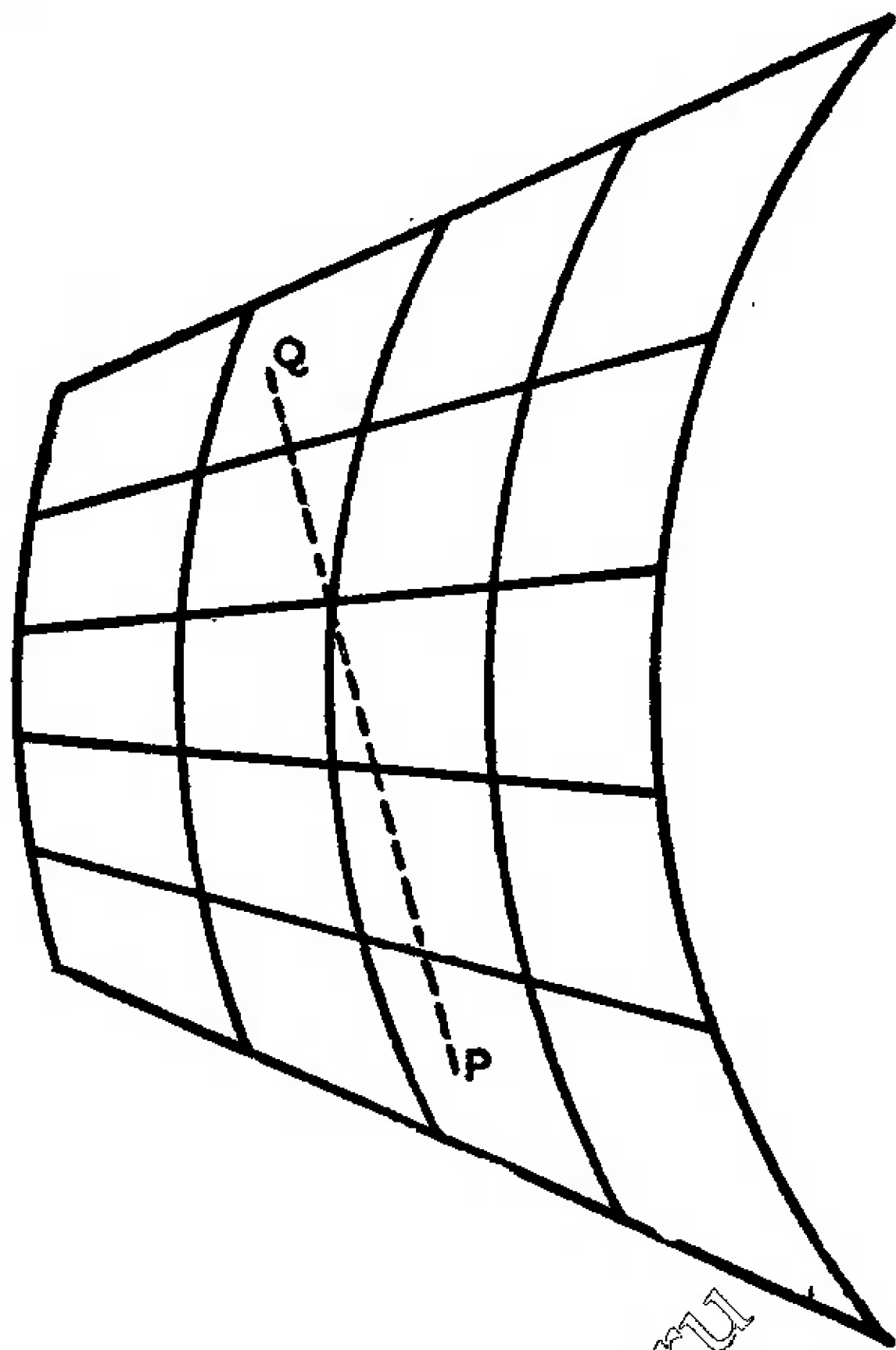
Правило для проведения на географической карте линий широты и долготы, т. е. меридианов и параллелей (β, λ) дается формулой для ds стр. 80.

$$ds^2 = d\beta^2 + \cos^2 \beta d\lambda^2,$$

и подобным же образом правило для проведения линий r и t на нашей карте дается формулой (7).

Эта карта изображена на черт. 14. Нетрудно видеть, почему t -линии сближаются по мере того, как мы подвигаемся к левой стороне чертежа. Множитель $1 - 2m/r$ уменьшается, когда мы идем влево, по направлению уменьшающихся r ; и следовательно, каждое изменение t отвечает в левой части чертежа более короткому интервалу, чем такое же изменение в правой части, а значит должно быть изображено более коротким расстоянием. Труднее объяснить, почему r -линии идут так, как изображено на нашем чертеже; по аналогии с меридианами и параллелями мы могли бы ожидать, что они будут искривлены в противоположную сторону. Но мы уж видели в главе III, как связаны между собой наклоны линий временных и пространственных; легко видеть, что клетки нашей карты приблизительно соответствуют ромбам, изображенным на черт. 6*).

Подобно всем картам, на которых должны быть изображены кривые поверхности, наш чертеж вполне точен только в пределе, т. е. когда мы ограничиваемся рассмотрением очень малых участков.



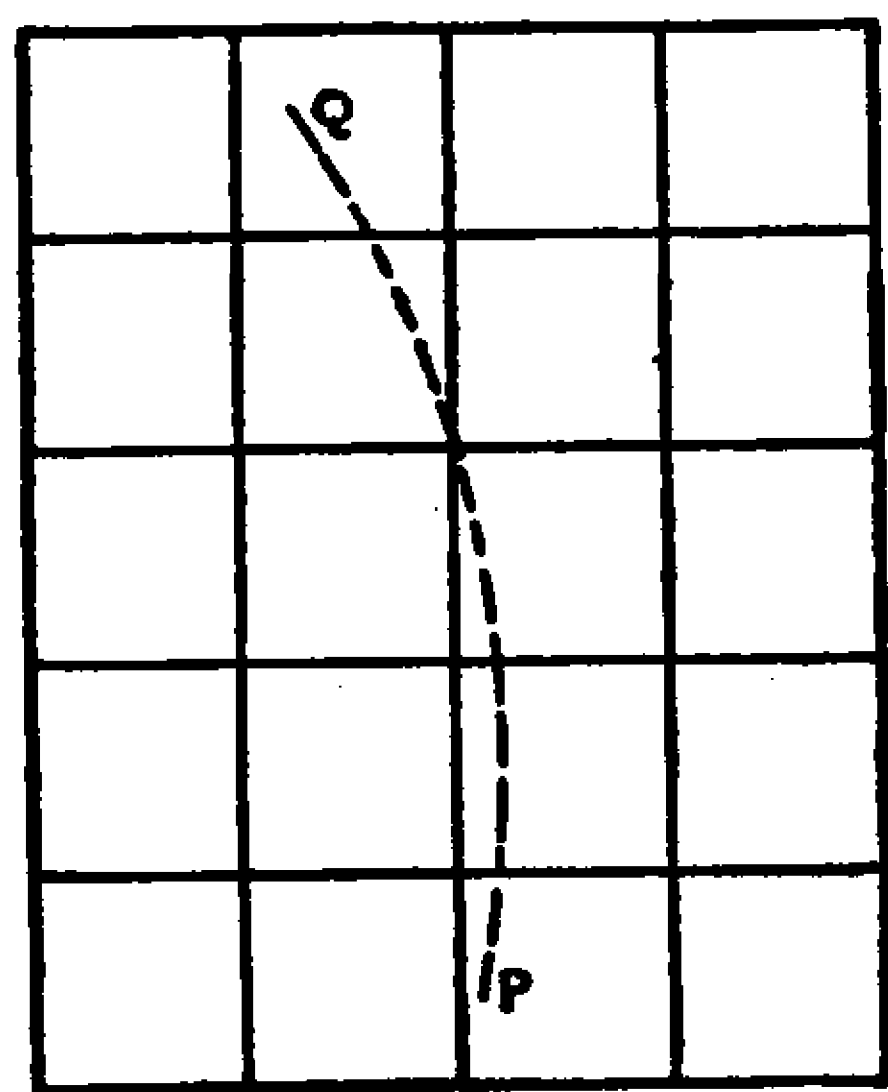
Черт. 14.

*) Подстановка $x = r + \frac{1}{2} t^2 m/r^2$, $y = t (1 - m/r)$ дает $ds^2 = -dx^2 + dy^2$, если пренебрегать второй степенью количества m . При вычерчивании карты x и y были приняты за прямоугольные координаты.

Очень важно ясно понять смысл этой карты. Когда мы употребляем здесь обычные термины расстояние (от солнца) и время (в некоторой точке солнечной системы), мы имеем в виду значения некоторых двух переменных r и t . Они не получены в результате точных измерений, выполненных при помощи масштабов и часов, это только математические переменные, наиболее подходящие для описания солнечной системы в её целом. Они получаются в результате некоторого компромиса, потому что нам приходится иметь дело с областями такой величины, что они не могут быть точно изображены на плоской карте.

С этой картой мы сопоставим более привычную для нас схему, на которой r и t представлены, как прямоугольные координаты; соответствующие линии образуют сеть, состоящую из квадратных клеток, как это изображено на черт. 15; но нужно помнить, что это не настоящая карта, потому что на ней интервалы между разными точками изображены не с сохранением пропорции. Нельзя начертить карту, на которой была бы без искажений представлена целая область; но достаточно малый участок может быть изображен почти без искажения, если воспользоваться той сетью, которую мы имеем на черт. 14. Чтобы от этой настоящей карты вернуться к обычному изображению, в котором r и t представлены, как взаимно перпендикулярные пространство и время, мы должны подвергнуть черт. 14 такой деформации, чтобы его клетки превратились в квадраты чертежа 15.

На нашей карте мы пользуемся геометрией Евклида, и пути всех материальных частиц будут изображены прямыми линиями. Возьмем такой прямолинейный путь PQ ; если скорость не очень



Черт. 15.

велика, то его направление будет мало отличаться от вертикального. Когда мы подвергнем чертеж деформации для того, чтобы перейти к обычному изображению r и t (черт. 15), то путь PQ сделается искривленным, и вогнутость будет направлена влево—туда, где расположено солнце. В каждом следующем вертикальном промежутке линия больше уклоняется влево, чем в предыдущем, т. е. скорость по направлению к солнцу увеличивается. Мы говорим, что частица притягивается солнцем.

Знающий математику читатель без труда убедится, пользуясь нашими чертежами, что для частицы, движущейся с малой скоростью, ускорение по направлению к солнцу приблизительно равно

m/r^2 , в согласии с законом Ньютона.

В случае больших скоростей дело может обстоять совершенно

иначе. Путь, отвечающий световой волне, должен быть изображен на чертеже 14 прямой линией, образующей угол в 45° с горизонтальным направлением. Для того, чтобы проследить за тем, что с ней происходит, когда чертеж 14 подвергается деформации, переводящей его в чертеж 15, необходим очень тщательно выполненный рисунок; оказывается, что линия становится более близкой к вертикальной и при этом искривляется в противоположном направлении. Гравитационное влияние солнца на световой луч или на очень быстро движущуюся частицу, имеющую радиальное направление, сводится к отталкиванию.

Путь поперечного светового луча, т. е. идущего по направлению, перпендикулярному к плоскости чертежа, будет при том преобразовании, которое переводит чертеж 14 в чертеж 15, изменен так же, как путь частицы, имеющей скорость, равную нулю; следовательно, гравитационное действие солнца на поперечный световой луч всегда выразится в притяжении. Ускорение равно просто m/r^2 , как в случае неподвижной частицы.

Тот результат, что выражение, найденное для геометрии гравитационного поля частицы, приводит к закону тяготения Ньютона, имеет огромное значение. Он показывает, что закон $G_{\mu\nu} = 0$, к которому мы пришли на основании чисто теоретических соображений, согласуется с наблюдениями по крайней мере приближенно. То обстоятельство, что закон Ньютона получается только для малых скоростей, не говорит против нашей теории; скорости всех планет малы по сравнению со скоростью света, а с другой стороны, те соображения, которые мы привели в начале главы, делают вероятным, что для скоростей, сравнимых со скоростью света, в закон придется ввести некоторые изменения.

Есть еще важный пункт, на который нужно обратить внимание: гравитационное притяжение это просто геометрическая деформация прямых путей. Совершенно безразлично, какое тело движется или какое влияние распространяется по этому пути; деформация происходит вследствие общего несоответствия между „схематическим чертежем“ и „точной картой“ той области пространства-времени, которую мы рассматриваем. Отсюда следует, что световые лучи подвергаются тем же искривлениям, как и пути материальных тел. Это, между прочим, следует непосредственно из Принципа эквивалентности; иначе мы могли бы при помощи оптических опытов отличать эффекты ускорения лифта от действительного увеличения силы тяжести; в этом случае наблюдателя, с точки зрения которого световые лучи распространяются по прямым линиям, можно было бы считать абсолютно не имеющим ускорения и не было бы никакой теории относительности. Многие физики уже раньше считали возможным, что гравитация оказывает на свет действие, подобное тому, какое она производит на материю; и вопрос о том, имеет ли свет вес или нет, уже часто ставился.

То, что γ фигурирует в качестве коэффициента при dt^2 , обуславливает в главных чертах Ньютонову гравитацию; то, что $1/\gamma$ фигурирует в качестве коэффициента при dr^2 , обуславливает главные отличия нового закона от старого. Впрочем, содержание закона Ньютона не является вполне определенным, и трудно точно указать, что нужно считать отклонением от него. Мы уже достаточно подробно изучили член, содержащий время; обратимся к рассмотрению одних пространственных членов*)

$$ds^2 = \frac{1}{\gamma} dr^2 + r^2 d\vartheta^2.$$

Это выражение показывает**), что пространство само по себе (т. е. если его рассматривать независимо от времени), является не-Евклидовым вблизи притягивающей частицы. Отсюда видно, что новая теория отличается от старой коренным образом. При исследованиях, в которых играет роль время, необходимо прибегать к помощи движущихся тел, будут ли это свободные частицы или части часов; поэтому не-Евклидов характер пространства-времени может быть замаскирован тем, что отклонение от того типа движения, который имел бы место в Евклидовом пространстве, приписывается подходящим образом подобранному фиктивному силовому полю. Но пространство можно исследовать статистическими методами; и теоретически мы могли бы установить его не-Евклидов характер достаточно точными измерениями помощью неизменяемого масштаба.

Возьмем окружность номинального радиуса r (т.е. кривую, во всех точках которой первая координата имеет значение r). Если мы хотим измерить длину этой окружности, то нам нужно будет располагать масштаб все время перпендикулярно к ее радиусу, и значит dr будет равно нулю. Наша формула показывает, что в этом случае ds сводится к $r d\vartheta$. Если мы обойдем таким образом всю окружность, то угол ϑ увеличится на 2π , и результат измерения будет $2\pi r$. Но если мы будем откладывать масштаб вдоль радиуса, то мы будем получать для ds значение $dr/\sqrt{\gamma}$, которое всегда меньше, чем dr . Поэтому при измерении диаметра мы получим в результате количество большее, чем $2r$, так как каждая часть будет больше, чем соответствующее изменение r .

Следовательно, если мы проведем окружность и поместим материальную частицу вблизи центра так, чтобы она вы-

*) Мы изменили знак при ds^2 , так что количество ds , когда оно вещественно, измеряет пространство, а не время.

**) Ср. с формулой для полярных координат на стр. 80.

Прим. пер.

звала гравитационное поле, и затем измерим, при помощи неизменяемого масштаба, длину окружности и ее диаметр, то отношение окажется не равным знаменитому числу $\pi=3.141592653589793238462643383279...$, а будет немного меньше. Или, если мы впишем в эту окружность правильный шестиугольник, то его стороны не будут в точности равны радиусу круга. Мы помещаем материальную точку вблизи центра, а не в самом центре, для того, чтобы избежать необходимости при измерениях проходить через эту точку и сделать измерения возможными на практике. Однако, несмотря на это, мы на практике не будем в состоянии этим способом обнаружить не-Евклидова характера пространства-времени, потому что мы не умеем производить измерений с той точностью, которая для этого необходима. Даже если поместить тело весом в одну тонну внутри круга радиусом в 3 метра, то разница между отношением длины окружности к диаметру и числом π будет так мала, что она обнаружится только на 23-ьем или на 24-м десятичном знаке.

Для нас важно было представить результат в таком виде, потому что теперь видно, что релятивист не занимается метафизикой, когда он говорит, что пространство в гравитационном поле обладает не-Евклидовыми свойствами. Его утверждение имеет совершенно определенный физический смысл, и может быть, когда-нибудь мы будем в состоянии проверить его непосредственно. Пока же проверка возможна только косвенным путем.

Вообразим себе плоское поле, на котором на равных расстояниях одна от другой устроены изгороди. Расстояние между двумя точками будет пропорционально числу изгородей, через которые нужно перелезть, чтобы попасть из первой точки во вторую по прямому пути — или, другими словами, наименьшему числу изгородей, через которые нужно перелезть. Вместо того, чтобы измерять расстояния, мы можем считать изгороди и мы можем нанести поле на карту при помощи такого счета. Карту эту можно начертить на листе бумаги, и так как поле предполагается плоским, то при этом не будет никаких искажений. Забудем теперь всякую мысль о расстояниях на поле и прямых линиях на поле и примем, что расстояния на карте изображают только наименьшее число изгородей между соответствующими точками; прямые линии на карте будут изображать соответствующие пути. Это имеет то преимущество, что если случится землетрясение, деформирующее поле, то карта все-таки останется правильной. Путь, проходящий через наименьшее число изгородей, будет и после землетрясения проходить через те же изгороди; правда, на поле он будет искривлен, но мы ничего не выиграем, если выберем более прямой путь, потому что теперь такой путь будет проходить по области, где изгороди расположены гуще. При деформации число изгородей на пути не меняется.

Это можно иллюстрировать чертежами 14 и 15. Чертеж 14 изображает первоначальное недеформированное поле, на котором изгороди размещены равномерно. Прямая линия PQ —это такой путь от P к Q , который пересекает наименьшее число изгородей; его длина пропорциональна числу изгородей. Чертеж 15 изображает деформированное поле, на котором прямая PQ превратилась в кривую; но PQ по прежнему есть такой путь между P и Q , который пересекает наименьшее число изгородей, причем число изгородей то же, что было раньше. Если поэтому мы составим карту, основываясь только на счете числа изгородей, мы опять получим черт. 14, как будто никакого землетрясения не было.

Для того, чтобы получилась какая-нибудь разница при счете изгородей, их нужно снять и перенести в другие места. Исходя из какой-нибудь данной точки, как из центра, расположим их так, чтобы они постепенно становились реже по мере приближения к границам поля. Теперь представим себе окружность, имеющую центр в данной точке;—но раньше всего, что такое окружность? Её нужно определить в терминах счета изгородей; ясно, что это должна быть кривая, обладающая тем свойством, что минимальное число изгородей между любой её точкой и центром постоянно (равно радиусу). Приняв это определение, мы можем не бояться землетрясений. Отношение числа изгородей, пересекаемых окружностью, к числу изгородей, пересекаемых радиусом, будет отличаться от соответствующего отношения на поле с равномерным распределением изгородей; благодаря сравнительной густоте изгородей вблизи центра оно будет меньше в первом случае. Мы имеем, таким образом, довольно близкую аналогию с окружностью, отношение длины которой к диаметру меньше, чем π .

Эта аналогия позволяет нам наглядно изобразить те условия, которые господствуют в пространстве около тяжелой частицы, где отношение длины окружности к диаметру меньше, чем π . Здесь нельзя на плоском листе бумаги начертить карту так, чтобы расстояния на ней в точности соответствовали бы числу изгородей, ибо на поле имеет место не-Евклидова геометрия. Предположим теперь, что тяжелая частица хочет пересечь поле, проходя вблизи центра. В Евклидовом пространстве с равномерным распределением изгородей она пойдет по прямой линии, т.е. по такому пути, на котором ей нужно перелезть через изгороди возможно меньшее число раз. Мы можем принять, что в не-Евклидовом поле с переставленными изгородями частица тоже движется по пути, требующем наименьших усилий. Действительно, на любом малом участке мы не можем отличить поля, на котором изгороди перераспределены, от поля, подвергшегося землетрясению; мы можем поэтому предположить, что частица рассматривает каждый отдельный участок, встречающийся ей на пути, как подвергшийся только деформации, и не замечает

перераспределения, которое видно только тому, кто одним взглядом окидывает все поле *).

Ясно, что не стоит идти прямо через область, в которой изгороди расположены очень густо; лучше отклониться немного в сторону, где изгороди встречаются реже—но не слишком сильно, иначе дорога выйдет слишком длинной. Таким образом, путь частицы будет несколько выгнут по направлению к центру, и всякий, кто будет смотреть сверху на путешествие частицы, скажет, что она притягивается к центру. Может показаться странным, что мы это говорим о притяжении, в то время, как частица скорее старалась как бы избежать центральной области; но совершенно ясно, что путь искривлен таким образом, как если бы действовала притягательная сила.

Это искривление пути присоединяется к тому искривлению, которое происходит от Ньютоновой гравитационной силы и которое связано со вторым появлением количества γ в нашей формуле. Как мы уже говорили выше, это действие вообще гораздо слабее, чем первое, и проявляется в том, что нам приходится внести в закон Ньютона незначительную поправку. Единственный случай, когда оба действия одинаковы, это тот, когда мы имеем дело с путем световой волны или частицы, движущейся со скоростью, близкой к скорости света, потому что в этом случае dr^2 есть величина того же порядка, что и dt^2 .

В результате мы имеем следующее. Луч света, проходящий вблизи тяжелой частицы, изгибается, во-первых, вследствие того, что комбинация времени и пространства есть многообразие с не-Евклидовой геометрией. Это изгибание эквивалентно тому, которое вызвала бы Ньютонова гравитация, и оно может быть вычислено обычным способом, если мы примем, что свет обладает весом подобно материальному телу. Во-вторых, луч подвергается изгибанию еще по той причине, что пространство само по себе обладает не-Евклидовыми свойствами, и это искривление присоединяется к тому, которое предсказывается законом Ньютона. Если нам удастся при помощи наблюдения установить степень искривления луча света, то это будет *experiments crucis*; это даст нам возможность установить, какая из двух теорий правильна, теория Эйнштейна или теория Ньютона.

Это разделение притяжения на две части полезно при сравнении новой теории со старой; но с точки зрения относительности оно искусственно. Мы считаем, что луч света изгибается точно так, как изгибался бы путь материальной частицы, движущейся со скоростью света. Обе причины искривления мы можем приписать либо весомости света, либо не-Евклидовым свойствам

*) Должен существовать некоторый абсолютный путь, и если абсолютное значение можно приписывать только счету изгородей, а не измерению расстояний на поле, то единственным путем будет тот, который пересекает наименьшее число изгородей.

пространства-времени, смотря по тому, какая терминология нам больше нравится. Разница же между предсказаниями старой и новой теории происходит только от того, что обусловленное весом отклонение в одном случае вычисляется по закону тяготения Ньютона, а в другом—по закону Эйнштейна.

В теории Эйнштейна можно рассматривать это действие тяготения на свет еще с другой точки зрения, которая по многим причинам заслуживает предпочтения. Исходным пунктом нам послужит тот факт, что скорость света в гравитационном поле не равна постоянной величине (единице), а становится меньше по мере приближения к солнцу. Это не значит, что наблюдатель, определяющий скорость света экспериментально в каком-нибудь месте вблизи солнца, получил бы меньшую скорость; если бы он сделал опыт Физо, то он получил бы точно такую же скорость, выраженную в километрах в секунду, как и земной наблюдатель. Мы здесь говорим о координатной скорости, выражающейся в количествах r , ϑ , t , которые вводит наблюдатель, рассматривающий всю солнечную систему, как одно целое в один и тот же момент времени.

Читатель вероятно помнит, что, рассматривая при помощи чертежа 3 приближенную геометрию пространства-времени, мы нашли, что некоторые события, как, например, P были в абсолютно будущем или в абсолютно прошедшем относительно O , а другие, как, например, P' были ни раньше, ни позже, чем O , но происходили в другом месте. Аналитически это различие выражается в том, что для интервала OP количество ds^2 положительно, а для OP' оно отрицательно. В первом случае мы имеем вещественный или „временной“ интервал, а во втором случае мнимый или „пространственный“. Эти две области отделены одна от другой линиями (или, собственно говоря, конусами), при пересечении которых ds^2 из положительного количества превращается в отрицательное; вдоль самих линий ds равно нулю. Ясно, что эти линии должны иметь важное абсолютное значение в геометрии мира. Их физический смысл заключается в том, что они представляют собою пути световых колебаний, так что движение светового колебания всегда может быть задано уравнением $ds = 0$.

Пользуясь нашим выражением для ds^2 в гравитационном поле, мы в соответствии с этим получим для света

$$0 = -\frac{1}{\gamma} dr^2 - r^2 d\vartheta^2 + \gamma dt^2.$$

Для движения в направлении радиуса $d\vartheta = 0$ и, следовательно,

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \gamma^2.$$

Для движения в поперечном направлении $dr = 0$ и, следовательно,

$$\left(\frac{rd\vartheta}{dt}\right)^2 = \gamma.$$

Таким образом, в принятой нами системе координатная скорость света равна в радиальном направлении γ , а в поперечном $\sqrt{\gamma}$.

Координатная скорость должна зависеть от того, какую систему координат мы выберем; оказывается, что удобно пользоваться системой, которая немного отличается от принятой до сих пор и в которой скорость света одинакова во всех направлениях*) и равна $1 - 2m/r$. Эта скорость уменьшается по мере приближения к солнцу,—вот иллюстрация к сделанному выше замечанию о том, что световое колебание, идущее в радиальном направлении, отталкивается солнцем.

Волновое движение в световом луче можно сравнить с последовательностью длинных прямых волн, катящихся по морю. Если движение волн на одном конце медленнее, чем на другом, то весь волновой фронт должен постепенно загибаться, и направление, в котором идут волны, должно изменяться. В море это происходит тогда, когда один конец волн достигает мелкого места прежде, чем другой, потому что скорость распространения волн на мелком месте меньше. Известно, что это заставляет волны, которые подходят к берегу в косом направлении, загибаться так, что около самого берега они становятся уже параллельными ему; тот конец, который был впереди, задерживается на мелком месте и как бы поджидает другой конец. Точно таким же образом, когда световые волны проходят вблизи солнца, то те концы их, которые ближе к солнцу, имеют меньшую скорость, и фронт волн заворачивается; таким образом, путь луча искривляется.

Свет в материальной среде движется медленнее, чем в пустоте; скорость его распространения обратно пропорциональна показателю преломления среды. Явление преломления или рефракции именно и обуславливается поворачиванием волнового фронта при переходе в область, где скорость меньше. Мы можем поэтому в точности воспроизвести действие гравитации на свет, если мы представим себе, что пространство около солнца напол-

*) Эту систему мы получим, если будем писать $r + m$ вместо r , т. е. уменьшим номинальное расстояние от солнца на $1\frac{1}{2}$ километра. Переход к этой системе координат упрощает задачу, но конечно он не вызывает такого изменения, которое проявилось бы при наблюдениях. После того, как мы нашли пути световых лучей в избранной системе координат, мы должны связать наши результаты с действительными измерениями, пользуясь соответствующей формулой для ds^2 . Однако, в нашем случае эта связь между математическими и экспериментальными результатами сравнительно проста, потому что здесь мы имеем дело с измерениями, производимыми в обсерватории, находящейся на земле, где разностью между единицей и γ можно пренебречь.

нено преломляющей средой, которой соответствует надлежащая скорость света. Для того, чтобы получилась эта скорость, т. е. $1 - 2m/r$, показатель преломления должен быть равен $1/(1 - 2m/r)$ или приближенно, но с очень большой точностью, $1 + 2m/r$. У самой поверхности солнца $r = 697\,000$ километрам, $m = 1.47$ км и, следовательно, соответствующий показатель преломления равен $1.000\,004\,24$. На расстоянии радиуса от края солнца он должен быть равен $1.000\,002\,12$.

Теперь мы можем любую задачу, относящуюся к путям световых лучей, решить при помощи методов геометрической оптики, принимая, что солнце окружено этой преломляющей средой. Не трудно показать, что полное отклонение светового луча, проходящего на расстоянии r от центра солнца, равно (в дуговых единицах)

$$\frac{4m}{r},$$

в то время как отклонение того же луча по Ньютоновой теории должно равняться

$$\frac{2m}{r}.$$

Для луча, проходящего у самой поверхности солнца, численное значение этого отклонения будет

$$\begin{aligned} &1.75'' \text{ (по теории Эйнштейна),} \\ &0.87'' \text{ (по теории Ньютона).} \end{aligned}$$

ГЛАВА VII

ВЗВЕШИВАНИЕ СВЕТА

Вопрос 1. Не действуют ли Тела на Свет на расстоянии, не изгибают ли они своим действием его Лучи, и не бывает ли это действие (при прочих равных условиях) сильнее всего на самых малых расстояниях. *Ньютон. Оптика.*

Мы переходим теперь к рассмотрению того, как влияние гравитации на свет, которое мы вывели теоретически в последней главе, подвергается проверке на опыте. Мы вообще не имеем в виду в этой книге подробно описывать опыты; и если бы мы последовательно проводили этот план, то мы бы в нескольких строчках сообщили о результатах наблюдений, как мы это делали до сих пор в подобных случаях. Но как раз эти наблюдения привлекли внимание широких слоев общества к теории относительности и, кажется, у многих есть желание получить более подробные сведения по этому вопросу. Мы поэтому детально изложим историю экспедиций, отправившихся для наблюдения затмения. Этим самым мы сделаем перерыв в длинной цепи теоретических рассуждений и дадим иллюстрацию важных приложений теории к практическим наблюдениям.

Надо помнить, что предстояло решить два вопроса: во-первых, обладает ли свет весом (как предполагал Ньютон), или он относится безразлично к тяготению, и, во-вторых, если он весом, то согласуется ли величина отклонения с законом Эйнштейна или с законом Ньютона.

Было уже известно, что свет, подобно другим формам электромагнитной энергии, обладает массой или инерцией. Это обнаруживается в явлении давления света. Если мы хотим остановить луч света, держа на его пути препятствие, то для этого необходимо применить некоторую силу; прожектор испытывает некоторую отдачу, как будто бы он является пулеметом и выбрасывает в пространство материальные снаряды. Сила давления, вычисленная согласно классической электромагнитной теории, чрезвычайно мала, но при помощи очень точно поставленных опытов ее удалось обнаружить. Эта инерция лучистой энергии имеет, вероятно, большое космическое значение; она, должно быть, играет роль в поддержании равновесия менее плотных звезд. Может быть, даже благодаря именно действию этой инерции вещество приблизи-

тельно поровну распределено между звездами. Возможно, что кометные хвосты являются свидетелями могущественного действия солнечного света, который гонит прочь от солнца самые малые и наиболее поглощающие свет частицы.

Мы можем говорить о фунте света с тем же правом, с которым мы говорим о фунте какой-нибудь другой субстанции. Впрочем, масса таких количеств света, с которыми мы обычно имеем дело, чрезвычайно мала, и я высчитал, что Компания Электрического Освещения должна была бы продавать свет по 140 000 000 фунтов стерлинг. за фунт, считая стоимость единицы электрической энергии по самой низкой расценке в 3 пенса. Весь солнечный свет, падающий в течение дня на землю, весит только 160 тонн.

Может быть, не так легко представить себе, как волнообразное движение может обладать инерцией, и еще труднее понять, что значит, что оно обладает весом. Для того, чтобы сделать эти представления более наглядными, возьмем конкретный пример. Вообразим полое тело, внутри которого распространяются лучистая теплота или световые волны; масса тела будет равна сумме масс того вещества, из которого оно сделано, и той лучистой энергии, которая в нем заключена; для того, чтобы перенести его на другое место, нужно будет применить большую силу благодаря присутствию в нем световых волн. Теперь взвесим наше тело на обыкновенных или на пружинных весах. Будет ли оно весить больше вследствие того, что в нем заключена лучистая энергия, или мы получим только вес материальной оболочки? В первом случае мы скажем, что свет имеет вес, и тогда нетрудно будет вывести влияние этого веса на свободно движущийся луч света, не заключенный в материальной оболочке.

Влияние веса сводится к тому, что радиация, находящаяся в полости нашего тела, получает каждую секунду направленный вниз импульс, пропорциональный ее массе. Этот импульс затем постепенно передается телу. В случае свободно движущейся в пространстве волны этот импульс складывается с тем импульсом, который она имела первоначально, и результирующий импульс определяет направление луча, который, таким образом, оказывается изогнутым. Теория Ньютона не указывает, что именно вызывает это изгибание, но довольствуется тем, что выводит его из общих соображений. Теория Эйнштейна указывает, что вызывает это изгибание,—именно изменение скорости световых волн.

До сих пор всегда оказывалось, что масса и вес строго пропорциональны. Один очень важный опыт показал уже, что эта пропорциональность имеет место и в случае нематериальной энергии. Элемент уран содержит большие количества радиоактивной энергии, повидимому электромагнитной природы, которую он постепенно освобождает. Масса этой энергии должна составлять ощутительную часть всей массы вещества. Но при помощи опы-

тов с крутильными весами Этвеша было показано, что отношение веса к массе имеет для урана то же значение, что и для всех других веществ; таким образом, радиоактивная энергия имеет вес. Однако, и в этом опыте мы имеем дело со связанной электромагнитной энергией и, основываясь на нем, мы еще не имеем права делать заключений о свойствах свободной световой энергии.

Легко видеть, что при помощи опыта, поставленного на земле, нам не удастся решить вопрос об изгибании светового луча. Если отношение массы к весу для света имеет то же значение, как для материи, то луч света будет искривлен так же, как траектория материальной частицы. На земле ружейная пуля, как и любое тело, падает приблизительно на 5 метров в первую секунду, на 20 метров в две секунды и так далее, т. е., если её выпустить из ружья так, чтобы она вылетела по горизонтальной прямой, то она через секунду будет на 5, а через две секунды на 20 метров ниже уровня этой линии; поэтому при стрельбе целятся выше цели. Свет тоже должен падать на 5 метров в первую секунду*); но так как он за это время успеет пройти путь в 300 000 километров, то искривление будет совсем незаметным. Какой бы длинный путь мы ни взяли на земле, свет пройдет его так быстро, что действие гравитации едва ли успеет обнаружиться.

Приходится поставить опыт где-нибудь вблизи солнца. Там сила тяготения в 27 раз интенсивнее, чем на земле, и—что еще



Черт. 16.

важнее—большие размеры солнца позволяют действию его проявиться в достаточной степени на гораздо большем протяжении. Отклонение луча может в этом случае достигнуть величины порядка одной угловой секунды, что для астронома является довольно заметным количеством.

На чертеже 16 линия $EFQP$ изображает путь светового луча, исходящего из некоторой отдаленной звезды P и доходящего до земли E . Искривление, главным образом, происходит в той части пути, которая проходит вблизи солнца; в начале и в конце луч практически прямолинеен. Так как луч света вступает в глаз наблюдателя или в его телескоп, имея направление EE , то наблюдатель увидит звезду в этом направлении. Но истинное на-
<http://maabes.ru>

*) Или, по закону Эйнштейна, на 10. Скорость падения возрастает со скоростью движения.

вление от земли к звезде есть QR , т. е. оно совпадает с начальным направлением луча. Таким образом, звезда кажется смещенной кнаружи относительно своего истинного положения на угол, равный полному отклонению луча света.

Нужно заметить, что это верно лишь потому, что звезда настолько удалена, что истинное направление её относительно земли нельзя отличить от её направления относительно точки Q . Для какого-нибудь источника света, находящегося в пределах солнечной системы, видимое смещение источника ни в коем случае не равнялось бы отклонению луча света. Может показаться странным, что притяжение света солнцем вызывает удаление видимого положения звезды от солнца; но ясно, что это так и должно быть.

Сколько-нибудь заметное смещение получается только для звезд, близких к солнцу и, следовательно, единственный случай, когда можно наблюдать это смещение, будет во время полного затмения солнца, благодаря тому, что луна заслоняет его свет. Но даже и в это время наблюдениям мешает солнечная корона, которая простирается на большое расстояние от солнца. Поэтому необходимо, чтобы в непосредственной близости от солнечного диска находились яркие звезды, которые не терялись бы в сиянии короны. Далее, при измерении смещения этих звезд приходится определять их положение относительно других звезд, которые более удалены от солнца и поэтому менее смещены; необходимо, следовательно, чтобы на некотором расстоянии от солнца, немного дальше тех звезд, смещения которых должны быть констатированы, тоже было расположено достаточное число ярких звезд.

В суеверные времена естествоиспытатель, предпринимающий важный опыт, обратился бы к астрологу и тот, „посоветовавшись со звездами“, указал бы благоприятствующий наблюдениям момент. С гораздо большим правом современный астроном мог бы сказать, посоветовавшись со звездами, что самый благоприятный для взвешивания света день—это 29 мая. Дело в том, что солнце в своем ежегодном путешествии по эклиптике проходит по звездным полям разной густоты, но именно 29 мая оно находится среди совершенно исключительной группы ярких звезд—части Гиад—в звездном поле, гораздо лучше, чем все остальные поля, через которые оно проходит. Если бы наша проблема была выдвинута в какое-нибудь другое время, то пришлось бы, может быть, ожидать несколько тысячелетий, прежде чем солнечное затмение случилось бы в этот счастливый день. Но благодаря удивительно счастливому стечению обстоятельств затмение происходило 29 мая 1919 года. Подобное же благоприятное положение солнца будет во время затмения 1938 года, так как затмения повторяются приблизительно через каждые 19 лет; мы живем как раз во время самого благоприятного цикла. Я не хочу сказать, что этих наблюдений нельзя сделать во время других затмений; но это будет гораздо труднее.

На эти исключительно подходящие для наблюдения рассматриваемого эффекта условия обратил внимание своих коллег Королевский Астроном в марте 1917 года; вскоре специальная комиссия из членов Королевского Общества и Королевского Астрономического Общества начала подготавливать всё необходимое для наблюдений. Были отправлены две экспедиции в различные места на той линии, где должно было наблюдаться полное затмение; таким образом, была уменьшена опасность того, чтобы наблюдения не могли состояться из-за дурной погоды. А. Кроммелин и Ч. Давидсон отправились в Северную Бразилию, в Собраль; Е. Коттингам и автор настоящей книги отправились на остров Принца, расположенный в Гвинейском Заливе у берегов Западной Африки. Инструментальное снаряжение для обеих экспедиций подготавливалось в Гринвичской Обсерватории под наблюдением Королевского Астронома; здесь Ч. Давидсон наладил установки, которые были главным фактором успеха обеих экспедиций.

Условия, при которых пришлось работать той и другой экспедиции, были не совсем одинаковы, и нам будет удобнее рассказать о каждой из них в отдельности. Мы сначала проследим за работой наблюдателей, которые были на острове Принца. Они имели телескоп с фокусным расстоянием в 11 футов 4 дюйма. На их снимках одна дуговая секунда (таково наибольшее смещение, которого следовало ожидать) соответствовала приблизительно $\frac{1}{1500}$ дюйма, величине, которая во всяком случае может быть измерена. Отверстие объектива равнялось 13 дюймам, но для увеличения отчетливости изображений употреблялась диафрагма, доводящая его до 8 дюймов. Даже если экспозиция продолжается, как в нашем случае, только несколько секунд, необходимо, чтобы телескоп во время производства снимка поворачивался, следуя за суточным движением звезд. Но так как очень трудно устроить временную установку в отдаленной части земного шара, удовлетворяющую этому требованию, то обыкновенно во время затмений поступают следующим образом: телескоп оставляют неподвижным, а изображения звезд направляют в него при помощи целостата—плоского зеркала, которое приводят во вращение посредством часового механизма. Такую установку применили обе наши экспедиции.

По прибытии на место наблюдатели имели в своем распоряжении для подготовки к наблюдениям более месяца. В самый день затмения погода была неблагоприятная. Когда наступила фаза полного затмения, то темный диск луны, окруженный солнечной короной, был виден сквозь облака; зрелище напоминало то, что бывает иногда ночью, когда звезд не видно, а луна просвечивает через облака. Ничего другого не оставалось делать, как только выполнять программу, которая была намечена, и надеяться на лучшее. Один из наблюдателей все время менял пластинки, а другой

регулировал время экспозиции при помощи экрана, который он держал перед объективом для того, чтобы избежать каких бы то ни было сотрясений телескопа.

Над нами разворачивалось чудесное зрелище, и, как мы увидели потом на снимках, удивительный протуберанец простирался на сотни тысяч километров от солнца. Мы не имели даже времени взглянуть на него. Мы смутно сознавали только, что ландшафт освещен каким-то причудливым полусветом и вся природа умолкла; это молчание прерывалось только возгласами наблюдателей и ударами метронома, отбивающего 302 секунды полной фазы.

Мы получили шестнадцать снимков, продолжительность экспозиции которых колеблется между 2 и 20 секундами. На первых фотографиях звезд не видно, на них только получился замечательный протуберанец; но к концу полной фазы облака, повидимому, немного разошлись, и на последних пластинках появилось несколько изображений звезд. Во многих случаях той или другой из самых существенных звезд не хватает из-за облаков, и этих пластинок нельзя использовать; но на одной пластинке получились достаточно хорошие изображения пяти звезд, и ею можно было воспользоваться для производства измерений. Эти измерения мы выполнили там же на месте через несколько дней после затмения при помощи микрометрической измерительной машины. Задача заключалась в том, чтобы сравнить видимые положения звезд, относящиеся к тому времени, когда они подвергались действию гравитационного поля, с их нормальными положениями, как они получились, когда солнца не было по близости. Нормальные фотографии, с которыми мы сравнивали наши снимки, были сделаны при помощи того же самого телескопа в Англии в январе месяце. Фотографии, полученные во время затмения, и те фотографии, которыми мы пользовались для сравнения, были помещены в измерительной машине одна на другую, так что светочувствительный слой одной лежал непосредственно на светочувствительном слое другой, и соответствующие изображения приходились одно около другого *); небольшие расстояния между ними были измерены в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Пользуясь результатами этих измерений, легко можно было вычислить относительные смещения звезд. При сравнении этих двух пластинок нужно было внести разные поправки на рефракцию, абберацию, ориентировку пластинок и т. д.; но так как такие же поправки приходится вносить при определении параллаксов звезд, причем в этом случае требуется и гораздо большая точность, то всё это является делом привычным для астрономов.

Результат, полученный при помощи этого снимка, указывал на определенное смещение, находящееся в хорошем согласии с

*) Это было возможно потому, что на острове Принца звездное поле подверглось отражению в зеркале целостата, в то время как в Англии снимки были получены непосредственно.

теорией Эйнштейна и не согласующееся с предсказаниями, основанными на теории Ньютона. Хотя приходилось основываться на очень скудных данных сравнительно с тем, на что мы надеялись, автор (который, нужно признаться, не был свободен от предубеждения) признал эти выводы убедительными.

До возвращения в Англию мы не имели никаких дальнейших подтверждений этого результата. Четыре пластинки мы привезли домой непроявленными, так как это были пластинки такого сорта, что их нельзя было проявлять в жарком климате. На одной из них получилось достаточное количество звезд; измерения, произведенные над нею, тоже показали отклонение, предсказанное Эйнштейном, и, таким образом, подтвердили результаты, полученные при помощи другой пластинки.

При исследованиях такого рода всегда можно бояться, что результат получился благодаря систематической ошибке. Откуда вы знаете, что в вашем аппарате нет чего-нибудь такого, что вызывает эти кажущиеся смещения? Ваш объектив подвергался тряске во время переезда; Вы ввели в Вашу оптическую систему зеркало; может быть, достигающая почти 50° разница между температурой воздуха на экваторе и в Англии зимой явилась причиной каких-нибудь изменений. Для того, чтобы опровергнуть эти возражения, мы сделали ночью на острове Принца, а также в Англии снимок другого звездного поля, расположенного на той же высоте, как и то поле, которое мы снимали во время затмения. Если бы причины полученных смещений лежали действительно в инструментах, то на этих пластинках звезды были бы смещены друг относительно друга таким же образом, как и на снимках, относящихся к затмению. Но измерения этих контрольных снимков не дали никаких заметных смещений. Это является как будто бы достаточным доказательством того, что смещение, которое наблюдалось во время затмения, произошло действительно благодаря присутствию солнца в этой области, а не вследствие разницы в условиях, в которых находились инструменты в Англии и на острове Принца. Единственное возражение, которое еще можно сделать, заключается в том, что могла оказать какое-нибудь влияние разница между условиями ночью, когда были сделаны контрольные снимки на острове Принца, и условиями днем или, точнее, во время затмения, когда были получены основные фотографии. Однако, это представляется совершенно невозможным, так как разница в температуре воздуха на острове Принца между ночью и днем не превышает 1° .

Не оставалось почти никаких сомнений; казалось, что вопрос решен, и мы ожидали возвращения другой экспедиции из Бразилии с уверенностью, что она подтвердит наши результаты. В Собрале во время затмения была хорошая погода, и Бразильская экспедиция получила на своих пластинках гораздо более обширный материал, чем мы. Наблюдатели еще в продолжение двух ме-

сяцев после затмения оставались на месте и фотографировали ту же самую область неба перед рассветом, когда не было солнца, для того, чтобы получить контрольные снимки при точно таких же условиях. Одна серия снимков была получена при помощи телескопа, подобного тому, который мы имели на острове Принца. Кроме него, они пользовались еще более длинной трубой с отверстием в 4 дюйма и фокусным расстоянием в 19 футов. Снимки, полученные при помощи первого телескопа, принесли полное разочарование. Хотя на них вышли все звезды, на которые рассчитывали (около 12), и притом на большом числе пластинок, но изображения звезд были испорчены по какой-то причине, вероятно, вследствие того, что зеркало целостата нагрелось под действием солнечных лучей и искривилось. Наблюдатели склонны были к пессимистической оценке этих снимков; но по возвращении в Англию они были измерены первыми, и результаты оказались, против ожидания, совсем иными, чем результаты измерения снимков, полученных на острове Принца. Измерения указывали на слишком хорошее согласие с „половинным отклонением“, то есть с тем значением, которое получается на основании теории Ньютона, и равно половине значения, предсказываемого теорией Эйнштейна. Казалось трудным противопоставить скудные данные, полученные на острове Принца, богатому материалу, собранному при ясном небе в Собрале. Правда, признавалось, что Собральские снимки содержат ошибку; но была ли эта ошибка так велика, чтобы лишить значения их показания в этом вопросе, вначале было еще не вполне ясно; кроме того, изображения на пластинках с острова Принца были не особенно отчетливы и были очень ослаблены благодаря присутствию облаков. Некоторые преимущества, которые компенсируют эти недостатки, были оценены только впоследствии. Сильная их сторона заключалась в том, что сопоставление их с контрольными снимками говорило против наличия систематической ошибки; в Собрале не делали контрольных снимков, а так как было ясно, что несогласие результатов зависело от систематических ошибок, и, следовательно, обширность материала не играет большой роли, то это обстоятельство определенно говорило в пользу результата, полученного на острове Принца. Кроме того, на острове Принца не могло быть вредного влияния солнечных лучей на зеркало, так как солнце скрывалось за покровом облаков. Контрольные снимки имели еще то значение, что они позволили независимо определить разницу в масштабах изображений, полученных в Англии, и тех, которые мы получили во время затмения; для пластинок, полученных в Собрале, разница масштабов была исключена методом редукции, благодаря чему результат основан на измерении гораздо меньшего относительного смещения.

Оставалась еще серия из семи фотографий, снятых в Собрале при помощи четырехдюймового телескопа; их удалось измерить только позже, потому что они были необычной величины и при-

шлось изменить микрометрический аппарат для того, чтобы они в нем поместились. С самого начала никто не сомневался в том, что окончательное решение вопроса зависит от них, так как изображения на них получились почти идеальные и масштаб был больше, чем на других фотографиях. Работа с этим инструментом должна была представлять значительные трудности. С длинным телескопом неудобно обращаться, а меньшая светосила чечевицы делала необходимой более продолжительную экспозицию и, вследствие этого, требовала более точной работы часового механизма; большой масштаб делал фокус более чувствительным к возмущениям—но наблюдатели успешно справились со всеми этими трудностями, и совершенство негативов превзошло все ожидания.

Когда эти пластинки были измерены, то они дали окончательное решение вопроса. Они подтвердили то значение отклонения, которое следует из теории Эйнштейна, в полном согласии с результатами, полученными на острове Принца.

Читатель вероятно помнит, что теория Эйнштейна предсказывает отклонение в $1.74''$ у края солнца*), при чем это отклонение уменьшается с удалением от солнца: оно обратно пропорционально расстоянию от его центра. Отклонение Ньютона равно половине этого, то есть $0.87''$. Окончательные результаты (приведенные к краю солнца), с соответственными „вероятными ошибками“, были

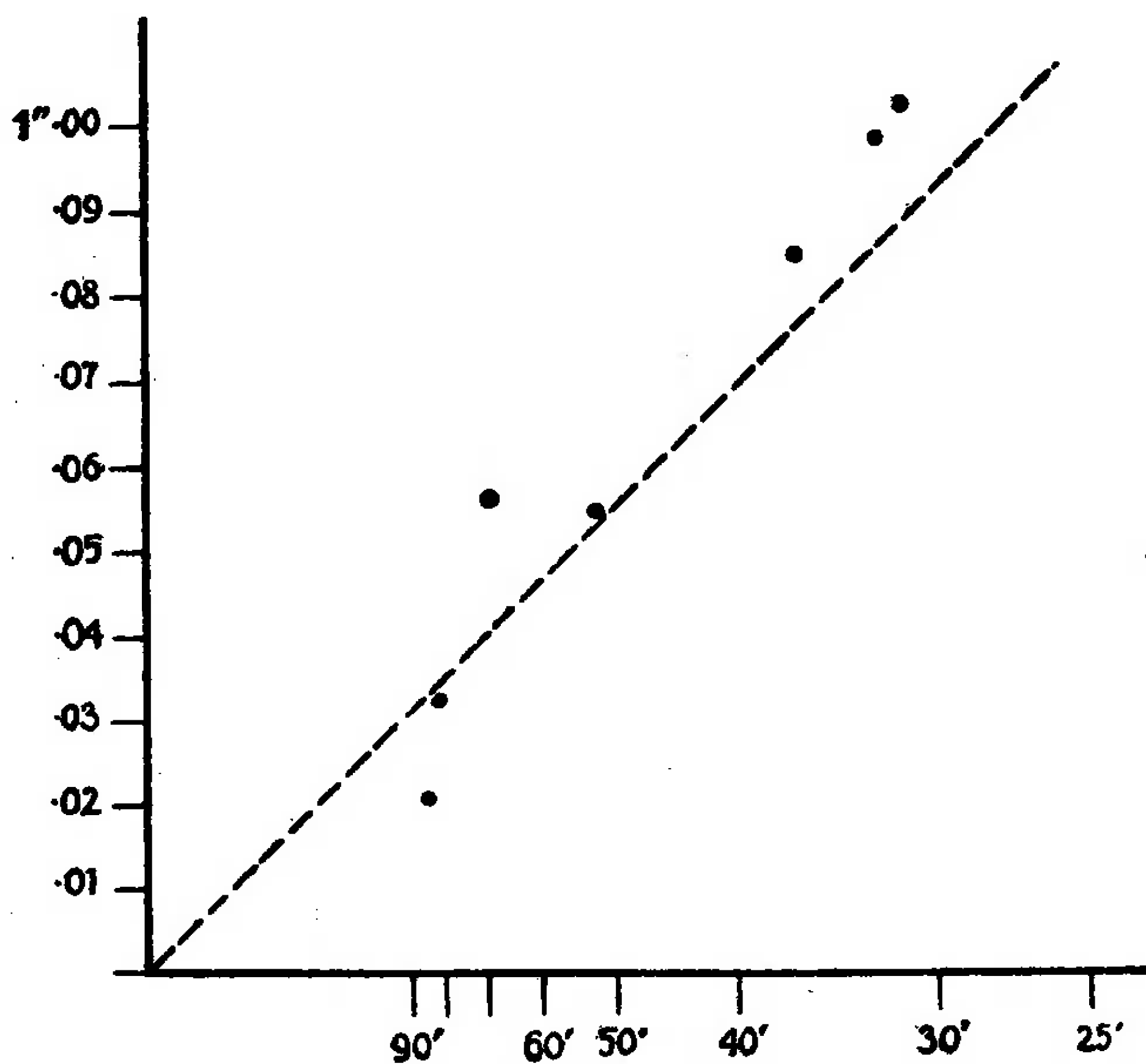
$$\begin{array}{l} \text{в Собрале } 1.98'' \pm 0.12'' \\ \text{на острове Принца } 1.61'' \pm 0.30'' \end{array}$$

Принято считать достоверным, что разность между истинным значением и средним не превышает удвоенной вероятной ошибки. Данные, полученные на острове Принца, таким образом, дают немногим больше того, что требуется для исключения возможности „половинного отклонения“, а Собральские пластинки исключают его с практической достоверностью. Ценность материала, полученного на острове Принца, не больше приблизительно одной шестой ценности того, который получен в Собрале; но то обстоятельство, что данные были получены независимо при помощи двух различных инструментов, в различных местах и при различных системах контроля, несомненно делает это подтверждение теории Эйнштейна менее доступным для критики.

Лучшим контролем результатов, полученных при помощи четырехдюймовой чечевицы в Собрале, служит поразительное согласие результатов измерений отдельных звезд. Теоретически отклонение должно изменяться обратно пропорционально расстоянию от центра солнца; поэтому, если мы будем откладывать на диаграмме по горизонтальному направлению величины, обратные

*) Предсказанное отклонение луча, идущего из бесконечно удаленной точки к бесконечно удаленной, чуть-чуть больше, чем $1.745''$, а для луча, идущего из бесконечно удаленной точки к земле, оно чуть-чуть меньше, чем $1.745''$.

расстояниям, а по вертикальному направлению средние величины радиального смещения, найденные для каждой звезды в отдельности, то точки должны будут лежать на одной прямой. Это видно на чертеже 17, где наклонная прямая соответствует теоретическим предсказаниям Эйнштейна; небольшие отступления находятся в пределах экспериментальных ошибок. Прямая, образуемая с горизонтальной прямой в два раза меньший угол, соответствующая половинному отклонению, была бы явно недопустима.



Черт. 17.

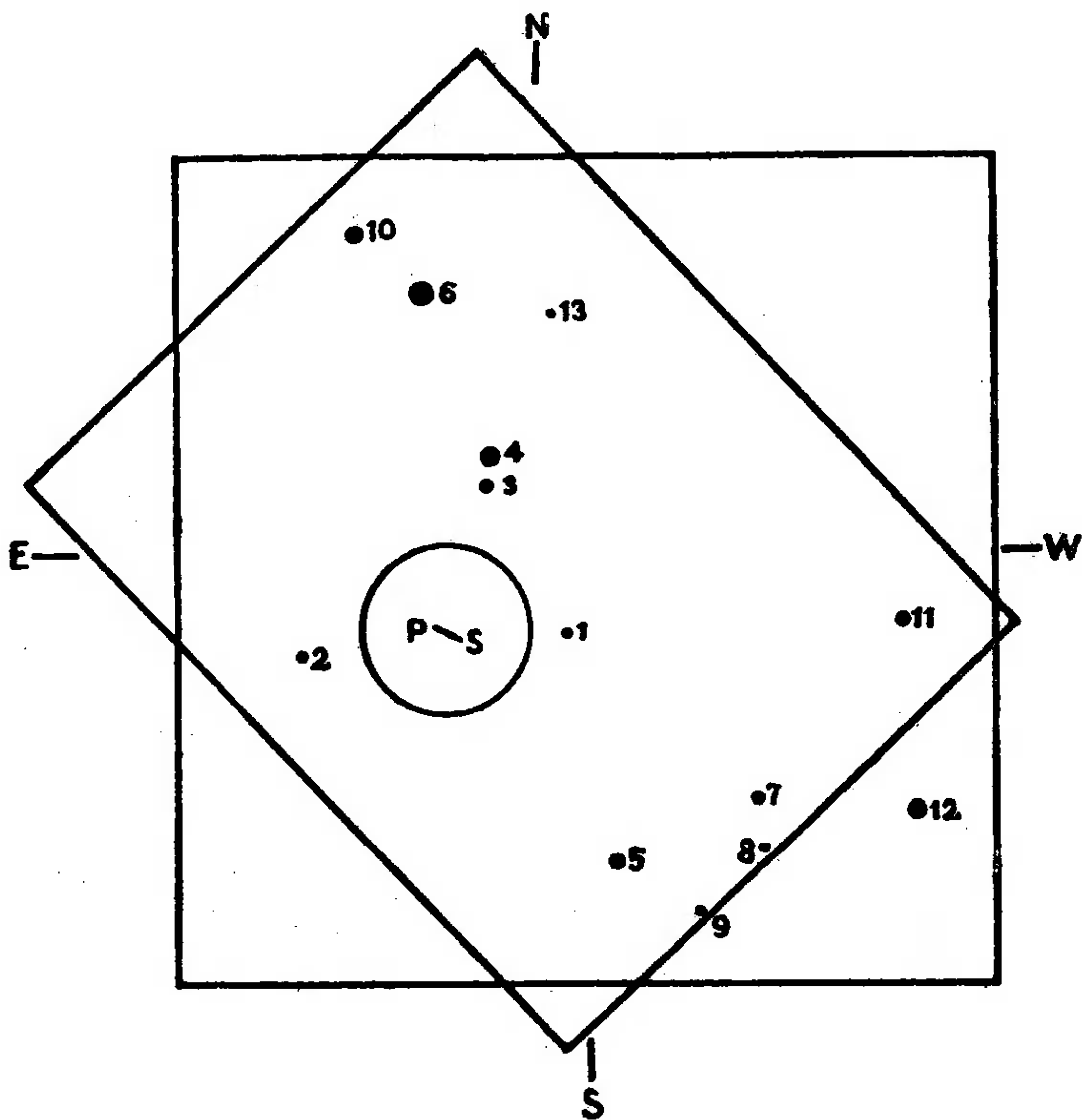
Кроме того, значения отклонения были выведены из измерений прямого восхождения и склонения, независимо одно от другого. Они оказались в полном согласии.

На чертеже 18 видны относительные положения звезд.

Квадрат показывает границы снимка, который мы получили на острове Принца, а наклонный прямоугольник отвечает снимкам, полученным при помощи четырехдюймовой чечевицы в Собрале. Центр солнца передвинулся за те $2\frac{1}{4}$ часа, которые отделяли фазы полного затмения на обеих станциях, из S в P; здесь солнце изображено в том положении, которое оно занимало приблизительно в середине промежутка между этими двумя пунктами. На снимках с острова Принца были измерены смещения звезд №№ 3, 4, 5, 6, 10, 11; на Собральских снимках—№№ 11, 10, 6, 5, 4, 2, 3

(в том порядке, в котором соответствующие точки идут слева на право на черт. 17). Ни одна из этих звезд не была меньше 6-ой величины; самая яркая — α^1 Таури (№ 4) — звезда величины 4.5.

Против того вывода, что результаты наблюдений подтверждают теорию, приводилось следующее возражение: правда,



Черт. 18.

измерения устанавливают отклонение лучей света при прохождении около солнца на величину, предсказанную Эйнштейном, но ни откуда не следует, что это отклонение необходимо приписать гравитационному полю солнца; можно предположить, что оно не обусловлено по существу тем, что солнце обладает массой, а что оно есть случайное явление, вызванное тем обстоятельством, что солнце окружено короной, которая действует, как преломляющая атмосфера. Но тогда было бы совершенно непонятно, почему результаты отклонения лучей этой атмосферой воспроизводят теоретически найденный закон с такой точностью, как это видно на

черт. 17; это предположение мы считаем очень натянутым. Впрочем, на это возражение можно дать и более прямой ответ. Мы уже показали, что гравитационное действие солнца на световой луч эквивалентно действию, производимому преломляющей средой, окружающей солнце, и вычислили коэффициент преломления, которым должна обладать эта среда. На расстоянии 700 000 километров от поверхности солнца этот коэффициент преломления должен быть равен $1.000\,002\,1$. Это отвечает воздуху под давлением в $\frac{1}{140}$ атмосферы, водороду под давлением в $\frac{1}{70}$ атмосферы, гелию под давлением в $\frac{1}{20}$ атмосферы. Очевидно, что на таком расстоянии от солнца не может быть вещества, обладающего плотностью этого порядка. Если бы это было так, то давление столба газа на поверхности солнца должно было бы доходить до 10 000 атмосфер; а мы знаем, на основании спектроскопических данных, что там нет таких высоких давлений. Если нам возразят, что эти массы могут поддерживаться электрическими силами, то мы сошлемся на следующие соображения, связанные с поглощением света, которые являются еще более неоспоримыми. Свет тех звезд, которые были сфотографированы во время затмения, должен был бы пройти через толщу приблизительно в два миллиона километров вещества, обладающего плотностью указанного выше порядка, что соответствует приблизительно 20 000 километрам воздуха той плотности, которую он имеет на поверхности земли. По нашему печальному опыту мы знаем, какое действие может произвести поглощение 10-ю километрами однородной атмосферы земли. И несмотря на это, на снимках, произведенных во время затмения, звезды вышли не менее яркими, чем обыкновенно. Если неукротимый критик будет настаивать на том, что вещество вокруг солнца может быть каким-нибудь новым элементом, обладающим свойствами, совершенно не похожими на свойства уже известных нам веществ, то мы ответим, что механизм преломления и поглощения во всех веществах один и тот же, и что существует предел, до которого может дойти преломление без заметного поглощения. Наконец, для того, чтобы показатель преломления изменялся требуемым образом, нужно было бы еще устроить так, чтобы плотность этого вещества падала по мере удаления от солнца обратно пропорционально расстоянию от центра солнца.

Известно, что несколько комет приближались к солнцу на расстояния, не превосходящие тех, о которых мы сейчас говорили. Если бы им приходилось проходить через атмосферу, обладающую той плотностью, которая необходима, чтобы объяснить наблюдаемое смещение звезд, то они испытывали бы колоссальное сопротивление. А. Кроммелин показал на основании изучения движения этих комет, что верхний предел плотности короны,

которая совместима с этим движением, таков, что соответствующим преломлением можно совершенно пренебречь.

Те, кто рассматривают закон гравитации Эйнштейна, как естественную дедукцию из теории, основанной на минимальном числе гипотез, будут вполне удовлетворены тем, что его замечательное предсказание количественно подтверждено наблюдениями, и что нет никаких непредусмотренных эффектов, которые лишили бы силы это подтверждение теории.

ГЛАВА VIII

ДРУГИЕ ПРОВЕРКИ ТЕОРИИ

Слова Меркурия грубы после песен Аполлона.

Шекспир. Бесплодные усилия любви.

Мы видели, что быстрые световые волны обладают большими преимуществами, как средство для исследования не-Евклидовых свойств пространства. Но, подобно черепахе в басне о зайце и черепахе, медленно движущиеся планеты тоже обладают некоторыми достоинствами в этом отношении, и ими нельзя пренебрегать. Световая волна пробегает всю область в несколько минут и докладывает нам о том, что она успела заметить; планета медленно совершает свой путь впродолжение столетий, проходя всё время по одним и тем же местам. Каждый раз, как она обходит вокруг солнца, она узнает еще что-нибудь новое, и её знания постепенно накаплиются.

По закону Ньютона планета движется вокруг солнца по эллипсу, и если нет других планет, которые оказывают влияние на её движение, то эллипс остается всё время одним и тем же. По закону Эйнштейна её путь почти что эллиптический, но он не совсем смыкается; во время следующего обращения он уже немного повернулся в том же направлении, в каком движется планета. Орбитой, таким образом, является эллипс, который очень медленно вращается *).

Точнее говоря, предсказание Эйнштейна заключается в том, что во время одного обращения планеты её орбита поворачивается на часть полного оборота, равную дроби $3v^2/C^2$, где v скорость планеты, а C скорость света. Скорость движения земли равна $1/10\,000$ скорости света; таким образом, во время одного оборота (то есть за один год) перигелий земной орбиты подвинется вперед на $3/100\,000\,000$ части одного оборота или на $0.038''$. Мы не могли бы обнаружить эту разницу на протяжении одного года, но мы можем подождать, пока не накопится заметная величина. За столетие накопилась бы уже значительная величина, которую можно было бы обнаружить в наблюдениях, если бы этому не мешало то обстоятельство, что земная орбита почти не отличает-

*) Дополнения, примечание 9.

ся от окружности, и потому трудно с достаточной точностью определить положение её перигелия. Мы можем выбрать планету с бóльшей скоростью; тогда эффект увеличится не только потому, что v^2 станет больше, но и потому еще, что продолжительность каждого обращения уменьшится; еще важнее взять планету с ясно выраженной эллиптичностью орбиты для того, чтобы легко было следить за движением линии апсид. Оба эти условия оказываются выполненными в случае Меркурия. Это—самая быстрая из планет, и предсказанный поворот орбиты достигает $43''$ в столетие; кроме того, эксцентриситет её орбиты гораздо больше, чем для остальных семи планет.

Оказывается, что уже давно было известно не находившее себе объяснения движение орбиты Меркурия. Оно в свое время привлекло к себе внимание Леверрье, которому до того удалось на основании возмущений в движении Урана предсказать существование планеты Нептуна. Он думал, что наблюдавшаяся в движении Меркурия аномалия может обуславливаться присутствием некоторой новой, внутренней планеты; эту планету в ожидании её открытия назвали Вулканом. Но, несмотря на тщательные поиски, Вулкан не появлялся.

До того, как Эйнштейн пришел к своему закону гравитации, были приняты следующие данные. Полученный из наблюдений действительный поворот орбиты в столетие составлял $574''$; вычисленный поворот, производимый возмущающими действиями всех известных планет, составлял в столетие $532''$. Оставалось еще объяснить происхождение остатка в $42''$. Хотя едва ли можно было ручаться за точность последней цифры, но этот остаток по крайней мере в тридцать раз превосходил вероятную ошибку *).

С точки зрения теории Эйнштейна, которая предсказывает поворот орбиты на $43''$ в столетие, становится вполне понятным, почему получалась эта большая разница между результатами наблюдений и теорией Ньютона.

Как это предсказание выводится из закона Эйнштейна, можно проследить только при помощи математического анализа; мы заметим лишь, что всякое, даже малейшее отклонение от закона обратной пропорциональности квадрату расстояния должно вызвать передвижение линии апсид орбиты. То, что расстояния частицы, движение которой отличается от кругового, должны колебаться между двумя крайними пределами, представляется вполне естественным; едва ли могло бы быть иначе, если только её скорость не достаточно велика, чтобы она могла совершенно уйти из сферы действия солнца. Но вообще угол, на который повернется её радиус вектор между двумя крайними точками, не будет в точности равен половине оборота. Только в случае

*) По мнению некоторых астрономов точность прежних вычислений была очень преувеличена; но всё-таки некоторая разница, значительно превосходящая ошибки наблюдения, остается.

точного соблюдения закона обратной пропорциональности квадрату расстояния это имеет место, так что орбита замыкается, и следующее обращение начинается в той же точке. Мне кажется, что не существует „простого объяснения“ этого свойства закона обратной пропорциональности квадрату расстояния, и я думаю, что справедливо напомнить тому, кто жалуется на трудность понимания Эйнштейновского предсказания движения перигелия, что настоящая причина затруднения заключается в том, что не удалось еще сделать вполне ясным для непосвященных этот результат теории Ньютона. Те незначительные изменения, которые вводятся гравитационным законом Эйнштейна, нарушают полное согласование, которое было раньше, так что одно колебание расстояния между крайними значениями занимает немного больше одного оборота. Сам Ньютон уже указывал на то, что даже незначительное отступление от его закона вызывает вращение линии апсид.

Уже раньше указывали на то, что изменение массы со скоростью может вызвать движение перигелия; но вследствие неопределенности, которую заключает в себе закон тяготения Ньютона, нельзя было получить бесспорных результатов. Однако, было ясно, что эффект этого изменения слишком мал для того, чтобы объяснить движение перигелия Меркурия; получалась величина $\frac{1}{2}v^2/C^2$, или самое большее v^2/C^2 . Одна только теория Эйнштейна дает полностью $3v^2/C^2$.

Лодж указал на то, что изменение массы со скоростью могло бы обуславливать всё наблюдаемое движение орбиты Меркурия, если принять во внимание неизвестное абсолютное движение солнца в эфире, которое иногда прибавляется, а иногда вычитается из движения планеты по орбите. Во время полемики, которая завязалась между ним и автором настоящей книги, выяснилось, что если бы абсолютное движение было достаточно, чтобы вызвать этот эффект в движении Меркурия, то должны были бы получиться заметные эффекты также в движении Венеры и земли, а последние не наблюдаются. Кроме того, из очень хорошего совпадения теоретически вычисленного движения Венеры и земли с наблюдаемым можно заключить, что либо движение солнца через эфир имеет такую незначительную скорость, которая представляется мало вероятной, либо, что гравитация должна подчиняться относительности в смысле специального принципа (стр. 22) и что влияние увеличения массы со скоростью должно замаскироваться, поскольку речь идет о добавочном равномерном движении.

К сожалению, остальные планеты не дают подходящего материала для дальнейшего испытания гравитационного закона Эйнштейна. Мы не будем останавливаться на Венере и земле, орбиты которых слишком мало отличаются от окружностей, чтобы движение линии апсид можно было обнаружить на наблюдениях. Перейдем к Марсу; он имеет орбиту с умеренным эксцентриситетом, но его скорость гораздо меньше, и теория дает движение

всего на $1.3''$ в столетие. По данным наблюдений перигелий Марса передвигается на $5''$ в столетие (т. е. на $5''$ больше, чем он должен был бы передвигаться по старой теории, если принять во внимание все известные причины); таким образом, теория Эйнштейна и в данном случае, как будто, лучше согласуется с данными наблюдений, чем теория Ньютона; но так как точность результата едва ли достигает $5''$ благодаря неизбежным ошибкам наблюдений, то этому улучшению нельзя приписывать большого значения. Главное заключение состоит в том, что теория Эйнштейна, не нарушая хорошего согласия, которое существовало между теорией и наблюдениями в других случаях, вносит такое же согласие и в случае с Меркурием.

Мы испытали закон гравитации Эйнштейна в случае скорых движений (свет) и в случае умеренно медленных движений (Меркурий). В случае очень медленных движений он приводит к тем же результатам, что закон Ньютона, и согласие последнего с наблюдениями может быть перенесено и на закон Эйнштейна. Результаты этих проверок позволяют считать закон твердо установленным. Мы можем формулировать его следующим образом.

Каждая частица или световое колебание движется так, что количество s , измеренное вдоль её пути между двумя точками, имеет наибольшее возможное значение, причем

$$ds^2 = -(1 - 2m/r)^{-1} dr^2 - d\vartheta^2 + (1 - 2m/r) dt^2.$$

Точность наших наблюдений позволяет утверждать, что коэффициенты имеют указанный вид до членов первого порядка относительно m/r (в случае коэффициента при dr^2) и до членов второго порядка (в случае коэффициента при dr^2) *).

В такой форме закон можно считать твердо обоснованным на опытах, и переработка идей Эйнштейна или даже полный отказ от них вряд ли могли бы отразиться на нем.

Эти результаты, согласно которым пространство в гравитационном поле солнца является не-Евклидовым или искривленным, людям, мало знакомым с теорией, кажутся загадочными. Указывают на то, что эксперименты обнаруживают только искривление или покоробленность физических предметов, находящихся в поле солнца, а не пространства, в котором они расположены. Ответ заключается в том, что нельзя провести разграничения между искривлением физического пространства и искривлением физических объектов, которые это пространство определяют. Если бы нашей целью было только обратить внимание на эти явления в гравитационном поле, как на курьезы, то лучше было бы конечно избегать употребления слов, которые могут быть неправильно поняты. Но мы хотим прийти к ясному пониманию условий, царящих в гравитационном поле, и не можем отказаться от пользова-

*) Дополнения, примечание 10.

ния терминологией, которая кажется нам подходящей для этой цели только на том основании, что может быть кому-нибудь вздумается придавать нашим словам метафизическое значение, которое, конечно, совершенно не соответствует нашей точке зрения.

Мы теперь переходим к другого рода проверке нашей теории. В только что данной формулировке закона гравитации упоминается о количестве s , которое в этой формулировке играет роль только вспомогательной величины, определенной чисто математическим путем. Но в нашей теории мы отождествляли s с интервальной длиной, которую мы измеряем помощью некоторого аппарата, состоящего из масштаба и часов; было бы очень интересно попробовать, нельзя ли это отождествление подтвердить непосредственно при помощи опытов—нельзя ли при помощи опытов решить вопрос о том, есть ли геометрия масштабов и часов то же самое, что геометрия движущихся частиц и световых колебаний.

Был возбужден вопрос о том, нельзя ли разделить нашу теорию на две части. Нельзя ли принять закон гравитации в той форме, в которой он приведен выше, как самодовлеющий результат, подтвержденный наблюдениями, оставляя открытым вопрос о том, может ли быть количество s отождествлено с интервальной длиной? Этот вопрос вызван отчасти желанием выделить из того, к чему мы пришли, бесспорные результаты, освободив их от малейшего следа умозрения, а отчасти желанием сохранить возможность такого выхода, при котором геометрия часов и масштабов (т. е. время и пространство обычных восприятий) могла остаться Евклидовой. Если не связывать количества s с интервальной длиной, то нет необходимости рассматривать его, как некоторую длину; его можно считать просто некоторым отвлеченным количеством, подобным действию в обычной динамике, и тогда новый закон гравитации можно выразить в освященной традицией форме, не касаясь странных теорий пространства и времени. При таком толковании закон теряет, быть может, характер неизбежности, который ему присущ, если его рассматривать в связи со всей остальной теорией; но он остается строго обоснованным экспериментально. К сожалению, для тех, кто предлагает так поступить, невозможно указанным образом разделить теорию на две отдельные части. Без какой-нибудь геометрической интерпретации количества s , наши заключения о путях планет и световых волн не могут быть связаны с астрономическими измерениями, которые их подтверждают. Нельзя непосредственно испытать на опыте пути световой волны, выраженные при помощи координат r , ϑ и t ; координаты — это только вспомогательные количества; при измерениях смещений изображений звезд на фотографических пластинках необходимо обратно перейти от координат к количеству s , которое является здесь в своем значении интервала в геометрии часов и масштабов.

Таким образом, даже с экспериментальной точки зрения, некоторое, хотя бы грубое, соответствие между количеством s , входящим в закон гравитации, и интервалом, который измеряется при помощи часов и масштабов, является существенной чертой теории. Мы должны теперь исследовать, можно ли получить экспериментальные данные, позволяющие нам судить о точности этого соответствия.

Предположение, что колеблющийся атом является идеальным типом часов, кажется вполне допустимым и разумным. Начало и конец каждого отдельного колебания представляют собою два события, а интервал ds между двумя событиями есть абсолютное количество, независимое от координатной сети. Этот интервал должен быть вполне определен природой атома, и, следовательно, два атома, которые абсолютно подобны друг другу, должны задавать своими колебаниями равные значения абсолютного интервала ds . Примем обычную сеть (r, ϑ, t) для солнечной системы, так что

$$ds^2 = -\gamma^1 dr^2 - r^2 d\vartheta^2 + \gamma dt^2.$$

Рассмотрим атом, находящийся в данный момент в покое в какой-нибудь точке солнечной системы. Мы говорим в данный момент, потому что атом должен испытывать ускорение, вызываемое тем гравитационным полем, в котором он находится, и, следовательно, не может оставаться в покое в течение конечного промежутка времени. Если величина ds отвечает одному колебанию, то соответствующие значения dr и $d\vartheta$ будут равны нулю, так как атом не двигался, и мы будем иметь

$$ds^2 = \gamma dt^2.$$

Время колебания dt , таким образом, в $1/\sqrt{\gamma}$ раз больше, чем интервал колебания ds .

Следовательно, если мы имеем два подобных атома, находящихся в покое в двух различных местах солнечной системы, то интервал одного колебания будет один и тот же для обоих, но время колебания будет обратно пропорционально корню квадратному из γ , который имеет различные значения для этих двух атомов. Так как

$$\gamma = 1 - \frac{2m}{r},$$

то, с очень большой точностью,

$$1/\sqrt{\gamma} = 1 + \frac{m}{r}.$$

Возьмем атом на поверхности солнца и другой, подобный ему атом, в какой-нибудь лаборатории на земле. Для первого

$1 + m/r = 1.000\,002\,12$, а для второго $1 - m/r$ можно с точностью, совершенно достаточной для всех практических целей, принять равным 1. Поэтому время колебания атома на солнце увеличивается в отношении $1.000\,002\,12$, и это можно попытаться проверить при помощи спектроскопических измерений.

Здесь возникает важный вопрос. Спектроскопическое исследование мы должны производить в лаборатории на земле; мы должны будем судить о периоде колебания атома, находящегося на солнце, по периоду волны, исходящей из него и доходящей до нас. Не изменится ли при этом её период? Ясно, что не изменится. Первый и второй импульс должны пройти одно и то же расстояние (r); они будут идти с одной и той же скоростью (dr/dt), так как скорость света в нашей координатной сети равна $1 - 2m/r$ и эта скорость зависит от r , но не от t . Следовательно, разность dt на одном конце луча та же, что и на другом.

Поэтому, если мы в лаборатории будем сравнивать два луча света, то свет от солнечного источника будет более длинного периода и большей длины волны (т.-е. краснее), чем свет соответствующего земного источника. Если взять синий свет длины волны в $4\,000\text{ Å}$ (Онгстремов), то солнечные линии будут смещены на $4\,000 \times 0.000\,002\,12$ или на 0.008 Å к красному концу спектра.

Свойства гравитационного поля подобны свойствам поля центробежной силы, и небезынтересно, может быть, посмотреть, как соответствующее смещение спектральных линий происходит в том случае, если атом находится в поле центробежной силы. Предположим, что мы вращаемся вместе с землёй и наблюдаем очень отдаленный атом, который в некоторый момент неподвижен относительно наших вращающихся осей. Мы здесь имеем то же, что в случае атома на солнце,—оба они неподвижны относительно соответствующей координатной сети; солнечный атом находится в поле гравитационной силы, а другой в поле центробежной силы. Направление силы в обоих случаях одно и то же—от земли к атому, являющемуся объектом наблюдения. Следовательно, атом в центробежном поле должен был бы колебаться медленнее, и спектральные линии должны были бы сместиться к красному концу спектра. Так это и будет, если та теория, которую мы изложили, верна. Мы можем уничтожить центробежную силу, выбрав невращающиеся оси. Но наш удаленный атом был неподвижен относительно вращающихся осей, другими словами—он кружится вместе с ними. Таким образом, с обычной точки зрения атом обладает большой скоростью относительно наблюдателя, и его колебания должны быть замедленными, подобно тому, как это было с часами авиатора в главе I. Смещение спектральных линий под влиянием поля центробежной силы—это только другой аспект явления, которое мы уже рассмотрели раньше.

Ожидаемого смещения спектральных линий на солнце по сравнению с соответственными земными линиями искали, но не нашли.

Оценивая значение результатов этих наблюдений для теории относительности, мы должны выяснить, приводят ли они к окончательному выводу, что линии не смещаются, или же свидетельствуют только о неудаче проверки. Главные исследователи Сент-Джон, Шварцшильд, Эвершед и Гребе и Бахем как будто согласны в том, что найденное смещение во всяком случае меньше, чем предсказанное теорией. В полученных данных нельзя, следовательно, видеть подтверждения теории. Но для того, чтобы считать эти наблюдения в малейшей степени неблагоприятными для теории, необходимо установить еще кое-что. Если бы, например, было найдено, что среднее смещение равно 0.004 вместо 0.008 единиц Онгстрема, то единственный вывод, который можно было бы сделать, заключался бы в том, что в солнечной атмосфере действуют какие-то невыясненные еще причины, вызывающие смещение спектральных линий. Никто бы не удивился, если бы это действительно так было, и это конечно лишило бы проверку всякого серьезного значения. Дело обстояло бы так же, если бы наблюдалось смещение в 0.002 единицы, если только это количество превышает случайную ошибку измерения; если нам приходится допустить существование какого-нибудь необъясненного возмущения, то оно так же легко может вызвать смещение в 0.006 единицы, как и в 0.002.

Поэтому данные Эвершеда никак нельзя считать неблагоприятными для теории, так как у него получаются необъясненные смещения как в том случае, если считать теорию правильной, так и в том случае, если отказаться от неё. Одна группа линий, измеренных Сент-Джоном, дала среднее смещение, равное 0.0036; и это тоже показывает, что проверка не удалась. Единственные данные, противоречащие теории, а не только нейтральные—это результаты измерений Сент-Джона над 17 так называемыми линиями циана, которые он считает самыми надежными. Они дали среднее смещение ровно в 0.000. Если бы эти данные были единственными, то мы бы, конечно, были склонны прийти к заключению, что результаты проверки говорят против теории Эйнштейна, и что нет никаких оснований сомневаться в действительности проверки. Автор считает себя не компетентным в критике этих взаимно противоречивых результатов спектроскопических наблюдений, но у него получилось впечатление, что из всех исследований, произведенных до сих пор*), наибольший вес имеют упомя-

*) В то время, как эта книга [английский оригинал] находилась в печати, появилась еще одна статья Гребе и Бахема (*Zeitschrift für Physik*, 1920, стр. 51); в этой статье авторы приводят очень благоприятные данные для смещения Эйнштейна и примиряют разноречивые результаты, полученные большинством исследователей. Всё-таки, самым благоразумным пока будет выжидать, и я не внес изменений в приведенные здесь данные [В 1921 году появились сообщения о работах французских спектроскопистов Buisson et Fabry и Perrot, которые, насколько может судить переводчик, приводят к результатам, очень благоприятным для теории Эйнштейна].

нутые только что последние результаты Сент-Джона. Нам представляется, что с окончательным решением нужно подождать; но полезно посмотреть, каково было бы положение теории, если бы результат третьего *experimentum crucis* оказался окончательно неблагоприятным.

Теперь выясняется, что тот порядок, которому мы следовали при изложении теории и который мы выбрали вследствие необходимости постепенно переходить от обычных представлений о пространстве и времени к более глубоким и основным свойствам абсолютного мира, был не вполне логичным. Мы в начале определили интервал при помощи измерений, производимых масштабом и часами, а потом связали его с путями движущихся частиц. Ясно, что это—порядок, противоположный логическому. Даже простейшего устройства часы представляют из себя сложный механизм, а материальный масштаб тоже довольно сложная вещь. Поэтому нам следовало бы начать с того, чтобы постараться найти ds , исследуя пространство и время при помощи движущихся частиц или световых колебаний, а не при помощи измерений, производимых масштабами и часами. Идя в этом направлении, мы получили бы, например, при помощи одних только астрономических наблюдений формулу для ds в гравитационном поле солнца. Для того, чтобы от такой формулы перейти к точному определению того, что мы измеряем при помощи часов и масштабов, на первый взгляд кажется необходимым предварительно иметь подробную теорию механизмов, входящих в состав часов и масштаба. Но здесь можно достигнуть цели гораздо более коротким и в то же время, повидимому, вполне законным путем. Для этого нужно воспользоваться принципом эквивалентности. Каков бы ни был механизм часов, будь это хорошие часы или плохие, интервалы, которые они отмечают, должны быть чем-то абсолютным; часы не могут знать, какой координатной сетью пользуется наблюдатель, и поэтому их абсолютный ход не может меняться в зависимости от их положения или движения, так как положение и движение имеют смысл только относительно координатной сети. Поэтому, где бы мы их ни поместили, и как бы мы их ни двигали, если только они не повергаются действию столкновений или электрических сил, они всегда должны давать нам равные интервалы, как мы это и предполагали до сих пор. Таким образом, часами можно с полным правом пользоваться для измерения интервалов, даже если определять интервалы новым способом; к другому заключению можно, повидимому, прийти, только допустив, что ход часов зависит от выбора координатной сети *).

*) Конечно, всегда остается возможность, что такое допущение справедливо, хотя это очень мало вероятно. Существенное утверждение теории относительно-сти заключается в том, что (вопреки общепринятому мнению) никакие опыты еще не привели к обнаружению координатной сети абсолютного характера, а не в том, что никакие опыты никогда такой сети не обнаружат.

Из этого положения могут быть, повидимому, только три выхода. Часы, конечно, не могут обращать внимания на то, какой координатной сетью мы пользуемся, но их ход может зависеть от свойств пространства-времени, в котором они находятся *). Земной атом находится в таком слабом гравитационном поле, что пространство-время можно, без ощутительной погрешности, считать плоским; но пространство-время вокруг атома на поверхности солнца не плоско. Может случиться, что эти два атома обнаруживают это различие в абсолютных свойствах окружающего их мира и колеблются не с равными интервалами ds —в противоположность тому допущению, которое мы сделали раньше. В этом случае предсказанное смещение линий в солнечном спектре, конечно, отпадает. Но нам представляется очень сомнительным, чтобы атом мог обнаружить кривизну той области, которую он занимает, потому что искривление заметно проявляется только при рассмотрении областей значительного протяжения; впрочем, атом обладает некоторым протяжением, и нет ничего невозможного в том, что в уравнения его движения входят величины $V_{\text{грав}}^0$, которые отличают гравитационное пространство-время от плоского. Повидимому, почти непреодолимым препятствием к такому объяснению является то, что влияние кривизны на период колебания почти наверное выражалось бы очень малыми членами, содержащими m^2/r^2 , в то время как для объяснения отрицательного результата при наблюдениях смещения необходимы гораздо большие члены порядка величины m/r .

Второй выход связан с вопросом о том, возможно ли, чтобы атом, находящийся в покое на солнце, был в точности подобен атому, находящемуся на земле. Если бы атом упал с земли на солнце, то он приобрел бы скорость в 610 километров в секунду; его можно было бы привести в состояние покоя только при помощи систематической бомбардировки другими атомами. Не могла ли бы эта бомбардировка вызвать длительные изменения тех его свойств, которыми определяется период колебания? Правда, каждый атом беспрестанно подвергается столкновениям, но нельзя отрицать возможности того, что средний солнечный атом имеет период, отличный от периода среднего земного атома, благодаря систематическим отличиям в их истории.

Каковы те два события, которые отмечают начало и конец атомного колебания? Этот вопрос дает указания на третий возможный выход. Если это—два абсолютных события, вроде взрывов двух детонаторов, то интервал между ними есть определенное количество, и наше прежнее рассуждение было правильно. Но если, например, атомное колебание определяется обращением электрона вокруг ядра, то нет двух определенных событий, отмечающих начало и конец колебания. Обращение—значит возвра-

*) Дополнения, примечание 11.

шение к тому же самому положению, в котором электрон был раньше; но мы не можем определить, что такое—то же самое положение, не пользуясь какой-нибудь координатной сетью. Поэтому, совсем неясно, что должен существовать некоторый абсолютный интервал, соответствующий одному колебанию атома; абсолютный интервал существует только между двумя событиями, определенными абсолютно.

Очень мало вероятно, чтобы какая-нибудь из этих трех возможностей действительно могла объяснить отсутствие ожидаемого смещения спектральных линий. Те неопределенности, на существование которых они указывают, связаны, насколько мы можем судить, с величинами гораздо меньшего порядка. Но следует принять во внимание, что эта третья проверка теории Эйнштейна опирается на более сложные рассуждения, чем первые две проверки при помощи световых волн и движения планет. Я думаю, что смещение Фраунгоферовых линий—в высшей степени вероятное предсказание из теории, и я предвижу, что опыты в конце концов подтвердят это предсказание; но этот вывод заключает в себе некоторые гадательные допущения. Однако, помимо того, что в данном случае мы не имеем никаких устойчивых теоретических положений, и практическое осуществление проверки связано с очень большими трудностями: в частности, мы не можем точно учесть совершенно необычных для нас условий, в которых находится поглощающий атом в атмосфере солнца.

Кроме трех рассмотренных проверок мы имеем, повидимому, мало шансов сличить теорию с действительностью, пока наши методы не будут значительно улучшены. Измерение отклонения света каким-нибудь другим телом, кроме солнца, невыполнимо. Смещение видимого положения звезды, непосредственно касающейся диска Юпитера, равнялось бы $0.17''$. Одна сотая секунды дуги это приблизительно предел точности, которого можно достигнуть при самых тщательных измерениях помощью самых больших телескопов. Если бы можно было вести эти наблюдения при тех условиях, в которых ведутся лучшие измерения параллакса, то смещение могло бы быть обнаружено, но не измерено сколько-нибудь точно. Однако, яркий свет планеты лишает нас всякой надежды на успех таких наблюдений.

Большинство астрономов, которые занимаются этим вопросом, рано или поздно делают одну и ту же ошибку относительно двойных звезд. Они считают, что когда одна из двух звезд, составляющих пару, проходит за другой, то она нам должна казаться смещенной относительно её истинного положения, подобно звезде, проходящей за солнцем. Если величина покрывающей звезды сравнима с величиной солнца, то смещение должно быть того же порядка $1.7''$. Это вызывало бы очень заметные неправильности видимой орбиты двойной звезды. Но если мы обратимся к нашему рассуждению на стр. 114, то мы увидим, что там

существенную роль играет огромная величина отношения расстояния QR звезды от солнца к расстоянию EF солнца от земли. Только при этих условиях видимое смещение объекта равно отклонению, которое испытывает луч, идущий от него. Легко видеть, что там, где это отношение, наоборот, очень мало, как в случае двойных звезд, видимое смещение будет крайне незначительной дробью угла, на который отклоняется луч. Его нельзя будет обнаружить на опыте.

Условия кажутся более благоприятными в том случае, если две независимые звезды расположены приблизительно под одним углом зрения, с разностью не больше $1''$, и притом одна находится на гораздо большем расстоянии от земли, чем другая. Я не знаю, существует ли такая пара. Кажется, что от более отдаленной звезды, кроме прямого луча, который должен идти без заметного отклонения, в наш глаз должен попадать еще луч, обходящий более близкую звезду с другой стороны и подвергающийся соответственному изгибанию, и мы должны, таким образом, видеть два изображения звезды. Второе изображение будет, конечно, неотличимо от изображения более близкой звезды; оно только увеличит её яркость, которая опять сделается прежней, когда звезды разойдутся. Но рассмотрим пучек света, проходящий около ближайшей звезды; внутренний край его будет изогнут больше, чем внешний, так что пучек сделается более расходящимся. Это увеличение расхождения пучка очень мало; но и всё расхождение пучка света, идущего от источника, расположенного на расстоянии сотен миллиардов километров, крайне мало. Легко вычислить, что это увеличение расхождения настолько ослабит свет, что мы не будем в состоянии его обнаружить, когда он дойдет до нас *).

Если бы видимые положения двух несвязанных одна с другой звезд еще более сблизилась между собою так, чтобы одна почти покрывала другую, то могли бы получиться заметные эффекты. Если бы они сблизилась настолько, что прямой луч проходил бы на расстоянии около 100 миллионов километров от более близкой звезды, то этот луч стал бы заметно слабее. Путь этого луча еще не был бы заметно изогнут, но расхождение пучка света уже стало бы значительно больше, и в наш телескоп попадало бы меньше света.

Эта проверка закона вряд ли могла бы иметь важное значение, так как очень мало вероятно, чтобы удалось наблюдать достаточное сближение; и во всяком случае, нельзя было бы быть уверенным в том, что ослабление света не происходит благодаря атмосфере ближайшей к нам звезды.

Теория дает еще небольшие поправки в случае движения луны; этот вопрос исследовал де Ситтер (de Sitter). Как ось орбиты, так и линия ее пересечения с эклиптической, должны подвигаться

*) Дополнения, примечание 12.

вперед на $2''$ в столетие больше, чем это показывает теория Ньютона. Однако, в настоящее время ни наблюдения, ни вычисления, основанные на теории Ньютона, не доведены до такой степени точности, чтобы можно было проверить этот результат; впрочем, сравнительно небольшое увеличение точности сделало бы сопоставление возможным.

Так как некоторые звезды обладают массами, превышающими, быть может, в десять раз массу солнца, причем радиус их не слишком велик по сравнению с радиусом солнца, то они должны были бы давать большие смещения спектральных линий, и таким образом нам представлялся бы более благоприятный случай для третьей проверки.

К сожалению, предсказанное смещение невозможно отличить от смещения, вызываемого согласно принципу Допплера движением звезды в направлении луча зрения. Так, например, ожидаемое смещение солнечных линий эквивалентно тому смещению, которое мы наблюдали бы, если бы солнце удалялось от нас со скоростью в 0.634 километра в секунду. В случае солнца мы, на основании других данных, знаем точно, какова должна быть скорость в направлении луча зрения; но мы не имеем таких сведений для других звезд. Единственное, на что мы можем рассчитывать—это получить какие-нибудь указания на величину средней скорости, с которой от нас удаляются звезды, имеющие более значительные массы. Кажется мало вероятным, чтобы среди звезд, взятых наудачу в разных частях неба, преобладало направление движения от земли; и если бы был обнаружен соответствующий эффект, то его можно было бы приписать смещению Эйнштейна. Действительно, в случае звезд, обладающих сравнительно большими массами (звезды спектрального типа B), измерения дают смещения, которые наблюдались бы при удалении от нас с средней скоростью приблизительно в 4.5 километра в секунду; для объяснения достаточно предположить, что значение величины m/r для этих звезд приблизительно в семь раз больше, чем для солнца—предположение вполне допустимое и разумное. Это явление было хорошо известно астрофизикам еще за несколько лет до опубликования теории Эйнштейна. Но существует так много возможных способов объяснения его, что этим данным нельзя придавать большого значения. Кроме того, обладающие очень незначительной плотностью „гигантские“ звезды типа M тоже показывают систематические смещения, отвечающие удалению от земли со значительной скоростью, между тем как для этих звезд m/r должно иметь гораздо меньшее значение, чем для солнца.

ГЛАВА IX

ИМПУЛЬС И ЭНЕРГИЯ

For spirits and man by different standards mete
The less and greater in the flow of time.
By sun and moon, primeval ordinances—
By stars which rise and set harmoniously—
By the recurring seasons, and the swing
This way and that of the suspended rod
Precise and punctual, men divide the hours,
Equal, continuous, for their common use.
Not so with us in the immaterial world;
But intervals in their succession
Are measured by the living thought alone
And grow and wane with its intensity
And time is not a common property;
But what is long is short, and swift is slow
And near is distant, as received and grasped
By this mind and by that. *Newman, Dream of Gerontius.*

(Духи и люди различными мерами измеряют, что больше и меньше в потоке времени. По солнцу и луне, установленным от века, по звездам, гармонически заходящим и восходящим, по правильно повторяющимся временам года и по качанию в ту и другую сторону прута люди делят время на часы равные и непрерывные, для своего обычного употребления. Не то мы в бесплотном мире: у нас промежутки времени в их последовательности измеряются только живой мыслью; они растут и уменьшаются вместе с её напряжением; у нас время не общее свойство. Что долго для одного, может быть коротко для другого, что быстро—может быть медленно, что близко—далеко, в зависимости от того, какой ум воспринимает. *Ньюмен, Сон Геронтия).*

Одно из самых важных следствий теории относительности заключается в объединении инерции и гравитации.

Приступающий к изучению механики принимает первый закон движения Ньютона не без некоторых колебаний. Он охотно, конечно, соглашается с тем, что неподвижное тело будет оставаться в состоянии покоя до тех пор, пока что-нибудь не заставит его притти в движение; но он не имеет уверенности в том, что движущееся тело будет пребывать в состоянии равномерного движения до тех пор, пока оно не встретит какого-нибудь препятствия. Совершенно естественно думать, что движение—это импульс, порыв, и когда он выдохнется, то тело окончательно остановится. Учитель без труда справится с теми аргументами, при помощи которых ученик захочет защищать эту точку зрения,

указывая на трение, которое приходится преодолевать при равномерном движении поезда или велосипеда. Он покажет, что если трение меньше, например, в том случае когда камень скользит по льду, то движение продолжается дольше, так что, если трение совершенно будет устранено, то равномерное движение будет продолжаться неопределенно долго. Но он при этом умалчивает о том, что если бы устранить всё, что мешает свободному движению—если бы льда совсем не было, то движение ни в коем случае не было бы равномерным и было бы подобно движению падающего тела. Учитель, вероятно, подчеркнет это свойство равномерного движения продолжаться неопределенно, не требуя ничего, что можно было бы назвать причиной. Этому свойству дают название инерция; её рассматривают, как врожденную тенденцию и противопоставляют силе, которая является активной причиной. Пока мы применяем термин сила только к давлению и натяжениям элементарной механики, т. е. в тех случаях, где предполагается непосредственное соприкосновение тел, это различие имеет полное основание; мы можем наглядно представить себе бомбардировку тела молекулами, заставляющую его изменить движение. Но когда мы обобщаем понятие о силе, подводя под это понятие и силу тяжести, то различие уже становится неясным.

Что касается нас, то мы совершенно отрицаем различие в последнем случае. Гравитационная сила не есть активный фактор, действующий против пассивной тенденции инерции. Гравитация и инерция—это одно. Равномерный прямолинейный путь—это понятие, связанное с определенной координатной сетью, выбор которой вполне условен и произволен. Нельзя представлять себе, что тело оглядывается, видит, кто его наблюдает, и затем чувствует врожденную тенденцию двигаться по прямой линии этого наблюдателя—испытывая еще, быть может, в то же время активную силу, заставляющую его двигаться по какому-нибудь другому пути. Если существует какая-нибудь врожденная тенденция, то это—тенденция следовать длиннейшему пути между двумя точками, тому, что мы называли натуральным путем. Мы можем изменить формулировку первого закона движения следующим образом: „Каждое тело стремится продолжать двигаться по тому пути, по которому оно движется, за исключением тех случаев, когда оно, вследствие столкновений с другими материальными телами, вынуждено двигаться по какому-нибудь пути, отличному от того, по которому оно двигалось бы иначе“. Я думаю, никто не будет оспаривать этого глубокомысленного утверждения!

Является ли естественный путь прямым или искривленным, является ли движение равномерным или переменным, во всяком случае, оно требует некоторой причины. И эта причина во всех случаях есть соединенная инерция-гравитация. То, что мы дали ей название, не помешает нам в свое время попытаться её объяснить. Пока же заметим, что это отождествление инерции и гравитации,

т. е. взгляд, согласно которому они являются двумя составными частями, на которые произвольно разлагают некоторое единое свойство, объясняет, почему вес всегда пропорционален инерции. Это экспериментальное положение, проверенное с очень большой точностью, следовало бы в противном случае рассматривать, как замечательный закон природы.

Мы видели, что естественный путь—это длиннейший путь между двумя точками; и так как это единственный путь, который можно определить при помощи абсолютных свойств, т. е. единственный путь, имеющий некоторый абсолютный смысл в природе, то мы имеем, как будто бы, вполне достаточное объяснение того, почему частица, не встречающая препятствий, должна ему следовать. Это—вполне удовлетворительное объяснение, но мы, естественно, хотели бы иметь более ясное представление о причине—об инерции-гравитации, которая заставляет её двигаться по этому пути.

Мы видели, что гравитационное поле, окружающее тело, связано с некоторого рода кривизной пространства-времени и, следовательно, вокруг каждой частицы есть маленькая морщинка. Но частица беспрестанно смещается, если не в пространстве, то во времени; поэтому, в нашем четырехмерном изображении, которое дает, так сказать, картину всего времени с птичьего полета, эта морщинка имеет вид длинного желобка, идущего вдоль пути частицы. Но такой желобок или складка не может идти по произвольному пути,—это знает любая портниха. Закон гравитации Эйнштейна дает правило, по которому кривизна в некоторой точке пространства-времени связана с кривизной в соседних точках; так что, если такую складку начать закладывать в каком-нибудь направлении, то остальной её путь может быть предсказан. До сих пор мы смотрели на закон тяготения, как на правило, показывающее, как эта морщинка распространяется в пространстве; закон Ньютона, например, говорит, что соответствующая сила изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния. Но закон Эйнштейна кроме того показывает, как гравитационное поле распространяется во времени, так как нет абсолютного различия между временем и пространством. Из закона Эйнштейна можно вывести при помощи математических рассуждений, что морщинка той формы, которая соответствует отдельной частице, необходимо должна идти вдоль пути наибольшей интервальной длины между двумя точками.

Путь материальной частицы определяется, таким образом, взаимодействием незначительного гравитационного поля, которое её окружает и которое, насколько мы знаем, составляет её сущность,—с общим пространством-временем области. Различные формы, которые этот путь может принимать, находят себе объяснение в новом законе гравитации. Прямые пути звезд и искривленные пути планет стоят, с этой точки зрения, на одном уровне и получают объяснение одного и того же рода. Один всеобщий закон, сводящийся к тому, что пространственно-временной континуум

может обладать только кривизной первой степени, оказывается достаточным для того, чтобы определить формы всех возможных желобков, проходящих в нем.

То обстоятельство, что при помощи закона Эйнштейна оказывается возможным проследить за гравитационным полем не только в пространстве, но и во времени, приводит к объединению многих основных положений механики. Если нам задан тонкий слой пространства-времени, представляющий состояние вселенной в течение нескольких секунд, причем должным образом описаны все морщинки, отвечающие частицам вещества, то мы можем шаг за шагом восстановить всё пространство-время и найти положения этих морщинок во все последующие времена (электрические силы предполагаются исключенными из рассмотрения). Для этого не нужно знать ничего, кроме закона гравитации — искривление может быть только первой степени, — и, таким образом, все предсказания механики могут быть выведены из закона гравитации. Сохранение массы, сохранение энергии и сохранение количества движения — всё это должно содержаться в неявной форме в законе Эйнштейна.

Может показаться странным, что мы делаем закон гравитации Эйнштейна как бы ответственным за всю механику, потому что во многих механических задачах гравитацией в собственном смысле этого слова, т. е. тяготением, можно пренебречь. Но у нас инерция и гравитация объединены; этот закон есть в то же время и закон инерции, а инерция или масса играет роль во всех задачах механики. Когда мы говорим, как это встречается во многих задачах, что действием силы тяжести можно пренебречь, мы имеем в виду только то, что можно пренебречь взаимодействием морщинок, соответствующих различным частицам; мы никогда не скажем, что можно пренебречь действием на частицу общей структуры пространства-времени, в котором она находится.

Сохранение импульса (количества движения) в трех независимых направлениях и сохранение энергии составляют вместе четыре закона или уравнения, которые играют основную роль для всех ветвей механики. Хотя они применяются и в тех случаях, когда гравитации, в обычном смысле, нет, мы теперь знаем, что должна быть возможность вывести их, как и всё остальное в механике, из закона гравитации. Для теории Эйнштейна является большим триумфом, что из его закона вытекают с полной точностью эти экспериментально установленные положения, которые всеми рассматривались, как совершенно не связанные с гравитацией принципы. Мы не можем войти в подробное рассмотрение математического вывода соответствующих уравнений, но мы в общих чертах покажем, как к ним можно притти.

Мы уже объяснили раньше, что хотя выражения $G_{\mu\nu}$ всюду в пространстве-времени в точности обращаются в нуль, всё-таки, если мы берем их средние значения в небольшой области, содержащей

большое количество материальных частиц, то эти средние или „макроскопические“ значения не будут равны нулям*). Можно найти формулы, которые позволяют вычислять эти макроскопические значения, зная число, массы и движения частиц. Так как мы взяли средние значения количеств $G_{\mu\nu}$, то мы должны аналогичным образом поступить и с частицами вещества; другими словами, мы заменяем их равномерно распределенной материей, обладающей эквивалентными свойствами. Мы получим, таким образом, макроскопические уравнения вида

$$G_{\mu\nu} = K_{\mu\nu},$$

в которых с одной стороны стоят мало говорящие нам количества, при помощи которых описываются свойства пространства-времени, а с другой стороны мы имеем хорошо известные физические количества, дающие плотность, импульс (количество движения), энергию и внутренние напряжения находящегося в нем вещества. Эти макроскопические уравнения получаются из одного только закона гравитации при помощи процесса составления средних значений.

Точно такой же процесс позволяет в Ньютоновой теории гравитации перейти от уравнения Лапласа $\nabla^2\varphi = 0$ к уравнению Пуассона для непрерывной материи $\nabla^2\varphi = -4\pi\rho$.

Если допустить существование непрерывной материи, то становится возможным любой вид пространства-времени. Закон гравитации уже не отрицает возможности известных видов, а только указывает, какие значения $K_{\mu\nu}$, т. е. какое распределение и движение непрерывной материи в области должно сопутствовать каждому данному виду. Это не находится в противоречии с первоначальной формулировкой закона, ибо она относится только к случаю, когда существование непрерывной материи исключается из рассмотрения. Теперь возможны любые системы значений потенциалов; мы только должны при помощи наших формул вычислить соответствующие значения $G_{\mu\nu}$ и тогда мы сейчас же получаем соответствующие значения $K_{\mu\nu}$, определяющие условия, в которых должно находиться вещество, необходимые для того, чтобы вызвать эти потенциалы. Но предположим, что это необходимое распределение вещества в пространстве и времени является невозможным, нарушающим законы механики! Нет, существует только один закон механики, закон гравитации; раз мы нашли такое распределение материи, которое удовлетворяет уравнениям $G_{\mu\nu} = K_{\mu\nu}$, то не нужно уже заботиться о выполнении еще каких-нибудь условий. Это распределение должно быть механически возможным; впрочем, оно может быть неосуществимым на практике, если, например, оно предполагает чрезмерно большую или отрицательную плотность вещества.

*) Сначала мы образуем средние значения коэффициентов g , а затем вычисляем выражения $G_{\mu\nu}$ по формулам примечания 5.

Когда мы говорили о законе для пустого пространства $G_{\mu\nu} = 0$, мы заметили, что хотя эта система состоит из десяти уравнений, только шесть из них могут быть независимыми. Это было так потому, что десять уравнений вполне определяют значения потенциалов и фиксируют, таким образом, не только вид пространства-времени, но и координатную сеть. Ясно, что мы должны сохранить за собой право наносить эту сеть по нашему желанию; она определяется произвольным выбором, а не законом природы. Этот произвол в выборе системы, зависящей от четырех количеств, влечет за собой то, что выражения $G_{\mu\nu}$ всегда должны удовлетворять четырем соотношениям, так что, если шесть из наших уравнений даны, то остальные не дадут уже ничего нового.

Эти соотношения должны быть тождествами, которым удовлетворяют выражения $G_{\mu\nu}$, и которые вытекают из их математического определения; другими словами, если выписать $G_{\mu\nu}$ полностью, согласно их определению, и выполнить те операции, которые указываются этими тождествами, то все члены должны сократиться и должно остаться $0 = 0$. Существенно здесь то, что рассматриваемые четыре соотношения являются следствием способа образования выражений $G_{\mu\nu}$ из их простейших составных частей (из коэффициентов $g_{\mu\nu}$ и их производных) и должны быть всегда выполнены. Эти четыре тождественных соотношения действительно были найдены*).

Так как в случае непрерывной материи имеют место равенства $G_{\mu\nu} = K_{\mu\nu}$, то ясно, что те же самые четыре соотношения должны удовлетворяться для количеств $K_{\mu\nu}$, правда, уже не как тождества, а как следствия закона гравитации, то есть равенства величин $G_{\mu\nu}$ и $K_{\mu\nu}$.

Итак, то обстоятельство, что мир имеет четыре измерения, обуславливает некоторую четырехкратную произвольность в выборе координатной сети; это, в свою очередь, влечет за собой существование четырех тождественных соотношений между $G_{\mu\nu}$; и наконец, в силу закона тяготения эти тождества приводят к четырем новым законам, относящимся к плотности, энергии, импульсу и напряжениям вещества, имеющим свое математическое выражение в $K_{\mu\nu}$.

Оказывается, что эти четыре закона суть законы сохранения импульса (количества движения) и энергии.

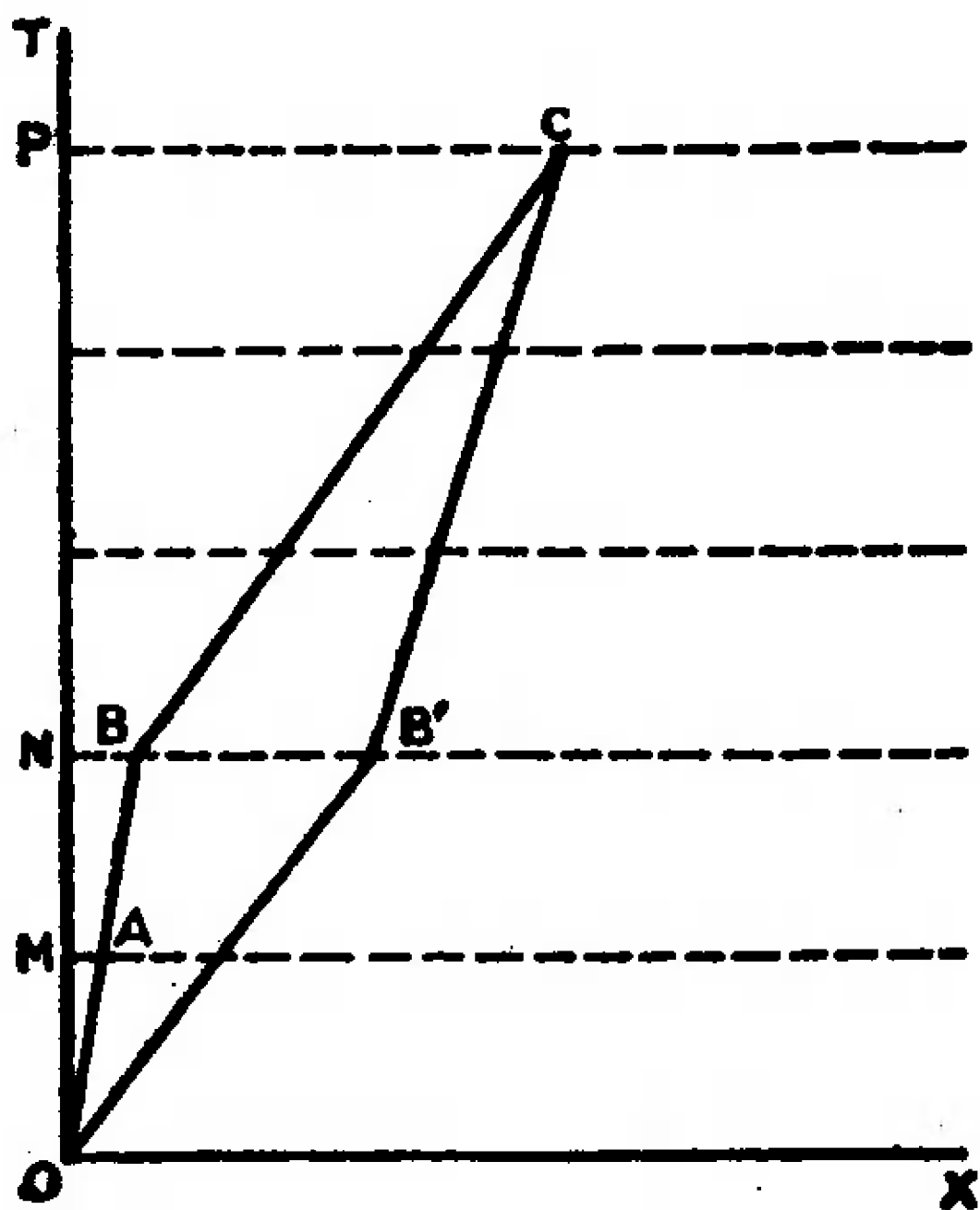
Наше рассуждение имеет такой общий характер, что мы можем даже утверждать, что каждому абсолютному свойству мира четырех измерений, в данном случае кривизне, должны соответствовать четыре относительных свойства, для которых имеют место законы сохранения. Это может быть сделано исходным пунктом общего исследования о необходимых свойствах неизменяемого чувственного мира, т. е. мира, субстанция которого сохраняется.

*) Дополнения, примечание 13.

Есть еще один физический закон, который прежде тоже считали основным, — закон сохранения массы. Развитие физики в последнее время заставило нас несколько изменить нашу точку зрения на него; не то, чтобы мы теперь отрицали его справедливость, но мы его толкуем иначе, и он теперь поглощается законом сохранения энергии. Этот вопрос желательно разобрать подробнее.

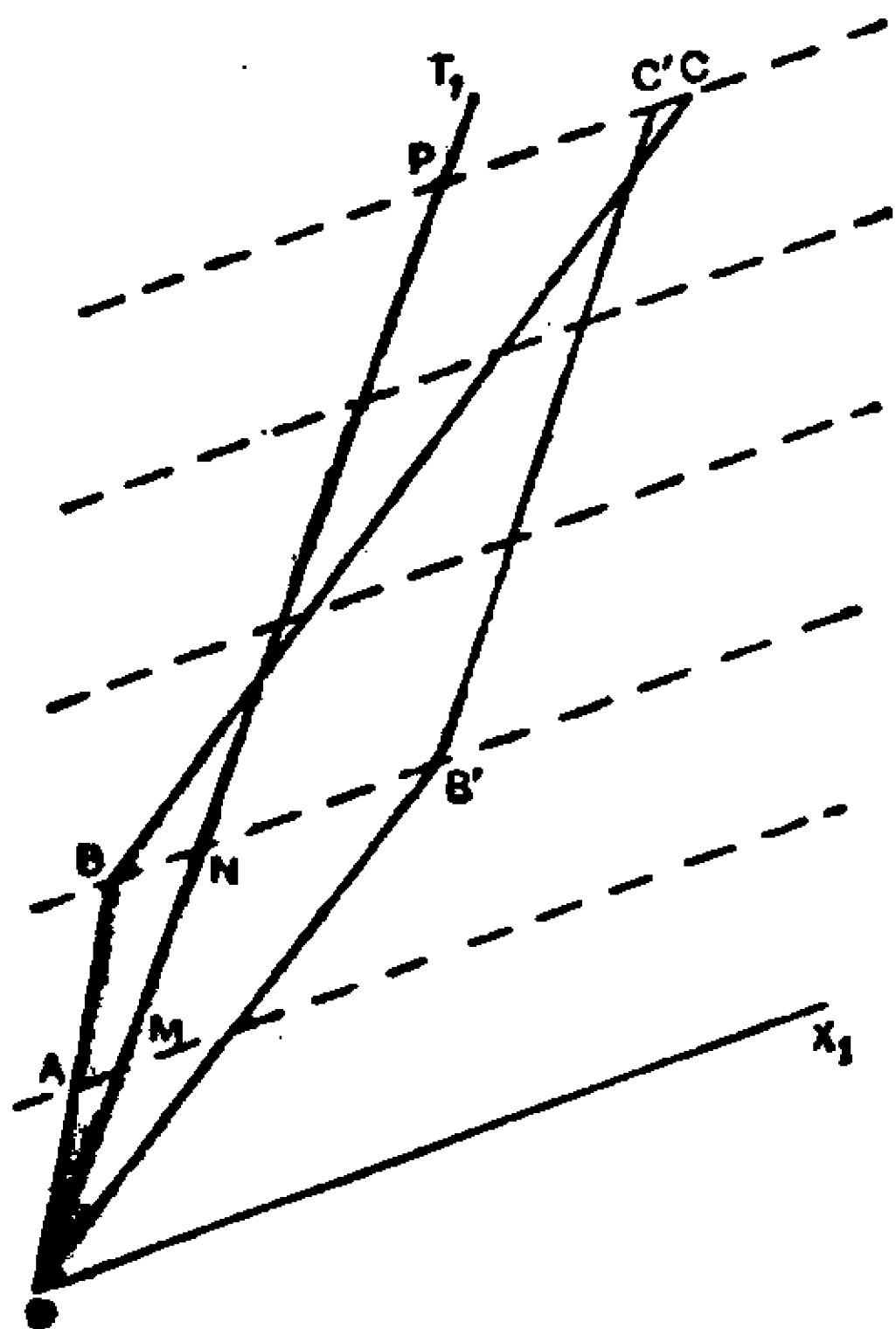
Прежде считали, что масса частицы есть число, связанное с частицей и выражающее некоторое её существенное свойство, которое остается неизменным при всех превращениях её судьбы. Если это число обозначить через m , а через u обозначить скорость частицы, то импульс будет mu ; этим соотношением, вместе с законом сохранения импульса, в сущности, определялась масса. Возьмем, для примера, две частицы, массы которых пусть будут $m_1 = 2$ и $m_2 = 3$ и которые движутся по одной и той же прямой. Будем изображать пространство и время, как они представляются наблюдателю S , обычным образом; пусть скорость первой частицы изображается направлением OA (черт. 19). Эта частица в единицу времени продвинулась на расстояние MA , так что MA будет ее скоростью с точки зрения наблюдателя S . Продолжая линию OA до пересечения со второй прямой деления времени, мы получим отрезок NB , который представляет собою скорость, умноженную на 2, то есть, этот горизонтальный отрезок NB изображает количество движения частицы. Если мы подобным же образом, исходя из B , проведем BC в направлении скорости m_2 , так, чтобы этот отрезок занимал три деления времени, то расстояние, которое показывает, насколько его конец правее его начала, даст нам количество движения второй частицы. Длина PC будет, следовательно, равна общему количеству движения или сумме импульсов обеих частиц.

Предположим теперь, что происходит какое-нибудь изменение скоростей наших частиц, не связанное с получением импульса извне, например, столкновение. Так как общее количество движения не изменяется, то новое построение, которое мы сделаем с новыми скоростями, должно привести нас опять в точку C ; другими словами, новые скорости будут представлены некоторыми направлениями OB' и $B'C$, где B есть какая-нибудь точка прямой NB .



Черт. 19.

Рассмотрим теперь, как всё это будет представляться другому наблюдателю S_1 , движущемуся равномерно и прямолинейно относительно S . Как его пространство и время получаются из пространства и времени наблюдателя S , мы уже видели в главе III; соответствующая сеть частью намечена на черт. 20.



Черт. 20.

Одно и то же движение изображено на этих двух чертежах, конечно, параллельными прямыми, но толкование их различно. Если мы, как и раньше, возьмем на прямой, изображающей движение частицы m_1 , отрезок, занимающий два деления времени, а на прямой, отвечающей m_2 — три, то мы найдем, что общее количество движения для наблюдателя S_1 изображается отрезком PC (черт. 20); но производя такое же построение со скоростями после столкновения, мы придем к другой точке C' . Таким образом, количество движения сохраняется для первого наблюдателя, но не сохраняется для второго, оно было с его точки зрения равно

PC до столкновения, а после столкновения сделалось равным PC' .

Несоответствие получилось вследствие того, что мы при наших построениях доводили прямая, изображающие движения частиц, до пересечений с различными линиями, делящими пространство и время, т. е. откладывали на них различные отрезки, в зависимости от того, с точки зрения какого наблюдателя мы производили построение. Правило для определения количества движения должно быть таково, чтобы оба находили его при помощи одного и того же построения, независимо от их сетей, так чтобы они приходили к одной и той же точке C . Тогда не будет играть роли, если вследствие различия в способах измерения времени один будет измерять импульс некоторым горизонтальным отрезком, а другой наклонным; оба сойдутся в том, что момент не изменится в результате столкновения. Для описания такого построения мы, понятно, должны пользоваться интервалом, который одинаков для обоих наблюдателей; на прямой OB нужно отложить отрезок, соответствующий интервалу, равному 2 единицам, а на OC — отрезок, соответствующий интервалу в 3 единицы, не обращая никакого внимания на сеть. Тогда оба наблюдателя сделают одно и то же построение и придут к одной и той же точке (отличной как от C , так и от C'); тогда, если импульс сохраняется с точки зрения одного наблюдателя, он сохраняется и с точки зрения второго.

Это влечет за собой изменение определения импульса. Импульс должен теперь быть определен, как произведение массы на изменение положения δx по истечении интервала δs , а не по истечении времени δt . Таким образом,

$$\text{импульс} = m \frac{\delta x}{\delta s}$$

вместо

$$\text{импульс} = m \frac{\delta x}{\delta t},$$

между тем как масса по прежнему является неизменяемым числом, отнесенным к частице.

Сохраняется ли определенный таким образом импульс в действительности или нет — это вопрос, решение которого должно быть найдено при помощи опытов или при помощи дедукции из закона гравитации. Важно то, что при первоначальном определении закон сохранения импульса не мог быть правильным во всех случаях, потому что, если он имел силу для одного наблюдателя, то он наверное был неправилен для другого. Новое определение делает сохранение импульса во всех случаях возможным. Оказывается, что именно в этом смысле закон сохранения импульса получается из закона гравитации при помощи тожеств, о которых мы говорили выше. Что касается экспериментального подтверждения, то сейчас достаточно будет сказать, что во всех обычных случаях интервал так мало отличается от промежутка времени, что экспериментальное обоснование, на которое опирался закон сохранения прежнего импульса, годится и для нового.

Итак, в теории относительности импульс является произведением неизменяемой или инвариантной массы на видоизмененную скорость $\delta x/\delta s$. Но физик предпочитает для практических целей сохранять прежнее определение импульса, как массы, умноженной на скорость $\delta x/\delta t$. Мы имеем

$$m \frac{\delta x}{\delta s} = m \frac{\delta t}{\delta s} \cdot \frac{\delta x}{\delta t};$$

импульс представляется здесь в виде произведения двух сомножителей — скорости $\delta x/\delta t$ и массы $M = m \delta t/\delta s$, которая уже не является инвариантной для данной частицы, но зависит от её движения относительно наблюдателя. Если мы хотим сохранить обычное в физике определение импульса, мы должны будем понимать под массой количество M .

Пользуясь неускоренными прямоугольными осями, мы имеем по определению s

$$\delta s^2 = \delta t^2 - \delta x^2 - \delta y^2 - \delta z^2,$$

так что

$$\left(\frac{\delta s}{\delta t}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\delta x}{\delta t}\right)^2 - \left(\frac{\delta y}{\delta t}\right)^2 - \left(\frac{\delta z}{\delta t}\right)^2 = 1 - u^2,$$

где u есть численная величина скорости частицы (при скорости света, принятой за единицу). Следовательно,

$$M = \frac{m}{\sqrt{1 - u^2}};$$

отсюда видно, что масса увеличивается с увеличением скорости, при чем это увеличение характеризуется тем же множителем, который дает нам величину сокращения Фитцджеральда.

Увеличение массы со скоростью есть свойство, которое может быть и должно быть проверено на опыте. Для того, чтобы обеспечить успех такого опыта, необходимо иметь возможность экспериментировать с большими скоростями и применять известные нам силы, достаточно большие для того, чтобы они могли произвести заметное отклонение быстро движущихся частиц. Эти условия как раз выполнены в случае так называемых β -частиц, т. е. небольших отрицательно заряженных частиц, выбрасываемых радиоактивными веществами, или подобных же частиц, из которых состоят катодные лучи. Они достигают скоростей, доходящих до 0.8 скорости света, для которых увеличение массы выражается множителем 1.66, а то обстоятельство, что они заряжены, позволяет применить к ним значительную электрическую или магнитную силу. Новейшие опыты вполне подтверждают найденное теоретически увеличение массы и показывают, что множитель $1/\sqrt{1 - u^2}$ по крайней мере приблизительно соответствует действительности. Этот опыт первоначально был выполнен Кауфманном, но последующие видоизменения его метода позволили в последнее время получить гораздо более точные данные.

Если скорость не очень велика, то для вычисления M можно воспользоваться приближенным равенством

$$m/\sqrt{1 - u^2} = m + \frac{1}{2} mu^2.$$

Мы видим, что масса M состоит из двух частей: массы в состоянии покоя m и второго члена, который оказывается равным энергии движения. Если считать, что член m представляет собой нечто вроде потенциальной энергии, скрытой в веществе, то можно отождествить массу с энергией. С этой точки зрения увеличение массы со скоростью обозначает только лишь то, что к скрытой энергии прибавилась энергия движения. Нам придает смелость сделать это отождествление еще то обстоятельство, что в случае электрического заряда электрическая масса есть не что иное, как энергия статического поля; и, подобным же образом, масса света есть электромагнитная энергия света.

Когда мы пользуемся обычными единицами мер, то скорость света не равна единице, и, благодаря этому, вводится искусственное различие между массой и энергией. Они измеряются разными единицами, и энергия E имеет массу E/C^2 , где C — скорость

света в соответствующих единицах. Но весьма вероятно, что масса и энергия это только два различных способа измерять то, что в сущности является одной и той же вещью, в том же смысле, как параллакс и расстояние звезды можно рассматривать, как два способа выразить одно и то же свойство положения в пространстве. Если нам возразят, что их не следует смешивать, так как это всё-таки различные свойства, то мы ответим, что мы имеем дело не с чувственными свойствами, а с математическими количествами, представляющими собою частное и произведение других, более доступных непосредственному восприятию количеств, именно—импульса и скорости. Они, по существу, являются математическими понятиями, и поэтому математики могут распоряжаться ими по своему усмотрению.

Приведенное здесь доказательство зависимости массы от скорости является гораздо более общим, чем доказательство, основанное на электрической теории инерции. Оно непосредственно приложимо к целым материальным телам. Массы m_1 и m_2 не должны быть обязательно частицами; это могут быть тела любой величины и любого состава, в то время как, основываясь на одной только электрической теории, мы не имели возможности вывести изменения массы планеты из изменения массы электрона.

Нужно, однако, заметить следующее: масса инерции может быть измерена физическими методами только в связи с изменением её движения; но именно в то время, когда движение изменяется, понятие массы является наименее определенным, потому что как раз в это время кинетическая энергия, которая составляет часть массы, переходит от одной частицы к другой или же излучается в окружающее поле, и едва ли можно определить тот момент, когда энергия теряет свою связь с частицей и может считаться освободившейся. Энергия или масса, содержащаяся в данной области, всегда есть определенное количество; но какую часть её нужно отнести на счет данной частицы—это определено лишь в случае равномерного движения. При строгой постановке вопроса необходимо вообще рассматривать массу не частицы, а области.

Движение вещества из одного места в другое вызывает изменение гравитационного поля в окружающем пространстве. Если движение равномерно, то поле просто переносится вместе с телом, но если движение ускорено, то во внешнее пространство излучается нечто вроде гравитационных волн, при чем скорость их распространения равна скорости света. Точные законы здесь не очень просты, потому что, как мы видели, гравитационное поле изменяет скорость света; таким образом, возмущение само изменяет скорость, с которой оно распространяется. Подобно этому и точные законы распространения звука в высшей степени сложны, потому что возмущение, производимое звуком в воздухе, изменяет скорость, с которой он распространяется. Но приближен-

ные законы распространения гравитации очень просты: это те же законы, по которым распространяются электромагнитные возмущения.

Кроме массы и энергии, есть еще одно количество, которое играет большую роль в современной физике—это действие. Термин действие имеет здесь специальное значение, и его не следует смешивать с Ньютоновым „действием и противодействием“. В частности, в теории относительности оно, повидимому, является одним из самых основных понятий. Причину этого не трудно усмотреть. Если мы хотим говорить о непрерывной материи, находящейся в некоторой данной точке пространства и времени, мы должны употребить термин плотность. Плотность, умноженная на объем некоторой части пространства, дает нам массу или, что то же самое, энергию. Но с нашей пространственно-временной точки зрения гораздо более важное значение имеет плотность, умноженная на четырехмерный объем некоторой части пространства-времени; это и есть действие. Оно, таким образом, есть масса, умноженная на время, или энергия, умноженная на время, и гораздо важнее и того и другого.

Действие это кривизна мира. Едва ли можно придать этому утверждению наглядность, потому что наше понятие о кривизне основано на знакомстве с двумерными поверхностями пространства трех измерений, которые дают только очень ограниченное представление о четырехмерной поверхности в пространстве пяти или большего числа измерений. Двумерная поверхность имеет одну только полную кривизну, и если эта кривизна равна нулю, то поверхность плоска или, по крайней мере, может быть развернута на плоскость. В случае четырех измерений мы имеем много коэффициентов кривизны; но есть одно количество, которое играет особую роль; это—инвариант, не зависящий от координатной сети, который мы обозначим через G и который мы назовем просто кривизной. Из того, что кривизна исчезает, не следует, что пространство плоско; мы видели, в самом деле, что в естественном гравитационном поле пространство-время не плоско, хотя в нем не может быть массы или энергии, а поэтому действие и кривизна равны нулю.

Где мы имеем материю*), там есть действие и, следовательно, кривизна; интересно отметить, что в области, заполненной обычным веществом, кривизна пространства-времени далеко не так ничтожна. Например, в воде обычной плотности кривизна такова же, как в пространстве, имеющем вид шара с радиусом в 570 000 000 километров; этот результат покажется еще более поразительным, если выразить его в единицах времени: радиус окажется равным, приблизительно, получасу.

Трудно нарисовать себе ясную картину того, что это значит;

*) Любопытно, что в пространстве, содержащем только свет, нет действия. Свет имеет массу (M) в обычном смысле, но инвариантная масса (i) равна нулю.

но мы можем во всяком случае отметить, что водяной шар с радиусом в 570 000 000 километров имел бы совершенно необычайные свойства. По всей вероятности, должен существовать верхний предел для возможной величины шара, состоящего из воды. Насколько мне удалось выяснить, однородная масса воды такой величины (но не большей) может существовать. Она не имела бы ни центра, ни границы, любая её точка была бы так же расположена по отношению ко всей массе, как и любая другая—подобно тому, как точки поверхности шара расположены по отношению к этой поверхности. Каждый луч света, пространствував впродолжение часа или двух, возвращался бы к своей исходной точке. Ничего не могло бы войти в массу или выйти из неё, потому что она не имеет границы, через которую можно было бы проходить; она была бы неотличима от пространства. Не могло бы существовать другого мира, где-нибудь в другом месте, потому что не было бы никакого „другого места“.

Масса этого объема воды меньше, чем масса звездной системы, вычисленная даже по самым скромным подсчетам. Некоторые физики предсказывали, что настанет в отдаленном будущем время, когда вся энергия выродится, и звездная система постепенно превратится в одну сплошную однородную массу. Может быть, тогда будут осуществлены эти странные условия!

Закон гравитации, законы механики и законы электромагнитного поля удалось свести к одному принципу наименьшего действия. Большей частью это объединение было достигнуто еще до появления теории относительности и только присоединение гравитации к этой схеме было новым. С нашей точки зрения вполне понятно, что если действие есть нечто абсолютное, то можно абсолютно задать некоторую конфигурацию тем её свойством, что ей отвечает наименьшее действие; поэтому естественно ожидать, что законы мира возможно выразить в такой форме. Это рассуждение похоже на то, которым мы пользовались, когда в первый раз хотели установить тождественность естественных путей частицы с путями наибольшей интервальной длины. Мы видим, что общий закон неизбежно должен иметь такой вид; мы не можем поэтому рассчитывать найти в нем путеводную нить к выяснению тайн строения мира.

Действие—это одно из двух понятий физики периода, предшествующего появлению теории относительности, которое сохраняется неизменным в абсолютном описании мира. Единственное другое понятие, пережившее эту революцию—энтропия. Теория относительности бросала свою тень вперед уже при своем приближении, и физические знания уже тогда имели тенденцию объединяться около двух великих обобщений—принципа наименьшего действия и второго закона термодинамики или принципа максимума энтропии.

Мы теперь собираемся перейти к тому развитию, которое наша

тема получила в самое последнее время и в котором многое еще не так ясно; сейчас как раз кстати оглянуться назад и еще раз остановиться на главных результатах, которые уже выяснились для нас. Важнейшие из них мы формулируем следующим образом.

1. Расположение событий внешнего мира есть четырехмерное расположение.

2. Наблюдатель, инстинктивно или сознательно, строит координатную сеть (систему делений пространства и времени) и определяет положение событий по отношению к ней.

3. Хотя теоретически как будто возможно описать явления, не пользуясь какой бы то ни было сетью (при помощи перечисления совпадений), такое описание было бы громоздким. На практике в физике мы всегда описываем отношение событий к нашей координатной сети; и все термины и понятия элементарной физики и повседневной жизни связаны с этой относительной картиной мира.

4. Количества, вроде длины, продолжительности, массы, силы и т. д., не имеют абсолютного смысла; их значения зависят от той сети, к которой мы их относим. Если хорошо уяснить себе этот факт, то результаты современных опытов, относящихся к изменениям длины твердых тел, перестают казаться парадоксальными.

5. Не существует основной координатной сети. В частных задачах и, в особенности, в ограниченных областях возможно бывает выбрать координатную сеть, которая более или менее отражает в себе основные черты абсолютной структуры мира, и упростить таким образом явления, относя их к ней. Но структура мира не такова, чтобы её в точности можно было передать при помощи координатной сети, и в любой обширной области всякую координатную сеть нужно считать произвольной. Во всяком случае, те системы, которые применяются в обычной физике, произвольны.

6. Изучение абсолютной структуры мира основано на „интервалах“ между близкими друг к другу событиями, которые являются абсолютными атрибутами событий, независимыми от какой бы то ни было координатной сети. При построении мировой геометрии интервал играет роль, аналогичную той, которую расстояние играет в обычной геометрии.

7. Эта мировая геометрия обладает одним свойством, которое делает её непохожей на Евклидову геометрию; свойство это заключается в том, что интервал между двумя действительными событиями может быть действительным или мнимым. Конечно, этому математическому различию между действительными и мнимыми интервалами должно отвечать некоторое физическое различие, и это обуславливает распадение или расщепление четырехмерного расположения на время и пространство. Но такое расщепление не единственно, и обычно принимается расщепление, которое связано с путем наблюдателя в четырехмерном мире.

8. Геодезическая линия, или путь максимальной или мини-

мальной интервальной длины, имеет абсолютный смысл. И так как никакой другой вид пути не может быть определен абсолютно, то мы приходим к заключению, что пути свободно движущихся частиц суть геодезические линии.

9. В Евклидовой геометрии геодезические линии суть прямые. Очевидно, невозможно выбрать систему измерения пространства и исчисления времени так, чтобы все свободные частицы в солнечной системе двигались по прямым линиям. Поэтому, геометрия в гравитационном поле должна быть не-Евклидовой.

10. Так как пути частиц в гравитационном поле должны, конечно, подчиняться каким-нибудь законам, то возможные геометрии должны быть ограничены известными типами.

11. Эти ограничения относятся, конечно, к абсолютной структуре мира и должны быть независимыми от выбора координатной сети. Это обстоятельство суживает круг возможных ограничительных условий. Фактически остается одно разумное ограничение; оно заключается в том, что мир должен (в пустых областях) иметь искривление не выше, чем первой степени; мы это условие принимаем в качестве закона гравитации.

12. Мы исследовали самый простой тип возвышения, обладающего такой кривизной. Оно заканчивается чем-то вроде бесконечной трубы; мы предполагаем, что она срезана и заполнена областью, в которой этот закон не соблюден, т. е. частицей материи.

13. Пути, следующие геодезическим линиям на склонах этой возвышенности, весьма мало отличаются от путей, вычисленных на основании закона гравитации Ньютона. Незначительные отклонения от закона Ньютона, которые получаются, были экспериментально проверены на движении Меркурия и отклонении света.

14. Точнее было бы говорить не о возвышении, а о хребте, имеющем линейное протяжение. Так как интервальная длина вдоль него вещественна, то есть она имеет временное направление, то этот хребет можно принять в качестве линии времени. Материя имеет, таким образом, непрерывное существование во времени. Далее, для того, чтобы оказался выполненным закон гравитации, небольшой хребет всегда должен идти вдоль геодезической линии в общем поле пространства-времени, чем подтверждается заключение, к которому мы пришли в пункте 8.

15. Законы сохранения энергии и импульса в механике могут быть выведены из этого закона кривизны мира.

16. Мы видим теперь, что некоторые явления, как, например, сокращение Фитцджеральда или изменение массы со скоростью, о которых раньше думали, что они зависят от соответствующих электрических сил, являются общими следствиями относительности знания. Другими словами, так как длина и масса суть отношения некоторой абсолютной вещи к координатной сети наблюдателя, то мы можем предсказать, как эти отношения изменятся, если их отнести к другой координатной сети.

ГЛАВА X

К БЕСКОНЕЧНОСТИ

Современный геометр ничего не знает о пространстве на бесконечном расстоянии, он ничего не знает о свойствах существующего в настоящее время пространства в прошедшей и будущей вечности. Он знает, правда, что законы, принятые Евклидом, верны с точностью, к которой не может приблизиться точность никакого прямого эксперимента, не только в том месте, где мы находимся, но и в местах, находящихся от нас на таких расстояниях, о которых никогда не думал никакой астроном; но он знает об этом, как о Здесь и Теперь; за пределами, доступными ему, есть еще Там и Тогда, о которых он не знает ничего в настоящее время, но, может быть, впоследствии что-нибудь узнает. *В. Клиффорд (1873).*

Камнем преткновения для философии, которая отрицает абсолютное пространство, является возможность экспериментального констатирования абсолютного вращения. Уверенность в том, что земля вращается около своей оси, возникла первоначально на почве наблюдения над суточным движением небесных тел; это, по существу, есть наблюдение относительного вращения, и если бы всё дело ограничивалось этим, то не возникало бы никаких затруднений. Но мы можем обнаружить то же вращение или вращение, очень мало отличающееся от него, при помощи таких методов, которые, как будто, не имеют никакого отношения к небесным телам; а такое вращение, очевидно, абсолютно. Планета Юпитер покрыта облаками, так что существа, населяющие её, вероятно, не подозревают о существовании каких-нибудь тел вне его; но они очень хорошо могли бы не только обнаружить, но и измерить вращение Юпитера. При помощи гирокомпаса они могли бы фиксировать на планете две определенные точки—северный и южный полюсы. Потом, при помощи опыта Фуко над вращением плоскости качания свободно подвешенного маятника, они бы определили угловую скорость вращения около оси. Таким образом, наверное существует определенная физическая константа, угловая скорость движения около оси, которая имеет основное значение для жителей Юпитера; единственный вопрос, который можно поставить, это—имеем ли мы право называть её абсолютным вращением.

Сопоставим это с абсолютным переносным движением. Здесь вопрос идет уже не о том, чтобы дать некоторой физической константе подходящее название; жители Юпитера не нашли бы никакой константы, которой можно было бы давать название. Мы сейчас же

видим, что теория относительности прямолинейного и равномерного движения существенным образом отличается от теории относительности вращения. Первой приходится объяснять, почему некоторых явлений нет, а второй—почему они есть.

Та теория, которую мы излагаем теперь, как будто, принимается за решение этой проблемы, но потом от этого отказывается. Она позволяет наблюдателю, если он хочет, считать, что земля не вращается, но окружена полем центробежной силы; все другие тела вселенной обращаются тогда вокруг земли по орбитам, которые определяются в главных чертах этим полем центробежной силы. Можно, конечно, построить, исходя из этого, систему астрономии; она, правда, будет несколько громоздка, но все явления получат полное объяснение. Центробежная сила есть составная часть гравитационного поля и подчиняется Эйнштейнову закону гравитации, так что законы природы вполне удовлетворяются при таком способе представления явлений. Но остается один опасный вопрос: что является причиной центробежной силы? Конечно, не земля, которая по предположению не вращается. По мере того, как мы удаляемся в пространство в поисках за такой причиной, центробежная сила всё время возрастает, так что, чем больше мы откладываем уплату долга, тем тяжелее условия расплаты. Наша теперешняя теория похожа на должника, который мало думает о том, какие большие обязательства накапливаются за ним, и вполне удовлетворен тем, что всегда может отсрочивать уплату. Она удаляет причину в бесконечность и довольствуется тем, что законы природы—соотношения между прилегающими одна к другой частями мира—удовлетворяются на всём её пути.

Из этого положения возможен еще один выход, который мы должны рассмотреть. Наш новый закон гравитации допускает, что быстрое движение притягивающего тела оказывает влияние на силовое поле. Если земля не вращается, то звезды должны обращаться около неё с чудовищными скоростями. Не могут ли они благодаря этим большим скоростям вызвать около земли ощутимое силовое поле, которое мы воспринимаем, как поле центробежной силы? Если бы это оказалось так, то мы могли бы сказать, что достигли полного исключения абсолютного вращения и что все эффекты, связанные с вращением, можно приписывать, безразлично, либо вращению земли, считая звезды неподвижными, либо обращению звезд около неподвижной земли; сохранилось бы только относительное вращение. Едва ли кому-нибудь удастся убедить себя в том, что звезды имеют какое-нибудь отношение к нашему явлению. Мы не поверим, что если бы все небесные тела были уничтожены, то это отразилось бы на движении гироскопа. Во всяком случае, точные вычисления показывают, что центробежная сила не могла быть вызвана движением звезд, поскольку они нам известны.

Мы должны, поэтому, отказаться от мысли, что явления, ко-

которые обыкновенно толкуются, как признаки вращения земли—сжатие земли, движение гирокомпасов и т. п.—могут быть объяснены вращением относительно каких-нибудь материальных тел, существование которых мы можем констатировать. Философы, которые упорно стоят на том, что немыслимо рассмаривать вращение, не относя его к каким-нибудь материальным телам, без сомнения возразят, что объяснение должно заключаться во вращении относительно каких-нибудь материальных тел, существование которых нам еще не удалось констатировать. Мы до сих пор при развитии нашей теории многим обязаны философии, потому что она давала нам указания, относящиеся к вещам, о которых мы что-нибудь знаем; и, как оказалось, эти указания приводили к результатам, которые были подтверждены опытами. Но мы не можем, оставаясь физиками, относиться с таким же вниманием к её новым притязаниям; мы не отвергаем предложенного объяснения категорически, мы только говорим, что оно вне области нашего рассмотрения. Физика предъявляет к устанавливаемой ею схеме объяснения природы еще одно требование, кроме /требования, чтобы она была истинной: она должна обладать еще некоторым свойством, которое можно назвать „сходимостью“. Закон сохранения энергии строго верен только в том случае, если принимать в расчет всю вселенную; но его ценность для физики заключается в том факте, что он приближенно верен для почти изолированной системы. Физика есть точная наука, потому что она берет за решение задач с небольшим числом определенных условий; она приближается к истине, переходя постепенно к более сложным задачам, обнимающим более широкий круг явлений. Приближения физики составляют сходящийся ряд. История, с другой стороны, очень часто похожа на расходящийся ряд; мы до тех пор не получим даже приближенного результата, пока не включим последний член бесконечного ряда в те данные, на основании которых мы строим предсказания. Физика, если она хочет сохранить свои преимущества, должна идти своим путем, устанавливая такие законы, которые приближенно верны для ограниченных данных чувств, и распространяя их затем на неизвестное. Относительность вращения не является приближенно верной для данных, полученных при помощи наших чувств, хотя она, может быть, и верна, если включить в число данных, кроме известного, также и неизвестное.

Те же соображения, которые мы высказываем относительно вращения, применимы и к ускорению, хотя трудность здесь меньше бросается в глаза. Мы можем, если угодно, приписывать солнцу произвольное ускорение, уравновешивая его введением однородного гравитационного поля. Благодаря действию этого поля остальные звезды будут двигаться с тем же ускорением, и ни одно явление не изменится. Но всё-таки кажется необходимым найти причину существования этого поля. Оно не вызвано гравитацион-

ным действием звезд. Единственное, что нам остается сделать— это искать причину всё дальше и дальше в направлении к бесконечности; чем дальше мы эту причину хотим поместить, тем большие массы притягивающего вещества оказываются необходимыми, чтобы её вызвать. С другой стороны, абсолютное ускорение земли не так бросается в глаза, как её абсолютное вращение *).

Мы сознаем, что эта точка зрения связана еще с некоторыми затруднениями; но если мы внимательно рассмотрим этот вопрос, то у нас получится впечатление, что затруднения эти не очень серьезны. Теория относительности, как мы её понимаем, утверждает, что наши деления пространства и времени введены наблюдателем и не имеют никакого отношения к законам природы; поэтому обычные физические величины,—длина, продолжительность, масса, сила и т. п., которые даны нам только в отношении к этим делениям, не являются вещами, имеющими абсолютное значение в природе. Но мы никогда не отрицали, что существуют в мире свойства, имеющие абсолютное значение; мы даже много времени потратили на розыскание таких свойств. Мы показали, что геодезические линии, или естественные пути, имеют абсолютное значение, а в ограниченной области мира можно выбрать деления пространства и времени так, чтобы геодезические линии сделались приблизительно прямыми линиями. Мы можем назвать систему таких делений „естественной“ сетью для данной области, хотя эта сеть, вообще говоря, не соответствует тому, как на практике устанавливается пространство и время в этой области; она отвечает, например, пространству и времени наблюдателя в падающем снаряде, но не Ньютонова сверхнаблюдателя. Этой сети можно дать абсолютное определение, при чем останется неопределенность только в отношении равномерного движения. Вращение земли, обнаруживаемое опытом с маятником Фуко, есть вращение, отнесенное к этой естественной сети. Если бы мы думали, что в абсолютном вращении такого рода есть что-нибудь недопустимое, то это значило бы, что мы совершенно не поняли нашей собственной теории относительности.

Как материальные частицы, так и геодезические линии являются чертами абсолютной структуры мира; и вращение относительно геодезической структуры есть явление такого же порядка, как движение относительно материальных тел. Здесь, однако, бросается в глаза то обстоятельство, что вращение происходит не только относительно местной геодезической сети данной не-

*) Чтобы определить, даже приближенно, абсолютное ускорение земли, нам нужно было бы иметь довольно полные сведения о возмущающем действии всей материи, находящейся во вселенной. Подобные же сведения были бы необходимы для того, чтобы точно определить абсолютное вращение, но вся материя, которая существует, вызывает, можно думать, такой незначительный эффект, что мы можем сразу принять, что абсолютное вращение с очень большим приближением равно тому вращению, которое мы находим из опытов.

большой области, но и относительно некоторой общепринятой универсальной координатной сети, в то время как во втором случае необходимо специально указать, относительно каких тел рассматривается движение. Это в значительной мере вопрос того, какая степень точности необходима при задании, с одной стороны, скорости и, с другой стороны, вращений. Когда мы говорим о скорости β -частицы, для нас не имеет значения ошибка в 10 000 километров в секунду, и нам нет надобности точно указывать, относительно какой звезды или планеты мы это движение рассматриваем. С другой стороны, угловая скорость луны может быть измерена так точно, что её дают иногда с четырнадцатью значущими цифрами; я сомневаюсь, что универсальная сеть достаточно хорошо определена для того, чтобы такая точность имела смысл. Конечно, между геодезической структурой разных частей мира есть гораздо больше связи, чем между их материальной структурой, но это — разница скорее количественная, чем качественная.

Весьма вероятно, что мы здесь расходимся со многими из континентальных релятивистов, которые отводят большую роль принципу, называемому законом причинности и заключающемуся в том, что можно признавать причинную связь только между такими явлениями, которые действительно могут быть наблюдаемы. Это, повидимому, толкуется в том смысле, что за веществом признается некоторое преимущество по сравнению с геодезической структурой, хотя трудно представить себе, в каком смысле распределение материи следует считать более доступным для наблюдения, чем вызываемое ею поле, которое только одно и дает возможность узнавать о её существовании. Да и самый принцип не является бесспорным: возможность или невозможность наблюдать данное явление зависят от случайных свойств нашей структуры, и выходит так, что закон причинности, как будто, налагает наши собственные ограничения на зависимости между сущностями внешнего мира. В этой книге мы придерживаемся традиций Фарадея и Максвелла: для нас материя и электричество являются только случайными точками, в которых структура сложнее всего, а действенность природы первоначально сосредоточена в так называемых пустых пространствах между ними.

Не вполне определенная универсальная координатная сеть, к которой мы относим вращение, носит название инерциальной сети. В плоском пространстве-времени, на большом расстоянии от всяких материальных тел, она вполне определена. Но в холмистой стране, соответствующей звездной вселенной, с этой сетью нельзя связать вполне определенного представления. Она намечена только в грубых чертах и в известных пределах произвольна. Интересно еще выяснить, почему мы эту сеть называем инерциальной. Мы можем совершенно свободно употреблять какуюнибудь другую сеть, очень отличающуюся от инерциальной

(например, сеть, определяемую вращающимися осями); но мы видели, что в этом случае мы обязаны уплатить, рано или поздно, некоторый долг в форме, повидимому, ничем не обусловленного силового поля. Но разве нет такого долга в том случае, когда мы употребляем инерциальную сеть? В этом случае нет гравитационной или центробежной силы на бесконечном расстоянии, но есть инерция, т. е. нечто той же природы. Различие между силой, как чем-то, требующим особой причины для своего существования, и инерцией, которая такой причины не требует, не может быть строго проведено. Нам не будет легче уплатить наш долг, если мы обратим его в чистую инерцию. Долг неизбежно должен быть уплочен, независимо от того, какую координатную сеть мы употребляем; нам позволено только выбрать форму уплаты.

Впрочем, долг этот очень невелик. Мы имеем в бесконечности абсолютные геодезические линии пространства-времени и нашу собственную, произвольно проведенную координатную сеть. Отношение геодезических линий к координатной сети решает вопрос о том, следует ли называть наши оси вращающимися или невращающимися; и в сущности, когда мы измеряем так называемое абсолютное вращение, мы определяем это отношение. Нет никаких разумных оснований ожидать, чтобы такого вполне определенного отношения не было. С другой стороны, равномерное прямолинейное движение не затрагивает отношения геодезических линий к координатной сети, — если они первоначально были прямыми линиями, то они таковыми остаются. Таким образом, прямолинейное равномерное движение не может быть измерено относительно геодезической структуры, а только относительно материальных тел.

Мы предполагали до сих пор, что условия, которые мы находим в самых отдаленных частях пространства, доступных для наблюдения, могут быть перенесены на бесконечно удаленные части мира в те области, на которые не распространяется влияние материальных тел. Не все стоят на этой точке зрения. Указывают на то, что раз материя оказывает влияние на ход геодезических линий, то может случиться, что она вообще их обуславливает, так что область вне поля действия материи не может иметь геодезических линий и, следовательно, интервалы в ней не определены. Все потенциалы должны, следовательно, обращаться в этой области в нуль. Это возражение варьируется на разные лады, но главный его смысл, повидимому, заключается в том, что нас не может удовлетворить представление о существовании в мире каких-то условий, которые можно проследить до бесконечности и которые, следовательно, как бы имеют свой источник в бесконечности; хочется найти какое-нибудь объяснение инерциальной сети, основанное на условиях, имеющих место на конечных расстояниях.

Если бы все интервалы обратились в нуль, то простран-

ство-время сжалось бы в одну точку. Не было бы ни пространства, ни времени, ни инерции—вообще, ничего бы не было. Таким образом, причина, которая обуславливает интервалы и геодезические линии, должна, так сказать, обуславливать протяженность мира. Мы можем представить себе, что мир растянут, как плоский лист, но в этом случае причина, обуславливающая это растяжение, удалена за пределы пространства-времени, т. е. в бесконечность. Именно против этого взгляда и направлены указанные возражения, хотя автор не придает им большого значения. Другой выход заключается в том, чтобы представить себе, что мир раздут изнутри, подобно воздушному шару, наполненному воздухом. В этом случае сила, обуславливающая протяженность мира, не изгоняется в бесконечность за пределы, доступные для эксперимента; она действует в каждой точке пространства и времени, изгибая мир в шар. Мы приходим, таким образом, к мысли, что пространство-время может обладать существенной кривизной в большом масштабе, независимо от небольших возвышений, связанных с существованием в данном месте вещества.

Нет никакой надобности рассуждать о том, производится ли это искривление (как в случае воздушного шара) каким-нибудь давлением, идущим из пятого измерения. Для нас оно представляется, как результат присущего четырехмерному пространству-времени стремления искривляться. Можно спросить, что мы выиграли, заменяя естественное растяжение пространства-времени, соответствующее инерциальной сети, естественным его искривлением? В смысле объяснения мы не выиграли ничего. Но разница заключается в том, что теория инерциальной сети могла бы теперь быть включена в дифференциальный закон гравитации и не оставалась бы вне его в качестве дополнения к этому закону.

Напомним, что одна из нитей, которые помогли нам первоначально придти к закону гравитации, состояла в том, что плоское пространство-время должно быть с ним совместимо. Но если пространство-время предполагается теперь имеющим небольшую естественную кривизну, независимую от материи, то это условие должно быть изменено. Необходимое изменение нетрудно найти*). Оно будет содержать дополнительную, неизвестную в настоящее время постоянную, которая определяет величину мира.

Сферическое пространство не легко себе представить. Для того, чтобы приблизиться к такому представлению, вообразим себе поверхность шара—это будет двумерный случай—и постараемся представить себе нечто, обладающее аналогичными свойствами, но имеющее три измерения. Представим себе, что мы находимся в определенной точке такого пространства и проводим ряд шаров все большего и большего радиуса. Поверхность шара радиуса r должна была бы быть (в плоском пространстве) пропор-

*) Дополнения, примечание 14.

циональна r^2 , но в сферическом пространстве поверхности более отдаленных шаров начинают увеличиваться медленнее, чем следовало бы. Там нет столько места, как мы ожидаем. Наконец, мы достигаем шара наибольшей возможной поверхности, и затем поверхности уже начинают уменьшаться*). Самая последняя сфера стягивается в одну точку — там находятся наши антиподы. А за этим нет ничего? Есть ли там какая-нибудь граница? За этим нет ничего, но и границы там никакой нет, точно так же, как на поверхности земли нет ничего, что было бы дальше наших антиподов, и все-таки там нет никакой границы.

Трудность происходит от того, что мы пытаемся вообразить сферический мир, представляя себе, каким он должен казаться нам с точки зрения наших чувств и измерений. В наших переживаниях не было ничего такого, с чем мы могли бы его сравнить, и он поэтому кажется нам чем-то фантастическим. Но если бы мы могли освободиться от личной точки зрения и рассматривать утверждение о том, что мир сферичен, как некоторое утверждение о типе расположения событий вне нас, то мы пришли бы к заключению, что это — простое и естественное расположение, которое с такой же вероятностью может иметь место, как и всякое другое.

Приняв такое представление о мире, мы освобождаемся от затруднений, связанных с накоплением долга у границы. В таком мире нет границы. Центробежная сила возрастает до тех пор, пока мы не достигли сферы наибольшей поверхности, а затем, все еще подчиняясь закону гравитации, уменьшается до нуля у антиподов. Долг оказался автоматически уплоченным.

Не следует преувеличивать результатов, которые достигнуты введением этого изменения в нашу теорию. В закон гравитации введена новая постоянная, которая дает миру определенное протяжение. До этого не было ничего, определяющего масштаб мира; мы просто а priori принимали, что он бесконечен. Раз мы имеем протяжение, и, значит, интервалы не все равны нулю, то мы можем всюду определить геодезические линии и, следовательно, будем иметь инерциальную сеть.

Сферическое пространство-время, или, точнее, четырехмерный континуум пространства и мнимого времени, образующий поверхность шара в пяти измерениях, был исследован де-Ситтером. Если пользоваться вещественным временем, то мир сферичен в своих пространственных измерениях, но открыт по направлению к плюс- и минус-бесконечности в своем временном измерении, подобно гиперболоиду. Это, к счастью, избавляет нас от необходимости предполагать, что если мы движемся во времени, то мы, в конце концов, придем обратно к тому моменту, из

*) Предполагается, конечно, что поверхности эти определяются при помощи каких-нибудь измерений.

которого мы исходили! История никогда не повторяется. Но если бы мы двигались всё время в одном и том же пространственном направлении, то вернулись бы, в конце концов, к точке отправления. Это может привести к интересным физическим выводам, и мы немного дальше увидим, что Эйнштейн построил теорию мира, согласно которой такое возвращение действительно возможно; но в теории де-Ситтера это только абстрактное заключение, потому что, как он говорит, „все эти парадоксальные явления могут случиться только по окончании или до начала вечности“.

Причина заключается в следующем. Вследствие того, что временное направление также искривлено, по мере того, как мы исследуем условия, существующие в областях, все более и более удаленных от исходной точки, время начинает идти все быстрее и быстрее или, другими словами, естественные явления и естественные часы замедляются, идут все медленнее. Получается нечто вроде того, что описано в рассказе Уэллса „Новый ускоритель“.

Когда мы достигнем точки, находящейся на половине пути между нами и антиподами, то время остановится. Ничего не может произойти, сколько бы мы ни ждали. Нет возможности идти дальше, потому что всё, не исключая света, остановилось. Все что лежит по ту сторону от рассматриваемой точки, навсегда отделено от нас этим барьером времени, и свет никогда не сможет закончить своего путешествия вокруг света.

Таково положение вещей, если рассматривать мир с одного определенного места; но если бы нам это место вечного покоя показалось привлекательным, и мы захотели бы его посетить, то мы были бы разочарованы. Мы бы нашли, что природа там также действительна, как и всюду. Мы думали, что время там остановилось, но на самом деле оно шло там с обычной скоростью, как будто бы в пятом измерении, недоступном для нашего восприятия. Если бы мы бросили взгляд назад, на нашу прежнюю родину, мы бы увидели, что время, повидимому, стоит там на месте. В этих двух местах время идет по двум различным взаимно перпендикулярным направлениям, так что движение времени в одном месте не имеет никакого отношения к восприятию времени в другом. Читатель легко убедится в том, что существо, живущее на сфере, для которого недоступно третье измерение, так сказать, совершенно потеряет одно измерение своего мира, когда оно будет наблюдать вещи, происходящие в точке, удаленной от него на 90° . Оно опять найдет это измерение, если оно посетит это место и, таким образом, невольно приспособится к тем двум измерениям, которые там существуют.

Может показаться, что такие фантастические рассуждения о строении мира должны иметь мало общего с практическими проблемами. Но это не совсем так. Нельзя ли действительно наблюдать замедление естественных явлений на больших расстояниях от нас? Самые отдаленные из известных нам объектов суть спи-

ральные туманности, которые находятся от нас на расстояниях, может быть, миллионов световых лет. Если там естественные явления замедлены, то колебания атома там медленнее, и характерные спектральные линии должны казаться смещенными к красному концу спектра. Мы, конечно, склонны были бы толковать это, как эффект Доплера, указывающий на то, что эти туманности удаляются от нас. Движения большого числа туманностей в направлении луча зрения были измерены, главным образом, проф. Слайфером. Данные не так обширны, как мы бы этого хотели, но нет сомнения, что значительно преобладают большие скорости в направлении от нас. Возможно, что эти движения действительно имеют место и обуславливаются ходом развития материальной вселенной; но возможно также и то, что толкование смещения спектральных линий, как признака движения от нас, ошибочно, и что причина в действительности заключается в замедлении колебаний атомов, предсказанном теорией де-Ситтера.

Сам проф. Эйнштейн предпочитает другую теорию кривого пространства-времени. Его мир цилиндричен — искривлен в трех пространственных измерениях, но не искривлен во времени. Так как время уже не искривлено, то отпадает замедление явлений на больших расстояниях от наблюдателя и, вместе с ним, то экспериментальное подтверждение теории, которое можно видеть в результатах наблюдений над спиральными туманностями. В этом случае нет уже области вечного покоя, и луч света может обойти вокруг мира.

Были сделаны различные попытки приблизительно оценить величину мира, исходя как из гипотезы де-Ситтера, так и Эйнштейна; в обоих случаях получается, что радиус приблизительно в 10^{13} раз больше расстояния от солнца до земли. Таким образом, лучу света, исходящему из солнца, пришлось бы потратить 1 000 миллионов лет на то, чтобы обойти кругом мира; после этого лучи опять сошлись бы в исходной точке, а затем опять разошлись бы для того, чтобы начать следующий обход. То место, где лучи опять сошлись бы, обладало бы всеми признаками настоящего солнца, поскольку дело касается света и теплоты; там бы не было только субстанциального тела. Таким образом, мы могли бы видеть ряд призраков, соответствующих солнцу и занимающих положения, где солнце было 1 000, 2 000, 3 000 и т. д. миллионов лет тому назад, если только солнце было уже тогда светящимся (как это, повидимому, было в действительности).

Кажется довольно забавным, что прежние состояния звездной вселенной могут автоматически воспроизводиться на тех местах, в которых находились первоначально звезды. Быть может, одна из спиральных туманностей, или даже несколько из них, на самом деле только призраки нашей собственной звездной системы. Или, быть может, только часть звезд являются субстанциальными телами, а остальные суть только оптические привидения, посещаю-

щие свои старые места. Впрочем, мало вероятно, чтобы лучи света после своего продолжительного путешествия сошлись с той точностью, которая необходима для того, чтобы всё это было справедливо. Незначительные отклонения, вызванные попадающими на пути гравитационными полями, заставили бы лучи разойтись в разные стороны, и изображение получилось бы расплывчатым. Кроме того, есть некоторые основания думать, что свет был бы поглощен рассеянным в пространстве веществом, которое он встретил бы на своем длинном пути.

Иногда указывают на то, что возвращение световой волны к её исходной точке проще всего приписывать силе тяготения, так как общая масса вещества, распределенного во вселенной, достаточна для того, чтобы заставить замкнуться её орбиту. Мы не имеем принципиальных возражений против этой точки зрения, но мы сомневаемся в том, соответствует ли она действительности. Возвращение световой волны в исходную точку вполне возможно и в мире, в котором нет гравитации. Мы можем свернуть плоское пространство-время в цилиндр и соединить края; геометрия останется Евклидовой, и гравитации не будет; но луч света может обойти вокруг цилиндра и вернуться к исходной точке в пространстве. Подобно этому, в случае более сложного типа цилиндра, соответствующего теории Эйнштейна (три измерения искривлены и одно прямолинейно), кажется вероятным, что возвращение света обуславливается столько же свойствами связности пространства, сколько не-Евклидовыми его свойствами, являющимися выражением гравитационного поля.

Для цилиндрического мира Эйнштейна необходимо постулировать существование значительных количеств материи (которые не нужны в теории де-Ситтера), далеко превосходящих то, что показывают нам наши телескопы. Это добавочное вещество может существовать либо в форме отдаленных звезд и млечных путей, находящихся далеко за пределами нашего зрения, или же оно может быть равномерно рассеяно в пространстве и ускользает от нашего внимания, благодаря своей малой плотности. Между средней плотностью вещества и радиусом мира есть вполне определенное соотношение, чем больше радиус, тем меньше должна быть средняя плотность.

Против этой теории можно сделать два возражения. Во-первых, ею восстанавливаются абсолютное пространство и время для явлений в космическом масштабе. Призрак звезды появляется в том месте, где звезда была несколько миллионов лет тому назад; он отстоит от настоящего положения звезды на вполне определенное расстояние, и по этому расстоянию мы можем судить об абсолютном движении звезды за это время*). Мир, взятый в це-

*) Призрак не образуется там, где звезда находится в настоящее время. Если две звезды были одна вблизи другой, когда свет исходил из них, то их

лом, имеет одно направление, в котором он не искривлен; оно дает нам нечто вроде абсолютного времени, вполне отличного от всех остальных направлений пространства. Относительность остается в силе только для местных явлений; и хотя этого вполне достаточно для изложенной до сих пор теории, все-таки мы склонны смотреть на это ограничение, как на нечто нежелательное. Но мы уже указали на то, что теория относительности заключается не в отрицании абсолютного времени, а в отрицании того, что оно играет какую-нибудь роль в экспериментальном знании, достигнутом до настоящего времени; и нас не должно смущать, если окажется, что представление об абсолютном времени появится в новой форме в теории явлений, рассматриваемых в космическом масштабе, о которых мы еще не имеем никаких экспериментальных данных. Точно так же, как каждый ограниченный наблюдатель имеет свое собственное расщепление мира на пространство и время, так существо мирового масштаба может иметь свое собственное, присущее ему, расщепление мира. Время этого существа получает название „абсолютного времени“.

Во-вторых, видоизмененный закон гравитации содержит новую константу, которая зависит от общего количества материи в мире; или, наоборот, общее количество материи в мире определяется законом гравитации. С этим очень трудно примириться—во всяком случае, без наглядного объяснения того, как достигается такое согласование. Легко убедиться в том, что если константа, входящая в закон гравитации, дана, то должна существовать верхняя граница возможного общего количества вещества; по мере того как прибавляется все больше и больше вещества в отдаленных частях вселенной, пространство постепенно искривляется, и, в конце концов, замыкается; процесс увеличения количества вещества должен остановиться, потому что уже нет больше места, и мы можем только вернуться к области, с которой мы уже имели дело. Но, кажется, ничто не может помешать тому, чтобы вещества было меньше, чем нужно, и чтобы пространство осталось не замкнутым. Повидимому, необходим какой-нибудь механизм, при помощи которого либо гравитация создает вещество, либо все материальные тела, существующие в мире, составляют заговор, чтобы определить закон гравитации.

Хотя автору это положение кажется довольно странным, но оно приветствуется философами, принадлежащими к школе Маха, потому что оно приводит к результату, что протяжение в пространстве и времени зависит от количества вещества в мире—отчасти вследствие непосредственного его действия на кривизну, отчасти вследствие влияния на константу закона тяготения. Чем больше есть вещества, тем больше создается пространства, в ко-

призраки должны находиться один вблизи другого, хотя теперь звезды, может быть, отделены большим расстоянием.

тором оно может поместиться, и если бы не было вещества, то мир сократился бы до одной точки.

В философии Маха мир без вещества немислим; оно необходимо не только в качестве пробного тела, при помощи которого можно обнаружить свойство чего-то, существующего независимо от вещества, не имеющего физического смысла вне отношения к нему; оно является также существенным фактором, создающим те свойства, которые можно обнаружить при его помощи. Мы бы, например, не обнаружили в мире инерции, если бы внесли в него только одно пробное тело; для этого необходимо еще присутствие других материальных тел. Легко видеть, что для такой философии теория, согласно которой пространство и инерциальная сеть неотделимы от существования материи, является весьма подходящей. Так как закон инерции составляет часть закона гравитации, то философию Маха кто-то резюмировал, может быть бессознательно, в следующей глубокомысленной фразе: „Если бы во вселенной не было вещества, то закон гравитации потерял бы смысл“.

Несомненно, мир без материи, в котором никогда ничего не может случиться, был бы неинтересен, и можно даже отрицать его право называться миром; но мир, равномерно наполненный веществом, тоже был бы скучен и ни к чему не пригоден; поэтому не имеет большого смысла отвергать возможность существования первого и, в то же время, допускать существование второго.

Положение дела может быть резюмировано следующим образом: в мире, лишенном абсолютных свойств, абсолютное вращение точно так же не имело бы смысла, как и абсолютное прямолинейное движение; поэтому существование определяемого экспериментально количества, которое вообще отождествляется с абсолютным вращением, требует объяснения. Мы заметили выше, что было бы трудно представить себе такую картину мира, согласно которой равномерное движение не имеет смысла, а равномерное имеет; но мы пришли к такой картине—это некоторая среда, абсолютные черты которой суть интервалы и геодезические линии. В ограниченной области эта среда дает естественную сеть, по отношению к которой может быть измерено абсолютное ускорение или вращение (но не скорость). В случае вращения местные искажения сети имеют сравнительно небольшое значение; это объясняет, почему на практике вращение кажется отнесенным к некоторой, обнимающей весь мир, инерциальной сети.

Таким образом, существование абсолютного вращения не свидетельствует о каком-нибудь логическом изъяне в теории, и нам нет никакой необходимости изменять наши взгляды. Может быть, есть еще более широкая теория относительности, с точки зрения которой наша предполагаемая среда должна быть в свою очередь рассматриваема, как абстракция соотношений вещества, распределенного в мире, причем она не существует независимо

от такого вещества. Эта точка зрения, повидимому, без всякой необходимости приписывает веществу слишком большое значение. Это, может быть, верно, но мы не видим необходимости в этом, пока опыт не дает указаний в этом направлении. Приблизительно такова идея, лежащая в основании Эйнштейнова цилиндрического пространства-времени, так как оно не может существовать без того, чтобы вещество его не растягивало. Мы вполне допускаем, что наше предположение о том, что пространство-время совершенно плоско в очень отдаленных областях, было произвольно, и нет оснований настаивать на нём. Небольшая кривизна возможна как с точки зрения теории, так и с точки зрения опытов. Аргументы, которые выставлялись до сих пор обеими сторонами, были не больше, чем предрассудками, и могли бы быть рассеяны при первой серьезной попытке разобраться в этом вопросе экспериментальным или теоретическим путём. Теория электромагнитного поля Вейля, которую мы рассматриваем в следующей главе, приписывает кривизне пространства определенную роль, а это значительно меняет положение вопроса. Едва ли мы настолько продвинулись вперед, чтобы можно было уже составить себе окончательное мнение; но кажется, что это новое развитие теории благоприятно для представления о цилиндрическом пространстве-времени.

Некоторые читатели, быть может, будут склонны сомневаться в том, имеет ли право теория Эйнштейна, по крайней мере, в том толковании, которое мы ей даем в этой книге, называться теорией относительности. Быть может, она не имеет всех тех признаков, которые в разное время считали необходимой принадлежностью такой теории; но читатель, который проследил за нашим изложением до сих пор, мог убедиться в том, что в поисках абсолютного мира мы руководствовались признанием относительности физических измерений. Могут сказать, что на наши геодезические линии нельзя смотреть, как на нечто основное; геодезическая линия не имеет смысла сама по себе; действительно существенное значение имеет отношение частицы, движущейся по геодезическому пути, ко всем остальным материальным телам мира; геодезическую линию нельзя себе представить вне отношения к этим остальным телам. Мы ответим: „Ваша материальная частица не имеет основного значения; действительно существенное значение имеет поле—отношение геодезических линий около частицы к другим геодезическим линиям мира—и вещество нельзя себе представить вне связи с его полем“. Все—клубок отношений; физическая теория исходит из наиболее простых составных частей, философская теория—из наиболее привычных. Они могут привести к одной и той же цели, но их методы часто несовместимы.

ГЛАВА XI

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И ГРАВИТАЦИЯ

Ты не должен иметь в своем мешке разные веса, большой и малый.
Ты не должен иметь в своем доме разные меры, большую и малую.
Но ты должен иметь правильный и точный вес, правильную и точную меру ты должен иметь.
Книга Второзакония.

Теория относительности выводит из геометрических положений существование гравитации и законы механики материальных тел. Механика получается из геометрии, не благодаря присоединению к ней произвольных гипотез, а в результате устранения ненужных допущений, так что геометр, подобный Риманну, мог бы предвидеть наиболее важные черты действительного мира. Но в природе, оказывается, кроме того есть еще и большая неожиданность—электричество.

Электрические явления ни в коем случае не играют по отношению к теории относительности роли чего-то случайного; исторически дело обстоит, наоборот, так, что она развивалась именно благодаря электрическим явлениям. Все-таки, мы не можем удовлетвориться теперешним положением вещей и хотели бы обнаружить более глубокое единство между гравитационными и электрическими свойствами мира. Электрон, который, повидимому, представляет собою самую малую частицу материи, является особенностью гравитационного поля и в то же время особенностью электрического поля. Как эти два факта могут быть связаны? Гравитационное поле можно рассматривать, как некоторое состояние мира, которое обнаруживается также в натуральной геометрии, определяемой измерительными аппаратами; электрическое поле тоже должно выражать некоторое состояние мира, но мы еще не связали его с натуральной геометрией. Нет ли еще каких-нибудь ненужных допущений, которые должны быть устранены, так чтобы получилась еще более объемлющая геометрия, в которой могут найти себе место как гравитационное, так и электрическое поле?

Действительно, оказывается, что в нашей геометрии есть такое произвольное допущение, и теперь желательно выяснить, в чем оно состоит. Мы всё основывали на „интервале“; мы говорили, что интервал—это нечто такое, что все наблюдатели, каково бы

ни было их движение или какова бы ни была их координатная сеть, могут измерять абсолютно, приходя к одному и тому же результату. Это предполагает, что они имеют тождественные эталоны длины и времени—идеальные масштабы и часы. Но если наблюдатель *A* движется относительно наблюдателя *B* и хочет передать ему свой масштаб и свои часы для того, чтобы тот мог проверить свои измерения, то он должен остановить их движение; единственное средство для этого заключается в том, чтобы бомбардировать их при помощи материальных молекул, пока они не станут неподвижными. Можно ли принять, что этот процесс не вызовет никаких изменений в эталонах? Если наблюдатель *A* измеряет время колебаниями атома водорода, а пространство—длиной волны, соответствующей этому колебанию, то всё же необходимо остановить атом при помощи столкновения, в котором играют роль электрические силы.

Эталоном длины в физике является измеренная в 1799 году длина некоторого бруска, который хранится в Париже. Понятно, что никакой интервал никогда не сравнивается непосредственно с этим бруском; должна существовать непрерывная цепь промежуточных шагов, подобная геодезической триангуляции, и расположенная в пространстве и во времени; сначала мы должны проследить за прошедшей историей того масштаба, который употребляется в данном случае, потом за промежуточными масштабами и, наконец, за историей самого Парижского метра. Может быть, эти промежуточные шаги не имеют значения, и мы получили бы один и тот же результат, независимо от того, каким путем мы пришли к нашему масштабу; но ясно, что мы не должны делать такого допущения, не обсудив его предварительно. Мы должны при самом построении нашей геометрии принять во внимание существование этих промежуточных шагов, для того чтобы сравнение интервала с первоначальным масштабом не было бы чем-то вроде действия на расстоянии.

При сравнении интервалов, исходящих из одной точки в различных направлениях, нет надобности прибегать к сравнению с находящимся в другом месте эталоном. Метод физика при описании явлений вблизи точки *P* заключается в том, что он устанавливает для сравнения (1) координатную сеть и (2) единицу длины (какой-нибудь материальный эталон длины), которая может служить и для измерения времени, так как мы приняли скорость света за единицу. Сделав это, он может измерять и выражать в своих единицах небольшие интервалы *PP'*, идущие в любом направлении из точки *P*, и результаты этих измерений приводят к формуле

$$ds^2 = g_{11} dx_1^2 + g_{22} dx_2^2 + \dots + 2g_{12} dx_1 dx_2 + \dots$$

Если он захочет измерить интервал около некоторой другой точки *Q*, то он должен там установить координатную сеть и

единицу длины. Он, естественно, для упрощения дела, попыбует применять то, что он считает одной и той же единицей длины в P и в Q , перенося материальный масштаб, или пользуясь другим аналогичным приемом. Если окажется, что совершенно безразлично, по какому пути переносить единицу из P в Q , т. е. если дубликаты единицы, перенесенные по различным путям в точку Q , оказываются равными между собою, то метод, во всяком случае, допустим. Вопрос о том, можно ли сказать об определенной таким образом в Q единице, что это, действительно, та же самая единица, которая была задана в P ,—это чистая метафизика. Но если, перенося единицу по разным путям, мы будем получать различные единицы в Q , то мы не имеем однозначного способа для отождествления единицы в Q с единицей в P . Пусть P будет некоторым событием, которое случилось в Кэмбридже 1-го марта, а Q — в Лондоне 1-го мая; рассмотрим вопрос о том, возможно ли, чтобы получились различные результаты при измерениях, производимых нашим масштабом в Лондоне 1-го мая, в зависимости от того, был ли он перенесен в Лондон 1-го марта и оставался все время там, или же он все время лежал в Кэмбридже и привезен в Лондон 1-го мая. С первого взгляда кажется, что никакой разницы быть не может, но мы скоро увидим, каковы те основания, которые заставляют нас допустить эту возможность. Если однозначности переноса нет, то единственный выход заключается в том, чтобы установить (1) координатную сеть, заполняющую всю рассматриваемую область пространства-времени, и (2) определенную единицу интервала в каждой точке пространства и времени. Если геометрия мира такова, что приходится пользоваться этой системой, то она сложнее геометрии Риманна, которой мы пользовались до сих пор; мы увидим, что в этом случае должны быть заданы не только 10 коэффициентов g , но еще четыре другие функции, которые имеют важное физическое значение.

Наблюдатель, конечно, постарается для упрощения сделать единицы меры в разных точках по возможности мало отличающимися одна от другой, насколько об этом можно судить при помощи обычных методов сравнения. Но факт остается фактом: если результаты сравнения зависят от того, по какому пути мы шли, то нельзя определить точного равенства; поэтому нам приходится допустить, что в каждой точке имеется независимый от других точный эталон.

Здесь мы имеем, в общем, опять ту же задачу, с которой мы встречаемся в вопросе о координатной сети. Мы установили некоторую систему прямоугольных осей вблизи точки P ; если нам приходится потом делать некоторые наблюдения вблизи находящейся на некотором расстоянии точки Q , то возникает вопрос, к каким координатам следует отнести эти последние наблюдения. Естественно было бы ответить на этот вопрос, что нужно

применять те же координаты, которые мы применяем в P . Но за исключением того частного случая, когда мы имеем дело с плоским пространством, нет способа определить точно, какие координаты в Q суть те же, что данные координаты в P . Во многих случаях неоднозначность слишком мала, чтобы иметь какое-нибудь значение; но если мы хотим быть вполне строгими, то единственный способ заключается в том, чтобы установить для всего пространства определенную координатную сеть, причем поверхности, линии и т. д., из которых она состоит, до некоторой степени должны быть произвольны. Мы видим теперь, что нам нужно дополнить эту сеть, помещая в каждой её клетке единицу меры, точная длина которой тоже должна быть произвольна. После того, как мы это сделали, следующий шаг должен состоять в том, чтобы произвести (пользуясь нашими единицами меры) измерения интервалов. Таким образом, мы найдем связь между абсолютными свойствами мира и произвольно выбранными координатной сетью и системой единиц меры. При помощи этих измерений мы найдем коэффициенты g и новые добавочные количества, которые определяют геометрию выбранной нами системы референции (т. е. координатной сети вместе с единицами меры) и, вместе с тем, абсолютную геометрию мира, т. е. тот вид пространства-времени, который существует в рассматриваемой области.

Если мы назначили в каждой точке единицу меры, то мы можем с полной определенностью говорить об изменении интервальной длины масштаба, которую он испытывает при передвижении его из точки в точку, имея в виду, конечно, изменение по сравнению с единицами меры. Возьмем в точке P брусок интервальной длины l и сообщим ему последовательно перемещения dx_1, dx_2, dx_3, dx_4 ; пусть в результате этих перемещений его длина увеличилась (в наших единицах) на λl . Это изменение зависит, как от разницы между единицами в наших двух точках, так и от поведения бруска; но отделить влияние одного из этих факторов от влияния другого не представляется возможным. Ясно, что λ не будет зависеть от l , потому что изменение длины должно быть пропорционально первоначальной длине—иначе самый принцип измерения при помощи сравнения с единицей меры был бы ложен *). Далее, оно не будет зависеть от направления бруска в начальном и в конечном положениях, потому что интервальная длина не зависит от направления. (Конечно, пространственная длина изменится, но это уже принято во внимание в формуле для ds^2). Таким образом, λ зависит только от перемещений dx_1, dx_2, dx_3, dx_4 , и для малых значений этих перемещений мы приближенно будем иметь линейное выражение

*) Мы не можем представить себе, что когда брусок, длина которого была равна одному метру, изменяется и получает длину в два метра, то каждый сантиметр его получает длину в три сантиметра.

$$\lambda = \kappa_1 dx_1 + \kappa_2 dx_2 + \kappa_3 dx_3 + \kappa_4 dx_4.$$

Коэффициенты $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4$ относятся к окрестности точки P и, вообще говоря, имеют различные значения в различных частях пространства.

Мы здесь предполагали, что результат не зависит от того, в каком порядке наш брусок подвергался перемещениям dx_1, dx_2, dx_3, dx_4 , т. е., что неоднозначность, которая получается при сравнениях при помощи переносов по различным путям, исчезает в пределе, когда весь путь достаточно мал. Это соответствует сделанному уже раньше в неявной форме предположению, что хотя длина пути между двумя различными точками P и Q зависит от пути и нельзя придать определенное значение интервалу между ними, не указывая пути, однако, в пределе есть определенный малый интервал между ними, когда они находятся достаточно близко одна от другой.

Для того, чтобы уяснить себе значение этих новых коэффициентов κ , напомним, какое значение имеют коэффициенты g . Первоначально они являются для нас количествами, полученными при помощи экспериментальных измерений интервалов, и характеризуют геометрию делений пространства и времени, которые избрал наблюдатель. Как следствие этого, они характеризуют силовое поле, гравитационное, центробежное и т. д., которым он чувствует себя окруженным. Они относятся к специальной координатной сети наблюдателя; изменяя эту сеть, он может изменять их значения, хотя и не вполне по своему произволу. Из их значений могут быть выведены абсолютные свойства мира—в пространстве-времени, в котором происходят явления. Далее, они удовлетворяют известным условиям—закону гравитации, так что не все допустимые с математической точки зрения виды пространства-времени и не всякие произвольные значения коэффициентов g могут на самом деле осуществиться в природе.

Всё это будет относиться в равной мере к коэффициентам κ , если мы заменим координатную сеть системой единиц меры и силу гравитации некоторой еще неизвестной силой. Теоретически они могут быть определены при помощи измерения интервалов; но в более заметной форме они обнаружатся благодаря вторичному их свойству, их способности характеризовать некоторое силовое поле, окружающее наблюдателя. Коэффициенты κ относятся к некоторой произвольной системе единиц меры, выбранной наблюдателем; но он не может, изменяя свою систему единиц, изменить совершенно по своему произволу их значения. В этих значениях содержатся абсолютные свойства мира, не зависящие от системы единиц. Мы, далее, можем ожидать, что они будут удовлетворять некоторому закону, соответствующему закону гравитации, так что не всякие произвольные значения коэффициентов κ могут на самом деле осуществиться в природе.

Очевидно, что коэффициенты κ должны быть связаны с какими-то явлениями, которые до сих пор не встречались в наших рассуждениях; естественнее всего предположить, что это—электромагнитные явления. Эта гипотеза покажется нам более вероятной, если мы вспомним, что электромагнитное поле как раз характеризуется в каждой точке значениями четырех количеств, именно, скалярного электростатического потенциала и трех слагающих электромагнитного векторного потенциала. Трудно сомневаться в том, что мы здесь имеем больше, чем простое совпадение: физику как раз недостает еще четырех количеств, чтобы охарактеризовать состояние мира в некоторой точке, и именно четыре лишних количества получаются, если устранить некоторое не вызываемое логическими требованиями ограничение, которое мы наложили на нашу систему геометрии естественных измерений.

[Мы надеемся, что нас извинит читатель неспециалист, если мы скажем несколько слов, обращаясь к математическим физикам. Возьмем обыкновенные неускоренные прямоугольные координаты x, y, z, t и будем писать $F, G, H, -\Phi$ вместо $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4$; тогда

$$\frac{dl}{l} = \lambda = Fdx + Gdy + Hdz - \Phi dt.$$

Отсюда, интегрируя, мы получим

$$\log l + \text{const.} = \int (Fdx + Gdy + Hdz - \Phi dt).$$

Длина l не будет зависеть от выбранного пути, если

$$Fdx + Gdy + Hdz - \Phi dt$$

будет полным дифференциалом; условия этого суть

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x} &= 0, & \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y} &= 0, \\ -\frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial t} &= 0, & -\frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial t} &= 0, & -\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial t} &= 0, \end{aligned}$$

Если под F, G, H, Φ понимать потенциалы электромагнитной теории, то в левых частях выписанных уравнений стоят как раз те выражения для трех слагающих магнитной силы и трех слагающих электрической силы, которые всегда даются в учебниках. Таким образом, условие того, что находящиеся на конечном расстоянии один от другого интервалы могут быть непосредственно сравниваемы без указания определенного пути переноса, заключается в том, что электрические и магнитные силы равны нулю в промежуточных частях пространства.

Заметим, что даже при заданной системе координат значения электромагнитных потенциалов не определены однозначно; к каждому из них можно прибавлять произвольные количества, удовлетворяющие только тому условию, чтобы они составляли пол-

ный дифференциал. Именно это свойство в нашей геометрической теории проявляется в виде произвольности выбора системы единиц. С другой стороны, электромагнитные силы не зависят от выбора единиц, которые исключаются в процессе составления „вихрей“ или „кёрлей“].

Мы допустим поэтому, что эти четыре новые количества, появившиеся в нашей обобщенной геометрии, действительно суть четыре потенциала электромагнитной теории. Мы видим, что в отсутствии электромагнитного поля наша прежняя геометрия остается в силе, но в общем случае мы имеем обобщенную геометрию; в ней имеется четырнадцать коэффициентов, из которых десять характеризуют гравитационные, а четыре—электрические свойства мира.

Теперь нам следовало бы приступить к розысканию закона электромагнитного поля, руководясь теми же соображениями, которыми мы руководились при розыскании закона гравитации, т. е. исходя из того условия, что он должен быть независим от координатной сети и от выбора единиц, так как он должен сводиться к ограничениям, налагаемым на те виды мира, которые могут существовать в природе. К счастью, это не представляет затруднений, потому что закон, выражаемый уравнениями Максвелла и принятый всеми физиками, удовлетворяет этим условиям. В него не приходится вносить никаких существенных изменений, как это было с законом гравитации. Его нужно только несколько обобщить, так чтобы он оказался применимым не только в случае плоского пространства-времени, который имел в виду сам Максвелл, но и в том случае, когда на ряду с электромагнитным имеется на лицо и гравитационное поле. Оказывается, что из обобщенного таким образом закона вытекает, как это и должно быть, отклонение электромагнитных волн (света) в гравитационном поле.

Строго говоря, законы гравитации и электромагнитного поля нельзя рассматривать, как два различных закона; они составляют один закон, подобно тому, как геометрия g и κ есть одна геометрия. Хотя часто удобно отделять их один от другого, но на самом деле это суть две части одного общего условия, ограничивающего возможные виды метрики, которые могут встречаться в пустом пространстве.

Вспомним, что четырехкратная произвольность нашей координатной сети повлекла за собой существование четырех тождеств, которые, как оказалось, выражают законы сохранения импульса и энергии. В нашей новой геометрии есть еще пятая произвольность, именно произвольность в выборе единиц. Это должно служить источником еще одного тождества; оказывается, что это новое тождество выражает закон сохранения электрического заряда.

Следующее сравнение облегчит, быть может, понимание

новой геометрии. Предположим, что задан отрезок определенной длины и определенного направления, исходящий из точки P , и наблюдатель хочет из находящейся на конечном расстоянии от P точки Q провести точно такой же отрезок. Если он находится в плоском пространстве, то он не встретит никаких затруднений; ему придется переходить из точки P в точку Q при помощи ряда промежуточных точек, т. е. он произведет нечто вроде триангуляции, но результат не будет зависеть от выбранного пути. Мы наверно знаем, что в Q есть одно вполне определенное направление, параллельное заданному направлению в P , и в обычной геометрии предполагается, что то же относится и к длине. Но если пространство не плоско, то дело обстоит иначе. Вообразим себе двумерного наблюдателя, принужденного оставаться на кривой поверхности земли, который должен выполнить то же задание. Так как он не имеет понятия о третьем измерении, то он не усмотрит непосредственно, что это невозможно сделать; но он скоро убедится, что направление, которое он перенес в Q , оказывается не одним и тем же, в зависимости от того, по какому пути он его переносил. Или, если бы он совершил полный обход по некоторому замкнутому пути, всё время стараясь сохранить некоторое направление, то, придя обратно в P , он бы нашел, что перенесенное направление отличается от первоначального *). Мы это выразим, говоря, что в кривом пространстве направление не интегрируемо; и именно эта неинтегрируемость характеризует гравитационное поле. В рассмотренном случае длина сохранялась бы при обходе; но можно рассматривать более общий вид пространства; если мы будем в нем переносить отрезок вдоль некоторого замкнутого пути, стараясь сохранить его длину, то окажется всё-таки, что длина, с которой мы возвращаемся в точку P , отличается от первоначальной, подобно тому как это имеет место с направлением. В этом случае длина не интегрируема, и неинтегрируемость длины характеризует электромагнитное поле. Длина вместе с направлением составляет то, что называется вектором; влияние мира на наши измерения, выражающееся в том, что вектор, который мы при помощи физических измерений переносим вдоль замкнутого пути, нечувствительно переходит в другой вектор, воспринимается нами, как соединенное гравитационное и электромагнитное поле.

*) Можно подумать, что если бы наблюдатель мысленно сохранял первоначальное направление в трехмерном пространстве и в каждой точке своего двумерного пространства брал проекцию этого направления на касательную плоскость в этой точке, то неоднозначности не получилось бы. Но трехмерное пространство, в котором мы представляем себе это двумерное пространство, совершенно произвольно. Двумерный наблюдатель не может при помощи каких-нибудь наблюдений установить, находится ли он на плоскости или на цилиндре, на сфере или на какой-нибудь другой выпуклой поверхности с той же полной кривизной.

Объединение электричества и гравитации в одну геометрию является заслугой проф. Г. Вейля; он в первый раз опубликовал свою теорию в 1918 году*). Автору эти рассуждения кажутся вполне убедительными, хотя до сих пор не было предложено никакой экспериментальной проверки этой теории. Едва ли нужно говорить, что разница в длине вектора до и после совершения обхода по какому-нибудь обычному пути была бы крайне незначительна**), так что обычные проявления электромагнитного поля являются результатами изменений, которые были бы недоступны для прямых измерений. Нужно напомнить, что гравитационное поле тоже обнаруживается не при помощи непосредственных измерений интервалов, а в виде эффектов, являющихся косвенными следствиями их изменений.

Наша теория, повидимому, требует, чтобы время колебания атома не было вполне независимо от его предшествующей истории. Можно предположить, что истории земных атомов настолько похожи одна на другую, что в периодах их колебаний нет заметных различий. Мы уже раньше указали на возможность того, что систематические различия в истории солнечных и земных атомов могут иметь некоторое влияние на ожидаемое смещение линий солнечного спектра. Но кажется сомнительным, чтобы это влияние оказалось настолько значительным, чтобы замаскировать ожидаемое смещение.

Может показаться, что трудно отождествить эти абстрактные геометрические свойства мира с физическими силами электричества и магнетизма. Как, например, изменение длины бруска, который мы переносим вдоль замкнутого пути, можно связать с ощущениями электрического удара? Геометрические потенциалы подчиняются общепринятым законам электромагнитных потенциалов, и каждому понятию в физической теории—заряду, электрической силе, магнитному элементу, свету и т. д.—отвечает некоторое аналогичное понятие в геометрической теории; но является ли это формальное соответствие достаточным основанием для отождествления? Сомнение, которое возникает в нашем уме, происходит от того, что мы недостаточно ясно отдаем себе отчет в формальном характере всякого физического знания. Утверждение: „Это не та вещь, о которой я говорю, хотя она во всех отношениях подобна ей“—не имеет физического смысла. Всё, что ведет себя в точности, как электричество, должно для нас проявляться в качестве электричества. Различие в форме—это единственное различие, которое физика может признавать; а индивидуальные различия, если они вообще имеют какой-нибудь смысл, не имеют отношения к физическим явлениям.

Мы можем исследовать мир только при помощи приборов,

*) Дополнения, примечание 15.

**) Насколько я знаю, никто не пробовал её вычислить.

которые сами по себе являются частями мира. Наши идеальные аппараты сводятся к нескольким простым типам: нейтральной частице, заряженной частице, неизменяемому масштабу и т. д. Абсолютные свойства мира проявляются различными способами, которые мы изучали до сих пор в показаниях этих пробных тел. Главные черты абсолютного мира так просты, что тех аппаратов, которые находятся в нашем распоряжении, оказывается слишком много; по всей вероятности, все то знание, которое вообще может быть получено, теоретически можно получить при помощи исследования посредством незаряженной частицы. Но на самом деле мы предпочитаем рассматривать мир, поскольку он для нас проявляется в исследованиях, производимых помощью масштабов и часов, причем первые употребляются для измерения так называемых мнимых интервалов, а вторые для измерения действительных интервалов; это дает нам единую геометрическую картину мира. Может быть, мы бы получили единую механическую картину, если бы в качестве идеального пробного тела взяли незаряженную частицу, и единую электрическую картину, взявши заряженную частицу. Для различных целей, вообще говоря, оказываются более пригодными различные пробные тела. При исследовании гравитационного поля движущаяся частица оказывается более чувствительным аппаратом, чем масштаб. Хотя электрическое поле теоретически может быть исследовано при помощи изменений длины масштаба, переносимого вдоль замкнутого пути, однако, гораздо более чувствительный способ исследования его мы получим, если воспользуемся только маленьким кусочком масштаба—электроном. И вообще, имея в виду практическую выполнимость опытов, мы применяем не аппараты какого-нибудь из простейших типов, а сложные установки, специально устраиваемые для каждого отдельного опыта. Мы подчеркиваем то обстоятельство, что теоретически можно одни пробные тела заменять другими, для того чтобы яснее стало единство и простота мира; с этой точки зрения важно указать на то, что электромагнитные свойства мира могут быть охарактеризованы при помощи показаний часов и масштабов, как бы мало пригодными они ни оказались, как пробные тела, для изучения электричества на практике.

Теория Вейля открывает интересные перспективы для дальнейшего развития. Деталей мы не можем касаться, потому что здесь приходится иметь дело с трудными математическими выкладками, но мы попытаемся дать общее представление об этом. Как и в менее общей теории Эйнштейна, и здесь в каждой точке мира мы имеем важное свойство, называемое кривизной; но в новой теории это не абсолютное свойство в самом строгом смысле этого слова. Оно независимо от координатной сети наблюдателя, но оно зависит от его единицы длины. Совершенно очевидно, что число, выражающее радиус кривизны мира в некоторой точке, должно зависеть от единицы длины; таким образом, мы не можем

сказать, что кривизны в двух точках абсолютно равны, потому что они зависят от единиц длины, назначенных в этих двух точках. Обратно, радиус кривизны мира дает в каждой точке естественную и абсолютную единицу длины; по всей вероятности, если наблюдатель примет этот радиус или определенную часть его за единицу длины, то это внесет в наши законы наибольшую возможную симметричность. Наблюдатель заставит, таким образом, мир быть сферичным; приняв в каждой точке радиус за единицу, он этим самым сделает все радиусы как бы равными между собою. Бруски меняют при передвижениях свою длину по сравнению с этой абсолютной единицей и в зависимости от пути, и разности соответствуют электромагнитному полю. В этой теории кривое пространство Эйнштейна является очень естественным образом; никакая часть пространства-времени не может быть плоской, даже в отсутствии обычного вещества, потому что это значило бы, что радиус кривизны бесконечен; в этом случае не было бы естественной единицы для определения, например, размеров электрона—электрон бы не знал, какой величины он должен быть, если бы не было ничего, с чем он мог бы сравнить свою величину.

Связь между формой закона гравитации и общим количеством материи в мире представляется с этой точки зрения менее загадочной. Кривизна пространства косвенным образом дает нам единицу меры, которой мы пользуемся при измерении количества вещества в мире.

Так как кривизна не является независимой от единицы длины, то Вейль не признает её самым основным количеством природы. Однако, существует несколько более сложный инвариант, который является чистым числом, и теория принимает, что это есть действие *).

Мы можем, таким образом, указать определенный объем в пространстве и времени и сказать, что действие в нем равно 5, не заботясь совершенно о том, какая в нем выбрана система координат и как назначены единицы длины! Можно ожидать, что действие, измеряемое числом 1, будет обладать особыми интересными свойствами: оно могло бы быть, например, атомом действия, т. е. таким количеством действия, меньше которого уже не существует. Опытным путем выделены такие количества действия, которые признаются единицами действия и, по крайней мере, во многих явлениях ведут себя, как неделимые атомы; они называются квантами, но теория в её теперешнем развитии не позволяет квант действия представлять числом 1. Квант есть очень малая дробь абсолютной единицы действия.

Когда мы встречаемся с чистым числом, имеющим абсолютное значение в мире, то вполне естественно, что мы хотим

*) Дополнения, примечание 16.

внимательно обдумать, как его можно истолковать. Оно может представлять собою число отдельных предметов; но в этом случае оно обязательно должно быть целым, а действие, очевидно, может иметь дробные значения. Обыкновенно угол представляют в виде чистого числа, но это не совсем правильно; угол может быть выражен в угловых единицах точно так же, как длина выражается в единицах длины. Я могу указать сейчас только на одно толкование дробного числа, которое может иметь абсолютное значение, хотя несомненно есть и другие. Число может выражать вероятность чего-нибудь или какую-нибудь функцию вероятности. Какую именно функцию вероятности представляет из себя действие, легко найти. Вероятности мы комбинируем при помощи умножения, а действие, соответствующее области, состоящей из двух данных областей, мы находим посредством сложения соответствующих этим областям действий; это служит указанием на то, что мы здесь имеем дело с логарифмом вероятности. Далее, так как логарифм вероятности должен быть числом отрицательным, то мы можем пока отождествить действие с минус логарифмом статистической вероятности существующего состояния мира.

Эта догадка кажется нам особенно привлекательной тем, что Принцип Наименьшего Действия становится с этой точки зрения Принципом Наибольшей Вероятности. Закон природы сводится к тому, что то состояние мира, которое осуществлено в действительности, является наиболее вероятным состоянием.

Теория Вейля также показывает, что масса любой части материи необходимо положительна; первоначальная теория не указывает никаких оснований, почему не может существовать отрицательная материя. Далее, теория имеет притязание выяснить (до некоторой степени), почему мир четырехмерен. Для математика так легко обобщить геометрию на n измерений, что мы естественно ожидаем, что можно построить пятимерный мир, совершенно аналогичный нашему четырехмерному. Но это, повидимому, не так; некоторые существенные свойства, без наличия которых вряд ли можно было бы говорить о мире, имеют место только в случае четырех измерений. Может быть, это можно сравнить с общеизвестным затруднением, на которое мы наталкиваемся, когда хотим обобщить понятие об узле; узел может существовать только в пространстве любого нечетного числа измерений, но не в пространстве четного числа измерений.

Теория позволяет еще, как будто, подойти к вопросу о том, каким образом удерживается заряд электрона; по крайней мере, она дает объяснение того, почему гравитационная сила так ничтожно мала в сравнении с электрической силой. Вспомним, что с массой солнца связана некоторая длина, называемая гравитационным радиусом, которая равна 1.5 километра. Подобным образом, гравитационный радиус электрона равен $7 \cdot 10^{-56}$ сантиметра. С его электрическими свойствами аналогичным образом связана

длина в $2 \cdot 10^{-13}$ сантиметра, которая называется электрическим радиусом. Последний обыкновенно считают соответствующим истинным размерам электрона. Теория приводит к заключению, что отношение гравитационного радиуса к электрическому должно быть величиной того же порядка, что и отношение последнего к радиусу кривизны мира. Это бы значило, что радиус пространства должен быть порядка $6 \cdot 10^{29}$ сантиметра, или $2 \cdot 10^{19}$ световых секунд; это немного больше, чем дают предварительные подсчеты де Ситтера, но лежит в пределах возможного.

ГЛАВА XII

О ПРИРОДЕ ВЕЩЕЙ

Ипполита. Это самая большая глупость, которую я когда-либо слышала.
Тезей. Самое лучшее в этом роде—только игра теней; самое худшее не хуже, если его исправить воображением.

Шекспир. Сон в летнюю ночь.

Вся теория относительности построена на двух принципах—на специальном принципе относительности и на принципе эквивалентности. Оба эти принципа вместе можно кратко формулировать так: равномерное движение и силовые поля суть чисто относительные явления. В более полной формулировке они представляют собою положения, к которым мы пришли путем обобщения экспериментальных данных, и могут быть либо приняты, либо отвергнуты; если их принять, то все результаты, полученные нами, могут быть выведены математическим путем без всякого отношения к тем взглядам на пространство, время или силу, которые мы излагали в этой книге. Во многих отношениях это самый привлекательный подход к теории Эйнштейна: из двух общих принципов можно получить дедуктивным путем при помощи мощного математического исчисления теорию, предсказывающую много замечательных явлений, причем все, в сущности, посторонние вопросы о механизме явлений остаются в стороне. Но этим методом нельзя излагать теорию в книге, предназначенной для неспециалистов.

Для того, чтобы избежать математического анализа, нам пришлось прибегать к геометрическим иллюстрациям, которые, так сказать, идут параллельно математической теории и позволяют составить себе некоторое представление об общем ходе её развития. Возникает вопрос, являются ли они лишь иллюстрациями к математическим рассуждениям, или же их можно рассматривать, как иллюстрации того, что действительно происходит в природе. Конечно, благоразумнее всего было бы постараться избежать трудных вопросов, связанных с последним предположением, и удовлетвориться тем, что эти иллюстрации могут заменить нам математические рассуждения, т. е., что они приводят нас к тем же результатам. Но мне кажется, что это дало бы неправильное представление о том, что сделала в науке теория относительности и какое значение она имеет.

Физик, пока он мыслит, как физик, должен иметь веру в действительный внешний мир. Он верит, например, в то, что атомы и молекулы действительно существуют; для него это не только искусственные построения, которые дают возможность легче понять законы химических соединений. Такое предположение было, быть может, достаточно в первые дни существования атомистической теории, но теперь существование атомов, как некоторых сущностей действительного физического мира, вполне доказано. Это категорическое утверждение вполне совместимо с философскими сомнениями, связанными с самим понятием о последней реальности.

Поэтому, когда нас спрашивают, не следует ли рассматривать четырехмерный мир, только как иллюстрацию математических выкладок, то мы должны помнить, что у того, кто нас так спрашивает, есть, вероятно, задняя мысль. Он убежден в существовании действительного трехмерного Евклидова мира и надеется, что ему позволят продолжать беспрепятственно пребывать в этом убеждении. В этом случае мы должны дать вполне определенный и решительный ответ: действительный трехмерный мир устарел и теперь уже ни к чему не пригоден; он должен быть заменен четырехмерным пространством-временем, обладающим не-Евклидовыми свойствами. Мы пользовались иногда в этой книге иллюстрациями, которые заведомо не отвечают никакой физической реальности—мнимым временем, пятым измерением, которое не может быть воспринято, и т. п. Но четырехмерный мир—это не только иллюстрация; это действительный, реальный физический мир; мы к нему пришли тем путём, которым физика всегда (правильно или неправильно—это другой вопрос) шла в поисках реальности.

Я держу перед собою некоторый предмет и вижу контуры фигуры Британии; другой наблюдатель, сидящий напротив меня, видит изображение монарха; третий видит только узкий прямоугольник. Должен ли я сказать, что на самом деле этот предмет—фигура Британии и что впечатления других наблюдателей неправильны, что в них нужно внести поправки, принимая во внимание положение наблюдателей? Все описанные наблюдения можно объяснить, если принять, что мы все смотрим на предмет трех измерений—на монету в один пенс, и никакой разумный человек не будет сомневаться в том, что пенс—это та физическая реальность, которая отвечает нашим наблюдениям. Подобное же мы имеем в следующем случае: земной наблюдатель видит и измеряет продолговатый брусок, в то время как наблюдатель на какой-нибудь звезде, рассматривающий тот же предмет, находит, что он представляет собою куб. Должны ли мы сказать, что на самом деле этот предмет продолговатый брусок и что другие наблюдатели должны внести в свои измерения поправки, принимая во внимание своё движение? Все наблюдения можно объяснить, если принять, что реальный предмет имеет четыре изме-

рения и что наблюдатели видят и измеряют только различные его трехмерные проявления или сечения; кажется, нельзя сомневаться в том, что это правильное объяснение. Того, кто сомневается в реальности четырехмерного мира (по логическим основаниям, а не по экспериментальным), можно сравнить с человеком, который сомневается в реальности монеты и предпочитает рассматривать, как реальный предмет, один из её бесчисленных аспектов.

Физическая реальность—это синтез всех возможных физических аспектов природы. Чтобы пояснить это, приведем следующую иллюстрацию, относящуюся к явлениям лучистой энергии или света. В очень большом числе явлений свет, исходящий из атома, проявляется в виде ряда волн, распространяющихся в пространстве так широко, что они могут заполнить собою самый большой из наших телескопов. Во многих других явлениях свет, исходящий из атома, проявляется в виде незначительного по размерам пучка энергии, который может целиком войти в другой отдельный атом и взорвать его. Может быть, в этих выводах из опытов есть какая-нибудь ошибка; но если этого нет, то надо допустить, что физическая реальность, отвечающая свету, должна быть некоторым синтезом, обнимающим оба указанные проявления. Как этот синтез должен быть произведен, до сих пор совершенно не удалось выяснить. Но мы можем из этого сделать следующий вывод: случается, что большое число проявлений можно соединить в одно связное целое — возможно, что это будут все проявления, которые непосредственно воспринимаются земными наблюдателями—и всё-таки результат остаётся только проявлением. Реальность мы получим только тогда, когда мы скомбинируем проявления, соответствующие всем мыслимым точкам зрения.

Вот почему пришлось отказаться от убеждения в реальности повседневного мира трех измерений. До последнего времени он обнимал все возможные проявления, которые нам встречались. Но теперь обнаружилось, что существуют новые точки зрения и соответствующие им новые проявления; реальность должна содержать все эти проявления. Вводя в рассмотрение все эти новые точки зрения, мы оказались в состоянии познать природу реального мира физики.

Напомним вкратце главные шаги нашего синтеза. Мы нашли, что один шаг уже был выполнен. Непосредственное восприятие мира при помощи одного глаза дает нам двумерное проявление. Но мы имеем два глаза, и они комбинируют картины мира, в которых он проявляется, с двух точек зрения; каким-то таинственным образом мозг производит синтез и дает нам впечатление пространственного рельефа: мы получаем привычное проявление трехмерного мира. Это оказывается достаточным, если мы хотим принять во внимание все возможные положения наблюдателя в тех частях пространства, которые исследованы до сих пор. Сле-

дующий шаг состоял в том, чтобы скомбинировать проявления, соответствующие всем возможным состояниям равномерного движения наблюдателя. Результат заключался в том, что прибавилось новое измерение, получился мир четырех измерений. Затем мы пошли в нашем синтезе еще дальше, чтобы включить в рассмотрение всевозможные переменные движения наблюдателя. Процесс увеличения числа измерений остановился, но мир сделался не-Евклидовым; мы приняли новую геометрию, называемую геометрией Риманна. Наконец, мы присоединили еще точки зрения наблюдателей, изменяющихся в росте; в результате нам пришлось заменить геометрию Риманна еще болееобщей геометрией, о которой шла речь в предыдущей главе.

Искание физической реальности не преследует утилитарных целей, но оно оказалось отнюдь не бесполезным. По мере того, как геометрия становилась более сложной, физика становилась более простой; в конечном счете физика оказалась как бы поглощенной геометрией. Мы не имели в виду с самого начала сознательно построить геометрическую теорию мира; мы старались, пользуясь общепринятыми методами, найти физическую реальность—и вот что случилось.

Достигли ли мы теперь конечной цели? Соединены ли уже точки зрения всех мыслимых наблюдателей? Мы не утверждаем, что это так. Но кажется, что мы довели до конца решение определенной задачи; мы достигли такого пункта, где вполне естественно остановиться. Насколько мы можем судить, все возможные безличные точки зрения исчерпаны—точки зрения, соответствующие взгляду на наблюдателя, как на механический автомат, который может быть заменен научным измерительным прибором. Для того, чтобы прийти к последней реальности, быть может, пришлось бы еще принять во внимание различные точки зрения более личного характера; но вряд-ли их можно было бы внести в реальный физический мир. Таким образом, мы имели полное основание остановиться здесь и не останавливаться раньше.

Можно задать себе вопрос, необходимо ли принимать во внимание всех мыслимых наблюдателей, из которых многие, пожалуй, и не существуют. Не должны ли мы считать реальным миром то, что соединяет в себе проявления по отношению ко всем реальным (действительно существующим) наблюдателям? Независимо от того, допустима ли сама по себе гипотеза, не признающая существования того, чего никто не наблюдает, наука решительно её отвергает. Если мы отвергнем права вне-земных наблюдателей, то мы должны будем стать на сторону инквизиции против Галилея. А если допустить вне-земных наблюдателей, то нет никаких оснований к исключению других наблюдателей, результаты наблюдений которых здесь комбинируются.

Наше исследование о природе вещей подлежит некоторым ограничениям, которые важно выяснить. Мне кажется, что лучше

всего это сделать, сравнивая его с археологическим исследованием, которое будет произведено, скажем, в 5000 году по Р. Х. Сделана интересная находка, относящаяся к исчезнувшей цивилизации, которая процветала около двадцатого столетия; найдена книга, содержащая большое число шахматных партий, записанных при помощи загадочных символов, которыми обыкновенно пользуются для этой цели. Археологи, которым эта игра до сих пор была совершенно незнакома, постепенно замечают некоторые закономерности, и после длинных изысканий им наконец удастся с несомненностью установить природу ходов и правил игры. Но совершенно очевидно, что как бы долго они ни изучали эту книгу, им не удастся обнаружить истинную природу ни участников игры—шахматных фигур, ни поля игры—шахматной доски. Что касается первых, то мы можем только дать им произвольные названия, позволяющие отличать фигуры одну от другой по их свойствам, но относительно шахматной доски можно пойти дальше. Материал, из которого сделана доска, неизвестен, точно также неизвестна форма клеток — то-есть, неизвестно, квадраты ли это или ромбы; но может быть установлено, что различные точки поля связаны между собою соотношениями двумерного расположения, и можно построить большое число гипотетических типов шахматных досок, удовлетворяющих этим соотношениям расположения. Несмотря на указанные пробелы в их знаниях, археологи с полным правом могут утверждать, что они вполне понимают шахматную игру.

Приложение этой аналогии заключается в следующем. Записи различных партий, воспроизведенные в книге—это наши физические опыты. Правила игры, которые археологи узнали, изучая эти партии—это физические законы. Гипотетическая доска с 64 клетками—это пространство и время некоторого определенного наблюдателя или игрока, между тем как более общие соотношения двумерного расположения—это абсолютные отношения пространства-времени, которые мы изучали в предыдущем. Шахматные фигуры—это физические сущности,—электроны, частицы, или „события“, а ходы фигур можно, пожалуй, сравнить с электрическими или гравитационными полями или с интервалами. Сколько бы мы ни изучали записи партий, мы никогда не будем в состоянии вывести из них абсолютную природу или внешний вид участников; да это и не имеет значения, потому что и без этого мы можем изучить „игру“ во всей её сложности. Наше знание о природе вещей должно быть подобно знанию археологов о природе шахматных фигур, т. е. об их природе, как пешек, королей, королев и т. п., а не как вырезанных из дерева предметов. В последнем аспекте они могут иметь отношения и смысл, выходящие за пределы всего, что когда-либо снилось физикам.

Обыкновенно смотрят на научный метод следующим образом: знакомые нам предметы, с которыми мы имеем дело в повсе-

дневном опыте, очень сложны; поэтому мы анализируем их, т. е. разлагаем на более простые элементы; затем изучаем теории и законы, управляющие поведением этих более простых составных частей, и таким образом мы получаем возможность предсказывать и объяснять явления. Представляется вполне естественным объяснять более сложное при помощи более простого, но это влечет за собою необходимость объяснять знакомое или привычное нам при помощи чуждого, непривычного.

Таким образом, есть две причины, по которым первоначальные составные части реального мира должны быть вещами непривычной нам природы. Во-первых, все привычные нам предметы слишком сложны. Во-вторых, привычные предметы не принадлежат реальному миру физики, а относятся к гораздо более ранней стадии синтеза проявлений. Первоначальные элементы теории мира должны быть по своей природе таковы, что их невозможно определить при помощи терминов, имеющих значение, доступное познанию.

Тот факт, что приходится иметь дело с сущностями неизвестной природы, не представляет никаких затруднений для математика. Как объяснил математик в Прологе, он никогда не чувствует себя так хорошо, как в то время, когда он не знает, о чем он говорит. Но для нас цель его рассуждений не представляет никакого интереса, пока мы не придаем им какого-нибудь смысла—пока мы не найдем в опытном мире некоторого истолкования для них. Мы должны быть в состоянии сопровождать каждый шаг его рассуждений комментарием, играть, как бы, роль конференсье при нём. Сначала его символы не вызывают перед нашими глазами никаких знакомых образов, и мы молча наблюдаем. Спустя некоторое время мы можем сказать: „Теперь он говорит о частице вещества“... „Теперь он говорит о другой частице“... „Теперь он говорит о том, где они будут находиться в известное время дня“... „Теперь он говорит, что они будут в одном и том же месте в некоторый момент“. Мы следим за ними.—„Да. Наши две частицы столкнулись. Значит, он говорит о чем-то знакомом нам и говорит правду, хотя он, конечно, не знает этого“. Очевидно, его цепь символов можно истолковать так, что она дает нам описание того, что происходит в мире; мы не имеем никакого представления о том, что обозначает каждый отдельный символ, да этого и не нужно; мы имеем дело только с известными сложными комбинациями этих символов.

Таким образом, хотя природа элементарных понятий теории не определена, на некоторой дальнейшей стадии развития мы должны связать производные понятия с знакомыми нам предметами опытного мира.

Мы теперь соединим в одно целое результаты, к которым мы приходили последовательно в предыдущих главах, и изложим главные положения теории в более логическом порядке. При

этом мы не будем рассматривать те обобщения, о которых шла речь в Главе XI, отчасти потому, что это сделало бы более трудным понимание основных идей, а отчасти потому, что они не могут считаться установленными с достаточной достоверностью.

В теории относительности самое элементарное понятие—это точечное событие. На обыкновенном языке точечное событие—это некоторый момент времени в некоторой точке пространства; но это—только один из аспектов точечного события и этого нельзя принять в качестве его определения. Время и пространство—эти обычные для нас термины—соответствуют производным понятиям, которые могут быть введены в нашу теорию значительно позже. Первоначальные понятия по необходимости неопределимы, и их природа выше нашего понимания. Совокупность всех точечных событий называется миром. Мы принимаем в качестве постулата, что мир имеет четыре измерения; это имеет тот смысл, что каждое отдельное точечное событие может быть задано значениями четырех переменных или координат, хотя мы совершенно свободны в выборе способа, которым эти характеристические числа назначаются.

Смысл утверждения, что мир имеет четыре измерения, не так ясен, как это может показаться с первого взгляда. Совокупность большого числа предметов не имеет сама по себе определенного числа измерений. Рассмотрим, например, слова на этой странице. Если взглянуть на них случайно, то может показаться, что они имеют двумерное расположение; но они написаны в надежде, что читатель будет рассматривать их в одномерном расположении. Для того, чтобы определить число измерений, мы должны постулировать некоторое соотношение порядка; результат же всецело зависит от того, каково будет это соотношение—расположены ли слова в отношении смысла или в отношении положения их на странице. Таким образом, когда говорят, что мир имеет четыре измерения, то здесь неявно содержится указание на некоторое соотношение порядка. Повидимому, этим соотношением является интервал, хотя я не имею полной уверенности в том, что достаточно этого одного отношения без некоторого соотношения, соответствующего понятию о близости; дело в том, что если интервал между двумя событиями мал, то это не значит еще, что события обязательно близки одно к другому в обычном смысле слова.

Между каждыми двумя соседними точечными событиями существует известное отношение, которое называется интервалом между ними. Это есть количественное отношение, которое может быть измерено, т. е. выражено определенным числом *).

*) Есть еще и качественное различие между интервалами: мы имеем два рода интервалов, которые впоследствии играют роль пространственных и временных и которым в математической теории отвечают вещественные и мнимые числа.

Но в самом термине „интервал“ нельзя видеть указание на истинную природу этого отношения, которая находится совершенно вне области наших представлений. Его геометрические свойства, о которых мы так часто говорили в предшествующих главах, отвечают только одному из проявлений этого отношения. Возможно, что оно имеет и другие аспекты, связанные с такими свойствами мира, которые лежат вне области физики. В физике для нас имеет значение не природа этого отношения, но число, которое с ним связано и которое выражает его интенсивность; а это обстоятельство дает возможность графического изображения и ведет таким образом к геометрической теории физического мира.

То, что мы здесь называли миром, можно было бы, пожалуй, вполне законно назвать эфиром; по крайней мере, он представляет собою тот универсальный субстрат вещей, который теория относительности дает нам вместо эфира.

Мы видели, что число, выражающее интенсивность того отношения, которое мы называли интервалом, может быть получено в результате измерения помощью масштабов и часов. Но я считаю мало вероятным, чтобы наши грубые измерения действительно могли правильно воспроизводить индивидуальные интервалы между точечными событиями; наши меры недостаточно „микроскопичны“ для этого. Те интервалы, с которыми мы имели дело, следует, по всей вероятности, рассматривать, как макроскопические значения; а потенциалы и виды пространства, выведенные при помощи таких интервалов, являются только средними значениями или свойствами, соответствующими областям, быть может, малым даже по сравнению с электронами, но содержащим огромные количества элементарных интервалов. Мы, поэтому, сразу перейдем к рассмотрению макроскопических интервалов, но мы не будем предвосхищать дальнейших результатов, предполагая, что они могут быть измерены при помощи масштабов и часов. Это свойство должно быть введено в том месте, которое соответствует логическому порядку изложения.

Будем рассматривать небольшую часть мира. Она состоит из большого (может быть, бесконечно большого) числа точечных событий, между каждыми двумя из которых существует интервал. Если нам заданы интервалы между точкой A и достаточным числом других точек, а также между точкой B и теми же точками, то можем ли мы вычислить интервал между A и B ? В обычной геометрии это было бы возможно; но так как в настоящем случае мы ничего не знаем об отношении, обозначаемом словом интервал, то невозможно предсказать какой-нибудь закон а priori. Однако, мы в предыдущем нашли, что есть правило для вычисления интервалов, и оно выражается следующей формулой:

$$ds^2 = g_{11} dx_1^2 + g_{22} dx_2^2 + \dots + 2g_{12} dx_1 dx_2 + \dots$$

Это значит, что после того, как мы отнесли каждой точке соответствующие ей числа (x_1, x_2, x_3, x_4) , нам достаточно измерить десять различных интервалов, для того, чтобы мы могли определить десять коэффициентов g_{11} и т. д., которые в небольшой области можно считать постоянными; тогда все другие интервалы этой области могут быть предсказаны с помощью этой формулы. Для каждой другой области мы должны сделать новые измерения, чтобы определить соответствующие значения коэффициентов.

Я не считаю вероятным, чтобы индивидуальные отношения (интервалы), между точечными событиями подчинялись какому-нибудь определенному закону. „Микроскопическое“ исследование показало бы, вероятно, что они совершенно произвольны, так что отношения так называемых промежуточных точек не обязательно будут средними*). Может быть, даже первоначальный элементарный интервал не имеет количественного характера, а просто для одних пар равен 1, а для других 0. Данная выше формула представляет собою только средний вывод, который дает вполне достаточную для наших грубых исследований точность, но который верен только статистически. Точно так же, как статистические средние для одной общины могут отличаться от средних для другой, так эта статистическая формула может иметь разный вид в различных областях мира. В этом заключается источник бесконечного разнообразия природы.

Быть может, следующий пример поможет нам разъяснить это. Мы будем сравнивать точечные события с отдельными лицами, а интервалы со степенью знакомства их между собою. Нельзя предсказать степень знакомства между A и B , зная степень знакомства каждого из них C, D, E и т. д. Но статистик для каждой общины может вычислить некоторое среднее правило. В большинстве случаев, если A и B оба знакомы с C , то это несколько увеличивает вероятность того, что они знакомы друг с другом. Общину, в которой такого рода связь сильно выражена, будем называть „кумовской“. Между различными общинами в этом отношении может существовать различие, соответствующее степени кумовства в них; и в этом смысле статистические законы могут служить средством для выражения некоторых различий между общинами.

Здесь мы встречаемся с затруднением, которое уже теперь знакомо нам. Десять коэффициентов g связаны не только с существенными свойствами мира, но и с нашей произвольной системой характеристических чисел для точечных событий; как мы выражались раньше, они описывают не только вид пространства-времени, но и природу произвольной координатной сети, кото-

*) Т. е., если точки A, B, C, D расположены в указанном порядке, то интервал AC может выражаться числом, которое не заключается между числами AB и AD .

рую мы применяем. Математика указывает нам, как можно преодолеть это затруднение, сосредоточивая наше внимание на выражениях, называемых тензорами, примерами которых являются $B_{\mu\nu\sigma}^e$ и $G_{\mu\nu}$.

Тензор не выражает в явном виде меры некоторого существенного качества мира, потому что при измерении какого-нибудь свойства существенную роль обыкновенно играет вид координатной сети, за исключением некоторых очень специальных случаев, когда свойство может быть выражено одним числом, называемым инвариантом; примером может служить интервал, или полная кривизна. Но утверждение, что тензор обращается в нуль, или что он в данной области равен некоторому другому тензору, заданному в той же области, совершенно не зависит от выбранной координатной сети. Таким образом, имея дело только с тензорами, мы достигаем того, что в наших формулах находит себе выражение такое знание, которое связано только с существенными свойствами мира.

Этим способом мы нашли две абсолютные формулы, которые, повидимому, вполне подтверждаются наблюдениями: именно,

в пустом пространстве

$$G_{\mu\nu} = 0,$$

в пространстве, содержащем материю, $G_{\mu\nu} = K_{\mu\nu}$,

где в выражение $K_{\mu\nu}$ входят только физические количества, которые нам очень хорошо знакомы, именно—плотность и состояние движения материи в области.

Обычно на эти уравнения смотрят следующим образом: первое выражает некоторый существующий в мире закон, и точечные события в силу естественной необходимости стремятся к тому, чтобы отношения между ними удовлетворяли этому уравнению; но когда в дело вмешивается материя, то она вызывает возмущение или напряжение естественных связей; происходит некоторое переприспособление в пределах, указываемых вторым уравнением.

Но присмотримся поближе к тому, что нам говорит уравнение $G_{\mu\nu}=0$. Мы предоставили математику полную свободу оперировать с его неопределимыми интервалами и точечными событиями. Он пришел к количествам $G_{\mu\nu}$; но до сих пор это для нас не обозначает абсолютно ничего. Сам чистый математик никогда не „уклоняется в область смысла“. То, что он делает, никогда не может иметь отношения к знакомым окружающим нас вещам, пока мы не возьмем какой-нибудь из его символов и не придадим ему понятного значения—сначала в виде попытки, а потом, если мы увидим, что он удовлетворяет нашим экспериментальным знаниям, уже окончательно. Мы видели, что в пустом пространстве $G_{\mu\nu}$ исчезает. Воспользуемся этим и, так как мы не имеем никаких данных о том, что это исчезновение может обозначать, условимся, что это исчезновение обозначает пустоту; таким

образом, количество $G_{\mu\nu}$, если оно не исчезает, выражает некоторое свойство мира, отличающее пространство, о котором говорят, что оно заполнено чем-то, от пространства, о котором говорят, что оно пусто. До сих пор $G_{\mu\nu}$ было только формой, которую нужно было заполнить некоторым содержанием; мы теперь так же мало можем объяснить, в чем состоит это содержание, как и раньше; но мы дали понятный смысл всей картине в целом, так что мы узнаём её, когда встретимся с нею в опытном мире.

Эти два уравнения с этой точки зрения суть не что иное, как определения—определения того, каким образом известные состояния мира (выраженные при помощи неопределимых терминов) отпечатлеваются в наших восприятиях. Восприятие, которое заключается в констатировании пустоты—это только способ, которым наши чувства познают, что пространство искривлено в данной области не больше, чем в первой степени. Когда мы воспринимаем, что некоторая область содержит вещество, мы познаем присущую миру в этой области кривизну; и когда мы считаем, что мы измеряем массу и количество движения материи (по отношению к некоторой системе осей координат), то мы измеряем, собственно, известные компоненты кривизны мира (по отношению к этим осям). Статистические средние значения каких-то неизвестных величин, которыми мы пользовались для описания состояния мира, изменяются от точки к точке; и из них наш ум построил привычные представления о материи и пустоте.

Закон гравитации—не закон в том смысле, что он накладывает ограничения на возможное поведение субстрата мира, это только определение пустоты. Не следует рассматривать вещество, как нечто постороннее гравитационному полю, вызывающее в нем возмущение; это возмущение и есть вещество. В этом же смысле мы не рассматриваем свет, как нечто постороннее электромагнитному полю, заставляющее электрическую силу колебаться вдоль его пути; эти колебания и составляют свет. Или—теплота не есть жидкость, вызывающая беспорядочные движения молекул тела; эти движения и есть теплота.

Взгляд на вещество, как на симптом, а не причину, представляется таким естественным, что можно удивляться, почему он затемняется при обычном изложении нашей теории. Это происходит потому, что связь между математическим анализом и опытным миром устанавливается обыкновенно не путем определения того, что такое материя, а путем указания на то, как ведут себя известные комбинации материальных тел. Благодаря этому, является возможность сразу отождествить интервал с чем-то доступным для опыта, именно с той вещью, которая измеряется помощью масштаба и часов. Однако, как бы это ни было выгодно в смысле установления уже с самого начала контакта между теорией и экспериментом, мы едва ли можем надеяться построить теорию природы вещей, если мы будем исходить из масштаба и часов,

как из простейших, не подлежащих дальнейшему анализу, понятий. В результате этого обращения логического порядка, оказывается, что к тому времени, когда мы встречаем уравнение $G_{\mu\nu} = K_{\mu\nu}$, обе части этого уравнения уже суть вполне определенные количества. Мы упускаем из виду, что обе части по существу тождественны, и рассматриваем это тождество, как уравнение, выражающее закон природы. Это есть следствие преждевременного введения масштаба и часов. Что касается нас, то мы предпочитаем сначала определить материю в терминах элементарных понятий теории; затем мы можем ввести любые научные приборы и, наконец, указать, какие свойства мира эти приборы будут измерять.

Определенная указанным образом материя подчиняется основным законам механики, включая сюда сохранение энергии и импульса. Если бы мы с такой же точки зрения подошли к более общей теории соединенного гравитационного и электрического поля Вейля, то мы бы нашли, что она (материя) обладает знакомыми нам электрическими и оптическими свойствами. Нет никакого смысла принимать, что существует еще нечто, что управляет соотношениями между четырнадцатью потенциалами (g и κ), но не должно быть отождествляемо с этими соотношениями.

Есть еще только одно требование, которое нужно предъявить к материи. Наш мозг состоит из материи и он чувствует и думает, или по крайней мере чувствование и мышление тесно связаны с движениями или изменениями в веществе мозга. Трудно представить себе, чтобы какая-нибудь гипотеза о природе вещества могла сделать этот процесс более понятным для нас, чем какая-либо другая; и едва ли можно сказать, что мозг, состоящий из дифференциалов или производных коэффициентов g менее приспособлен для процесса мышления, чем мозг, сделанный из крошечных биллиардных шариков! Но мне кажется, мы можем, не ограничиваясь этим отрицательным оправданием, пойти еще дальше. Первоначально мы ввели интервалы, как некоторое отношение, которое не может быть определено, и коэффициенты g содержат этот неопределимый элемент. Таким образом, выражения $G_{\mu\nu}$ суть выражения определенной формы, но не определенного содержания. По своей форме они приспособлены для того, чтобы объяснить все физические свойства материи; а физическое исследование никогда не может проникнуть дальше формы. Вещество мозга в его физическом аспекте представляет собою только форму; но реальность мозга включает в себя и содержание. Мы, конечно, не можем ожидать, чтобы форма объясняла деятельность содержания.

Некоторые из этих идей о веществе предвосхитил с удивительной проницательностью В. Клиффорд еще сорок лет тому назад. В то время, как другие английские физики были заняты

вихревыми атомами и другими блуждающими огнями, Клиффорд пришел к убеждению, что материя и движение материи суть аспекты кривизны пространства и ничего больше. И он был точно так же убежден в том, что эти геометрические представления суть только частичные аспекты отношений того, что он называет „элементами ощущений“. — „Реальность, соответствующая нашему восприятию движения материи, есть элемент той сложной вещи, которую мы называем ощущением. То, что мы воспринимаем, как сплетение нервных возбуждений, на самом деле есть само по себе ощущение; и последовательность ощущений, которая составляет человеческое сознание, есть реальность, которая производит в наших умах восприятие движений его мозга“.

Для этих элементов ощущения существуют соотношения близости или смежности в пространстве, пример которых может дать зрительное впечатление от смежных точек, и соотношение последовательности во времени, пример которого дается всеми восприятиями. Исходя из этих двух отношений, будущему теоретику придется построить мир. Есть две вещи, которые могут ему помочь в этом. Некоторые течения математической мысли указывают на то, что расстояние или количество, может быть, удастся когда-нибудь выразить в терминах положения в том обширном смысле, в каком это слово употребляется в *analysis situs*. А теория кривизны пространства дает намек на возможность описывать материю и движение в терминах одной только протяженности (*Fortnightly Review*, 1875).

Уравнение $G_{\mu\nu} = K_{\mu\nu}$ представляет собою нечто вроде словаря, объясняющего, что различные компоненты кривизны мира обозначают в терминах, обычно употребляемых в механике. Если мы напишем его в слегка измененной, но эквивалентной форме

$$G_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = -8\pi T_{\mu\nu}$$

то его можно будет интерпретировать при помощи следующей схемы:

$$\begin{array}{ccccccc} T_{11}, & T_{12}, & T_{13}, & T_{14} = & p_{11} + \rho u^2, & p_{12} + \rho uv, & p_{13} + \rho uw, - \rho u \\ & T_{22}, & T_{23}, & T_{24} & & p_{22} + \rho v^2, & p_{23} + \rho vw, - \rho v \\ & & T_{33}, & T_{34} & & & p_{33} + \rho w^2, - \rho w \\ & & & T_{44} & & & \end{array}$$

Здесь мы пользуемся теми делениями времени и пространства, которые приняты в обычной механике; ρ — это плотность вещества, u, v, w , — компоненты скорости, а $p_{11}, p_{12}, \dots, p_{33}$ — компоненты внутренних напряжений, которые, как предполагают, могут быть сведены к молекулярным движениям.

Теперь возникает вопрос, законно ли произвести все указанные отождествления сразу. После того, как мы отождествили T_{44} с

плотностью, имеем ли мы право отождествить другое количество T_{34} с плотностью, умноженной на скорость? Мы как будто бы одну „вещь“ отождествляем с воздухом, а другую, совершенно отличную от неё „вещь“—с „ветром“. Однако, это вполне законно, потому что мы до сих пор еще не объяснили, что в нашем мире будет соответствовать скорости; мы можем условиться ввести её именно таким образом. На этой стадии все отождествления носят предварительный характер, они подлежат еще проверке на наблюдениях.

Правда, такое определение скорости движения вещества, как, например, „ветер, деленный на воздух“, не соответствует тому, как движение первоначально проявляет себя в нашем опытном мире. Мы обыкновенно узнаём движение по исчезновению частицы в одной точке пространства и по появлению повидимому тождественной ей частицы в соседней точке. Это проявление движения может быть выведено математически из того определения при помощи отождествления, которое мы здесь приняли. Если мы вспомним, что в физической теории необходимо переходить от простого к сложному и что это часто находится в полном противоречии с инстинктивным желанием переходить от привычного к непривычному, то мы не будем удивляться тому, что в нашей теории проявления движения вводятся в порядке, противоположном обычному. Постоянная тождественность частиц вещества самим себе (без чего обычное представление о движении теряет всякий смысл)—это очень привычное для нас представление, но она является очень сложной чертой мира.

Мы можем привести в качестве примера следующий простой случай, в котором привычное кинематическое представление о движении оказывается недостаточным. Предположим, что совершенно однородное непрерывное кольцо вращается, как колесо; какой смысл можно придавать в этом случае его движению? Кинематическое представление о движении предполагает изменение—исчезновение в одной точке и появление в другой, но здесь нельзя обнаружить никакого изменения. Состояние кольца в любой момент таково же, как в предшествующий момент, и вещество, занимающее некоторое положение теперь, нельзя отличить от вещества, которое находилось в этом же положении несколько времени тому назад. Самое большее—оно может отличаться от него каким-то таинственным не физическим свойством—свойством тождественности; но если, как склонно думать большинство физиков, вещество—это некоторое состояние эфира, то какой смысл может иметь утверждение, что два состояния в точности подобны, но не тождественны? Разве можно сказать, что теплота воздуха в комнате сегодня равна, но не тождественна теплоте его вчера? С кинематической точки зрения вращение кольца не имеет смысла; однако, вращающееся кольцо отличается механически от неподвижного. Оно обладает, например, гироста-

тическими свойствами. Тот факт, что в природе кольцо имеет атомистическое, а не непрерывное строение, едва ли играет какую-нибудь роль. Всё равно, должно быть возможным такое представление о движении, на основании которого вращающееся непрерывное кольцо отличается от невращающегося; иначе выходило бы, что можно а priori доказать атомистическое строение материи. Согласно тому представлению о движении, которое мы предлагаем, скорость движения вещества такое же статическое качество, как и плотность. В общем случае движение сопровождается изменениями в физическом состоянии мира, которые делают возможными обычные способы констатирования его наличности, но приведенный пример показывает, что эти симптомы не всегда имеют место.

Это определение скорости позволяет нам понять, почему скорость не имеет смысла, если её не относить к материальным телам, в то время как вращение и ускорение имеют смысл. Философские, доводы, ссылающиеся на то, что скорость относительно пространства не имеет смысла, перестают быть применимыми, как только мы допускаем существование какой бы то ни было структуры или эфира в пустых областях; отсюда следует, что проблема ни в коем случае не является такой простой, как часто предполагают. Но наше определение скорости имеет динамический, а не кинематический характер. Скорость есть отношение некоторых компонент величины $T_{\mu\nu}$ и существует только тогда, когда T_{44} не равно нулю. Таким образом, материя (или электромагнитная энергия) есть единственная вещь, которая может обладать скоростью по отношению к системе референции. Скорость мировой структуры или эфира в тех местах, где T_{44} исчезает, всегда принимает неопределенный вид $\frac{0}{0}$. С другой стороны, ускорение и вращение определены при помощи коэффициентов $g_{\mu\nu}$ и существуют всюду, где существуют последние*), так что ускорение и вращение мировой структуры или эфира относительно системы референции вполне определены. Заметим еще, что ускорение не определено, как изменение скорости; оно является некоторой независимой сущностью, гораздо более простой и универсальной, чем скорость. Из сопоставления этих двух сущностей мы затем получаем время.

Это окончательно разрешает то затруднение, с которым мы встретились в Главе X—кажущееся различие в применении Принципа Относительности к равномерному и неравномерному

*) Даже в Ньютоновой механике мы говорим о „поле ускорения“ и мыслим его существование даже в том случае, когда нет пробного тела, в движении которого оно могло бы обнаружиться. В излагаемой теории это „поле ускорения“ описывается при помощи коэффициентов $g_{\mu\nu}$. Никакого „поля скорости“ не существует в пустом пространстве, хотя оно может существовать в материальном океане.

движению. По существу, и скорость, и ускорение являются статическими свойствами области мира (отнесенной к некоторой координатной сети). Ускорение—сравнительно простое свойство, которое существует там, где есть геодезическая структура, т. е. всюду. Скорость—очень сложное свойство, существующее только там, где структура сама является более сложной, чем обыкновенно, т. е. в областях, заполненных материей. Оба эти свойства дают физические проявления, к которым приложимы термины ускорение и скорость в собственном смысле этих слов; но только рассматривая эти понятия с указанной здесь более глубокой точки зрения, мы можем понять универсальность одного из них и ограниченную применимость другого.

Мы видели, что существуют четыре тождественных соотношения между десятью качествами материального тела, как мы его теперь понимаем, зависящие только от того, каким способом величины $G_{\mu\nu}$ были по определению составлены из более простых элементов. Эти четыре соотношения показывают, что если только координатная сеть выбрана известным способом, то масса (энергия) и импульс сохраняются. Сохранение массы имеет огромное значение; вещество оказывается перманентным: каждой частице, исчезающей в одной точке, соответствует некоторая масса, появляющаяся в соседней; изменение состоит в перемещении вещества, а не в его разрушении или созидании. Это дает нам право рассматривать вещество, не как совокупность чистых символов, а как субстанцию перманентного мира. Но перманентный мир, найденный таким образом, требует разделения пространства-времени одним из известных нам способов, именно—одним из тех способов, которые мы рассматривали в Главе III*); из всех получающихся таким образом пространств и времен наблюдатель, желающий считать себя или некоторое произвольное тело неподвижным, выбирает соответствующее пространство и время. Это и дает нам то пространство и время, которые мы употребляем обычно при описании опытного мира. Этим путем мы можем ввести в четырехмерный мир пространство и время наших восприятий, как производные понятия, обязанные своим происхождением нашему желанию, чтобы вновь найденная материя была перманентной.

Мне кажется, что теперь можно отчасти понять основания, почему мир необходимо должен быть таким, каким мы его описали. Когда глаз наблюдает волнующиеся воды океана, то отдельные крутящиеся частицы воды оставляют в нем мало впечатления; привлекают к себе внимание волны, потому что они обладают

*) Когда мы имеем такой вид пространства-времени, что точное деление этого рода невозможно, то не существует точного сохранения; но мы можем считать, что принцип формально удовлетворен, если мы припишем энергию и импульс гравитационному полю.

некоторой степенью постоянства. Мы замечаем движение формы волны, которое вовсе не является движением воды. Таким же образом ум, наблюдающий мир точечных событий, ищет неизменяемых, перманентных вещей. Более простые отношения, интервалы и потенциалы, преходящи—они не могут дать того материала, из которого ум может построить себе мир, в котором он живет. Но та вещь, которую мы отождествили с материей—перманентна, и вследствие своей перманентности она должна быть для ума субстанцией мира. Фактически никакой другой выбор не был возможен.

Нужно признать, что сохранение массы не равносильно в точности перманентности вещества. Если каравай хлеба внезапно превратится в кочан капусты, то наше удивление не будет меньше от того, что при этом не произойдет изменения в весе. Не легко выяснить, какое еще дополнительное свойство должно сохраниться, потому что мы считаем совершенно естественным другие, повидимому вполне подобные этому, превращения, — превращение яйца в яичницу, или радия в свинец. Но по крайней мере ясно, что некоторая степень перманентности одного качества, массы, является первоначальным свойством, которого мы ищем в материи, и это уже служит достаточным оправданием того выбора, который мы сделали.

Мы видим теперь, что выбор перманентной субстанции для чувственного мира необходимо несет с собою закон гравитации, все законы механики и введение обычного пространства и времени наших наблюдений. Вся наша теория была на самом деле только посвящена розысканию наиболее общего способа, при помощи которого из отношений может быть построена перманентная субстанция; и теперь выясняется, что именно ум, который стремится принимать во внимание только перманентные вещи, навязал эти законы безразличному миру. Природа имела весьма мало общего с материей; она должна была только доставить основание — точечные события; но на самом деле для этой цели пригодно что бы то ни было, лишь бы отношения были в достаточной степени сложны. Физическая теория относительности сводит всё к отношениям; другими словами, играет роль структура мира, а не материал; структура невозможна без какого-нибудь материала, но природа материала не имеет никакого значения. Мы процитируем отрывок из книги Рёсселя „Введение в Математическую Философию“.

„В традиционной философии было много лишних разговоров, которых можно было бы избежать, если бы была оценена важность структуры и трудность пойти дальше структуры. Например, часто говорят, что пространство и время субъективны, но что им соответствует нечто объективное; или что явления субъективны, но что причиной их являются вещи в себе, между которыми существуют различия, соответствующие различиям между теми явле-

ниями, которым они дают начало. Когда делают такие гипотезы, то обыкновенно предполагают, что мы можем очень мало знать об этих объективных вещах. На самом деле, однако, если бы высказанные гипотезы были правильны, то этот объективный мир имел бы ту же структуру, что и мир явлений. Коротко говоря, каждое предложение, имеющее определенный смысл, должно было бы быть либо верно в применении к обоим мирам, либо не верно в применении ни к одному из них; единственное различие должно лежать в существе индивидуальности, которая всегда остается непередаваемой словами и не может быть описана, но именно по этой причине не имеет значения для науки“.

Вот как обстоит дело с нашей теорией. — Мы имеем мир точечных событий с первоначальными отношениями между ними — интервалами. Из них можно математическим путем построить неограниченное число более сложных отношений и свойств, характеризующих различные черты состояния мира. Они существуют в природе в том же смысле, в каком в открытой степи существует неограниченное число тропинок. Но это существование будет оставаться скрытым до тех пор, пока кто-нибудь не выделит тропинку, пройдя по ней; и точно так же существование какого-нибудь из свойств мира только в том случае получает значение большее, чем значение других, если ум выделит его. Ум выделяет материю из не имеющей смысла путаницы свойств, подобно тому, как призма выделяет цвета радуги из беспорядочных колебаний белого света. Ум придает большое значение перманентному и не признает преходящего; изучение отношений математическим путем приводит нас к убеждению, что единственный способ, которым ум может достигнуть своей цели, заключается в следующем: он выделяет некоторое особое свойство, как перманентную субстанцию чувственного мира, выбирая чувственное пространство и время так, чтобы это свойство в них было бы перманентно; как необходимое следствие этого выбора оказывается, что должны соблюдаться законы гравитации, механики и геометрии. Будет ли преувеличением сказать, что ум в поисках перманентного создал физический мир и что окружающий нас мир едва ли мог бы быть другим, а не таким, как он есть *)?

Последнее предложение идет, может быть, слишком далеко, но оно иллюстрирует то направление, в котором развиваются эти взгляды. С точки зрения более общей Вейлевской теории интервалов — отношений, законы электродинамики подобным же образом оказываются основанными на отождествлении другой перма-

*) Это резюме имеет целью скорее указать на направление, в котором как мне кажется, развиваются взгляды, связанные с теорией относительности, чем дать точное изложение того, что уже твердо установлено. Я ясно вижу, что в настоящее время в приведенных рассуждениях есть еще много пробелов. На всю эту часть изложения надо смотреть скорее, как на ряд намеков, чем как на догматическое изложение готовой теории.

нентной вещи — электрического заряда. В этом случае отождествление обязано своим происхождением не рудиментарному инстинкту дикаря или животного, но более развитой силе мысли ученого. И здесь мы приходим к тому заключению, что вся совокупность этих законов природы, которые сплетены в одну общую схему — механика, гравитация, электродинамика и оптика — имеют свое общее начало не в некотором специальном механизме природы, но в деятельности ума.

„Дайте мне материю и движение“ сказал Декарт, „и я построю вселенную“. Ум говорит наоборот: „Дайте мне мир — мир, в котором есть отношения — и я построю материю и движение“.

Но разве нет настоящих, подлинных законов внешнего мира? Законов, присущих субстрату событий, законов, которые отражаются в явлениях, в других отношениях управляемых деспотизмом ума? Мы не можем предсказать, каков будет окончательный ответ на этот вопрос; но теперь мы должны допустить, что существуют законы, которые, повидимому, имеют свое местопребывание во внешней природе. Главнейший, если не единственный из этих законов, это закон атомистичности. Почему то свойство мира, которое отличает материю от пустоты, существует только в некоторых обособленных областях, называемых атомами или электронами, которые все имеют сравнимые между собою массы? Откуда возникает это нарушение непрерывности? В настоящее время нет оснований думать, что эти разрывы непрерывности представляют собою закон, которым мы обязаны уму; наоборот, ум как будто старается сглаживать существующие в природе разрывы непрерывности и превращать их в непрерывные впечатления. Мы можем только предположить, что в природе вещей есть нечто такое, что является причиной, заставляющей материю концентрироваться в атомах. Может быть, наш анализ, который разлагает всё на точечные события, не является окончательным. Может быть, если бы нам удалось провести его еще дальше и достигнуть чегонибудь еще более основного, атомистичность и остальные законы физики представились бы нам, как тожества. Это — единственный род объяснения, которое физик может принять в качестве окончательного. Но этот окончательный анализ лежал бы не в той плоскости, как тот анализ, который привел нас к точечным событиям. Может быть, мир устроен так, что закон атомистичности должен необходимо иметь место; но поскольку дело зависит только от ума, нет, как будто, никаких оснований, почему он должен быть устроен именно так. Мы можем представить себе мир, устроенный иначе. С другой стороны, из наших рассуждений до сих пор следовало, что как бы мир ни был устроен, в нем можно найти необходимые комбинации вещей, которые подчиняются законам механики, гравитации и электродинамики, и что эти комбинации готовы играть роль чувственного мира для всякого ума, который настроен так, чтобы оценить их; восприятие другого ха-

рактера было бы отвергнуто умом, как несубстанциальное, несуществующее, мнимое.

Если атомистичность зависит от законов, присущих природе, то трудно понять, почему она относится специально к материи, так как материя не играет большой роли в нашей аналитической схеме и получает важное значение только благодаря несущественным, случайным соображениям, введенным умом. Но оказывается, что атомистичность отнюдь не есть свойство, присущее только материи и электричеству; кванты, которые играют такую большую роль в современной физике, являются, повидимому, атомами действия. Природа не может, таким образом, быть обвинена в том, что она потворствует уму и тоже ставит материю в какое-то особое положение. Действие вообще рассматривается, как самая основная вещь в мире физики, хотя ум проходит мимо него благодаря отсутствию в нём перманентности; многие предполагают, что общим законом является именно атомистичность действия и что существование электронов каким-то образом может быть сведено к этому. Но физикам до сих пор не удалось создать точную теорию квант действия.

Поразителен контраст между триумфом научной мысли в одной области, где ей удалось формулировать общую схему законов природы, сводящуюся теперь к принципу наименьшего действия, и неудачами, которые она испытывает в другой области недавно открытых, но столь же важных общих явлений, связанных с законами атомистичности квант. Еще рано говорить о полном поражении в последнем случае; но возможно, что этот контраст имеет глубокий смысл. Человеческому уму сравнительно легко извлекать из явлений природы законы, которые он сам в них вложил, и гораздо труднее извлекать законы, которые не сложились под его влиянием. Возможно даже, что законы, которые возникают не в уме, окажутся иррациональными, и что нам никогда не удастся их формулировать. Впрочем, это только отдаленная возможность; вероятно, если бы они действительно были иррациональными, то и те ограниченные успехи, которых мы достигли, были бы невозможны. Но если законы квант в самом деле отличают существующий мир от других миров, возможных с точки зрения ума, то мы должны ожидать, что формулирование их будет гораздо более трудной задачей, чем всё, что до сих пор было сделано физикой.

Теория относительности подвергла пересмотру всё содержание физики. Она объединила великие законы, которые, благодаря строгости своей формулировки и точности своих приложений, завоевали для физики то почетное место в системе человеческого знания, которое она занимает теперь. И все таки, по отношению к природе вещей, это знание — только пустая скорлупа, символическая форма. Это — знание структурной формы, а не знание содержания. Во всем физическом мире разлито неизвестное со-

держание, которое, несомненно, должно быть сущностью нашего сознания. В этом содержится указание на аспекты, глубоко лежащие в мире физики, и все таки недостижимые физическими методами. Больше того, мы нашли, что там, где наука пошла дальше всего, ум только опять отвоевал себе у природы то, что он в нее вложил.

Мы нашли странный отпечаток ноги на берегу Неизвестного. Мы создали, одну за другой, много глубоких теорий для того, чтобы объяснить его происхождение. В конце концов, нам удалось реконструировать то существо, которому принадлежит этот след. И оказалось, что это мы сами.

ДОПОЛНЕНИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ

Ссылки, помеченные „Report“, относятся к книге „Report on the Relativity Theory of Gravitation“—отчету о теории гравитации, основанной на теории относительности, который автор составил для Лондонского Физического Общества (изд. Fleetway Press); в этом отчете приведены в более полном виде математические выкладки.

Вероятно, самым полным трактатом по математической теории рассматриваемого предмета является книга Вейля—H. Weyl *Raum, Zeit, Materie* (Julius Springer, Berlin).

[В последнее время вышли еще книги M. Laue. *Relativitätstheorie* Bd. I (4-te Auflage) Bd. II (1921) и W. Pauli, *Relativitätstheorie* (Sonderabdruck aus der *Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, Teubner 1921) Прим. пер.]

Примечание 1 (к стр. 21). Невозможно вполне строго предсказать сокращение на основании общепринятых электромагнитных уравнений, потому что в них не учтены все обстоятельства. Должны существовать еще другие силы или условия, от которых зависит форма и величина электрона. Под влиянием одних электромагнитных сил он бы безгранично расширялся. Старая электродинамика не может сказать ничего определенного по этому вопросу.

Теория Лармора и Лоренца показывает, что если мы имеем две системы, из которых одна, неподвижная относительно эфира, находится в состоянии равновесия, а другая движется равномерно относительно эфира и во всем подобна первой, за исключением того, что в ней все длины в направлении движения уменьшены в том отношении, как это соответствует сокращению Фитцджеральда, то вторая система тоже будет находиться в состоянии равновесия, поскольку это зависит от дифференциальных уравнений электромагнитного поля. Таким образом, между теорией и наблюдаемым сокращением есть согласие, если только принять, что соответствующим образом изменяются пограничные условия для поверхности электрона. Последнее предположение подтвер-

ждается наблюдениями над отдельными электронами, движущимися с большими скоростями (опыты Кауфманна). Это сводится к тому, что электрон должен испытывать такое же сокращение, как материальное тело; таким образом, хотя теория бросает некоторый свет на механизм сокращения материальных тел, едва ли можно сказать, что она дает полное объяснение этого явления.

Примечание 2 (к стр. 48). Предположим что частица перемещается из (x_1, y_1, z_1, t_1) в (x_2, y_2, z_2, t_2) ; ее скорость будет

$$u^2 = \frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}{(t_2 - t_1)^2}.$$

Отсюда, по формуле для s^2 ,

$$s = (t_2 - t_1) \sqrt{1 - u^2}$$

(Мы опускаем $\sqrt{-1}$, потому что дальше в той же главе мы меняем знак при s^2).

Если мы будем считать, что t_1 соответствует моменту, когда авиатор закуривает сигару, а t_2 — когда он её кончает (Глава I), то, с точки зрения земного наблюдателя,

$$t_2 - t_1 = 60 \text{ минутам, } \sqrt{1 - u^2} = \text{сокращению Фитцджеральда} = \frac{1}{2}.$$

С точки зрения авиатора

$$t_2 - t_1 = 30 \text{ минутам, } \sqrt{1 - u^2} = 1.$$

Следовательно, для обоих наблюдателей $s = 30$ минутам; таким образом, подтверждается, что s есть абсолютное количество, независимое от наблюдателя.

Примечание 3 (к стр. 50). Формулы преобразования к осям, имеющим другие направления, имеют вид

$$x = x' \cos \vartheta - \tau' \sin \vartheta, \quad y = y', \quad z = z', \quad \tau = x' \sin \vartheta + \tau' \cos \vartheta,$$

где ϑ есть угол, на который повернута плоскость $x\tau$.

Положим $u = itg\vartheta$, так что $\cos \vartheta = (1 - u^2)^{-\frac{1}{2}}$; обозначим это через β . Формулы примут вид

$$x = \beta (x' - iu\tau'), \quad y = y', \quad z = z', \quad \tau = \beta (\tau' + iux')$$

или, переходя к вещественному времени при помощи подстановки $i\tau = t$,

$$x = \beta (x' - ut'), \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \beta (t' - ux'),$$

что дает соотношения между величинами, в которых выражают пространство и время два различных наблюдателя.

Коэффициент β дает в первом уравнении сокращение Фитцджеральда, а в четвертом уравнении замедление времени. Члены ut' и ux' соответствуют тому, что наблюдатели придают разное значение терминам покой и одновременность.

Точка, находящаяся в покое ($x = \text{const.}$) для первого наблюдателя, соответствует точке, движущейся со скоростью u ($x' - ut' = \text{const.}$) для второго наблюдателя. Отсюда видно, что относительная скорость наблюдателей равна u .

Примечание 4 (к стр. 82). Условие для плоского пространства в двух измерениях гласит:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{g_{12}}{g_{11} \sqrt{g_{11} g_{22} - g_{12}^2}} \frac{\partial g_{11}}{\partial x_2} - \frac{1}{\sqrt{g_{11} g_{22} - g_{12}^2}} \frac{\partial g_{22}}{\partial x_1} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{2}{\sqrt{g_{11} g_{22} - g_{12}^2}} \frac{\partial g_{11}}{\partial x_1} - \frac{1}{\sqrt{g_{11} g_{22} - g_{12}^2}} \frac{\partial g_{12}}{\partial x_2} - \frac{g_{12}}{g_{11} \sqrt{g_{11} g_{22} - g_{12}^2}} \frac{\partial g_{11}}{\partial x_1} \right) = 0.$$

Примечание 5 (к стр. 91). Обозначим через g определитель, состоящий из четырех строк и четырех столбцов, элементами которого являются количества $g_{\mu\nu}$.

Обозначим через $g^{\mu\nu}$ минор элемента $g_{\mu\nu}$, деленный на g .

Пусть „символ с тремя индексами“ $\{\mu\nu, \lambda\}$ обозначает сумму выражений

$$\frac{1}{2} g^{\lambda a} \left(\frac{\partial g_{\mu a}}{\partial x_\nu} + \frac{\partial g_{\nu a}}{\partial x_\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_a} \right)$$

для значений a от 1 до 4. Число различных „символов с тремя индексами“ равно сорока.

Тогда тензор Риманна-Кристоффеля есть

$$B_{\mu\nu\sigma}^{\epsilon} = \{\mu\sigma, \epsilon\} \{\epsilon\nu, \sigma\} - \{\mu\nu, \epsilon\} \{\epsilon\sigma, \nu\} + \frac{\partial}{\partial x_\nu} \{\mu\sigma, \epsilon\} - \frac{\partial}{\partial x_\sigma} \{\mu\nu, \epsilon\},$$

причем члены, содержащие ϵ , суммируются для значений ϵ от 1 до 4.

„Стянутый“ или „свернутый“ тензор Риманна-Кристоффеля $G_{\mu\nu}$ может быть представлен в виде

$$G_{\mu\nu} = - \frac{\partial}{\partial x_a} \{\mu\nu, a\} + \{\mu a, \beta\} \{\nu\beta, a\} + \frac{\partial^2}{\partial x_\mu \partial x_\nu} \log \sqrt{-g} - \{\mu, \nu, a\} \frac{\partial}{\partial x_a} \log \sqrt{-g},$$

где, согласно общепринятому в этой теории соглашению, каждый член, содержащий два раза один и тот же индекс (α и β), должен быть просуммирован для значений 1, 2, 3, 4 этого индекса, другими словами—вместо каждого члена, содержащего два раза a , должно собственно стоять четыре члена, в первом из которых вместо a стоит 1, во втором 2 и т. д.

Кривизна G представляется в виде $g^{\mu\nu} G_{\mu\nu}$, причем суммирование должно быть произведено указанным образом, т. е.

$$G = g^{11} G_{11} + g^{12} G_{12} + g^{13} G_{13} + g^{14} G_{14} + g^{21} G_{21} + g^{22} G_{22} + \dots$$

Примечание 6 (к стр. 95). Электрический потенциал, вызванный зарядом e , есть

$$\varphi = \frac{e}{[r(1 - v_r/C)]},$$

где v_r есть скорость заряда в направлении r , C — скорость света, а квадратные скобки указывают на то, что нужно брать значения относящиеся к прежнему моменту, когда заряд находился в соответствующей точке. С точностью до величины первого порядка относительно v_r/C знаменатель равен тем же r расстоянию, так что выражение приближенно равно e/r , несмотря на то, что распространение требует конечного времени. Приведенная формула для потенциала была найдена Льенаром и Вихертом.

Примечание 7 (к стр. 97). Найдено, что следующая схема потенциалов строго удовлетворяет уравнениям $G_{\mu\nu} = 0$, причем $G_{\mu\nu}$ имеют значения, приведенные в примечании 5:

$$\begin{array}{cccc} -1/\gamma & 0 & 0 & 0 \\ & -x_1^2 & 0 & 0 \\ & & -x_1^2 \sin^2 x_2^2 & 0 \\ & & & \gamma \end{array}$$

Здесь $\gamma = 1 - \kappa/x_1$, и κ произвольная константа (ср. Report, § 28). Поэтому, эти потенциалы характеризуют вид пространства — времени, который может встретиться в природе, отнесенный к некоторой возможной координатной сети. Если $\kappa = 0$, то потенциалы соответствуют плоскому пространству-времени, отнесенному к полярным координатам; а так как во всех приложениях κ всегда будет чрезвычайно мало, то наши координаты могут только незначительно отличаться от полярных координат. Мы можем поэтому пользоваться привычными обозначениями r, ϑ, φ, t , вместо x_1, x_2, x_3, x_4 . Нужно, однако, помнить, что отождествление с полярными координатами имеет характер только приближения; и такое же хорошее приближение получится, например, если мы положим $x_1 = r + \frac{1}{2} \kappa$; этой подстановкой, вместо подстановки $x_1 = r$, часто удобно бывает пользоваться; она имеет то преимущество, что делает выражение координатной скорости света более симметричным.

Мы затем выводим аналитически все механические и оптические свойства этого вида пространства-времени и находим, что они совпадают с теми свойствами, которые, как показывают наблюдения, существуют в пространстве-времени, окружающем ча

стицу, находящуюся в покое в начале координат и имеющую гравитационную массу равную $\frac{1}{2}k$. Мы приходим к заключению, что характеризуемое выписанными нами потенциалами гравитационное поле производится частицей массы $\frac{1}{2}k$ — или, если угодно, что неподвижная частица производится пространством-временем указанного здесь вида.

Примечание 8 (к стр. 99). Полагая гравитационную константу равной единице, мы имеем для круговой орбиты

$$\begin{aligned} m/r^2 &= v^2/r, \\ m &= v^2 r. \end{aligned}$$

так что

Скорость движения земли, v , равна приблизительно 30 километрам в секунду или $\frac{1}{10\,000}$, если принять за единицу скорость света. Радиус её орбиты, r , равен приблизительно 1.5×10^8 км. Отсюда, m , гравитационная масса солнца, приблизительно равна 1.5 км.

Радиус солнца равен 697 000 км., так что количество $2m/r$, входящее в наши формулы, имеет для поверхности солнца значение 0.000 004 24 или 0.87".

Примечание 9 (к стр. 124) (Ср. Report, §§ 29, 30). Общие уравнения геодезических линий суть

$$\frac{d^2 x_\mu}{ds^2} + \{ \alpha \beta, \mu \} \frac{dx_\alpha}{ds} \frac{dx_\beta}{ds} = 0 \quad (\mu = 1, 2, 3, 4).$$

Мы находим значения символов с тремя индексами для линейного элемента вида

$$ds^2 = -\gamma^{-1} dr^2 - r^2 d\vartheta^2 + \gamma dt^2; \quad (1)$$

если подставить их в уравнения геодезических линий, то два из них получают простой вид:

$$\frac{d^2 \vartheta}{ds^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{dr}{ds} \frac{d\vartheta}{ds} = 0,$$

$$\frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{d(\log \gamma)}{dr} \cdot \frac{dr}{ds} \frac{dt}{ds} = 0;$$

эти уравнения могут быть проинтегрированы и дают

$$r^2 \frac{d\vartheta}{ds} = h, \quad (2)$$

$$\frac{dt}{ds} = \frac{c}{\gamma} \quad (3)$$

где h и c — постоянные интегрирования.

Исключая dt и ds из (1), (2) и (3), мы имеем

$$\left(\frac{h}{r^2} \frac{dr}{d\vartheta}\right)^2 + \frac{h^2}{r^2} = c^2 - 1 + \frac{2m}{r} + \frac{2mh^2}{r^3}$$

или, если положим

$$u = 1/r,$$

$$\left(\frac{du}{d\vartheta}\right)^2 + u^2 = \frac{c^2 - 1}{h^2} + \frac{2mu}{h^2} + 2mu^3.$$

Дифференцируя по ϑ , находим

$$\frac{d^2u}{d\vartheta^2} + u = \frac{m}{h^2} + 3mu^2,$$

т. е. уравнение орбиты в обычной в динамике материальной точки форме. Оно отличается от уравнения Ньютоновой орбиты малым членом $3mu^2$, который, как легко видеть, дает движение перигелия.

Путь луча света тоже получается из этой формулы, так как согласно принципу эквивалентности он совпадает с путем материальной точки, движущейся со скоростью света. Для этого случая $ds = 0$ и, следовательно, $h = \infty$. Дифференциальное уравнение светового луча имеет, таким образом, вид

$$\frac{d^2u}{d\vartheta^2} + u = 3mu^2.$$

Оно имеет приближенное решение

$$u = \frac{\cos\vartheta}{R} + \frac{m}{R^2} (\cos^2\vartheta + 2\sin^2\vartheta),$$

если пренебречь весьма малым количеством m^2/R^3 . Переходя к Декартовым координатам, это решение можно написать в виде

$$x = R - \frac{m}{R} \frac{x^2 + 2y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Асимптоты этого светового пути мы найдем, беря y очень большим сравнительно с x . Это будут

$$x = R \pm \frac{2m}{R} y,$$

так что угол между ними равен $4m/R$.

Примечание 10 (к стр. 127). Напишем линейный элемент в виде

$$ds^2 = - \left(1 + a \frac{m}{r} + \dots \right) dr^2 - r^2 d\vartheta^2 + \left(1 + b \frac{m}{r} + c \frac{m^2}{r^2} + \dots \right) dt^2;$$

из того, что закон тяготения Ньютона приближенно верен, мы заключаем, что b должно быть равно -2 ; из наблюдений над отклонением света следует, что a равно $+2$; если принять эти значения, то наблюдаемое движение Меркурия позволяет заключить, что c равно 0.

Если бы мы поставили произвольный коэффициент при $r^2 d\vartheta^2$, то это свелось бы к изменению системы координат; этим путем мы не можем придти к такому виду пространства-времени, который существенно отличается от рассматриваемого. Таким образом, в указанных пределах точности выражение, найденное Эйнштейном, вполне определено наблюдениями.

Можно заметить, что выражение

$$ds^2 = - dr^2 - r^2 d\vartheta^2 + (1 - 2m/r) dt^2$$

дает отклонение света в два раза меньшее, чем наблюдаемое, и движение перигелия Меркурия в три раза меньшее. Так как эти результаты могут быть получены из прежних теорий, если принять во внимание изменение массы со скоростью, то можно сказать, что отличительной чертой теории Эйнштейна является коэффициент γ^{-1} при dr^2 .

Примечание 11 (к стр. 133). Часто полагают, что согласно Принципу Эквивалентности каждое инвариантное свойство, которое справедливо вне гравитационного поля, справедливо и в таком поле; но эту эквивалентность следует понимать с некоторыми ограничениями. Будем, например, рассматривать два инвариантных уравнения

$$ds^2 = 1, \\ ds^2 \left(1 + k^4 B_{\mu\nu\sigma}^e B_e^{\mu\nu\sigma} \right) = 1,$$

где k есть некоторая константа, имеющая размерность длины.

Так как $B_{\mu\nu\sigma}^e$ обращается вне гравитационного поля в нуль, то если справедливо одно из этих уравнений, то справедливо и другое. Но они не могут оба быть справедливыми в гравитационном поле, потому что здесь $B_{\mu\nu\sigma}^e B_e^{\mu\nu\sigma}$ не обращается в нуль, а также и $24 m^2/r^6$. (Я думаю, что коэффициент 24 здесь указан правильно, но выражение состоит из 65 536 членов, и из них приходится выбирать те, которые отличны от нуля; при этом, конечно, возможна ошибка).

Об этой неопределенности Принципа Эквивалентности я говорю в §§ 14 и 27 (Report); я там даю такую формулировку этого Принципа, которая устраняет всякую неопределенность. Но это только точное и ясное изложение тех предположений, которые обыкновенно делают, когда применяют принцип, а не защита его.

Общие рассуждения не дают никакого основания для того, чтобы принять в качестве постоянной меры для колебания атома выражение ds^2 предпочтительно перед $ds^2 (1 + 24 k^4 m^2 / r^6)$ или каким-нибудь другим подобным выражением.

Примечание 12 (к стр. 135). Пусть два луча, выходящие из точки, находящейся на расстоянии R , проходят на расстояниях соответственно r и $r + dr$ от некоторой звезды массы m . Так как отклонение равно $4m/r$, то их расхождение увеличится на $4m dr/r^2$. Это увеличение будет равно первоначальному расхождению dr/R , если $r = \sqrt{4mR}$. Пусть, например, $4m = 10$ км, $R = 10^{15}$ км, тогда $r = 10^8$ км. Таким образом, расхождение пучка света удвоится уже тогда, когда отклонение равно только 10^{-7} или $0.02''$. В том случае, когда мы видим звезду непосредственно у края солнечного диска, это увеличение расхождения не успеет проявиться на пути от солнца до земли; но когда луч должен еще пройти расстояние от звезды до земли, с увеличенным расхождением, то свет будет заметно ослаблен. Вообще говоря, в случае звезд ослабление света должно быть более заметно, чем отклонение луча.

Примечание 13 (к стр. 142). Эти соотношения суть (Report, § 39)

$$G_{\mu\nu}^{\nu} = \frac{1}{2} \frac{\partial g}{\partial x_{\mu}} \quad (\mu = 1, 2, 3, 4),$$

где $G_{\mu\nu}^{\nu}$ обозначает (стянутую) ковариантную производную количества G_{μ}^{ν} , или $g^{\nu\alpha} G_{\mu\alpha}$.

Едва ли кто-нибудь выполнил кропотливую работу проверки этих тождеств при помощи непосредственных вычислений.

Примечание 14 (к стр. 158). Видоизмененный закон для сферического пространства-времени в пустой области гласит

$$G_{\mu\nu} = \lambda g_{\mu\nu}.$$

В цилиндрическом пространстве-времени материя играет существенную роль. В области, заполненной материей, закон гласит

$$G_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (G - 2\lambda) = -8\pi T_{\mu\nu};$$

это отличается от первоначальной теории только членом 2λ . Сферическое пространство-время радиуса R получается при $\lambda = 3/R^2$, цилиндрическое при $\lambda = 1/R^2$, при том условии, что имеется на лицо материя средней плотности $\rho = 1/4\pi R^2$ (Ср.

Report, §§ 50, 51). Общая масса материи в цилиндрическом мире равна $\frac{1}{2} \pi R$. Это колоссальная величина, потому что масса солнца равна всего $1\frac{1}{2}$ километрам.

Примечание 15 (к стр. 174). Теория Вейля дана в Berlin. Sitzungsberichte, 30 мая 1918 года, Annalen der Physik, Bd. 59 (1919), стр. 101.

Примечание 16 (к стр. 176). Дело здесь обстоит сложнее, чем это может показаться, если судить по тому, что сказано в тексте; там не проведено различия между плотностью действия и действием в некоторой области, кривизной и полной кривизной в некоторой области. Если взять определенную область в пространстве и времени, то число, выражающее её четырехмерный объем, увеличится в 16 раз при замене единицы длины в два раза меньшей длиной. Поэтому для плотности действия мы должны взять выражение, которое уменьшается в 16 раз при уменьшении единицы длины вдвое. Но G пропорционально $1/R^2$, где R радиус кривизны и, следовательно, уменьшается в 4 раза. Инвариант $B_{\mu\nu\sigma}^e B_e^{\mu\nu\sigma}$ так же ведет себя при изменении единицы длины как G^2 , следовательно, интеграл этого инварианта, взятый по объему, дает чистое число, независимое от единицы длины. В теории Вейля это только гравитационная составная часть полного инварианта

$$\left(B_{\mu\nu\sigma}^e - \frac{1}{2} g_{\mu}^e F_{\nu\sigma}\right) \left(B_e^{\mu\nu\sigma} - \frac{1}{2} g_e^{\mu} F^{\nu\sigma}\right),$$

который сводится к

$$B_{\mu\nu\sigma}^e B_e^{\mu\nu\sigma} + F_{\nu\sigma} F^{\nu\sigma}.$$

Второй член дает хорошо известное выражение для плотности действия электромагнитного поля, и это конечно говорит в пользу тождественности этого инварианта с плотностью действия.

В теории Эйнштейна, с другой стороны, мы встречаем затруднение в этом вопросе, ибо, хотя в электромагнитном поле без электронов может существовать действие, но кривизна равна нулю.

ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

До опыта Майкельсона и Морлея очень много обсуждался вопрос о том, увлекает ли земля в своем движении находящийся в ней и вблизи нее эфир, или же он проскальзывает в промежутки между атомами и остается неподвижным. Астрономическая абберрация определенно указывала на неподвижность эфира; но опыты Араго и Физо над влиянием движения прозрачной среды на скорость света в ней указывали на то, что в этих случаях эфир частично увлекается средой. Это были опыты первого порядка, т. е. они зависели от отношения скорости прозрачного тела к скорости света. Опыт Майкельсона и Морлея был первым примером опыта, достаточно тонкого для того, чтобы обнаружить эффекты второго порядка, зависящие от квадрата этого отношения; результат этого опыта сводился к тому, что нельзя обнаружить течения эфира относительно земных объектов, и говорил, таким образом, в пользу того взгляда, что эфир должен увлекаться землею. Возник вопрос, как примирить это с астрономической абберрацией.

Стокс сделал попытку примирить математически конвекцию эфира землею со строго проверенными астрономическими фактами абберрации; но его теория оказалась неправильной. Лодж исследовал экспериментально вопрос о том, увлекают ли малые тела эфир в своем движении, и показал, что эфир, находящийся в пространстве между двумя быстро вращающимися стальными дисками, остается неподвижным.

Спор, в котором одни физики отстаивали неподвижный эфир, а другие утверждали, что он увлекается движущимися телами, достиг теперь чрезвычайно интересной стадии. В 1895 году Лоренц рассмотрел вопрос с точки зрения электрической теории света и материи. При помощи своего знаменитого преобразования электромагнитных уравнений он разъяснил затруднения, связанные с эффектами первого порядка, показав, что их можно примирить с неподвижным эфиром. В 1900 году Лармор развил теорию дальше так, что оказалось возможным принять во внимание эффекты второго порядка, и получил точное теоретическое обоснование гипотезы о сокращении длины в направлении движения, которую Фитцджеральд предложил в 1892 году для объяснения результа-

тов опыта Майкельсона и Морлея. Таким образом удалось примирить теорию неподвижного эфира со всеми результатами наблюдений, и с тех пор она является общепринятой.

Дальнейшие опыты второго порядка были произведены Рэ-лэем и Брэсом над двойным лучепреломлением (1902, 1904), Траутоном и Ноблем над эффектом вращения заряженного конденсатора (1903) и Траутоном и Ранкином над электрической проводимостью (1908). Что касается теории, то Лоренц (1902) показал, что независимость вида уравнений электромагнитного поля от любого прямолинейного и равномерного движения осей координат, которую он сам раньше установил с точностью до первого порядка, и потом Лармор до второго порядка, имеет место с точностью до любого порядка. Ему, однако, не удалось установить с той же точностью соответствующего преобразования для тел, содержащих электроны.

Как Лармор, так и Лоренц вводили „местное время“ для движущейся системы. Было ясно, что для многих явлений это местное время должно заменить „истинное время“; но никто не высказывал мысли, что наблюдатель, находящийся в движущейся системе, мог считать его истинным временем. Эйнштейн в 1905 г. основал современный принцип относительности: он постулировал, что это местное время есть время движущегося наблюдателя; не существует никакого истинного или абсолютного времени, а только местные времена, различные для различных наблюдателей. Он показал, что абсолютная одновременность и абсолютное положение в пространстве неразрывно связаны одно с другим и, отвергая последнее, мы должны отвергать и первое. Принимая во внимание, что наблюдатель, находящийся в движущейся системе, будет измерять все скорости в терминах местного пространства и времени этой системы, Эйнштейн устранил последние затруднения, связанные с преобразованием Лоренца.

Соотношение между пространственными и временными координатами в двух системах, движущихся друг относительно друга, теперь непосредственно получалось из принципов измерения длины и времени. Оно должно иметь место для всех явлений, если только не предполагать среды, которая может служить для абсолютного определения положения и одновременности. Прежние выводы этих формул при помощи длинных выкладок, связанных с преобразованием электромагнитных уравнений, теперь оказываются частными случаями; это показывает, что электромагнитные явления не имеют отношения к какой-либо среде, обладающей такими свойствами.

Соединение местных пространств и времен Эйнштейна в абсолютное четырехмерное пространство-время составляет заслугу Минковского (1908). Глава III главным образом основана на его исследованиях. Затем были достигнуты большие успехи в векторном анализе четырехмерного мира; но вся задача была зна-

чительно упрощена, когда Эйнштейн и Гроссманн ввели для этой цели более мощное математическое исчисление Риманна, Риччи и Леви-Чивита.

В 1911 году Эйнштейн высказал Принцип Эквивалентности и таким образом в первый раз связал рассматриваемые вопросы с тяготением. Постулируя, что в гравитационном поле и в поле, вызванном ускорением наблюдателя, эквивалентны не только механические, но также оптические и электрические явления, он вывел смещение спектральных линий солнца и смещение звезд во время полного солнечного затмения. В последнем случае он, впрочем, предсказывал только половинное отклонение, потому что он еще применял Ньютонов закон тяготения. Фрейндлих сейчас же подверг исследованию фотографии, полученные во время прежних затмений, но ему не удалось получить достаточных данных; он также делал приготовления к наблюдению затмения 1914 года в России с этой целью, но ему помешала начавшаяся война. Другая попытка была сделана Ликской Обсерваторией во время неблагоприятного в этом отношении затмения 1918 года. Опубликованы были только предварительные результаты; согласно приведенным данным, вероятная ошибка среднего результата (приведенного к краю солнечного диска) была около $1.6''$, так что нельзя было получить никакого вывода.

Принцип Эквивалентности дал возможность построить общую теорию относительности, не ограничиваясь случаем равномерного движения, потому что он указал путь, которым можно было избежать тех возражений, которые выдвигались против такого обобщения со времен Ньютона. Вначале путь казался очень узким; дело сводилось только к указанию на то, что эти возражения нельзя считать окончательными до тех пор, пока полностью не исчерпаны те сложные вопросы, которые возникают при рассмотрении гравитационного поля. Около 1913 года Эйнштейн преодолел главные затруднения. Его теория в полном виде была опубликована в 1915 году; но она сделалась всем доступной в Англии только через год или два после этого. Так как изложение этой теории составляет главное содержание книги, то мы можем на этом прервать наш исторический обзор.

УКАЗАТЕЛЬ

- Абсолютная одновременность** 13, 52
Абсолютное, подход к нему через относительное 83
Абсолютное вращение 152, 164, 193
Абсолютное время в цилиндрическом мире 163
Абсолютное прошедшее и будущее 52
Абсолютное ускорение 69, 154, 193
Авиатор, пространство и время с его точки зрения 24
Атом, колеблющийся на солнце 129
Атомистический закон 197
Атомистич. строение действия 176
- Бахем (Bachem)** 131
Бесконечность, условия там 157
Бразилия, экспедиция туда для наблюдения затмения 115, 117
Брэс (Brace) 210
Будущее, абсолютное 52
Бэта-частицы 60, 146
- Вейль (Weyl)** 174, 200
Вектор, его неинтегрируемость в теории Вейля 173
Вероятность, как чистое число 177
Вес, исчезает внутри свободного снаряда 66; пропорционален инерции 139; радиоактивной энергии 112; света 107, 112
Вещество см. материя
Виды пространства 82
Вихерт (Wiechert) 203
Возвыш. в пространстве-времени 97
Волновой фронт, поворачивание 109
Волны, замедляются на мелк. месте 109
Восприятие, как несовершенное измерение 11, 15, 33
Временные интервалы 61, 108, 186
Время, абсолютное 163; для движущегося наблюдателя 25; зависит от пути наблюдателя 37, 56; замедление 25, 56; измерение 13; мнимое 49; „остановившееся“ 27, 160; прошедшее и будущее 51
Вращение, абсолютное 152, 164, 193
Вращение непрерывн. кольца 192, 193
- Галилей** 182
Галилеевы потенциалы 84
Геодезическая структура, абсолютный характер ее 155, 164; ускорение ее 194
Геодезические линии, абсолютный характер их 71, 151; в бесконечно удаленных областях 157; движение частиц по ним 139, 151; определение 76; уравнения г. л. 204
Геометрическое представление о мире 175, 182
Геометрия, Евклидова 1; гиперболическая 49; Лобачевского 1, 9; натуральная 2; не-Евклидова, или Риманнова 7, 73, 85, 91; не-Риманнова 168; полу-Евклидова или псевдо-Евклидова 49; г. часов и масштабов, не имеет основного значения 74, 132, 189
Гирокомпас 152
Гравитации закон Ньютона, его неопределенность 94; как приближение к закону Эйнштейна 103; отклонение света 110, 111, 114
Гравитации закон Эйнштейна, дифференциальная его форма 91; интегральная форма в окрестности частицы 97, 98; макроскопические уравнения 141, 191
Гравитационное поле солнца 98; движение перигелия 124, 205; отклонение света 107, 119, 206; притяжение Ньютона 103; результаты опытной проверки 127; смещение спектральных линий 130
Гравитация, распространение со скоростью света 95, 147; относительность для равномерн. движ. 22, 126
Гринвич, Обсерватория 115
- Давление света**, 111
Движение, недостаточность кинематического понимания его 192; первый закон Ньютона 137
Двойные звезды и эффект Эйнштейна 134

Действие 148; атомистичность его 198;
по теории Вейля 176; принцип наи-
меньшего действия 149, 177
Действительный мир 38, 180
Де-Ситтер (de Sitter) 135, 159, 178
Длина, влияние движения на нее 20;
определение 2; относительность 35
Длиннейший путь 71
Давидсон (Davidson) 115

Евклидова геометрия 1, 48, 73
Евклидова геометрия пяти измер. 85
Единица длины определяется радиу-
сом пространства 176
Естественная единица длины 176
Естественная координатная сеть 155
Естественные пути 70

Замедление времени 25, 56; в поле
центробежной силы 130; в сфери-
ческом мире 160
Затмение, наблюд. во время затм. 114
Зеркало, искажение изображений
вследствие движения 24

Изгибание луча света, влияние на
видимое положение звезды 113;
результаты наблюдения 119; тео-
рия 108, 206

Изгороди, аналогия 105

Импульс (количество движения), но-
вое определение 145; света 112;
сохранение его 142

Инвариантная масса 145; света 148

Инерциальная сеть 156

Инерция, бесконечная 57; в беско-
нечно удаленных областях 157;
света 111; сравнение с силой 138;
с точки зрения Маха 164; с точки
зрения теории относительности
140; электрическая теория ее 62

Инерция—гравитация 138

Интегрируем. длины и направл. 173

Интервал 47, 150, 185; абсолютный
характер его 129; общее выражение
83; практическое измерение 59, 76

Интервальная длина, нулевая для пу-
ти светового луча 72; отождест-
вление с собственным временем 72;
пути максимальной интервальной
длины 71, 150; существенное зна-
чение ее геометрической интер-
претации 128

Искривление см. кривизна

Искусственные силовые поля 65

Карта 100

Кауфманн (Kaufmann), опыты его 63,
146, 201

Кванты 61, 176, 198

Клиффорд 78, 152, 190

Количество движения см. импульс

Кометы, давление света в них 112;
движение в области солнечной
короны 121

Координаты 78

Координатная сеть 78; не играет ро-
ли для законов природы 88

Координатная скорость 108, 203

Корона солнечная, преломление све-
та в ней 121

Коттингам (Cottingham) 115

Кривизна, аналогия кривизны мира
с кривизной поверхности 85; вос-
приятие кривизны 189; отождест-
вление с действием 148; по тео-
рии Вейля 175; пространства
и времени 158; степени кри-
визны 92

Кристоффель (Christoffel) 90, 202

Кроммелин (Crommelin) 115, 122

Круг в не-Евклидовом пространст. 104

Кумовство 187

Лапласа (Laplace) уравнение 97, 141

Лармор 20, 200, 209

Леверье (Le Verrier) 125

Леви-Чивита (Levi-Civita) 90

Лифт, ускоренное движение 65

Лобачевский 1, 9

Лодж (Lodge) 33, 126, 209

Лоренц (Lorentz) 20, 200, 209

Луна, движение ее 94, 135

Льенар (Liénard) 203

Майкельсон (Michelson) 19

Макроскопические, интервалы 186,
уравнения 141

Масса, гравитационная 99; изменение
массы со скоростью 146; инвари-
антная 145; отождествление м.
с энергией 146; м. света 62, 111,
148; сохранение м. 143, 194; элек-
трическая теория массы 62

Масштаб 32

Математика, определение Ресселя 15

Материя, восприятие м. 189; грави-
тационные уравнения для м. 142;
непрерывная м. 93, 141; определе-
ние материальной частицы 99; со-
отношения протяжения м. 9; фи-
зический и психологический ас-
пекты м. 190

Мах (Mach) 163

Меркурий, движение перигелия М.
125, 126

Миллер (Miller) 19

Минковский (Minkowsky) 31, 210

Мир 185, 186

Мировые линии 88
 Мнимое время 49, 180
 Мнимые интервалы 150, 186
 Мозг, строение его 190
 Морлей (Morley) 19
 Морщинка в пространстве-времени 86

Наблюдатель и объект наблюдения 31
 Наблюдатель, асимметричность его 58
 Напряжения в непрерывной материи 191
 Натуральная геометрия 2
 Не-Евклидова геометрия 7, 73, 84, 91
 Не-Риманнова геометрия 168
 Неизменяемость чувственного мира 142, 196
 Неизменяемый масштаб 3
 Непрерывная материя 93, 141
 Нобль (Noble)

Ньютон, абсолютное вращение 43;
 закон движения Н. 137; закон тяготения Н. 94; отклонение луча света 111; относительность для равномерного движения 41; сверхнаблюдатель Н. 68

Объект наблюдения и наблюдатель 31
 Одновременность 12, 52

Окружность в не-Евклидовом пространстве 104

Орбиты по закону Эйнштейна 124

Отклонение света, влияние на видимое положение звезд 113; результаты наблюдений 119; теория 107

Относительность по Ньютону 41; специальный принцип о. 22; точка зрения о. 29

Относительность, размера 34; вращения 152, 155; движения 39; длины и продолжительности 35; силы 44, 77

Отражение от движущегося зеркала 24

Отталкивание света, движущегося в радиальном направлении 103, 109

Ощущения элементы 191

Перигелий, движение п. планет 124

Перманентность материи 194

Перманентность мира 142, 196

„Плоская страна“ (Flatland) 58

Плоские рыбы, аналогия 96

Плоское пространство двух измерений 81

Плоское пространство - время 84; на бесконечном расстоянии 85; условие того, чтобы пространство-время было плоским 90

Плотность, влияние движения на п. 63

Поле скорости 193

Потенциалы 81; Галилеевы значен. 84

Потенциалы, электромагнитные 171

Преломление света в солнечной короне 121

Преломляющая среда, эквивалентная гравитационному полю 109, 110

Преобразование координат 50, 201

Призраки звезд 161

Принца остров, экспедиция туда для наблюдения затмения 115

Принцип наименьш. действия 149, 177

Принцип относительности, специальный 22

Принцип эквивалентности 77, 132, 211

Причинность, закон п. 156

Продолжительность, не есть свойство, присущее внешнему миру 35

Пространственные интервалы 61, 186

Пространство, виды п. 82; имеет условный характер 9; относительность п. 35; смысл 3, 9, 16

Пространство-время 46; введение п.-в. Минковским 210; подразделения п.-в. 54

Протяжение в четырехмерном мире 38, 47

Прошедшее, абсолютное 51

Пуанкаре (Poincaré) 9

Пустота, определение п. законом гравитации 188, 189

Пути естественные 70

Расположение событий во внешнем мире 36, 55, 183

Распространение гравитации 95, 147

Ранкин (Rankine) 210

Рёссель (Russel) 15, 195

Риманн (Riemann) 2, 90, 166, 202

Риманна-Кристоффеля тензор 90, 202

Риманнова или не-Евклидова геометрия 7, 73, 85, 91

Риччи (Ricci) 90

Рэлэй (Rayleigh) 210

Самотождественность частиц см. тождественность

Сверхнаблюдатель 69

Свет, вес с. 112; искривление луча с. 107, 113, 119, 206; координатная скорость с. 108; масса с. 62, 111, 148; обход с. вокруг мира 161

Свобода воли 52

Семи-Евклидова геометрия 49

Сент-Джон (St. John) 131

Сеть, инерциальная 156; координатная 78

Сила, относительность с. 44, 66, 77; сравнение с инерцией 138; электромагнитная с. 172; элементарное понятие о с. 64

Силовое поле, вызывается отклонением наблюдателя от естественного пути 70; искусственное 65; относительность с. п. 68; электромагнитное с. п. 171
Синтез наблюдений 32, 181
Система единиц 169
Система референции, „правильная“ и „ошибочная“ 43
Складка см. морщинка
Скорость, закон сложения с-стей 60; определение с. 192; статический характер с. 193
Скорость света, в гравитационном поле 108; значение с. света 61; как абсолютная скорость 60; система, движущаяся со с. света 26, 56
Сложение скоростей 60
Смещение видимых положений звезд 113, 116
Смещение спектральных линий 130; для звезд 136; для туманностей 161
Снаряд Жюль Верна 66
Собраль, экспедиция туда для наблюдения затмения 118
Собственная длина 12
Собственное время 72
Событие, определение 46, 185
Совпадения 88
Содержание — в противоположность форме — 190, 198
Сокращение Фитцджеральда 20; изменение в случае ускорения 76; объяснение, основанное на теории относительн. 55; следствия его 23
Сохранение, массы 143, 195; электрического заряда 172; энергии и импульса 140
Структура, — как противоположность содержанию 195, 198
Структура геодезическая, абсолютный характер ее 155, 164; в бесконечности 157; ускорение ее 193
Сферическое пространство-время 159
Сходимость физических приближений 154
Траутон (Trouton) 210
Тензоры 90, 188
Тождества, связывающие количества *Гм.*, 142
Тождественность 41, 192
Томсон Дж. Дж. (Thomson J. J.) 62
Точечные события 46, 185
Туманности, атомные колебания в т-стях 161

Ускорение, более простое свойство, чем скорость 194; изменяет сокращение Фитцджеральда 76

Фитцджеральд (Fitz-Gerald), сокращение Ф. см. сокращение
Форма — противоположна содержанию 190, 198
Формальный характер знания 174
Фрейндлих (Freundlich) 211
Фуко (Foucault) маятник 152

Центробежная сила, долг в бесконечности 157; колебания атома в поле ц. с. 130; не вызывается движением звезд 153; сравнение с гравитацией 42, 66
Цилиндрический мир Эйнштейна 161, 176

Часы, влияние скорости на ч. 59; на поверхности солнца 74, 129; показывающие собственное время 72; совершенные 13

Четвертое измерение 14

Четырехмерное пространство-время, геометрия его 47, 83; реальность его 180

Четырехмерное располож. 36, 57, 185

Шар, состоящий из воды, ограничение размеров его 148, 149

Шахматы, аналогия 183

Эвершед (Evershed) 131

Эквивалентности принцип 77, 132, 207, 211

Электрическая теория инерции 62

Электричество и гравитация 166

Электромагнитные потенциалы и силы 171

Электрон, геометрия внутри э. 93; гравитационный радиус 177; инерция э. 62; как особенность поля 166; опыты Кауфманна над э. 63, 146; размеры э. 176

Энергия, вес радиоактивной э. 113; инерция э. 62; отождествление э. с массой 146; сохранение э. 140

Энтропия 149

Эренфеста парадокс 76

Эталон длины, сравнение с ним 167

Этвеш (Eötvös), крутильн. весы Э. 113

Эфир, не материальная природа э. 40; отождествление э. с „миром“ 186; покоящийся э. 200; среда, обладающая геодезическ. структ. 164

Графф, К. Комета Галлея.

Пер. с немецк.

Грот, П. Введение в химическую кристаллографию.

Пер. с немецк. И. Л. Левинтова под ред. М. Д. Сидоренко.

Дзык, П. Г. Сборн. стереометрич. задач на комбинации геометрических тел.

Дзиобек, О. Курс аналитич. геометрии.

Перев. с немецк. Г. М. Фихтенгольца под ред. В. Шифф. Ч. I. Геометрия на плоскости. Ч. II. Геометрия в пространстве.

Каган, В. О преобразовании многогранников.

Кэджори, Ф. История элементарн. математики с указаниями на методы преподавания.

Кларк, А. Общедоступная история астрономии в XIX столетии.

Пер. с англ. В. В. Серафимова.

Клоссовский, А. В. Основы метеорологии. 2-е изд.

Его же. Современное состояние вопроса о предсказании погоды.

Ковалевский, Г. Введение в исчисление бесконечно-малых.

Перев. с немецк. под ред. С. О. Шатуновского.

Ладенбург, А. История развития химии.

Леффлер, Е. Цифры и цифровые системы культурн. народов в древности и в новое время.

Перев. с немецк. И. Л. Левинтова, под ред. С. О. Шатуновского.

Литцман, В. Теорема Пифагора, с прилож. некоторых сведений о теореме Ферма.

Пер. с немецк. под ред. С. О. Шатуновского.

Майкельсон, А. А. Световые волны и их применения.

Перев. с англ. В. О. Хвольсон под ред. О. Д. Хвольсона.

Поведа, Марс и жизнь на нем.

Перев. с англ. под ред. А. Р. Орбинского.

Мамлок, Л. Стереохимия (учение о пространственном расположении атомов в молекуле).

Перев. с немецк. П. Г. Меликова.

Мотен, III. Физические состояния вещества.

Перев. с франц. И. Л. Левинтова, под ред. Л. В. Писаржевского.

Орбинские, Е. и А. Таблицы вексельного учета от 7% до 12%.

Орбинский, А. Таблицы 4-значных логарифмов для школы и кабинета.

Пешль, В. Введение в коллоидную химию.

Перев. А. С. Комаровского, с предисл. П. Г. Меликова.

Пойнтинг, Д. Давление света.

Перев. с английского.

Саксль и Рудингер. Биология человека.

Перев. под ред. Тарасевича.

Смит, А. Введение в неорганическую химию.

Перев. с англ. Я. Б. Мосешвили и И. Л. Левинтова, под ред. П. Г. Меликова.

Умов, Н. Эволюция физических наук и ее идейное значение.

Успехи астрономии.

Сборн. статей под ред. А. Р. Орбинского.

Филиппов, А. О. Четыре арифметических действия. Числа натуральные.

Фурре, Е. Очерк истории элементарной геометрии.

Центнершвер, М. Г. Очерки по истории химии. Попул.-научн. лекции.

Шток, А. и Штеллер, А. Практическое руководство по количествен. неорганическому анализу.

Перев. с немецк. А. Коншина, под ред. П. Г. Меликова.

