В.В. Зеленцов, В.П. Казаковцев

ОСНОВЫ
БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ

Допущено Учебно-методическим объединением вузов по университетскому политехническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов»

ИЗДАТЕЛЬСТВО МГТУ им. Н.Э. Баумана

Москва 2012

УДК 629.78(075.8)
ББК 39.62я7
З-48

Рецензенты:
генеральный директор, Генеральный конструктор
ОАО «ВПК «НПО машиностроения»,
д-р техн. наук *А.Г. Леонов*;

д-р техн. наук, проф. кафедры
«Космические системы и ракетостроение» Московского
авиационного института (Государственного технического
университета) *А.А. Золотов*

Зеленцов В. В.

З-48 Основы баллистического проектирования искусственных спутников Земли : учеб. пособие / В. В. Зеленцов, В. П. Казаковцев. — М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. — 174, [2] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-3585-2

Приведены основные зависимости, позволяющие рассчитать уходы параметров траектории искусственных спутников Земли, коррекцию параметров их орбиты и провести проектные баллистические расчеты некоторых видов космических аппаратов (разгонных блоков, спутников дистанционного зондирования Земли, спутников связи и спускаемых аппаратов). Рассмотрен расчет и приведены зависимости, позволяющие определить условия освещенности космического аппарата, что необходимо для проектирования систем энергообеспечения и терморегулирования. Содержание учебного пособия соответствует курсу лекций, которые авторы читают в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки бакалавров и магистров «Ракетостроение и космонавтика», и дипломированных специалистов по специальности «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов».

УДК 629.78(075.8)
ББК 39.62я7

© Зеленцов В.В., Казаковцев В.П., 2012
© Оформление. Издательство
МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012

ISBN 978-5-7038-3585-2

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 6
Основные сокращения 8
Введение 9
1. Основные положения теории космического полета 13
1.1. Системы координат 13
1.2. Кеплеровы элементы орбиты. Текущие элементы положения космического аппарата на орбите 16
1.3. Невозмущенное движение космического аппарата 18
1.4. Возмущенное движение космического аппарата 23
1.4.1. Влияние нецентральности поля тяготения Земли 26
1.4.2. Возмущения орбиты ИСЗ, обусловленные полюсным сжатием Земли 27
1.4.3. Возмущения орбиты ИСЗ, вызываемые аномалиями поля тяготения Земли 31
1.4.4. Возмущения орбиты ИСЗ, обусловленные влиянием атмосферы Земли 33
1.4.5. Возмущения орбиты ИСЗ, обусловленные действием третьих тел (Луны, Солнца) 37
1.4.6. Влияние давления солнечного света на параметры орбиты ИСЗ 39
1.4.7. Оценка времени существования ИСЗ на орбите 40
1.5. Математические модели прогнозирования движения ИСЗ 41
1.5.1. Математическая модель пространственного движения ИСЗ в проекциях на оси АГЭСК 41
1.5.2. Математическая модель пространственного движения ИСЗ в проекциях на оси ГОСК 46
1.5.3. Математическая модель пространственного движения ИСЗ в проекциях на оси орбитальной системы координат 47
2. Коррекция параметров орбиты космических аппаратов 51
2.1. Выбор корректируемых параметров 53
2.2. Область рассеивания в пространстве корректируемых параметров 56
2.3. Определение импульсов скорости, необходимых для коррекции параметров траектории космического аппарата 60

3. Баллистический расчет разгонного блока 67
3.1. Плоский маневр 68
3.2. Объемный маневр 75
3.3. Фазирование 77
3.3.1. Фазирование по схеме «Космос — Космос» 77
3.3.2. Фазирование за счет ожидания на старте 82
4. Баллистический расчет спутников дистанционного зондирования Земли 84
4.1. Определение основных эксплуатационных параметров дистанционного зондирования Земли 87
4.1.1. Выбор высоты полета спутника дистанционного зондирования Земли 87
4.1.2. Зона обзора и ширина полосы обзора 92
4.1.3. Выбор угла наклона плоскости орбиты спутника 92
4.1.4. Подспутниковая точка и трасса спутника 92
4.1.5. Периодичность обзора земной поверхности 94
4.2. Обеспечение заданной высоты полета спутника 95
4.3. Ширина полосы обзора 96
4.4. Определение гарантированной ширины полосы обзора 99
4.5. Построение системы обзора 103
5. Баллистическое проектирование спутников связи 107
5.1. Определение зоны связи 108
5.2. Выведение геостационарного спутника связи на орбиту 110
5.2.1. Внутренний маневр 110
5.2.2. Определение параметров орбиты фазирования при внутреннем маневре 111
5.2.3. Выведение спутника связи на геостационарную орбиту с использованием внешнего маневра 114
5.3. Система связи, построенная на спутниках, находящихся в зоне прямой видимости 114
5.4. Система связи на спутниках, работающих на эллиптических орбитах 115
6. Баллистический расчет спускаемых аппаратов 117
6.1. Внеатмосферный участок полета 117
6.1.1. Определение импульса скорости для схода спускаемого аппарата с орбиты и параметров в точке входа в атмосферу 117
6.1.2. Сход спускаемого аппарата с орбиты при заданных параметрах точки входа в атмосфер 123
6.2. Атмосферный участок полета 126
6.2.1. Формы спускаемых аппаратов 126
6.2.2. Уравнения движения спускаемого аппарата в атмосфере 129
6.3. Расчет парашютной системы 130
6.3.1. Выбор парашюта 131

6.3.2. Проектирование парашютной системы 132
6.3.3. Расчет парашютной системы с несколькими тормозными парашютами 135
6.3.4. Расчет многокупольной парашютной системы 136
6.4. Посадка на планету 137
6.4.1. Посадка на грунт 137
6.4.2. Посадка на воду 139
7. Освещенность искусственного спутника Земли 141
7.1. Продолжительность движения ИСЗ в затененной области 142
7.2. Ориентация орбиты ИСЗ относительно Солнца в зависимости от даты старта 145
7.3. Условия освещенности ИСЗ на эллиптических орбитах 149
7.4. Определение условий освещенности просматриваемой территории 150
Основная литература 152
Дополнительная литература 152
Приложения 154

ПРЕДИСЛОВИЕ

В МГТУ им. Н.Э. Баумана с 1964 г. ведется подготовка специалистов по проектированию космических аппаратов.

При выполнении курсового и дипломного проектов студенты, обучающиеся по специальности «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов», выполняют значительный объем теоретических расчетов, связанных с баллистическим проектированием космического аппарата. Для объемно-массового анализа космического аппарата также необходимо провести ряд баллистических расчетов. Материал, изложенный в предлагаемом учебном пособии, основан на курсах лекций, читаемых авторами в МГТУ им Н.Э. Баумана. Основы курса были заложены в 1960-х годах лауреатом Ленинской премии, канд. техн. наук В.А. Модестовым и канд. техн. наук А.Ф. Богдановым — сотрудниками ОАО «ВПК «НПО машиностроения».

Следует отметить, что зависимости, по которым можно провести все необходимые расчеты и выполнить объемно-массовый анализ космических аппаратов, приводятся в разных учебниках.

При работе над учебным пособием авторы стремились предельно упростить все теоретические зависимости, позволяющие провести проектные расчеты на уровне технических предложений, сохраняя при этом физический смысл приведенных зависимостей.

В первой главе рассмотрены основные системы координат, используемые при баллистических расчетах космических аппаратов. Даны понятия основных интегралов и соотношения параметров различных траекторий (орбит), по которым движется космический аппарат. Приведены зависимости, позволяющие определить возмущения параметров орбит космических аппаратов, вызываемые воздействием внешних факторов.

Вторая глава посвящена коррекции траекторий искусственных спутников Земли. Даны зависимости для расчета импульсов скорости, обеспечивающих коррекциию траектории космического аппарата.

В третьей главе рассматривается определение импульсов скорости, необходимых для маневров, проводимых разгонными блоками, при выведении полезной нагрузки на рабочие орбиты.

Проектным расчетам спутников дистанционного зондирования Земли посвящена четвертая глава. Приведены формулы, позволяющие выбрать высоту полета, параметры орбиты, запас характеристической скорости для коррекции параметров орбиты.

В пятой главе рассмотрена задача построения системы связи на спутниках, работающих на различных орбитах.

Шестая глава посвящена определению объемно-массовых параметров спускаемых аппаратов и парашютной системы, обеспечивающей их мягкую посадку.

В седьмой главе рассмотрен расчет освещенности искусственного спутника Земли, работающего на орбите. Приведены формулы, позволяющие определить условия освещенности как собственно спутника, так и подстилающей поверхности, что важно при фотографировании.

Авторы выражают благодарность рецензентам: генеральному директору, Генеральному конструктору ОАО «ВПК «НПО машиностроения», д-ру техн. наук А.Г. Леонову и д-ру техн. наук, профессору, заместителю заведующего кафедрой «Космические системы и ракетостроение» Московского авиационного института (Государственного технического университета) А.А. Золотову за конструктивные замечания, сделанные при рецензировании учебного пособия.

ОСНОВНЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

АГЭСК — абсолютная геоцентрическая экваториальная система координат
АО — агрегатный отсек
ВЭО — высокоэллиптическая орбита
ГОСК — гринвичская относительная система координат
ГСО — геостационарная орбита
ГУС — гарантированный уровень сигнала
ГЭИСК — гелиоцентрическая экваториальная инерциальная система координат
ГЭСК — гелиоцентрическая экваториальная система координат
ДЗЗ — дистанционное зондирование Земли
ДУ — двигательная установка
ЖРД — жидкостный ракетный двигатель
ЗХА — заявочная характеристика антенны
ЗО — зона обслуживания
ЗЛ — зона луча
ЗП — зона покрытия
ИК — инфракрасный
ИСЗ — искусственный спутник Земли
КА — космический аппарат
МТКК — многоразовый транспортный космический корабль
ОДУ — объединенная двигательная установка
ОС — орбитальная станция
ПЗС — прибор с зарядовой связью
ПЗУ — постоянное запоминающее устройство
РБ — разгонный блок
РУС — регламентированный уровень сигнала
СА — спускаемый аппарат
ССС — система спутниковой связи
СТР — система терморегулирования
СУД — система управления движением
СЭО — система энергообеспения
ТДУ — тормозная двигательная установка
ТК — транспортный корабль
ЭРДУ — электрореактивная двигательная установка

ВВЕДЕНИЕ

Круг задач, выполняемых беспилотными (автоматическими) космическими аппаратами (КА), непрерывно расширяется. К задачам, выполняемым этими КА практически с первых запусков, относятся: обеспечение связи, дистанционное зондирование поверхности Земли (ДЗЗ), метеорологические и научные исследования, выведение полезных нагрузок на рабочие орбиты с помощью разгонных блоков (РБ) и сход с орбиты спускаемых аппаратов (СА).

Во время полета КА совершает разнообразные маневры: плоские маневры, при которых изменение параметров его орбиты происходит без изменения ее положения в пространстве, и объемные маневры, при которых изменяется положение плоскости орбиты КА в пространстве. При этом параметры орбиты могут оставаться постоянными или изменяются.

С точки зрения силового воздействия на КА маневры подразделяют на импульсные маневры, осуществляемые с использованием двигательных установок (ДУ) малой тяги, и аэродинамические маневры. В результате действия тяги на КА возникает импульс скорости — приращение скорости на малом промежутке времени действия тяги, равное управляющему импульсу скорости. Маневры с использованием ДУ малой тягой характеризуются длительным временем работы двигателей, соизмеримым с периодом обращения КА. При использовании аэродинамических сил маневры осуществляются путем понижения орбиты КА при входе его в верхние слои атмосферы.

РБ выводит полезные нагрузки на рабочую орбиту, выполняя как плоские, так и объемные маневры. При этом изменяются параметры орбиты, на которую КА выводит ракета-носитель. РБ могут выполнять как импульсные маневры, так и маневры с малой тягой, в зависимости от типа ДУ.

Спутники ДЗЗ, спутники связи, навигационные спутники, спутники, предназначенные для проведения метеорологических и научных исследований, работают на орбите в течение нескольких лет. За это время параметры рабочей орбиты могут значительно измениться.

Возникает необходимость коррекции орбиты, которая осуществляется с помощью ДУ, как импульсных, так и ДУ малой тяги. В последнее время широко применяются ионные двигатели.

Масса полезной нагрузки $M_{\text{п.н}}$ КА различных типов изменяется в зависимости от назначения КА. Для РБ полезной нагрузкой является КА, доставляемый на рабочую орбиту, для спутников связи, ДЗЗ и т. п. — научная аппаратура, фотоаппаратура, приемопередающая аппаратура и т. д., для системы схода с орбиты — спускаемый аппарат (или возвращаемый им спутник). Для схода СА с орбиты и полета к Земле (или другой планете) необходимо задать тормозной импульс скорости, обеспечивающий сход КА с орбиты и требуемые условия полета в атмосфере.

Проектирование любого автоматического КА начинают с проведения объемно-массового анализа. Массу КА можно представить в следующем виде:

$$M_{\text{КА}} = M_{\text{п.н}} + M_{\text{ДУ}} + M_{\text{т}} + M_{\text{б}} + M_{\text{к}} + M_{\text{СУ}} + \\ + M_{\text{СТР}} + M_{\text{СЭО}} + M_{\text{т.м}} + M_{\text{пр}}, \qquad \text{(В.1)}$$

где $M_{\text{п.н}}$ — масса полезной нагрузки; $M_{\text{ДУ}}$ — масса ДУ; $M_{\text{т}}$ — масса топлива; $M_{\text{б}}$ — масса баков и системы подачи топлива; $M_{\text{к}}$ — масса конструкции; $M_{\text{СУ}}$ — масса системы управления; $M_{\text{СТР}}$ — масса системы терморегулирования; $M_{\text{СЭО}}$ — масса системы энергообеспечения; $M_{\text{т.м}}$ — масса телеметрической аппаратуры; $M_{\text{пр}}$ — прочие массы.

На этапе разработки технических предложений, при проведении объемно-массового анализа используют статистические данные, полученные в результате анализа существующих КА этого типа. Как правило, массу каждой из систем, входящих в состав КА, выражают в процентах (или долях) полной массы всего аппарата. Таким образом, массы, входящие в формулу для определения массы КА, можно представить следующими безразмерными величинами — статистическими коэффициентами:

$$\gamma_{\text{ДУ}} = \frac{M_{\text{ДУ}}}{M_{\text{КА}}}; \quad \gamma_{\text{СУ}} = \frac{M_{\text{СУ}}}{M_{\text{КА}}}; \quad \gamma_{\text{СТР}} = \frac{M_{\text{СТР}}}{M_{\text{КА}}}; \quad \gamma_{\text{СЭО}} = \frac{M_{\text{СОЭ}}}{M_{\text{КА}}};$$

$$\gamma_{\text{к}} = \frac{M_{\text{к}}}{M_{\text{КА}}}; \quad \gamma_{\text{т.м}} = \frac{M_{\text{т.м}}}{M_{\text{КА}}}; \quad \gamma_{\text{пр}} = \frac{M_{\text{пр}}}{M_{\text{КА}}}.$$

Массу необходимого топлива определяют из формулы К.Э. Циолковского

$$M_{\text{т}} = M_{\text{КА}}\left(1-\exp\left(-\frac{\Delta v_{\Sigma}}{J}\right)\right), \qquad \text{(В.2)}$$

где Δv_{Σ} — суммарный запас характеристической скорости, необходимый для выполнения маневров, стабилизации, ориентации и коррекции орбиты КА; J — удельный импульс топлива, применяемого в ДУ. Характеристики топлива приведены в прил. 1.

Коэффициент массы баков рассчитывают в долях (процентах) массы топлива:

$$\gamma_{\text{б}} = \frac{M_{\text{б}}}{M_{\text{т}}}.$$

В прил. 2 приведены статистические коэффициенты РБ, спутников ДЗЗ и связи. С учетом статистических коэффициентов формула для определения массы КА имеет следующий вид:

$$M_{\text{КА}} = \frac{M_{\text{п.н}}}{1-\gamma_{\text{ДУ}}-(1+\gamma_{\text{б}})\left(1-\exp\left(-\frac{\Delta v_{\Sigma}}{J}\right)\right)-\gamma_{\text{СУ}}-\gamma_{\text{СТР}}-\gamma_{\text{к}}-\gamma_{\text{т.м}}-\gamma_{\text{пр}}}. \qquad \text{(В.3)}$$

После подстановки статистических коэффициентов определяют области значений реальной массы.

Если знаменатель в выражении (В.3) больше нуля, то компоненты топлива выбраны правильно, статистические коэффициенты удовлетворяют требованиям и маневр, совершаемый КА, также выбран правильно. При отрицательном знаменателе в выражении (В.3) топливо или статистические коэффициенты выбраны неверно. Если при изменении марки топлива и значений статистических коэффициентов знаменатель в выражении (В.3) остается отрицательным, то необходимо изменять схему маневра, применять двухступенчатый РБ или предусмотреть дополнительную ДУ.

Из выражения (В.2) следует, что масса топлива зависит от запаса характеристической скорости Δv_{Σ}, поэтому его определяют при баллистическом проектировании КА.

Масса СА на орбите отличается по структуре от массы обычного КА, ее можно представить в следующем виде:

$$M_{\text{ор}} = M_{\text{СА}} + M_{\text{АО}}, \qquad \text{(В.4)}$$

где $M_{\text{СА}}$ — масса спускаемого аппарата; $M_{\text{АО}}$ — масса агрегатного отсека (АО).

Каждую из этих масс, в свою очередь, можно представить в виде суммы масс:

$$M_{\text{АО}} = M_{\text{ДУ}} + M_{\text{т}} + M_{\text{б}} + M_{\text{к}} + M_{\text{СТР}} + M_{\text{СЭО}} + M_{\text{СУ}} + M_{\text{т.м}}. \qquad \text{(В.5)}$$

АО предназначен не только для торможения при сходе КА с орбиты, в орбитальном полете его ДУ выполняет маневры, проводимые для изменения параметров орбиты, и коррекцию орбиты. В нем находится топливо, необходимое для маневрирования и коррекции орбиты, а также для работы системы стабилизации и ориентации. При определении массы баков и массы конструкции необходимо учитывать эти особенности функционирования АО.

Массу СА можно представить в следующем виде:

$$M_{\text{СА}} = M_{\text{п.н}} + M_{\text{СТЗ}} + M_{\text{т}} + M_{\text{б}} + M_{\text{к}} + M_{\text{СУД}} +$$

$$+ M_{\text{СТР}} + M_{\text{СЖО}} + M_{\text{СЭО}} + M_{\text{пар}} + M_{\text{т.м}}, \qquad \text{(В.6)}$$

где $M_{\text{п.н}}$ — масса полезной нагрузки; $M_{\text{т}}$ — масса топлива, необходимая для работы системы стабилизации и управления; $M_{\text{б}}$ — масса баков; $M_{\text{СТЗ}}$ — масса системы теплозащиты (составляющая 15…20 %); $M_{\text{к}}$ — масса конструкции; $M_{\text{СУД}}$ — масса системы управления движением; $M_{\text{СТР}}$ — масса системы терморегулирования; $M_{\text{СЖО}}$ — масса системы жизнеобеспечения; $M_{\text{СЭО}}$ — масса аккумуляторных батарей; $M_{\text{пар}}$ — масса парашютной системы и системы мягкой посадки (10…5 %); $M_{\text{т.м}}$ — масса телеметрической аппаратуры (0,2 %).

После подстановки в зависимости (В5) и (В6) безразмерных коэффициентов определяют области значений реальной массы аналогично анализу, приведенному выше.

Как следует из приведенных зависимостей, масса РБ или КА существенно зависит от массы топлива, необходимого для выполнения маневров, совершаемых КА в полете.

Значение импульса скорости, обеспечивающего выполнение маневров КА, определяют при баллистическом расчете.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ КОСМИЧЕСКОГО ПОЛЕТА

При объемно-массовом проектировании КА для решения большинства задач космической баллистики приемлемая точность обеспечивается, если учесть воздействие на КА лишь одного притягивающего тела и пренебречь влиянием других небесных тел. Поскольку масса КА ничтожно мала по сравнению с массой притягивающего тела, движение КА можно рассматривать как движение материальной точки в поле тяготения притягивающего тела, не оказывающей влияния на его движение.

1.1. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Движение КА описывается в прямоугольных, криволинейных и оскулирующих системах координат. В зависимости от положения начала координат приняты приняты следующие системы координат[1]:

— небесная, с началом координат в точке стояния наблюдателя;

— гелиоцентрические, с началом координат в центре масс Солнца;

— геоцентрические, с началом координат в центре масс Земли (или планеты);

— топоцентрические, с началом координат в точке на поверхности Земли (планеты);

— барицентрические, с началом координат в центре масс КА.

В зависимости от положения осей координат системы координат подразделяют на вращающиеся (жестко связанные с планетой) и неподвижные (планета вращается относительно системы координат).

---

[1] Полное описание различных систем координат представлено в работе «Основы теории полета космических аппаратов» под ред. Г.С. Нариманова, М.К. Тихонравова. М.: Машиностроение, 1972.

По характеру движения системы координат подразделяют на инерциальные и неинерциальные.

Выбор системы координат играет важную роль при решении задач космической баллистики, так как от него зависят сложность и удобство расчета параметров траектории КА.

Рассмотрим некоторые системы координат.

Небесная система координат. В астрономии положения небесных тел определяются в угловых координатах на небесной сфере — сфере произвольного радиуса. Центр сферы может располагаться в любой точке: центре масс Земли, Солнца, точке стояния наблюдателя и др.

Небесную систему координат определяют следующие параметры:

– зенит Z — точка, расположенная над головой наблюдателя;

– надир Z' — точка, противоположная зениту;

– небесный горизонт — большой круг, образующийся при пересечении плоскости, перпендикулярной линии $Z - Z'$, с небесной сферой;

– ось мира — продолжение оси собственного вращения Земли; точки ее пересечения с небесной сферой называют полюсами мира: северный полюс — P, южный полюс — P';

– небесный экватор — большой круг, образованный пересечением плоскости, перпендикулярной оси мира, с небесной сферой; точки пересечения истинного горизонта с небесным экватором называют востоком (E) и западом (W);

– эклиптика — большой круг, образованный пересечением плоскости орбиты Земли с небесной сферой; точки пересечения эклиптики с небесным экватором: точка весеннего солнцестояния γ, точка осеннего солнцестояния $\underline{\Omega}$.

Гелиоцентрические системы координат определяют положение небесных тел относительно центра Солнца.

Гелиоцентрическая экваториальная система координат (ГЭСК) обозначается индексом S. Начало координат расположено в центре масс Солнца, ось $O_S X_S$ направлена в точку стояния Земли в день весеннего равноденствия, ось $O_S Y_S$ перпендикулярна оси $O_S X_S$, плоскость $O_S X_S Y_S$ совпадает с плоскостью эклиптики, ось $O_S Z_S$ направлена по вектору угловой скорости вращения Земли вокруг Солнца.

Положение КА в этой системе координат определяют следующие параметры: астрономическая долгота λ_S, астрономическая широта β_S и радиус-вектор R_S.

Астрономическая долгота λ_S отсчитывается в плоскости $O_S X_S Y_S$ от оси $O_S X_S$ в положительном направлении отсчета углов, угол λ_S изменяется в пределах $0 \le \lambda_S \le 2\pi$.

Астрономическая широта β_S отсчитывается в плоскости, образованной осью $O_S Z_S$ и КА от плоскости $O_S X_S Y_S$, в сторону северного и южного полюсов, угол β_S изменяется в пределах $\pm\frac{\pi}{2}$.

Сферические и прямоугольные координаты связаны между собой соотношениями

$$R_S = \sqrt{X_S^2 + Y_S^2 + Z_S^2}; \quad \sin\lambda_S = \frac{Y_S}{R_S \cos\beta_S};$$

$$\cos\lambda_S = \frac{X_S}{R_S \cos\beta_S}; \quad \sin\beta_S = \frac{Z_S}{R_S}.$$

Гелиоцентрическая экваториальная инерциальная система координат (ГЭИСК), обозначается индексом $\odot$. Начало координат расположено в центре масс Солнца, плоскость $O_\odot X_\odot Y_\odot$ совпадает с плоскостью небесного экватора. Ось $O_\odot X_\odot$ направлена в точку весеннего равноденствия, ось $O_\odot Z_\odot$ перпендикулярна плоскости $X_\odot O_\odot Y_\odot$ и совпадает с осью $O_S Z_S$, ось $O_\odot Z_\odot$ перпендикулярна плоскости $X_\odot O_\odot Z_\odot$ и образует правую систему координат. Угол наклона плоскости эклиптики к небесному экватору $\varepsilon = 23°26'40''$.

Геоцентрические системы координат. В этих системах координат определяют положение небесных тел относительно центра Земли.

Абсолютная геоцентрическая экваториальная система координат (АГЭСК) является инерциальной и не имеет индексов.

Начало координат располагается в центре масс Земли, ось OX направлена в точку стояния Солнца в день весеннего равноденствия, ось OZ направлена по вектору угловой скорости собственного вращения Земли, ось OY перпендикулярна плоскости OXZ и образует правую систему координат.

Положение КА в сферической системе координат определяется:

– прямым восхождением α — углом, отсчитываемым от оси OX в плоскости экватора в направлении вращения Земли, $0^h \le \alpha \le 24^h$;

– склонением δ — углом между плоскостью экватора и радиус-вектором, $-\frac{\pi}{2} \le \delta \le +\frac{\pi}{2}$;

– радиус-вектором **R**.

Гринвичская относительная система координат (ГОСК) — экваториальная, связанная с Землей система координат, обозначается индексом «Г». Начало координат расположено в центре масс Земли, ось $O_\Gamma X_\Gamma$ направлена в сторону положения Гринвичского меридиана, ось $O_\Gamma Z_\Gamma$ направлена по вектору угловой скорости собственного вращения Земли, ось $O_\Gamma Y_\Gamma$ перпендикулярна плоскости $O_\Gamma X_\Gamma Z_\Gamma$ и образует правую систему координат.

Положение КА в ГОСК определяется сферическими координатами:

– геоцентрической долготой λ, отсчитываемой от оси $O_\Gamma X_\Gamma$ в плоскости экватора до плоскости, проходящей через ось $O_\Gamma Y_\Gamma$ и КА, $0 \le \lambda \le 2\pi$;

– геоцентрической широтой ψ, отсчитываемой в плоскости меридиана, проходящего через радиус-вектор **R**, от плоскости экватора до радиус-вектора, $-\frac{\pi}{2} \le \psi \le +\frac{\pi}{2}$.

1.2. КЕПЛЕРОВЫ ЭЛЕМЕНТЫ ОРБИТЫ. ТЕКУЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПОЛОЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ОРБИТЕ

Линия пересечения плоскости орбиты КА с плоскостью экватора называется *линией узлов*. Узлы орбиты — точки пересечения линии узлов с орбитой КА.

Восходящий узел Ω — узел орбиты, через который проходит КА, перемещаясь из области отрицательных аппликат в область положительных аппликат. Противоположный ему узел называется *нисходящим узлом*.

Точка минимального расстояния орбиты КА от притягивающего центра называется *перицентром* (π), а точка максимального расстояния орбиты КА от притягивающего центра — *апоцентром* (α). Соединяющая их линия называется *линией апсид*.

Орбита КА определяется шестью элементами, которые называются кеплеровыми элементами невозмущенного движения.

Долгота восходящего узла Ω — угол между положительным направлением оси *OX* и направлением линии узлов из центра координат в восходящий узел, Ω изменяется в пределах 0…360°.

Наклонение орбиты i — угол между плоскостью экватора и плоскостью орбиты КА, изменяется в пределах 0…180°. Если $0 < i < 90°$, то движение КА называется прямым, если $90° < i < 180°$, то движение КА называется обратным. При $i = 0$ орбита КА называется экваториальной, при $i = 90°$ — полярной.

Угловое расстояние перицентра ω — угол между положительным направлением линии узлов и направлением в перицентр, измеряется в сторону движения КА, изменяется в пределах 0…360°.

Параметр орбиты p — расстояние между притягивающим центром и орбитой КА по перпендикуляру к линии апсид, в ряде случаев вместо параметра орбиты используется *большая полуось* a.

Эксцентриситет e — отношение межфокусного расстояния орбиты КА к значению линии апсид.

Звездное время $\tau_{зв}$ прохождения КА через перицентр орбиты относится к кеплеровым элементам орбиты.

Первые три элемента орбиты Ω, i, ω характеризуют положение орбиты КА в пространстве. Элементы p, e определяют размеры и форму орбиты КА.

При невозмущенном движении КА кеплеровы элементы орбиты являются постоянными величинами.

Положение КА на орбите определяют текущие элементы: радиус — r; скорость — v; угол θ наклона вектора скорости к перпендикуляру радиуса; истинная аномалия ϑ — угол, образуемый радиусом r и направлением по линии апсид на перицентр; время $t - \tau$ движения КА по орбите относительно его начального положения (t — текущее время, τ — звездное время прохождения через перицентр). В некоторых технических задачах вместо истинной аномалии используют аргумент широты $u = \vartheta + \omega$, определяющий угловое положение КА относительно восходящего узла орбиты. Текущие элементы являются быстроизменяющимися величинами.

На рис. 1.1 представлены кеплеровы и текущие элементы, определяющие положение КА на орбите.

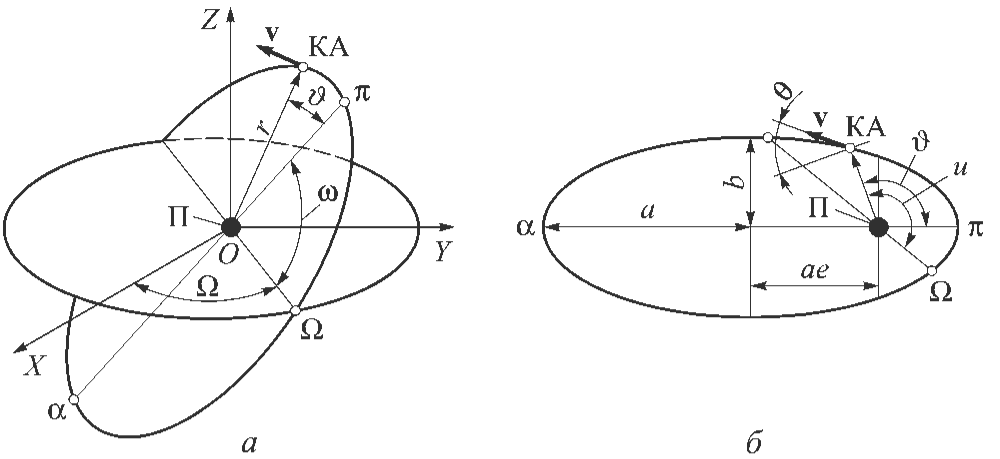


Рис. 1.1. Кеплеровы (*а*) и текущие (*б*) элементы орбиты КА (П — планета (цель))

1.3. НЕВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Невозмущенным называют движение КА под действием только одной центральной силы земного тяготения.

Основные интегралы. Дифференциальное уравнение невозмущенного движения КА можно записать в следующем виде:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt}+\frac{\mu}{r^2}\mathbf{r}=0. \qquad (1.1)$$

Так как масса M планеты значительно больше массы m КА ($M \gg m$), то в реальных расчетах в качестве $\mu = fM$ принимается гравитационный параметр планеты без учета массы КА (f — постоянная поля тяготения). Дифференциальное уравнение (1.1) является векторным уравнением второго порядка с постоянным коэффициентом, поэтому в процессе интегрирования получаем три первых интеграла и уравнение траектории КА.

Интеграл энергии (живых сил) можно записать в виде

$$v^2-\frac{2\mu}{r}=h. \qquad (1.2)$$

Постоянную интегрирования выразим через большую полуось a орбиты КА:

$$h=-\frac{\mu}{a}. \qquad (1.3)$$

Тогда интеграл энергии можно записать в следующем виде:

$$v^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right). \tag{1.4}$$

Полученная формула позволяет определять скорость КА в точке с радиусом r.

Интеграл площадей в векторной форме имеет следующий вид:

$$\mathbf{c} = \mathbf{r} \times \mathbf{v} = \text{const}. \tag{1.5}$$

Интеграл площадей показывает, что в невозмущенном движении орбита КА — плоская кривая, не изменяющая своего положения в пространстве.

Значение интеграла площадей можно рассчитать по следующей зависимости:

$$c = rv\cos\theta = \sqrt{\mu p} = r^2\frac{d\vartheta}{dt}. \tag{1.6}$$

Интеграл Лапласа в векторной форме

$$\mathbf{f}_{\text{Л}} = -\mu\frac{\mathbf{r}}{r} + \left(\mathbf{v} \times \mathbf{r}\right) = \text{const}. \tag{1.7}$$

Вектор интеграла Лапласа направлен по линии апсид в сторону перицентра и непосредственно определяет два элемента орбиты КА: e и ω. Модуль интеграла Лапласа рассчитывают по формуле

$$f_{\text{Л}} = e\mu. \tag{1.8}$$

Уравнение траектории. Умножив скалярно радиус-вектор на интеграл Лапласа, после преобразований получим

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\vartheta}, \tag{1.9}$$

где p — параметр орбиты, $p = \dfrac{c^2}{\mu}$; e — эксцентриситет орбиты, $e = \dfrac{f_{\text{Л}}}{\mu}$.

Орбиты КА и соотношения их параметров приведены ниже.

Круговая орбита характеризуется постоянством своих элементов:

$$r = a = p = b;\ v = \sqrt{\frac{\mu}{r}}\ ;\ T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{\mu}}\ ;\ \omega = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}, \qquad (1.10)$$

где b — малая полуось орбиты; ω — угловая скорость движения КА по круговой орбите.

Текущее угловое положение КА на орбите определяют по формуле

$$\vartheta = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}(t - \tau), \qquad (1.11)$$

где τ — время начального положения КА на круговой орбите.

Рассмотрим движение искусственного спутника Земли (ИСЗ) по круговой орбите в плоскости земного экватора. В этом случае можно ввести понятие синодического периода $T_{\text{син}}$ обращения спутника по орбите как времени между двумя его последовательными прохождениями над одним и тем же меридианом:

$$T_{\text{син}} = \frac{2\pi}{\omega - \omega_3} = \frac{2\pi T}{2\pi - \omega_3}, \qquad (1.12)$$

где ω_3 – угловая скорость вращения Земли, рад/с.

Анализ формулы (1.12) показывает, что при равенстве угловых скоростей ИСЗ и Земли спутник как бы «висит» над одной и той же точкой земного экватора. Такой спутник называется геостационарным, радиус его орбиты составляет порядка 42 200 км, скорость — 3,07 км/с.

Эллиптическая орбита. Большинство КА в околоземном космическом пространстве являются ИСЗ и, следовательно, перемещаются по круговым или эллиптическим орбитам. Рассмотрим более подробно выражения, применяемые при расчете движения КА по эллиптической орбите.

Используя уравнения траектории КА и формулы, определяющие интегралы невозмущенного движения, можно получить основные соотношения между элементами эллиптической орбиты:

радиус перигея $r_\pi = \dfrac{p}{1+e}$;

радиус апогея $r_\alpha = \dfrac{p}{1-e}$;

большая полуось орбиты $a = \dfrac{r_\alpha + r_\pi}{2}$ или $a = \dfrac{p}{1-e^2}$;

эксцентриситет орбиты $e = \dfrac{r_\alpha - r_\pi}{r_\alpha + r_\pi}$ или $e = \dfrac{v_\pi^2 r_\pi}{\mu} - 1 =$ (1.13)

$= 1 - \dfrac{r_\alpha v_\alpha^2}{\mu}$;

параметр орбиты $p = \dfrac{2 r_\alpha r_\pi}{r_\alpha + r_\pi}$;

интеграл площадей $c = rv\cos\theta = v_\pi r_\pi = v_\alpha r_\alpha$;

интеграл энергии $h = v^2 - \dfrac{2\mu}{r} = -\dfrac{\mu}{a}$.

Расчет текущих параметров положения КА на эллиптической орбите проводят по следующим формулам:

$$h = v^2 - \frac{2\mu}{r} = -\frac{\mu}{a} = \text{const};$$

$$c = rv\cos\theta = \text{const};$$

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\vartheta};$$

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\operatorname{tg}\frac{E}{2}; \qquad (1.14)$$

$$t - \tau = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}\left(E - e\sin E\right);$$

$$\mathrm{M} = \mathrm{E} - e\sin E;$$

$$\mathrm{M} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}\left(t - \tau\right),$$

где E — эксцентрическая аномалия; M — средняя аномалия.

Параболическая орбита. При значении эксцентриситета $e = 1$ КА движется по параболической траектории, элементы которой определяют из следующих выражений:

уравнение траектории $r = \dfrac{p}{1+\cos\vartheta} = r_\pi\left[1+\left(\operatorname{tg}\dfrac{\vartheta}{2}\right)^2\right]$;

скорость полета $v = \sqrt{\dfrac{2p}{\mu}}$; (1.15)

угол наклона вектора скорости к местному горизонту $\theta = \dfrac{\vartheta}{2}$;

время полета КА от перигея $t - \tau = \sqrt{\dfrac{2r_\pi^2}{\mu}}\left[\operatorname{tg}\dfrac{\vartheta}{2} + \dfrac{1}{3}\left(\operatorname{tg}\dfrac{\vartheta}{2}\right)^3\right]$.

Гиперболическая орбита. При значениях $e > 1$ КА движется по гиперболической траектории.

Основные соотношения между элементами гиперболической орбиты:

$$\begin{aligned} r_\pi &= \frac{p}{e+1};\\ r_\pi &= a(e-1);\\ p &= a\left(e^2-1\right);\\ h &= v^2 - \frac{2\mu}{r} = \frac{\mu}{a} = v_\infty^2;\\ e &= 1+\frac{r_\pi}{\mu} = \frac{r_\pi v_\pi^2}{\mu} - 1;\\ c &= \sqrt{\mu p} = r_\pi v_\pi. \end{aligned} \qquad (1.16)$$

При расчете текущих параметров положения КА на гиперболической орбите применяют следующие формулы:

$$\begin{aligned} h &= v^2 - \frac{2\mu}{r} = \text{const};\\ c &= rv\cos\theta = \text{const};\\ r &= a\left(e\operatorname{ch}H - 1\right); \end{aligned} \qquad (1.17)$$

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2}=\sqrt{\frac{e+1}{e-1}}\operatorname{tg}\frac{H}{2};$$

$$t-\tau=\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}\left(e\sin H-H\right); \qquad (1.17)$$

$$M=eH-H;$$

$$M=\sqrt{\frac{\mu}{a^3}}\left(t-\tau\right),$$

где H — гиперболическая аномалия.

1.4. ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

При движении КА по орбите на него действует ряд сил. Основной среди них является центральная сила земного тяготения, которая определяет невозмущенное движение КА. Действие остальных сил значительно меньше по сравнению с центральной силой земного тяготения. Движение КА под действием всех сил называется возмущенным движением. Возмущающие силы действуют на КА постоянно, что приводит к отклонениям параметров его орбиты.

Основные возмущающие силы, действующие на КА, обусловлены нецентральностью поля тяготения Земли, наличием атмосферы, полями тяготения Луны и Солнца, давлением солнечного света.

В векторной форме дифференциальное уравнение возмущенного движения КА по орбите можно записать в следующем виде:

$$\frac{dv}{dt}=-\frac{\mu}{r^2}\mathbf{r}+\mathbf{F}, \qquad (1.18)$$

где $\mathbf{F}$ — возмущающее ускорение, обусловленное действием сил на КА.

Возмущающее ускорение проецируем на три взаимно перпендикулярных направления: по радиусу орбиты, по трансверсали (перпендикулярно радиусу в плоскости орбиты) и по бинормали (перпендикулярно плоскости орбиты). Обозначим эти проекции

возмущающего ускорения: радиальные — S, трансверсальные — T и бинормальные — W.

Дифференциальные уравнения, описывающие изменение кеплеровых оскулирующих элементов орбиты, имеют следующий вид:

$$\frac{d\Omega}{dt}=\frac{Wr\sin u}{\sqrt{\mu p}\sin i};$$

$$\frac{di}{dt}=\frac{Wr\cos u}{\sqrt{\mu p}}\frac{dp}{dt}=2rT\sqrt{\frac{p}{\mu}};$$

$$\frac{de}{dt}=\sqrt{\frac{p}{\mu}}\left[S\sin\vartheta+\frac{er}{p}T+T\left(1+\frac{r}{p}\right)\cos\vartheta\right]; \qquad (1.19)$$

$$\frac{d\omega}{dt}=\sqrt{\frac{\mu}{p}}\left[-S\cos\vartheta+\left(1+\frac{r}{p}\right)T\sin\vartheta-\frac{Wer\,\mathrm{ctg}i\sin u}{p}\right]\frac{1}{e};$$

$$\frac{d\tau}{dt}=\frac{r}{e\mu}\left[\left(eN\sin\vartheta-\cos\vartheta\right)S+\frac{pNT}{r}\right],$$

где $N=\dfrac{1}{1-e^2}\left[\left(2+e\cos\vartheta\right)\sin\vartheta\right]-2e\dfrac{\sqrt{p\mu}}{r^2}\left(1-\tau\right)$.

Из предварительного анализа системы (1.19) можно сделать следующие выводы.

Изменение положения плоскости орбиты КА, определяемое углами долготы линии узлов и наклона плоскости орбиты, возможно лишь при действии бинормальных возмущений.

Вариации параметра орбиты КА обусловлены действием только трансверсальных возмущений.

Изменения параметра, эксцентриситета и времени прохождения КА перицентра его орбиты не зависят от бинормальных возмущений.

Действие возмущений на движение КА проявляется различным образом, и в зависимости от характера, а также результатов их действия отклонения элементов орбиты подразделяют на вековые и периодические. *Вековыми отклонениями* называют такие отклонения параметров, которые приводят к постоянному изменению элементов орбиты КА (с увеличением времени полета такие от-

клонения накапливаются). К *периодическим отклонениям* относят отклонения параметров орбиты, действие которых повторяется через определенный интервал времени.

При исследовании влияния различных возмущающих факторов на изменения параметров орбиты ИСЗ обозначим вековые отклонения индексом «в», например: $\delta\Omega_в$ — вековое отклонение угла долготы линии узлов за один оборот ИСЗ по орбите. Для периодических отклонений параметров орбиты обозначение вводить не будем.

Полученная система дифференциальных уравнений по времени не всегда удобна для расчета возмущений орбит ИСЗ. Поэтому преобразуем систему дифференциальных уравнений (1.19) к новому виду, вводя в качестве аргумента угловую переменную $u = \vartheta + \omega$ — аргумент широты, определяющий угловое положение КА относительно восходящего узла орбиты.

После преобразований система уравнений (1.19) примет следующий вид:

$$\frac{d\Omega}{du} = \frac{r^3 W \gamma \sin u}{\mu p \sin i};$$

$$\frac{di}{du} = \frac{r^3 W \gamma \cos u}{\mu p};$$

$$\frac{dp}{du} = \frac{2r^3 T \gamma}{\mu p}; \qquad (1.20)$$

$$\frac{de}{du} = \frac{r^2}{\mu}\left[S\sin\vartheta + \frac{er}{p}T + T\left(1+\frac{r}{p}\right)\cos\vartheta\right]\gamma;$$

$$\frac{d\omega}{du} = r^2\gamma\left[-S\cos\vartheta + \left(1+\frac{r}{p}\right)T\sin\vartheta - \frac{erW}{p}\operatorname{ctg} i \times \sin u\right]\frac{1}{\mu e};$$

$$\frac{d\tau}{du} = r^4\gamma\left[\left(eN\sin\vartheta - \cos\vartheta\right)S + \frac{pNT}{r}\right]\frac{1}{e\mu\sqrt{\mu p}},$$

где $\gamma = \dfrac{1}{1 - \dfrac{r^3 W \operatorname{ctg} i}{\mu p}\sin u}$.

Для орбит КА с наклонением $i \geq 1°$ коэффициент $\gamma = 1$.

1.4.1. Влияние нецентральности поля тяготения Земли

Потенциал поля тяготения Земли. Этот параметр определяется формой Земли, распределением масс и описывается сложной функцией в зависимости от широты, долготы и радиуса Земли. Его можно представить как сумму потенциала центрального поля тяготения и гармоник разложения потенциала поля тяготения Земли относительно потенциала центрального поля тяготения.

Эти гармоники описывают нецентральность поля тяготения Земли. Анализ показывает, что вторая зональная гармоника, которая физически обусловлена наличием полюсного сжатия Земли, примерно на два порядка больше всех остальных гармоник, вместе взятых. Поэтому при исследовании влияния нецентральности поля тяготения Земли на орбиту ИСЗ обычно отдельно рассматривают влияние полюсного сжатия Земли и аномалий ее поля тяготения (сумму всех гармоник без второй зональной гармоники).

Изменение потенциала поля тяготения Земли в результате полюсного сжатия описывается выражением

$$dU = -\frac{\varepsilon}{3r^3}\left(3\sin^2 i \sin^2 u - 1\right), \tag{1.21}$$

где ε — константа сжатия, $\varepsilon = 2{,}634 \cdot 10^{10}$ кг^5/с^2.

Величина dU является дополнительной потенциальной энергией единичной массы в данной точке поля тяготения, вызывающей возмущение параметров орбиты ИСЗ. Согласно формуле (1.21), можно записать выражения для радиальной, трансверсальной и бинормальной составляющих возмущающего ускорения, обусловленного влиянием полюсного сжатия Земли:

$$S = \frac{\varepsilon\left(3\sin^2 i \sin^2 u - 1\right)}{r^4};$$

$$T = -\frac{\varepsilon \sin^2 i \sin 2u}{r^4}; \tag{1.22}$$

$$W = -\frac{\varepsilon \sin^2 i \sin u}{r^4}.$$

1.4.2. Возмущения орбиты ИСЗ, обусловленные полюсным сжатием Земли

Возмущение линии узлов. Подставим в первое уравнение системы уравнений (1.20) выражение для бинормального возмущающего ускорения W из системы уравнений (1.22). После преобразований и интегрирования получим

$$\delta\Omega = $$

$$= \frac{\varepsilon \cos i}{\mu p^2}\left[-u + \frac{1}{2}\sin 2u - e\sin(u-\omega) + \frac{1}{2}e\sin(u+\omega) + \frac{1}{6}e\sin(3u-\omega)\right]. \tag{1.23}$$

При интегрировании в пределах от u до $u+2\pi$ получим формулу векового ухода восходящего узла траектории за один оборот ИСЗ:

$$\delta\Omega = -\frac{2\pi\varepsilon}{\mu p^2} = \text{const}. \tag{1.24}$$

Проанализируем периодические изменения линии узлов траектории в течение одного оборота спутника. Первое слагаемое в квадратных скобках уравнения (1.23) определяет вековой уход (отклонение). Остальные слагаемые являются функциями синусов с амплитудами:

$$A_1 = \frac{\varepsilon \cos i}{2\mu p^2};\ A_2 = 2eA_1;\ A_3 = \frac{1}{2}A_2;\ A_4 = \frac{1}{3}A_3. \tag{1.25}$$

Для ИСЗ, находящихся на орбитах с небольшим эксцентриситетом ($e < 0{,}1$), наибольшая амплитуда будет у второго слагаемого уравнения (1.23), имеющего удвоенную частоту по сравнению с частотой обращения спутника по орбите. Это обусловлено тем, что спутник за один оборот дважды проходит над полярными областями Земли.

Проведем сравнительный анализ амплитуд периодических изменений и векового ухода линии узлов. Из формул (1.25) и (1.24) получим

$$\frac{A_1}{|\delta\Omega_в|} = \frac{1}{4\pi} = \text{const}.$$

Таким образом, амплитуда периодических изменений линии узлов значительно меньше векового ухода для любых орбит ИСЗ. Поэтому линия узлов под действием полюсного сжатия Земли вращается практически с постоянной угловой скоростью.

Значение векового ухода линии узлов будет максимальным при $i = 0$, $p = p_{\min} = 6\,550$ км и составит $\left(\delta\Omega_{в}\right)_{\max} = 0{,}55$ градус/виток.

Возмущения наклонения орбиты. Подставив во второе уравнение системы уравнений (1.20) выражение для W из системы уравнений (1.22), после преобразований и интегрирования получим

$$\delta i = \frac{\varepsilon \sin 2i}{4\mu p^2}\left[\cos 2u + e\cos\left(u+\omega\right) + \frac{1}{3}e\cos\left(3u-\omega\right)\right]. \qquad (1.26)$$

Угол наклона плоскости орбиты векового ухода не имеет, но существует периодическое изменение угла. Амплитуды трех гармонических составляющих:

$$A_{i1} = \frac{\varepsilon \sin 2i}{4\mu p^2};\ A_{i2} = eA_{i1};\ A_{i3} = \frac{1}{3}A_{i2}. \qquad (1.27)$$

Максимальное возмущение угла наклона плоскости орбиты наблюдается при $i = 45°$ и примерно равно 1,33.

Возмущение параметра орбиты. Подставив в третье уравнение системы (1.20) выражение для T из системы уравнений (1.22), после преобразований и интегрирования получим

$$\delta p = \frac{\varepsilon \sin^2 2i}{\mu p}\left[\cos 2u + e\cos\left(u+\omega\right) + \frac{1}{3}e\cos\left(3u-\omega\right)\right]. \qquad (1.28)$$

Аналогично углу наклона плоскости орбиты параметр орбиты также не имеет вековых уходов, а только периодически изменяется. Амплитуды трех гармонических составляющих:

$$A_{p1} = \frac{\varepsilon \sin^2 i}{\mu p};\ A_{p2} = eA_{p1};\ A_{p3} = \frac{1}{3}A_{p2}. \qquad (1.29)$$

Максимальные отклонения параметра орбиты достигают значений порядка 10 км при минимальных размерах орбиты и наклонении орбиты $i = 90°$.

Возмущения аргумента перигея. Подставляя в выражение для аргумента перигея орбиты из системы уравнений (1.20) выражения для составляющих ускорений из системы уравнений (1.22), после преобразований и интегрирования получаем

$$\delta\omega = \frac{\varepsilon}{\mu p^2}\left\{S_0 u + \frac{1}{e}\left[S_1 \sin(u-\omega) + S_2 \sin(u+\omega) + S_3 \sin(3u-\omega)\right] + \right.$$

$$+ (D_4 - 0{,}5)\sin 2u + D_5 \sin(2u - 2\omega) + D_6 \sin(4u - 2\omega) +$$

$$\left. + e\left[D_7 \sin(3u - 3\omega) + D_8 \sin(u - 3\omega) + D_9 \sin(5u - 3\omega)\right]\right\}, \quad (1.30)$$

где

$$S_0 = 2 - 2{,}5\sin^2 i; \;\; S_1 = 1 + \frac{7}{4}e^2 - \left(\frac{3}{2} + \frac{17}{8}e^2\right)\sin^2 i;$$

$$S_2 = -\frac{1}{4}\left(1 - \frac{17}{4}e^2\right)\sin^2 i - \frac{1}{2}e^2; \;\; S_3 = \frac{1}{12}\left(7 + \frac{17}{4}e^2\right)\sin^2 i - \frac{1}{2}e^2;$$

$$D_4 = \frac{5}{4}\sin^2 i; \;\; D_5 = -0{,}5\left(1{,}5\sin^2 i - 1\right);$$

$$D_6 = \frac{3}{8}\sin^2 i; \;\; D_7 = -\frac{1}{12}\left(\frac{3}{2}\sin^2 i - 1\right); \;\; D_8 = \frac{1}{16}\sin^2 i; \;\; D_9 = \frac{1}{16}\sin^2 i.$$

Интегрирование уравнения (1.30) в пределах от 0 до 2π дает выражение для векового ухода аргумента перигея орбиты:

$$\delta\omega_в = \frac{\pi\varepsilon}{\mu p^2}\left(5\cos^2 i - 1\right). \quad (1.31)$$

Аргумент перигея имеет вековой уход, максимальное значение которого для экваториальных орбит ИСЗ и при минимальных размерах орбиты может достигать 1,1° на один оборот (виток) спутника. Для орбит с наклонением $i = 63{,}43°$ вековой уход линии апсид равен нулю. Амплитуды периодических отклонений аргумента перигея орбиты ИСЗ для малых значений эксцентриситета могут достигать нескольких градусов.

Возмущения эксцентриситета орбиты. Подставляя в дифференциальное уравнение эксцентриситета системы уравнений (1.20) выражения для составляющих ускорений из (1.22), после интегрирования и преобразований получаем

$$\delta e = \frac{\varepsilon}{\mu p^2}\{D_1\cos(u-\omega)+D_2\cos(u+\omega)+D_3\cos(3u-\omega)+$$

$$+ e\left[D_4\cos 2u + D_5\cos(2u-2\omega)+D_6\cos(4u-2\omega)\right]+$$

$$+ e^2\left[D_7\cos(3u-3\omega)+D_8\cos(u-3\omega)+D_9\cos(5u-3\omega)\right]\}, \quad (1.32)$$

где

$$D_1 = -\left(1+\frac{1}{4}e^2\right)\left(1{,}5\sin^2 i - 1\right);$$

$$D_2 = \frac{1}{4}\left(1+\frac{11}{4}e^2\right)\sin^2 i;$$

$$D_3 = \frac{1}{12}\left(7+\frac{17}{4}e^2\right)\sin^2 i.$$

Интегрирование уравнения (1.32) в пределах $0\ldots 2\pi$ показывает, что вековых уходов от действия нецентрального поля тяготения Земли эксцентриситет орбиты не имеет. Максимальная амплитуда периодических отклонений эксцентриситета практически не зависит от формы орбиты и составляет $\dfrac{\varepsilon}{\mu p_{\min}^2} = 0{,}0016.$

Возмущение радиуса и высоты полета. Высоту полета КА определим по формуле

$$h = r - R_{\text{ср}}, \quad (1.33)$$

где $R_{\text{ср}}$ — средний радиус Земли в плоскости орбиты ИСЗ с учетом сжатия, $R_{\text{ср}} = 6378{,}245\left(1-0{,}00335233\sin^2 i\sin^2 u\right)$ (км).

Радиус орбиты ИСЗ

$$r = \frac{p}{1+e\cos(u-\omega)}.$$

Для инженерной оценки возмущений радиуса орбиты ИСЗ после дифференцирования выражения для радиуса и замены бесконечно малых на конечные малые возмущения получаем простую зависимость

$$\delta r = \frac{\delta p - r\delta e\cos(u-\omega) - re\delta\omega\sin(u-\omega)}{1+e\cos(u-\omega)}. \qquad (1.34)$$

По формуле (1.34) для заданного значения углового расстояния ИСЗ от восходящего узла орбиты определяем отклонение радиуса орбиты ИСЗ от его невозмущенного значения. Соответствующие отклонения элементов орбиты рассчитываем по формулам (1.28), (1.30) и (1.32).

Анализ орбит ИСЗ, рассчитанных с учетом полюсного сжатия Земли, показывает, что спутник как бы «обкатывает» Землю, поднимаясь над экваториальными областями и опускаясь над полюсами. Эти изменения радиуса орбиты ИСЗ меньше, чем изменения радиуса поверхности Земли.

Изменение высоты полета ИСЗ над поверхностью Земли имеет знакопеременный характер. При движении спутника по круговой орбите над экватором высота полета меньше его среднего значения, а над полярными областями больше.

1.4.3. Возмущения орбиты ИСЗ, вызываемые аномалиями поля тяготения Земли

Аномалии поля тяготения Земли вызваны неравномерным распределением масс различной плотности в земной коре. Поэтому дополнительный потенциал от аномалий, вызванных действием силы тяготения Земли, является функцией радиуса, широты и долготы рассматриваемой точки пространства.

Этот дополнительный потенциал, записанный вместе с членами выражения, учитывающими сжатие Земли, можно представить в следующем виде:

$$U_{\text{доп}} = \frac{\mu}{R}\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \times$$

$$\times\left(c_{nm}\cos(m\lambda) + d_{nm}\sin(m\lambda)\right)P_{nm}(\sin\varphi), \qquad (1.35)$$

где R — экваториальный радиус Земли; r, φ, λ — радиус, широта и долгота рассматриваемой точки; P_{nm} — сферические функции; c_{nm}, d_{nm} — постоянные коэффициенты разложения.

Дифференцируя выражение (1.35) по направлениям — радиусу к центру Земли, меридиану на север и широте на восток, — получаем

$$\Delta g_r = \frac{\mu}{R^2}\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(n+1)\left(\frac{R}{r}\right)^{n+2}\times$$
$$\times\left(c_{nm}\cos(m\lambda)+d_{nm}\sin(m\lambda)\right)P_{nm}(\sin\varphi);$$

$$\Delta g_\varphi = \frac{\mu}{R^2}\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{R}{r}\right)^{n+2}\times \tag{1.36}$$
$$\times\left(c_{nm}\cos(m\lambda)+d_{nm}\sin(m\lambda)\right)\frac{\partial P_{nm}}{\partial\varphi}(\sin\varphi);$$

$$\Delta g_\lambda = \frac{\mu}{R^2}\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{R}{r}\right)^{n+2}\times$$
$$\times m\left(-c_{nm}\sin(m\lambda)+d_{nm}\cos(m\lambda)\right)P_{nm}(\sin\varphi).$$

В дифференциальные уравнения оскулирующих элементов подставляем следующие выражения для возмущающих ускорений:

$$S = -\Delta g_r;$$
$$T = \Delta g_\varphi\cos\delta + \Delta g_\lambda\sin\delta; \tag{1.37}$$
$$W = \Delta g_\varphi\sin\delta - \Delta g_\lambda\cos\delta,$$

где $\sin\delta = \dfrac{\cos i}{\cos\varphi}$; $\cos\delta = \sin\lambda\dfrac{\cos u}{\cos\varphi}$; δ — угол между плоскостью орбиты и плоскостью меридиана подспутниковой точки[1].

[1] Значения коэффициентов разложения приведены в работе *Назаренко А.И., Скребушевского Б.С.* «Эволюция и устойчивость спутниковых систем». М.: Машиностроение, 1981.

Отклонения координат за счет аномалий, вызванных полем тяготения Земли, имеют порядок сотен метров, а составляющие скорости — сотых долей метров в секунду за период несколько оборотов ИСЗ по орбите. Расчет влияния аномалий, вызванных полем тяготения Земли, на изменение элементов орбиты ИСЗ проводят методом численного интегрирования системы дифференциальных уравнений.

1.4.4. Возмущения орбиты ИСЗ, обусловленные влиянием атмосферы Земли

Возмущающее ускорение, действие которого обусловлено влиянием атмосферы Земли, направленное по касательной к траектории ИСЗ, вычсисляют по формуле

$$L = -c_x \frac{S_м}{2m} \rho v^2 = \sigma_x \rho v^2, \qquad (1.38)$$

где c_x — коэффициент лобового аэродинамического сопротивления[1]. Для верхних слоев атмосферы $c_x = 2\ldots2{,}5$; $S_м$ — площадь миделевого сечения (миделя)[2]; для ориентированных ИСЗ $S_м$ равна максимальной площади сечения корпуса ИСЗ, перпендикулярного направлению полета, для неориентированных ИСЗ $S_м = \frac{S_п}{4}$ ($S_п$ — площадь всей поверхности ИСЗ); σ_x — баллистический коэффициент, $\sigma_x = \frac{c_x S_м}{2m}$; ρ — плотность атмосферы, ее значение вычисляют либо по таблицам ГОСТ 25645.101—83 «Атмосфера Земли верхняя», либо по формуле

$$\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{h - h_0}{H}\right), \qquad (1.39)$$

где ρ_0 — плотность атмосферы на высоте h_0; H — высота однородной атмосферы. Высоту полета ИСЗ определяют по формуле (1.33).

---

[1] *Эльясберг П.Е.* Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1965.

[2] Там же.

В ГОСТ 25645.101—83 приведены 10 таблиц значений $\rho(h)$, $H(h)$ и $F(h)$ для 10 значений индекса солнечной активности $F_{\odot} = 65\ldots275$. Поэтому перед проведением расчетов необходимо определить уровень солнечной активности. Функция $F(h)$ численно равна времени перехода (в сутках) ИСЗ с единичным баллистическим коэффициентом от начальной высоты круговой орбиты до критической высоты, при достижении которой спутник прекращает свое существование на орбите. В прил. 3 в качестве примера приведены значения функций ρ, H и $F(h)$ для среднего индекса солнечной активности $F_{\odot} = 150$.

Вековые уходы параметров орбиты ИСЗ вследствие влияния атмосферы Земли имеют параметр и эксцентриситет орбиты. Дифференциальные уравнения изменения параметра и эксцентриситета орбиты при действии касательного возмущающего ускорения можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\vartheta} &= \frac{2p^3}{\mu}\frac{L}{\sqrt{1+2e\cos\vartheta+e^2\left(1+e\cos\vartheta\right)^2}}; \\ \frac{de}{d\vartheta} &= \frac{2p^2}{\mu}\frac{L}{\sqrt{1+2e\cos\vartheta+e^2\left(1+e\cos\vartheta\right)^2}}. \end{aligned} \tag{1.40}$$

Для круговой орбиты $e = 0$, интегрируя выражение (1.40), получаем

$$\begin{aligned} \delta p_{\text{в}} &= \int_0^{2\pi}\frac{dp}{d\vartheta}d\vartheta = \frac{2p^3L}{\mu}\int_0^{2\pi}d\vartheta = \frac{4\pi p^3L}{\mu}; \\ \delta e_{\text{в}} &= \int_0^{2\pi}\frac{de}{d\vartheta}d\vartheta = \frac{2p^2L}{\mu}\int_0^{2\pi}\cos\vartheta d\vartheta = 0. \end{aligned} \tag{1.41}$$

Таким образом, в первом приближении круговая орбита ИСЗ не теряет своей формы в атмосфере Земли. Практически траектория спутника в земной атмосфере представляет собой круговую спираль с увеличивающимся шагом.

Дифференцируя выражения для скорости и периода обращения, подставляя в уравнения (1.41) значения L и полагая $p = r$, после преобразований получаем

$$\frac{\delta r_{\text{в}}}{r} = -4\pi\sigma_x \rho r;$$

$$\frac{\delta v_{\text{в}}}{v} = 2\pi\sigma_x \rho r; \qquad (1.42)$$

$$\frac{\delta T_{\text{в}}}{T} = 6\pi\sigma_x \rho r.$$

Для эллиптической орбиты $0 < e < 1$.

Используя уравнения (1.40) и выражение для скорости при полете ИСЗ по эллиптической орбите, получаем уравнения следующего вида:

$$\delta p_{\text{в}} = \int_0^{2\pi} \frac{dp}{d\vartheta} d\vartheta = -2\sigma_x p^2 \int_0^{2\pi} \rho \frac{\sqrt{1 + 2e\cos\vartheta + e^2}}{(1 + e\cos\vartheta)^2} d\vartheta;$$
$$\delta e_{\text{в}} = \int_0^{2\pi} \frac{dp}{d\vartheta} d\vartheta = -2\sigma_x p \int_0^{2\pi} \rho \frac{(e + \cos\vartheta)\sqrt{1 + 2e\cos\vartheta + e^2}}{(1 + e\cos\vartheta)^2} d\vartheta. \qquad (1.43)$$

Преобразуем выражения (1.43). Перейдем от истинной аномалии ϑ к эксцентрической аномалии E. Введем безразмерный коэффициент $\nu = \frac{ae}{H}$. Вычислим полученные интегралы путем разложения подынтегральных функций в ряды по степеням эксцентриситета и коэффициента ν. В результате получим формулы для определения вековых уходов параметра и эксцентриситета для двух расчетных случаев.

1. При $\nu > 1{,}5$

$$\delta p_{\text{в}} = -2\sqrt{\frac{2\pi p H}{e}}\, p\sigma_x \rho_\pi f_0(\nu);$$
$$\delta e_{\text{в}} = 2\sqrt{\frac{2\pi p H}{e}}\,(1 + e)\sigma_x \rho_\pi f_1(\nu), \qquad (1.44)$$

где $f_0(\nu) = 1 + \frac{1}{8\nu} + \frac{1}{128\nu^2} + \ldots$; $f_1(\nu) = 1 - \frac{1}{8\nu} - \frac{1}{128\nu^2} + \ldots$

2. При $\nu \le 1{,}5$

$$\delta e_{\text{в}} = -4\pi p^2 \sigma_x \rho_{\text{ср}} \left(1 + \frac{\nu^2}{4} + \frac{\nu^4}{64} + \ldots\right);$$

$$\delta e_{\text{в}} = -2\pi p^2 \sigma_x \rho_{\text{ср}} \left[\nu\left(1 + \frac{\nu^2}{4} + \frac{\nu^4}{64} + \ldots.\right) + e\left(1 + \frac{3\nu^2}{8} + \frac{5\nu^4}{192} + \ldots\right)\right], \tag{1.45}$$

где $\rho_{\text{ср}}$ — средняя плотность атмосферы, $\rho_{\text{ср}} = \rho_\pi \exp(-\nu)$. В формулах (1.44) и (1.45) приняты следующие единицы измерения величин: p — м; H — м; σ_x — м^2/кг; ρ— кг/м^3.

В теории невозмущенного движения используются формулы для перигея и апогея орбиты ИСЗ:

$$r_\pi = \frac{p}{1+e}; \quad r_\alpha = \frac{p}{1-e}.$$

Дифференцируя эти выражения и заменяя бесконечно малые величины конечными вековыми уходами параметров орбиты, получаем

$$\delta r_{\pi\text{в}} = \frac{\delta p_{\text{в}} - r_\pi \delta e_{\text{в}}}{1+e} < 0; \quad \delta r_{\alpha\text{в}} = \frac{\delta p_{\text{в}} + r_\alpha \delta e_{\text{в}}}{1-e} < 0. \tag{1.46}$$

Из выражений (1.46) следует, что перигей и апогей орбиты ИСЗ уменьшаются под действием атмосферы, причем изменение перигея по модулю меньше, чем изменение апогея. Это обусловлено тем, что в районе перигея возмущающее касательное ускорение торможения значительно больше, чем в районе апогея, так как в районе перигея скорость ИСЗ и плотность атмосферы выше, чем в районе апогея. Из теории малых возмущений известно, что влияние касательного возмущения вызывает наибольшее изменение радиуса орбиты ИСЗ через 180°. Поэтому большое возмущающее торможение в районе перигея вызывает значительное снижение апогея, к концу существования ИСЗ он практически находится на круговой орбите.

1.4.5. Возмущения орбиты ИСЗ, обусловленные действием третьих тел (Луны, Солнца)

В процессе полета в околоземном пространстве ИСЗ испытывает воздействие полей тяготения третьих тел — Луны, Солнца и др.

В общем случае возмущающее ускорение, действующее на ИСЗ, в задаче трех тел можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{F} = \frac{\mu_C \boldsymbol{\rho}_1}{\rho_1^3} - \frac{\mu_C \boldsymbol{\rho}}{\rho^3}, \tag{1.47}$$

где $\boldsymbol{\rho}_1$ — радиус-вектор — расстояние между ИСЗ и Солнцем; $\boldsymbol{\rho}$ — радиус-вектор — расстояние между Землей и Солнцем; μ_C — гравитационный параметр Солнца.

Проекции возмущающего ускорения соответственно на радиальную, трансверсальную и бинормальную оси координат:

$$S = \mu_C \frac{r}{p^3}\left(3\cos^2 \varphi_1 - 1\right);$$

$$T = -3\mu_C \frac{r}{\rho^3}\cos\varphi_1\left(\sin u \cos\eta - \cos u \sin\eta \cos i\right); \tag{1.48}$$

$$W = -3\mu_C \frac{r}{\rho^3}\cos\varphi_1 \sin\eta \sin i,$$

где φ_1 — угол между радиусом Земля — Солнце и радиусом орбиты ИСЗ; η — угол между линией узлов и радиусом Земля — Солнце.

Возмущения первого порядка для оскулирующих элементов орбиты за один оборот ИСЗ можно определить по формуле

$$\delta Э_в = \int_0^{2\pi} \frac{dЭ}{du} du,$$

где $\frac{dЭ}{du}$ — дифференциальное уравнение для соответствующего оскулирующего элемента орбиты.

Поскольку значения радиус-векторов, определяющих положения ИСЗ, Земли и Солнца переменны, то и уходы оскулирующих элементов под действием полей тяготения третьих тел также будут переменными. Поэтому для прогноза изменения элементов орбиты ИСЗ на длительный срок используются вековые уходы элементов орбиты за период обращения возмущающего тела

$$\delta Э_{\text{век}} = \frac{1}{2\pi}\left|\frac{T_{\text{в.т}}}{T_{\text{ИСЗ}}}\right|\int_0^{2\pi}\delta Э_{\text{в}}(\eta)\,d\eta, \qquad (1.49)$$

где $T_{\text{в.т}}$ — период обращения возмущающего тела; $T_{\text{ИСЗ}}$ — период обращения ИСЗ.

При расчете влияния полей тяготения Луны и Солнца на вековые уходы элементов орбит ИСЗ вводят коэффициент ξ_1. Для Луны $\xi_{\text{Л}} = 0{,}56\cdot 10^{-7}\left(\frac{a}{R}\right)^3$, для Солнца $\xi_{\text{С}} = 0{,}26\cdot 10^{-7}\left(\frac{a}{R}\right)^4$, где a — большая полуось орбиты ИСЗ; R — экваториальный радиус Земли.

В первом приближении вековые уходы элементов орбиты ИСЗ за один оборот возмущающего тела можно вычислить по следующим формулам:

$$\delta\Omega_{\text{в.т}} = -1{,}5\frac{\pi}{\sqrt{1-e^2}}\xi_i\left|\frac{T_{\text{в.т}}}{T_{\text{ИСЗ}}}\right|\cos i\left[1-e^2(1-5\sin^2\omega)\right]; \qquad (1.50)$$

$$\delta\omega_{\text{в.т}} = 1{,}5\frac{\pi}{\sqrt{1-e^2}}\xi_i\left|\frac{T_{\text{в.т}}}{T_{\text{ИСЗ}}}\right|\times$$

$$\times\left[2-5\sin^2\omega\left(1-\cos^2 i\right)+e^2\left(5\sin^2\omega-2\right)\right]; \qquad (1.51)$$

$$\delta i_{\text{в.т}} = -\frac{15}{8}\frac{\pi}{\sqrt{1-e^2}}\xi_i e^2\left|\frac{T_{\text{в.т}}}{T_{\text{ИСЗ}}}\right|\sin 2i\,\sin 2\omega; \qquad (1.52)$$

$$\delta e_{\text{в.т}} = \frac{15}{4}\pi\xi_i e\left|\frac{T_{\text{в.т}}}{T_{\text{ИСЗ}}}\right|\sqrt{1-e^2}\,\sin^2 i\sin 2\omega; \qquad (1.53)$$

$$\delta a_{\text{в.т}} = 0. \qquad (1.54)$$

Отметим, что действие полей тяготения Луны и Солнца не вызывает векового ухода большой полуоси орбиты ИСЗ.

1.4.6. Влияние давления солнечного света на параметры орбиты ИСЗ

На ИСЗ, освещенный солнечным светом, действует возмущающая сила светового давления. Возмущающее ускорение при этом вычисляют по следующей зависимости:

$$F = \frac{S_1 q_0 \xi}{m}\left(\frac{\rho_{ср}}{\rho}\right)^2, \qquad (1.55)$$

где m — масса ИСЗ; S_1 — площадь сечения корпуса ИСЗ, перпендикулярная направлению солнечного света; q_0 — световое давление на среднем расстоянии от Солнца до Земли; $\rho_{ср}$ — среднее расстояние между Солнцем и Землей; ρ — расстояние между ИСЗ и Солнцем; ξ — коэффициент, зависящий от характера отражения света и распределения теплового излучения по поверхности ИСЗ, ξ =1,0…1,44.

Если принять, что для низкоорбитальных ИСЗ световой поток направлен по радиусу Солнце — Земля, то можно записать выражения для проекций возмущающего ускорения на радиальное, трансверсальное и бинормальное направления соответственно в следующем виде:

$$S = -F\left(\cos u \cos\eta + \sin u \sin\eta \cos i\right);$$

$$W = F \sin\eta \sin i; \qquad (1.56)$$

$$T = F\left(\sin u \cos\eta - \cos u \sin\eta \cos i\right).$$

Подставив формулы (1.56) в дифференциальные уравнения оскулирующих элементов орбиты (1.20), после интегрирования определим возмущения параметров орбиты ИСЗ.

Для круговой орбиты ИСЗ при высоте полета $h = 1\,000$ км и $\xi = 1,44$ значения максимального изменения радиуса орбиты в зависимости от отношения площади сечения ИСЗ к его массе, равного 0,001, 0,01 и 10, соответственно составляют 0,01, 1,04 и 25,0 км.

1.4.7. Оценка времени существования ИСЗ на орбите

Время существования ИСЗ на орбите зависит от множества факторов: влияния атмосферы Земли, полей тяготения Луны и Солнца, давления солнечного света и др. При этом время существования конкретного ИСЗ на орбите определяется начальными значениями высоты перигея, эксцентриситета орбиты и значением баллистического коэффициента. Для ИСЗ с небольшими значениями высоты перигея и малыми значениями эксцентриситета основным естественным возмущающим фактором, обусловливающим время существования спутника, будет атмосфера Земли.

Основным методом расчета времени существования ИСЗ на орбите является метод интегрирования системы дифференциальных уравнений оскулирующих элементов орбиты. Интегрирование уравнений проводится от момента начала движения спутника по орбите до его попадания на критическую высоту. Однако и в этом случае ошибка прогноза времени существования спутника на орбите составит 5…10 %. Это обусловлено тем, что прогноз плотности атмосферы на высоте полета спутников вследствие отсутствия точной динамической модели атмосферы Земли осуществляется с достаточно большими ошибками. В связи с этим целесообразно использовать формулы для инженерной оценки времени существования спутника на орбите.

Для ИСЗ, находящегося на круговой орбите менее одного года, это время (в сут) можно определить по формуле

$$t_{\text{сущ}} = \frac{F(h)}{\sigma_x}, \qquad (1.57)$$

где $F(h)$ — функция времени существования ИСЗ с единичным баллистическим коэффициентом на круговой орбите, определяемая по таблицам ГОСТ 25645.101—83 для заданного индекса солнечной активности.

Для ИСЗ с бóльшим временем существования необходимо определять снижение высоты полета за каждый последующий год при соответствующем индексе солнечной активности. Функцию $F(h)$ можно использовать для определения времени снижения высоты круговой орбиты ИСЗ с h_0 до $h_к$:

$$\Delta t = \frac{F(h_0) - F(h_к)}{\sigma_x}. \qquad (1.58)$$

1.5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ИСЗ

Формулы, приведенные в разд. 1.3 и 1.4, позволяют на этапе проектирования орбиты ИСЗ оценить пределы изменения элементов орбиты за время существования спутника. Достаточно точный прогноз изменения элементов орбиты можно сделать только путем интегрирования систем дифференциальных уравнений, описывающих пространственное движение ИСЗ с учетом действия возмущающих факторов.

Рассмотрим основные математические модели пространственного движения ИСЗ.

1.5.1. Математическая модель пространственного движения ИСЗ в проекциях на оси АГЭСК

При формировании математической модели движения ИСЗ учитывается влияние полюсного сжатия Земли, ее атмосферы, полей тяготения Луны и Солнца, давления солнечного света и работы ДУ:

$$\begin{aligned}
\frac{dv_x}{dt} &= F_x + F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4};\\
\frac{dv_y}{dt} &= F_y + F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4}; \qquad (1.59)\\
\frac{dv_z}{dt} &= F_z + F_{z1} + F_{z2} + F_{z3} + F_{z4};
\end{aligned}$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x;$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y; \qquad (1.59)$$

$$\frac{dz}{dt} = v_z,$$

где F_x, F_y, F_z — проекции ускорения под действием поля тяготения Земли с учетом ее полюсного сжатия; F_{x1}, F_{y1}, F_{z1} — проекции ускорения под действием поля тяготения Солнца и давления солнечного света; F_{x2}, F_{y2}, F_{z2} — проекции ускорения под действием поля тяготения Луны; F_{x3}, F_{y3}, F_{z3} — проекции ускорения под действием атмосферы Земли; F_{x4}, F_{y4}, F_{z4} — проекции ускорения под действием работы ДУ.

Ниже приведены уравнения, позволяющие вычислить влияние указанных факторов.

Влияние поля тяготения Земли

$$F_x = -\frac{x}{r^3}\left[\mu - \frac{\varepsilon}{r^2}\left(\frac{5z^2}{r^2} - 1\right)\right];$$

$$F_y = -\frac{y}{r^3}\left[\mu - \frac{\varepsilon}{r^2}\left(\frac{5z^2}{r^2} - 1\right)\right]; \qquad (1.60)$$

$$F_z = -\frac{z}{r^3}\left[\mu - \frac{\varepsilon}{r^2}\left(\frac{5z^2}{r^2} - 3\right)\right];$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

где $\mu = 3{,}98602 \cdot 10^{14}$ м^3/с^2; $\varepsilon = 2{,}634 \cdot 10^{25}$ м^5/с^2.

При учете других гармоник разложения потенциала поля тяготения Земли в уравнения (1.60) добавляют их соответствующие значения.

Влияние поля тяготения Солнца и давления солнечного света

$$F_{x1} = \mu_1 \left[(1-\chi) \frac{x_1 - x}{r_{10}^3} - \frac{x_1}{r_1^3} \right];$$

$$F_{y1} = \mu_1 \left[(1-\chi) \frac{y_1 - y}{r_{10}^3} - \frac{y_1}{r_1^3} \right]; \qquad (1.61)$$

$$F_{z1} = \mu_1 \left[(1-\chi) \frac{z_1 - z}{r_{10}^3} - \frac{z_1}{r_1^3} \right],$$

где μ_1 — гравитационный параметр Солнца, $\mu_1 = 1{,}32718 \cdot 10^{20}$ м^3/с^2; r_1 — расстояние между Землей и Солнцем, $r_1 = \dfrac{p_1}{1 + e_1 \cos(u_1 - \omega_1)}$; r_{10} — расстояние между ИСЗ и Солнцем, $r_{10} = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2}$; χ — безразмерный коэффициент, $\chi = 7{,}42 \cdot 10^{-4} \xi \dfrac{S_1}{m}$; ξ — коэффициент степени отражения солнечных лучей, $1 \le \xi \le 2$; S_1 — площадь сечения корпуса ИСЗ, перпендикулярная направлению солнечных лучей; m — масса ИСЗ.

Для расчета координат положения Солнца в АГЭСК необходимо знать кеплеровы элементы орбиты Ω_1, i_1, p_1, e_1 и ω_1, а также угловое положение Солнца u_{10} в начальный момент времени t_0. Используя эти данные, определяем начальное значение средней аномалии орбиты ИСЗ, обусловленное действием поля тяготения Солнца:

$$\vartheta_{10} = u_{10} - \omega_1;$$

$$\operatorname{tg} \frac{E_{10}}{2} = \sqrt{\frac{1 - e_1}{1 + e_1}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta_{10}}{2}; \qquad (1.62)$$

$$M_{10} = E_{10} - e_1 \sin E_{10}.$$

Затем для текущего момента времени t определяем значения следующих величин:

$$
\begin{gathered}
M_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{a_1^3}}(t - t_0) + M_{10}; \\
E_1 = M_1 + e_1 \sin E_1; \\
\operatorname{tg}\frac{\vartheta_1}{2} = \sqrt{\frac{1+e_1}{1-e_1}}\operatorname{tg}\frac{E_1}{2}; \\
u_1 = \vartheta_1 + \omega_1; \\
r_1 = \frac{p_1}{1 + e_1 \cos\vartheta_1}; \\
x_1 = r_1(\cos\Omega_1 \cos u_1 - \sin\Omega_1 \cos i_1 \sin u_1); \\
y_1 = r_1(\sin\Omega_1 \cos u_1 + \cos\Omega_1 \cos i_1 \sin u_1); \\
z_1 = r_1 \sin i_1 \sin u_1.
\end{gathered}
\tag{1.63}
$$

Влияние поля тяготения Луны

$$
\begin{gathered}
F_{x2} = \mu_2\left(\frac{x_2 - x}{r_{20}^3} - \frac{x_2}{r_2^3}\right); \\
F_{y2} = \mu_2\left(\frac{y_2 - y}{r_{20}^3} - \frac{y_2}{r_2^3}\right); \\
F_{z2} = \mu_2\left(\frac{z_2 - z}{r_{20}^3} - \frac{z_2}{r_2^3}\right),
\end{gathered}
\tag{1.64}
$$

где μ_2 — гравитационный параметр Луны, $\mu_2 = 4{,}903 \cdot 10^{12}$ м^3/с^2; r_2 — расстояние между Землей и Луной, $r_2 = \dfrac{p_2}{1 + e_2 \cos(u_2 - \omega_2)}$; r_{20} — расстояние между ИСЗ и Луной, $r_{20} = \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2}$.

Для расчета координат положения Луны в АГЭСК необходимо знать кеплеровы элементы орбиты Ω_2, i_2, p_2, e_2 и ω_2, а также угловое положение Луны u_{20} в начальный момент времени t_0. Исполь-

зуя эти данные, определяем начальное значение средней аномалии орбиты ИСЗ, обусловленное действием поля тяготения Луны:

$$\vartheta_{20} = u_{20} - \omega_2;$$

$$\operatorname{tg}\frac{E_{20}}{2} = \sqrt{\frac{1-e_2}{1+e_2}}\operatorname{tg}\frac{\vartheta_{20}}{2}; \qquad (1.65)$$

$$M_{20} = E_{20} - e_2 \sin E_{20}.$$

Далее для текущего момента времени t определяем:

$$M_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{a_2^3}}(t - t_0) + M_{20};$$

$$E_2 = M_2 + e_2 \sin E_2;$$

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta_2}{2} = \sqrt{\frac{1+e_2}{1-e_2}}\operatorname{tg}\frac{E_2}{2};$$

$$u_2 = \vartheta_2 + \omega_2; \qquad (1.66)$$

$$r_2 = \frac{p_2}{1 + e_2 \cos\vartheta_2};$$

$$x_2 = r_2(\cos\Omega_2 \cos u_2 - \sin\Omega_2 \cos i_2 \sin u_2);$$

$$y_2 = r_2(\sin\Omega_2 \cos u_2 + \cos\Omega_2 \cos i_2 \sin u_2);$$

$$z_2 = r_2 \sin i_2 \sin u_2.$$

Влияние атмосферы Земли

$$F_{x3} = -\sigma_x \rho v_в^2 \frac{v_x}{v};$$

$$F_{y3} = -\sigma_x \rho v_в^2 \frac{v_y}{v}; \qquad (1.67)$$

$$F_{z3} = -\sigma_x \rho v_в^2 \frac{v_z}{v},$$

где $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$; $v_в^2 = \left(v_x - \omega_З y\right)^2 + \left(v_y - \omega_З x\right)^2 + v_z^2$; σ_x — баллистический коэффициент, $\sigma_x = \dfrac{S_м c_x}{2m}$; $\omega_З$ — угловая скорость вращения Земли, $\omega_З = 7{,}29211 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$; $\rho\left(h, F_\odot\right)$ — плотность атмосферы; $F_\odot$ — индекс солнечной активности, по которому вы-

бирают из ГОСТ 25645.101—83 значение изменения плотности атмосферы в функции высоты; h — высота полета ИСЗ, $h = r - 6378245\left(1 - 0{,}00335233\frac{z^2}{r^2}\right)$ м.

Влияние работы ДУ

$$F_{x3} = \frac{P_x}{m};$$
$$F_{y3} = \frac{P_y}{m}; \qquad (1.68)$$
$$F_{z3} = \frac{P_z}{m},$$

где P_x, P_y, P_z — проекции вектора тяги ДУ на оси АГЭСК; m — масса ИСЗ, $m = m_0 - |\dot{m}|(t - t_н)$; $t_н$ — время начала работы ДУ; $|\dot{m}|$ — массовый расход топлива.

1.5.2. Математическая модель пространственного движения ИСЗ в проекциях на оси ГОСК

Пространственное движение низкоорбитальных ИСЗ происходит в относительно плотных слоях атмосферы. Ошибка прогноза атмосферы составляет порядка нескольких процентов плотности по стандартной атмосфере Земли. Учитывать влияние полей тяготения Луны и Солнца в этом случае нецелесообразно, так как если не учитывать влияние полей тяготения Луны и Солнца, то ошибка будет меньше по сравнению с ошибкой прогноза плотности атмосферы.

Рассмотрим математическую модель движения ИСЗ с учетом второй зональной гармоники полюсного сжатия Земли и атмосферы Земли. В проекциях на оси ГОСК получим:

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{Ax}{r} + \omega_3^2 x + 2\omega_3 v_y - \sigma_x \rho v v_x;$$
$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{Ay}{r} + \omega_3^2 y - 2\omega_3 v_x - \sigma_x \rho v v_y;$$
$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{(A - 2B)z}{r} - \sigma_x \rho v v_z;$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x;$$
$$\frac{dy}{dt} = v_y; \qquad (1.69)$$
$$\frac{dz}{dt} = v_z,$$

где $B = \frac{\varepsilon}{r^4}$; $A = -\frac{\mu}{r^2} + B\left(5\frac{z^2}{r^2} - 1\right)$; $r_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

Географические долготу и широту определяем по следующим формулам:

$$\sin\lambda = \frac{y}{r_1}; \quad \cos\lambda = \frac{x}{r_1};$$
$$\sin\varphi_г = \frac{z}{\sqrt{\left[\left(1 - 0{,}00335233\right)^2 r_1\right]^2 + z^2}}. \qquad (1.70)$$

1.5.3. Математическая модель пространственного движения ИСЗ в проекциях на оси орбитальной системы координат

Движение ИСЗ рассматривается в текущем положении плоскости его орбиты. При этом плоскость орбиты непрерывно изменяет пространственное положение в АГЭСК. В плоскости орбиты ИСЗ фиксируется базовая ось $O\xi$, относительно которой определяется угловое положение φ ИСЗ. Угловое расстояние ИСЗ относительно восходящего узла его орбиты определяется аргументом широты u.

Основными направлениями являются:

– радиальное направление по радиусу орбиты ИСЗ (v_r, S — радиальные составляющие скорости и ускорения);

– трансверсальное направление в плоскости орбиты ИСЗ, перпендикулярное радиусу орбиты (v_n, T — трансверсальные составляющие скорости и ускорения);

– бинормальное направление, перпендикулярное плоскости орбиты ИСЗ (W — бинормальное ускорение).

Дифференциальные уравнения движения ИСЗ:

$$\begin{aligned}
\frac{dv_r}{dt} &= \frac{V_n^2}{r} - \frac{\mu}{r^2} + S;\\
\frac{dv_n}{dt} &= -\frac{v_r v_n}{r} + T;\\
\frac{dr}{dt} &= v_r;\\
\frac{d\varphi}{dt} &= \frac{v_n}{r};\\
\frac{di}{dt} &= \frac{\cos u}{v_n} W;\\
\frac{d\Omega}{dt} &= \frac{\sin u}{v_n \sin i} W;\\
\frac{du}{dt} &= \frac{d\varphi}{dt} - \frac{d\Omega}{dt}\cos i.
\end{aligned} \tag{1.71}$$

Пусть заданы начальные условия: v_{r0}, v_{n0}, r_0, φ_0, i_0, Ω_0, u_0 и t_0. Если базовая ось $O\xi$ совмещена с направлением радиуса r в момент начала расчета, то $\varphi_0 = 0$. После интегрирования имеем v_r, v_n, r, φ, i, Ω, u, t.

Координаты и составляющие скорости ИСЗ в АГЭСК определяем по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
c_{11} &= \cos u \cos\Omega - \sin u \sin\Omega \cos i;\\
c_{12} &= \cos u \sin\Omega + \sin u \cos\Omega \cos i;\\
c_{13} &= \sin u \sin i;\\
c_{21} &= -\sin u \cos\Omega - \cos u \sin\Omega \cos i;\\
c_{22} &= -\sin u \sin\Omega + \cos u \cos\Omega \cos i;\\
c_{23} &= \cos u \sin i;
\end{aligned} \tag{1.72}$$

$$x = rc_{11};$$
$$y = rc_{12}; \tag{1.73}$$
$$z = rc_{13};$$

$$v_x = v_r c_{11} + v_n c_{21};$$
$$v_y = v_r c_{12} + v_n c_{22}; \tag{1.74}$$
$$v_z = v_r c_{13} + v_n c_{23};$$
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Определим кеплеровы элементы орбиты:

$$c_x = yv_z - zv_y;$$
$$c_y = zv_x - xv_z;$$
$$c_z = xv_y - yv_x;$$
$$p = \frac{c_x^2 + c_y^2 + c_z^2}{\mu};$$
$$a = \frac{r\mu}{2\mu - rv^2};$$
$$e = \sqrt{1 - \frac{p}{a}}.$$

Найдем угол истинной аномалии:

$$\sin \vartheta = \frac{v_r}{e}\sqrt{\frac{p}{\mu}};$$
$$\cos \vartheta = \frac{p - r}{er}; \tag{1.75}$$
$$\omega = u - \vartheta.$$

В результате получим значения параметров орбиты ИСЗ с учетом действия возмущающих сил (факторов): i, Ω, p, e, ω, u, t.

Контрольные вопросы

1. Что такое кеплеровы оскулирующие элементы орбиты? Назовите текущие элементы, определяющие положение КА на орбите.
2. Дайте определение невозмущенного движения КА. Запишите основные интегралы.
3. Какие орбиты КА вы знаете? Каковы соотношения параметров этих орбит?
4. Как влияет атмосфера Земли на параметры орбиты ИСЗ?
5. Запишите математическую модель пространственного движения ИСЗ в проекциях на оси АГЭСК.

2. КОРРЕКЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТЫ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Влияние возмущающих факторов приводит к тому, что реальные параметры орбиты КА практически всегда отличаются от расчетных. Во время полета у длительно живущих КА отклонения параметров орбиты могут привести к существенным ошибкам при выполнении целевой функции.

Изменения высоты полета, эксцентриситета, параметра и восходящего узла траектории приводят к изменению ширины полосы обзора КА, осуществляющих мониторинг земной поверхности, а в случае непрерывного наблюдения — к появлению разрывов в наблюдении. Геостационарные спутники связи устанавливаются в заданную точку стояния, и их антенны наводятся в определенную точку на земной поверхности — точку прицеливания. Вокруг точки прицеливания задается зона гарантированного уровня сигнала (ГУС). Под действием возмущающих сил точка стояния долгоживущих спутников связи смещается от заданного положения, что приводит к смещению зоны ГУС и нарушению качества связи. Орбитальные станции теряют высоту, и перед каждой стыковкой с многоразовым транспортным космическим кораблем (МТКК) ее приходится корректировать. Следовательно, для того чтобы долгоживущие КА могли качественно выполнять свою целевую функцию в течение всего времени существования, уходы параметров орбиты КА необходимо корректировать.

Ниже приведена классификация способов коррекции параметров орбиты КА.

Коррекция по продолжительности приложения корректирующего импульса может быть дискретной (импульсной) и непрерывной. В первом случае исполнительный двигатель, характеризующийся значительной тягой, работает несколько секунд, что приводит к скачкообразному изменению скорости полета КА, а следовательно, и параметров его орбиты. Во втором случае двигатель малой тяги (до 9,8 Н) работает непрерывно, что приводит к

непрерывному изменению скорости и, следовательно, к удержанию параметров орбиты в заданных пределах.

Коррекция по числу корректируемых параметров может быть одно- или двухпараметрической, когда соответственно корректируются один или одновременно два параметра, и многопараметрической, когда корректируются одновременно несколько параметров.

Коррекция по числу независимых компонентов корректирующего импульса, в общем случае вектор корректирующего импульса скорости можно разложить на три независимых компонента. Поэтому в зависимости от числа используемых независимых компонентов корректирующего импульса коррекция может быть одно-, двух- и трехкомпонентной.

Коррекция по числу включений в зависимости от времени существования КА на заданной орбите и значений уходов параметров орбиты может быть одно- и многоразовой, когда корректирующие двигатели включаются многократно. В свою очередь, многоразовую коррекцию подразделяют на несвязанную коррекцию, при которой каждая последующая коррекция формируется по результатам последних навигационных измерений, и связанную коррекцию, при которой сразу формируется связка двух и более коррекций.

Несвязанные коррекции применяют для последовательного уменьшения отклонений параметров орбиты от расчетных значений. При каждом включении ДУ прицеливание производится в одну и ту же точку. Несвязанные коррекции широко используются на практике для коррекций параметров орбиты, однако их применение возможно только тогда, когда число корректируемых параметров равно или меньше числа независимых компонентов корректирующего импульса.

Связанные коррекции применяют в том случае, когда число корректируемых параметров больше числа независимых компонентов корректирующего импульса. Причем при включении ДУ прицеливание производится каждый раз в новую точку. Необходимый результат получается только при точном исполнении всех коррекций связки. Поэтому на практике стремятся использовать несвязанную коррекцию как менее зависящую от внештатных ситуаций.

2.1. ВЫБОР КОРРЕКТИРУЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ

Обозначим через $\boldsymbol{\xi}$ (ξ_1, ξ_2, …, ξ_n) вектор корректируемых параметров, где ξ_1, ξ_2, …, ξ_n — первый, второй и n-й корректируемые параметры.

В общем случае параметры траектории, подлежащие коррекции, образуют пространство корректируемых параметров (рис. 2.1). Каждой реализации фактической траектории КА соответствует точка в этом пространстве. Там же существует область, в которой удовлетворяются условия, наложенные на параметры траектории КА. Целью коррекции является смещение точки отображения траектории КА в эту область.

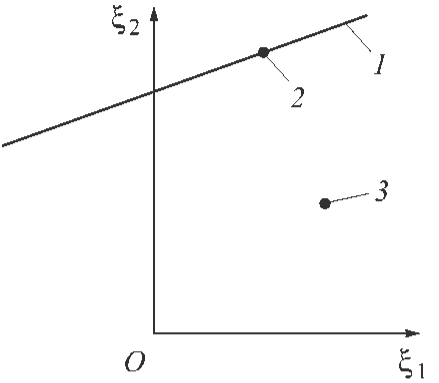


Рис. 2.1. Двухмерное пространство $\xi_1 O \xi_2$ корректируемых параметров:

1 — траектория КА; *2* — точка отображения траектории КА в пространстве корректируемых параметров; *3* — область пространства, в которой выполняются условия поставленной задачи

Смещение вектора корректируемых параметров в пространстве корректируемых параметров в общем виде связано с вектором корректирующего ускорения $\mathbf{a}(t)$ следующим соотношением:

$$\boldsymbol{\xi} = \int_0^{t_к} \mathbf{N}\left[t, \mathbf{a}(t)\right] dt, \tag{2.1}$$

где $t_к$ — время проведения коррекции; $\mathbf{N}[t, \mathbf{a}(t)]$ — нелинейный векторный оператор.

Наличие нелинейной связи между векторами корректируемых параметров и корректирующего ускорения значительно усложняет задачу оптимальной коррекции. Поэтому на практике выбирают корректируемые параметры таким образом, чтобы этот нелинейный оператор заменить линейным оператором относительно вектора корректирующего ускорения:

$$\mathbf{N}[t, \mathbf{a}(t)] = \mathbf{N}(t), \mathbf{a}(t). \tag{2.2}$$

Для случая импульсной коррекции вместо $\mathbf{N}(t)$ используют матрицу изохронных частных производных корректируемых параметров по независимым компонентам корректирующей скорости

$$N(t)=\begin{Bmatrix} \dfrac{d\xi_1}{dv_1} & \cdots & \dfrac{d\xi_1}{dv_3} \\ \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ \dfrac{d\xi_n}{dv_1} & \cdots & \dfrac{d\xi_n}{dv_3} \end{Bmatrix}. \qquad (2.3)$$

Корректирующий импульс скорости — характеристическую скорость коррекции — определяют по следующей формуле:

$$\Delta\mathbf{v}_к = \int_0^{t_к} \mathbf{a}(t)dt. \qquad (2.4)$$

При этом смещение вектора корректируемых параметров в пространстве корректируемых параметров для одноимпульсной коррекции

$$\xi = N(t)\Delta\mathbf{v}_к. \qquad (2.5)$$

Таким образом, при выборе корректируемых параметров необходимо учитывать следующие положения.

1. Число корректируемых параметров не должно превышать двух для возможности применения несвязанной коррекции. Это обусловлено тем, что третий независимый компонент корректирующего импульса скорости используется для синхронизации времени встречи КА с целью, поэтому для изменения корректируемых параметров можно брать только два независимых компонента корректирующего импульса скорости.

2. Следует выбирать такие параметры для коррекции, чтобы их изменение было линейно связано с компонентами корректирующего импульса скорости. Это обусловливает простое определение оптимальных значений корректирующего импульса скорости в реальных задачах коррекции параметров траектории КА.

Рассмотрим в качестве примера выбор корректируемых параметров для задачи коррекции траектории межпланетного КА при его полете к одной из планет Солнечной системы. При подлете КА к сфере действия планеты на него начинает воздействовать поле тяготения планеты, которое является источником нелинейности связи корректируемых параметров с требуемыми компонентами корректирующего импульса скорости.

Для создания искусственного спутника планеты необходимо достаточно точно рассчитать траекторию КА относительно поверхности планеты. Поэтому в качестве корректируемого параметра целесообразно выбрать высоту $h_п$ гиперболической пролетной траектории КА над поверхностью планеты, которая равна высоте орбиты будущего искусственного спутника. Однако в этом случае возникает нелинейная зависимость между высотой пролета и корректирующим импульсом скорости.

Для получения линейной зависимости между корректируемым параметром и корректирующим импульсом скорости вводят понятие картинной плоскости, проходящей через центр планеты перпендикулярно траектории подлета КА к сфере действия планеты (рис. 2.2). В данном случае картинная плоскость является пространством корректируемых параметров. Вместо высоты пролета в качестве первого корректируемого параметра выбирают расстояние $\xi_1 = b$ между центром планеты и фиктивной траекторией, на

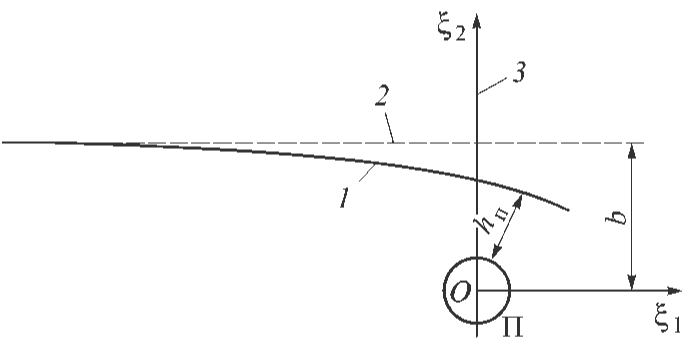


Рис. 2.2. Схема подлета КА к планете назначения:

1, *2* — траектории КА с учетом и без учета поля тяготения планеты П (цели); *3* — след картинной плоскости; $h_п$, b — расстояния между центром планеты и точкой отображения фиктивной траектории в координатной плоскости

которой влияние поля тяготения планеты не учитывают. В качестве второго корректируемого параметра $\xi_2 = z$ выбирают боковое отклонение точки отображения фиктивной траектории в картинной плоскости от ее номинального положения. Таким образом, задача коррекции становится линейной и сводится к коррекции положения точки отображения фиктивной траектории в картинной плоскости.

2.2. ОБЛАСТЬ РАССЕИВАНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ КОРРЕКТИРУЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ

Отклонения параметров реальной траектории КА от их значений на номинальной (расчетной) траектории имеют вероятностный характер. Следовательно, отклонения корректируемых параметров от их номинальных значений в пространстве корректируемых параметров также имеют вероятностный характер.

Область рассеивания в пространстве корректируемых параметров показывает с заданной вероятностью возможные положения точек отображения траекторий КА в картинной плоскости при различных вариантах реальных полетов. Кроме того, по границе области рассеивания в пространстве корректируемых параметров заранее определяют гарантированные запасы топлива для коррекции параметров траектории КА.

Случайные отклонения параметров траектории КА от их номинальных значений на момент отделения КА от ракеты-носителя описываются шестикомпонентным случайным вектором. При этом параметры номинальной траектории КА являются математическими ожиданиями параметров его реальной траектории.

Число случайных факторов, влияющих на движение КА, достаточно велико, и среди них нет превалирующих по своему воздействию на его движение. Поэтому в соответствии с центральной предельной теоремой можно считать, что этот шестикомпонентный случайный вектор подчиняется нормальному закону распределения. Такой вектор полностью определяется корреляционной матрицей, в которой по диагонали расположены дисперсии соответствующих случайных величин, а недиагональные члены представляют собой вторые смешанные моменты.

Пусть $\mathbf{x}_0$ — центрированный случайный вектор, определяющий вектор состояния в момент отделения КА от ракеты-носителя, K_0 — корреляционная матрица, соответствующая этому начальному моменту времени.

Вектор фазового состояния в текущий момент времени можно определить по следующей зависимости:

$$\mathbf{x}_t = U\mathbf{x}_0, \tag{2.6}$$

где

$$U = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial x_0} \cdots \dfrac{\partial x}{\partial v_{z0}} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\partial v_z}{\partial x_0} \cdots \dfrac{\partial v_z}{\partial v_{z0}} \end{Bmatrix} —$$

матрица изохронных частных производных.

Согласно теореме о числовых характеристиках, запишем для выражения (2.6) преобразование корреляционных матриц в следующем виде:

$$K_t = UK_0U^{\mathrm{T}}, \tag{2.7}$$

где U^{T} — транспонированная матрица U.

Переход от случайного вектора фазового состояния $\mathbf{x}_t$ к случайному вектору корректируемых параметров имеет вид

$$\boldsymbol{\xi} = B\mathbf{x}_t, \tag{2.8}$$

где

$$B = \begin{Bmatrix} \dfrac{d\xi_1}{dx} \cdots \dfrac{d\xi_1}{dv_z} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{d\xi_n}{dx} \cdots \dfrac{d\xi_n}{dv_z} \end{Bmatrix} —$$

матрица частных производных корректируемых параметров по элементам текущего вектора фазового состояния.

После преобразований получим корреляционную матрицу в пространстве корректируемых параметров

$$K_\xi = BK_tB^{\mathrm{T}}, \tag{2.9}$$

где B^{T} — транспонированная матрица B.

В частном случае, когда корректируемые параметры совпадают с какими-либо элементами вектора $\mathbf{x}_t$, матрица B представляет собой матрицу выборки.

Рассмотрим построение области рассеивания в картинной плоскости для двух корректируемых параметров. В этом случае, как правило, получаем недиагональную матрицу, которую необходимо привести к диагональному виду:

$$K_\xi = \begin{pmatrix} D_{\xi 1} & K_{12} \\ K_{21} & D_{\xi 2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D^1_{\xi 1} & 0 \\ 0 & D^1_{\xi 2} \end{pmatrix}, \qquad (2.10)$$

где $D^1_{\xi 1}$, $D^1_{\xi 2}$ — дисперсии корректируемых параметров по новым направлениям, когда между корректируемыми параметрами нет корреляционной связи.

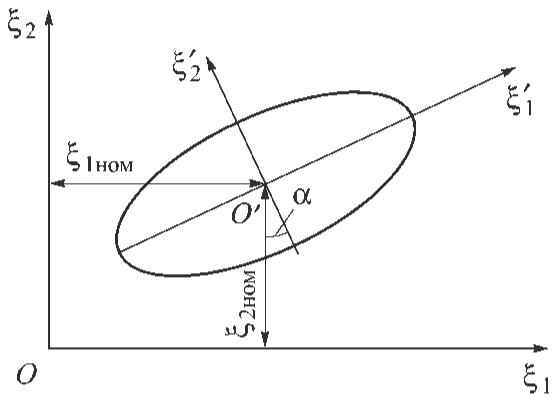


Рис. 2.3. Область рассеивания корректируемых параметров в картинной плоскости

Область рассеивания корректируемых параметров в форме эллипса (рис. 2.3) строим следующим образом. Центр эллипса определяется номинальными значениями корректируемых параметров. Новые оси развернуты относительно старых осей на угол α, тогда

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2K_{12}}{D_{\xi 1} - D_{\xi 2}}. \qquad (2.11)$$

Новые значения дисперсий определяем по следующим формулам:

$$D^1_{\xi 1} = 0{,}5\left[D_{\xi 1} + D_{\xi 2} + \sqrt{(D_{\xi 1} - D_{\xi 2})^2 + 4K^2_{12}} \right];$$
$$D^1_{\xi 2} = 0{,}5\left[D_{\xi 1} + D_{\xi 2} - \sqrt{(D_{\xi 1} - D_{\xi 2})^2 + 4K^2_{12}} \right]. \qquad (2.12)$$

Далее, используя правило трех сигм, определяем максимальные значения корректируемых параметров по новым направлениям:

$$\delta\xi^1_{1\max} = 3\sqrt{D^1_{\xi 1}};$$
$$\delta\xi^1_{2\max} = 3\sqrt{D^1_{\xi 2}}. \qquad (2.13)$$

Полученные величины (2.13) являются полуосями эллипса рассеивания.

Эллипс рассеивания в пространстве корректируемых параметров наглядно представляет область значений, за которую с вероятностью $p = 0{,}989$ не выйдут отклонения корректируемых параметров при реальном полете КА. По границам области рассеивания корректируемых параметров определим гарантированные запасы топлива, требуемого для коррекции. Для этого запишем формулу (2.5) в виде

$$\Delta \mathbf{v}_{\text{к}} = N^{-1}\xi, \tag{2.14}$$

где N^{-1} — матрица, обратная матрице N.

Тогда корреляционная матрица корректирующего импульса будет иметь следующий вид:

$$K_{\Delta v} = N^{-1} K_{\xi} (N^{-1})^{\text{т}}. \tag{2.15}$$

После преобразования матрицы (2.15) к диагональному виду получим значения дисперсий по трем взаимно перпендикулярным направлениям D_{v1}, D_{v2}, D_{v3}. Выберем из них дисперсию максимального значения $(D_{v1})_{\max}$.

Максимальный корректирующий импульс при одноразовой коррекции определим по формуле

$$\Delta v_{\text{к max}} = 3\sqrt{(D_{vi})_{\max}}. \tag{2.16}$$

В процессе коррекции параметров траектории реального полета КА может потребоваться многоразовая коррекция и синхронизация времени подлета к цели. Поэтому требуемый корректирующий импульс скорости необходимо увеличить:

$$\Delta v_{\text{тр}} = k_1 \Delta v_{\text{к max}}, \tag{2.17}$$

где $k_1 = 1{,}2\ldots1{,}3$.

Гарантированный запас топлива для коррекции параметров траектории КА определяют по формуле Циолковского

$$\Delta v_{\text{тр}} = W_e \ln \frac{m_0}{m_0 - \Delta m_{\text{т}}}, \tag{2.18}$$

где W_e — эффективная скорость истечения газов из сопла ДУ; m_0 — масса КА; $\Delta m_{\text{т}}$ — масса гарантированного запаса топлива, необходимого для коррекции параметров траектории КА.

2.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИМПУЛЬСОВ СКОРОСТИ, НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ПАРАМЕТРОВ ТРАЕКТОРИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Выше были рассмотрены общие вопросы коррекции параметров траектории КА, сформулирован алгоритм расчета размеров области рассеивания корректируемых параметров и гарантированного запаса топлива. Рассмотрим вопросы выбора момента оптимальной коррекции и определения минимальных корректирующих импульсов скорости в реальных задачах коррекции полета КА.

Однопараметрическая однокомпонентная коррекция. В этой задаче один корректируемый параметр траектории изменяется под действием одного независимого компонента корректирующего импульса скорости:

$$\Delta\xi_1 = \frac{\partial\xi_1}{\partial v_1}\Delta v_1; \tag{2.19}$$

$$\Delta v_к = \Delta v_1. \tag{2.20}$$

Модуль корректирующего импульса скорости равен используемому компоненту скорости. Из формулы (2.19) следует, что корректирующий импульс скорости будет минимальным при максимальном значении частной производной корректируемого параметра по используемому компоненту скорости. Применяя формулу для расчета частной производной корректируемых параметров по номинальной траектории КА, определяем время полета, при котором эта производная максимальна. Это время полета является временем выполнения коррекции в реальном полете КА.

Корректирующий импульс скорости определим по формуле (2.19) в зависимости от реального отклонения корректируемого параметра.

Однопараметрическая двухкомпонентная коррекция. Рассмотрим случай, когда один корректируемый параметр можно изменить, используя два независимых компонента импульса скорости. Запишем следующие уравнения:

$$\Delta\xi_1 = \frac{\partial\xi_1}{\partial v_1}\Delta v_1 + \frac{\partial\xi_1}{\partial v_2}\Delta v_2; \tag{2.21}$$

$$\Delta v_к = \sqrt{\Delta v_1^2 + \Delta v_2^2}, \tag{2.22}$$

где $\frac{\partial \xi_1}{\partial v_1}$, $\frac{\partial \xi_1}{\partial v_2}$ — частные производные корректируемого параметра по двум компонентам импульса скорости, определяемые по параметрам номинальной траектории КА.

Для любой точки номинальной траектории при фиксированном значении отклонения корректируемого параметра уравнение (2.21) является прямой в функции двух компонентов импульса скорости. На рис. 2.4 представлены эта прямая, компоненты скорости $\Delta \mathbf{v}_2$ и $\Delta \mathbf{v}_1$ для неоптимального импульса и минимальный корректирующий импульс скорости $\Delta \mathbf{v}_{\text{к min}}$.

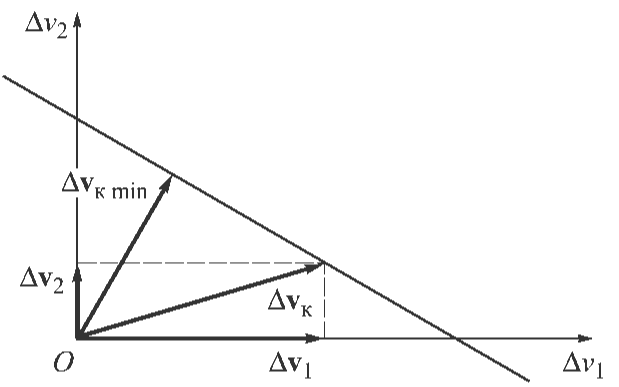


Рис. 2.4. Схема определения минимального корректирующего импульса скорости $\Delta \mathbf{v}_{\text{к min}}$

Каждая точка прямой линии, отображающей уравнение (2.21), является решением задачи коррекции. Например, импульс скорости $\Delta v_{\text{к}}$ на рис. 2.4 не является минимальным по модулю. Очевидно, что минимальным корректирующим импульсом скорости будет перпендикуляр к прямой. Запишем формулу для его определения:

$$\Delta v_{\text{к min}} = \frac{|\Delta \xi_1|}{\sqrt{\left(\frac{\partial \xi_1}{\partial v_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial v_2}\right)^2}}. \qquad (2.23)$$

Полученное значение минимального корректирующего импульса скорости относится к некоторой произвольно выбранной точке номинальной траектории КА. Очевидно, что при увеличении знаменателя в формуле (2.23) уменьшается значение минимального корректирующего импульса скорости. Поэтому по номинальной

траектории КА проводим расчет частных производных для различного времени полета и определяем время, при котором сумма квадратов частных производных будет максимальной. Это время является временем коррекции на реальной траектории КА. Реальный минимальный корректирующий импульс скорости определяют по реальному отклонению корректируемого параметра для соответствующих значений частных производных.

Двухпараметрическая однокомпонентная коррекция. Рассмотрим задачу коррекции, в которой необходимо скорректировать два параметра траектории КА при наличии только одного компонента корректирующего импульса скорости. Подобную задачу коррекции можно решить, применяя двухимпульсную связанную коррекцию. Такая коррекция использована на КА «Пионер», на котором вектор тяги корректирующей ДУ направлен по линии КА — Солнце.

Сформируем связку из двух корректирующих импульсов скорости $\Delta \mathbf{v}_{к1}$ и $\Delta \mathbf{v}_{к2}$, направленных по одной линии, но в разные стороны (рис. 2.5).

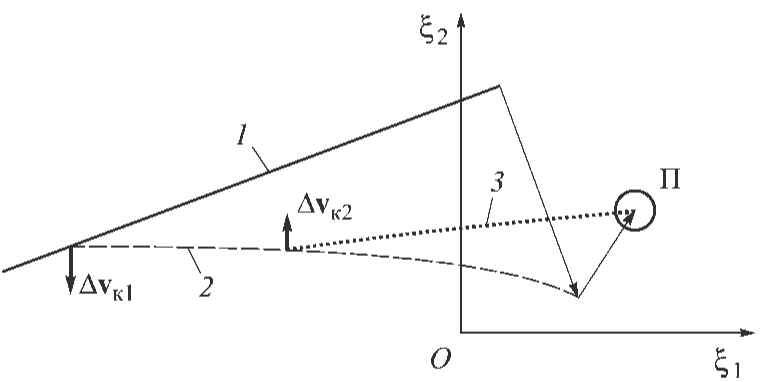


Рис. 2.5. Схема связанной коррекции:

1 — траектория подлета КА; *2*, *3* — траектории полета КА после подачи соответственно первого и второго корректирующих импульсов

Выбираем два момента времени t_1 и t_2 проведения связанных коррекций. Для этих моментов времени определяем частные производные двух корректируемых параметров по номинальной траектории единичных значений импульсов скорости.

По результатам обработки навигационных измерений определим отклонения корректируемых параметров $\Delta\xi_1$, $\Delta\xi_2$ от их номинальных значений. Запишем уравнения связи отклонений корректируемых параметров с корректирующими импульсами скорости:

$$\Delta\xi_1 = \frac{\partial\xi_1}{\partial v_1}\Delta v_{к1} + \frac{\partial\xi_1}{\partial v_2}\Delta v_{к2};$$
$$\Delta\xi_2 = \frac{\partial\xi_2}{\partial v_1}\Delta v_{к1} + \frac{\partial\xi_2}{\partial v_2}\Delta v_{к2}. \qquad (2.24)$$

Умножим первое уравнение системы (2.24) на $\frac{\partial\xi_2}{\partial v_2}$, а второе уравнение на $\frac{\partial\xi_1}{\partial v_2}$ и вычтем из первого уравнения второе уравнение. После преобразования получившегося выражения имеем

$$\Delta v_{к1} = \frac{\frac{\partial\xi_2}{\partial v_2}\Delta\xi_1 - \frac{\partial\xi_1}{\partial v_2}\Delta\xi_2}{\frac{\partial\xi_1}{\partial v_1}\frac{\partial\xi_2}{\partial v_2} - \frac{\partial\xi_2}{\partial v_1}\frac{\partial\xi_1}{\partial v_2}}. \qquad (2.25)$$

Преобразуем первое уравнение системы (2.24) относительно второго корректирующего импульса скорости:

$$\Delta v_{к2} = \frac{\Delta\xi_1 - \frac{\partial\xi_1}{\partial v_1}\Delta v_1}{\frac{\partial\xi_1}{\partial v_2}}. \qquad (2.26)$$

Суммарный корректирующий импульс скорости

$$\Delta v_{к\Sigma} = |\Delta v_{к1}| + |\Delta v_{к2}|. \qquad (2.27)$$

Полученное значение суммарного корректирующего импульса скорости не является оптимальным. Поэтому численным методом перебора вариантов выбора моментов времени коррекции находим минимальное значение суммарного корректирующего импульса скорости.

Двухпараметрическая двухкомпонентная коррекция. Рассмотрим задачу коррекции, в которой необходимо скорректировать два параметра траектории КА при наличии двух независимых компонентов импульса скорости. Подобную задачу коррекции можно решить, используя двухимпульсную несвязанную коррекцию.

По результатам обработки навигационных измерений определим отклонения корректируемых параметров $\Delta\xi_1$ и $\Delta\xi_2$ от их номинальных значений. Запишем уравнения связи отклонений корректируемых параметров с корректирующим импульсом скорости для выбранного момента времени коррекции:

$$\begin{aligned}\Delta\xi_1 &= \frac{\partial\xi_1}{\partial v_1}\Delta v_1 + \frac{\partial\xi_1}{\partial v_2}\Delta v_2;\\ \Delta\xi_2 &= \frac{\partial\xi_2}{\partial v_1}\Delta v_1 + \frac{\partial\xi_2}{\partial v_2}\Delta v_2,\end{aligned} \tag{2.28}$$

где Δv_1, Δv_2 — компоненты корректирующего импульса скорости.

Корректирующий импульс скорости

$$\Delta v_к = |\Delta v_1| + |\Delta v_2|. \tag{2.29}$$

Пусть O_1 некоторая произвольно выбранная точка на траектории КА. Определим для этой точки минимальный корректирующий импульс скорости. В соответствии с рис. 2.6 выберем направления максимальной чувствительности отклонений корректируемых параметров от значений корректирующего импульса скорости.

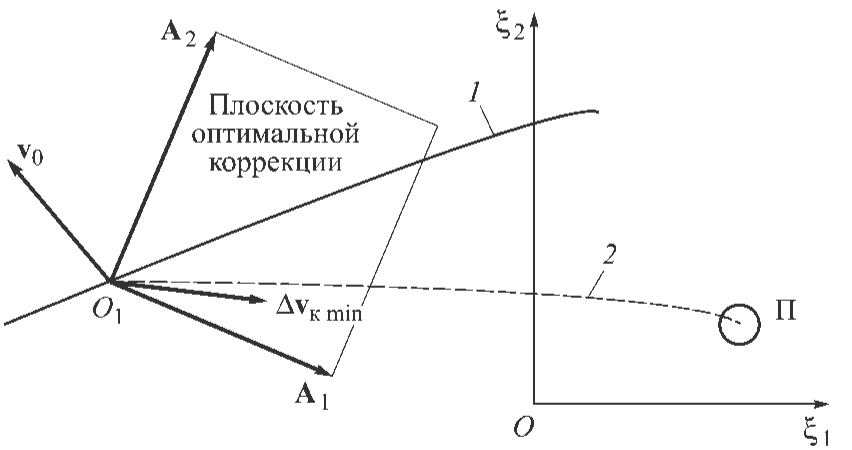


Рис. 2.6. Схема двухпараметрической двухкомпонентной несвязанной коррекции параметров траектории КА:

1 — траектория подлета КА без коррекции; *2* — траектория подлета КА после подачи корректирующего импульса скорости

Зададим орбитальную систему координат (r, n, z), где r — радиус орбиты КА в текущей точке траектории; n — нормальное к радиусу направление в плоскости орбиты; z — боковое направле-

ние, перпендикулярное плоскости орбиты. В этом случае векторы максимальной чувствительности отклонений корректируемых параметров по отношению к единичному корректирующему импульсу скорости будут следующими:

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_1 &= \frac{\partial \xi_1}{\partial v_r}\mathbf{r}^0 + \frac{\partial \xi_1}{\partial v_n}\mathbf{n}^0 + \frac{\partial \xi_1}{\partial v_z}\mathbf{z}^0;\\ \mathbf{A}_2 &= \frac{\partial \xi_2}{\partial v_r}\mathbf{r}^0 + \frac{\partial \xi_2}{\partial v_n}\mathbf{n}^0 + \frac{\partial \xi_2}{\partial v_z}\mathbf{z}^0.\end{aligned} \tag{2.30}$$

Векторы $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$ определяют максимальное изменение соответственно первого и второго корректируемых параметров при действии единичного импульса скорости по его направлению. Эти векторы образуют плоскость оптимальной коррекции. Минимальный корректирующий импульс скорости находится в данной плоскости, его определяют по следующей формуле:

$$\Delta\mathbf{v}_{\text{к min}} = \frac{\mathbf{A}_2 \times \mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2}{(\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2)^2}\Delta\xi_1 + \frac{\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2 \times \mathbf{A}_1}{(\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2)^2}\Delta\xi_2. \tag{2.31}$$

Полученный корректирующий импульс скорости не является минимальным для других точек траектории, поэтому на основе представленного алгоритма определяют импульсы скорости для других точек траектории КА. По результатам всех расчетов вычисляют момент времени полета КА, при котором коррекцию параметров траектории можно провести с наименьшим импульсом скорости.

На рис. 2.6 вектор $\mathbf{v}_0$ перпендикулярен плоскости оптимальной коррекции. Подача небольшого корректирующего импульса скорости по его направлению практически не влияет на изменение отклонений корректируемых параметров. Этот вектор, называемый нуль-вектором, определяют по формуле

$$\mathbf{v}_0 = \frac{\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2}{\left|\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2\right|}. \tag{2.32}$$

При подаче корректирующего импульса скорости по направлению нуль-вектора корректируемые параметры не изменяются, а изменяется время подлета КА к планете (цели).

Таким образом, в реальном полете КА суммарный корректирующий импульс скорости состоит из двух составляющих: мини-

мального импульса скорости для коррекции параметров траектории КА и импульса скорости для синхронизации времени его встречи с целью.

Контрольные вопросы

1. Как выбираются корректируемые параметры орбиты КА?
2. Что такое область рассеивания в пространстве корректируемых параметров?
3. Определите импульсы скорости, необходимые для коррекции параметров траектории КА при однопараметрической двухкомпонентной коррекции.
4. Определите импульсы скорости, необходимые для коррекции параметров траектории КА при двухпараметрической коррекции.

3. БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РАЗГОННОГО БЛОКА

Ракета-носитель выводит КА на промежуточную орбиту — так называемую опорную орбиту. Параметры рабочей орбиты могут значительно отличаться от параметров опорной орбиты. Если опорная и рабочая орбиты компланарны и рабочая орбита не высокоэнергетична, то для выведения КА на рабочую орбиту можно использовать ее собственную ДУ. Например, транспортный корабль (ТК) «Прогресс» выводится на орбиту орбитальной станции (ОС) с помощью собственной орбитальной ДУ. Если орбиты не компланарны или рабочая орбита высокоэнергетична, то для выведения КА на рабочую орбиту требуется разгонный блок. Типичный разгонный блок состоит из ДУ, баков с топливом, системы управления движением (СУД), системы терморегулирования (СТР) и системы энергообеспечения (СЭО).

Маневры, осуществляемые РБ для формирования рабочей орбиты, можно подразделить на плоские, объемные и комбинированные. Маневр плоский, когда все перелеты осуществляются в плоскости орбиты. При объемном маневре осуществляется поворот плоскости орбиты. Комбинированный маневр включает оба вида маневров: плоский и объемный.

Параметры, относящиеся к опорной орбите, обозначим индексом «1», параметры орбиты назначения (рабочей орбиты) — индексом «2», параметры орбиты перелета — индексом «3».

3.1. ПЛОСКИЙ МАНЕВР

Положим, что опорная орбита КА круговая, а рабочая орбита может быть любой формы. Перелет КА осуществляется в соответствии с принципом Хомана.

Определение импульса скорости, необходимого для перехода КА с одной круговой орбиты высотой h_1 на другую орбиту высо-

той h_2. Перелет КА осуществляется по эллиптической орбите, тангенциальной в перигее опорной орбите, и в апогее рабочей орбите, при минимальном суммарном импульсе скорости. Такая орбита называется эллипсом Хомана.

Скорость полета КА на опорной орбите

$$v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}}, \tag{3.1}$$

где r_1 — радиус опорной круговой орбиты, $r_1 = R_0 + h_1$.

Скорость полета КА в перигее орбиты перелета

$$v_{3\pi} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a_3}\right)}, \tag{3.2}$$

где a_3 — большая полуось эллипса перелета, $a_3 = \dfrac{r_1 + r_2}{2}$.

Импульс скорости, необходимый для перехода КА с опорной орбиты на орбиту перелета,

$$\Delta v_1 = \left|v_1 - v_2\right|. \tag{3.3}$$

Скорость полета КА по рабочей орбите

$$v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}}. \tag{3.4}$$

Скорость полета КА в апогее орбиты перелета

$$v_{3\alpha} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_2} - \frac{1}{a_3}\right)}. \tag{3.5}$$

Импульс скорости, необходимый для перехода КА с орбиты перелета на рабочую орбиту,

$$\Delta v_2 = \left|v_2 - v_{3\alpha}\right|. \tag{3.6}$$

Суммарный импульс скорости, необходимый для выполнения маневра КА,

$$\Delta v_{\Sigma} = \Delta v_1 + \Delta v_2. \qquad (3.7)$$

Определение импульса скорости, необходимого для перелета КА с опорной круговой орбиты на эллиптическую орбиту. Оптимальным с точки зрения затрат энергии будет перелет КА в апогей или перигей рабочей орбиты с последующим формированием конечной орбиты. Задачу решают с использованием эллипса Хомана.

Возможны следующие варианты.

1. Высота перигея рабочей орбиты равна высоте опорной орбиты ($h_1 = h_2$). В этом случае задача решается с применением одного импульса скорости.

Скорость полета КА по опорной орбите

$$v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}}.$$

Скорость полета КА в перигее орбиты перелета

$$v_{3\pi} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a_3}\right)},$$

где a_3 — большая полуось эллипса перелета, $a_3 = \dfrac{r_1 + r_2}{2}$; r_2 — радиус апогея рабочей орбиты.

Импульс скорости, необходимый для перелета КА с опорной орбиты на рабочую орбиту,

$$\Delta v_1 = \left| v_1 - v_2 \right|.$$

2. Высота перигея рабочей орбиты не равна высоте опорной орбиты. В этом случае задача решается с использованием двухимпульсного перелета.

Скорость полета КА по опорной орбите

$$v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}}.$$

Скорость полета КА в перигее орбиты перелета

$$v_{3\pi} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a_3}\right)}.$$

Импульс скорости, необходимый для перелета КА с опорной орбиты на орбиту перелета,

$$\Delta v_1 = \left|v_1 - v_2\right|.$$

Скорость полета КА в апогее рабочей орбиты

$$v_{2\alpha} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_2} - \frac{1}{a_2}\right)}, \tag{3.8}$$

где a_2 — большая полуось рабочей эллиптической орбиты, $a_2 = \dfrac{r_2 + r_{2\pi}}{2}$.

Скорость полета КА в апогее орбиты перелета

$$v_{3\alpha} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_2} - \frac{1}{a_3}\right)}. \tag{3.9}$$

Импульс скорости, необходимый для перелета КА с орбиты перелета на рабочую орбиту,

$$\Delta v_2 = \left|v_{3\pi} - v_{2\alpha}\right|.$$

Суммарный импульс скорости, необходимый для выполнения маневра КА,

$$\Delta v_\Sigma = \Delta v_1 + \Delta v_2.$$

3. Перелет осуществляется с пересечением рабочей орбиты и орбиты перелета. Предположим, что орбита перелета КА построена таким образом, что точка ее пересечения с рабочей орбитой КА является апогеем орбиты перелета (рис. 3.1).

Скорость полета КА по опорной орбите

$$v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}}.$$

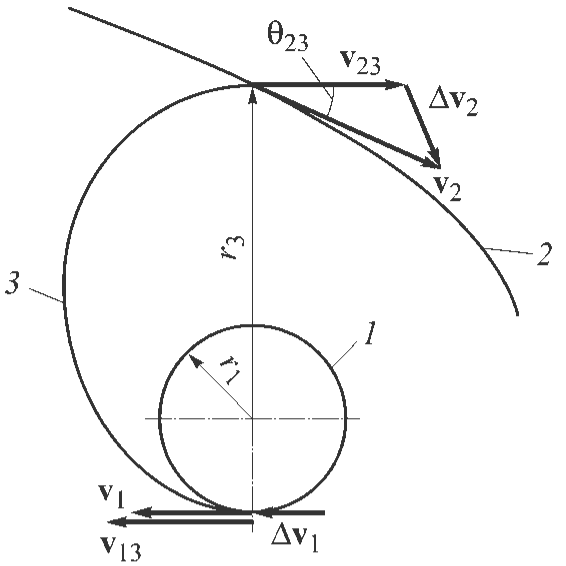


Рис. 3.1. Схема перехода КА с круговой орбиты на эллиптическую при пересечении орбиты перелета с конечной орбитой:

1 — опорная орбита; *2* — конечная орбита; *3* — орбита перелета; $\mathbf{v}_1$ — скорость полета КА по опорной орбите; $\mathbf{v}_{13}$ — скорость полета КА в перигее орбиты перелета; $\Delta\mathbf{v}_1$ — импульс скорости, необходимый для перехода КА с опорной орбиты на орбиту перелета; $\mathbf{v}_{23}$ — скорость полета КА в точке пересечения орбит (апогей орбиты перелета); $\mathbf{v}_2$ — скорость полета КА по конечной орбите в точке пересечения орбит; θ_{23} — угол наклона вектора скорости $\mathbf{v}_{23}$ к местному горизонту в точке пересечения орбит; Δv_2 — импульс скорости, необходимый для перехода КА с орбиты перелета на конечную орбиту

Скорость полета КА в перигее орбиты перелета

$$v_{3\pi} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a_3}\right)},$$

где a_3 — большая полуось эллипса перелета, $a_3 = \dfrac{r_1 + r_3}{2}$; r_3 — радиус апогея орбиты перелета.

Импульс скорости, необходимый для перелета КА с опорной орбиты на орбиту перелета,

$$\Delta v_1 = \left| v_1 - v_{13} \right|.$$

В точке пересечения орбит угол между вектором скорости полета КА по рабочей орбите $\mathbf{v}_2$ и вектором скорости полета КА по

орбите перелета $\mathbf{v}_{23}$ равен углу θ_{23} наклона вектора скорости $\mathbf{v}_2$ к местному горизонту.

Импульс скорости, необходимый для перелета КА на рабочую орбиту,

$$\Delta v_2 = \sqrt{v_2^2 + v_{23}^2 - 2v_2 v_{23}\cos\theta_{23}}. \qquad (3.10)$$

Угол наклона вектора скорости $\mathbf{v}_{23}$ к местному горизонту

$$\operatorname{tg}\theta_{23} = \frac{e_2 \sin\vartheta_2}{1 + e_2\cos\vartheta_2}.$$

Суммарный импульс скорости, необходимый для выполнения маневра,

$$\Delta v_\Sigma = \Delta v_1 + \Delta v_2.$$

4. Перелет при касании рабочей орбиты и орбиты перелета. Перелет КА с орбиты перелета на рабочую орбиту осуществляется в момент времени, когда орбиты касаются друг друга (рис. 3.2). Условием, из которого находится решение, являются соотношения параметров в точке касания:

$$r_2 = r_3;$$
$$\theta_2 = \theta_3.$$

Угол между большими полуосями эллипсов рабочей орбиты и орбиты перелета

$$\Delta\varphi = 2\operatorname{arctg}\left[-\frac{r_1 e_2 \sin\vartheta_2}{(r_2 - r_1)(1 + e_2 + e_2\cos\vartheta_2)}\right]. \qquad (3.11)$$

Угол перелета КА

$$\vartheta_3 = \vartheta_2 + \Delta\varphi.$$

Эксцентриситет эллиптической орбиты перелета

$$e_3 = \frac{r_2 - r_1}{r_1 + r_2\cos\Delta\varphi}. \qquad (3.12)$$

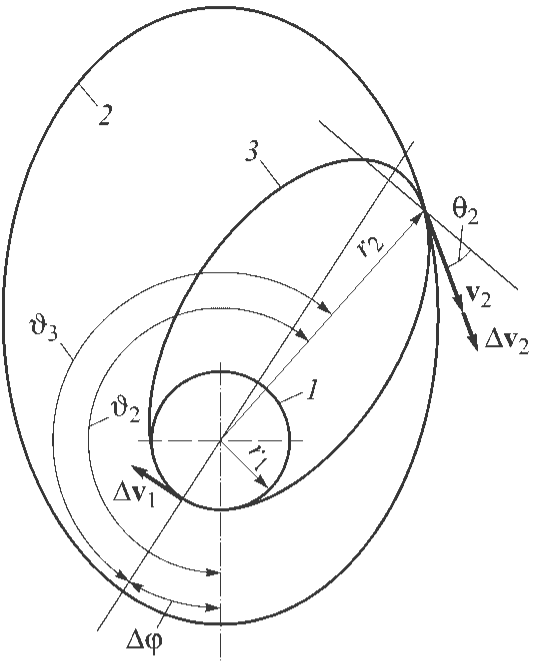


Рис. 3.2. Схема перелета КА при касании орбиты перелета и конечной орбиты:

1 — опорная орбита; *2* — конечная орбита; *3* — орбита перелета; $\Delta\mathbf{v}_1$ — импульс скорости, необходимый для перехода КА с опорной орбиты на орбиту перелета; $\mathbf{v}_2$ — скорость полета КА по конечной орбите в точке касания орбит; $\Delta\mathbf{v}_2$ — импульс скорости, необходимый для перехода с орбиты перелета на конечную орбиту; θ_2 — угол наклона вектора скорости $\mathbf{v}_2$ к местному горизонту в точке касания орбит; $\Delta\varphi$ — угол между осями апсид орбиты перелета и конечной орбиты; ϑ_2 — истинная аномалия точки касания орбит, отсчитанная от перигея конечной орбиты; ϑ_3 — истинная аномалия точки касания, отсчитанная от перигея орбиты перелета

Параметр p_3 и большая полуось a_3 орбиты перелета:

$$p_3 = r_2(1 + e_3 \cos\vartheta_3);$$
$$a_3 = \frac{p_3}{1 - e_3^2}. \qquad (3.13)$$

Скорость полета КА по опорной орбите

$$v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}}.$$

Скорость полета КА в перигее орбиты перелета

$$v_{3\pi} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a_3}\right)},$$

где a_3 — большая полуось эллипса перелета, $a_3 = \dfrac{r_1 + r_3}{2}$; r_3 — радиус апогея орбиты перелета.

Импульс скорости, необходимый для перелета КА с опорной орбиты на орбиту перелета,

$$\Delta v_1 = \left| v_1 - v_2 \right|.$$

Радиус в точке касания орбит

$$r_{3к} = \frac{p_3}{1 + e_3 \cos \vartheta_{3к}}. \qquad (3.14)$$

Значение истинной аномалия $\vartheta_{2к}$ точки касания на рабочей орбите задается, радиус $r_{2к}$ вычисляют по формуле (1.9).

Скорость полета КА в точке касания орбиты перелета

$$v_{3к} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_{3к}} - \frac{1}{a_3}\right)}. \qquad (3.15)$$

Скорость полета КА в точке касания рабочей орбиты

$$v_{2к} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_{2к}} - \frac{1}{a_2}\right)}. \qquad (3.16)$$

Импульс скорости, необходимый для перелета КА на конечную орбиту,

$$\Delta v_2 = \left| v_{2к} - v_{3к} \right|.$$

Суммарный импульс скорости, необходимый для выполнения маневра,

$$\Delta v_\Sigma = \Delta v_1 + \Delta v_2.$$

3.2. ОБЪЕМНЫЙ МАНЕВР

Для поворота плоскости орбиты КА на угол Δi применяют импульсы скорости, перпендикулярные плоскости орбиты (бинормальные импульсы).

На рис. 3.3 видно, что бинормальный импульс $\Delta \mathbf{v}_z$ повернет вектор скорости КА, а вместе с ним и плоскость исходной орбиты на угол

$$\Delta i = -\frac{\Delta v}{v \cos\theta}. \tag{3.17}$$

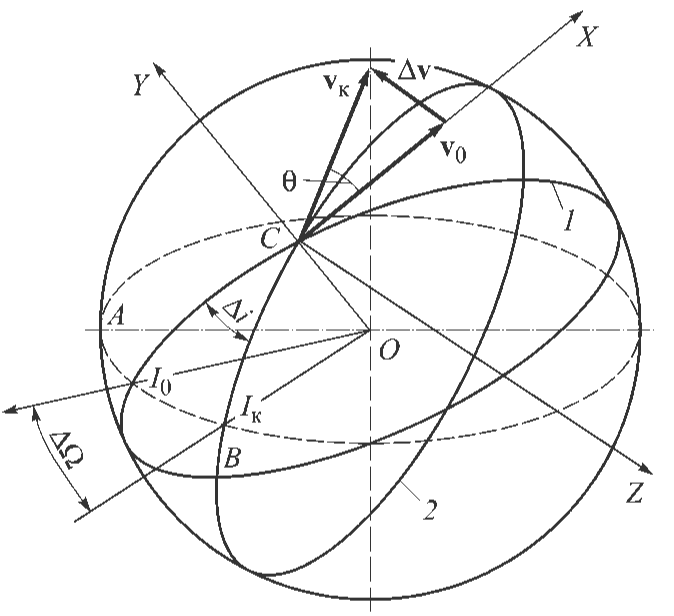


Рис. 3.3. Схема объемного маневра:
1 — исходная орбита; *2* — конечная орбита

В выражении (3.17) $v\cos\theta$ — горизонтальная составляющая скорости КА, знак «–» означает, что положительный импульс скорости Δv поворачивает плоскость исходной орбиты на отрицательный угол Δi. Горизонтальная составляющая скорости

$$v\cos\theta = \frac{1 + e\cos\vartheta}{\sqrt{1 + e^2 + 2e\cos\vartheta}} \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}. \tag{3.18}$$

Тогда угол поворота плоскости исходной орбиты при известных значениях параметров

$$\Delta i = \frac{\Delta v\sqrt{1+e^2+2e\cos\vartheta}}{\left(1+e\cos\vartheta\right)\sqrt{\mu\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)}}. \qquad (3.19)$$

Положение плоскости орбиты в неинерциальном пространстве определяется двумя углами: углом восходящего узла орбиты Ω и углом наклона плоскости орбиты i к горизонту. Изменение угла i приводит к изменению угла Ω и аргумента широты ω перигея. Связь между этими углами можно найти, если рассмотреть сферический треугольник ABC. Дуга $AC = \omega_0 + \vartheta_0$, дуга $BC = \omega_к + \vartheta_0$. Наклонение орбиты после выполнения маневра можно вычислить из выражения

$$\cos i_к = \cos i_0 \cos\Delta i - \sin i_0 \sin\Delta i \cos(\omega_0 + \vartheta_0).$$

Объемный маневр заключается в изменении угла наклона плоскости траектории КА (рис. 3.4). Импульс скорости, необходимый для поворота плоскости траектории КА, рекомендуется прикладывать в восходящем или в нисходящем узле траектории. В этом случае требуется только повернуть вектор скорости, а не перемещать КА в пространстве.

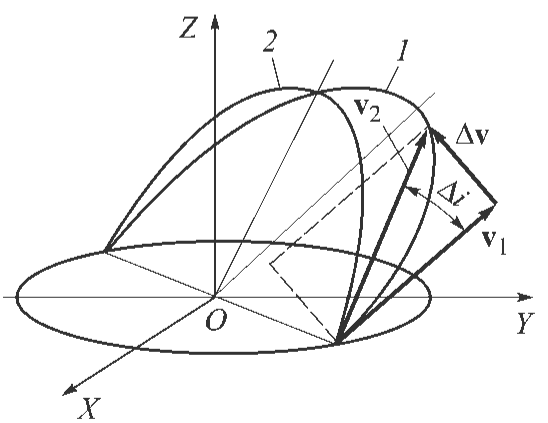


Рис. 3.4. Схема определения импульса скорости, необходимого для поворота плоскости орбиты КА, при подаче импульса скорости в узле орбиты:

$\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ — скорости полета КА соответственно по опорной и конечной орбитам; $\Delta\mathbf{v}$ — импульс скорости, необходимый для поворота плоскости орбиты *1*; Δi — угол поворота плоскости орбиты *1* для совмещения с плоскостью орбиты *2*

Импульс скорости

$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos\Delta i}, \qquad (3.20)$$

где v_1 — скорость полета КА по исходной орбите; v_2 — скорость полета КА по орбите после ее поворота; Δv — импульс скорости для поворота плоскости орбиты; Δi — угол поворота плоскости орбиты.

Если $v_1 = v_2 = v$, то $\Delta v = 2v\sin\left(\frac{\Delta i}{2}\right)$.

При небольшом уголе поворота $\cos(\Delta i)$ можно разложить в ряд

$$\cos(\Delta i) = 1 - \frac{\Delta i^2}{2},$$

тогда

$$\Delta v = \sqrt{(v_1 - v_2)^2 + v_1 v_2 \Delta i^2}.$$

Если $v_1 = v_2 = v$, то $\Delta v = v\Delta i$. (3.21)

3.3. ФАЗИРОВАНИЕ

При перелете КА с одной орбиты на другую недостаточно изменить высоту полета. Необходимо в заданное время вывести КА в заданную точку встречи или точку стояния на геостационарной орбите (ГСО), координаты которой заданы. Будем считать, что КА является ТК, идущим на встречу с ОС. Маневры КА, проводимые для выхода в заданную точку встречи в заданный момент времени называются фазированием. Фазирование осуществляется за счет полета КА по фазирующей орбите (схема «Космос — Космос») или за счет ожидания на старте, когда КА, установленный на ракете-носителе, находится в ожидании благоприятного момента для запуска.

Введем обозначения: индексом «ТК» будем обозначать параметры, относящиеся к ТК, индексом «ОС» — относящиеся к ОС, индексом «ф» — относящиеся к орбите фазирования.

3.3.1. Фазирование по схеме «Космос — Космос»

ТК выводится на опорную орбиту, плоскость которой совпадает с плоскостью орбиты ОС, и на ней он находится в ожидании момента времени, когда возможен перелет. Применяют три вида маневра:

– внутренний маневр, при котором все перелеты ТК происходят внутри орбиты ОС, т. е. $r_{ТК} < r_{аф} < r_{ОС}$, где $r_{аф}$ — апогей орбиты фазирования;

– внешний маневр, при котором все перелеты ТК происходят выше орбиты ОС, т. е. $r_{аф} > r_{ОС}$;

– комбинированный маневр, при котором орбитой ТК является комбинация внутренних и внешних орбит.

Внутренний маневр. Если расчетная точка встречи не задана, то возможны два варианта фазирования.

Вариант 1. ТК летит по опорной орбите до такого углового расстояния между ним и ОС, при котором возможен сход с опорной орбиты и прилет в точку на конечной орбите одновременно с ОС (рис. 3.5).

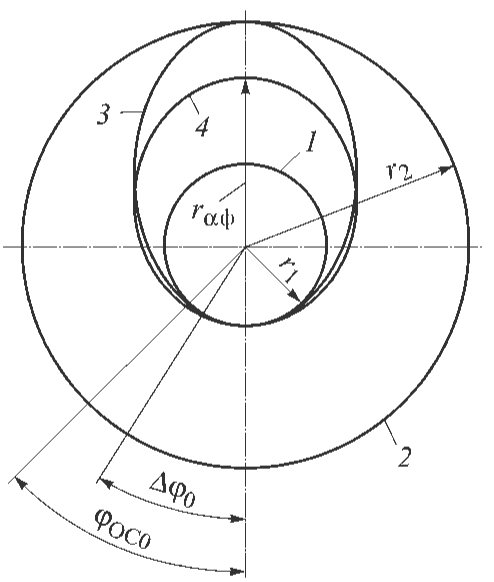


Рис. 3.5. Схема фазирования «Космос — Космос» (внутренний маневр):

1 — опорная орбита; *2* — конечная орбита; *3* — орбита перелета; *4* — орбита фазирования; $r_{аф}$ — радиус апогея орбиты фазирования; $\varphi_{СО0}$ — начальный угол между ТК и ОС; $\Delta\varphi_0$ — угловое расстояние между ТК и ОС, при котором возможна их встреча на орбите ОС

Угловое расстояние, при котором возможен маневр ТК по переходу на другую орбиту,

$$\Delta\varphi_0 = \pi - \frac{1}{2} T_{1ТК}\,\omega_{ОС}, \qquad (3.22)$$

где $T_{1ТК}$ — период обращения ТК по орбите перелета; $T_{1ТК} = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\mu}} a_{ТК}^{1,5}$; $\omega_{ОС}$ — угловая скорость ОС; $a_{ТК}$ — большая полуось орбиты перелета ТК.

Фазовое рассогласование, которое неободимо ликвидировать за счет полета ТК по опорной орбите,

$$\Delta\varphi_{\text{ф}} = \varphi_{\text{ОС}0} - \Delta\varphi_0, \text{ если } \varphi_{\text{ОС}0} - \Delta\varphi_0 > 0;$$
$$\Delta\varphi_{\text{ф}} = 2\pi + (\varphi_{\text{ОС}0} - \Delta\varphi_0), \text{ если } \varphi_{\text{ОС}0} - \Delta\varphi_0 < 0. \quad (3.23)$$

Время фазирования (полета ТК по опорной орбите)

$$t_{\text{ф}} = \frac{\Delta\varphi_{\text{ф}}}{\Delta\omega}, \quad (3.24)$$

где $\Delta\omega = \omega_{\text{ТК}} - \omega_{\text{ОС}}$.

Вариант 2. ТК, не дожидаясь благоприятного для перелета углового расстояния $\Delta\varphi_0$, сходит с опорной орбиты и переходит на орбиту перелета, которая касается конечной орбиты в какой-то произвольной точке. Фазирование осуществляется за счет ожидания на орбите перелета.

В этом случае время полета ТК

$$t_{\text{ТК}} = \left(\frac{1}{2} + n\right) T_{\text{пер}}, \quad (3.25)$$

угловое расстояние, которое он пролетит, составит $\varphi_{\text{ТК}} = (1+2n)\pi$.

За это время ОС пролетит угловое расстояние $\varphi_{\text{ОС}} = t_{\text{ТК}}\omega_{\text{ОС}}$, тогда, подставив в эту формулу $t_{\text{ТК}}$ (3.25), получим

$$\varphi_{\text{ОС}} = (1+2n)\frac{1}{2} T_{\text{пер}}\omega_{\text{ОС}}. \quad (3.26)$$

Фазовое рассогласование между ТК и ОС в момент схода ТК с опорной орбиты

$$\Delta\varphi_0 = \varphi_{\text{ТК}} - \varphi_{\text{ОС}} = (1+2n)\pi - (1+2n)\frac{1}{2} T_{\text{пер}}\omega_{\text{ОС}} =$$
$$= (1+2n)\left(\pi - \frac{1}{2} T_{\text{пер}}\omega_{\text{ОС}}\right). \quad (3.27)$$

Поскольку начальный угол между ОС и точкой встречи равен $\varphi_{ОС0}$, то фазовое рассогласование

$$\Delta\varphi_{ф} = \varphi_{ОС0} - \Delta\varphi_0, \text{ если } \varphi_{ОС0} - \Delta\varphi_0 > 0;$$
$$\Delta\varphi_{ф} = 2\pi + (\varphi_{ОС0} - \Delta\varphi_0), \text{ если } \varphi_{ОС0} - \Delta\varphi_0 < 0. \quad (3.28)$$

За время полета по фазирующей орбите выбирается фазовое рассогласование. Число витков, которое сделает ТК по орбите перелета до встречи с ОС, находим из выражения

$$n = \frac{\varphi_0 - (\pi - 0{,}5t\omega_{ОС})}{2(\pi - 0{,}5t\omega_{ОС})}, \quad (3.29)$$

если выполняется условие $\varphi_{ОС} - \Delta\varphi_0 > 0$, или из выражения

$$n = \frac{2\pi + \varphi_0 - (\pi - 0{,}5t\omega_{ОС})}{2(\pi - 0{,}5t\omega_{ОС})}, \quad (3.30)$$

если выполняется условие $\varphi_{ОС0} - \Delta\varphi_0 < 0$.

Время фазирования определяется по формуле

$$t_{ф} = \left(\frac{1}{2} + n\right) T_{пер}. \quad (3.31)$$

Если расчетная точка встречи задана, это позволяет вести визуальный контроль момента встречи, а если это необходимо, то и управлять движением КА при встрече. При заданной расчетной точке встречи фазирование осуществляется за счет подлета по фазирующей орбите, занимающей среднее положение между опорной и конечной орбитами.

Методом перебора значений $n_{ОС}$ и $n_{ТК}$, используя в качестве критерия выбора неравенство $r_{ОС} > r_{ф} > r_{к}$, определяют число витков ТК на орбите фазирования и число витков ОС до наступления момента, благоприятного для перелета. Период обращения по орбите фазирования

$$T_{\text{ф}} = \frac{T_{\text{ОС}} n_{\text{ОС}} - \dfrac{\Delta\varphi_{\text{ф}}}{\omega_{\text{ОС}}}}{n_{\text{ТК}}}, \tag{3.32}$$

радиус апогея орбиты фазирования

$$r_{\alpha\text{ф}} = 2\left(\frac{\sqrt{\mu}}{2\pi} T_{\text{ф}}\right)^{\frac{2}{3}} - r_1 \tag{3.33}$$

и время фазирования

$$t_{\text{ф}} = \frac{1}{2} T_{\text{пер}} + n_{\text{ТК}} T_{\text{ф}}. \tag{3.34}$$

Необходимый для выполнения фазирования импульс скорости определяют по зависимостям, приведенным в разд. 3.1.

Внешний маневр. Если разность высот орбиты ТК и орбиты ОС мала, то для осуществления внутреннего маневра потребуется большое число витков, поскольку разность угловых скоростей невелика. В этом случае целесообразно применить внешний маневр, при котором необходимо соблюдать неравенство $r_{\alpha\text{ф}} > r_{\text{ОС}}$.

Период полета ТК по орбите фазирования

$$T_{\text{ф}} = \frac{1}{n_{\text{ТК}}}\left(T_{\text{ОС}} n_{\text{ОС}} + \frac{\varphi_{\text{ОС}}}{\omega_{\text{ОС}}} - \frac{1}{2} T_{\text{пер}}\right). \tag{3.35}$$

Уравнение (3.25) решается аналогично уравнению (3.32), критерием выбора числа витков является неравенство $r_{\alpha\text{ф}} > r_{\text{ОС}}$.

Фазирование возможно при совершении ТК одного витка по фазирующей орбите, однако при этом высота апогея орбиты фазирования будет значительной, что потребует больших затрат топлива для ее формирования. Для уменьшения энергетических затрат можно увеличить число витков ТК по фазирующей орбите при достаточном лимите времени, отведенном на фазирование. Это позволит снизить высоту апогея орбиты фазирования, а следовательно, и энергетические затраты.

Решив после определения числа витков уравнение (3.35), найдем соответственно высоту и радиус апогея орбиты фазирования:

$$a_{\text{ф}} = \left(\frac{\sqrt{\mu}}{2\pi} T_{\text{ф}} \right)^{\frac{2}{3}}; \quad r_{\alpha\text{ф}} = 2a_{\text{ф}} - r_{\text{ОС}}. \tag{3.36}$$

3.3.2. Фазирование за счет ожидания на старте

Суть маневра заключается в том, что ТК, установленный на ракете-носителе, находится на стартовой позиции в готовности к старту, как только след траектории ОС пройдет через стартовую позицию ТК или будет находиться на угловом расстоянии $\Delta\varphi$, на которое можно запустить ТК для осуществления маневра фазирования (рис. 3.6). Подобный маневр производится и в том случае, когда при фазировании по схеме «Космос — Космос» хотят избежать объемного маневра. Различие заключается в том, что ТК выводится не в точку встречи, а в плоскость орбиты ОС.

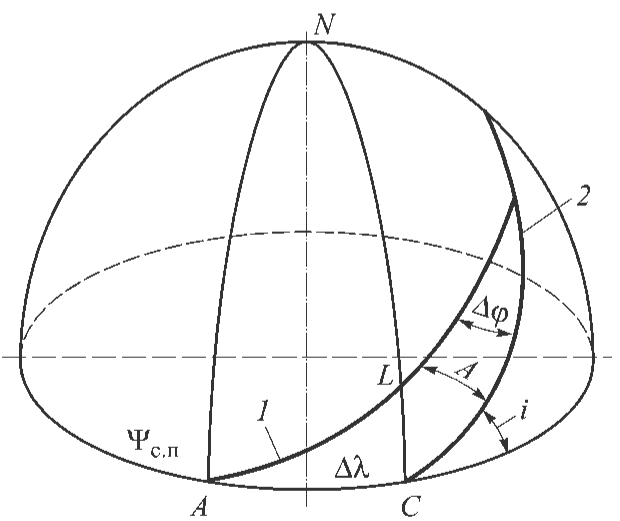


Рис. 3.6. Схема фазирования «Земля — Космос»

1 — орбита перелета ТК; *2* — орбита ОС; $\psi_{\text{с.п}}$ — географическая широта стартовой позиции; $\Delta\lambda$ — угловое расстояние между стартовой позицией и точкой пересечения плоскости орбиты ТК с широтой стартовой позиции; $\Delta\varphi$ — угловое расстояние между плоскостью орбиты ОС и плоскостью орбиты выведения ТК; *A* — угол азимута плоскости орбиты ОС; *L* — дальность, на которую ракета-носитель может вывести ТК

Допустимый угол пересечения орбиты ТК с орбитой ОС при фазировании за счет ожидания на старте находим из выражения

$$\Delta\Psi = \frac{\cos C \cos \psi_{\text{с.п}}}{\sin L} \frac{\Delta\varphi_{\text{ф}} \left(\omega_{\text{ОС}} - \dot{\Omega}\right)}{\omega_{\text{ОС}}}, \qquad (3.37)$$

где C — угол азимута орбиты ОС; $\psi_{\text{с.п}}$ − географическая широта стартовой позиции; L — максимальная дальность стрельбы ракеты-носителя; $\Delta\varphi$ — угол фазирования; $\dot{\Omega}$ — угловая скорость прецессии восходящего узла орбиты ОС,

$$\dot{\Omega} = -\frac{10\cos i}{\left(\frac{a_{\text{ОС}}}{R_0}\right)^{3,5}\left(1-e^2\right)^2} \text{ градус/сут.} \qquad (3.38)$$

Основные параметры и характеристики РБ приведены в прил. 4.

Контрольные вопросы

1. Что такое фазирование и какие виды фазирования вы знаете?
2. Какие виды фазирования при перелете на эллиптическую орбиту вы знаете?
3. Запишите выражение для определения параметров орбиты фазирования при внутреннем маневре при не заданной точке встречи.

4. БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СПУТНИКОВ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ

Космическая разведка, как и всякая другая разведка, предназначена для получения легальным способом информации о деятельности разных государств. От других видов разведки она отличается только способом размещения средств сбора данных. Преимущества использования космического пространства для слежения за поверхностью планеты были осознаны при запусках первых ИСЗ, и с начала космической эры разведывательные спутники заняли одно из первых мест в космических программах США и СССР (России).

Не менее важным направлением использования космической разведки является метеорологическая разведка. Состояние погоды на земном шаре зависит от комплекса параметров атмосферы и гидросферы Земли, а средства космической разведки позволяют глобально охватывать процессы, происходящие на поверхности планеты. Метеорологические ИСЗ дают возможность оперативно получать и транслировать снимки облачных образований и подстилающей поверхности по всей поверхности Земли, следить за развитием атмосферных процессов (циклонов, антициклонов, тропических ураганов и др.), эволюцией термически разнородных атмосферных масс, наблюдать общую картину ветровых полей, изучать радиационный баланс системы Земля — атмосфера.

Космическая геодезия позволила применять геодезические сети в картографировании и значительно повысить объем знаний о гравитационном поле Земли. Это, в свою очередь, обеспечивает более точное определение параметров КА и прогнозирование положения ИСЗ. Геодезические спутники используются для уточнения формы Земли и материков, обеспечения точной системы отсчета с привязкой к контрольным точкам на поверхности Земли (с точностью до 10 м), определения характеристик геопотенциала (с точностью до $3 \times 10^{-6}\,g$), отработки радиовысотомеров и т. п. Фотографирование поверхности Земли широко применяется и в других отраслях: геологии, сельском хозяйстве, океанографии и т. д.

Фотографирование поверхности осуществляется следующими способами.

1. Оптическое фотографирование. Возможны три варианта получения фотоснимков: телевизионная съемка с передачей изображения на Землю; фотографирование и обработка фотоматериалов на орбите; возвращение экспонированной пленки на Землю с последующей обработкой в лабораторных условиях. Каждый из перечисленных вариантов имеет преимущества и недостатки. Первые два варианта не позволяют получить высококачественное изображение, но отличаются высокой оперативностью получения информации. Третий вариант обеспечивает высокое качество обработки материала, но задержка в его получении составляет 2…3 сут, кроме того, возможна утрата материала на участке спуска в атмосфере. Оптическому фотографированию присущ также общий недостаток — невозможность получения информации, если наблюдаемая территория покрыта сплошной облачностью или не освещена солнцем.

2. Фотографирование с помощью радиолокационных систем. Активные радиолокационные системы, облучающие поверхность Земли и принимающие отраженный сигнал, способны фиксировать объекты, расположенные на земной поверхности. Радиолокационные системы позволяют получать изображение объекта независимо от условий освещенности и наличия облачности. После обработки информации ее можно в цифровом виде транслировать на Землю как непрерывно, так и по команде. Недостатком радиолокационной системы является большое энергопотребление (мощность излучателя пропорциональна расстоянию, на котором он работает, возведенному в четвертую степень), что требует больших площадей солнечных батарей. Кроме того, для получения детальности изображения требуются значительные площади антенн.

3. Фотографирование в инфракрасном диапазоне. Поскольку температура строений, автомобилей и других объектов, расположенных на Земле, отличается от общего температурного фона земной поверхности, то при отсутствии освещенности они будут видны на этом фоне. Возможна регистрация этих объектов и изготовление снимков в инфракрасном излучении. Применение этого способа фотографирования допустимо только при отсутствии освещения и плотной облачности.

4. Получение изображения с помощью низкоуровневых телевизионных приборов. Применение этой аппаратуры по сравнению с

традиционной аппаратурой с окулярным вводом изображения имеет ряд преимуществ, к которым, в частности, относятся:

– практически круглосуточная работа вследствие использования системы автоматической регулировки яркости, автоматического введения нейтральных фильтров и диафрагмирования;

– повышение качества изображения путем его цифровой обработки в реальном масштабе времени;

– автоматизация процесса обнаружения и распознавания объектов при условии использования ЭВМ;

– ослабление влияния световых помех в результате стабилизации нелинейного усиления и обработки изображения в электронном канале.

В подобных системах запись изображения производится на ПЗС-матрицу, к преимуществам которой по сравнению с традиционными носителями информации относятся:

– малые габариты, масса и энергопотребление;

– постоянство растра и возможность сравнительно простого и точного измерения координат;

– возможность накопления информации;

– высокая степень однородности распределения чувствительности и разрешающей способности по всей светочувствительной поверхности ПЗС-матрицы (прибор с зарядовой связью);

– удобство обработки сигнала и возможность стробирования;

– высокая стойкость к механическим и климатическим нагрузкам;

– стойкость против световых помех, возможность их локализации;

– сравнительно низкая стоимость;

– большой срок службы.

В случае необходимости сохранить изображение на длительное время, продолжая при этом вести съемку, полученное ранее изображения переписывается на ПЗУ-матрицу (постоянное запоминающее устройство) или магнитофон, с ПЗУ-матрицы по команде с Земли информация сбрасывается на наземное приемное устройство.

4.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ

4.1.1. Выбор высоты полета спутника дистанционного зондирования Земли

Возможны два способа получения изображения поверхности Земли (планеты). Первый способ — применение оптических методов (фотографирование и фотографирование в инфракрасном диапазоне); второй способ — применение радиолокационной техники. Оптические методы зависят от времени суток и метеоусловий. Радиолокационные методы практически не зависят от освещенности и погоды.

Определение проектных параметров при оптическом фотографировании. Для спутников, осуществляющих фотографирование земной поверхности, предпочтительной является круговая орбита с определенным наклонением (углом наклона) плоскости орбиты. Высота полета спутника зависит от заданного разрешения на фотоснимках и параметров регистрирующей аппаратуры.

Масштаб карты или аэрофотографии (отношение размеров изображения объекта на аэрофотографии к его реальным размерам)

$$s = \frac{f}{h}, \tag{4.1}$$

где f — фокусное расстояние объектива; h — высота полета спутника.

Пространственное разрешение l определяется разрешением системы пленка — объектив:

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{l_{\text{пл}}} + \frac{1}{l_{\text{об}}}, \tag{4.2}$$

где $l_{\text{пл}}$ — разрешение пленки; $l_{\text{об}}$ — разрешение объектива.

Разрешение на поверхности Земли $\frac{l}{s}$.

Расстояние на поверхности Земли между двумя различимыми точками определяют по формуле

$$r_g = \frac{h}{2lf}. \tag{4.3}$$

Высота полета спутника, осуществляющего фотографирование поверхности Земли с заданной разрешающей способностью r_g с помощью фотоаппарата с чувствительностью l,

$$h = 2f l r_g n_o, \tag{4.4}$$

где n_o — коэффициент сложности фотографируемого объекта.

В настоящее время фотографирование на фотопленку практически не применяется вследствие сложностей, связанных с обработкой и недостаточной оперативностью получения результатов. Вместо фотопленки используют ПЗС-матрицы, не требующие обработки снимков и оперативно выдающие информацию. Для запоминания информации используют ПЗУ-матрицы, способные накапливать информацию и передавать ее на Землю по первому требованию.

При фотографировании на ПЗС-матрицу разрешение фотографирующей аппаратуры равно разрешающей способности r_a ПЗС-матрицы (разрешение объектива пренебрежимо мало и соответствует 45…50 линий/мм по сравнению с разрешением ПЗС-матрицы), которое равно размеру пиксела (элемента разрешения). Следовательно, можно положить, что разрешение фотоаппаратуры с ПЗС-матрицей равно разрешению пиксела, тогда высота полета спутника ДЗЗ

$$h = \frac{2fr_g}{r_a},$$

а разрешающая способность на фотоснимках

$$r_g = \frac{r_a h}{2f},$$

где f — фокусное расстояние объектива; r_a — разрешающая способность ПЗС-матрицы. Значения разрешения ПЗС-матриц и фотопленок приведены в прил. 5.

Угол поля зрения объектива — это величина, определяемая соотношением фокусного расстояния объектива и размером $b_{\text{ПЗСМ}}$ матрицы (или кадра пленки) фотоаппарата. Чем меньше фокусное расстояние объектива и чем больше размер кадра пленки или матрицы, тем более широкая панорама оказывается в пределах кадра. И наоборот, при увеличении фокусного расстояния объектива и

уменьшении размера матрицы (кадра пленки) изображение на фотографии будет представлять собой более узкое, ограниченное рамками кадра отображение пространства. Угол зрения пары объектив — матрица (или объектив — кадр пленки) зависит исключительно от размера матрицы (кадра пленки) фотоаппарата и фокусного расстояния объектива:

$$\gamma = \frac{b_{\text{пзсм}}}{f}. \qquad (4.5)$$

Выбор проектных параметров при радиолокационном фотографировании[1]**.** Для получения изображения подстилающей поверхности, над которой летит КА, применяют микроволновые рефлектометры (длина волны 1…10 см). Микроволновый рефлектометр не является системой получения изображения, он измеряет коэффициент обратного рассеивания σ^0 (часто как функцию угла падения луча θ), вырабатывает непрерывный сигнал или серию импульсов и регистрирует отраженный сигнал. Измеряя мощность возвращенного сигнала, рассчитывают σ^0 для той части поверхности, на которую посылали сигнал. По полученному значению σ^0 определяют материал поверхности и его свойства.

Типичным спутниковым микроволновым рефлектометром является рефлектометр ASCAT, разработанный для метеорологических спутников «Метеор». Работает ASCAT в микроволновом С-диапазоне (5,3 ГГц), применяется вертикальная поляризация микроволнового излучения. Для достижения высокого пространственного разрешения используется метод коротких пучков. При этом из импульсов формируются шесть расходящихся пучков (узких в одном направлении и широких в перпендикулярном сечении) — по три с каждой стороны спутника.

Микроволновые рефлектометры можно использовать в качестве систем получения изображения, хотя и с весьма низким пространственным разрешением. Высокое пространственное разрешение получают, применяя микроволновые рефлектометры с реальной апертурой (RAR), особенно радары бокового обзора (SLR) и бортовые радиометры бокового обзора (SLAR). Система SLAR является импульсным радаром, луч которого способен формировать непрерывное изображение цели. Схема наблюдения с помощью SLR-системы приведена на рис. 4.1.

---

[1] *Рис У.Г.* Основы дистанционного зондирования. М.: Техносфера, 2006.

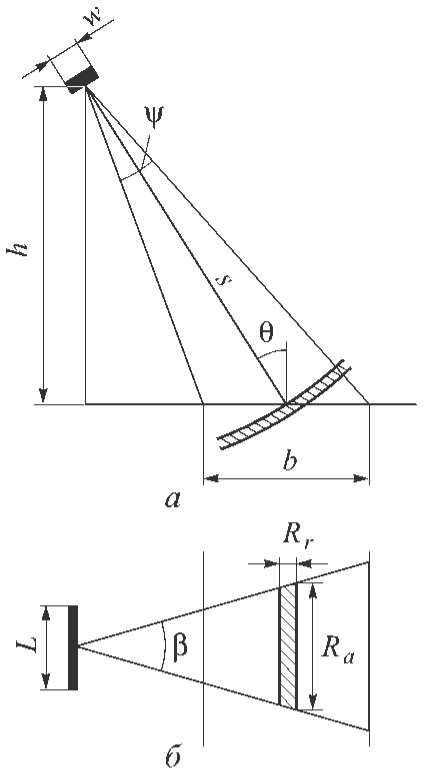


Рис. 4.1. Схема наблюдения с помощью SLR-системы:

а — ширина полосы изображения; *б* — геометрия SLR-системы; h — высота полета КА; w, L — ширина и длина антенны; R_a — азимутальное разрешение; R_r — разрешающая способность по дальности (в направлении движения КА); s — наклонная дальность; β — угловая ширина луча антенны; θ — угол падения пучка; ψ — угловая ширина пучка, излучаемого антенной; b — ширина полосы обзора

Угловая ширина пучка ψ, ограниченная дифракцией,

$$\psi = \frac{\lambda}{w},$$

где λ — длина волны.

Угловая ширина луча антенны

$$\beta = \frac{\lambda}{L}.$$

Длину антенны выбирают, исходя из геометрических размеров КА, если этого недостаточно, то антенну выполняют раскрывающейся.

Если задана высота полета КА, то азимутальное разрешение вычисляют по формуле

$$R_a = \frac{h\lambda}{L\cos\theta}. \qquad (4.6)$$

Если задано азимутальное разрешение, то высоту полета КА определяют из выражения

$$h = \frac{R_a}{\lambda} L\cos\theta. \qquad (4.7)$$

Разрешающая способность по дальности (в направлении движения КА)

$$R_r = \frac{ct_p}{2\sin\theta}, \tag{4.8}$$

где c — скорость света (300 000 км/с); t_p – длительность импульса, $t_p = 1\ldots10$ нс.

Из полученных выражений можно сделать следующие выводы:

– разрешающая способность по дальности не зависит от высоты полета КА (4.8);

– азимутальное разрешение зависит от высоты полета КА (4.6). Таким образом, разрешение по азимуту при работе с КА будет значительным, что не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к полученным снимкам. Данные недостатки позволяет устранить применение SAR-системы .

Технология радаров с синтезированной апертурой SAR преодолевает проблему зависимости азимутального разрешения от высоты, на которой работает КА. Внешне SAR-система не отличается от SLR-системы. Геометрия построения системы и принцип работы аналогичны, высота полета или разрешение вычисляются по одинаковым зависимостям. Более высокое азимутальное разрешение достигается за счет обработки сигнала. Из формулы (4.6) следует, что для улучшения азимутального разрешения необходимо увеличивать длину антенны, что не всегда возможно. В SAR-системе вместо физического удлинения антенны применяют технологию использования движения КА. В течение некоторого интервала времени T антенна проходит расстояние vT (v — скорость КА). Если за это время на антенну поступил сигнал, то это равноценно приему сигнала антенной длиной vT. Данная идея называется синтезированной апертурой. Следовательно, азимутальное разрешение и ширина полосы обзора не могут изменяться независимо друг от друга, эта зависимость имеет вид неравенства

$$\frac{b}{R_a} < \frac{c}{2v\sin\theta}, \tag{4.9}$$

где b — ширина полосы обзора.

Для спутниковой SAR-системы угол падения луча радара изменяется от 0 до 30°, а отношение $\frac{b}{R_a}$ не превышает 40 000. Ширина полосы обзора

$$b < \frac{cR_a}{2v\sin\theta}. \tag{4.10}$$

4.1.2. Зона обзора и ширина полосы обзора

Зона обзора зависит от высоты h полета спутника и угла γ поля зрения фотоаппаратуры, установленной на спутнике:

$$\varphi_з = \frac{\pi}{2} - \gamma - \arccos\left(\frac{R_0 + h}{R_0}\sin\gamma\right), \tag{4.11}$$

где R_0 — радиус Земли.

Ширина полосы обзора

$$2b = 2R_0\varphi_з = 2R_0\left[\frac{\pi}{2} - \gamma - \arccos\left(\frac{R_0 + h}{R_0}\sin\gamma\right)\right]. \tag{4.12}$$

4.1.3. Выбор угла наклона плоскости орбиты спутника

Угол наклона плоскости орбиты спутника выбирают, исходя из заданной зоны на поверхности Земли, которую необходимо просматривать. Эта зона ограничивается заданной северной $+\psi$ и южной $-\psi$ географическими широтами.

Исходя из необходимости просмотра заданной широты ψ, угол наклона плоскости орбиты спутника находят из выражения

$$i \geq \psi + b, \tag{4.13}$$

где ψ — географическая широта, определяющая зону обзора на поверхности Земли; b — ширина полосы обзора.

4.1.4. Подспутниковая точка и трасса спутника

Каждому положению спутника на орбите соответствует подспутниковая точка с географическими координатами λ и ψ. Подспутниковой точкой называется точка на земной поверхности, для которой в данный момент спутник находится в зените. Совокупность подспутниковых точек образует линию, которую будем называть трассой спутника или следом.

Начало трассы определяется начальным моментом времени t_0 — положением точки выведения. Наиболее удобно за начало отсчета выбирать момент прохождения спутника на восходящей ветви траектории через экватор.

За виток примем время между двумя последовательными прохождениями спутника через экватор на восходящей ветви траекто-

рии. Этот промежуток времени T_Ω называется драконическим периодом.

Допустим, что орбита спутника круговая ($e = 0$), а планета сферическая. В качестве независимой переменной выберем аргумент широты

$$u = \omega + \vartheta,$$

где ω — аргумент перигея; ϑ — истинная аномалия.

Трассу спутника (след) можно рассчитать, используя систему уравнений

$$\begin{aligned} \varphi &= \arcsin\left(\sin i \, \sin u\right); \\ \lambda &= \lambda_\Omega + \overset{\smile}{BE} - \frac{T}{T_{\text{звезд}}}, \end{aligned} \tag{4.14}$$

где $T_{\text{звезд}}$ — промежуток времени между двумя максимальными кульминациями звезды на меридиане, $T_{\text{звезд}} = 86\,164$ с; $\overset{\smile}{BE}$ — дуга, измеренная по экватору, между восходящим узлом орбиты и меридианом подспутниковой точки,

$$\overset{\smile}{BE} = \begin{cases} \arcsin\left(\dfrac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg} i}\right), & \text{если } 0 \le u \le \dfrac{\pi}{2}; \\ \pi - \arcsin\left(\dfrac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg} i}\right), & \text{если } \dfrac{\pi}{2} \le u \le \dfrac{3\pi}{2}; \\ 2\pi + \arcsin\left(\dfrac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg} i}\right), & \text{если } \dfrac{3\pi}{2} \le u \le 2\pi. \end{cases} \tag{4.15}$$

Из анализа уравнений (4.15) следует: максимум широты равен наклонению i плоскости орбиты спутника для орбиты прямого наклонения и $(\pi - i)$ — для орбит обратного наклонения. Начало последующей трассы смещается на угол $\Delta\lambda$ относительно предыдущей трассы, это смещение называется межвитковым сдвигом.

4.1.5. Периодичность обзора земной поверхности

Бортовая аппаратура, установленная на ИСЗ, находящемся на высоте h над поверхностью планеты, просматривает поверхность в виде полосы обзора шириной b. Через сутки след траектории спутника будет проходить в окрестностях точки, которая просматривалась накануне. Для обеспечения беспропускного обзора необходимо, чтобы зоны обзора в первые и во вторые сутки по крайней мере соприкасались.

Если высота полета ИСЗ такова, что через сутки следы будут совпадать полностью, то информативность будет минимальной, т. е. мы не получим информацию о других районах поверхности, а все движущиеся поперек кадра объекты будут потеряны. Подобные траектории называют траекториями малой информативности. Однако для определенной зоны или объекта такая траектория оказывается наиболее приемлемой.

Число n спутников, обеспечивающих непрерывный обзор заданной поверхности земного шара, определяется из выражения

$$\frac{2\pi}{\omega_З - \dot{\Omega}} = nT \pm \frac{\Delta\lambda}{\omega_З - \dot{\Omega}}, \tag{4.16}$$

где T — период обращения ИСЗ, $T = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\mu}} a^{\frac{3}{2}}$; $\dot{\Omega}$ — угловая скорость прецессии восходящего узла траектории,

$$\dot{\Omega} = \frac{10\cos i}{\left(\dfrac{r}{R_0}\right)^{\frac{7}{2}}(1-e)^2} \text{ градус/сут.} \tag{4.17}$$

Подставив в уравнение (4.16) значения ширины полосы обзора аппаратуры, периода обращения ИСЗ и скорости прецессии восходящего узла его орбиты, определим необходимое число ИСЗ, обеспечивающее непрерывный обзор поверхности Земли.

4.2. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЗАДАННОЙ ВЫСОТЫ ПОЛЕТА СПУТНИКА

В процессе полета ИСЗ вследствие действия возмущающих сил высота полета уменьшается, что приводит к уменьшению ширины полосы обзора и, как следствие, к разрывам в наблюдениях. Высоту полета можно поддерживать двумя способами: непрерывно корректируя ее, при этом двигатели работают непрерывно; или дискретно, позволяя спутнику перемещаться в «коридоре», равном $\pm\Delta h$, относительно средней высоты, при этом двигатели периодически включаются и выключаются.

Импульс скорости, необходимый для изменения высоты полета спутника на величину $\pm\Delta h$, составляет

$$\Delta v = \frac{\partial v}{\partial h}\Delta h,$$

где $\frac{\partial v}{\partial h} = \frac{v}{r(1-\cos\vartheta)}$.

С достаточной степенью точности для интервала высот от 200 до 700 км можно принять $\frac{\partial v}{\partial h} = 0{,}000286\ \text{с}^{-1}$. Следовательно, импульс скорости, необходимый для изменения высоты полета спутника на величину $\pm\Delta h$, составит

$$\Delta v \approx 0{,}000286 \cdot 2\Delta h. \qquad (4.18)$$

Периодичность включений двигателей для коррекции траектории ИСЗ

$$t = \frac{F(h_1) - F(h_2)}{\sigma_x}, \qquad (4.19)$$

где значения $F(h)$ вычисляют по таблицам ГОСТ 25645.101—83 соответственно для высоты h_1 и h_2 (см. прил. 3); σ_x — баллистический коэффициент, $\sigma_x = \frac{c_x S_м}{m}$; c_x — коэффициент лобового аэродинамического сопротивления ИСЗ; $S_м$ — площадь миделевого сечения ИСЗ (если площадь миделя вычислить невозможно,

то принимают 0,5 общей поверхности корпуса ИСЗ); m — масса ИСЗ.

Число коррекций траектории за время существования ИСЗ

$$n = \frac{t_{\text{сущ}}}{t}, \tag{4.20}$$

где $t_{\text{сущ}}$ — время активного существования ИСЗ.

Суммарный импульс скорости, необходимый для коррекции траектории ИСЗ за весь период его активного существования

$$\Delta v_{\Sigma} = n\Delta v. \tag{4.21}$$

4.3. ШИРИНА ПОЛОСЫ ОБЗОРА[1]

При просмотре регистрирующей аппаратурой поверхности Земли возможны два вида кадра: прямоугольный и круглый.

Прямоугольный кадр $[2a \times 2b]$. Для геоцентрических широт при $\psi \geq i - b$ ширина полосы обзора

$$\Delta\lambda_{\psi} = \Delta\lambda'_{\text{з}} - \omega_{\text{з}} \frac{T}{2\pi} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\pi}{2} - \left[\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \overset{\smile}{BK}}{\cos i} + \arcsin \left(\frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg}\left[\arccos\left(\cos \overset{\smile}{BK} \sin i \right) \right]} \right) \right] \right\}, \tag{4.22}$$

где

$$\Delta\lambda'_{\psi} = \arcsin \left\{ \frac{\operatorname{tg}\left[\psi + \operatorname{arctg}\left(\frac{\cos i}{\sin b \cos \psi} + \operatorname{tg}\psi \right) \right]}{\operatorname{tg} i} \right\} -$$

[1] *Баринов К.Н., Бурдаев М.Н., Мамон П.А.* Динамика и принципы построения орбитальных систем космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1975.

$$-\arcsin\left\{\frac{\operatorname{tg}\left[\psi-\operatorname{arctg}\left(\frac{\cos i}{\sin b\cos\psi}-\operatorname{tg}\psi\right)\right]}{\operatorname{tg} i}\right\}; \qquad (4.23)$$

$\overset{\smile}{BK}$ — дуга экватора между восходящим узлом орбиты и меридианом начала просмотра заданной широты ψ,

$$\overset{\smile}{BK}=\arcsin\left\{\frac{\operatorname{tg}\left[\psi-\operatorname{arctg}\left(\frac{\cos i}{\sin b\cos\psi}-\operatorname{tg}\psi\right)\right]}{\operatorname{tg} i}\right\}.$$

Ширина полосы обзора для прямоугольного кадра с учетом вращения Земли

$$\Delta\lambda=\Delta\lambda_{\psi}+\frac{T}{\pi}a\omega_{З}, \qquad (4.24)$$

где $2a$ — протяженность кадра вдоль плоскости орбиты ИСЗ.

Круглый кадр. Ширину полосы обзора заданной широты рассчитываем по следующему алгоритму.

1. Ширина зоны обзора на поверхности Земли $\varphi_{З}=\frac{\pi}{2}-\alpha-$

$$-\arccos\left(\frac{R_0+h}{R_0}\sin\alpha\right).$$

2. Угол наклона плоскости орбиты $i\geq\psi+\varphi_{З}$.

3. Долгота точки пересечения трассы ИСЗ с заданной широтой $\lambda_0=\arcsin\left(\frac{\operatorname{tg}\psi}{i}\right)$.

4. Аргумент широты точки начала осмотра $u_{н}=\arcsin\times$

$$\times\left[\frac{\sin(\psi-\varphi_{З})}{\sin i}\right].$$

5. Аргумент широты точки конца осмотра $u_{к}=\arcsin\times$

$$\times\left[\frac{\sin(\psi+\varphi_{З})}{\sin i}\right].$$

6. Шаг просмотра по углу $\Delta u=\frac{\Delta u'}{n}$, где $\Delta u'=u_{к}-u_{н}$, $n=10...15$.

7. Период обращения спутника $T = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\mu}} a^{\frac{3}{2}}$.

8. Шаг просмотра по времени $\Delta t = \dfrac{T}{2\pi} \Delta u$.

9. Приращение широты на каждом шаге $\Delta\psi = \arcsin \times$ $\times \left[\sin i \sin\left(u_{\text{н}} + J\Delta u\right) \right] - \arcsin(\sin i \sin u_{\text{н}})$, где J — номер шага.

10. Расстояние, пройденное ИСЗ на каждом шаге по долготе, $\Delta\lambda_{\text{ИСЗ}} = \arcsin\left[\dfrac{\operatorname{tg}(\psi - \varphi_3 + \Delta\psi)}{\operatorname{tg} i} \right] - \arcsin\left[\dfrac{\operatorname{tg}(\psi - \varphi_3)}{\operatorname{tg} i} \right]$.

11. Хорда мгновенной ширины зоны обзора $d = 2R_0 \times$ $\times \sqrt{\dfrac{\left[\sin(\psi + \Delta\psi) - \sin\psi\right]\left[2\sin\varphi_3 \cos(\psi + \Delta\psi - \varphi_3) - \sin(\psi + \Delta\psi) + \sin\psi\right]}{\cos^2(\psi + \Delta\psi - \varphi_3)}}$.

12. Длина дуги, соответствующей вычисленной хорде, $\Delta\lambda = 2\arcsin\left(\dfrac{d}{2R_0 \cos\psi} \right)$.

13. Угол поворота Земли $\Delta\lambda_3 = \omega_3 \Delta t$.

14. Долгота просмотренной крайней восточной точки $\lambda_{\text{вост}\,J} =$ $= \lambda_0 + \dfrac{\Delta\lambda}{2} + \Delta\lambda_{\text{ИСЗ}} - \Delta\lambda_3$.

15. Долгота просмотренной крайней западной точки $\lambda_{\text{зап}\,J} =$ $= \lambda_0 - \dfrac{\Delta\lambda_{3J}}{2} + \Delta\lambda_{\text{ИСЗ}J} - \Delta\lambda_{3J}$, где J — номер шага.

16. Предельные значения восточной и западной долготы $\lambda_{\text{вост}\,J\,\text{пред}} = \lambda_{\text{вост}\,J} + \omega_3 \Delta t(n - J)$, $\lambda_{\text{зап}\,J\,\text{пред}} = \lambda_{\text{зап}\,J} - \omega_3 \Delta t(n - J)$.

17. Выбор максимального предельного значения восточной долготы и минимального значения западной долготы.

18. Ширина полосы обзора на заданной широте $\psi \Delta\lambda_\psi =$ $= (\lambda_{\text{вост}\,J\,\text{пред}})_{\max} - (\lambda_{\text{зап}\,J\,\text{пред}})_{\min}$.

19. Ширина полосы обзора на экваторе $\Delta\lambda_{\text{экв}} = \sin(\Delta\lambda_\psi)/\cos\psi$.

При использовании радиолокационной аппаратуры для наблюдения за поверхностью Земли ширину полосы обзора вычисляют по формуле (4.10).

4.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГАРАНТИРОВАННОЙ ШИРИНЫ ПОЛОСЫ ОБЗОРА

Для обеспечения непрерывного обзора ИСЗ поверхности планеты необходимо, чтобы соседние полосы обзора соприкасались друг с другом или, что предпочтительнее, накладывались друг на друга. В этом случае пропусков в наблюдениях не будет. Но параметры траектории и поведение аппарата на орбите непостоянны, и каждое их изменение влияет на ширину полосы обзора, а следовательно, и на качество просмотра поверхности.

Определим ширину полосы обзора, гарантирующую беспропускной просмотр поверхности планеты при случайных отклонениях параметров траектории ИСЗ и его положения на орбите. Рассмотрим влияние изменений: высоты h полета; отклонения оси ИСЗ от вертикали — ошибки $\Delta\alpha$ системы стабилизации; точности $\Delta\varphi$ расстановки ИСЗ на орбите; погрешности ΔT определения периода обращения ИСЗ и изменения угла Δi наклона плоскости орбиты к экватору.

Влияние погрешности ориентации ИСЗ. Изменение ширины полосы обзора при изменении угла ориентации ИСЗ в пространстве

$$\delta b_\alpha = \frac{db}{d\alpha}\Delta\alpha, \tag{4.25}$$

где $\dfrac{db}{d\alpha} = \dfrac{h}{\cos^2\alpha}$.

Влияние изменения высоты полета. Изменение высоты полета h влияет на ширину полосы обзора, при этом учитываются два фактора:

– изменение ширины полосы обзора, поскольку она прямо зависит от высоты полета ИСЗ:

$$\delta b_h = \frac{db}{dh}\Delta h, \tag{4.26}$$

где $\dfrac{db}{dh} = \operatorname{tg}\alpha$;

– изменение высоты полета изменяет период обращения T ИСЗ по орбите, а это, в свою очередь, влияет на периодичность обзора (могут возникнуть пропуски в наблюдениях):

$$T = f(h_T);$$
$$\delta b_{hT} = \frac{db}{dh_T}\Delta h, \tag{4.27}$$

где $\frac{db}{dh_T} = \frac{3\Delta\lambda \sin i}{2(R_0 + h)}$; $\Delta\lambda = (\omega_3 - \dot{\Omega})\Delta T$.

Изменения высоты полета в пределах $\pm\Delta h$ планируются при проектировании ИСЗ. Необходимо установить, какую высоту принимать за расчетную: h_0 или одну из высот, равных $h_0 \pm \Delta h$.

При $\delta b_{hT} > \delta b_h$ имеем $\frac{3\Delta\lambda \sin i}{2(R_0 + h)}\Delta h > \Delta h \operatorname{tg}\alpha$, откуда

$$\alpha < \operatorname{arctg}\left(\frac{3\Delta\lambda \sin i}{2\Delta h(R_0 + h)}\right), \tag{4.28}$$

поэтому в дальнейших расчетах принимаем высоту полета

$$h = h_0 + \Delta h. \tag{4.29}$$

Если $\delta b_{hT} < \delta b_h$, то $\frac{3\Delta\lambda \sin i}{2(R_0 + h)}\Delta h < \Delta h \operatorname{tg}\alpha$, тогда

$$\alpha > \operatorname{arctg}\left(\frac{3\Delta\lambda \sin i}{2\Delta h(R_0 + h)}\right), \tag{4.30}$$

поэтому в дальнейших расчетах принимаем высоту полета

$$h = h_0 - \Delta h. \tag{4.31}$$

Суммарная вариация ширины полосы обзора при изменении высоты полета

$$\delta b_{h\Sigma} = \left(\frac{db_{hT}}{dh} - \frac{db_h}{dh}\right)\Delta h. \tag{4.32}$$

Влияние точности расстановки ИСЗ на орбите. При расстановке ИСЗ на орбите угловое расстояние между двумя соседними спутниками точно выдержать практически невозможно, вследствие чего проведение сплошного обзора также может стать невозможным. Выведем зависимость изменения ширины полосы обзора от ошибок расстановки ИСЗ на орбите. Изменение ширины полосы обзора в зависимости от расстановки спутников можно записать в виде

$$\delta b_{\varphi} = \frac{db}{d\varphi}\Delta\varphi, \tag{4.33}$$

где $\Delta\varphi$ — ошибка расстановки ИСЗ на траектории; $\frac{db}{d\varphi} = \frac{\left(\omega_З - \dot{\Omega}\right)}{\dot{\varphi}}\sin i.$

Влияние ошибки определения периода обращения ИСЗ. Погрешности определения периода обращения ИСЗ по орбите приводят к тому, что ИСЗ приходит в зону обзора либо раньше, либо позже назначенного времени, что вызывает разрывы в наблюдении. Эта ошибка накапливается от витка к витку и требует систематической коррекции. Ошибка определения ширины зоны обзора

$$\delta b_T = \frac{db}{dT}\Delta t = \frac{db}{dT}n\Delta T, \tag{4.34}$$

где n — число витков, по достижении которого необходимо проводить коррекцию; ΔT — ошибка определения периода обращения на одном витке.

В соотношении (4.34)

$$\frac{db}{dT} = \frac{\left(\omega_З - \dot{\Omega}\right)\sin i\cos\left(\dfrac{\omega_З - \dot{\Omega}\Delta T}{2}\right)}{\cos\dfrac{b}{2}}.$$

Если задано допустимое значение δb_T, то можно найти временной интервал между двумя коррекциями:

$$n = \frac{\delta b_T}{\frac{db}{dT}\Delta T}. \qquad (4.35)$$

Влияние изменения угла наклона плоскости траектории. Угол i наклона плоскости траектории к экватору может влиять на ширину полосы обзора через два фактора:

– ошибку определения угла наклона плоскости траектории после выведения спутника на орбиту;

– отклонения угла наклона, вызываемые возмущающими факторами; эти отклонения не накапливаются от витка к витку, но периодически возникают на витке и их необходимо учитывать при построении системы обзора.

Ошибка определения ширины полосы обзора

$$\delta b_i = \frac{db}{di}\Delta i, \qquad (4.36)$$

где $\frac{db}{di} = \lambda \cos i.$

Определение гарантированной ширины полосы обзора. Выбранная ширина полосы обзора и число ИСЗ на орбите должны обеспечивать заданные условия обзора земной поверхности независимо от действия возмущающих факторов. Ширина полосы обзора зависит от ряда факторов, связанных с нестационарностью параметров орбиты:

$$b = b(h, \Delta\varphi, T, \Delta\alpha, i).$$

Высоту полета ИСЗ, обеспечивающую оптимальную ширину полосы обзора, выбирают из следующих условий:

– если $\alpha < \operatorname{arctg}\left(\frac{3\Delta\lambda \sin i}{2\Delta h(R_0 + h)}\right)$, то в дальнейших расчетах высоту полета принимают $h = h_0 + \Delta h$;

– если $\alpha > \operatorname{arctg}\left(\frac{3\Delta\lambda \sin i}{2\Delta h(R_0 + h)}\right)$, то $h = h_0 - \Delta h$.

Математическое ожидание изменения ширины полосы обзора в зависимости от изменений отдельных параметров имеет следующий вид:

$$\Delta b = \delta b_h + \delta b_\varphi + \delta b_T + \delta b_\alpha + \delta b_i. \qquad (4.37)$$

Вычислим дисперсию изменения ширины полосы обзора:

$$D_b = \left(\frac{db}{dh}\right)^2 D_h + \left(\frac{db}{d\varphi}\right)^2 D_\varphi + \left(\frac{db}{dT}\right)^2 D_T + \left(\frac{db}{d\alpha}\right)^2 D_\alpha + \left(\frac{db}{di}\right)^2 D_i,$$

где дисперсии отклонений параметров

$$D_h = \left(\frac{\Delta h}{3}\right)^2;\ D_\varphi = \left(\frac{\Delta\varphi}{3}\right)^2;\ D_T = \left(\frac{10\Delta t}{3}\right)^2;$$
$$D_\alpha = \left(\frac{\Delta\alpha}{3}\right)^2;\ D_i = \left(\frac{\Delta i}{3}\right)^2. \qquad (4.38)$$

Определим гарантированную ширину полосы обзора, обеспечивающую беспропускной обзор поверхности планеты:

$$b_\text{г} = b_0 + 3\sigma_b, \qquad (4.39)$$

где $\sigma_b = \sqrt{D_b}$, если принят нормальный закон распределения ошибки. Если $b_\text{г} > b_0$, это означает, что в зоне обзора вероятны разрывы из-за случайных изменений параметров орбиты и спутника. В этом случае возможны следующие решения:

– увеличение высоты h полета спутника;

– увеличение угла α поля зрения аппаратуры;

– увеличение числа спутников, работающих на орбите, до $N = \dfrac{\lambda R_0}{b_\text{г}}$.

4.5. ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ ОБЗОРА

Построить систему обзора означает, что в заданный момент времени все спутники обзора выведены на рабочую орбиту и начали нормально функционировать. Для нормальной работы требуется не только вывести ИСЗ на заданную высоту, но и расставить их на заданном угловом расстоянии и уложиться в заданное время.

При построении системы обзора необходимо учитывать следующие факторы:

– возможности ракеты-носителя (возможность выведения полезного груза заданной массы на орбиту с требуемыми параметрами);

– условия старта (расположение стартовой позиции);

– энергетические затраты для осуществления фазирования и формирования орбиты с заданными параметрами.

Рассмотрим два варианта построения системы обзора.

Пакетное выведение. Допустим, что система обзора состоит из N спутников, которые выводятся на орбиту одной ракетой-носителем. Требуется расставить их на рабочую орбиту высотой h за время Δt под углом $\varphi = \dfrac{2\pi}{N}$, тогда

$$\varphi = \frac{3\pi}{2}\frac{\Delta r_\alpha}{a}\left(\frac{t}{T_0}\right) \tag{4.40}$$

или

$$\Delta r_\alpha = \frac{2\Delta\varphi}{3\pi}\frac{a}{\left(\dfrac{t}{T_0}\right)}, \tag{4.41}$$

где a — большая полуось рабочей орбиты; t — время, за которое необходимо расставить спутники; T_0 — период обращения спутника по рабочей орбите; Δr_α — приращение большой полуоси рабочей орбиты.

Импульс скорости, необходимый для перехода спутника на орбиту фазирования и установки в заданную точку на рабочей орбите,

$$\Delta v_\Sigma = \frac{4\cdot 0{,}000285\Delta\varphi}{3\pi}\frac{a}{\left(\dfrac{t}{T_0}\right)}. \tag{4.42}$$

При $\Delta r_\alpha < 0$ возможны ограничения по высоте $h > h_{\min}$, т. е. орбиту, параметры которой

$$\begin{aligned} r_\pi &= R_0 + h_0 - \Delta r_\alpha; \\ r_\alpha &= R_0 + h_0, \end{aligned} \tag{4.43}$$

построить невозможно.

Подобная ситуация возникает очень часто, поскольку высоту h_0 выбирают из условия минимальных энергетических затрат на выведение спутников на орбиту.

Если выполнение условия $\Delta\varphi < 0$ невозможно, то, полагая $|-\varphi_0| < \varphi$, вычисляем

$$\Delta r_{\alpha 1} = -\frac{2(\pi - \varphi_0)}{3\pi} \frac{a}{\left(\frac{t}{T_0}\right)}; \tag{4.44}$$

$$\Delta v_{\Sigma} = \frac{4 \cdot 0{,}000285\varphi}{3\pi} \frac{a}{\left(\frac{t}{T_0}\right)}. \tag{4.45}$$

Если накладываются ограничения по используемым энергетическим затратам $\left(\Delta v \le \Delta v_{\text{зад}}\right)$, то определяем время, в течение которого можно решить задачу построения системы обзора:

$$\left(\frac{t_i}{T_{0i}}\right) = \frac{4}{3} \frac{\Delta\varphi_i}{\pi} \frac{0{,}000285a}{\Delta v_{\text{зад}}}. \tag{4.46}$$

Автофазирование. Система обзора, состоящая из N спутников, выводится ракетами-носителями на промежуточную орбиту высотой h_0 и периодом обращения T_0. Каждый спутник выводится отдельной ракетой-носителем. Орбита строится таким образом, что каждый предыдущий спутник отстоит от последующего на постоянный угол $\varphi = \frac{\pi}{N}$. При этом накладывается ограничение: осуществляется один старт ИСЗ в сутки.

Высота промежуточной орбиты, на которой расставляют спутники,

$$h_0 = 2\sqrt[3]{\frac{\mu}{\left(\omega_3 - \dot{\Omega}\right)^2 \left(1 \pm \frac{1}{N}\right)^2}} - R_0. \tag{4.47}$$

После выведения последнего спутника на промежуточную орбиту на все спутники подается сигнал для перехода на рабочую орбиту.

Запас характеристической скорости, необходимый для перехода ИСЗ с промежуточной орбиты на рабочую орбиту, определяется по формулам (3.1)—(3.7).

Основные параметры спутников ДЗЗ и аппаратуры приведены в прил. 6—10.

Контрольные вопросы

1. Как выбирается угол наклона (наклонение) плоскости орбиты спутника ДЗЗ?
2. Как выбирается высота полета спутника при оптическом и радиолокационном способе мониторинга?
3. Запишите выражение для определения ширины полосы обзора при изменении высоты полета спутника.
4. Запишите формулу для определения суммарного импульса скорости, необходимого для коррекции траектории ИСЗ за весь период его существования.

5. БАЛЛИСТИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СПУТНИКОВ СВЯЗИ

ИСЗ применяются для обеспечения надежной и быстродействующей связи, устойчивой против воздействия естественных и искусственных помех. ИСЗ используются также в качестве активных и пассивных ретрансляторов сигналов, передаваемых на большие расстояния. К активным ретрансляторам относятся ИСЗ с установленной на них приемной и передающей аппаратурой. Пассивные ретрансляторы — ИСЗ, которые не содержат такой аппаратуры в своем составе и передают сигнал путем отражения от поверхности корпуса, имеющей специальные покрытие и форму, или от специальных отражающих устройств.

В зависимости от способа передачи сигнала применяют системы связи с активной ретрансляцией и задержкой сигнала по времени, с активной ретрансляцией в реальном масштабе времени и с пассивной ретрансляцией сигнала.

На начальном этапе проектирования спутника связи определяют вид связи, которую он должен обеспечить. В общем случае задача формулируется следующим образом: требуется обеспечить круглосуточную непрерывную или с заданными разрывами связь для определенного района земного шара, группы районов или глобально для всего земного шара.

Существуют три вида связи, выбор которых определяет форму орбиты ИСЗ:

– глобальная связь, охватывающая всю поверхность земного шара; реализуется на геостационарных орбитах;

– региональная система связи, обеспечивающая связь в заданном регионе; строится на эллиптических орбитах с периодом обращения около 12 ч;

– связь с отдельными пунктами; осуществляется на низких круговых орбитах.

Выбор формы орбиты зависит также от площади территории, географического местоположения, конфигурации района. Угол наклона плоскости орбиты зависит от географического положения

территории и от заданного времени функционирования системы связи. Необходимо также учитывать и расположение стартовой позиции, с которой осуществляется запуск ИСЗ.

После определения вида орбиты и назначения спутника связи определяют полезную нагрузку, которую он должен нести. Затем задают основные характеристики системы связи в выделенном диапазоне частот. С учетом возможностей спутника связи и наземных станций определяют необходимое число ИСЗ и характеристики их ретрансляционной аппаратуры, т. е. определяется состав и характер полезной нагрузки.

5.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗОНЫ СВЯЗИ

В настоящее время используются четыре вида зон связи.

1. Заявочная характеристика антенны (ЗХА) — набор замкнутых контуров постоянного усиления по диаграмме направленности передающей антенны ретранслятора, изображенных на географической карте. Число контуров и усиление по соответствующим контурам регламентируются.

2. Зона обслуживания (ЗО) — часть земной поверхности, на которой администрация, отвечающая за обслуживание, имеет право требовать согласования защитных условий и на которой должно достигаться, по крайней мере в течение согласованного промежутка времени, заданное значение плотности потока излучения.

3. Зона покрытия (ЗП) — часть земной поверхности, ограниченная контуром постоянных значений плотности потока мощности, обеспечивающей желаемое качество приема при отсутствии помех. Площадь ЗП должна быть минимальной, включая зону обслуживания.

4. Зона луча (ЗЛ) — площадь, образованная пересечением земной поверхности с поверхностью луча передающей антенны ретранслятора по уровню половинной мощности.

В практике проектирования и эксплуатации систем спутниковой связи (ССС) используют еще два вида зон связи.

1. Зона гарантированного уровня сигнала (ГУС) — часть земной поверхности, ограниченная по двум критериям:

– в любой точке зоны связи напряженность поля полезного сигнала (или плотность потока мощности) равна заданному нормативному значению или выше его при всех возможных значениях дестабилизирующих факторов, влияющих на пространственное положение передающей антенны;

– в любой точке зоны связи угол между плоскостью местного горизонта и направлением из этой точки на ретранслятор (угол места ε) равен или больше заданного значения ($\varepsilon_г$).

2. Зона регламентированного уровня сигнала (РУС) — часть земной поверхности, ограниченная по двум критериям:

– в любой точке зоны связи напряженность поля полезного сигнала может быть равной или превышать некоторый нормативный уровень (уровень помех) по крайней мере при каком-либо одном сочетании возможных значений дестабилизирующих факторов, влияющих на пространственное положение передающей антенны;

– зона РУС может примыкать к зоне оптической видимости, но не может простираться за ее границу ($\varepsilon_г = 0$).

Максимальная зона (максимальный угол связи), которую может обслуживать спутник связи, находящийся на высоте h над поверхностью Земли,

$$\varphi_с = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{r^2 - R_0^2}}{R_0}\right), \tag{5.1}$$

где R_0 — радиус Земли.

Два пункта на Земле, расположенные внутри телесного угла, равного φ, могут поддерживать связь друг с другом с помощью ИСЗ (даже пассивного ретранслятора).

Зона связи, обслуживаемая одним спутником связи, работающим на геостационарной орбите,

$$\operatorname{tg}\varphi_с = \frac{1}{\operatorname{tg}\varepsilon + A}, \tag{5.2}$$

где ε — угол места, равный 1°…10°; $A = \dfrac{R_0}{r}$.

Угол между двумя геостационарными спутниками, обеспечивающими глобальную непрерывную связь в поясе, ограниченном широтами $\pm\psi$,

$$\alpha = 2\arccos\left(\frac{\cos\varphi_З}{\cos\psi_с}\right). \tag{5.3}$$

Необходимое число спутников связи вычисляют по формуле

$$N = \left[\frac{\pi}{\alpha}\right] + 1, \tag{5.4}$$

где $\left[\frac{\pi}{\alpha}\right]$ — целая часть (значение $\frac{\pi}{\alpha}$ округляют до целого числа в меньшую сторону).

5.2. ВЫВЕДЕНИЕ ГЕОСТАЦИОНАРНОГО СПУТНИКА СВЯЗИ НА ОРБИТУ

Выведение геостационарного спутника связи на рабочую орбиту осуществляется с использованием двух маневров: плоского маневра, обеспечивающего подъем спутника на высоту, и объемного маневра, совмещающего плоскость орбиты выведения спутника с плоскостью земного экватора. Процесс выведения спутника осуществляется либо подачей дискретных калиброванных импульсов скорости, изменяющих его скорость и обеспечивающих изменение параметров орбиты, либо с помощью непрерывно работающих двигателей малой тяги. Во втором случае параметры орбиты плавно изменяются и она как бы спирально раскручивается.

Кроме подъема на высоту и совмещения плоскостей орбит необходимо поставить спутник связи в точку стояния — положение, в котором работа спутника будет наиболее эффективной. Этот маневр аналогичен фазированию и осуществляется с помощью РБ.

5.2.1. Внутренний маневр

Возможны следующие варианты решения задачи выведения спутника связи на орибиту.

1. Поворот плоскости орбиты спутника производится в момент его перелета на фазирующую орбиту, после фазирования осуществляется перелет по орбите перелета в точку стояния на геостационарной орбите (ГСО) и формируется рабочая орбита. Можно записать следующие выражения для вычисления импульсов скорости, необходимых для осуществления внутреннего маневра:

$$\begin{aligned}
\Delta v_1 &= \sqrt{v_1^2 + v_{\pi\phi}^2 - 2v_1 v_{\pi\phi}\cos\Delta i};\\
\Delta v_2 &= v_{\pi\phi} - v_{\pi\,\text{пер}};\\
\Delta v_3 &= v_2 - v_{\alpha\text{пер}};\\
\Delta v_\Sigma &= |\Delta v_1| + |\Delta v_2| + |\Delta v_3|.
\end{aligned} \tag{5.5}$$

2. Поворот плоскости орбиты спутника производится при перелете с фазирующей орбиты на орбиту перелета, перелет на фазирующую орбиту и ГСО — с использованием плоского маневра:

$$\begin{aligned}
\Delta v_1 &= v_{\pi\phi} - v_1;\\
\Delta v_2 &= \sqrt{v_{\pi\phi}^2 + v_{\pi\,\text{пер}}^2 - 2v_{\pi\phi}v_{\pi\,\text{пер}}\cos\Delta i};\\
\Delta v_3 &= v_2 - v_{\alpha\,\text{пер}};\\
\Delta v_\Sigma &= |\Delta v_1| + |\Delta v_2| + |\Delta v_3|.
\end{aligned} \tag{5.6}$$

3. Поворот плоскости орбиты спутника осуществляется при формировании ГСО, перелет на фазирующую орбиту и орбиту перелета — с использованием плоского маневра:

$$\begin{aligned}
\Delta v_1 &= v_{\pi\phi} - v_1;\\
\Delta v_2 &= v_{\pi\,\text{пер}} - v_{\pi\phi};\\
\Delta v_3 &= \sqrt{v_{\pi\,\text{пер}}^2 + v_2^2 - 2v_{\pi\,\text{пер}}v_2\cos\Delta i};\\
\Delta v_\Sigma &= |\Delta v_1| + |\Delta v_2| + |\Delta v_3|.
\end{aligned} \tag{5.7}$$

5.2.2. Определение параметров орбиты фазирования при внутреннем маневре

ИСЗ, стартующий из точки A, выводится на орбиту в точку B с координатами λ_0 и ψ_0 (рис. 5.1).

Долгота точки выведения спутника на орбиту

$$\lambda_1 = \arcsin\left(\frac{\operatorname{tg}\psi_0}{\operatorname{tg} i}\right), \tag{5.8}$$

где ψ_0 — широта точки выведения; i — угол наклона плоскости орбиты (наклонение).

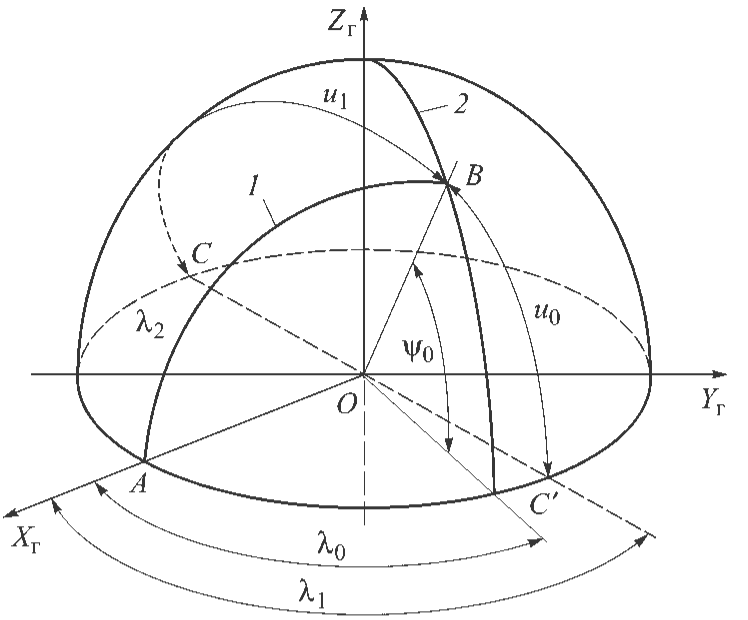


Рис. 5.1. Схема определения параметров орбиты фазирования при выведении спутника связи на ГСО:

B — точка выведения спутника на опорную орбиту; λ_0, ψ_0 — географические долгота и широта точки выведения; λ_1, λ_2 — географическая долгота соответственно нисходящего *C′* и восходящего *C* узлов опорной орбиты; u_0, u_1 — угловые расстояния точки выведения спутника соответственно от нисходящего и восходящего узлов орбиты

Долгота нисходящего узла траектории в момент прилета в нее спутника

$$\lambda_{1\text{экв}} = \lambda_0 + \left[\pi - \arcsin\left(\frac{\operatorname{tg}\psi_0}{\operatorname{tg} i}\right)\right] - \frac{u_0 T_o}{2\pi}\omega_З, \qquad (5.9)$$

где T_o — период обращения спутника по опорной орбите; u_0 — угловое расстояние между точкой выведения и нисходящим узлом опорной орбиты,

$$u_0 = \pi - \arcsin\left(\frac{\sin\psi_0}{\sin i}\right). \qquad (5.10)$$

Долгота восходящего узла траектории в момент прилета в нее спутника

$$\lambda_{2\text{экв}} = \lambda_{1\text{экв}} + \pi - \frac{T_o}{2}\omega_З, \qquad (5.11)$$

Долгота точки прилета спутника на рабочую орбиту:
при старте из нисходящего узла траектории

$$\lambda_{\text{пр.н}} = \lambda_{1\text{экв}} + \pi - \frac{T_{\text{пер}}}{2}\omega_{\text{З}}; \tag{5.12}$$

при старте из восходящего узла траектории

$$\lambda_{\text{пр.в}} = \lambda_{2\text{экв}} + \pi - \frac{T_{\text{пер}}}{2}\omega_{\text{З}}, \tag{5.13}$$

где $T_{\text{пер}}$ — период обращения спутника по орбите перелета.

Рассогласование между заданным углом $\lambda_{\text{зад}}$ стояния и фактическим углом прилета $\lambda_{\text{пр}}$

$$\Delta\lambda = \lambda_{\text{зад}} - \lambda_{\text{пр}}. \tag{5.14}$$

Период обращения по фазирующей орбите

$$T_{\text{ф}} = \frac{\dfrac{\Delta\lambda}{\omega_{\text{З}}} + KT_{\text{звезд}}}{n}, \tag{5.15}$$

где n — число витков на орбите фазирования; K — коэффициент (целое число).

Большая полуось орбиты фазирования

$$a_{\text{ф}} = \sqrt[3]{\left[\frac{\mu}{2\pi}T_{\text{ф}}\right]^2}. \tag{5.16}$$

Высота апогея орбиты фазирования $h_{\alpha\text{ф}} = 2a_{\text{ф}} - r_{\text{о}} - R_0$, где $r_{\text{о}}$ — радиус опорной орбиты.

Время, необходимое для выведения ИСЗ связи на ГСО:
при старте из нисходящего узла траектории

$$t'_{\text{выв}} = t_{\text{о}} + \frac{u_0}{2\pi}T_{\text{о}} + t' + \frac{T_{\text{пер}}}{2} + K_1 S; \tag{5.17}$$

при старте из восходящего узла траектории

$$t''_{\text{выв}} = t_{\text{о}} + \frac{u_0}{2\pi} T_{\text{о}} + \frac{T_{\text{о}}}{2} + t'' + \frac{T_{\text{пер}}}{2} + K_2 S, \qquad (5.18)$$

где $t_{\text{о}}$ — время выведения на опорную орбиту; t', t'' — время полета спутника по фазирующей орбите.

5.2.3. Выведение спутника связи на геостационарную орбиту с использованием внешнего маневра

Суммарный импульс скорости, необходимый для перелета ИСЗ на ГСО, равен сумме трех импульсов скорости: $\Delta v_\Sigma = |\Delta v_1| + |\Delta v_2| + |\Delta v_3|$. Значения каждого импульса можно определить из выражений

$$\Delta v_1 = v_{\pi\text{ф}} - v_{\text{о}};$$

$$\Delta v_2 = \sqrt{\left(v_{\alpha\text{ф}}\right)^2 + \left(v_{\alpha\text{пер}}\right)^2 - 2 v_{\alpha\text{ф}} v_{\alpha\text{пер}} \cos \Delta i}; \qquad (5.19)$$

$$\Delta v_3 = v_{\text{ГСО}} - v_{\pi\,\text{пер}},$$

где $v_{\pi\text{ф}}$ — скорость в перигее орбиты фазирования; $v_{\text{о}}$ — скорость на опорной орбите в точке схода; $v_{\alpha\text{ф}}$ — скорость в апогее орбиты фазирования; $v_{\alpha\text{пер}}$ — скорость в апогее орбиты перелета; $v_{\pi\text{пер}}$ — скорость в перигее орбиты перелета, $v_{\text{ГСО}}$ — скорость на ГСО.

Высота орбиты фазирования при внешнем маневре

$$\frac{1}{2} T_{\text{ф}} + \frac{1}{2} T_{\text{пер}} = T_{\text{ГСО}}\, n - \frac{\Delta\lambda_{\text{ф}}}{\omega_{\text{ГСО}}}. \qquad (5.20)$$

5.3. СИСТЕМА СВЯЗИ, ПОСТРОЕННАЯ НА СПУТНИКАХ, НАХОДЯЩИХСЯ В ЗОНЕ ПРЯМОЙ ВИДИМОСТИ

Система связи работоспособна в том случае, когда два спутника связи находятся в зоне взаимной видимости, т. е. их можно визуально соединить прямой линией (лучом зрения).

Высоту орбиты в первом приближении можно выбирать как радиус окружности. Правильность выбранной высоты проверяется по формуле

$$F = \left(r_1 r_2\right)^2 - r_2^2 r_1^2 + \left(r_2^2 + r_1^2\right) r^2 - 2r^2 \mathbf{r}_2 \mathbf{r}_1, \qquad (5.21)$$

где r — радиус вписанной окружности; r_1, r_2 — модули радиус-векторов, соединяющих соответственно первый и второй спутники с центром Земли; $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ — радиус-векторы, соединяющие соответственно первый и второй спутники с центром Земли.

Если $F < 0$, то спутники находятся в условиях прямой радиовидимости. Если $F > 0$, то связь между двумя соседними спутниками невозможна.

5.4. СИСТЕМА СВЯЗИ НА СПУТНИКАХ, РАБОТАЮЩИХ НА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОРБИТАХ

Выбор формы орбиты ИСЗ и высоты ее апогея зависит от географического расположения района, обеспечиваемого связью, а также от конфигурации района в долготном и широтном направлениях. Желательно ориентировать орбиту таким образом, чтобы апогей орбиты находился над районом, связь в котором обеспечивается спутником. Формирование рабочей орбиты спутника и обеспечение заданных параметров производят с помощью РБ по двухимпульсной схеме. Импульсы скорости определяют из следующих выражений.

Импульс скорости, обеспечивающий переход ИСЗ с опорной орбиты в апогей рабочей орбиты,

$$\Delta v_1 = v_{\pi\,\text{пер}} - v_1.$$

Импульс скорости, обеспечивающий формирование рабочей орбиты (перигея),

$$\Delta v_1 = v_{\alpha\,\text{пер}} - v_2,$$

где $v_{\alpha\,\text{пер}} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_{\alpha\,\text{пер}}} - \frac{1}{a_{\text{пер}}}\right)}$; $v_2 = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_{\alpha 2}} - \frac{1}{a_2}\right)}$; $a_2 = \frac{r_{\alpha 2} + r_{\pi 2}}{2}$;

$r_{\alpha 2}$, $r_{\pi 2}$ — радиусы соответственно апогея и перигея рабочей орбиты.

Угол i наклона плоскости траектории существенно влияет на вековые уходы линии апсид. При $i = 63°26'$ вековой уход линии апсид равен нулю, на этом построена система связи «Орбита», работающая на эллиптических орбитах.

Параметры эллиптических орбит изменяются за счет уходов высоты перигея, вызываемых влиянием атмосферы Земли, уходов высоты апогея в результате влияния третьих тел (Луны, Солнца) и уходов восходящего узла траектории. Для коррекции параметров орбиты целесообразно применять электрореактивную двигательную установку (ЭРДУ). Как правило, на долгоживущих спутниках связи, работающих на эллиптических орбитах, применяют комбинированную ДУ, в состав которой входят жидкостный ракетный двигатель (ЖРД) малой тяги и ЭРДУ.

Основные характеристики спутников связи приведены в прил. 11.

Контрольные вопросы

1. Какие виды спутниковой связи вы знаете? Как определить угол связи?
2. Запишите формулу для определения параметров фазирующей орбиты при выведении спутника связи на геостационарную орбиту.
3. Охарактеризуйте спутники связи, работающие в зоне прямой видимости? Как выбирается высота их полета?

6. БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СПУСКАЕМЫХ АППАРАТОВ

Траекторию полета СА с момента схода с опорной орбиты до момента посадки на поверхность Земли условно подразделяют на два участка: полет во внеатмосферном пространстве до высоты 100 км и полет в атмосфере Земли с высоты 100 км до контакта с поверхностью планеты.

6.1. ВНЕАТМОСФЕРНЫЙ УЧАСТОК ПОЛЕТА

6.1.1. Определение импульса скорости для схода спускаемого аппарата с орбиты и параметров в точке входа в атмосферу

Сход с круговой орбиты при подаче импульса скорости по касательной в точке схода. Пусть СА находится на круговой орбите радиусом r. Требуется определить тормозной импульс, необходимый для схода СА с орбиты, и параметры входа СА в атмосферу планеты.

Допустим, что импульс скорости схода с орбиты приложен в точке схода по касательной к ней. Параметры траектории спуска:

апогей орбиты схода

$$r_{\text{а сх}} = r_{\text{о}},$$

где $r_{\text{о}}$ — радиус опорной орбиты;

перигей орбиты схода

$$r_{\text{п сх}} = R_0 + 80 \text{ км}, \tag{6.1}$$

где R_0 — радиус Земли.

Примем, что для захвата СА атмосферой Земли достаточно опустить перигей траектории спуска на 20 км в атмосферу.

Большая полуось траектории спуска (орбиты схода)

$$a_{\text{сх}} = \frac{r_{\alpha\text{сх}} + R_0 + 80}{2}. \tag{6.2}$$

Импульс скорости, необходимый для схода с орбиты,

$$\Delta v_{\text{сх}} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_{\alpha\text{сх}}} - \frac{1}{a_{\text{сх}}}\right)} - \sqrt{\frac{\mu}{r_0}}. \tag{6.3}$$

Определим скорость входа и угол, под которым СА входит в атмосферу Земли. Считают, что верхний край атмосферы Земли расположен на высоте 100 км, тогда радиус точки входа $r_{\text{вх}} = R_0 + 100$ км.

Скорость входа СА в атмосферу

$$v_{\text{вх}} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_{\text{вх}}} - \frac{1}{a_{\text{сх}}}\right)}. \tag{6.4}$$

Угол входа СА в атмосферу

$$\theta_{\text{вх}} = \arccos\left(\frac{r_{\alpha\text{сх}} v_{\text{сх}}}{v_{\text{вх}} r_{\text{вх}}}\right). \tag{6.5}$$

Сход с эллиптической орбиты при подаче тормозного импульса по касательной в точке схода. Рассмотрим сход СА с эллиптической орбиты. Если точка схода расположена в перигее или апогее орбиты, то задача определения параметров входа СА в атмосферу Земли решается так же, как и при сходе СА с круговой орбиты.

Примем, что точка схода произвольно расположена на траектории (но не в перигее или апогее). Тормозной импульс схода с опорной орбиты приложен по касательной к орбите в точке схода. Параметры опорной орбиты СА в точке схода известны.

Поскольку орбиты (опорная и схода) в точке приложения тормозного импульса, обеспечивающего сход с орбиты, касаются, то можно записать следующие равенства:

$$r_1 = r_{\text{сх}}; \quad \theta_1 = \theta_{\text{сх}}. \tag{6.6}$$

Положим, что перигей траектории спуска должен находиться в атмосфере (условие захвата спутника атмосферой планеты). Определим параметры траектории спуска:

большая полуось траектории

$$a_{\text{сх}} = \frac{\left(r_{\text{псх}}\right)^2 - r_1^2 \cos^2 \theta}{2\left(r_{\text{псх}} - r_1 \cos^2 \theta\right)}; \tag{6.7}$$

параметр орбиты

$$p_{\text{сх}} = \frac{2a_{\text{сх}} r_1 \cos^2 \theta - r_1^2 \cos^2 \theta}{a_{\text{сх}}}; \tag{6.8}$$

эксцентриситет орбиты

$$e_{\text{сх}} = \sqrt{1 - \frac{p_{\text{сх}}}{a_{\text{сх}}}}. \tag{6.9}$$

Скорость в точке схода при полете СА по опорной орбите

$$v_1 = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a_1}\right)}. \tag{6.10}$$

Скорость в точке схода при полете СА по орбите спуска

$$v_{\text{сх}} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a_{\text{сх}}}\right)}. \tag{6.11}$$

Тогда импульс скорости, необходимый для схода СА с орбиты и погружения его в атмосферу Земли,

$$\Delta v_{\text{сх}} = v_1 - v_{\text{сх}}. \tag{6.12}$$

Знак при $\Delta v_{\text{сх}}$ показывает, в какую сторону должен быть направлен импульс: если $\Delta v_{\text{сх}} > 0$, то импульс тормозит СА, если $\Delta v_{\text{сх}} < 0$, то разгоняет его.

Параметры точки входа получаем аналогично случаю схода СА с круговой орбиты из соотношений (6.4) и (6.5).

Истинная аномалия точки схода с опорной орбиты

$$\vartheta_1 = \arccos\left(\frac{p_1 - r_1}{r_1 e_1}\right). \tag{6.13}$$

Истинная аномалия точки схода на траектории спуска

$$\vartheta_{\text{сх}} = \arccos\left(\frac{p_{\text{сх}} - r_1}{r_1 e_{\text{сх}}}\right). \tag{6.14}$$

Поскольку оба угла отсчитаны от перигея каждой из орбит, то угол между осями орбит

$$\Delta\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_{\text{сх}}. \tag{6.15}$$

По знаку при $\Delta\vartheta$ можно судить об ориентации орбиты спуска относительно опорной орбиты или о том, с какой ветви орбиты происходит спуск СА.

Истинная аномалия точки входа

$$\vartheta_{\text{вх}} = \arccos\left(\frac{p_{\text{сх}} - r_{\text{вх}}}{r_1 e_{\text{сх}}}\right). \tag{6.16}$$

Угловая дальность полета СА от точки схода до точки входа его в атмосферу Земли

$$\Delta\vartheta = \vartheta_{\text{вх}} - \vartheta_{\text{сх}}. \tag{6.17}$$

Сход с орбиты при произвольных ориентации и тормозном импульсе схода. Пусть СА находится на опорной орбите, параметры которой a_1, e_1, p_1 известны. В момент времени $t = 0$, когда СА находился в точке с истиной аномалией ϑ_1, подается тормозной импульс величиной Δv под углом γ, отсчитанным по ходу часовой стрелки от местного горизонта.

Под действием тормозного импульса СА сходит с опорной орбиты и по траектории перелета снижается до момента входа в атмосферу Земли. При этом параметры точки входа в атмосферу $v_{\text{вх}}$, $\theta_{\text{вх}}$, $r_{\text{вх}}$ и $\vartheta_{\text{вх}}$. Найдем параметры точки входа.

Радиус точки схода

$$r_1 = \frac{p_1}{1 + e_1 \cos\vartheta_1}.$$

Орбитальная скорость СА в точке схода в момент подачи тормозного импульса

$$v_1 = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a_1}\right)}.$$

Угол наклона вектора орбитальной скорости к местному горизонту

$$\theta_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{e_1 \sin \vartheta_1}{1 + e_1 \cos \vartheta_1}\right).$$

После подачи тормозного импульса скорость СА изменится по модулю и изменится угол наклона вектора скорости к местному горизонту, поскольку тормозной импульс приложен под углом γ к местному горизонту.

При сходе с восходящей ветви траектории угол $\theta_1 > 0$, в этом случае скорость схода

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \Delta v^2 - 2 v_1 \Delta v \cos(\theta_1 + \gamma)}. \qquad (6.18)$$

Определим угол наклона вектора скорости схода к горизонту:

$$\theta_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{\Delta v \sin\gamma - v_1 \sin\theta_1}{v_1 \cos\theta_1 + \Delta v \cos\gamma}\right). \qquad (6.19)$$

При сходе с нисходящей ветви траектории угол $\theta_1 < 0$, в этом случае скорость схода

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \Delta v^2 - 2 v_1 \Delta v \cos(\theta_1 + \gamma)}. \qquad (6.20)$$

Определим угол наклона вектора скорости схода к горизонту:

$$\theta_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{\Delta v \sin\gamma - v_1 \sin\theta_1}{v_1 \cos\theta_1 + \Delta v \cos\gamma}\right). \qquad (6.21)$$

Если учитывать знак при углах, то для определения скорости и угла наклона ее вектора к местному горизонту можно пользоваться следующими уравнениями:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \Delta v^2 - 2v_1 \Delta v \cos(\gamma - \theta_1)}; \tag{6.22}$$

$$\theta_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{\Delta v \sin\gamma - v_1 \sin\theta_1}{v_1 \cos\theta_1 + \Delta v \cos\gamma} \right). \tag{6.23}$$

Определим параметры траектории спуска:
большая полуось эллипса спуска

$$a_2 = \frac{\mu r_2}{2\mu - v_2^2 r_1}; \tag{6.24}$$

параметр

$$p_2 = \frac{(v_2 r_2 \cos\theta_2)^2}{\mu}; \tag{6.25}$$

эксцентриситет

$$e_2 = \sqrt{1 - \frac{p_2}{a_2}}. \tag{6.26}$$

Истинная аномалия точки схода, отсчитанная от перигея траектории спуска,

$$\vartheta_2 = \arccos\left(\frac{p_2 - r_2}{e_2 r_2} \right). \tag{6.27}$$

При произвольной величине и ориентации тормозного импульса возможно, что СА не попадет в атмосферу планеты. Необходимо сделать проверку. Высота атмосферы у планет Солнечной системы, имеющих атмосферу, пригодную для торможения, составляет: у Венеры — 250 км, у Земли — 100 км и у Марса — 110 км.

Радиус точки входа СА в атмосферу планеты

$$r_{вх} = R_0 + H_{ат}. \tag{6.28}$$

При этом условии должен существовать угол истиной аномалии, соответствующий точке входа СА в атмосферу,

$$\vartheta_2 = \arccos\left(\frac{p_2 - r_{вх}}{e_2 r_{вх}} \right). \tag{6.29}$$

В противном случае СА пролетит выше атмосферы планеты и для посадки потребуется подать второй тормозной импульс для обеспечения входа СА в атмосферу.

Параметры точки входа СА в атмосферу планеты:

скорость в точке входа

$$v_{\text{вх}} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_{\text{вх}}} - \frac{1}{a_2}\right)}; \tag{6.30}$$

угол входа

$$\theta_{\text{вх}} = \arccos\left(\frac{v_2 r_2 \cos\theta_2}{v_{\text{вх}} r_{\text{вх}}}\right). \tag{6.31}$$

Полученные значения скорости и угла входа СА в атмосферу планеты соответствуют произвольной траектории полета СА в атмосфере, и в случае, если у СА отсутствует система управления, посадка СА в заданном районе планеты не гарантирована.

6.1.2. Сход спускаемого аппарата с орбиты при заданных параметрах точки входа в атмосферу

Для обеспечения точности посадки СА в заданном районе поверхности планеты задают следующие параметры: долготу λ и широту ψ точки входа СА в атмосферу, все параметры опорной траектории СА, скорость входа и угол входа. Зная координаты точки входа и угол наклона плоскости орбиты к местному горизонту, можно найти аргумент широты точки входа

$$u_{\text{вх}} = \arcsin\left(\frac{\sin\psi_{\text{вх}}}{\sin i}\right). \tag{6.32}$$

Поскольку угол входа и скорость входа заданы, из интеграла площадей определим постоянную

$$c_2 = v_{\text{вх}} r_{\text{вх}} \cos\theta_{\text{вх}}, \tag{6.33}$$

тогда параметр траектории спуска

$$p_2 = \frac{c_2^2}{\mu}, \tag{6.34}$$

постоянная интеграла энергии

$$h_2 = v_{\text{вх}}^2 - \frac{2\mu}{r_{\text{вх}}}. \tag{6.35}$$

Зная постоянную интеграла энергии, находим большую полуось траектории спуска

$$a_3 = -\frac{\mu}{h_3}, \tag{6.36}$$

эксцентриситет траектории спуска

$$e_2 = \sqrt{1 - \frac{p_2}{a_2}}. \tag{6.37}$$

После определения основных параметров точки входа СА в атмосферу вычислим истинную аномалию точки входа:

$$\vartheta_{\text{вх}} = \arccos\left(\frac{p_2 - r_{\text{вх}}}{e_2 r_{\text{вх}}}\right). \tag{6.38}$$

Зная аргумент широты точки входа, находим аргумент перигея траектории спуска

$$\omega_{\pi 2} = u_{\text{вх}} - \vartheta_{\text{вх}}. \tag{6.39}$$

Аргумент широты точки включения тормозной двигательной установки (ТДУ), обеспечивающей сход СА с опорной орбиты и попадание в заданную точку атмосферы с заданными параметрами,

$$\begin{aligned}
\sin u_{\text{вкл}} &= \left[e_1 e_2 + p_1 p_2 - 2 e_1 e_2 p_1 p_2 \cos\left(\omega_{\pi 2} - \omega_{\pi 1}\right)\right]^{-1} \times \\
&\times \left[\left(p_1 e_2 \cos\omega_{\pi 1} - p_2 e_1 \cos\omega_{\pi 2}\right)\left(p_2 - p_1\right) - \left(p_1 e_1 \cos\omega_{\pi 1} - p_1 e_2 \cos\omega_{\pi 2}\right) \times \right. \\
&\left. \times \sqrt{p_2^2\left(e_1^2 - 1\right) + p_1^2\left(e_2^2 - 1\right) + 2 p_1 p_2\left[1 - e_1 e_2 \cos\left(\omega_{\pi 2} - \omega_{\pi 1}\right)\right]}\right]; \\
\cos u_{\text{вкл}} &= \left[p_2 - p_1 - \left(p_1 e_2 \sin\omega_{\pi 2} - p_2 e_1 \sin\omega_{\pi 1}\right)\sin\omega_{\text{вкл}}\right] \times \\
&\times \left(p_1 e_2 \cos\omega_{\pi 2} - p_2 e_1 \cos\omega_{\pi 1}\right)^{-1}.
\end{aligned} \tag{6.40}$$

Истинная аномалия точки включения ТДУ, отсчитанная от перигея опорной орбиты СА,

$$\vartheta_{\text{вкл1}} = u_{\text{вкл}} - \omega_{\pi 1}. \tag{6.41}$$

Истинная аномалия точки включения ТДУ, отсчитанная от перигея орбиты спуска,

$$\vartheta_{\text{вкл2}} = u_{\text{вкл}} - \omega_{\pi 2}. \tag{6.42}$$

Зная координату включения ТДУ, определяем значения нормальной и радиальной составляющих скорости полета СА по каждой из орбит:

для опорной орбиты

$$v_{n1} = \sqrt{\frac{\mu}{a_1}}\,\frac{1 + e_1 \cos \vartheta_{\text{вкл1}}}{\sqrt{1 - e_1^2}} \quad \text{и} \quad v_{r1} = \sqrt{\frac{\mu}{a_1}}\,\frac{e_1 \sin \vartheta_{\text{вкл1}}}{\sqrt{1 - e_1^2}}; \tag{6.43}$$

для траектории спуска

$$v_{n1} = \sqrt{\frac{\mu}{a_2}}\,\frac{1 + e_2 \cos \vartheta_{\text{вкл2}}}{\sqrt{1 - e_{12}^2}} \quad \text{и} \quad v_{r1} = \sqrt{\frac{\mu}{a_2}}\,\frac{e_2 \sin \vartheta_{\text{вкл2}}}{\sqrt{1 - e_2^2}}. \tag{6.44}$$

Проекция тормозного импульса на нормаль

$$\Delta v_n = \left| v_{n1} - v_{n2} \right|, \tag{6.45}$$

на радиус

$$\Delta v_r = \left| v_{r1} - v_{r2} \right|. \tag{6.46}$$

Суммарный тормозной импульс, необходимый для схода СА с опорной орбиты,

$$\Delta v_\Sigma = \sqrt{\Delta v_n^2 + \Delta v_r^2}. \tag{6.47}$$

Угол приложения тормозного импульса, отсчитанный от касательной к траектории в точке схода,

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{\Delta v_r}{\Delta v}\right). \tag{6.48}$$

Время полета СА по переходной траектории

$$\Delta t = \frac{\left(E_{\text{вкл}2} - E_{\text{вх}2}\right) - e_2\left(\sin E_{\text{вкл}2} - \sin E_{\text{вх}2}\right)}{\sqrt{\frac{\mu}{a_2}}} a_2, \qquad (6.49)$$

где $E_{\text{вкл}2}$ — эксцентрическая аномалия точки включения ТДУ; $E_{\text{вх}2}$ — эксцентрическая аномалия точки входа СА в атмосферу.

Угол E находим из выражения

$$E = 2\text{arctg}\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\text{tg}\frac{\vartheta}{2}\right). \qquad (6.50)$$

6.2. АТМОСФЕРНЫЙ УЧАСТОК ПОЛЕТА

Атмосферный участок полета является определяющим участком траектории спуска СА с орбиты. В случае спасения КА основная доля энергии, которой обладает СА, поглощается за счет торможения в атмосфере. Если же КА не подлежит спасению, а просто снимается с орбиты, то его траектория полета в атмосфере задается таковой, чтобы обеспечить его сгорание в атмосфере.

Полет СА в атмосфере характеризуется большими тепловыми потоками и перегрузками, возникающими в результате торможения. Параметры атмосферы Земли определены ГОСТ 4401—81.

6.2.1. Формы спускаемых аппаратов

Выбор формы СА (рис. 6.1) зависит от вида заданной траектории спуска, а форма СА, в свою очередь, влияет на аэродинамику, конструкцию теплозащиты, конструкцию самого СА и средств обеспечения мягкой посадки. Все это требует комплексного решения задачи выбора формы СА. СА для баллистического и скользящего спуска, как правило, выбираются в виде осесимметричных тел вращения с малым удлинением. Форма СА капсульного типа для спуска по баллистической траектории представляет собой тело вращения с лобовой частью сегментной формы и с конической хвостовой частью.

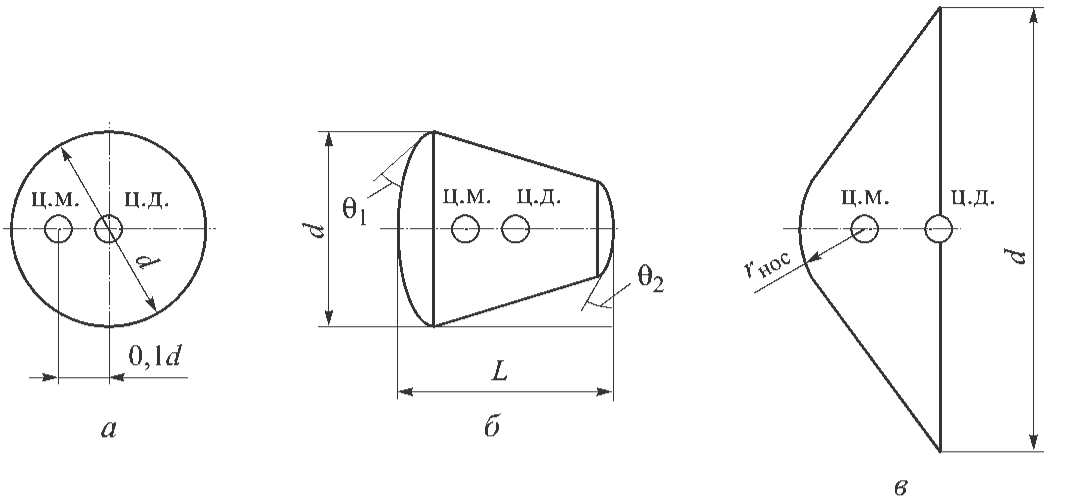


Рис. 6.1. Формы применяемых СА:

а — «сфера» (*d* — диаметр сечения КА «Восток», «Восход», $\sigma_x = 2 \cdot 10^{-4}$ м^2/Н, $X_{\text{ц.д}} - X_{\text{ц.м}} = 0{,}1d$, $X_{\text{ц.д}}$, $X_{\text{ц.м}}$ — координаты положения соответственно центра давления и центра масс); *б* — «фара» (первые «Союзы», $\sigma_x = 2 \cdot 10^{-4}$ м^2/Н, $\theta_1 = 60°...80°$, $\theta_2 = 5°...30°$, $L = d$); *в* — «зонтик» (КА, спускавшиеся на Марс, $\sigma_x = 2 \cdot 10^{-4}$ м^2/Н, радиус скругления носовой части $r_{\text{нос}} \approx 0{,}2d$, лобовая часть — либо конус с бóльшим раствором, либо кривая второго порядка); ц.д. — центр давления; ц.м. — центр масс

Если спуск по баллистической траектории происходит при отсутствии подъемной силы, то для осуществления скользящего спуска необходимо, чтобы аэродинамическое качество K отличалось от нуля, $K = \dfrac{c_{y0}}{c_{x0}}$, где c_{y0}, c_{x0} — коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления. Подъемная сила зависит от формы корпуса СА и угла атаки.

Ниже приведены сравнительные значения[1] аэродинамического качества корпусов СА различной формы при скорости Маха M = 6.

Сфера со срезом лобовой поверхности под углом $\psi = 45°$ 0,2

Сегментно-коническая форма с полууглом обратного конуса $\theta = 30°$, со смещенным с оси центром масс

$\left(\dfrac{X_{\text{ц.д}}}{d} = 0{,}269,\ \dfrac{Y_{\text{ц.м}}}{d} = 0{,}04\right)$ 0,33

[1] *Петров К.П.* Аэродинамика транспортных космических систем. М.: Эдиториалл УРСС, 2000.

Та же форма, но с несимметричным уменьшением площади на краях лобовой поверхности 0,5
Острый конус с полууглом при вершине $\theta = 10°$ 1,0
Острый конус с клиновидной носовой частью с полууглом при вершине $\theta = 10°$ 1,4
Острый конус с поперечным сечением эллиптической формы..... ~ 2,0

Для достижения бóльших значений K возможно применение СА с несущей поверхностью в виде конического сегмента (рис. 6.2).

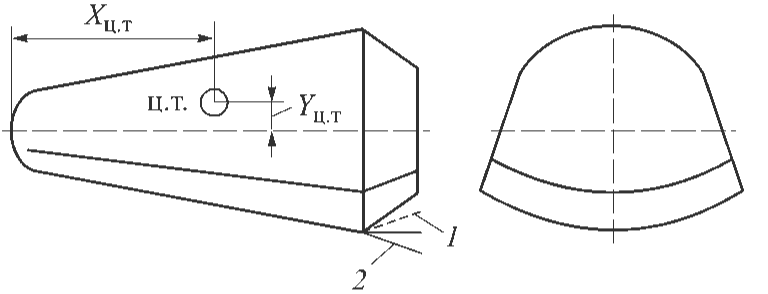


Рис. 6.2. Схема СА с несущей поверхностью в виде конического сегмента: *1* — тормозные щитки убраны; *2* — тормозные щитки раскрыты; ц.т. — центр тяжести; $X_{ц.т}$, $Y_{ц.т}$ — координаты положения центра тяжести

Продувки, проведенные в ЦАГИ, показали, что при $M_\infty = 5,96$ максимальное аэродинамическое качество $K_{max} = 1,25$.

При прижатых щитках ($\delta = -25°$) и выбранном положении центра тяжести СА балансирует на угле атаки $\alpha = 75°$, которому соответствуют $c_x = 2,2$ и $K = 0,7$. При щитках, отклоненных на угол $\delta = 0$, $\alpha = 3°$ и $K = 1,0$, а при $\delta \approx 3°....4°$ $\alpha = 10°....13°$ и $K = 1,25$.

СА капсульного типа осуществляют посадку только с помощью парашютной системы. Посадка же планирующих СА подразумевается на колеса на взлетно-посадочную полосу. Наиболее приемлемой формой корпуса для подобных СА является конический сегмент (рис. 6.3).

При выведении на ракете-носителе СА типа «несущий корпус» располагается в носовой части ракеты, при этом его крыло максимально прижато к корпусу. При полете на трансзвуковых и дозвуковых скоростях крыло раскрывается на угол $\psi_к = 90°$, что обеспечивает $K_{max} \approx 3,5$. При входе в атмосферу и полете на гиперзвуко-

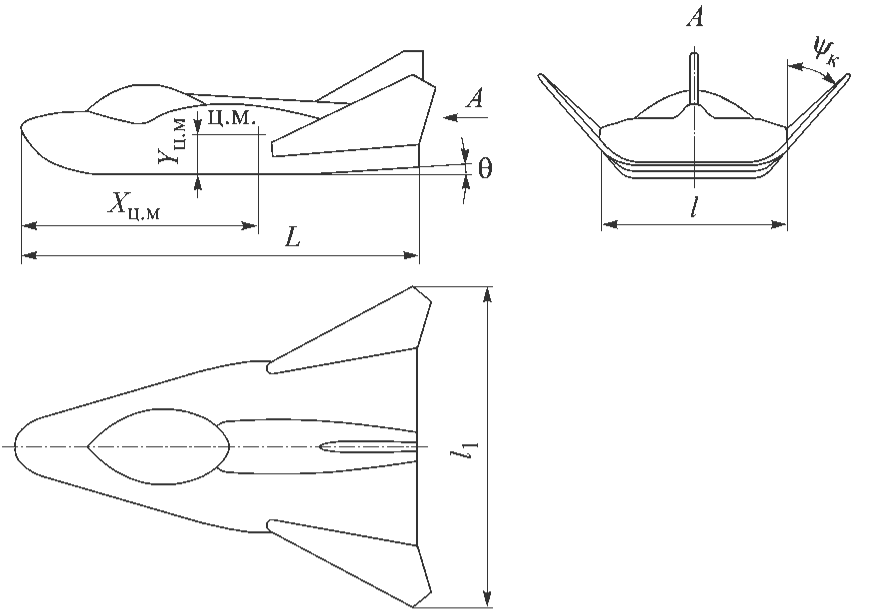


Рис. 6.3. Конструктивная схема возможного аппарата типа «несущий корпус»:

L — длина фюзеляжа аппарата; l — размах крыла; $\psi_к$ — угол поворота стабилизаторов; θ — угол скоса фюзеляжа; l_1 — размах крыла со стабилизаторами

вых скоростях угол раскрытия крыла изменяется в зависимости от режима полета.

6.2.2. Уравнения движения спускаемого аппарата в атмосфере

Для получения уравнений движения СА в атмосфере планеты примем следующие допущения.

1. Планета и ее атмосфера имеют сферическую форму. Сферы концентричны.

2. Периферической скоростью атмосферы пренебрегаем, поскольку она бесконечно мала по сравнению со скоростью СА.

3. Изменения температуры T_∞ и молекулярной массы M_∞ атмосферы малы по сравнению с изменением ее плотности ρ.

Изменение плотности атмосферы с уменьшением высоты полета СА $\rho_\infty = \rho_0 \exp(-\beta h)$, для атмосферы Земли $\rho_0 = 1{,}225$ кг/м^3, коэффициент $\beta^{-1} = 0{,}717 \cdot 10^{-4}$ м. Полученное выражение позволяет использовать его в математических моделях спуска СА и проводить любые математические преобразования.

На СА при полете в атмосфере планеты действуют силы и моменты, аналогичные силам и моментам, действующим на самолет. Сумму действующих сил можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{F} = \mathbf{G} + \mathbf{R}_A + \mathbf{T},$$

где $\mathbf{F}$ — вектор внешних сил, действующих на СА в полете; $\mathbf{G}$ — вектор массовых сил; $\mathbf{R}_A$ — вектор аэродинамических сил; $\mathbf{T}$ — вектор сил тяги ДУ системы управления.

Если рассматривать движение СА в вертикальной плоскости и принять тягу двигателей, равной нулю, то уравнения движения СА в проекциях на оси скоростной системы координат можно записать в виде

$$\begin{aligned}
\frac{dv}{dt} &= -\frac{\rho v^2}{2}\sigma_x - g\sin\theta; \\
\frac{d\theta}{dt} &= K\frac{\rho v}{2}\sigma_x + \frac{v}{r}\cos\theta - \frac{g}{v}\cos\theta; \\
\frac{dh}{dt} &= v\sin\theta; \\
\frac{dL}{dt} &= v\cos\theta.
\end{aligned} \qquad (6.51)$$

Полученная система уравнений может быть решена только на ЭВМ при следующих начальных условиях: $t = 0$, $v = v_{\text{вх}}$, $\theta = \theta_{\text{вх}}$, $r = R_0 + 100$, $h = 100$, $L = 0$.

6.3. РАСЧЕТ ПАРАШЮТНОЙ СИСТЕМЫ

Конечный этап спуска СА, снижающихся по баллистическим траекториям ($K < 1$), происходит на парашютах с квазиустановившейся скоростью. Спуск на парашюте можно подразделить на следующие этапы:

– свободное падение с вводом в действие стабилизирующего парашюта;

– ввод вытяжного парашюта;

– вытягивание тормозного парашюта (при необходимости);

– вытягивание основного купола парашюта и строп на полную длину, стягивание чехла с купола;

– наполнение купола парашюта;

– снижение на раскрытом куполе с квазиустановившейся скоростью и приземление.

6.3.1. Выбор парашюта

В техническом задании на выбор парашютной системы СА задают два основных параметра: массу груза $M_г$ и посадочную скорость приземления в момент $v_{пр}$. Используя статистические данные, выбирают парашютную систему, обеспечивающую требуемую посадочную скорость при заданной (или близкой к ней) массе груза.

Парашют должен обеспечить снижение СА со скоростью

$$v = \sqrt{\frac{2g\sigma_п}{\rho}},$$

для применяемых парашютов $\sigma_п = 0{,}5 \cdot 10^2 ... 0{,}5 \cdot 10^3$, а скорость СА вблизи Земли составляет 50…150 м/с, скорость при посадке на Землю — 12…15 м/с, при посадке на воду — 6…9 м/с.

В момент раскрытия купола парашюта перегрузка, действующая на груз (СА),

$$n_x = \frac{(c_x S_м)_п + (c_x S_м)_г}{(c_x S_м)_г}. \qquad (6.52)$$

Найденное значение перегрузки не должно превышать ее допустимого значения. Если оно значительно превышает допустимое значение, то применяют тормозной парашют. В этом случае перегрузка, действующая на СА, при раскрытии тормозного парашюта

$$n_{xт} = \frac{(c_x S_м)_т + (c_x S_м)_п + (c_x S_м)_г}{(c_x S_м)_п + (c_x S_м)_г}. \qquad (6.53)$$

После выбора парашютной системы проводят поверочный расчет парашюта. Если подобрать парашют невозможно, то проводят проектный расчет парашюта.

6.3.2. Проектирование парашютной системы

Для проектного расчета парашютной системы необходимо задать следующие параметры: вес спускаемого груза СА — G; площадь миделя СА — $S_м$; коэффициент лобового сопротивления СА — $C_г$; вертикальную скорость СА в момент приземления — $v_{пр}$; скорость СА перед введением парашюта — $v_г$; допустимую перегрузку торможения в момент раскрытия купола парашюта — n_g; максимальную h_{max} и минимальную h_{min} высоту возможного раскрытия парашютной системы — h_{min}.

Порядок расчета.

1. Из зависимости $\frac{G_п}{G_г} = f(v_{пр})$ по заданному значению $v_{пр}$ определяем примерный вес парашюта $G_п$ (зависимость приведена в прил. 13).

2. Рассчитываем площадь купола парашюта

$$F_п = \frac{2(G_п + G_г)}{\rho c_п v_{пр}^2} - \frac{c_г}{c_п} S_м.$$

После окончательного расчета купола парашюта и определения его веса по чертежу уточняем его площадь.

3. Определяем максимальную нагрузку, действующую на купол парашюта при его раскрытии,

$$R_{n\max} = (n_g + 1)\frac{G_г + G_п}{1 + \frac{c_г S_м}{2 c_п F_п}}.$$

4. Находим допустимую скорость СА в момент начала наполнения купола парашюта

$$v_{0д} = \sqrt{\frac{R_{n\max}\left(k\frac{v_{пр}^2}{\Delta} + 2F_п\right)}{\rho_0 k v_{пр}^2 c_п F_п} - \frac{F_п}{k}},$$

где $\Delta = \frac{\rho_h}{\rho_0}$; ρ_h — плотность атмосферы на высоте h; k — коэффициент, определяемый экспериментально, зависит от конструкции купола, типа ткани и ее воздухопроницаемости.

5. Определяем изменение скорости СА за время вытягивания строп и развертывания купола парашюта (считаем, что груз падает вертикально).

Время изменения скорости СА от $v_{\text{нач}}$ до v

$$t = \frac{v_{\text{кр}}}{2g} \exp\left(\frac{\left(v_{\text{кр}} + v\right)\left(v_{\text{кр}} - v_{\text{нач}}\right)}{\left(v_{\text{кр}} - v\right)\left(v_{\text{кр}} + v_{\text{нач}}\right)} \right).$$

Скорость в конце падения СА по истечении времени t

$$v = v_{\text{кр}} \frac{\left(v_{\text{кр}} + v\right)\exp\left(\frac{2gt}{v_{\text{кр}}}\right) - \left(v_{\text{кр}} - v_{\text{нач}}\right)}{\left(v_{\text{кр}} + v\right)\exp\left(\frac{2gt}{v_{\text{кр}}}\right) + \left(v_{\text{кр}} + v_{\text{нач}}\right)}.$$

Путь, пройденный СА за время падения t,

$$h = \frac{v_{\text{кр}}^2}{g} \exp\left[\frac{\left(v_{\text{кр}} + v_{\text{нач}}\right)\exp\left(\frac{2gt}{v_{\text{кр}}}\right) + \left(v_{\text{кр}} - v_{\text{нач}}\right)}{2v_{\text{нач}} \exp\left(\frac{2gt}{v_{\text{кр}}}\right)} \right].$$

Зависимость изменения высоты СА за период изменения скорости от $v_{\text{нач}}$ до v имеет вид

$$h_v = \frac{v_{\text{кр}h}^2}{2g} \exp\left(\frac{v_{\text{кр}h}^2 - v_{\text{нач}}^2}{v_{\text{кр}h}^2 - v} \right),$$

где $v_{\text{кр}h}$ — критическая скорость на высоте h, $v_{\text{кр}h} = v_{\text{кр}}\sqrt{\frac{1}{\Delta}}$; $v_{\text{кр}}$ — критическая скорость на поверхности Земли, $v_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{2G_U}{\rho_0 c_{\text{г}} F_{\text{г}}}}$.

При расчете используют метод последовательного приближения до тех пор, пока значение v отличается от значения $v_{\text{кр}h}$ более чем на 3 %. Если значение рассчитанной скорости $v_0 > v_{0\text{д}}$, то необходимо применять тормозной парашют.

6. Определяем площадь купола тормозного парашюта. Принимаем, что критическая скорость на тормозном парашюте $v_{\text{кр.т}} = v_{0\text{д}}$, тогда

$$F_{\text{т}} = \frac{2G_{\text{сист}}}{\rho v_{0\text{д}}^2 c_{\text{г}}} - \frac{c_{\text{г}}}{c_{\text{п}}} S_{\text{м}},$$

где $G_{\text{сист}}$ — вес парашютной системы (тормозного и основного парашютов и СА).

7. Максимальная нагрузка, действующая на купол тормозного парашюта при его наполнении,

$$R_{\text{т}\max} = \frac{kv_{\text{г}}^2 + \sqrt{F_{\text{п}}}}{\dfrac{k}{\rho c_{\text{г}} F_{\text{т}}} + \dfrac{\sqrt{F_{\text{т}}}}{G_{\text{сист}}}}.$$

Если $R_{\text{т}\max}$ равен или несколько больше $R_{\text{п}\max}$, то вес парашютной системы будет минимальным.

Если $R_{\text{т}\max} \gg R_{\text{п}\max}$, то площадь тормозного купола необходимо изменить до $F_{\text{т}}' = F_{\text{т}} \dfrac{R_{n\max}}{R_{\text{т}\max}}$.

Уменьшение площади купола тормозного парашюта может потребовать применения двух или нескольких тормозных парашютов.

8. Разрабатываем чертеж основного и тормозного куполов парашюта. Проводим прочностной расчет купола и строп парашюта, по результатам которого выбираем ткань купола и материал, число и длину строп парашюта. Определяем уточненный вес парашютной системы.

9. Объем парашютной системы $V = \alpha G_{\text{п.с}}$, л, где α — коэффициент, учитывающий свойства материала, из которого изготовлен купол парашюта. Так, для капрона, шелка и хлопчатобумажной ткани α равен 1,5….2,0, 2,0….2,5 и 2,5….3,0 соответственно.

6.3.3. Расчет парашютной системы с несколькими тормозными парашютами

После определения максимальной нагрузки, когда установили, что $R_{\text{т max}} \gg R_{\text{п max}}$ и, следовательно, необходимо уменьшить площадь купола тормозного парашюта, предлагается следующий порядок расчета.

1. Вычисляем площадь купола первого тормозного парашюта

$$F_{\text{т}} = \frac{G_{\text{сист}}\left(n_g + 1\right)}{\rho c_{\text{т}} v_0^2} - \frac{c_{\text{г}} S_{\text{м}}}{2c_{\text{т}}}.$$

2. Строим графики скорости и высоты падения СА с первым тормозным парашютом. Расчет проводим по формулам приведенной выше методики (см. разд. 6.3.2). Так как минимальная скорость груза с первым тормозным парашютом больше $v_{0\text{д}}$, то необходимо использовать второй тормозной парашют.

3. Определим площадь купола второго тормозного парашюта

$$F_{\text{т}2} = \frac{2G_{\text{сист}}}{\rho c_{\text{т}} v_{\text{кр}}^2} - \frac{c_{\text{г}} S_{\text{м}}}{2c_{\text{т}}},$$

где критическая скорость $v_{\text{кр}}$ меньше $v_{0\text{д}}$ и составляет

$$v_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{2G_{\text{сист}}}{\rho\left(c_{\text{т}} F_{\text{т}} + c_{\text{г}} S_{\text{м}}\right)}}.$$

4. Скорость груза, при которой происходит наполнение второго тормозного парашюта,

$$v_{02} = \sqrt{\frac{G_{\text{сист}}\left(n_{\text{д}} + 1\right)}{\rho\left(c_{\text{т}} F_{\text{т}2} + 0{,}5 c_{\text{г}} S_{\text{м}}\right)}}.$$

5. Строим графики изменения скорости и снижения СА на втором тормозном парашюте. По графикам определяем необходимое время снижения на тормозных парашютах с учетом увеличения скорости СА с момента отделения первого тормозного парашюта и наполнения второго тормозного парашюта.

6. Дальнейший расчет (начиная с п. 7) аналогичен приведенной выше методике (см. разд. 6.3.2).

6.3.4. Расчет многокупольной парашютной системы

Для обеспечения малой скорости приземления СА может потребоваться купол больших размеров. В этом случае можно вместо одного купола парашюта применить несколько куполов, что повышает надежность парашютной системы.

Скорость приземления многокупольной системы при разрыве одного из куполов

$$v'_{\text{пр}} = v_{\text{пр}}\sqrt{\frac{n}{n-m}},$$

где $v_{\text{пр}}$ — скорость приземления груза при разрыве парашютов; n — число куполов в парашютной системе; m — число ненаполненных куполов.

Максимальная нагрузка, действующая на всю парашютную систему при одновременном наполнении всех куполов,

$$R_{n\max} = v_{\text{пр}}^2 \rho_0 c_{\text{п}} n F_{\text{п}} \frac{k v_0^2 \sqrt{n F_{\text{п}}}}{k\dfrac{v_{\text{пр}}^2}{\Delta} + 2\sqrt{n F_{\text{п}}}},$$

где n — число куполов в парашютной системе; $F_{\text{п}}$ — площадь одного купола; $c_{\text{п}}$ — коэффициент сопротивления парашютной системы; v_0 — скорость парашютной системы в момент начала наполнения куполов; k — коэффициент парашютной системы, $\text{с}^2/\text{м}$; $v_{\text{пр}}$ — скорость приземления груза (СА);

$$v_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{2G_{\text{сист}}}{\left(c_{\text{п}} n F_{\text{п}} + c_{\text{г}} S_{\text{м}}\right)\rho_0}}.$$

При одновременном наполнении всех куполов нагрузка на один купол

$$R_{n1} = \frac{R_{n\max}}{n}.$$

6.4. ПОСАДКА НА ПЛАНЕТУ

6.4.1. Посадка на грунт

При посадке СА на поверхность планеты на него кроме массовых и инерциальных сил действуют силы реакции поверхности. Эти реакции зависят от ряда факторов (назначения и размеров СА, скорости посадки, механических характеристик и рельефа поверхности, системы амортизации, угла подлета) и прикладываются к тем частям СА, которые вступают в непосредственный контакт с поверхностью (рис. 6.4).

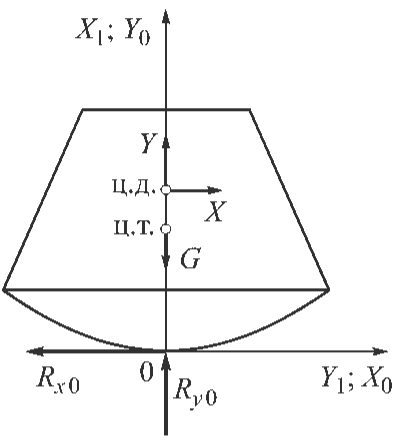


Рис. 6.4. Схема сил, действующих на СА при контакте с грунтом:
G — вес СА; R_{x0}, R_{y0} — реакции, возникающие в точке касания СА с грунтом

Реакции, возникающие при контакте СА с поверхностью планеты, можно подразделить на две составляющие, являющиеся проекциями реакций на оси координат. Горизонтальная составляющая R_{x0} пропорциональна силе трения между посадочным устройством и поверхностью планеты и не оказывает существенного влияния на характер нагружения конструкции СА. Вертикальная составляющая реакции R_{y0} определяет внутренние силовые факторы, действующие на конструкцию СА. Она зависит от скорости касания и угла, под которым СА подошел к поверхности планеты. Боковые реакции, возникающие при посадке со скосом, оказывают влияние только на конструкцию посадочного устройства.

В зависимости от вертикальной составляющей вектора скорости v_{y0} посадку подразделяют на мягкую (меньше 2 м/с), грубую (2…4 м/с), аварийную (5…10 м/с) и жесткую (более 10 м/с). Жесткая посадка допускается только для беспилотных одноразовых СА. При аварийной посадке происходит разрушение посадочных устройств и системы амортизации.

Для СА, не имеющих специальных посадочных устройств и соприкасающихся с поверхностью планеты передним днищем корпуса, дифференциальные уравнения движения в плоскости действия

горизонтальной составляющей аэродинамической (ветровой) нагрузки имеют следующий вид[1]:

$$\begin{aligned} m\Delta\ddot{y}_0 + G - R_{y0} - Y &= 0; \\ m\Delta\ddot{x}_0 + R_{x0} - X &= 0; \\ J_a\ddot{\vartheta} + b_a X + b_y Y - b_B g &= 0, \end{aligned} \tag{6.54}$$

где

$$\begin{aligned} J_a &= J + m\left(x_{1a}^2 + y_{1a}^2\right); \\ b_a &= x_{1a}\cos\vartheta - y_{1a}\sin\vartheta; \\ b_y &= x_{1a}\sin\vartheta + y_{1a}\cos\vartheta; \\ b_B &= y_{1a}\cos\vartheta + x_{1a}\sin\vartheta; \end{aligned} \tag{6.55}$$

x_{1a} — абсцисса приложения силы Y к корпусу СА; J — момент инерции СА относительно его центра тяжести; ϑ — угол отклонения продольной оси x_1 корпуса СА от оси y_0 неподвижной системы координат, отсчитываемый против хода часовой стрелки; x_{1a}, y_{1a} — координаты точки касания днища СА с поверхностью в связанной системе координат X_1 Y_1 с началом в центре днища СА; X, Y — аэродинамические силы, действующие на СА при посадке. Предполагается, что знаки при ϑ и y_{1a} противоположны.

Положение точки контакта днища СА с грунтом определяется начальным значением угла ϑ и для сферического днища можно записать ее координаты:

$$\begin{aligned} x_{1a} &= R\left(1 - \cos\vartheta_0\right); \\ y_{1a} &= -R\sin\vartheta_0 \quad \text{при} \quad y_{1a} < r, \end{aligned} \tag{6.56}$$

где r — радиус корпуса СА в точке контакта днища СА с грунтом.

Решение системы уравнений (6.54) и (6.55) определяют при следующих начальных условиях при $t = 0$:

$$\Delta y_0 = 0;\ \Delta x_0 = 0;\ \vartheta = \vartheta_0;\ \dot{\vartheta} = \dot{\vartheta}_0;$$

$$\Delta\dot{y}_0 = -v_{y0};\ \Delta\dot{x}_0 = -v_{x0}.$$

[1] *Гладкий В.Ф.* Динамика конструкций летательного аппарата. М.: Наука, 1969.

6.4.2. Посадка на воду

При движении СА в несжимаемой идеальной безграничной жидкости его инерция возрастает за счет инерции той части жидкости, которую СА увлекает при погружении. Присоединенную массу определяют по формуле

$$m_i^* = \rho_i \iint\limits_s \varphi_i \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds, \tag{6.57}$$

где s — поверхность, ограничивающая конструкцию СА; ρ — плотность жидкости; φ — функции, удовлетворяющие уравнению Лапласа, условию отсутствия движения жидкости на бесконечности и граничным условиям несжимаемой жидкости, которые для поступательного движения имеют вид $\frac{\partial \varphi_i}{\partial n} = \cos\alpha_i$; α_i — углы наклона нормали $\mathbf{n}$ к осям x_1, y_1 и z_1.

При частичном погружения в жидкость потенциал скорости должен дополнительно удовлетворять граничному условию движения на свободной поверхности жидкости $\varphi = \sum\limits_i \varphi_i v_i = 0$ $\left(i = x_1, y_1, z_i\right)$, где v_i — составляющие вектора скорости в связанной системе координат.

Поступательное движение СА на этом участке можно записать в следующем виде:

$$\begin{gathered} \left(m + m_X^*\right)\ddot{h} + G - \left(X + A\right) = 0; \\ -\left(m + m_Y^*\right)\ddot{y} + Y = 0 \end{gathered} \tag{6.58}$$

при начальных условиях

$$h(t) = 0;\ -\dot{h}(t) = \vartheta_{Y0};\ y(t) = 0;\ \dot{y}(t) = \vartheta_{X0};\ t = 0,$$

где m — масса СА; A — архимедова сила; X, Y — составляющие внешних аэродинамических сил. Угловым перемещением при малых углах отклонения от вертикали при посадке СА можно пренебречь.

При скорости менее 8 м/с уравнения (6.58) принимают вид

$$\begin{gathered} \left(m + m_X^*\right)\ddot{h} = 0; \\ \left(m + m_Y^*\right)\ddot{y} = 0. \end{gathered} \tag{6.59}$$

Присоединенные массы по осям x, y, z определяют по следующим формулам:

$$m_X^* = \frac{2}{3}\pi\rho_i r^2 h \frac{a_0}{2-a_0};$$
$$m_Y^* = m_Z^* = \frac{2}{3}\pi\rho_i r^2 h \frac{b_0}{2-b_0}, \tag{6.60}$$

где

$$a_0 = \frac{2\bar{h}}{\left(1-\bar{h}^2\right)^{\frac{3}{2}}}\frac{\sqrt{1-\bar{h}^2}}{\bar{h}}\arcsin\left(\sqrt{1-\bar{h}^2}\right);$$
$$b_0 = \frac{\bar{h}}{\left(1-\bar{h}\right)^{\frac{3}{2}}}\left(\arcsin\sqrt{1-\bar{h}} - \bar{h}\sqrt{1-\bar{h}^2}\right); \tag{6.61}$$
$$\bar{h} = \frac{h}{r},$$

r — радиус поперечного сечения днища СА на уровне свободной жидкости, определяемый по формуле

$$r = \sqrt{2Rh - h^2}.$$

Следовательно, нагрузки — среднее гидростатическое давление на днище СА и инерционные силы — определяются соответствующими перегрузками:

$$n_X = -\frac{\ddot{h}}{g_0};\ n_Y = -\frac{\ddot{y}}{g_0}. \tag{6.62}$$

Контрольные вопросы

1. Запишите формулы для определения параметров СА в точке входа в атмосферу при сходе с круговой орбиты и подаче тормозного импульса по касательной к его орбите.
2. Определите значения тормозного импульса, угла его наклона к местному горизонту и точки приложения импульса на опорной орбите СА при заданных параметрах точки его входа в атмосферу.
3. Какие формы, аэродинамические и геометрические параметры имеют СА?
4. Запишите уравнения движения СА в атмосфере.
5. Как рассчитать парашютную систему СА?

7. ОСВЕЩЕННОСТЬ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ

Условия освещенности ИСЗ на орбите необходимо знать для определения:

– проектных параметров системы термостатирования, обеспечивающей поддержание температуры в заданных пределах;

– режима работы солнечных батарей и бортовых источников питания, который зависит от освещенности траектории спутника;

– режима работы солнечных датчиков ориентации;

– возможности фотографирования поверхности Земли (Луны), при этом необходимо знать значение угла места Солнца над местным горизонтом, которое должно превосходить некоторый заданный диапазон значений.

Для низких околоземных орбит ИСЗ используют цилиндрическую модель освещенности; тень имеет вид цилиндра с радиусом основания, равным радиусу Земли. Для высоких и межпланетных орбит применяют оптическую модель освещенности.

В принятой системе координат положение Солнца определяется следующими координатами (рис. 7.1):

– $\alpha_\odot$ — прямым восхождением, отсчитываемым от оси OX в плоскости экватора по направлению вращения Земли; изменяется в пределах $0 \le \alpha_\odot \le 360°$;

– $\delta_\odot$ — склонением, измеряемым углом между плоскостью экватора и радиус-вектором **OS**, направленным в точку стояния Солнца; изменяется в пределах $-\varepsilon \le \delta_\odot \le +\varepsilon$.

Координаты положения Солнца связаны между собой соотношением

$$\sin \alpha_\odot = \operatorname{ctg} \varepsilon \operatorname{tg} \delta_\odot, \qquad (7.1)$$

где ε — угол наклона плоскости эклиптики к плоскости экватора, $\varepsilon = 23°27'$.

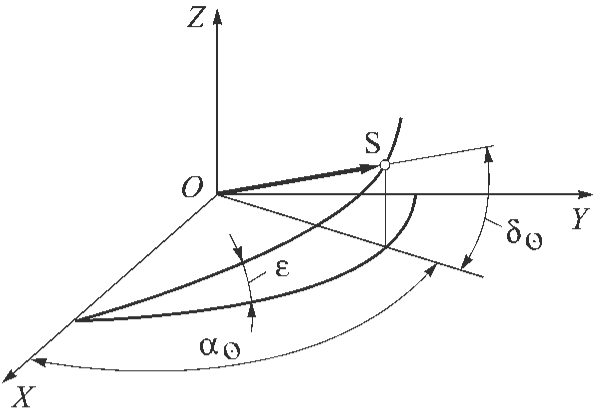


Рис. 7.1. Координаты Солнца на небесной сфере

7.1. ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ИСЗ В ЗАТЕНЕННОЙ ОБЛАСТИ

Невозмущенное движение ИСЗ определяется соответствующими оскулирующими элементами траектории. Для решения задачи освещенности ИСЗ Солнцем необходимо найти угол ν, измеряемый между направлением на Солнце, определяемым единичным вектором **s**, и перпендикуляром к плоскости движения ИСЗ, определяемым единичным вектором **i** (рис. 7.2). После этого пространственная задача упрощается сведением к плоской задаче и угол ν можно найти как скалярное произведение единичных векторов **i** и **s**.

Единичный вектор **i** в проекциях на оси координат

$$\mathbf{i} = \{\sin i \cos\Omega,\ -\sin i \cos\Omega,\ \cos i\}. \tag{7.2}$$

Единичный вектор **s** в проекциях на оси координат

$$\mathbf{s} = \{\cos\delta_\odot \cos\alpha_\odot,\ \cos\delta_\odot \sin\alpha_\odot,\ \sin\delta_\odot\}. \tag{7.3}$$

Угол ν находим из скалярного произведения единичных векторов **i** и **s**:

$$\begin{aligned}\cos\nu = \mathbf{is} &= \sin i \sin\Omega \cos\alpha_\odot \cos\delta_\odot - \\ &- \sin i \cos\Omega \cos\delta_\odot \sin\alpha_\odot + \cos i \sin\delta_\odot = \\ &= \sin i \cos\delta_\odot \sin(\Omega - \alpha_\odot) + \sin i \cos\delta_\odot.\end{aligned} \tag{7.4}$$

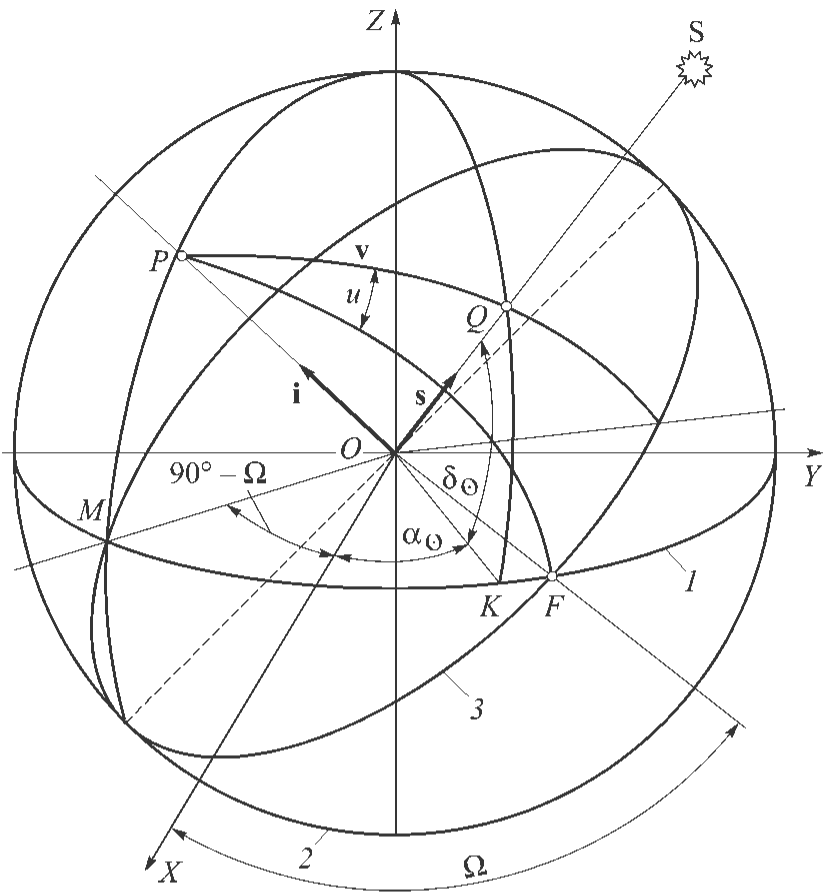


Рис. 7.2. Схема относительного положения ИСЗ и Солнца:

1 — плоскость экватора; *2* — меридиональная плоскость; *3* — плоскость орбиты ИСЗ; S — солнце; **i**, **s** — единичные векторы, определяющие положения плоскости орбиты ИСЗ и Солнца; *P* — точка пересечения вектора **i** с меридианом, в плоскости которого лежит этот вектор; *Q* — точка пересечения вектора **s** с меридианом, в плоскости которого лежит этот вектор; *F* — восходящий узел орбиты ИСЗ

Угол ν не может превышать 180° и изменяется во времени соответственно годовому движению Солнца и прецессии угла Ω.

Рассмотрим только круговые орбиты ИСЗ. Если смотреть на такую орбиту со стороны Солнца, то она имеет вид эллипса. Малая полуось эллипса определяет угол ν, а большая полуось будет видна без искажения (рис. 7.3). Точка A' — точка входа спутника в зону тени, точка B' — точка его выхода из зоны тени. Дуга $\overset{\smile}{AB}$ — участок траектории спутника, находящийся в тени.

Можно записать следующие уравнения:

$$\frac{\xi^2}{(R_0+h)^2}+\frac{\eta^2}{(R_0+h)^2\sin^2\nu}=1;$$
$$\xi^2+\eta^2=R^2. \qquad (7.5)$$

Решая систему уравнений (7.5), получаем

$$\xi_{A(B)}=\mp R\sqrt{\frac{1-\left(1+\frac{h}{R}\right)^2\cos^2\nu}{\sin^2\nu}}. \qquad (7.6)$$

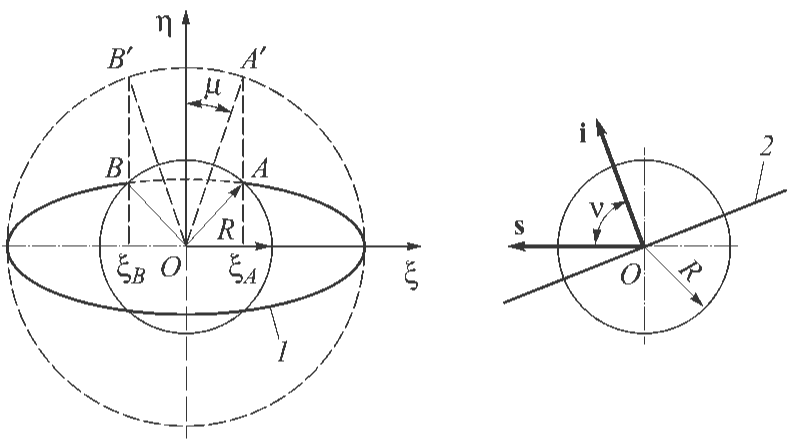


Рис. 7.3. Схема определения области затенения ИСЗ:
1 — плоскость орбиты ИСЗ; *2* — меридиональная плоскость

Предельный случай разделения орбиты спутника с затенением и всегда освещенной орбиты будет при условии $\xi_{A(B)}=0$, что соответствует выражению

$$\cos\nu_{\text{пр}}=\frac{h}{R+h}. \qquad (7.7)$$

Найденное значение угла ν называют предельным, т. е. $\nu_{\text{пр}}$ — это угол, определяющий параметры орбит, у которых области затенения нет. Если $\nu<\nu_{\text{пр}}$, то участки тени на орбите отсутствуют, если $\nu>\nu_{\text{пр}}$, то участки затенения имеются. Величина $\nu_{\text{пр}}$ позволяет определить связь между высотой и наклонением плоскости орбиты спутника, которые при заданном положении Солнца ($\alpha_\odot$ и $\delta_\odot$) обеспечивают полностью освещенную орбиту.

Условие постоянной освещенности ИСЗ:

$$90° - \nu_{\text{пр}} \le i \le 90° + \nu_{\text{пр}}. \tag{7.8}$$

Время полета спутника по затененной части траектории

$$t_{\text{тен}} = \frac{2\mu}{360°} T, \tag{7.9}$$

где T — период обращения спутника; μ — угол, определяющий зону тени, $\mu = \arcsin\left(\frac{\xi_A}{R_0 + h}\right)$.

Для определения времени начала полета спутника в тени рассчитаем время его полета от восходящего узла до зоны тени. Для этого необходимо найти угол u:

$$\cos u = \frac{\cos\delta_\odot \sin(\alpha_\odot - \Omega)}{\sin\nu}. \tag{7.10}$$

Время полета спутника от восходящего узла его орбиты до области тени

$$t = \frac{180° - \mu + u}{360°} T. \tag{7.11}$$

7.2. ОРИЕНТАЦИЯ ОРБИТЫ ИСЗ ОТНОСИТЕЛЬНО СОЛНЦА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ДАТЫ СТАРТА

Спутник выводится ракетой-носителем в точку орбиты выведения B (рис. 7.4), географические координаты которой географическая долгота λ_1 и географическая широта ψ_1. На рис. 7.4 λ_E — угол между меридианом точки выведения B и восходящим узлом A траектории. Можно записать

$$\lambda_E = \arcsin\frac{\operatorname{tg}\psi_1}{\operatorname{tg} i}. \tag{7.12}$$

Введем следующие понятия.

1. Промежуток времени между двумя последовательными верхними кульминациями центра Солнца называется *солнечными*

сутками. Истинное солнечное время в любой момент равно часовому углу Солнца:

$$t_{\Gamma} = \Omega_{\Gamma} + 12^h,$$

где Ω_{Γ} — часовой угол Солнца относительно Гринвичского меридиана.

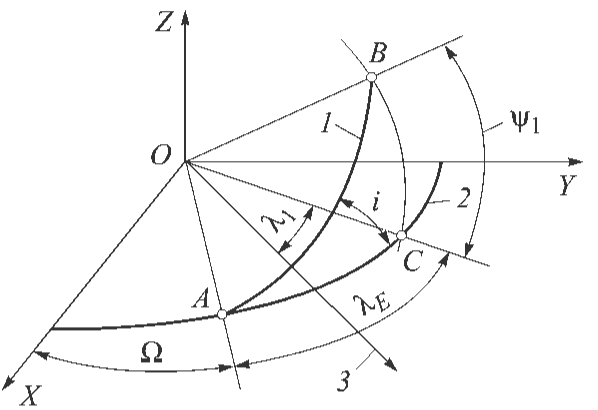


Рис. 7.4. Связь параметров точки выведения ИСЗ на орбиту с параметрами его орбиты:

1 — траектория выведения ИСЗ; *2* — плоскость экватора; *3* — Гринвичский меридиан; *B* — точка выведения ИСЗ на орбиту; λ_1, ψ_1 — географические долгота и широта точки выведения; λ_E — долгота точки выведения, отсчитанная от восходящего узла *A* орбиты

2. Истинное солнечное время неудобно использовать для практических расчетов, так как продолжительность солнечных суток вследствие эллиптичности орбиты Земли относительно Солнца переменна. Поэтому для удобства расчетов вводится понятие *среднего солнечного времени*, когда воображаемая точка на небесной сфере движется равномерно по небесному экватору в том же направлении, что и Солнце, совершая годичный оборот за то же время, что и Солнце. Продолжительность средних солнечных суток постоянна и составляет

$$t_{\text{ср}} = t_{\Gamma} + E,$$

где E — уравнивание времени. Значения данного параметра, вычисленные заранее, приводятся в астрономических ежегодниках (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Уравнивание времени

Уравнивание времени E, мин, по месяцам в интервалах дат			
Январь	Февраль	Март	Апрель
1—15/+2; 15—31/+7	1—15/+13; 15—28/+14	1—15/+12; 15—31/+7,5	1—15/+2; 15—30/–2
Май	Июнь	Июль	Август
1—15/–4,5; 15—31/–4	1—15/–2; 15—30/+0,5	1—15/+2,5; 15—33/+5	1—15/+6; 15—31/+4,5
Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
1—15/+0,5; 15—30/–4	1—15/–8; 15—31/–12	1—15/–14; 15—30/–13	1—15/–10; 15—31/–5

Примечание. В числителе приведен интервал дат, в знаменателе — значение E.

3. Земной шар разбит на 23 часовых пояса, по 15° шириной каждый, на восток от Гринвича (Великобритания). Ширина нулевого пояса ±7,5° относительно Гринвича. Разница во времени между часовыми поясами составляет 1 ч. Москва относится ко второму часовому поясу, $\lambda_{\text{Моск}} = 37°38''$. Среднее поясное время

$$t_{\text{ср.пояс}} = t_{\text{ср}} + N_{\text{пояс}} = \Omega_{\Gamma} + 12^h + E + N_{\text{пояс}},$$

где N — номер часового пояса. *Поясное время* — местное время среднего меридиана данного пояса. Разница между местным и поясным временем внутри пояса не превышает 30 мин.

4. *Декретное время* устанавливается в законодательном порядке правительством государства и может отличаться от поясного времени на 1 ч:

$$t_{\text{декр}} = t_{\text{ср.пояс}} + 1^h = \Omega_{\Gamma} + 12^h + E + N_{\text{пояс}} + 1^h.$$

Связь параметров орбиты ИСЗ, его даты старта и положения Солнца иллюстрирует рис. 7.5. Можно записать следующее соотношение:

$$\Omega + \lambda_E = \lambda_1 + \Omega_{\Gamma} + \lambda_1$$

или

$$\Omega_{\Gamma} = \Omega + \lambda_E - \alpha_{\odot} - \lambda_1,$$

где $\Omega_{\Gamma} = t_{\text{декр}} - 12^h - E - N_{\text{пояс}} - 1^h$.

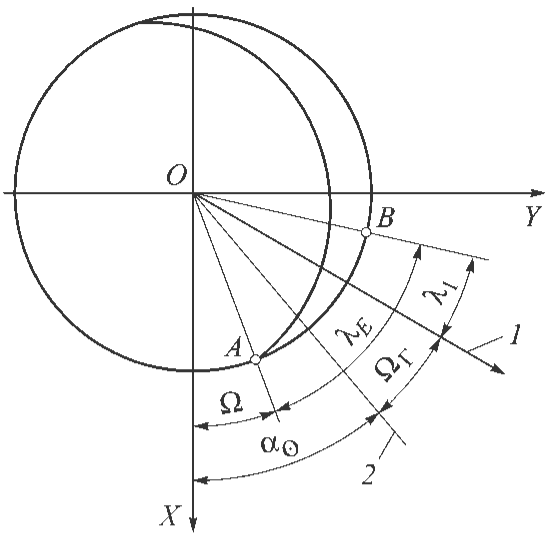


Рис. 7.5. Связь параметров орбиты ИСЗ, даты его старта и положения Солнца:

1 — Гринвичский меридиан; *2* — направление на Солнце; λ_1 — долгота точки выведения; λ_E — долгота точки выведения, отсчитанная от восходящего узла *A* орбиты; $\Omega_Г$ — географическая долгота Солнца; $\alpha_\odot$ — прямое восхождение Солнца; Ω — долгота восходящего узла *A*, отсчитанная от оси *OX*; *B* — точка выведения ИСЗ на орбиту

Отсюда находим

$$\Omega = t_{\text{декр}} - 12^h - E - N_{\text{пояс}} - 1^h - \lambda_E + \alpha_\odot + \lambda_1. \qquad (7.13)$$

Прямое восхождение Солнца $\alpha_\odot$ вычисляют на момент выведения спутника в точку *B* орбиты. Время старта определяют как разность времени выведения спутника на орбиту и длительности полета на участке выведения. Условия освещенности спутника зависят от уходов восходящего узла его орбиты.

Уход восходящего узла

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{10\cos i}{\left(\frac{a}{R}\right)^{3,5}\left(1-e^2\right)^2} \text{ рад/сут.} \qquad (7.14)$$

По истечении *t* сут вычисляют угол Ω_t:

$$\Omega_t = \Omega + \frac{d\Omega}{dt}. \qquad (7.15)$$

Кроме того, необходимо точно определить соответствующее значение прямого восхождения Солнца $\alpha_\odot$.

7.3. УСЛОВИЯ ОСВЕЩЕННОСТИ ИСЗ НА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОРБИТАХ

При полете спутника по эллиптической траектории время его нахождения в тени будет максимальным тогда, когда Солнце находится в плоскости орбиты спутника (рис. 7.6). В этом случае рассматривается задача плоского движения.

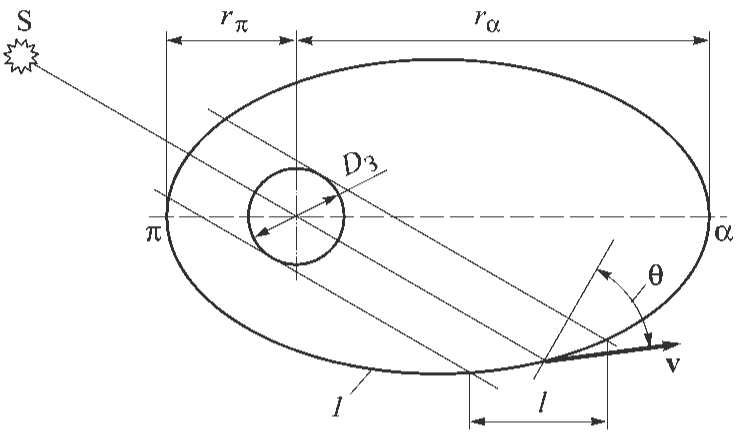


Рис. 7.6. Зона затенения при полете спутника по эллиптической орбите *l*: $D_З$ — диаметр Земли; S — Солнце; *l* — неосвещенный участок орбиты ИСЗ

Время затенения при предположении, что движение на участке затенения длиной *l* прямолинейное, а скорость равна средней скорости движения, составит

$$t_{\text{тен}} = \frac{l}{v} = \frac{D_З}{v\cos\theta}.$$

Из интеграла площадей получим

$$v_\pi r_\pi = vr\cos\theta,$$

тогда

$$t_{\text{тен}} = \frac{D_З r}{v_\pi r_\pi}.$$

Очевидно, что время полета спутника в тени будет максимальным при условии $r = r_\alpha$, т. е. когда спутник будет находиться в апогее орбиты, следовательно,

$$t_{\text{тен max}} = \frac{D_З r_\alpha}{v_\pi r_\pi}. \qquad (7.16)$$

7.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ ОСВЕЩЕННОСТИ ПРОСМАТРИВАЕМОЙ ТЕРРИТОРИИ

Для обеспечения качественной фотосъемки поверхности Земли необходимо знать условия освещенности фотографируемых объектов (рис. 7.7). Условия освещенности задают минимальным углом $\varepsilon_{C\min}$ места Солнца. Для обеспечения освещенности в зоне обзора необходимо соблюдение неравенства

$$\varepsilon_C \geq \varepsilon_{C\min}.$$

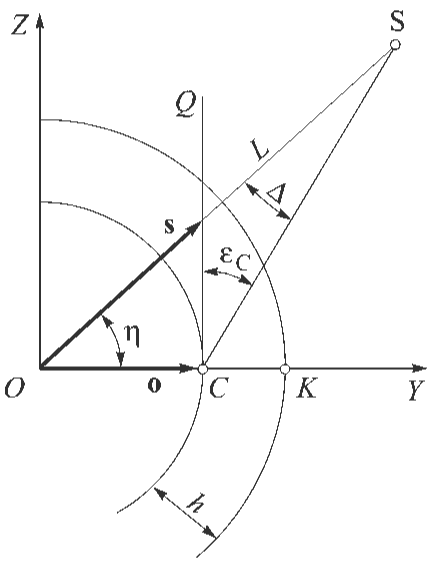


Рис. 7.7. Схема освещенности просматриваемой территории:
S — положение центра Солнца; L — расстояние между центром Земли и центром Солнца; K — положение ИСЗ; C — подспутниковая точка; CQ — линия местного горизонта; ε_C — угол места Солнца; η — угол между единичными векторами **s** и **o**; CS — линия, соединяющая центр Солнца и подспутниковую точку; Δ — угол между линиями OS (L) и CS

Если известны долгота λ_E и широта ψ_E объекта, который необходимо просмотреть, и координаты положения Солнца $\alpha_\odot, \delta_\odot$, то угол η находим как скалярное произведение двух единичных векторов **s** и **o**. Можно записать

$$\mathbf{o} = \{\cos\varphi_E \cos\lambda_E,\ \cos\varphi_E \sin\lambda_E,\ \sin\varphi_E\};$$

$$\mathbf{s} = \{\cos\delta_\odot \cos\alpha_\odot,\ \cos\delta_\odot \sin\alpha_\odot,\ \sin\delta_\odot\}.$$

Угол η, определяющий условия освещенности фотографируемой поверхности, находим из скалярного произведения единичных веторов **o** и **s**:

$$\cos\eta = \cos\varphi_E \cos\delta_\odot \cos(\lambda_E - \alpha_\odot) + \sin\varphi_E \sin\delta_\odot. \qquad (7.17)$$

Угол места Солнца определим из соотношения

$$\varepsilon_C = 90° - \Delta - \eta.$$

Значение Δ находим по теореме синусов:

$$\Delta = \frac{R_0 \cos \varepsilon_C}{L}.$$

Значение Δ максимальное при $\cos \varepsilon_C = 1$, в этом случае $\Delta = 18''$, что пренебрежимо мало́ по сравнению с углом η, следовательно, угол места Солнца

$$\varepsilon_C = 90° - \eta. \qquad (7.18)$$

Контрольные вопросы

1. Зачем нужно знать условия освещенности ИСЗ? Какие модели освещенности вы знаете?
2. Как определить время нахождения спутника в зоне тени и время его входа и выхода из зоны тени?
3. Как связаны параметры орбиты, условия освещенности и дата старта ИСЗ?
4. Запишите выражения для определения условий освещенности просматриваемой территории.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

Баринов К.Н., Бурдаев М.Н., Мамон П.А. Динамика и принципы построения орбитальных систем космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1975. 232 с.

Беляев А.В., Зеленцов В.В., Щеглов Г.А. Средства выведения космических летательных аппаратов: учеб. пособие для курсового и дипломного проектирования. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 56 с.

Беневольский С.В., Бурлов В.В., Казаковцев В.П. Баллистика: учеб. Пенза: ПАИИ, 2003. 51 с.

Иванов Н.М., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов: учеб. пособие для вузов. М.: Дрофа, 2004. 544 с.

Казаковцев В.П. Теория космического полета: учеб. пособие. Ч. 1. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. 22 с.

Казаковцев В.П. Теория космического полета: учеб. пособие. Ч. 2. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 20 с.

Леонов А.А., Соколов В.Б. Встреча на орбите. М.: Машиностроение, 1969. 366 с.

Основы теории полета космических аппаратов / под ред. Г.С. Нариманова, М.К. Тихонравова. М.: Машиностроение, 1972. 608 с.

Рис У.Г. Основы дистанционного зондирования. М.: Техносфера, 2006. 334 с.

Спутники связи: учеб. пособие / В.В. Филатов, М.Д. Евтифьев, Л.И. Лебедева, В.И. Халиманович. Красноярск: Сибирский государственный аэрокосмический университет, 2005. 120 с.

Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1965. 540 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

Гладкий В.Ф. Динамика конструкций летательного аппарата. М.: Наука, 1969. 496 с.

Зеленцов В.В., Казаковцев В.П. Возмущенное движение искусственных спутников Земли: учеб. пособие. Ч. 2. М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1978. 40 с.

Зеленцов В.В., Казаковцев В.П. Динамика движения и системы управления: учеб. пособие. М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1985. 54 с.

Зеленцов В.В., Казаковцев В.П. Элементы динамики движения искусственных спутников Земли: учеб. пособие. М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1977. 65 с.

Зеленцов В.В. Построение космических систем: учеб. пособие по курсу «Проектирование КЛА». Ч. 1. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1991. 73 с.

Зеленцов В.В., Челомей С.В., Шумилов И.М. Применение ЭВМ при проектировании космического буксира: учеб. пособие по курсовому и дипломному проектированию. М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1988. 21 с.

Машбиц Л.М. Зоны обслуживания систем спутниковой связи. М.: Радио и связь, 1982. 168 с.

Михайлов В.Ф., Мошкин В.Н., Брагин И.В. Космические системы связи: учеб. пособие.: СПб.: ГУАП, 2006. 174 с.

Назаренко А.И, Скребушевский Б.С. Эволюция и устойчивость спутниковых систем. М.: Машиностроение, 1981. 284 с.

Оболенский Е.П., Сахаров Б.И. Расчет на прочность летательных аппаратов и агрегатов оборудования (расчет парашютных систем и скафандров). М.: МАИ, 1974. 106 с.

Петров К.П. Аэродинамика транспортных космических систем. М.: Эдиториалл УРСС, 2000. 368 с.

Средства спасения экипажа самолета / С.М. Алексеев, С.М. Балкиед, Я.В. Гершкович и др. М.: Машиностроение, 1975. 432 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Основные характеристики некоторых топлив ЖРД

Окислитель	Горючее	Плотность топлива*, г/см^3	Температура в камере сгорания, К	Теплотворность топлива, ккал/кг	Пустотный удельный импульс**, *с*
Жидкий кислород	Жидкий водород	0,3155	3 250		428
	Керосин	1,036	3 755	2 200	335
	НДМГ***	0,9915	3 670	2 200	344
	Гидразин	1,0715	3 446		346
	Жидкий аммиак	0,8393	3 070		323
Четырех-оксид азота	Керосин	1,269	3 516	1 550	309
	НДМГ***	1,185	3 469		318
	Гидразин	1,228	3 287		322
Азотная кислота (98%)	Керосин	1,36	2 980	1 460	313
	ТГ-02	1,32	3 000	1 490	310
	Анилин (80 %) + + фурфуриловый спирт (20 %)	1,39	3 050	1 420	313
Жидкий фтор	Жидкий водород	0,621	4 707	2 230	449
	Гидразин	1,314	4 775	2 230	402

* Расчетная величина — отношение суммарной массы компонентов ракетного топлива (окислителя и горючего) к их объему.

** Удельный импульс ракетного двигателя при давлении окружающей среды, равном нулю.

*** НДМГ — несимметричный диметилгидразин.

Основные физико-химические характеристики окислителей

Окислитель	Химическая формула	Молекулярная масса, кг/моль	Плотность, кг/м^3	$T^*_{пл}$, K	$T^{**}_{кип}$, K
Жидкий кислород	O_2	32	1 140	54,3	90,10
Жидкий фтор	F_2	38	1 510	55,16	85,10
Азотная кислота	HNO_3	63,016	1 510	231,56	359,16
Четырехоксид азота	N_2O_4	92,016	1 450	261,196	294,36

*Температура плавления.
** Температура кипения.

Основные физико-химические характеристики горючего

Горючее	Химическая формула	Молекулярная масса, кг/моль	Плотность, кг/м^3	$T_{пл}$, K	$T_{кип}$, K
Жидкий водород	H_2	2,016	71	13,75	20,46
Керосин	$C_{7,2102}H_{13,2936}$	100 (усл. ед)	834,7	213	423…588
Гидразин	N_2H_4	32,048	1 010	271,56	368,66
НДМГ	$(CH_3)_2NNH_2$	60,102	783	215	236

Приложение 2

Характеристики разгонных блоков

Характеристика	Бриз-М	Фрегат	Статистический коэффициент
Стартовая масса, т	21,706	6,415	1
Конечная масса, т	2,082	0,980	0,095….0,15
Масса полезного груза, т	2,97….3,18	4,0…2,55	0,13….0,39
Масса топлива, т	19,79	5,35	0,9….0,83
Примечание. Используемое топливо — смесь азотного тетраоксида (АТ) и НДМГ.			

Характеристики бортового оборудования малого спутника связи

Оборудование, характеристика	Масса, кг	Статистический коэффициент
Радиотелевизионный комплекс	125	0,196
Командно-управляющий комплекс	80	0,125
Система энергообеспечения	117	0,184
Двигательная установка ЖРД	12	0,019
Рабочее тело гидразин	22	0,035
Двигательная установка ЭРДУ	51	0,08
Рабочее тело ксенон	90	0,142
Система терморегулирования	80	0,125
Антенно-фидерная система	10	0,016
Конструкция	50	0,078
Полная масса на орбите	637	1,0

Данные для проектных баллистических расчетов ИСЗ (по ГОСТ 25645.101—83 «Атмосфера Земли верхняя»)

h, км	ρ, кг/м^3	H, км	$F(h)$, м^2 · сут/кг	h, км	ρ, кг/м^3	H, км	$F(h)$, м^2 · сут/кг
120	2,4401 – 8	6,2131	3,3051 + 05	320	1,8972 – 11	50,6588	2,3558 – 01
130	8,2730 – 9	12,2851	1,2254 + 04	330	1,5609 – 11	51,8537	3,2900 – 01
140	4,1022 – 9	16,2248	3,2481 + 04	340	1,2900 – 11	53,0217	4,0811 – 01
150	2,3391 – 9	19,3795	6,9927 + 04	350	1,0704 – 11	54,1644	5,0355 – 01
160	1,4440 – 9	22,0882	1,3259 + 03	360	8,9165 – 12	55,2836	6,1826 – 01
170	9,3996 – 10	24,4991	2,3100 + 03	370	7,4514 – 12	56,3806	7,5560 – 01
180	6,3254 – 10	26,6932	3,7886 + 03	380	6,2534 – 12	57,4566	9,1947 – 01
190	4,5422 – 10	31,2079	5,9156 + 03	390	5,2629 – 12	58,5125	1,1143 + 00
200	3,3284 – 10	33,1123	8,8394 + 03	400	4,4429 – 12	59,5503	1,3454 + 00
210	2,4806 – 10	34,9130	1,2813 + 02	410	3,7615 – 12	60,5701	1,6184 + 00
220	1,8757 – 10	36,6252	1,7722 + 02	420	3,1934 – 12	61,5729	1,9402 + 00
230	1,4361 – 10	38,2609	2,4980 + 02	430	2,7182 – 12	62,5597	2,3185 + 00
240	1,1116 – 10	39,8295	3,3944 + 02	440	2,3196 – 12	63,5311	2,7620 + 00
250	8,6887 – 11	41,3383	4,5457 + 02	450	1,9811 – 12	64,4879	3,2808 + 00
260	6,8505 – 11	42,7945	6,0108 + 02	460	1,7010 – 12	65,4308	3,8861 + 00
270	5,4137 – 11	44,8899	7,8701 + 02	470	1,4616 – 12	66,3602	4,2251 + 00
280	4,3535 – 11	45,5670	1,0177 + 01	480	1,2584 – 12	67,2768	5,4095 + 00
290	3,5092 – 11	46,8918	1,3060 + 01	490	1,0857 – 12	68,1811	6,3588 + 00
300	2,8435 – 11	48,1082	1,6625 + 01	500	9,3849 – 13	69,0735	7,4572 + 00
310	2,3168 – 11	49,4350	2,1010 + 01	510	8,1275 – 13	69,9546	8,7258 + 00

Продолжение таблицы

h, км	ρ, кг/м^3	H, км	$F(h)$, м^2 · сут/кг	h, км	ρ, кг/м^3	H, км	$F(h)$, м^2 · сут/кг
520	7,0512 – 13	70,8246	1,0188 + 01	980	8,0942 – 15	137,8578	1,6302 + 03
530	6,1280 – 13	71,6842	1,1870 + 01	990	7,5301 – 15	138,9813	1,7672 + 03
540	5,3346 – 13	72,5335	2,3805 + 01	1000	7,0094 – 15	140,0958	1,9143 + 03
550	4,6513 – 13	73,3730	1,6022 + 01	1010	6,5283 – 15	141,2016	2,0720 + 03
560	4,0618 – 13	74,2031	1,8561 + 01	1020	6,0873 – 15	142,2087	2,2413 + 03
570	3,5524 – 13	75,0239	2,1455 + 01	1030	5,6723 – 15	143,3874	2,4229 + 03
580	3,1114 – 13	75,8358	2,3068 + 01	1040	5,2916 – 15	144,4680	2,6174 + 03
590	2,7289 – 13	76,6392	2,8560 + 01	1050	4,4390 – 15	145,5401	2,8258 + 03
600	2,3967 – 12	77,4342	3,2853 + 01	1060	4,6132 – 15	146,6052	3,0188 + 03
610	2,1880 – 12	86,5812	3,7632 + 01	1070	4,3992 – 15	147,6622	3,2874 + 03
620	1,9517 – 12	88,3592	4,2909 + 01	1080	4,0280 – 15	148,7116	3,5425 + 03
630	1,7448 – 12	90,1021	4,8729 + 01	1090	4,7669 – 15	149,7538	3,8152 + 03
640	1,5831 – 12	91,8119	4,8729 + 01	1100	3,5241 – 15	150,7878	4,1065 + 03
650	1,4032 – 12	93,4905	6,2825 + 01	1110	3,2990 – 15	151,8166	4,4176 + 03
660	1,2620 – 12	93,1394	7,1103 + 01	1120	3,0354 – 15	152,8376	4,7496 + 03
670	1,1371 – 12	96,7602	8,0303 + 01	1130	2,8943 – 15	153,8517	5,1040 + 03
680	1,0233 – 12	98,3544	9,0235 + 01	1140	2,7126 – 15	154,8593	5,4818 + 03
690	9,2787 – 14	99,9231	1,0145 + 02	1150	2,5437 – 15	155,9603	5,8845 + 03
700	8,4015 – 14	101,4675	1,1384 + 02	1160	2,3861 – 15	156,8549	6,3137 + 03
710	7,8183 – 14	102,9888	1,2751 + 02	1170	2,2392 – 15	157,8433	6,7708 + 03
720	6,9185 – 14	104,4880	1,4257 + 02	1180	2,1021 – 15	158,8255	7,2574 + 03
730	6,2913 – 14	105,9659	1,5913 + 02	1190	1,9742 – 15	159,8017	7,7784 + 03

740	5,7285 – 14	107,4236	1,7728 + 02	1200	1,8548 – 15	160,7720	8,3264 + 03
750	5,2225 – 14	108,8616	1,9716 + 02	1210	1,7433 – 15	161,7364	8,9124 + 03
760	4,6770 – 14	110,2810	2,1894 + 02	1220	1,6391 – 15	162,6951	9,5354 + 03
770	4,3563 – 14	111,6823	2,4277 + 02	1230	1,5417 – 15	163,5482	1,0197 + 04
780	3,9554 – 14	113,0662	2,6882 + 02	1280	1,1407 – 15	168,3328	1,4174 + 04
790	3,6500 – 14	114,4336	2,9725 + 02	1290	1,0751 – 15	169,2542	1,5121 + 04
800	3,3463 – 14	115,7845	3,2826 + 02	1300	1,0133 – 15	170,1706	1,6124 + 04
810	3,0709 – 14	117,1200	3,6203 + 02	1310	9,5587 – 16	171,0820	1,7188 + 04
820	2,8210 – 14	118,4404	3,9880 + 02	1320	9,0174 – 16	171,9887	1,8315 + 04
830	2,6938 – 14	119,7463	4,3878 + 02	1330	8,5904 – 16	172,8905	1,9508 + 04
840	2,3870 – 14	121,0381	4,8220 + 02	1340	8,0324 – 16	173,7877	2,0772 + 04
850	2,1987 – 14	122,3162	5,2934 + 02	1350	7,5873 – 16	174,6803	2,2110 + 04
860	2,0270 – 14	123,5811	5,8045 + 02	1360	7,1634 – 16	175,5684	2,3525 + 04
870	1,8702 – 14	124,8332	6,3584 + 02	1370	6,7678 – 16	176,4520	2,5023 + 04
880	1,7269 – 14	126,0729	6,9580 + 02	1380	6,3958 – 16	177,3311	2,8607 + 04
890	1,5958 – 14	127,3005	7,6007 + 02	1390	6,0459 – 16	178,2060	2,8292 + 04
900	1,4738 – 14	128,5136	8,3078 + 02	1400	5,7168 – 16	179,0765	3,0053 + 04
910	1,3558 – 14	129,7208	9,0552 + 02	1410	5,4071 – 16	179,9429	3,1923 + 04
920	1,2649 – 14	130,9142	0,8828 + 02	1420	5,1154 – 16	180,8051	3,3899 + 04
930	1,1723 – 14	132,0968	1,0765 + 03	1430	4,8408 – 16	181,6632	3,5987 + 04
940	1,0872 – 14	133,2680	1,1714 + 03	1440	4,5822 – 16	182,5173	3,8191 + 04
950	1,0690 – 14	134,4308	1,2739 + 03	1450	4,3384 – 16	183,3674	4,0518 + 04
960	9,3692 – 15	135,5828	1,3841 + 03	1460	4,1087 – 16	184,2136	4,2973 + 04
970	8,7058 – 15	136,7250	1,5027 + 03	1470	3,6931 – 16	185,0559	4,5564 + 04

Окончание таблицы

h, км	ρ, кг/м^3	H, км	$F(h)$, м^2 · сут/кг	h, км	ρ, кг/м^3	H, км	$F(h)$, м^2 · сут/кг
1480	3,6878 – 16	185,8944	4,8297 + 04	1500	3,3132 – 16	187,5601	5,4219 + 04
1490	3,4951 – 16	186,7291	5,1180 + 04	—	—	—	—

П р и м е ч а н и я. 1. Значения высоты полета h, плотности ρ, высоты однородной атмосферы H и вспомогательной функции $F(h)$ приведены для среднего значения солнечной активности $F_0 = 150 \cdot 10^{-22}$ Вт/(м^2 · Гц). 2. Порядок приведенных значений физических величин представлен числом со знаком «+» или «–» после мантиссы, например, запись 2,4401 – 8 следует читать $2{,}4401 \cdot 10^{-8}$.

Приложение 4

Основные технико-экономические характеристики РБ «Бриз-М»

Стартовая масса, т 21,706
Конечная масса, т 2,087
Сухая масса, т 2,316
  полностью собранного блока нижнего сбрасываемого отсека 0,4
  дополнительного топливного бака 0,916
Масса, т, полезного груза, выводимого на ГСО, по схеме выведения:
  7 ч 2,97
  10 ч 3,18
Компоненты топлива (окислитель/горючее) ..... АТ/НДМГ
Масса заправляемого топлива, т 19,79
  в том числе в дополнительном топливном баке 14,615
Длина/диаметр, м 3,159/4,0
Индекс двигателя С5.98
Тяга ДУ в вакууме, т 2,0
Удельный импульс ДУ в вакууме, с 325,5
Максимальное число запусков ДУ ..... До 8
Продолжительность функционирования в космическом пространстве, ч ..... До 48
Вероятность безаварийного полета 0,985

Масса полезного груза, выводимого ракетой-носителем «Союз-2» с РБ «Фрегат» при запуске с космодрома Плесецк

Этапы выведения	Масса полезного груза, кг	
	ССО (H = 800 км)	ВЭО (H = 1 500 км)
1а	4 400* 3 900** 2 300***	2 100
1б	5 200* 4 500** 2 700***	2 500
2	5 600* 4 700** 2 950***	2 700

* Прямая схема выведения.
** По траектории выведения, соответствующей i = 91,9°.
*** По траектории выведения, соответствующей i = 81,4°.

Приложение 5

Ориентировочные значения параметров ПЗС-матриц

ПЗС-матрица	Размер матрицы, мм	Разрешение, пикселов	Размер пиксела (элемента изображения), мкм	Динамически устойчивое разрешение, пар линий/мм	Динамически устойчивое разрешение, пар линий по длинной стороне кадра	Динамически неустойчивое разрешение, пар линий/мм	Динамически неустойчивое разрешение, пар линий по длинной стороне кадра
Nikon D100	23,4 × 15,6	3 032 × 2 016	7,8	43,2	1 011	64,8	1 516
Canon D60	22,7 × 15,1	3 072 × 2 048	7,4	45,1	1 024	67,7	1 537
Fujifilm S2 Pro	23,0 × 15,5	4 288 × 2 880	~7,45	62	1 426	93,2	2 144
Canon 1Ds	35,8 × 23,8	4 064 × 2 704	~8,8	37,8	1 353	56,8	2 033
Kodak DCS 14n	36 × 24	4 536 × 3 024	~7,9	42	1 512	63	2 268

Приложение 6

Основные технические характеристики космического комплекса «Ресурс-ДК1»

Разрешение, м, на местности (в надире) с высоты $H = 350$ км в диапазоне:	
панхроматическом	Не ниже 1
узком спектральном	2…3
Ширина полосы захвата с высоты $H = 350$ км, км	28,3
Ширина полосы обзора с высоты $H = 350$ км, км	448
Спектральные диапазоны, мкм:	
панхроматический	0,58…0,80
три узких спектральных канала	0,5…0,6; 0,6…0,7; 0,7…0,8
Кодирование яркости, бит	10
Скорость передачи информации по радиолинии, Мбит/с	64; 128; 256
Периодичность покрытия межвиткового интервала, сут	5…6
Оперативность передачи информации на наземный пункт приема, ч	До 8
Производительность, млн км^2/сут	0,45
Диапазон разворотов КА по крену, градус	±30
Тип рабочей орбиты	Околокруговая эллиптическая
Диапазон высот рабочих орбит, км	350…610
Наклонение орбит, градус	64,8; 70,4
Ресурс работы бортовых систем, год	До 3

Приложение 7

Характеристики фотографических систем исследования природных ресурсов Земли

Характеристика	Ресурс-Ф1		Ресурс-Ф1М	Ресурс-Ф2	Комета			Ресурс-Ф3
Рабочий диапазон высот фотографирования H, км	180…400		180…400	200…450	200…280			180…400
Наклонение орбиты, градус	82,3 (82,6)		82,3 (82,6)	82,3 (82,6)	65 (71)			82,3 (82,6)
Съемочная аппаратура	КФА-1000	КАТЭ-200	КФА-1000	КФА-200	МК-4	ТК-350	КВР-1000	КФА-3000
Число камер	2	3	3	1	—	—	—	2
Полоса захвата, км: одной камерой всеми камерами	$0{,}3 \times H$ $0{,}58 \times H$	$0{,}9 \times H$ $0{,}9 \times H$	$0{,}3 \times H$ $0{,}88 \times H$	$0{,}9 \times H$ $0{,}9 \times H$	$0{,}6 \times H$ $0{,}6 \times H$	$0{,}86 \times H$ —	$0{,}75 \times H$ —	$0{,}1 \times H$ $0{,}2 \times H$
Фокусное расстояние, мм	1 000	200	1 000	200	300	350	1 000	3 000
Размер кадра, мм	300 × 300	180 × 180	300 × 300	180 × 180	180 × 180	300 × 450	180 × 720	300 × 300
Число диапазонов	1	3	1	3	4 (из 6)	1	1	1

Спектральный диапазон для пленок, нм:								
черно-белых	570…760	500…600	570…760	570…760	460..505; 515…565	—	—	—
цветной	—	600…700	560…810	—	635..690; 810...900	—	—	—
СПЗ	560…810	700…900	—	—	400…700; 580…800	—	—	—
Разрешение на местности, м:								
на черно-белой пленке	3,5…6,0	20…30	3…6	15...20	6…12	8…12	2…3	2…3
на СПЗ, цветной	4,5…8,0	—	4…7	—	12…15	—	3…4	—
Перекрытие, %	60	60	60	60	60	60; 80	10	60

Приложение 8

Спутник TerraSAR-X

Спутник TerraSAR-X, разработанный аэрокосмическим центром DLR и компанией EADS Astrium GmbH (Германия), был запущен 15 июня 2007 г. с космодрома Байконур. Технические характеристики спутника TerraSAR-X не имеют мировых аналогов: впервые разрешение радиолокационных снимков достигает 1 м. Вероятность выполнения заказанной съемки составляет приблизительно 95 % (как известно, радиолокационная съемка не зависит от погоды и времени суток). Радиолокационные данные сверхвысокого разрешения предоставляются в режиме реального времени в течение нескольких часов, что делает их востребованными при решении оперативных задач.

Области применения данных дистанционного зондирования, полученных со спутника TerraSAR-X:

– создание и обновление топографических и специальных карт вплоть до масштаба 1:10 000;

– создание цифровых моделей рельефа (ЦМР) высокой точности (до 2…4 м по высоте);

– высокоточное наблюдение за состоянием инфраструктурных сетей (трубопроводов, железных дорог, телекоммуникаций);

– оценка сейсмической опасности, прогнозирование землетрясений, извержений вулканов;

– наблюдение за природными и антропогенными катастрофами (половодьями, авариями);

– контроль береговых зон и наблюдение за судами;

– картирование сельскохозяйственных культур, определение состояния посевов и др.;

– картирование древостоев, определение породного состава без наземных исследований, мониторинг вырубок и состояния лесов;

– контроль и управление городской средой;

– задачи обеспечения обороны и безопасности.

Радиолокатор с синтезированной апертурой (радиолокационная станция), установленный на спутнике TerraSAR-X, позволяет изменять направление радиолокационного луча в диапазоне 20°…60°. Достигается это не путем механического перемещения антенны, а сложением множества отдельных лучей. Радиолокатор выполняет съемку в так называемом X-диапазоне длин волн. Частота радиосигналов, излучаемых в этой части спектра, составляет 9,65 Гц, длина волны — 3 см, что позволяет достигнуть столь высокого разрешения. Возможно получение данных в трех различных режимах работы.

Характеристики орбиты спутника TerraSAR-X

Тип орбиты ..... Круговая солнечно-синхронная
Высота орбиты, км 514
Наклонение, градус 97,4
Период обращения, мин..... 95
Периодичность повторения трассы полета, сут 11
Частота съемки ..... 2 (в 95 % случаев), 4 (максимум)
Срок эксплуатации, год 5

Характеристики режимов работы радиолокационного спутника TerraSAR-X

Режим	Номинальный размер кадра, км^2	Пространственное разрешение, м	Максимальная длина маршрута, км	Поляризация
Прожекторный (SpotLight)	10 × 5	1	—	Одиночная, двойная
Маршрутный (StripMap)	30 × 50	3	4 200	Одиночная, двойная, четверная
Обзорный (ScanSAR)	100 × 150	16	4 200	Одиночная

Приложение 9

Спутники SPOT-2 и SPOT-4

Спутники SPOT-2 и SPOT-4 (Франция) находятся на орбите с 1990 г. и 1998 г. соответственно. Установленная на спутниках аппаратура обеспечивает съемку земной поверхности с пространственным разрешением 10 м в панхроматическом режиме и 20 м в мультиспектральном режиме в полосе наблюдения шириной 60…120 км.

Спутники SPOT позиционированы на орбите таким образом, чтобы обеспечить получение снимков Земли и возможность их сравнения независимо от даты их получения.

В соответствии с назначением спутники запускают на различные орбиты. Ниже приведено описание орбит.

Фазированная орбита — спутник проходит над одной и той же точкой поверхности Земли через целое число суток. Цикл спутника равен 26 сут, за это время он совершает 369 витков вокруг Земли. Орбитальный период спутника равен 101,5 мин. След его орбиты на Земле повторяется точно через 26 сут (цикл), и спутник проходит над одной и той же точкой поверхности планеты каждые 5 сут.

Солнечно-синхронная орбита — угол между плоскостью орбиты и направлением Земля — Солнце постоянен. Для спутников SPOT этот угол равен 22,5°.

Околополярная орбита — наклонение орбиты составляет 98,8°.

Почти круговая орбита — поддерживается постоянная высота над заданной точкой поверхности Земли. Высота орбиты спутников над точкой земной поверхности, расположенной на северной широте 45°, составляет приблизительно 830 км.

Спутник SPOT-2 не имеет бортовых запоминающих устройств. Этот спутник вместе со спутником SPOT-4 в настоящее время находится на солнечно-синхронной орбите. При этом оба спутника находятся в разных орбитальных фазах относительно друг друга.

Номинальные характеристики орбиты спутников SPOT-2 и SPOT-4

Тип орбиты	Солнечно-синхронная
Высота, км	832
Наклонение, градус	98,7
Период обращения, мин	101,4
Цикл, сут	26
Местное время	10:30

Характеристики камер наблюдения на борту спутников SPOT

Спутник	Камера	Наименование диапазона длин волн	Диапазон длин волн, мкм	Размер пиксела, м	Число пикселов (CCD) на линию
SPOT-2	HRV1 или HRV2	XS1	0,50…0,59	20	3 000
		XS2	0,61…0,68	20	3 000
		XS3	0,78…0,89	20	3 000
		PAN	0,50…0,73	10	6 000
SPOT-4	HRVIR1 или HRVIR2	XS1	0,50…0,59	20	3 000
		XS2	0,61…0,68	20	3 000
		XS3	0,78…0,89	20	3 000
		SWIR	1,58…1,75	20	3 000
		M	0,61…0,68	10	6 000

Приложение 10

Российский природоресурсный спутник «Ресурс-01М4»

В состав оборудования природоресурсного спутника «Ресурс-01М4» входит многозональное оптико-электронное сканирующее устройство высокого разрешения (МСУ-Э), предназначеное для оперативного получения с борта ИСЗ видеоинформации о подстилающей поверхности Земли в трех спектральных зонах в диапазоне длин волн 0,5…0,9 мкм с угловой разрешающей способностью около 7,1″. Устройство относится к классу узкоугольных сканирующих устройств с построчной разверткой и построено по наиболее перспективному для таких устройств принципу использования твердотельных многоэлементных линейных приемников на основе приборов с зарядовой связью (ПЗС). Каждая линейка состоит из 2 000 фоточувствительных элементов, которые образуют набор мгновенных полей зрения, формирующих поле обзора прибора в виде строки. При считывании с ПЗС-фотоприемника зарядов формируется одна строка изображения. Для получения двухмерного изображения применяется метод последовательно построчного считывания информации с линейного ПЗС-фотоприемника при движении ИСЗ над подстилающей поверхностью.

Для получения информации в широкой зоне обзора МСУ-Э используется принцип перемещения оптической оси в плоскости, перпендикулярной плоскости орбиты ИСЗ. Перемещение оптической оси в пределах ±30° с шагом 2° осуществляется с помощью плоского поворотного зеркала, расположенного перед объективом оптической системы. Для контроля стабильности градуировочной характеристики в полете в аппарате предусмотрена система внутренней калибровки.

Основные технические характеристики МСУ-Э

Число спектральных зон	3
Ширина спектральной зоны (номинальные значения), мкм:	
I	0,5….0,6
II	0,6….0,7
III	0,8….0,9
Вид сканирования	Электронный плоскостной однострочный
Направление сканирования	Справа налево по направлению полета ИСЗ при наблюдении с орбиты

Угол зоны обзора, градус	64 ± 0,1
Ширина полосы обзора, км:	
в надире	60
на краю зоны обзора	84
Ширина зоны обзора, км	±500…800
Разрешение на местности в надире, м:	
вдоль направления полета	30
поперек направления полета	33
Разрешение на местности на краю зоны обзора, м:	
вдоль направления полета	30
поперек направления полета	40
Мгновенное поле зрения, соответствующее элементу ПЗС, угл. с:	
вдоль направления полета	5,9
поперек направления полета	7,1
Расстояние между центрами соседних фоточувствительных элементов (поперек направления полета), угл. с	7,1
Скорость сканирования, стр/с	200
Диаметр входного зрачка объектива, мм	87,5
Отношение сигнал/шум при максимальной яркости	Не менее 200
Среднеквадратичная погрешность измерения при максимальной энергетической яркости, %	10
Амплитудная характеристика	Линейная
Число режимов фиксированного усиления	4
Ошибка взаимного расположения ПЗС-линеек в спектральных зонах, тлв. эл	±1
Энергопотребление прибора (без цепей подогрева), Вт	150
Масса прибора, кг	33

На ИСЗ установлены два устройства МСУ-Э, которые могут функционировать как отдельно, так и одновременно. При одновременной работе устройств зоны обзора частично перекрываются. Суммарная ширина полосы обзора примерно в 1,8 раза больше, чем при работе одного устройства.

Приложение 11

Основные характеристики специальных российских и зарубежных спутников связи

Характеристика	Российские ИСЗ				Зарубежные ИСЗ		
	Радуга-1	Радуга-1М	Молния-3М	Радуга-2	ДСЦС- 3	Милстар-1, 2, 3	НАТО-3, 4
Орбита	ГСО	ГСО	ВЭО	ГСО	ГСО	ВЭО, ГСО	ГСО
Мощность БРТК, Вт	135/165	300	385	320	135	380	220
Потребляемая мощность, Вт	180	3 300	3 000	4 000	950	4 000	1 200
Точность ориентации, градус	0,5	0,1….0,2	0,7	0,1	0,1	0,1	0,1
Время активного существования, год	5	10	7	10	7…10	10	10
Масса ИСЗ, кг	2 600	2 600	2 100	2 600	1 100	3 600…4 500	1 700
Конструктивное исполнение	Герметичный	Негерметичный	Герметичный	Негерметичный	Негерметичный	Негерметичный	Негерметичный

Примечание. БРТК — бортовой радиотехнический комплекс.

Приложение 12

Основные характеристики спутниковой системы Intelsat

Наименование	Дата запуска	$M_{орб}$, кг	$M_{старт}$, кг	$M_{орб} / M_{старт}$	$P_{СЭП}$, Вт
Intelsat-4A	09 — 05—1975	825	1 515	0,54	490
Intelsat-5	12 — 06 — 1980	1 020	1 950	0,52	1 320
Intelsat-5A	05 — 03 —1985	1 160	2 141	0,54	1 320
Intelsat-6	01 — 01 — 1989	2 004	3 920	0,51	2 100
Intelsat-7	01 — 01 — 1992	1 300	2 100	0,62	1 800

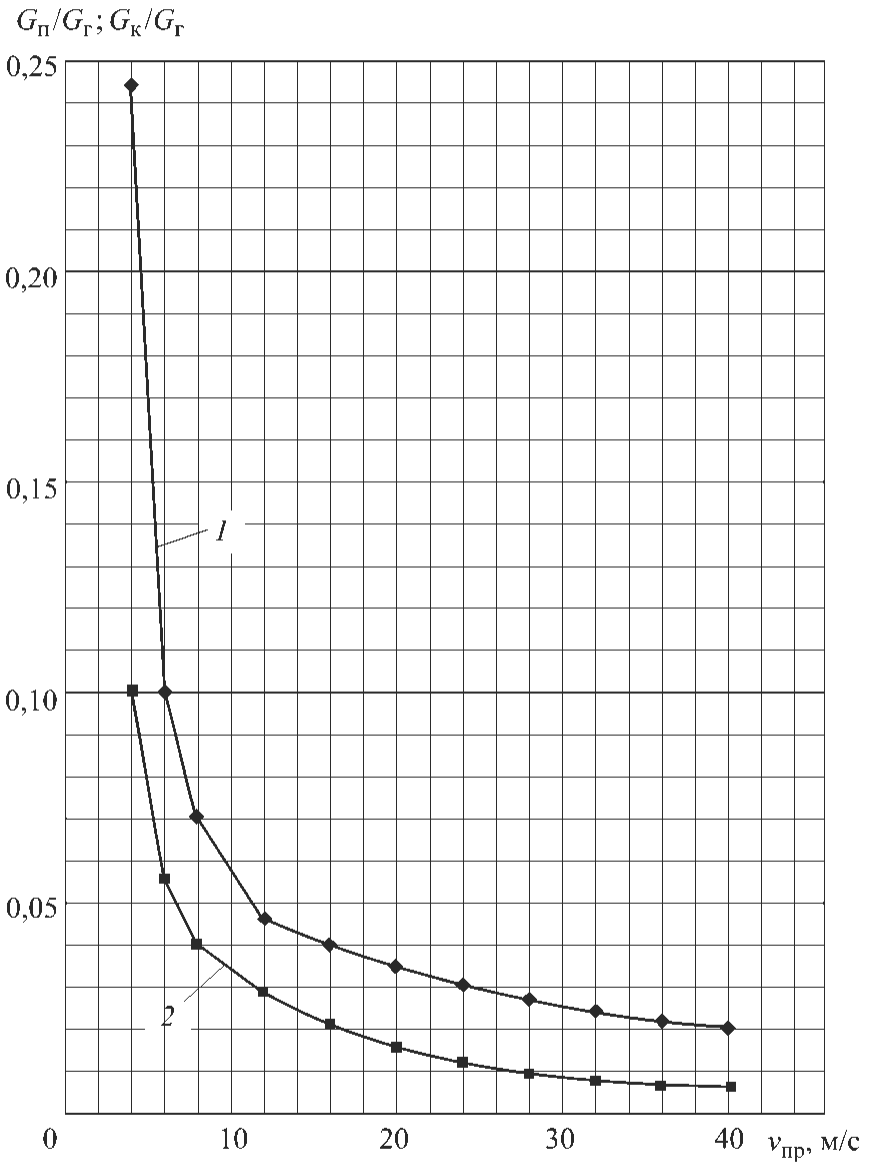
Наименование	$P_{СЭП} / M_{орб}$	n	$n/M_{орб}$	$P_{БРТК}$, Вт	$P_{БРТК} / P_{СЭП}$
Intelsat-4A	0,59	625	7,58	120	0,24
Intelsat-5	1,29	13 200	12,94	198,5	0,15
Intelsat-5A	1,14	25 200	13,1	220	0,17
Intelsat-6	1,05	33 000	16,47	340	0,16
Intelsat-7	1,38	19 000	14,62	280	0,16

Наименование	$M_{БРТК}$, кг	$M_{БРТК} / M_{орб}$	$C_{СП}$, млн долл.	$C_{1кг\ орб}$, млн долл.	$C_{зап}$, млн долл.
Intelsat-4A	186,5	0,226	20	0,02	24
Intelsat-5	234,5	0,23	34	0,03	24
Intelsat-5A	278,5	0,24	48	0,03	45
Intelsat-6	525	0,262	140	0,07	60
Intelsat-7	373	0,287			

Примечание. $M_{орб}$ — масса спутниковой системы (СП), выведенная на орбиту; $M_{старт}$ — масса СП, выведенная ракетой-носителем; $P_{СЭП}$ — мощность системы энергоснабжения СП; n — число каналов связи, обслуживаемых СП; $P_{БРТК}$ — выходная мощность БРТК; $M_{БРТК}$ — масса БРТК; $C_{СП}$ — стоимость СП; $C_{1\ кг\ орб}$ — стоимость 1 кг массы, выведенной на орбиту; $C_{зап}$ — стоимость запуска СП.

Приложение 13

Зависимость относительных весов[1] парашюта $G_п/G_г$ (*1*) и купола $G_к/G_г$ (*2*) от скорости приземления $v_{пр}$ СА



[1] $G_п$, $G_г$, $G_к$ — веса соответственно парашюта, груза и купола парашюта (без строп), кг.

Учебное издание

Зеленцов Владимир Викторович
Казаковцев Виктор Поликарпович

Основы баллистического проектирования искусственных спутников Земли

Редактор *Л.Т. Мартыненко*
Технический редактор *Э.А. Кулакова*
Корректор *Е.В. Авалова*
Художник *М.А. Христофоров*
Компьютерная графика *О.В. Левашовой*
Компьютерная верстка *О.В. Беляевой*

Оригинал-макет подготовлен
в Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Сертификат соответствия № РОСС RU. АЕ51. Н 16228 от 18.06.2012 г.

Подписано в печать 25.09.2012. Формат 60×90 1/16.
Усл. печ. л. 11,0. Тираж 200 экз.
Заказ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5, стр. 1.
E-mail: press@bmstu.ru
http://www.baumanpress.ru

Отпечатано в типографии МГТУ им. Н.Э. Баумана.
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5, стр. 1.
E-mail: baumanprint@gmail.com