



ФЕДЕРАЛЬНАЯ ЦЕЛЕВАЯ ПРОГРАММА
«ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПОДДЕРЖКА ИНТЕГРАЦИИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
И ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ НАУКИ»

— СЕРИЯ —

МЕХАНИКА В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Д.Н. Попов

МЕХАНИКА ГИДРО- И ПНЕВМОПРИВОДОВ

Издательство МГТУ имени Н.Э. Баумана

“Механика в техническом университете”

Серия основана в 1999 году

В восьми томах

Том 7

Ответственный редактор К.С. Колесников

Редакционный совет:

К.С. Колесников (председатель)

Н.А. Алфутов

О.С. Нарайкин

Д.Н. Попов

О.А. Рятовский

В.А. Светлицкий

В.И. Усюкин

К.В. Фролов

И.С. Шумилов

Москва

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана

2001

Д.Н. Попов

Механика гидро- и пневмоприводов

*Допущено Министерством образования
Российской Федерации
в качестве учебника для студентов высших
учебных заведений, обучающихся по направлению
подготовки дипломированных специалистов
в области техники и технологии*

Москва
Издательство МГТУ имени Н.Э. Баумана
2001

УДК 531.8:(62-82+62-85)(075.8)

ББК 34.447

П58

Р е ц е н з е н т ы:

д-р физ.-мат. наук, проф. А.К. Платонов,

д-р техн. наук, проф. О.Н. Трифонов

П58 Попов Д.Н. Механика гидро- и пневмоприводов:
Учеб. для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана,
2001. – 320 с., ил.

ISBN 5–7038–1777–3 (Т. 7)

ISBN 5–7038–1371–9

Изложены основы механики гидро- и пневмоприводов. Рассмотрены различные виды приводов, наиболее широко применяемых в машиностроении. Вопросы динамики приводов освещены с позиций системных методов.

Содержание учебника соответствует курсу лекций, который автор читает в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Для студентов машиностроительных вузов; может быть полезен аспирантам и специалистам, работающим в области создания и использования гидро- и пневмоприводов.

УДК 531.8:(62-82+62-85)

ББК 34.447

*Издание осуществлено при финансовой поддержке
Федеральной целевой программы “Государственная
поддержка интеграции высшего образования
и фундаментальной науки”*

ISBN 5–7038–1777–3 (Т. 7)

ISBN 5–7038–1371–9

© Центр “Интеграция”,
2001

© Д.Н. Попов, 2001

П р е д и с л о в и е

Гидро- и пневмоприводы принадлежат к числу устройств, широко используемых в разнообразных машинах, аппаратах, станках. Создание, исследование и эксплуатация многих технических систем невозможны без знания свойств гидро- и пневмоприводов. Их изучение должно помочь будущему специалисту успешно освоить свою профессию в области машиностроения и других отраслях промышленности.

Преподавание механики гидро- и пневмоприводов в техническом университете способствует интеграции у студентов знаний по естественно-научным и общетехническим дисциплинам, обеспечивая тем самым подготовку специалистов широкого профиля.

В данном учебнике предусмотрена возможность освоения изложенного в нем материала без излишне частого обращения к другой учебной литературе в предположении, что студенты в необходимом объеме получили знания по математике, теоретической механике, механике жидкости и газа. В связи с чем сначала описаны основные схемы гидро- и пневмоприводов, а также рассмотрены фундаментальные положения механики твердого тела и жидких рабочих сред, применяемых в гидро- и пневмоприводах. Затем кратко изложены методы расчета сил, возникающих при взаимодействии элементов приводов с рабочими средами, и обсуждаются вопросы эффективного энергоснабжения гидро- и пневмоприводов. С помощью методов теории управления показаны, принципы построения относительно простых и полезных для практики математических моделей гидро- и пневмоприводов. Особенности динамики гидро- и пневмоприводов, которые являются управляемыми системами, отражены при анализе устойчивости наиболее

распространенных видов приводов, исследовании причин возникновения в них колебаний, расчетах переходных процессов.

Огромное количество опубликованной во второй половине XX в. отечественной и зарубежной литературы как непосредственно по гидро- и пневмоприводам, так и по связанным с ними проблемам, исключает возможность сколь-либо полного перечня литературных источников. Вследствие этого в список литературы включены только учебники по дисциплинам, составляющим основу для изложения механики гидро- и пневмоприводов. Принимая во внимание, что предлагаемая книга входит в комплекс учебников, отражающих научно-педагогическую школу Московского государственного университета (МГТУ им. Н.Э. Баумана), выбраны учебники, авторы которых представляют эту школу. Указанные учебники содержат подробные списки литературы по освещаемым в них вопросам.

Считаю своим приятным долгом выразить глубокую благодарность д-ру физ.- мат. наук, проф. А.К. Платонову и д-ру техн. наук, проф. О.Н. Трифонову за обстоятельное рецензирование рукописи данной книги, а также д-ру физ.- мат. наук Г.К. Боровину за высказанные после прочтения рукописи полезные замечания.

*Доктор технических наук,
профессор Д.Н. Попов*

Список основных обозначений и сокращений

<i>A</i>	—	работа, относительная амплитуда
<i>a</i>	—	амплитуда
<i>B</i>	—	модуль объемной упругости рабочей среды
<i>c</i>	—	удельная теплоемкость рабочей среды, скорость звука, жесткость упругого элемента
<i>D, d</i>	—	диаметр
<i>E</i>	—	энергия, модуль упругости материала
<i>f</i>	—	частота
<i>G</i>	—	массовый расход рабочей среды
<i>I, i</i>	—	электрический ток
<i>J</i>	—	момент инерции
$j = \sqrt{-1}$		
<i>K</i>	—	коэффициент усиления
<i>k</i>	—	коэффициент гидравлической проводимости, трения
<i>l</i>	—	длина
<i>M</i>	—	крутящий момент
<i>m</i>	—	масса
<i>N</i>	—	мощность
<i>n</i>	—	частота вращения
<i>P</i>	—	сила
<i>p</i>	—	давление
<i>Q</i>	—	объемный расход рабочей среды
<i>R</i>	—	газовая постоянная
<i>r</i>	—	радиус
<i>S</i>	—	площадь
<i>s</i>	—	переменная в преобразовании Лапласа

T	—	период колебаний, постоянная времени
t	—	время
U	—	напряжение электрического тока
u	—	местная скорость рабочей среды, сигнал управления
V	—	объем
v	—	усредненная по живому сечению потока скорость рабочей среды
W	—	передаточная функция
Z	—	полное сопротивление (импеданс) гидравлической или пневматической линии
δ	—	коэффициент затухания волны по длине гидравлической или пневматической линии
ε	—	коэффициент фазы
ζ	—	коэффициент местного сопротивления, коэффициент относительного демпфирования колебательного звена
η	—	КПД
ϑ	—	коэффициент распространения возмущений в гидравлической или пневматической линии
Θ	—	температура рабочей среды
μ	—	динамическая вязкость, коэффициент расхода
$\pi = 3,14$		
ρ	—	плотность рабочей среды
τ	—	касательное напряжение в рабочей среде
ν	—	кинематическая вязкость
φ	—	фаза
χ	—	смоченный периметр канала
Ω	—	угловая скорость
ω	—	угловая частота колебаний
АФЧХ	—	амплитудно-фазовая частотная характеристика
ЛАХ	—	логарифмическая амплитудная характеристика
ЛФХ	—	логарифмическая фазовая характеристика
ЭГУ	—	электрогидравлический усилитель
ЭПУ	—	электропневматический усилитель

Примечание. При одинаковых обозначениях различных физических величин последние снабжены индексами, поясненными в тексте.

ВВЕДЕНИЕ

Приводом называют энергосиловое устройство, посредством которого осуществляется движение какой-либо машины или механизма. Такое устройство состоит из двигателя (электрического, теплового, гидравлического, пневматического) и аппаратуры управления. Двигатель, используя подводимую к нему энергию, приводит в движение машину или механизм. Аппаратура управления служит для стабилизации или изменения параметров этого движения: перемещений, скоростей, ускорений. Двигатель иногда заменяют отдающим заранее накопленную энергию пружинным или инерционным механизмом. Привод может также работать за счет усилий, развиваемых животным или человеком (экипаж с конной тягой, велосипед, ручной инструмент и т.п.). Гидравлические, паровые и газовые турбины, вращающие валы электрических генераторов, насосов и компрессоров, согласно указанному выше определению, можно отнести к приводам. Однако их принято рассматривать, прежде всего, с точки зрения эффективности преобразования энергии и, соответственно, выделять в самостоятельный вид энергетических машин.

В различных областях техники широко распространены приводы, выполняющие силовые функции в системах управления разнообразными объектами, которыми могут быть в том числе и энергетические машины. Используемые в приводах систем управления двигатели называют исполнительными. В качестве таких двигателей чаще всего применяют электрические и работающие на жидкости или газе устройства. Если рабочей средой для исполнительного двигателя является жидкость или газ, то привод называют соответственно *гидро-*

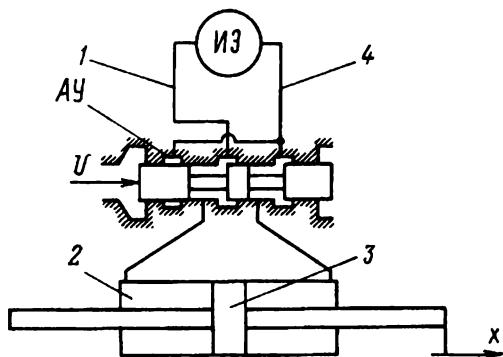


Рис. В.1. Общая схема объемного гидро- или пневмопривода

или *пневмоприводом*. В зависимости от способа использования энергии жидкости или газа для перемещения выходного звена гидро- и пневмоприводы разделяют на объемные и динамические.

Принцип действия объемного привода состоит в том, что жидкость или газ под давлением изменяют объем камер двигателя, вызывая тем самым перемещение рабочего органа двигателя и соединенного с ним выходного звена (рис. В.1). Исполнительный двигатель выполнен в виде цилиндра с поступательно перемещающимся в нем поршнем, шток которого служит выходным звеном. От источника энергопитания (ИЭ) рабочая среда (жидкость или газ) поступает по напорной магистрали к аппарату управления (АУ). При подаче сигнала (стрелка "U" на схеме) аппарат управления соединяет напорную магистраль 1 с одной из полостей цилиндра 2, а полость, расположенную по другую сторону поршня 3, — со сливной магистралью 4. Создаваемое ИЭ давление рабочей среды в напорной магистрали больше, чем в сливной, поэтому на поршень 3 начинает действовать сила, вызывающая его движение вместе со штоком в направлении x . Перемещение штока передается механизму, управляющему каким-либо объектом. При движении поршня объем полости цилиндра (камеры исполнительного двигателя), в которую поступает рабочая среда, увеличивается, а объем камеры, из которой рабочая среда

вытесняется в сливную магистраль, уменьшается. Направление движения поршня можно изменить на обратное, поменяв при помощи аппарата управления соединение полостей цилиндра с напорной и сливной магистральями на противоположное предыдущему. Для остановки поршня оба канала, идущие к полостям цилиндра, должны быть перекрыты в аппарате управления.

Приводы, принцип действия которых основан на гидродинамическом воздействии потока жидкости или газа на рабочий орган исполнительного двигателя (например, в двигателе турбинного типа), применяют в системах управления не столь широко, как объемные приводы. Это вызвано сложностью реверсирования движения выходных звеньев приводов с гидро- или газодинамическими двигателями, необходимостью установки дополнительных редукторов для согласования обычно высоких скоростей вращения валов двигателей с более низкими скоростями движения управляемых устройств и другими их конструктивными особенностями. Однако если в источнике энергоснабжения объемного гидро- или пневмопривода нецелесообразно или недопустимо (по условиям взрывобезопасности или другим причинам) иметь насос или компрессор с электродвигателем, то вместо него применяют гидравлический или газовый двигатель турбинного типа. Такие же двигатели могут быть использованы для передачи энергии от одной машины к другой или для того, чтобы приводить в движение транспортные средства (примером могут служить гидродинамические передачи).

Дальнейшее обсуждение вопросов механики гидро- и пневмоприводов будет посвящено объемным приводам. Круг этих вопросов во многом определен теми задачами, которые возникают на практике.

При создании приводов, прежде всего, решают задачи проектирования, ориентированные на получение наилучшего из возможных вариантов привода, удовлетворяющего техническим требованиям. Выбор проектного варианта во многом зависит от схемы и конструкции привода, технологии изготовления устройств привода и ряда других условий, которые могут быть противоречивыми. Показатели, необходимые для

оценки проектного варианта, при современных методах проектирования конструктор имеет возможность находить в интерактивном режиме, рассчитывая на ЭВМ характеристики и параметры приводов. В процессе таких расчетов приходится рассматривать одну из сформулированных в теоретической механике фундаментальных задач динамики: определение законов движения составляющих систему тел при известных силах или вычисление сил, обеспечивающих заданные законы движения тел. При этом возникают проблемы практического осуществления полученных решений в связи с тем, что системы должны выполнять комплекс целенаправленных действий.

При проверке характеристик изготовленного привода, а также в случае прогнозирования ситуаций, возникающих при эксплуатации систем с приводами, схема, конструкция и большинство параметров привода заранее известны, что несколько упрощает решение указанных выше задач динамики.

Как в том, так и другом случае для исследования и расчета системы с приводом необходимо иметь его математическую модель, достоверно описывающую свойства привода и своей сложностью не препятствующую получению в достаточной мере обозримых результатов. С позиций математического моделирования особенности гидро- и пневмоприводов обусловлены рабочей средой, для описания взаимодействия с которой элементов привода требуется использовать не только уравнения механики твердого тела, но и уравнения механики жидкости и газа. Кроме того, гидро- и пневмоприводы представляют собой управляемые системы, снабжаемые энергией от внешних источников питания рабочей средой под давлением и отдающие энергию в окружающую среду при своей работе, что также оказывает влияние на математическое моделирование протекающих в приводах динамических процессов. Исходя из сказанного, в механике гидро- и пневмоприводов выделяют следующие важные вопросы:

определение сил при взаимодействии элементов приводов с жидкостью или газом;

энергоснабжение гидро- и пневмоприводов;

математическое моделирование гидро- и пневмоприводов;

исследование устойчивости гидро- и пневмоприводов и корректирование их характеристик;

расчет колебательных и переходных процессов в гидро- и пневмоприводах.

Прежде чем рассматривать перечисленные вопросы, целесообразно ознакомить изучающего механику гидро- и пневмоприводов с их устройством и принципом действия, а также дать основные сведения о свойствах используемых в приводах рабочих сред. В связи с тем, что математические модели гидро- и пневмоприводов предназначены, главным образом, для анализа и расчета нестационарных процессов, дополнительно к общим положениям механики жидкости и газа в учебнике изложены методы формализованного представления неустановившихся течений вязких сжимаемых сред в напорных каналах.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ГИДРО- И ПНЕВМОПРИВОДАХ

1.1. Виды гидро- и пневмоприводов. Способы управления приводами

Объемные гидро- и пневмоприводы относят к тому или иному виду с учетом следующих признаков:

характера движения выходного звена (поступательное, вращательное, неполноповоротное, т.е. с углом поворота менее 360° , вращательное с неограниченным углом поворота);

непрерывного или дискретного изменения сигналов на входе аппарата управления;

наличия обратной связи от выходного звена привода;

способа регулирования исполнительного двигателя привода;

энергоснабжения привода от централизованного или автономного источника питания рабочей средой.

Каждый из перечисленных признаков проявляется как в схеме, так и в конструкции гидро- или пневмопривода. Не касаясь ряда конструктивных особенностей приводов, которые в зависимости от профиля подготовки специалиста могут быть предметом отдельного изучения, рассмотрим наиболее распространенные схемы приводов различного назначения. При этом воспользуемся стандартными условными обозначениями, достаточно наглядно показывающими взаимосвязь элементов привода и одновременно поясняющими принцип его действия.

Схемы приводов, в которых отражены первые три и отчасти два последних признака, даны на рис. 1.1. Исполнительным двигателем одного из приводов (рис. 1.1, *a*) служит гидроцилиндр 1 с поступательным перемещением штока. Другой

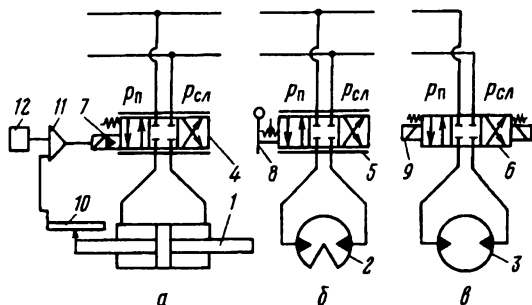


Рис. 1.1. Схемы приводов с поступательным перемещением (а), неполноповоротным (б) и неограниченным углом поворота (в) выходного звена

привод (рис. 1.1, б) имеет гидроцилиндр 2 с расположенным в нем шибером (лопастью), угол поворота которого меньше 360° . Исполнительным двигателем последнего привода (рис. 1.1, в) является мотор 3 с неограниченным углом поворота вала. Аппараты 4, 5 и 6 управления исполнительными двигателями соединены с напорной (давление питания p_n) и сливной (давление $p_{сл}$) магистралями, подключенными к централизованному источнику питания приводов рабочей средой под давлением. При показанном на схемах расположении распределителей в этих аппаратах рабочие камеры (полости) двигателей не сообщаются с напорной и сливной магистралями. Если распределитель аппарата отклонен от среднего положения, что на схеме соответствует смещению клеток со стрелками влево или вправо, то одна полость исполнительного двигателя соединится с напорной, а другая — со сливной магистралью. Под действием силы, вызванной разностью давлений в полостях двигателя, будет происходить движение рабочего органа двигателя (поршня, лопасти или ротора мотора) и связанного с ним выходного звена (штока, вала).

В аппаратах 4 и 5 при смещении распределителей в пределах своего полного хода непрерывно изменяются проходные сечения каналов, соединяющих полости двигателя с напорной и сливной магистралями. Эта особенность аппарата показана

на схемах дополнительными прямыми линиями, проведенными сверху и снизу клеток со стрелками.

Распределитель аппарата 6 может занимать, кроме среднего, только два крайних положения, поэтому проходные сечения каналов изменяются в нем дискретно от нулевого до максимального значения.

Аппарат 4 имеет вспомогательный усилитель 7, который за счет использования энергии рабочей среды повышает мощность сигнала управления, необходимого для смещения распределителя от среднего положения. Управление распределителем аппарата 5 осуществляется посредством рукоятки 8, а распределителя 6 — двумя электромагнитами 9 с пружинами, фиксирующими среднее положение распределителя. Применяют также аппараты с электромагнитами, которые пропорционально электрическому сигналу (току управления) смещают распределитель от среднего положения. Входная электрическая мощность у таких аппаратов значительно выше, чем у аппаратов с вспомогательным усилителем.

В высокоточных быстродействующих системах управления обычно используют следящие гидро- и пневмоприводы. Такие приводы имеют отрицательную обратную связь от выходного звена или управляемого объекта. Обратная связь выполняется с помощью механизмов (рычажных, зубчатых) или электрических датчиков, преобразующих перемещение выходного звена в электрический сигнал. Для примера на рис. 1.1, а показана обратная связь, в которой сигнал от электрического датчика 10 поступает в электронный усилитель 11. По другому каналу в электронный усилитель передается управляющий сигнал от чувствительного элемента 12 системы регулирования объекта или от управляющей процессом ЭВМ. Разность этих сигналов после усиления поступает на вход аппарата управления приводом до тех пор, пока вследствие перемещения выходного звена привода рассогласование (ошибка) между управляющим сигналом и сигналом обратной связи не уменьшится до допустимого значения, при котором распределитель аппарата управления останавливает исполнительный двигатель привода.

Общим для двух первых из трех рассмотренных выше приводов является способ регулирования исполнительного двигателя. Этот способ основан на дросселировании потока рабочей среды в распределителе аппарата управления путем изменения проходных сечений каналов, соединяющих полости (камеры) исполнительного двигателя с напорной и сливной магистральями. Вследствие изменения гидравлического сопротивления каналов, вызванного дросселированием потока рабочей среды, уменьшается или увеличивается расход среды через исполнительный двигатель, что обеспечивает регулирование скорости движения выходного звена привода. Тот же аппарат управления при смещении распределителя в разные стороны от среднего положения изменяет направление движения выходного звена. Приводы с такими аппаратами управления называют *гидро- и пневмоприводами с дроссельным регулированием*. Согласно схеме, показанной на рис. 1.1, в, аппарат управления меняет только направление движения выходного звена, когда его распределитель перемещается из одного крайнего положения в другое. Скорость движения выходного звена можно регулировать с помощью этого аппарата в случае широтно-импульсной модуляции сигнала управления его распределителем. При таком управлении изменяется продолжительность пребывания распределителя в крайнем положении, что позволяет уменьшать или увеличивать среднюю скорость движения выходного звена. Однако дискретное переключение распределителя обычно сопровождается колебаниями давлений в напорной и сливной магистралях, а также в каналах аппарата управления и полостях исполнительного двигателя, что может вызвать повреждение элементов привода.

Дросселирование потока рабочей среды связано с дополнительной потерей механической энергии и снижением ее полезного использования в приводе. Более эффективно в энергетическом отношении *объемное регулирование*, при котором создаваемый источником питания поток рабочей среды направляется непосредственно в исполнительный двигатель, причем расход среды регулируется в соответствии с требуемой скоростью движения выходного звена. Этот способ регулирования

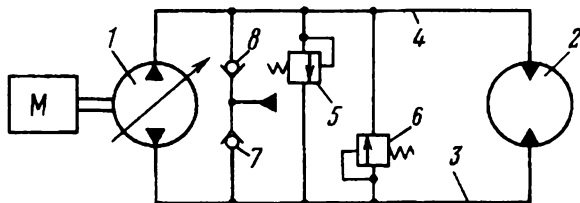


Рис. 1.2. Схема гидропривода с объемным регулированием

применяют в гидроприводах, так как из-за большой сжимаемости газа достаточно сложно осуществить управление объемным расходом рабочей среды для обеспечения необходимой скорости выходного звена.

Источник энергопитания гидропривода с объемным регулированием (рис. 1.2) имеет насос 1 с регулируемой подачей, что на схеме показано стрелкой, пересекающей контур насоса. Вал насоса приводится во вращение мотором М, в качестве которого применяют электродвигатель, двигатель внутреннего сгорания, газовую турбину или какой-либо другой двигатель. Насос, подавая рабочую жидкость в исполнительный двигатель 2, одновременно выполняет функции аппарата управления. Скорость и направление движения выходного звена данного гидропривода изменяются регулированием и реверсированием подачи насоса без изменения направления вращения его вала. При такой схеме гидропривода течение жидкости происходит по замкнутому контуру, поэтому в зависимости от направления движения выходного звена любая из магистралей 3 и 4 может быть напорной или сливной. На схеме исполнительный двигатель привода представлен в виде гидромотора, вместо которого применяют также гидроцилиндр с поступательным движением поршня или с шибером. Во всех случаях подача насоса должна уменьшаться до близких к нулю значений при крайних положениях управляемого гидроприводом устройства. Для защиты гидропривода от перегрузок магистрали 3 и 4 соединены между собой посредством предохранительных клапанов 5 и 6. Если по каким-либо причинам давление в одной из магистралей превысит допустимые значе-

ния, то соответствующий предохранительный клапан откроется, пропуская жидкость из магистрали с высоким давлением в магистраль с низким давлением. Другой предохранительный клапан при этом остается закрытым. Так как в гидромоторе и насосе имеются технологические зазоры, происходят утечки жидкости, компенсация которых обеспечивается вспомогательным насосом, подающим жидкость под давлением к обратным клапанам 7 и 8. При падении давления в одной из магистралей ниже давления в напорной линии вспомогательного насоса жидкость через обратный клапан поступает в эту магистраль, что предотвращает возникновение кавитации в гидроприводе.

Регулирующим органом насоса управляют вручную или с помощью привода малой мощности. Часто используют небольшой мощности электрогидравлические приводы с дроссельным регулированием. При наличии обратной связи от исполнительного двигателя к механизму управления регулирующим органом насоса привод с объемным регулированием будет следящим и может действовать, как описанный выше следящий гидропривод с дроссельным регулированием.

Каждый гидропривод с объемным регулированием должен иметь свой насос, поэтому его схема и конструкция несколько сложнее, чем для гидропривода с дроссельным регулированием, обычно подключаемого к общему с другими приводами источнику энергопитания.

В некоторых гидроприводах применяют регулируемые гидромоторы. Несколько таких гидромоторов можно соединить с одним источником энергопитания, что позволит упростить схему всей системы, но при этом вследствие одновременного изменения у регулируемого гидромотора скорости рабочего органа и развиваемого им крутящего момента может снизиться точность управления.

Совместное применение дроссельного и объемного способов регулирования реализовано в схеме гидропривода, изображенной на рис. 1.3. Источник питания этого гидропривода имеет насос 1 с регулируемой, но не реверсируемой подачей жидкости, течение которой происходит по разомкнутому контуру, так как напорная 2 и сливная 3 магистрали, в отличие

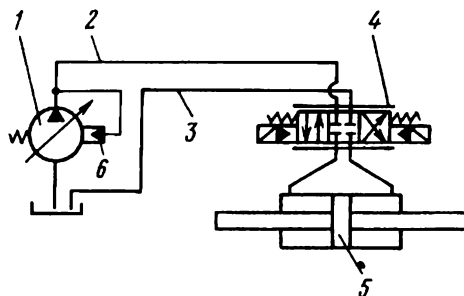


Рис. 1.3. Схема гидропривода с объемно-дроссельным регулированием

от гидропривода с объемным регулированием, не должны менять своего назначения при изменении направления движения выходного звена. Аппарат управления 4 и исполнительный гидродвигатель 5 могут быть использованы в любой из показанных на рис. 1.1 комбинациях. Регулятор 6 автоматически устанавливает такую подачу насоса, которая соответствует расходу, необходимому для обеспечения требуемой скорости движения выходного звена. При общем для нескольких гидроприводов источнике энергопитания регулятор либо настраивают заранее на заданное значение давления, либо настройка регулятора осуществляется автоматически по расходу и давлению наиболее нагруженного исполнительного гидродвигателя. В последнем случае автоматически регулируемый источник энергопитания системы гидроприводов называют *чувствительным к нагрузке* (load sensing control).

1.2. Двигатели гидро- и пневмоприводов

Конструкция двигателя гидро- или пневмопривода в значительной мере зависит от назначения привода, технологии его изготовления и условий эксплуатации. Если, например, привод предназначен для применения в системах управления летательными аппаратами, то с целью обеспечения максимальной надежности системы в двигателе привода должно быть как можно меньше соединяемых между собой деталей. В таких случаях шток 1 (рис. 1.4, а) часто изготавливают вместе с

поршнем 2 гидроцилиндра 3, причем для уменьшения массы в штоке просверлен осевой канал. Сам гидроцилиндр расточен с одной стороны, а его крышка одновременно служит фланцем, на котором закреплены элементы датчика обратной связи, расположенного внутри корпуса 4. Корпус снабжен проушинами с втулками под ось, установленную на внешней опоре гидроцилиндра. С управляемым органом летательного аппарата штоки гидроцилиндра соединяют посредством шарнирного подшипника скольжения.

Более простым в изготовлении является гидроцилиндр 3 (рис. 1.4, б), расточенный насквозь и имеющий две крышки. Шток 1 и поршень 2, как и в предыдущей конструкции, выполнены неразъемными. Для крепления к внешней опоре в утолщенных местах стенки гидроцилиндра размещены два шарнирных подшипника скольжения. Благодаря такому креплению корпус 4, закрывающий датчик обратной связи, разгружен от действия силы, которая равна внешней силе, приложенной к штоку гидроцилиндра.

Еще проще будет конструкция изготовленного из трубы гидроцилиндра, крышки которого соединены между собой длинными шпильками (рис. 1.4, в). Шток 1 соединен с поршнем 2 этого гидроцилиндра с помощью резьбы. Гидроцилиндры такой конструкции применяют в приводах станков, роботов и манипуляторов. При необходимости датчик обратной связи устанавливают отдельно, соединяя его подвижный элемент со штоком гидроцилиндра или с управляемым приводом механизмом.

Общим для всех трех конструкций гидроцилиндров является наличие проходного штока, позволяющего получить равные рабочие площади поршня, что обеспечивает одинаковые скорости движения поршня в обе стороны, но увеличивает габаритный размер гидроцилиндра в осевом направлении.

В подъемно-транспортных машинах, горном и энергетическом оборудовании силы, которые должен преодолевать привод, могут действовать преимущественно в одном направлении. В таких приводах применяют гидроцилиндр 1 с односторонним штоком 2 (рис. 1.5). В случае одностороннего штока рабочие площади поршня 3 имеют разные значения, поэтому

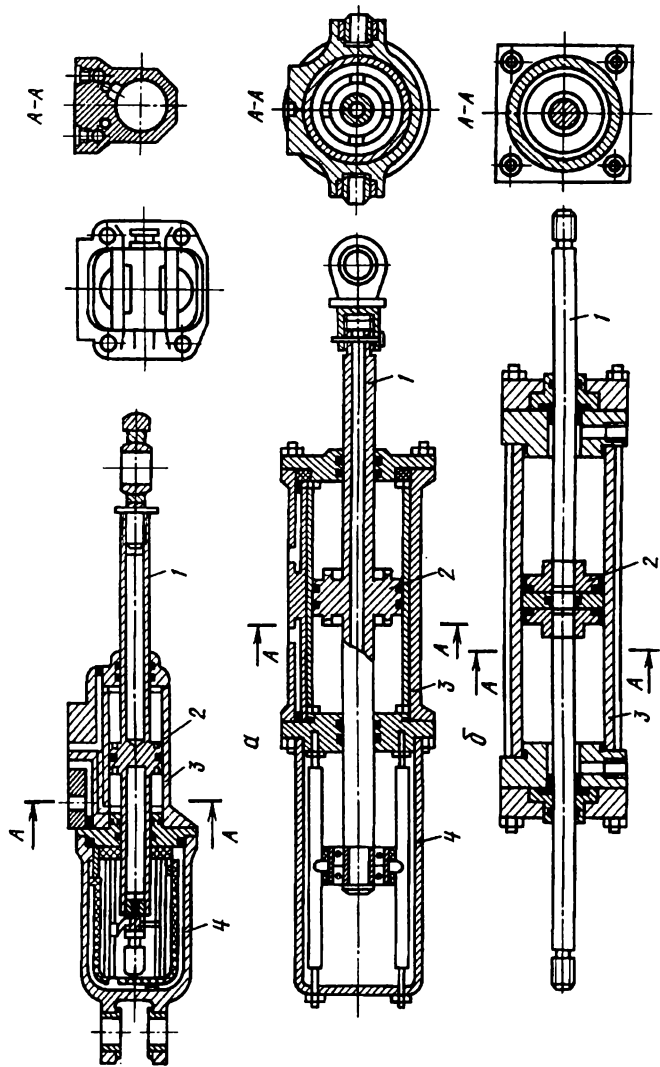


Рис. 1.4. Гидроцилиндры с одной крышкой (а), с двумя крышками (б), в виде трубы (в) с двумя крышками

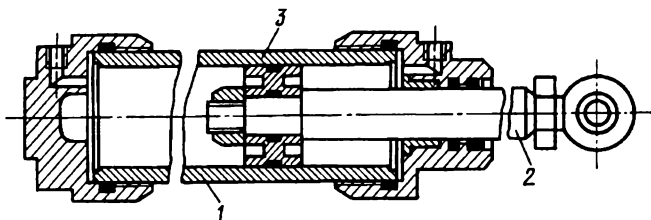


Рис. 1.5. Гидроцилиндр с односторонним штоком

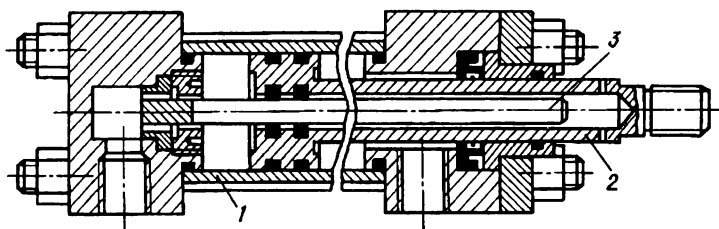


Рис. 1.6. Гидроцилиндр с вторым “фиктивным” штоком

скорости движения поршня в одну и другую стороны будут также различаться, если аппарат управления пропускает одинаковые расходы жидкости в каждую полость гидроцилиндра.

Для обеспечения почти равных скоростей движения поршня в обе стороны гидроцилиндр 1 (рис. 1.6) с непроходным штоком 2 может быть снабжен плунжером 3 (фиктивным штоком), который входит внутрь поршня при его перемещении. При прочих равных условиях общая длина гидроцилиндра с фиктивным штоком будет меньше длины гидроцилиндра с проходным штоком.

Значения силы P_{Π} , создаваемой давлением жидкости на поршень гидроцилиндра, определяют с помощью следующих соотношений:

при проходном штоке

$$P_{\Pi} = (S_{\Pi} - S_{\text{шт}})(p_1 - p_2); \quad (1.1)$$

при непроходном штоке

$$P_{\Pi} = S_{\Pi}(p_1 - p_2) + S_{\text{шт}}p_2; \quad (1.2)$$

при фиктивном штоке

$$P_{\Pi} = S_{\Pi}(p_1 - p_2) + S_{\text{шт}}p_2 - S_{\text{ф}}p_1. \quad (1.3)$$

В формулах (1.1)–(1.3) S_{Π} — площадь поперечного сечения полости гидроцилиндра; $S_{\text{шт}}$ — площадь поперечного сечения проходного или непроходного штока; $S_{\text{ф}}$ — площадь поперечного сечения фиктивного штока; p_1 и p_2 — давления в левой и правой полостях гидроцилиндра.

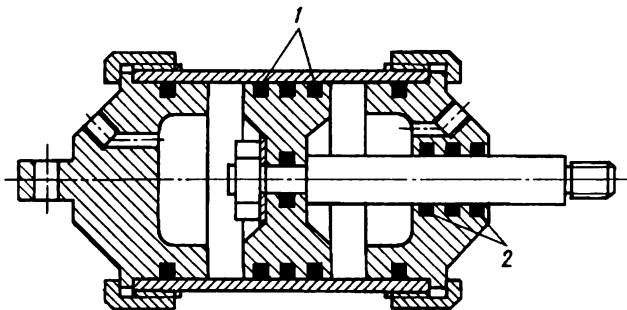


Рис. 1.7. Пневмоцилиндр

Конструкции пневмоцилиндров во многом схожи с описанными выше конструкциями гидроцилиндров. Различия пневмоцилиндров в основном вызваны тем, что необходимо обеспечить работу уплотнений в отсутствие жидкой пленки, покрывающей внутренние поверхности гидроцилиндров и их штоков. Пневмоцилиндр с такими уплотнениями 1 и 2 показан на рис. 1.7. В кратковременно действующих приводах применяют пневмоцилиндры с предварительно помещенной в уплотнения густой смазкой. Если значения рабочего давления невелики (не превышают 1 МПа), то у длительно действующих пневмоцилиндров полости разделяют эластичными мембранами или сильфонами.

Силы от действия давлений на поршни пневмоцилиндров вычисляют по таким же формулам, как при расчете гидроцилиндров. При наличии эластичного мембранного разделителя с жесткими пластинами в месте крепления штока (мембрана с

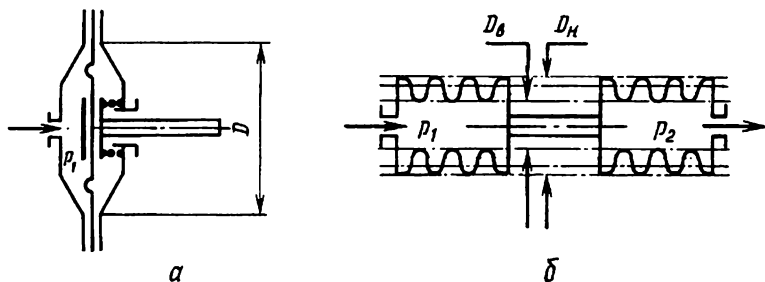


Рис. 1.8. Пневматические исполнительные двигатели с эластичной мембраной (а) и с сильфонами (б)

жестким центром, рис. 1.8, а) силу P_M , передаваемую мембранной штоку, находят следующим образом:

$$P_M = S_M p_1, \quad (1.4)$$

где $\pi D^2/4 \geq S_M \geq \pi D^2/12$ — эффективная площадь мембраны с жестким центром.

Если полости пневмоцилиндра образованы с помощью сильфона (рис. 1.8, б), то сила, передаваемая сильфоном штоку, равна

$$P_c = S_c(p_1 - p_2). \quad (1.5)$$

Здесь $S_c = \pi (D_H + D_B)^2/16$ — эффективная площадь сильфона.

Гидро- и пневмоцилиндры часто приходится применять вместе с механизмами, преобразующими линейные перемещения штоков в угловые перемещения управляемого приводом устройства. Необходимость в таком механизме отпадает, если в приводе применить гидро- или пневмодвигатель с неполноповоротным перемещением вала. Двигатель этого типа (рис. 1.9) имеет шибер (лопасть) 1, расположенный в корпусе 2 и жестко закрепленный на валу 4, который непосредственно соединен с управляемым устройством. Электрический датчик 3 позволяет осуществить в приводе обратную связь. С аппаратом управления полости двигателя соединены каналами 5 и 6. Размеры двигателя можно несколько уменьшить, если на его валу закрепить два шибера, которые образуют вместе с выступами внутри корпуса четыре полости (рис. 1.10). Рабочая среда под

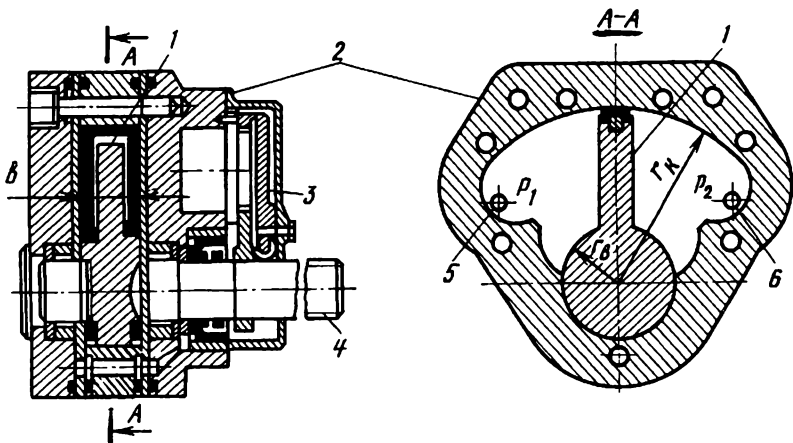


Рис. 1.9. Исполнительный двигатель с неполноповоротным валом

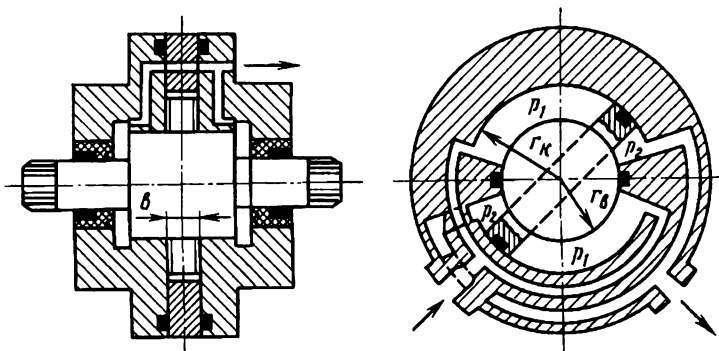


Рис. 1.10. Исполнительный двигатель с двумя лопастями (шиберами)

давлением должна подводиться в полости так, чтобы силы от действия давления на каждый шибер создавали на валу суммарный крутящий момент.

Двигатели с одним или двумя шиберами сложнее в изготовлении, чем цилиндры с поступательным перемещением штоков. Кроме того, из-за сложной конфигурации уплотнений, устанавливаемых на валу и шибере, они могут быть недостаточно надежными при длительной эксплуатации. По этим причинам данный тип двигателей применяют не так широко, как

цилиндры, даже в тех случаях, когда для поворота какого-либо управляемого устройства приходится использовать дополнительный механизм.

Крутящий момент $M_{ш}$, создаваемый силами давления, которые приложены к шиберам, можно вычислить по следующим соотношениям:

при одном шибере

$$M_{ш} = S_{ш} r_p (p_1 - p_2); \quad (1.6)$$

при двух шиберах

$$M_{ш} = 2S_{ш} r_p (p_1 - p_2), \quad (1.7)$$

где $S_{ш} = (r_k - r_b) b$ — рабочая площадь шибера, на которую действует давление; $r_p = 0,5(r_k + r_b)$ — расстояние от оси до точки, в которой приложена сила давления.

В качестве двигателей с неограниченным углом поворота вала служат чаще всего роторные моторы, которые могут быть обратимыми машинами и перекачивать рабочую среду как насосы, если их вал приводится во вращение от другого двигателя. Вследствие большого числа пар трения рабочей средой для таких машин обычно служат имеющие смазочные свойства жидкости (минеральные масла, синтетические жидкости с присадками). В приводах наиболее широко применяют шестеренные, пластинчатые, аксиально-поршневые и радиально-поршневые роторные моторы. Первые три вида моторов относят к высокооборотным, так как значения устойчивого вращения вала у них не может быть ниже $0,05 \dots 0,1$ номинального значения. Поэтому вал мотора соединяют с редуктором, понижающим скорость выходного звена привода до значений, которые требуются для управления каким-либо устройством.

Радиально-поршневые моторы могут устойчиво работать при малой частоте вращения вала, что позволяет не применять в приводе редуктор.

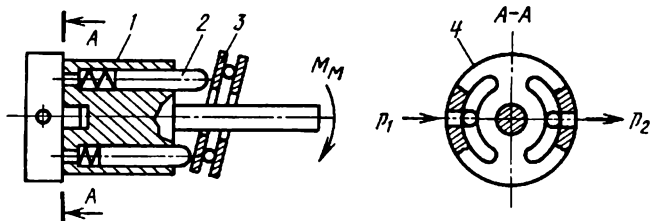


Рис. 1.11. Схема роторного мотора

Принцип действия различных по схеме и конструктивному исполнению роторных машин основан на том, что при изменении некоторого объема, находящегося во вращающемся роторе, происходит обмен механической энергией между поступающей в этот объем рабочей средой и ротором. В моторах рабочая среда передает энергию ротору, в насосах — получает энергию от ротора. Упрощенная кинематическая схема одной из машин, работающих по такому принципу, дана на рис. 1.11. Ротор 1 машины имеет круглые цилиндрические полости, в которых при вращении ротора перемещаются плунжеры 2. Чтобы уменьшить неравномерность расхода рабочей среды, число плунжеров выбирают нечетным. Плунжеры касаются наклонной шайбы 3, которая закреплена на корпусе машины. Рабочая среда поступает в полости и вытесняется из них через неподвижный распределитель 4. При подаче рабочей среды под давлением p_1 , превышающем p_2 , в местах касания плунжеров и шайбы возникают силы, составляющие которых создают относительно оси ротора крутящий момент. Вращение ротора, вызванное крутящим моментом, поддерживается благодаря возвратно-поступательным перемещениям плунжеров, нагруженных давлением рабочей среды, переносимой из полостей ротора с высоким давлением в полости с низким давлением. Если давление p_2 будет больше давления p_1 , то направления действия крутящего момента и вращения ротора поменяются на противоположные предыдущим. Рассмотренный процесс соответствует режиму мотора. В режиме насоса ротор приводится во вращение от другого двигателя, при этом плунжеры, перемещаясь в полостях ротора, вызывают движение среды из канала с низким давлением в канал с высоким давлением.

Крутящий момент M_M на валу мотора можно рассчитать по кинематической схеме машины, используя размеры всех элементов, участвующих в формировании этого момента. Однако проще M_M найти по двум соотношениям, определяющим мощность N_M мотора.

Первое соотношение представим в виде

$$N_M = M_M \Omega_M, \quad (1.8)$$

где Ω_M — угловая скорость вала мотора.

Второе соотношение, исходя из зависимости мощности мотора от параметров рабочей среды, поступающей в мотор и выходящей из него, запишем следующим образом:

$$N_M = Q_M(p_1 - p_2)\eta_o\eta_r, \quad (1.9)$$

где Q_M — объемный расход среды на входе в мотор; p_1 и p_2 — давления на входе в мотор и выходе из него; η_o — объемный КПД, учитывающий утечки и перетечки рабочей среды в моторе; η_r — гидромеханический КПД мотора, учитывающий потери энергии из-за гидравлического сопротивления каналов и сил трения в моторе.

Используя формулы (1.8) и (1.9), получаем

$$M_M = \frac{Q_M(p_1 - p_2)\eta_o\eta_r}{\Omega_M}. \quad (1.10)$$

Расход Q_M , согласно условию неразрывности течения, должен удовлетворять соотношению

$$Q_M = \frac{V_M \Omega_M}{2\pi\eta_o}, \quad (1.11)$$

где V_M — рабочий объем мотора, равный изменению объема его полостей при повороте ротора на один оборот.

Из формул (1.10) и (1.11) имеем

$$M_M = \frac{V_M(p_1 - p_2)\eta_r}{2\pi}. \quad (1.12)$$

При вычислении крутящего момента по формуле (1.12) гидромеханический КПД можно принять по известным для рассматриваемого типа мотора данным, согласно которым его значения приблизительно равны 0,88...0,95.

Вследствие конечного числа рабочих камер (полостей) крутящий момент мотора при постоянной частоте вращения ротора периодически изменяется около определяемого формулой (1.12) среднего значения. Однако эти изменения невелики и ими обычно пренебрегают.

Долговечность и надежность двигателей приводов во многом зависит от уплотнений, установленных как между подвижными, так и неподвижными деталями. Широко применяют эластомерные уплотнения, состоящие из резиновых колец 1 с круглым или V-образным поперечным сечением (рис. 1.12, а, б). Эти уплотнения снабжают также фторопластовыми кольцами 2 (рис. 1.12, а), чтобы защитить резиновые

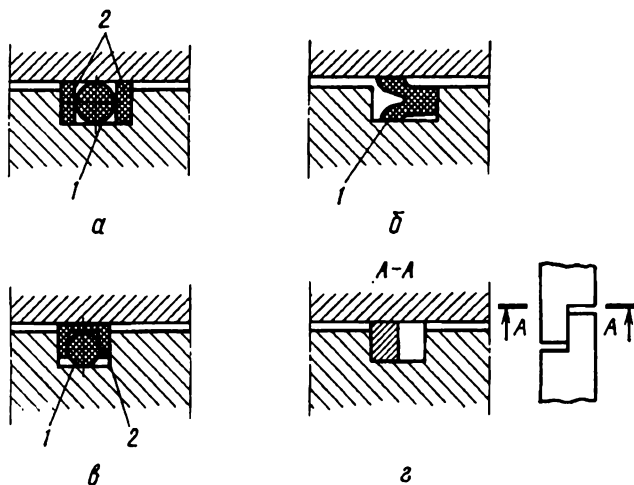


Рис. 1.12. Уплотнения с круглыми (а), V-образными (б) резиновыми кольцами, с фторопластовыми (в) и металлическими (г) кольцами

кольца от выдавливания в зазор между деталями. Кроме того, применяют комбинированные уплотнения, у которых резиновые кольца помещены внутрь фторопластового кольца 2 (рис. 1.12, в) для уменьшения трения при движении деталей.

В некоторых конструкциях гидроцилиндров, используемых при значениях давлений, не превышающих 4...6 МПа, для уплотнений поршней применяют металлические кольца (рис. 1.12, г).

При необходимости обеспечения высоких скоростей поступательных перемещений поршней гидроцилиндров (более 1 м/с) и малые силы трения иногда используют гидростатические опоры без контактных уплотнений. Утечки жидкости в этих случаях возрастают.

Малые утечки по зазорам между подвижными деталями роторных гидромоторов преимущественно обеспечиваются высокой технологией изготовления машин этого типа.

1.3. Аппараты управления

Аппараты управления могут быть непрерывного и дискретного действия, иметь электромагниты или механизмы, которые либо непосредственно, либо через вспомогательные усилители связаны с распределителями, регулирующими в приводах расходы и направления течения рабочей среды.

К аппаратам управления непрерывного действия относятся электрогидравлические и электропневматические усилители, а также распределители с пропорциональными электромагнитами. Наиболее распространенные электрогидравлические усилители (ЭГУ) состоят из электромеханического преобразователя (ЭМП) сигналов управления, одной или двух ступеней предварительного усиления сигналов и распределителя.

Схема ЭГУ с ЭМП 1, устройством сопло-заслонка 2 гидравлической ступени предварительного усиления сигналов и распределителем, которым служит золотник 3, нагруженный двумя пружинами 4, показана на рис. 1.13. ЭМП защищен от попадания в него жидкости при помощи упругой трубки, в которой закреплена заслонка 5, жестко соединенная с якорем

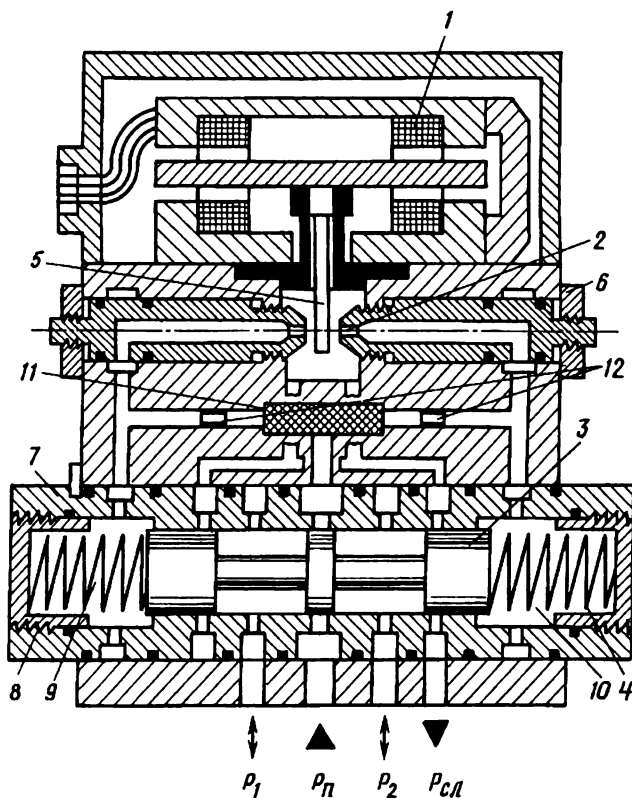


Рис. 1.13. Схема электрогидравлического усилителя с нагруженным пружинами золотником

ЭМП. Сопла установлены в корпусе на резьбе и фиксируются гайками 6, что необходимо для настройки нуля усилителя. Золотник размещен в гильзе 7, запрессованной в корпус или вставленной в него с малыми зазорами на перемычках, имеющих уплотнения в виде резиновых колец. Среднее положение золотника при нулевом сигнале на входе в ЭГУ достигается предварительной регулировкой пружин путем перемещения одной или двух крышек 8 по резьбе. Чтобы исключить утечки жидкости из полостей 9 и 10, крышки снабжают уплотнениями. Жидкость из напорной магистрали привода под давлением $p_{п}$ поступает в канал, который сообщается с окнами в

гильзе, перекрытыми при среднем положении золотника его центральным буртом. Через фильтр 11 жидкость подводится также в каналы гидравлической ступени предварительного усиления сигналов. В этих каналах расположены дроссели 12.

Все элементы ЭГУ на схеме занимают положения, соответствующие нулевому входному сигналу, при котором зазоры между заслонкой и соплами одинаковые. Расходы жидкости, вытекающей через сопла на слив, равны, поэтому равны перепады давлений на каждом из дросселей 12, давления в полостях 9 и 10 также имеют равные значения и, следовательно, действующие на золотник в осевом направлении силы взаимно уравниваются. Золотник находится в среднем положении, перекрывая своими буртами окна в гильзе, которые сообщаются с напорной и сливной магистралями привода.

При подаче напряжения на обмотки управления ЭМП в них возникает электрический ток и образуется электромагнитное поле, в результате взаимодействия которого с полем постоянных магнитов ЭМП появляются силы, поворачивающие якорь ЭМП. Вместе с якорем поворачивается заслонка, прикрывая одно сопло и увеличивая открытие другого сопла, что сопровождается уменьшением расхода через один дроссель и увеличением расхода через другой дроссель соответственно. При этом после первого дросселя давление возрастает, а после второго — падает. Под действием силы, создаваемой разностью давлений в полостях 9 и 10, золотник перемещается до тех пор, пока эта сила не будет уравновешена силами от действия пружин. Смещенный от среднего положения золотник пропускает жидкость, расход которой может быть значительно больше расхода жидкости через сопла предварительной ступени гидравлического усиления сигналов. В современных ЭГУ значения расхода жидкости через сопла не превышают 3...5% от расхода, пропускаемого золотником при его максимальном перемещении. Для такого перемещения золотника достаточно подать слабый по мощности электрический сигнал на вход в ЭМП.

Отношение мощности потока жидкости, протекающей через открытые золотником окна, к мощности электрического сигнала определяет коэффициент усиления ЭГУ по мощности.

Мощность $N_{\text{ВЫХ}}$ потока жидкости в выходных каналах ЭГУ найдем при разности давлений, соответствующей наибольшему значению КПД гидропривода с дроссельным регулированием (см. далее гл. 3):

$$N_{\text{ВЫХ}} = (p_1 - p_2)Q_3, \quad (1.13)$$

где Q_3 — расход жидкости, пропускаемой золотником при максимальном смещении от среднего положения; $p_1 - p_2 = = 2(p_{\text{п}} - p_{\text{сл}})/3$.

Мощность $N_{\text{ВХ}}$ входного электрического сигнала равна произведению напряжения U_y и тока I_y управления, при которых золотник имеет максимальное смещение от среднего положения:

$$N_{\text{ВХ}} = U_y I_y. \quad (1.14)$$

Коэффициент усиления по мощности

$$K_{\text{М}} = \frac{N_{\text{ВЫХ}}}{N_{\text{ВХ}}} \quad (1.15)$$

для ЭГУ рассмотренного выше типа может достигать 10^5

В конструкции ЭГУ с золотником, нагруженным пружинами, отсутствует обратная связь, контролирующая соответствие перемещения золотника управляющему сигналу, что снижает точность работы данного аппарата.

ЭГУ, схема которого показана на рис. 1.14, конструкция ЭГУ фирмы MOOG — на рис. 1.15 с частичным вырезом в корпусе, имеет механическую обратную связь от золотника к заслонке. Эта связь выполнена посредством тонкого упругого стержня l , один конец которого закреплен на заслонке, а другой — соприкасается с золотником. При перемещении золотника упругий стержень изгибается и на заслонку действует сила, которая создает момент, противоположный по знаку моменту электромагнитных сил, приложенных к якорю ЭМП. Благодаря этому осуществляется силовая обратная связь, обеспечивающая высокую точность управления положением золотника.

Сопла некоторых ЭГУ установлены в золотнике и между ними размещена заслонка, соединенная с якорем ЭМП. При отклонении заслонки вслед за ней под действием силы давления

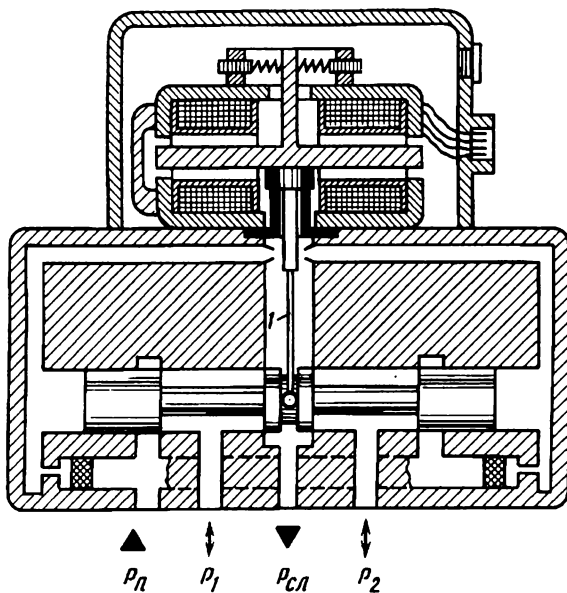


Рис. 1.14. Схема электрогидравлического усилителя с механической обратной связью

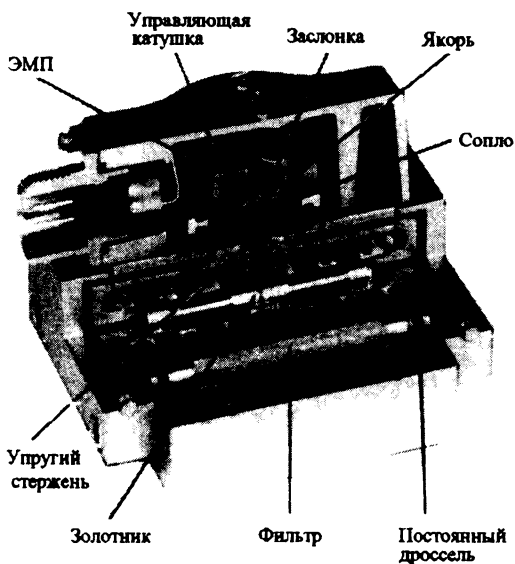


Рис. 1.15. Конструкция электрогидравлического усилителя с механической обратной связью

смещается золотник и поэтому восстанавливается необходимый для равновесия золотника зазор между соплами и заслонкой. Максимальное перемещение золотника такого ЭГУ будет равно максимальному ходу заслонки, что по сравнению с двумя предыдущими схемами несколько ограничивает возможности получения больших коэффициентов усиления сигналов.

Современные конструкции ЭГУ часто для обеспечения обратной связи снабжают индуктивными датчиками перемещения золотника. Электрический сигнал от этого датчика поступает в электронный усилитель, где сравнивается с сигналом управления. Использование электрической обратной связи позволяет собирать из отдельных модулей многоступенчатые ЭГУ. Схема двухступенчатого ЭГУ с электрической обратной связью от золотника второй ступени приведена на рис. 1.16.

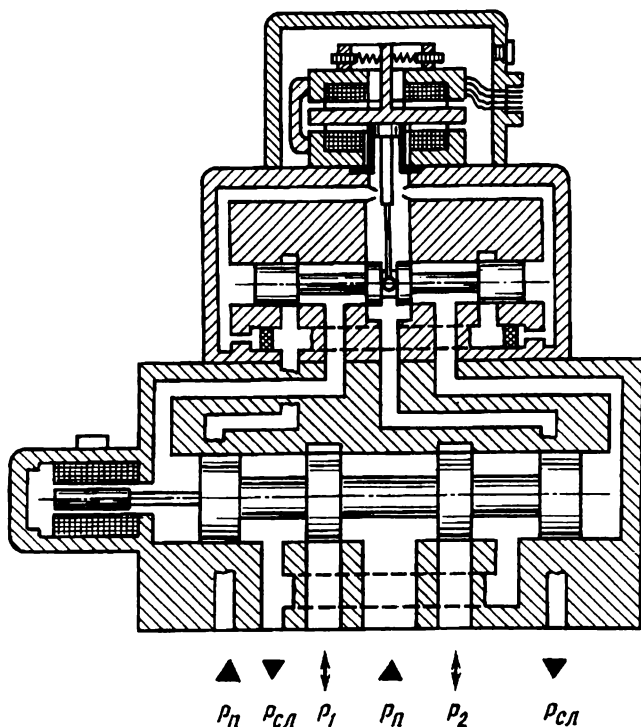


Рис. 1.16. Схема двухступенчатого электрогидравлического усилителя

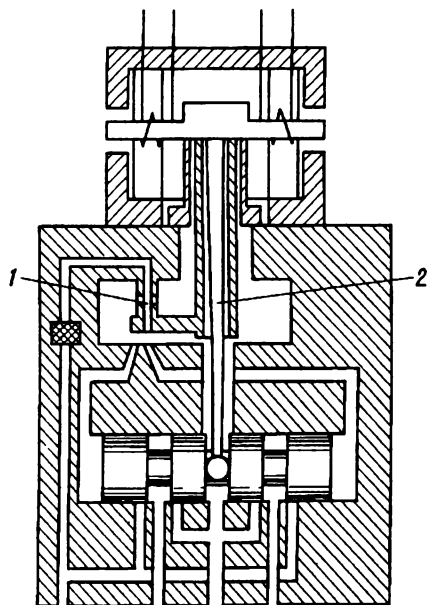


Рис. 1.17. Схема электрогидравлического усилителя с управляющей струйной трубкой и с механической обратной связью

Управляющим устройством ЭГУ, схемы которых приведены выше, служит сопло-заслонка. С той же целью применяют еще подвижные сопла и струйные трубки. ЭГУ с предварительной ступенью усиления имеет струйную трубку 1 (рис. 1.17). (Инженерные исследования гидроприводов летательных аппаратов / Под ред. Д.Н. Попова. М.: Машиностроение, 1978.) При отклонении струйной трубки от среднего положения подведенная к ней жидкость под давлением направляется в канал, сообщающийся с одной из двух торцовых камер золотникового распределителя, а из противоположной камеры жидкость отводится на слив. Вследствие этого возникает разность давлений, действующих на торцы золотника и вызывающих его смещение в осевом направлении. Обратная связь от золотника выполнена с помощью упругого стержня 2. Гидравлические характеристики предварительной ступени

пени усиления с соплом или струйной трубкой менее чувствительны к увеличению вязкости жидкости при низких температурах окружающей среды, чем ступени с соплом-заслонкой, что является одним из преимуществ ЭГУ с такими управляющими устройствами. Однако они могут уступать ЭГУ с соплами-заслонками по динамическим характеристикам. Некоторые фирмы (MOOG и др.) публикуют критерии для выбора выпускаемых ими ЭГУ примерно в таком виде, как на рис. 1.18, точки на котором соответствуют определенному типу ЭГУ

Для управления малыми расходами жидкости (менее 10 л/мин) применяют аппараты без предварительной ступени усиления. В подобного типа аппаратах якорь ЭМП непосредственно перемещает золотник распределителя. Одним из примеров может служить изображенный на рис. 1.19 плоский золотник 1, закрепленный на двух упругих опорах 2. Опоры удерживают золотник от отжима его вверх силами давления, но позволяют ему перемещаться практически параллельно плоской неподвижной части корпуса, которая имеет каналы, сообщающиеся с магистралью высокого давления и рабочими камерами исполнительного гидродвигателя. В сливную магистраль жидкость отводится из полости, в которой размещен распределитель. Золотник соединяется с якорем ЭМП посредством шарнира 3. Мощность ЭМП для непосредственного управления золотником обычно значительно превышает мощность, необходимую для перемещения управляющих элементов предварительных ступеней усиления.

Принцип действия ЭГУ, основанный на преобразовании электрического сигнала малой мощности в перемещение распределителя, управляющего потоком среды большей мощности, используют также в электропневматических усилителях (ЭПУ). Пример схемы двухступенчатого пневматического усилителя показан на рис. 1.20. Поршень 1, заслонки 2 и 5, втулка 3 и палец 4 являются элементами, образующими вторую ступень усиления. Первая ступень имеет струйную трубку, которую на угол α поворачивает якорь ЭМП.

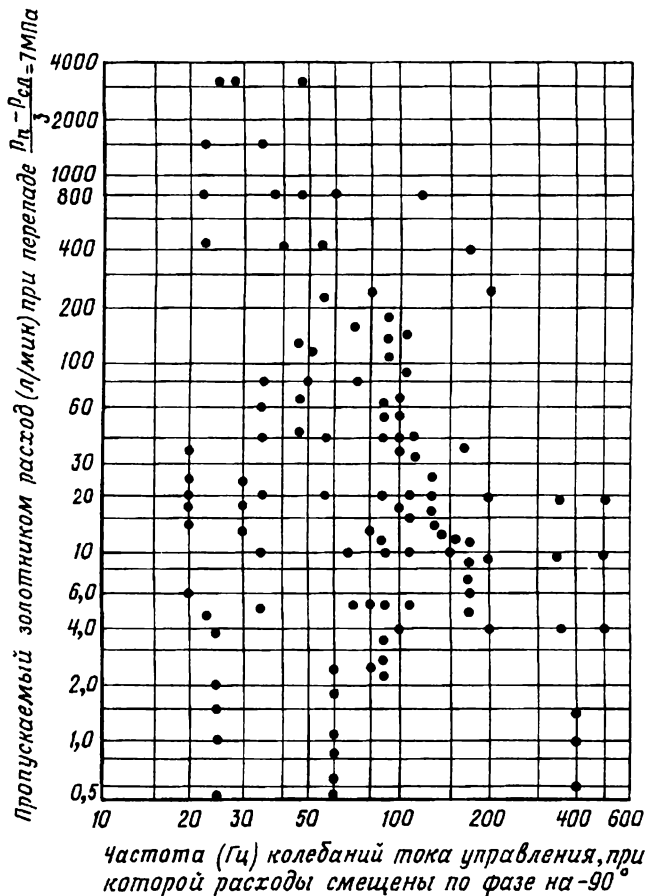


Рис. 1.18. Поле численных значений критериев для выбора электрогидравлического усилителя

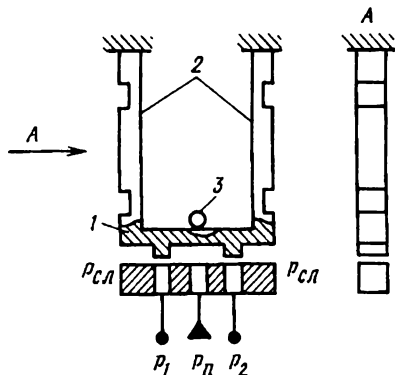


Рис. 1.19. Схема управляющего аппарата с плоским золотником

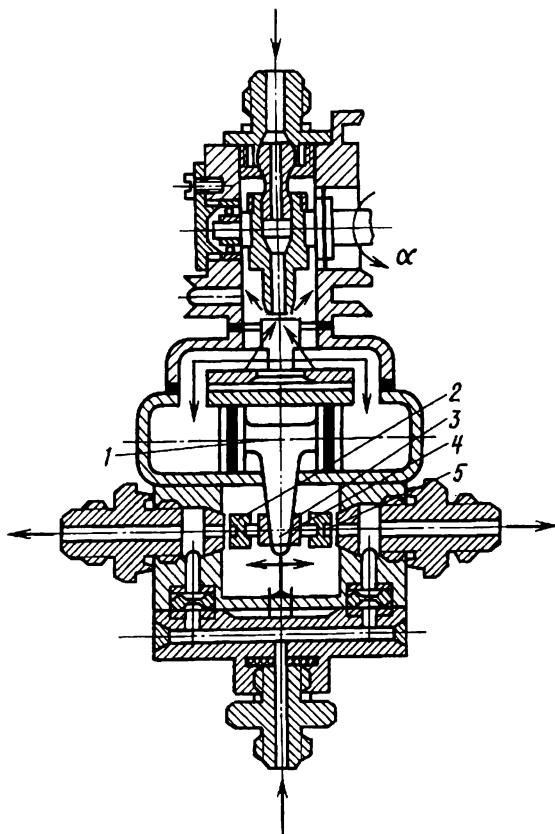


Рис. 1.20. Схема пневматического усилителя

При малой мощности электрических входных сигналов ЭГУ и ЭПУ обеспечиваются необходимые для управления быстродействующими приводами точность и динамические характеристики. Однако такие аппараты достаточно сложны в изготовлении и, соответственно, их стоимость обычно высокая. К более дешевым относятся аппараты с пропорциональными электромагнитами, которые развивают силы, пропорциональные току управления и не зависящие от хода якоря.

Пропорциональный распределитель прямого действия (рис. 1.21) состоит из корпуса 1 с размещенным в нем золот-

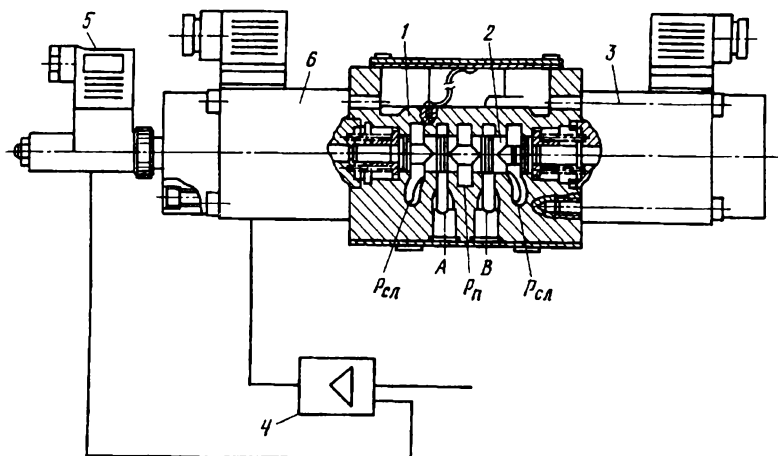


Рис. 1.21. Пропорциональный распределитель

ником 2, двух управляющих электромагнитов 3 и 6, датчика 5 положения золотника. Управляющий электромагнит 6 перемещает золотник вправо, при этом канал, в который из напорной магистрали подводится жидкость под давлением p_n , сообщается с каналом B , а из канала A жидкость поступает на слив. Управляющий электромагнит 3 предназначен для перемещения золотника в противоположное от среднего положение, при котором канал A будет соединен с напорной магистралью, а канал B — со сливом. Пропорциональность хода золотника току управления в обмотках электромагнитов достигается в результате действия силы той пружины, которую сжимает золотник при своем перемещении. Обе пружины устанавливают золотник в среднее положение при отсутствии токов управления в обмотках электромагнитов. Датчик положения золотника обеспечивает обратную связь от золотника к электронному усилителю 4, в котором выявляется ошибка в положении золотника. На выходе усилителя формируется корректирующий сигнал, поступающий в обмотки соответствующего электромагнита. Обратная связь исключает влияние гидродинамической силы и силы трения, действующих на золотник, на точность его перемещения.

Для уменьшения мощности электромагнитов в ряде пропорциональных аппаратов применяют гидравлические ступени предварительного усиления сигналов. По сложности конструкции такие аппараты непрямого действия приближаются к электрогидравлическим усилителям, которые в отличие от пропорциональных аппаратов с дополнительными ступенями усиления в зарубежной литературе называют *сервозолотниками* или *сервоклапанами*.

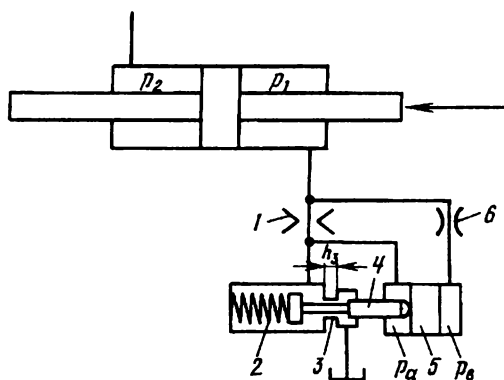


Рис. 1.22. Схема регулятора скорости движения выходного звена гидропривода

При дискретном управлении приводом может возникнуть необходимость автоматической стабилизации скорости выходного звена для того, чтобы значение этой скорости не зависело от преодолеваемых исполнительным двигателем сил сопротивления. В гидроприводах используют различные по конструкции регуляторы скорости выходных звеньев. В качестве примера одного из таких регуляторов на рис. 1.22 дана схема аппарата, поддерживающего близким к постоянному расход жидкости на выходе из полости гидроцилиндра. Жидкость из полости гидроцилиндра поступает на слив через дроссельную шайбу 1 и окна в корпусе 3. Каналы до и после дроссельной шайбы соединены с полостями, в которых находится вспомогательный поршень 5. На поршень действует сила, пропорциональная разности $p_a - p_b$ давлений. Кроме того, на поршень

действует сила пружины 2. При изменении скорости поршня регулируемого гидроцилиндра увеличивается или уменьшается расход жидкости через дроссельную шайбу, что сопровождается изменением $p_a - p_b$. Вследствие изменения силы от действия разности давлений поршень 5 перемещается вместе с золотником 4, который уменьшает или увеличивает площадь открываемых золотником окон в корпусе 3. Если расход жидкости, вытесняемой из полости гидроцилиндра при давлении p_1 , увеличивается, то вследствие увеличения перепада давлений на шайбе поршень 5 смещается влево и открываемая площадь окон уменьшается. В результате создается дополнительное гидравлическое сопротивление, необходимое для восстановления первоначального расхода жидкости и соответствующей ему скорости поршня регулируемого гидроцилиндра. Чтобы демпфировать колебания поршня 5, в канале одной из полостей аппарата устанавливают дроссель 6.

Используют также аппараты, в которых управление рабочей средой осуществляется с помощью элементов струйной техники (элементов пневмоники) без применения подвижных механических деталей. Элементы струйной техники могут быть непрерывного и дискретного действия. Первого типа элементы называют *аналоговыми*. Расположение каналов в аналоговом струйном усилителе показано на рис. 1.23. В центральный канал под давлением p_n питания поступает рабочая среда (жидкость или газ), для управления потоком которой в два боковых канала под давлениями p_{y1} и p_{y2} подводится та же среда.

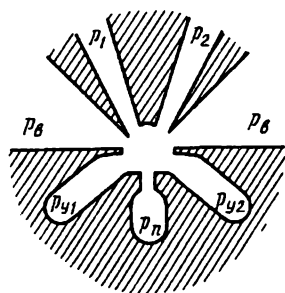


Рис. 1.23. Аналоговый струйный элемент

Вблизи этих управляющих каналов расположены вентилируемые полости с давлением p_b , равным атмосферному давлению или давлению в сливной магистрали. После вентилируемых каналов по направлению течения среды находятся два выходных канала, давления рабочей среды в которых равны p_1 и p_2 . При $p_{y1} = p_{y2}$ поток среды из центрального канала, не отклоняясь от его оси, разделяется на два потока, поступающих в выходные каналы. Если $p_{y1} > p_{y2}$, то поток среды на выходе из центрального канала отклоняется в сторону управляющего канала с меньшим давлением. В этом случае большая часть потока среды направляется в правый выходной канал, что приводит к увеличению давления p_2 . При $p_{y1} < p_{y2}$ струя, вытекающая из центрального канала, отклоняется влево и соответственно увеличивается давление p_1 , а давление p_2 уменьшается. Мощность потоков среды в выходных каналах усилителя может приблизительно в 10 раз превышать мощность управляющих потоков среды, причем при перекрытых выходных каналах рабочая среда, вытекающая из центрального и управляющих каналов через вентилируемые полости уходит на слив, что вызывает повышенный расход рабочей среды. Этот недостаток в меньшей степени проявляется у вихревого элемента.

В вихревом элементе (рис. 1.24) управляющий поток среды поступает в канал 1, вытекая из которого, создает в цилиндрической камере 2 вихрь, препятствующий протеканию рабочей среды из канала 4 питания в выходной канал 3. При полном запираании канала питания в выходной канал проходит только управляющий поток. Для получения такого режима давление p_y должно быть в несколько раз больше давления p_n , что необходимо учитывать при использовании вихревых элементов в аппаратах управления приводами.

Действие дискретных струйных элементов обычно основано на эффекте Коанда, который заключается в том, что поток жидкости или газа может “прилипнуть” к обтекаемой им твердой стенке. Для отрыва потока от стенки требуется, чтобы поперек течения перепад давлений превышал определенное значение. В дискретном элементе (рис. 1.25) поток при $p_{y1} = p_{y2}$ направлен в правый выходной канал и создает давление p_2 .

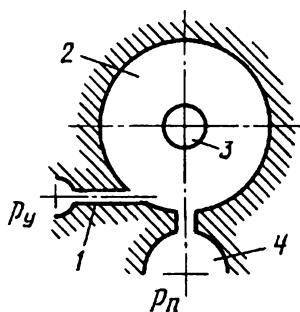


Рис. 1.24. Вихревой элемент

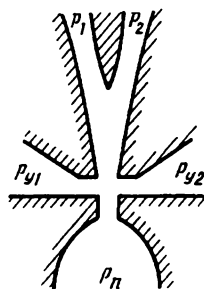


Рис. 1.25. Дискретный струйный элемент

Чтобы переключить поток в левый канал для получения давления p_1 , необходимо изменить давления в управляющих каналах так, что p_{y2} стало больше p_{y1} .

Кроме аппаратов управления, рабочей средой для которых служит либо жидкость, либо газ, применяют также пневмогидравлические аппараты, состоящие из пневматических и гидравлических устройств. В этих аппаратах можно регулируемые в объекте газодинамические величины (давление, скорость, температуру) непосредственно использовать в качестве входных сигналов для первой пневматической ступени усиления аппарата управления. Последующие ступени усиления могут быть гидравлическими, если управление объектом осуществляется посредством гидропривода.

1.4. Источники энергопитания гидро- и пневмоприводов

Гидро- и пневмоприводы снабжают рабочей средой под давлением различными способами в зависимости от назначения и условий использования приводов. Основным устройством источника энергопитания привода является преобразователь какой-либо энергии в механическую энергию жидкости или газа. Такие устройства иногда называют *генераторами рабочей среды* под давлением. Ими могут служить насосы, компрессоры, пороховые заряды, предварительно заполненные газом под

давлением баллоны, газогидравлические аккумуляторы и аккумуляторы, в которых давление жидкости создает поршень, нагруженный пружиной.

Источники энергопитания гидро- и пневмоприводов могут быть составной частью энергосиловой установки объекта, в системе управления которым применен привод, или быть обособленным энергетическим агрегатом. Например, пневмоприводы общепромышленного назначения преимущественно питают воздухом под давлением от компрессорной станции, к которой подключены и другие потребители сжатого воздуха. Жидкость под давлением, подводимая к гидроприводам, можно также использовать в системах смазки узлов станков и машин. Но чаще гидроприводы имеют обособленные источники энергопитания, что вызвано повышенными требованиями к свойствам рабочих жидкостей для таких приводов и целесообразностью применения высоких давлений, позволяющих уменьшать габаритные размеры и массу всего гидрооборудования. Наиболее широко применяют источники энергопитания гидроприводов с шестеренными, пластинчатыми, аксиально-поршневыми и радиально-поршневыми насосами.

Мощность $N_{и.п}$ потока жидкости на выходе из источника энергопитания определяется соотношением

$$N_{и.п} = Q_{п} p_{п}. \quad (1.16)$$

Здесь $Q_{п}$, $p_{п}$ — расход и давление жидкости на выходе из источника энергопитания соответственно.

Мощность $N_{нас}$, необходимая для работы насоса,

$$N_{нас} = \frac{Q_{нас}(p_{нас} - p_{вх})}{\eta_0 \eta_{г}}, \quad (1.17)$$

где $Q_{нас}$ и $p_{нас}$ — расход и давление жидкости на выходе из насоса; $p_{вх}$ — давление на входе в насос; η_0 — объемный КПД насоса, учитывающий утечки и перетечи жидкости в насосе; $\eta_{г}$ — гидромеханический КПД насоса, учитывающий потери энергии вследствие гидравлического сопротивления каналов и трения в насосе.

Давление $p_{вх}$ должно быть таким, чтобы в насосе не возникла кавитация из-за снижения давления в каком-либо месте потока жидкости до значения $p_{к}$, при котором из жидкости

сначала выделяется растворенный в ней газ, а затем образуются насыщенные пары. При кавитации нарушается сплошность жидкости и возникают высокочастотные колебания давления, которые могут быть причиной разрушения деталей насоса. Допустимое значение $p_{вх}$ зависит от конструкции насоса, свойств жидкости, температуры и давления окружающей среды. Для гидроприводов, эксплуатируемых в заводских помещениях, значение $p_{вх}$ близко к атмосферному давлению. В летательных аппаратах давление в баке, из которого насос забирает жидкость, должно быть выше атмосферного, так как давление окружающей среды будет уменьшаться по мере увеличения высоты полета. Повышенное давление в баке создают, заполняя инертным газом полость над поверхностью жидкости. Баки с таким “наддувом” используют и в наземных установках, когда для уменьшения массы источника энергоснабжения гидроприводов применяют высокооборотные насосы или установки, эксплуатируемые при низких температурах, вызывающих значительное увеличение вязкости жидкости. Примерами могут служить гидроприводы, применяемые в транспортных машинах.

Расход $Q_{нас}$ связан с *геометрической подачей насоса* $Q_{г}$ соотношением

$$Q_{нас} = Q_{г} \eta_0. \quad (1.18)$$

Значение $Q_{г}$ можно найти по формуле

$$Q_{г} = \frac{V_{нас}}{2\pi} \Omega, \quad (1.19)$$

где $V_{нас}$ — рабочий объем насоса, равный разности изменения объемов рабочих камер насоса за один оборот его вала.

Вследствие отмеченной ранее обратимости роторных гидромашин понятие “рабочий объем” и для насоса, и для гидромотора является общим, причем вычисленный при помощи этой величины расход будет иметь усредненное за время оборота вала значение. Мгновенные значения расхода отличаются от усредненного, что характеризуется степенью неравномерности подачи насоса. У большинства насосов она незначительна, в связи с чем при расчетах обычно используют формулы (1.18)

и (1.19). Однако из-за влияния процессов, протекающих внутри насоса, пульсации расхода на выходе насоса могут быть значительно больше расчетного значения неравномерности его подачи. Для уменьшения колебаний жидкости, вызванных такими пульсациями, применяют либо газогидравлические аккумуляторы, либо гасители колебаний, состоящие из полностью заполненных жидкостью объемов и дополнительных гидравлических сопротивлений.

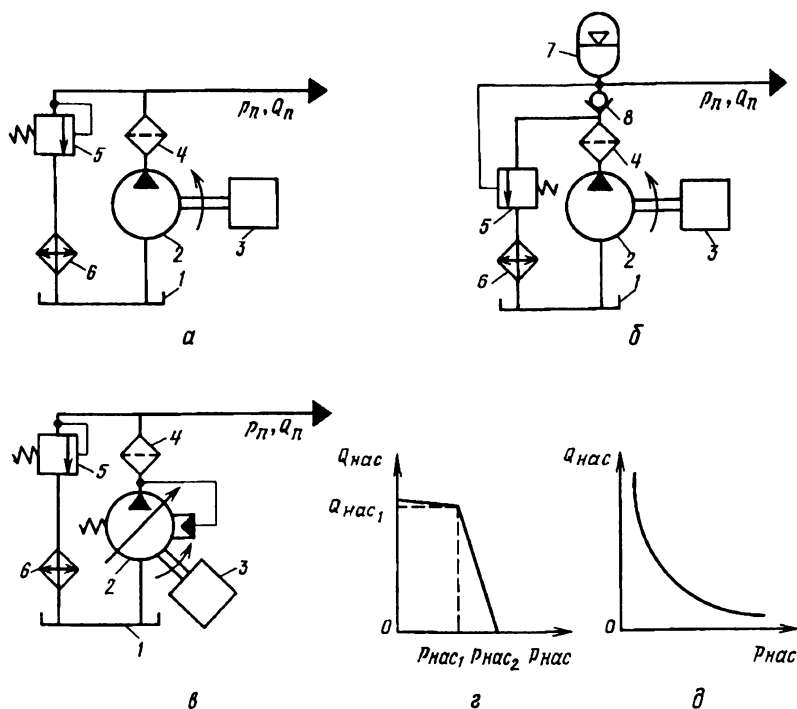


Рис. 1.26. Схемы источников энергопитания с переливным клапаном (а), с устройством автоматической разгрузки насоса (б), с регулятором подачи насоса (в)

Наиболее распространенные варианты схем источников энергопитания гидроприводов даны на рис. 1.26, где 1 — бак, 2 — насос, 3 — двигатель (электродвигатель, двигатель внутреннего сгорания и т.п.), 4 — фильтр для очистки рабочей

жидкости, 5 — переливной или предохранительный клапан, 6 — охладитель для поддержания температуры рабочей жидкости в допустимых пределах. Насос всасывает жидкость из бака и подает ее через фильтр в напорную магистраль. Источники энергопитания различаются способом регулирования давления в напорной магистрали. Согласно схеме, представленной на рис. 1.26, а, при $Q_{п} = 0$ вся жидкость, поступающая от насоса, возвращается через переливной клапан в бак. При потреблении жидкости из напорной магистрали переливной клапан частично или полностью (при $Q_{п} = Q_{нас}$) закрыт. Значение давления $p_{п}$ в напорной магистрали поддерживается клапаном в соответствии с его характеристикой, устанавливающей зависимость $p_{п}$ от расхода жидкости через клапан. Недостаток этого достаточно простого способа стабилизации давления в напорной магистрали заключается в том, что при пропуске жидкости через клапан происходят необратимые затраты энергии.

Нецелесообразные затраты энергии несколько снижаются, если в начале напорной магистрали установлен газогидравлический аккумулятор 7 (рис. 1.26, б), в который насос подает жидкость через обратный клапан 8. Согласно этой схеме, клапан 5 действует как дискретный автомат разгрузки насоса, соединяя его выход с баком, при давлении в газогидравлическом аккумуляторе, равном заданному значению. Благодаря малому гидравлическому сопротивлению клапана вся подаваемая насосом жидкость поступает на слив при низком давлении, а обратный клапан удерживает жидкость в аккумуляторе. При падении давления в аккумуляторе клапан 5 закрывается и жидкость, которая подается насосом, открыв обратный клапан, поступает в аккумулятор. Эффективность рассмотренного способа уменьшения потерь энергии в значительной мере зависит от объема газогидравлического аккумулятора и графика работы гидропривода.

Следующим шагом в повышении эффективности источника энергопитания гидроприводов является применение насоса с автоматическим регулированием подачи (рис. 1.26, в). Схема показывает, что регулятор при отклонении давления на выходе

из насоса от предварительно установленного значения изменяет подачу насоса так, чтобы с требуемой точностью восстанавливалось давление. Зависимость установившихся значений подачи $Q_{\text{нас}}$ насоса от $p_{\text{нас}}$ представлена на рис. 1.26, г. Участок характеристики, находящийся между значениями давлений $p_{\text{нас}1}$ и $p_{\text{нас}2}$, соответствует зоне регулирования насоса, причем разность указанных давлений равна установившейся ошибке ε_p , с уменьшением которой возрастает точность регулирования давления. Наибольшая точность будет при $\varepsilon_p = 0$. В этом случае регулятор поддерживает постоянное давление на выходе из насоса при изменении его подачи от нулевого до максимального значений. Однако осуществлению такой точности регулирования может помешать неустойчивость системы, состоящей из регулятора и насоса с подключенным к нему гидроприводом. Чтобы устранить неустойчивость, в регулятор вводят дополнительные корректирующие устройства.

В ряде случаев требуется поддерживать не давление на выходе из насоса, а близкую к постоянной мощность насоса при различных значениях его подачи. Такое требование, например, возникает, когда насос приводится в действие от дизеля. Для поддержания постоянной мощности насоса зависимость его подачи от давления должна быть близка к гиперболической (рис. 1.26, д), так как необходимо, чтобы выполнялось соотношение

$$Q_{\text{нас}} p_{\text{нас}} = \text{const}.$$

При подключении нескольких гидроприводов к одному источнику энергопитания повышение его эффективности, как было отмечено ранее, может обеспечить чувствительная к нагрузке на гидроприводы система регулирования насоса. В такой системе автоматически изменяется настройка регулятора насоса в зависимости от действующих на выходные звенья гидроприводов нагрузок.

Известны различные конструкции регулируемых насосов, применяемых в источниках энергопитания гидроприводов. Регуляторы насосов также достаточно разнообразны; по виду

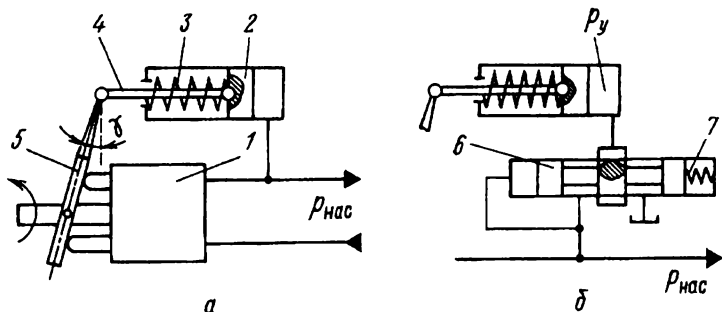


Рис. 1.27. Схемы гидромеханических регуляторов прямого (а) и непрямого (б) действия

основных устройств их подразделяют на гидромеханические и электрогидравлические.

Схема гидромеханического регулятора прямого действия, управляющего подачей аксиально-поршневого насоса 1, дана на рис. 1.27, а. Регулятор имеет поршень 2, на который с одной стороны действует давление $p_{нас}$ жидкости, подведенной из напорной камеры насоса. С противоположной стороны поршень нагружен пружиной 3 и посредством штока 4 соединен с наклонной шайбой 5 аксиально-поршневого насоса. При давлении $p_{нас1}$ сила пружины превышает силу от действия давления на поршень, поэтому он смещен в крайнее правое положение, при котором шайба наклонена на максимальный угол γ_{max} , соответствующий максимальной подаче насоса. По мере увеличения давления на выходе из насоса поршень, преодолевая силу пружины, смещается влево, уменьшая при этом угол наклона шайбы. Когда давление достигнет значения $p_{нас2}$, поршень установит шайбу в положение, при котором угол γ близок к нулю. Подача насоса в этом случае будет равна утечкам жидкости по зазорам в насосе и регуляторе. При падении давления $p_{нас}$ снова увеличивается угол γ наклона шайбы, тем самым повышается подача насоса.

Зависимость установившихся значений подачи $Q_{нас}$ насоса от давления $p_{нас}$ на выходе из насоса определяется статической характеристикой, которую найдем, воспользовавшись уравнением равновесия поршня регулятора

$$S_p p_{\text{нас}} - P_{\text{шт}} - P_{0\text{пр}} - c_{\text{пр}} y_p = 0, \quad (1.20)$$

где S_p — площадь поршня регулятора, на которую действует давление $p_{\text{нас}}$; $P_{\text{шт}}$ — сила, приложенная к штоку 4 со стороны шайбы 5 насоса; $P_{0\text{пр}}$ и $c_{\text{пр}}$ — сила при начальном натяжении пружины 3 и ее жесткость; y_p — перемещение поршня 2 регулятора, измеренное от положения, при котором $\gamma = \gamma_{\text{max}}$.

Для рассматриваемой схемы насоса

$$Q_{\text{нас}} = \eta_0 z_{\text{п}} n_{\text{н}} S_{\text{п}} D_{\text{ос}} \text{tg } \gamma, \quad (1.21)$$

где $z_{\text{п}}$ — число плунжеров (поршней) насоса; $n_{\text{н}}$ — частота вращения вала насоса; $S_{\text{п}}$ — площадь поперечного сечения одного плунжера насоса; $D_{\text{ос}}$ — диаметр окружности, на которой расположены оси плунжеров насоса.

В данном случае угол наклона шайбы связан с перемещением штока регулятора следующим соотношением:

$$y_p = (\text{tg } \gamma_{\text{max}} - \text{tg } \gamma) r_p, \quad (1.22)$$

где r_p — расстояние от оси поворота шайбы до оси штока регулятора.

Предполагая, что $P_{\text{шт}}$ мало по сравнению с $P_{0\text{пр}}$ и незначительно изменяется в зависимости от γ , с помощью формул (1.20)–(1.22) получаем уравнение статической характеристики в виде

$$Q_{\text{нас}} = Q_{\text{нас1}} - K_p (p_{\text{нас}} - p_{\text{нас1}}), \quad (1.23)$$

где $p_{\text{нас1}} = \frac{P_{0\text{пр}} + P_{\text{шт}}}{S_p}$, $Q_{\text{нас1}} = \eta_0 z_{\text{п}} n_{\text{н}} S_{\text{п}} D_{\text{ос}} \text{tg } \gamma_{\text{max}}$.

Величины $Q_{\text{нас1}}$ и $p_{\text{нас1}}$ являются координатами начальной точки регулируемого участка характеристики насоса (см. рис. 1.26, з), поэтому в уравнении (1.23) $p_{\text{нас}} > p_{\text{нас1}}$, а коэффициент K_p определяется соотношением

$$K_p = \frac{S_p \eta_0 z_{\text{п}} n_{\text{н}} S_{\text{п}} D_{\text{ос}}}{c_{\text{пр}} r_p}. \quad (1.24)$$

Согласно (1.24) при увеличении жесткости $c_{\text{пр}}$ коэффициент K_p уменьшается, соответственно регулируемый участок

характеристики насоса становится более пологим. С уменьшением жесткости пружины крутизна этого участка возрастает и значение установившейся ошибки ϵ_p регулирования давления на выходе из насоса также уменьшается. Однако при большом значении коэффициента K_p процесс регулирования может быть неустойчивым: возникают расходящиеся колебания поршня регулятора вместе с шайбой насоса, что приводит к колебаниям жидкости в напорной и сливной магистралях источника энергопитания.

Наличие в регуляторе прямого действия поршня, который выполняет функции чувствительного элемента, измеряющего отклонение давления от допустимых значений, и одновременно служит исполнительным устройством, управляющим углом наклона шайбы насоса, ограничивает возможности обеспечения высокоточного регулирования. В более совершенных регуляторах чувствительный элемент отделен от исполнительного устройства и управляет им с помощью вспомогательного гидравлического усилителя. Схема такого регулятора непрямого действия показана на рис. 1.27, б. Чувствительным элементом является золотник 6, нагруженный пружиной 7. Жидкость из напорной камеры насоса подводится в полость слева от золотника, а также поступает в кольцевое пространство между буртами золотника. На кромках среднего бурта сделаны прорезы, через которые жидкость попадает в канал, соединенный со сливом. При смещении золотника от среднего положения проходное сечение одной прорези увеличивается, другой — уменьшается, что вызывает изменение давления p_y в полости гидроцилиндра, управляющего положением шайбы насоса. Статическая характеристика регулятора зависит теперь не только от жесткости пружин, нагружающих золотник и поршень гидроцилиндра, но и от размеров прорезей на кромках золотника.

В электрогидравлическом регуляторе применяют датчик, преобразующий измеряемое на выходе из насоса давление в электрический сигнал, который через электронный усилитель передается на вход ЭГУ. При смещении в соответствии с этим сигналом золотника ЭГУ изменяется давление в полостях гидроцилиндра и управляющий шайбой или каким-либо другим

регулирующим органом насоса поршень перемещается. Жидкость под давлением поступает в ЭГУ от регулируемого насоса или от отдельного насоса, вал которого приводится во вращение от общего с регулируемым насосом двигателя. Электрогидравлический регулятор по сравнению с гидромеханическим позволяет в более широких пределах осуществлять его настройку и корректирование как статической, так и динамической характеристик. Электрические сигналы могут передаваться на вход ЭГУ не только от датчика давления, но и от ЭВМ, посредством которой обеспечивается оптимальное управление энергоснабжением системы гидроприводов. Управляемый с помощью ЭГУ насос может быть также составной частью гидропривода с объемным регулированием (см. рис. 1.2).

При описании источников энергоснабжения гидроприводов газогидравлический аккумулятор был показан только на рис. 1.26, б в связи с тем, что без него нельзя поддерживать давление p_n , если насос работает с автоматом разгрузки. Но необходимость в аккумуляторе (газогидравлическом или с нагруженным пружиной поршнем) возникает и в тех случаях, когда быстрое действие переливного клапана или регулятора насоса недостаточно для поддержания давления p_n при резких изменениях расхода Q_n в напорной магистрали.

Для бесперебойного поступления жидкости в насос размеры бака должны быть такими, чтобы находящаяся в нем жидкость могла заполнить всю систему, а оставшееся количество жидкости равнялось приблизительно подаче насоса за одну минуту. Более точно объем бака определяют в результате теплового расчета системы гидроприводов вместе с источником энергоснабжения при наличии или в отсутствие охладителя жидкости.

Компрессорные установки, к которым подключают пневмоприводы на промышленных предприятиях, имеют свою регулируемую аппаратуру. В летательных аппаратах и транспортных машинах источниками энергоснабжения пневмоприводов могут быть автономные компрессоры, ступени компрессоров или турбин реактивных двигателей, работающие на твердом или жидком топливе генераторы газа. Регулирование таких источников энергоснабжения осуществляют преимущественно

но с помощью клапанных устройств, так как возможности использования золотников ограничены вследствие плохой смазывающей способности газов, которые к тому же могут содержать частицы продуктов сгорания топлива.

В некоторых системах управления источники энергопитания могут состоять из газового мотора и насоса. Это при необходимости позволяет уменьшить влияние сжимаемости рабочей среды на динамические характеристики системы, применив в ней гидроприводы вместо пневмоприводов.

1.5. Свойства рабочих сред

Из многих свойств рабочих сред, влияющих на разнообразные показатели гидро- и пневмоприводов, выделим только те, которые существенны для механики изучаемых приводов. К этим свойствам относятся плотность, вязкость, сжимаемость, теплоемкость и теплопроводность.

Плотность ρ жидкости или газа, заполняющих все рассматриваемое пространство, является функцией координат точек пространства и определяется соотношением

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}, \quad (1.25)$$

где Δm — масса среды, занимающей объем ΔV

В общем случае плотность ρ среды связана с давлением p и температурой Θ уравнением состояния

$$f(p, \rho, \Theta) = 0. \quad (1.26)$$

Плотность жидкостей по сравнению с газами в меньшей степени зависит от давления и температуры. Значения плотности ($\text{кг}/\text{м}^3$) воздуха и некоторых жидкостей приведены ниже:

Воздух при 0 °С	1,29
Вода при 4 °С	1000
Жидкость АМГ-10	850
Масло АУ	886 — 896
Масло промышленное 20	880 — 890
Керосин при 38 °С	790

Вязкость проявляется в сопротивлении среды относительному сдвигу ее слоев. Мерой этой вязкости среды служит динамическая вязкость μ или связанная с ней кинематическая вязкость ν :

$$\mu = \rho\nu. \quad (1.27)$$

Вязкость жидкостей с увеличением температуры уменьшается, а газов возрастает, что вызвано их различным молекулярным строением. Приближенная зависимость динамической вязкости жидкости от температуры имеет вид

$$\mu_1 = \mu_2 \left(\frac{\Theta_2}{\Theta_1} \right)^c, \quad (1.28)$$

где μ_1 и μ_2 — значения динамической вязкости жидкости при температурах Θ_1 и Θ_2 , взятых здесь в $^{\circ}\text{C}$; значения величины c для минеральных масел, применяемых в гидроприводах, лежат в пределах от 2,53 до 3,27.

У большинства жидкостей вязкость увеличивается с ростом давления в соответствии с соотношением

$$\mu = \mu_0 e^{bp} \quad (1.29)$$

Здесь μ и μ_0 — значения динамической вязкости жидкости при давлении p и атмосферном давлении соответственно, значения b для минеральных масел равны 0,02...0,03 1/МПа.

При больших скоростях объемной деформации среды увеличивается диссипация механической энергии, что связано с проявлением объемной вязкости. Отношение значений объемной вязкости μ_V к динамической вязкости μ составляет для минеральных масел $\mu_V/\mu = 1,33$ при $\mu = 0,21$ Па·с.

Сжимаемость жидкостей и газов проявляется в изменении занимаемого средой объема в зависимости от давления. Эта зависимость для жидкостей слабее, чем для газов, что в ряде случаев позволяет жидкости считать несжимаемыми. Однако известно также много примеров колебательных процессов в трубопроводах, неустойчивости гидроприводов и других динамических явлений, связанных с сжимаемостью жидкостей. Зависимость объема среды от давления определяется соотношением

$$dV = -\beta_{сж} V dp, \quad (1.30)$$

где V — объем среды, $\beta_{сж}$ — коэффициент сжимаемости среды.

Изменение объема среды сопровождается изменением ее плотности, поэтому

$$d\rho = \beta_{сж}\rho dp. \quad (1.31)$$

Вместо коэффициента сжимаемости среды применяют также обратную величину

$$B = \frac{1}{\beta_{сж}}, \quad (1.32)$$

которую называют *модулем объемной упругости* среды.

Модуль объемной упругости, или коэффициент сжимаемости среды, находят либо экспериментальным путем, либо с помощью формул (1.30)–(1.31). При использовании второго способа необходимо еще иметь уравнение состояния среды. Если средой служит газ, который обычно принимают совершенным, то можно воспользоваться уравнением Клапейрона

$$p = \rho R\Theta, \quad (1.33)$$

где Θ — температура, К; R — газовая постоянная, для воздуха $R = 287, 14 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{К})$.

При интенсивном теплообмене между газом и окружающей элементы привода средой процесс изменения состояния газа будет близким к изотермическому; из формул (1.31)–(1.33) следует, что изотермический модуль объемной упругости газа равен

$$B_{и.г} = p. \quad (1.34)$$

Если теплообмен незначительный, то изменение состояния газа будет близким к адиабатическому и тогда

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const}, \quad (1.35)$$

где $k = c_p/c_v$ — показатель адиабаты; (c_p — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении; c_v — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; для воздуха $k = 1,4$).

Применяя формулы (1.31), (1.32) и (1.35), найдем соотношение, определяющее адиабатический модуль объемной упругости газа:

$$B_{a.g} = k\rho. \quad (1.36)$$

Уравнение термодинамического состояния жидкости получить значительно сложнее, чем для газов. Известно несколько подходов к выводу такого уравнения, не исключаящих, однако, необходимости привлечения экспериментальных данных. Вследствие этого на практике чаще используют значения модулей объемной упругости жидкостей, полученные экспериментальным путем. Для одной и той же жидкости его значения будут зависеть от условий, в которых проводился эксперимент, и способа обработки результатов измерений. Если модуль объемной упругости определялся при постоянной температуре жидкости, то его называют по аналогии с модулем объемной упругости газа *изотермическим*, а если условия проведения эксперимента позволяют пренебречь теплообменом между жидкостью и окружающей средой, — *адиабатическим*. Изотермический и адиабатический модули разделяют на имеющие средние значения и локальные значения. Средний изотермический модуль объемной упругости жидкости находят, подставляя результаты измерений в формулу

$$B'_{и.ж} = -V_0 \frac{\Delta p}{\Delta V}, \quad (1.37)$$

где Δp — разность между конечным и начальным давлениями, при которых начальный объем V_0 жидкости изменился на ΔV

Средний адиабатический модуль объемной упругости жидкости определяют с помощью формулы такого же вида, как (1.37), но используют при этом результаты экспериментов, проведенных в условиях адиабатического изменения состояния жидкости.

Локальный изотермический модуль $B''_{и.ж}$ объемной упругости жидкости получают в результате обработки экспериментальных данных по формуле

$$B''_{и.ж} = -V \frac{dp}{dV}. \quad (1.38)$$

Аналогичную формулу применяют для определения локального адиабатического модуля $B''_{а.ж}$ объемной упругости жидкости при соответствующих этому виду модуля экспериментах.

Для используемых в гидроприводах жидкостей в диапазоне значений рабочих температур 0 — 170°C и давлений до 80 МПа зависимость локального изотермического модуля объемной упругости от давления можно представить в виде

$$B''_{и.ж} = (B''_{и.ж})_0 + 10,6p, \quad (1.39)$$

где $(B''_{и.ж})_0$ — локальный изотермический модуль объемной упругости жидкости при атмосферном давлении.

Приближенную зависимость локального адиабатического модуля объемной упругости от давления можно описать уравнением

$$B''_{а.ж} = (B''_{а.ж})_0 + 12,5p, \quad (1.40)$$

где $(B''_{а.ж})_0$ — локальный адиабатический модуль объемной упругости жидкости при атмосферном давлении.

Нестационарные гидродинамические процессы по сравнению с тепловыми процессами, как правило, протекают значительно быстрее, что позволяет в динамике приводов применять локальный *адиабатический модуль* объемной упругости жидкости, обозначая его $B_{ж}$.

Рассмотренные зависимости модулей объемной упругости жидкостей от давления основаны на экспериментах, выполненных с жидкостями, не содержащими нерастворенный газ. Однако рабочие жидкости гидроприводов часто содержат нерастворенный воздух и если при заполнении устройств гидропривода жидкость не подвергается вакуумированию, то она будет представлять собой смесь жидкости и газа. Такая же смесь может образовываться в гидроприводах во время динамических процессов из-за разных скоростей растворения и выделения газа при падении давления на отдельных участках течения рабочей среды. Чтобы оценить влияние нерастворенного газа на значения модуля объемной упругости рабочей жидкости, выделим объем жидкости $V_{ж}$, в котором находятся пузырьки воздуха объемом $V_{в}$. Изменение объема смеси $V_{см} = V_{ж} + V_{в}$ при изменении давления равно

$$dV_{см} = dV_{ж} + dV_{в}. \quad (1.41)$$

В соответствии с формулами (1.30) и (1.32)

$$dV_{\text{ж}} = -\frac{V_{\text{ж}}}{B_{\text{ж}}} dp; \quad (1.42)$$

$$dV_{\text{в}} = -\frac{V_{\text{в}}}{B_{\text{в}}} dp, \quad (1.43)$$

где модуль объемной упругости $B_{\text{в}}$ воздуха может быть как изотермическим, так и адиабатическим.

Подставив $dV_{\text{ж}}$ и $dV_{\text{в}}$ из соотношений (1.42) и (1.43) в уравнение (1.41), получим

$$dV_{\text{см}} = -\frac{V_{\text{ж}}}{B_{\text{ж}}} \left(1 + \frac{V_{\text{в}} B_{\text{ж}}}{V_{\text{ж}} B_{\text{в}}} \right) dp. \quad (1.44)$$

Соотношение (1.44) представим в виде

$$dV_{\text{см}} = -\frac{V_{\text{см}}}{B_{\text{см}}} dp. \quad (1.45)$$

Модуль объемной упругости $B_{\text{см}}$ в соотношении (1.45), согласно (1.44), определяется формулой

$$B_{\text{см}} = \frac{V_{\text{см}} B_{\text{ж}}}{V_{\text{ж}} \left(1 + \frac{V_{\text{в}} B_{\text{ж}}}{V_{\text{ж}} B_{\text{в}}} \right)}. \quad (1.46)$$

В реальных условиях объем пузырьков воздуха, содержащегося в жидкости, значительно меньше объема самой жидкости, поэтому принимаем $V_{\text{см}} = V_{\text{ж}}$ и приводим формулу (1.46) к виду

$$B_{\text{см}} = \frac{B_{\text{ж}}}{1 + \frac{\alpha_{\text{в}} B_{\text{ж}}}{B_{\text{в}}}}, \quad (1.47)$$

где $\alpha_{\text{в}} = V_{\text{в}}/V_{\text{см}}$ — объемное содержание воздуха в жидкости.

На термодинамический процесс изменения состояния пузырьков воздуха влияют их размеры, равномерность распределения в жидкости, теплоемкость и теплопроводность жидкости, а также скорость изменения давления в смеси. В связи с неопределенностью влияния достаточно большого числа факторов проведем оценку отличия $B_{\text{см}}$ от $B_{\text{ж}}$ по наилучшему

из возможных вариантов, принимая изотермическое значение $B_B = p$. В этом случае при $p = 10$ МПа, $B_{\text{ж}} = 1450$ МПа, $\alpha_B = 0,001$, по формуле (1.47) находим $B_{\text{см}} = 1266$ МПа. С увеличением давления влияние нерастворенного воздуха на модуль объемной упругости смеси уменьшается. Кроме того, при больших давлениях вследствие растворения воздуха в жидкости уменьшается α_B , что также способствует приближению значений $B_{\text{см}}$ к $B_{\text{ж}}$.

При изэнтропийных процессах локальный адиабатический модуль объемной упругости воздуха связан со скоростью c_B распространения звука соотношением

$$B_{a,\Gamma} = \rho c_B^2. \quad (1.48)$$

Учитывая уравнение (1.33), формулу (1.48) запишем в виде

$$c_B = \sqrt{kR\Theta}, \quad (1.49)$$

Скорость $c_{\text{см}}$ звука в смеси жидкости с равномерно распределенными пузырьками воздуха найдем, используя формулы (1.46) и

$$B_{\text{см}} = \rho_{\text{см}} c_{\text{см}}^2, \quad (1.50)$$

где $\rho_{\text{см}}$ — плотность смеси.

После несложных преобразований получаем

$$c_{\text{см}} = \sqrt{\frac{B_{\text{ж}}}{\rho_{\text{см}}(1 - \alpha_B) \left(1 + \frac{\alpha_B B_{\text{ж}}}{kp}\right)}} \quad (1.51)$$

Согласно (1.51) скорость $c_{\text{см}}$ имеет минимум между значениями $\alpha_B = 0$ и $\alpha_B = 1$ (рис. 1.28). Это означает, что скорость звука в смеси жидкости с воздухом будет меньше, чем в жидкости без нерастворенного воздуха и чем в самом воздухе. Последнее объясняется тем, что инертность среды в основном определяет жидкость, а упругость — воздух. Приближенной моделью такой среды может служить система тел с массами, определяемыми плотностью жидкости, и упругими связями в виде воздуха.

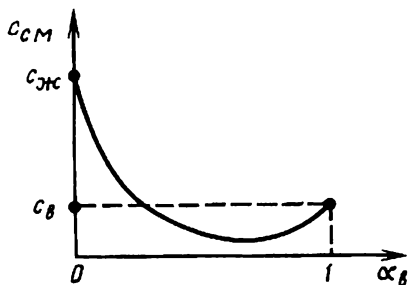


Рис. 1.28. Зависимость скорости звука в смеси жидкости с воздухом от объемного содержания воздуха

Теплоемкость рабочих сред характеризуется количеством теплоты, которое необходимо для повышения температуры среды на один градус Кельвина. В справочниках обычно указана отнесенная к единице массы среды теплоемкость c_m , называемая удельной. Для минерального масла при температуре 15°C $c_m = 1,88 \quad 2,09 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$.

Теплопроводность рабочих сред определяет количество теплоты, переносимое через единицу площади поверхности, выделенной в среде, за единицу времени при перепаде температур в один градус Кельвина. Эту величину называют коэффициентом k_T теплопроводности среды. Теплопроводность газов возрастает с увеличением температуры, а жидкостей — падает. Для воздуха $k_T = 0,023 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, для минерального масла при температуре 15°C $k_T = 0,14 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$.

Вопросы для самопроверки

1. По каким признакам определяют вид гидро- или пневмопривода?
2. Какие способы применяют для управления гидро- или пневмоприводами?
3. Поясните принцип действия и устройство основных гидро- или пневмодвигателей.
4. Нарисуйте схемы и объясните принцип действия аппаратов управления гидро- или пневмоприводов.
5. Назовите способы энергоснабжения гидропривода.
6. Как влияет наличие в жидкости нерастворенного воздуха на важные для динамики гидроприводов характеристики?

ОСНОВЫ МЕХАНИКИ ГИДРО- И ПНЕВМОПРИВОДОВ

2.1. Применение общих принципов механики в расчетах гидро- и пневмоприводов

Современные гидро- и пневмоприводы в общем случае представляют собой совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих механических, гидравлических, пневматических, электромеханических и электронных устройств. Эти достаточно сложные системы являются составными частями более крупных технических систем, в которые входят различные управляемые объекты. Примерами таких объектов могут служить роботы и манипуляторы, технологические и транспортные машины, энергетические установки, летательные аппараты и др.

При проектировании и использовании гидро- и пневмоприводов их выделяют из всей технической системы с учетом тех требований, которые должны быть выполнены для осуществления управления заданными объектами. Чтобы иметь возможность рассматривать гидро- и пневмоприводы в значительной мере независимо от особенностей того или иного объекта, в дальнейшем будем придерживаться схемы, изображенной на рис. 2.1. На схеме показаны: канал управляющих U воздействий на гидропривод (ГП) или пневмопривод (ПП), канал наблюдения за величинами Y описывающими движение выходного звена привода, канал поступления энергии E в привод и канал возмущающих F воздействий. Вне границы Γ в управляемом объекте или в системе более высокого иерархического уровня указанные каналы могут взаимодействовать, что отражается в математическом описании U , E , F и

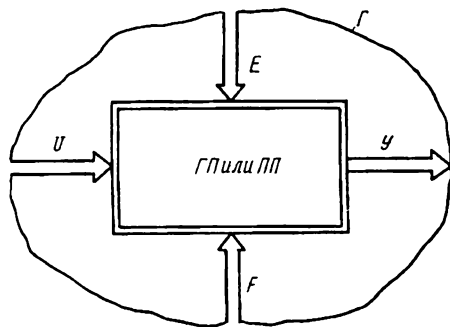


Рис. 2.1. Гидро- или пневмопривод как часть технической системы

при формулировании требований к гидро- или пневмоприводу. По физическому содержанию U соответствует либо электрическим, либо механическим величинам в зависимости от схемы и конструкции привода; E — мощность потока рабочей среды, поступающей к приводу от источника энергопитания; Y — перемещения (поступательные или угловые) штока или вала исполнительного двигателя; F — может быть вызвано различными причинами (действием сил реакций в местах крепления элементов приводов, действием электромагнитных полей в окружающем привод пространство, вибрациями и переносным движением конструкции, с которой связан привод, колебаниями давления рабочей среды и т.п.).

Заметим, что граница Γ в значительной мере условна. Например, приток энергии E можно характеризовать не мощностью рабочей среды, а мощностью, подводимой к двигателю, вращающему вал насоса или компрессора источника энергопитания привода. В таком случае при расчете процессов, протекающих в приводе, необходимо учитывать процессы в двигателе, если частота вращения его вала зависит от мощности, потребляемой насосом или компрессором. Вид закономерностей управляющих воздействий зависит от назначения привода и способов управления объектом, которые необходимо осуществить с помощью привода.

С точки зрения теоретической механики гидро- и пневмоприводы являются системами материальных тел с неголономными нестационарными связями. Такие связи обусловлены

наличием в приводе сжимаемой рабочей среды и упругих механических звеньев, соединяющих отдельные детали привода. Применяя принцип освобожденности от связей, их действие заменяют силами, приложенными к деталям привода со стороны рабочей среды и упругих механических звеньев. После этого используют с той или иной степенью полноты уравнения движения твердых тел, уравнения движения, энергии, неразрывности и состояния рабочей среды, а также уравнения, определяющие силы в упругих звеньях. Кроме того, могут потребоваться уравнения, описывающие тепловые процессы в приводе. Перечисленные уравнения образуют основу математической модели привода, которую необходимо дополнить уравнениями и функциями, характеризующими физические свойства рабочих сред, конструктивные параметры элементов приводов и указанные выше воздействия на привод.

Элементы гидро- и пневмоприводов часто достаточно произвольно расположены один относительно другого, что несколько усложняет выбор координат, определяющих перемещения элементов в пространстве. С целью упрощения математических моделей приводов равновесие и движение отдельных элементов рассматривают обычно в своих координатах, начало которых выбирают так, чтобы ему соответствовало одно из равновесных состояний привода. Связь между координатами всех элементов получается в результате решения системы уравнений, составляющих математическую модель привода. Чтобы согласовать направления перемещений элементов, измеренных в своих координатах, положительными можно принять направления, при которых движение выходного звена привода происходит в принятом для него положительном направлении. В некоторых случаях положительным считают такое направление перемещения выходного звена привода, которое вызывает увеличение параметров управляемого объекта. Независимый выбор систем координат для каждого элемента позволяет в математическом описании протекающих в них процессов пользоваться как декартовыми, так и цилиндрическими или сферическими координатами. При этом обязательно выполнять все положения теоретической механики

об использовании инерциальной системы координат и координат, связанных с движущимся объектом, если в нем размещен привод.

2.2. Расчет нагрузок на выходные звенья гидро- и пневмоприводов

При взаимодействии с объектом выходное звено привода нагружено силами и моментами сил, возникающими из-за инерции перемещаемого устройства объекта, а также вызванными приложенными к этому устройству силами и моментами сил со стороны окружающей среды и других устройств. В зависимости от вызывающих нагрузку причин ее называют *позиционной, трением и инерционной*. Позиционную нагрузку создают силы и моменты сил, значения которых изменяются при изменении положения перемещаемого приводом устройства. Трение подразделяют на сухое, гидро- или газодинамическое и смешанное.

Для расчета инерционной нагрузки предварительно вычисляют приведенные к выходному звену значения массы или момента инерции перемещаемого устройства так, чтобы соблюдалось равенство кинетических энергий перемещаемых и приведенных масс. Другие виды нагрузки находят исходя из равенства работ сил или моментов сил, приложенных к выходному звену и перемещаемому приводом устройству.

Если выходное звено привода и перемещаемое устройство соединены посредством какого-либо механизма (зубчатого или рычажного), то параметры нагрузок являются функциями передаточного числа i механизма. Для примера рассмотрим зубчатый механизм (рис. 2.2), состоящий из шестерни 1, которая закреплена на валу исполнительного гидро- или пневмодвигателя, и шестерни 2, вал которой непосредственно соединен с перемещаемым устройством. Передаточное число i такого механизма определяется отношением угловых скоростей вала исполнительного двигателя и вала перемещаемого устройства. Значение i можно также вычислить с помощью отношения r_2/r_1 радиусов делительных окружностей или отношения количества зубьев у шестерен 2 и 1. Приравнявая кинетические

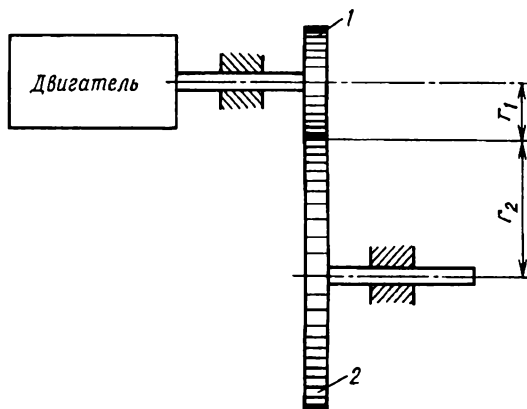


Рис. 2.2. Соединение выходного звена исполнительного двигателя с управляемым объектом

энергии и работы без учета диссипации энергии в зубчатом механизме, получаем

$$J_1 = \frac{J_2}{i^2}; \quad k_{\text{тр}1} = \frac{k_{\text{тр}2}}{i^2}; \quad k_{\text{поз}1} = \frac{k_{\text{поз}2}}{i^2},$$

где J_1 — отнесенный к валу 1 исполнительного двигателя момент инерции; J_2 — момент инерции вращаемого валом 2 устройства; $k_{\text{тр}1}$, $k_{\text{тр}2}$, $k_{\text{поз}1}$ и $k_{\text{поз}2}$ — коэффициенты трения и позиционных нагрузок, отнесенные к валу 1 (отмечены индексом 1) и к валу 2 (отмечены индексом 2).

Аналогично можно найти параметры нагрузок, действующих на выходное звено с возвратно-поступательным перемещением. Отличие состоит только в том, что в этом случае вместо моментов инерции необходимо пересчитать значения поступательно перемещающихся масс и нагрузки представить приложенными к выходному звену силами, а не моментами сил.

Нагрузки на выходное звено привода можно описать функциями, связывающими угловую скорость Ω выходного звена или скорость v его поступательного перемещения с моментом M сил или суммарным значением сил, равным P . Такие функции описывают состояние нагрузки на выходном звене при происходящих в приводе динамических процессах. По ним при из-

вестном законе движения выходного звена могут быть построены графики нагрузок. Исходными для определения состояния нагрузки служат уравнения движения выходного звена, которые в линейном приближении записывают в виде

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + k_{\text{тр}} \frac{d\alpha}{dt} + k_{\text{поз}} \alpha = M; \quad (2.1)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + k_{\text{тр}} \frac{dy}{dt} + k_{\text{поз}} y = P, \quad (2.2)$$

где α , y — угловое и поступательное перемещения выходного звена привода соответственно; J , m — момент инерции и масса, отнесенные к выходному звену привода; $k_{\text{тр}}$ — коэффициенты трения, возникающего при вращательном или поступательном движении выходного звена привода; $k_{\text{поз}}$ — коэффициенты позиционной нагрузки, действующей на выходное звено привода.

При гармонических колебаниях выходного звена

$$\alpha = a_{\alpha} \sin \omega t; \quad (2.3)$$

$$y = a_y \sin \omega t, \quad (2.4)$$

где a_{α} и a_y — амплитуды колебаний выходного звена; ω — угловая частота колебаний.

Поскольку каждое из уравнений (2.1) и (2.2) с учетом соответствующих им соотношений (2.3) и (2.4) по форме являются одинаковыми, достаточно найти функцию, описывающую состояние нагрузки, для одного из двух выходных звеньев, например для звена с поступательным перемещением. Используя формулу (2.4), получаем

$$v = \frac{dy}{dt} = a_y \omega \cos \omega t. \quad (2.5)$$

Уравнение (2.2) в случае гармонических колебаний выходного звена принимает вид

$$P = -m a_y \omega^2 \sin \omega t + k_{\text{тр}} v + k_{\text{поз}} a_y \sin \omega t. \quad (2.6)$$

Из уравнений (2.5) и (2.6) нетрудно найти

$$\frac{v}{a_y \omega} = \cos \omega t; \quad (2.7)$$

$$\frac{P - k_{\text{ТР}}v}{a_y(k_{\text{Поз}} - m\omega^2)} = \sin \omega t. \quad (2.8)$$

Просуммировав взятые в квадрат соотношения (2.7) и (2.8), получим

$$\frac{(P - k_{\text{ТР}}v)^2}{a_y^2(k_{\text{Поз}} - m\omega^2)^2} + \frac{v^2}{(a_y\omega)^2} = 1. \quad (2.9)$$

Если в уравнении (2.9) P заменить на M , v — на Ω , m — на J , a_y — на a_α , то будем иметь уравнение состояния нагрузки на выходное звено с угловым перемещением.

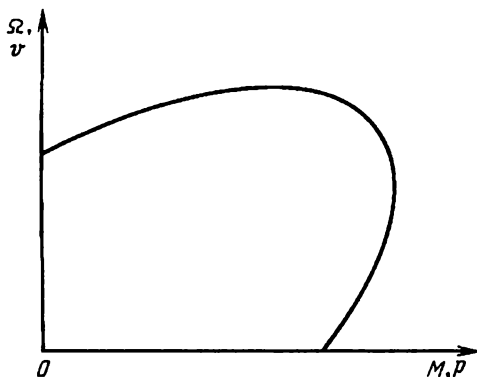


Рис. 2.3. График нагрузки при гармонических колебаниях выходного звена привода

Графиком, построенным в координатах POv или $MO\Omega$ по уравнению вида (2.9), является эллипс, часть которого показана на рис. 2.3.

Гармонические колебания выходного звена имеют место, например, в приводах испытательных установок, или при исследовании динамических характеристик привода. В тех случаях, когда по условиям использования привода законы движения его выходного звена значительно отличаются от гармонических, может быть построен график нагрузки с учетом заданной циклограммы работы привода и требуемого вида переходных процессов при смене выполняемых приводом операций.

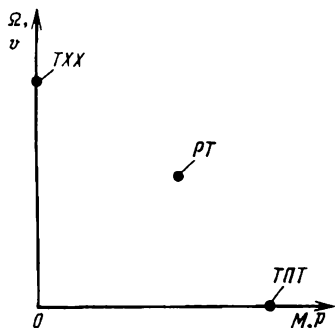


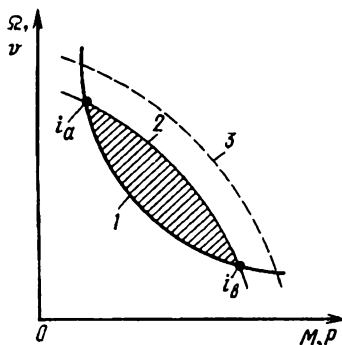
Рис. 2.4. Характерные точки для определения нагрузок на выходное звено привода

Часто вместо графика нагрузки для расчета привода задают значение скорости движения выходного звена, которое необходимо обеспечить при действующей на него нагрузке. Такая рабочая точка (РТ) показана на рис. 2.4. Кроме того, могут быть заданы скорость движения выходного звена в отсутствие нагрузки (точка холостого хода ТХХ) и максимальная нагрузка при полном торможении выходного звена (точка ТПТ).

2.3. Оптимальное передаточное число механизма, соединяющего выходное звено гидро- или пневмопривода с управляемым объектом

Выбор передаточного числа i механизма для соединения выходного звена привода с управляемым объектом зависит от условий, при которых будет работать привод. В одних случаях значение i предопределено местом установки привода и конструкцией устройства, которым он должен управлять. В других — значение i можно выбрать так, чтобы обеспечить наилучшие показатели, характеризующие привод. Однако эти требования часто оказываются противоречивыми и тогда приходится искать компромиссное решение. Например, для уменьшения материалоемкости привода желательно минимизировать размеры и массу его элементов, в то же время, согласно условию высокой надежности привода, необходимо предусмотреть резервирование отдельных узлов, что требует увеличения размеров и массы привода. Среди ряда

Рис. 2.5. К вычислению передаточного числа механизма, соединяющего вал исполнительного двигателя с управляемым объектом



параметров силовые факторы и скорости, развиваемые исполнительным двигателем, являются основными и в значительной степени влияющими на характеристики привода.

Оптимальное передаточное число i_0 можно найти следующим образом. Сначала вычислить максимальное значение мощности, затрачиваемой на управление связанным с выходным звеном привода устройством. Затем по этой мощности при разных значениях i определить моменты M сил или силы P , а также линейные v или угловые Ω скорости, которые должен развивать исполнительный двигатель. Полученные в результате этих вычислений величины определяют координаты точек на плоскости M, Ω или P, v , через которые проходит показанная на рис. 2.5 кривая 1. Там же построена внешняя характеристика (кривая 2) исполнительного двигателя. Заштрихованной на рис. 2.5 области соответствуют допустимые значения i , которые лежат в диапазоне $i_b \leq i \leq i_a$. Оптимальное в этих пределах передаточное число может быть выбрано по разным критериям.

При соизмеримых значениях отнесенного к выходному звену привода момента инерции J управляемого устройства и момента инерции рабочего органа самого исполнительного двигателя оптимальным будет такое значение i , которое позволяет получить минимальный момент инерции зубчатого механизма. Это обеспечивает уменьшение динамических нагрузок на выходное звено привода и несколько повышает его быстродействие. В более общем случае рассматриваются дополнительные условия, к которым, например, относится стоимость

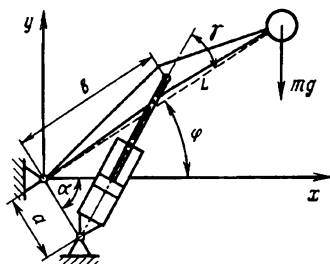
зубчатой передачи. Выбирая близкое к нижнему пределу значение i , можно сократить количество пар зацепления и тем самым снизить стоимость зубчатого механизма. Но при большем передаточном числе улучшается равномерность движения управляемого устройства с малыми скоростями. Кроме того, при большом передаточном числе возрастает сопротивляемость привода возмущениям, действующим на управляемое устройство, что обеспечивает малые перемещения выходного звена привода при изменениях нагрузки на управляемое устройство. Благодаря такой повышенной с помощью передаточного механизма "жесткости" внешней характеристики исполнительного двигателя повышается точность управления объектом. Диапазоны допустимых значений передаточного числа могут быть расширены путем замены исполнительного двигателя на двигатель с большим рабочим объемом или путем увеличения рабочего давления в пределах допустимых для данного двигателя значений (см. рис. 2.5, кривая 3).

Различное влияние нескольких факторов на выбор передаточного числа в предварительно вычисленном диапазоне указывает на целесообразность решения в таких случаях многокритериальной задачи проектирования оптимального передаточного механизма, соединяющего выходное звено привода с управляемым устройством.

Если оптимизация передаточного числа по какому-либо одному критерию позволяет улучшить наиболее существенные показатели системы с приводом и незначительно ухудшает менее значимые показатели, то выбор передаточного числа упрощается. Например, в роботах и строительно-дорожных машинах широко применяют гидро- и пневмоприводы с возвратно-поступательными перемещениями выходных звеньев, соединенных рычажными механизмами с управляемыми устройствами (рис. 2.6). Минимизация максимального значения силы P_{\max} , развиваемой приводом при разных положениях выходного звена, обеспечивает снижение стоимости привода, которая может составить значительную часть стоимости всей машины. Задачу выбора оптимальных параметров механизма формулируют так, чтобы найти величины $a, b, \beta = \alpha + \gamma$, при которых целевой функции (критерию)

$$P_{\max} = P(\varphi) \quad \text{при} \quad \varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max}$$

Рис. 2.6. Схема для расчета оптимальных параметров механизма



доставляется минимум (Шуп Г. Решение инженерных задач на ЭВМ. Практическое руководство: Пер. с англ. М.: Мир, 1982.) Целевую функцию необходимо дополнить ограничениями, которые следуют из определяемой по теореме косинусов связи между линейными размерами и углами. Эти ограничения можно представить равенствами

$$2ab \cdot \cos(\beta + \varphi_{\min}) - (a^2 + b^2) = -z_{\min}^2;$$

$$2ab \cdot \cos(\beta + \varphi_{\max}) - (a^2 + b^2) = -z_{\max}^2,$$

где z_{\min} и z_{\max} — смещения конца штока исполнительного двигателя (выходного звена привода) относительно опоры цилиндра при φ_{\min} и φ_{\max} соответственно.

Функцию $P(\varphi)$ можно найти исходя из условия равновесия груза массой m при разных положениях выходного звена привода:

$$P(\varphi) = \frac{Lmg \sqrt{(a^2 + b^2) - 2ab \cos(\beta + \varphi)} \cos \varphi}{ab \sin(\beta + \varphi)}.$$

В указанной выше монографии описаны алгоритм и программа расчета оптимальных параметров механизма.

При выборе оптимальных размеров механизма необходимо также иметь в виду, что от хода штока гидро- или пневмоцилиндра зависит его диаметр, влияющий на размеры цилиндра. Диаметр штока, прежде всего, должен удовлетворять условию устойчивости стержня по Эйлеру. Согласно этому условию критическое значение силы P_k равно:

$$P_k = \left(\frac{\pi}{L_k} \right)^2 J_{\text{шт}} E,$$

где L_K — длина стержня, заменяющего в расчетной схеме гидро- или пневмоцилиндр с полностью выдвинутым штоком (рис. 2.7); $J_{шт}$ — момент инерции поперечного сечения штока, при сплошном штоке $J_{шт} = \pi d_{шт}^4/64$; E — модуль упругости стали, из которой изготовлен шток.

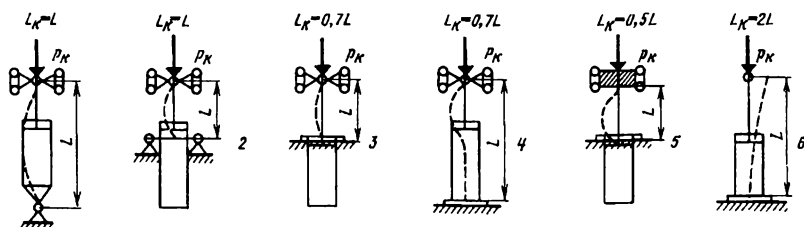


Рис. 2.7. Расчетные варианты при определении критического значения нагрузки на шток гидро- или пневмоцилиндра

Максимальное допустимое значение силы назначают в 2,5–3,5 раза меньше значения P_K . После расчета штока на устойчивость проверяют прочность соединения его с управляемым устройством и выбирают наибольшее из полученных при этих расчетах сечение штока.

2.4. Уравнения движения и неразрывности рабочих сред

Процессы в технических системах с гидро- и пневмоприводами во многом зависят от взаимодействия элементов приводов с рабочими средами. Для изучения этого взаимодействия применяют методы механики жидкости и газа, основанные на гипотезе сплошности рабочей среды, согласно которой среду рассматривают в макроскопическом масштабе, несоизмеримо превышающем расстояния между отдельными молекулами. В соответствии с такой физической моделью среда в отличие от системы материальных точек непрерывно распределена по занимаемому ею пространству, т.е. образует континуум. Математическое описание в указанном смысле сплошной среды может быть выполнено в переменных Эйлера и переменных Лагранжа. В первом случае движение среды определяют с

помощью величин, являющихся функциями пространственных координат и времени, причем необходимо учитывать, что через одну и ту же точку пространства в разные моменты времени проходят различные частицы среды. Во втором случае при описании движения среды используют величины, связанные с конкретными частицами, координаты которых заданы в начальный момент времени. Ввиду сложности уравнений, записанных в переменных Лагранжа, в механике жидкости и газа преимущественно применяют переменные Эйлера.

В связи с важностью уравнений, выражающих фундаментальные законы механики жидкости и газа, для дальнейшего освещения ряда вопросов механики гидро- и пневмоприводов ниже даны выводы этих уравнений, причем в дополнение к традиционному их изложению обращено внимание на особенности математического описания неустановившихся течений.

Уравнение движения среды (уравнение гидродинамики) основано на законе сохранения количества движения (импульса), согласно которому для ограниченного поверхностью S объема V среды имеем

$$d \int_V \mathbf{u} \rho dV = \left(\int_V \mathbf{P}_m \rho dV \right) dt + \left(\int_S \mathbf{p}_n dS \right) dt, \quad (2.10)$$

где \mathbf{u} — вектор скорости движения центра массы среды, находящейся в объеме dV ; ρ — плотность среды; \mathbf{P}_m — вектор массовой силы, отнесенной к единице массы среды в объеме dV ; \mathbf{p}_n — вектор поверхностной силы, отнесенной к единице поверхности, ограничивающей объем dV (напряжение поверхностных сил).

После деления на dt уравнение (2.10) принимает вид

$$\frac{d}{dt} \int_V \mathbf{u} \rho dV = \int_V \mathbf{P}_m \rho dV + \int_S \mathbf{p}_n dS. \quad (2.11)$$

Левую часть уравнения (2.11) можно преобразовать путем дифференцирования интеграла, взятого по движущемуся в среде объему. Для этого возьмем два близких момента времени t и $t' = t + \Delta t$. Условимся, что в момент времени t

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{u}\rho \, dV,$$

а в момент времени t' с учетом изменения V и $\mathbf{u}\rho$ до значений V' и $(\mathbf{u}\rho)'$

$$\mathbf{K}' = \int_{V'} (\mathbf{u}\rho)' \, dV$$

При малых Δt

$$\mathbf{K}' = \int_V (\mathbf{u}\rho)' \, dV + \int_{V'-V} (\mathbf{u}\rho)' \, dV,$$

соответственно,

$$\Delta\mathbf{K} = \mathbf{K}' - \mathbf{K} = \int_V [(\mathbf{u}\rho)' - (\mathbf{u}\rho)] \, dV + \int_{V'-V} (\mathbf{u}\rho)' \, dV$$

С точностью до малых величин порядка не выше первого

$$(\mathbf{u}\rho)' - \mathbf{u}\rho = \frac{\partial(\mathbf{u}\rho)}{\partial t} \Delta t +$$

поэтому

$$\Delta\mathbf{K} = \Delta t \int_V \frac{\partial(\mathbf{u}\rho)}{\partial t} \, dV + \int_{V'-V} (\mathbf{u}\rho)' \, dV$$

Приращение $V' - V$ объема среды за время Δt допустимо считать равным $dS u_n \Delta t$, где u_n — проекция скорости точек поверхности S на внешнюю нормаль к ней. Учитывая это равенство, получаем

$$\Delta\mathbf{K} = \Delta t \int_V \frac{\partial(\mathbf{u}\rho)}{\partial t} \, dV + \Delta t \int_S (\mathbf{u}\rho)' u_n \, dS,$$

отсюда находим

$$\frac{d\mathbf{K}}{dt} = \int_V \frac{\partial(\mathbf{u}\rho)}{\partial t} \, dV + \int_S (\mathbf{u}\rho) u_n \, dS.$$

В последнем члене полученного выражения величина $\mathbf{u}\rho$ заменяет $(\mathbf{u}\rho)'$, так как при переходе к производной $\Delta t \rightarrow 0$. Согласно формуле Гаусса – Остроградского, данный член можно представить в виде

$$\int_S (\mathbf{u}\rho) u_n dS = \int_V \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho \mathbf{u} u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \mathbf{u} u_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho \mathbf{u} u_z) \right] dV$$

Подставляя это значение интеграла в предыдущее уравнение и учитывая ранее принятое соотношение для \mathbf{K} , имеем

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V (\rho \mathbf{u}) dV &= \int_V \left[\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \mathbf{u} u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \mathbf{u} u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \mathbf{u} u_z)}{\partial z} \right] dV = \\ &= \int_V \left[\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + u_x \frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial x} + u_y \frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial y} + u_z \frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial z} + \right. \\ &+ \left. \rho \mathbf{u} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] dV = \int_V \left[\frac{d(\rho \mathbf{u})}{dt} + \rho \mathbf{u} \operatorname{div} \mathbf{u} \right] dV = \\ &= \int_V \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} dV + \int_V \mathbf{u} \left(\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} \right) dV \quad (2.12) \end{aligned}$$

Если в выделенном объеме среды отсутствуют источники и стоки, то последний интеграл в выражении (2.12) по условию неразрывности среды равен нулю. Тогда

$$\frac{d}{dt} \int_V \mathbf{u}\rho dV = \int_V \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} dV \quad (2.13)$$

Соотношение (2.13) определяет важную для описания неустановившихся течений связь между изменениями во времени интегрального и местных значений количеств движения среды. Чтобы получить в дифференциальной форме уравнение движения среды, определим \mathbf{p}_n в последнем члене уравнения (2.10), выделив с этой целью в среде бесконечно малый тетраэдр ОАВС, каждая из трех граней которого перпендикулярна соответствующей оси декартовых координат, а положение четвертой задано нормалью \mathbf{n} (рис. 2.8).

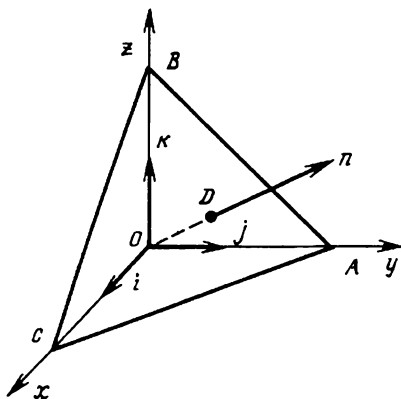


Рис. 2.8. Элементарный тетраэдр для определения напряжений в рабочей среде

Обозначая \mathbf{p}_x , \mathbf{p}_y , \mathbf{p}_z и \mathbf{p}_n напряжения на гранях тетраэдра, имеющих нормали \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} , \mathbf{n} , и применяя уравнение (2.11) с учетом формулы (2.13), получаем

$$\int_V \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} dV = \int_V \mathbf{P}_m \rho dV - \int_{S_x} \mathbf{p}_x dS - \int_{S_y} \mathbf{p}_y dS - \int_{S_z} \mathbf{p}_z dS + \int_{S_n} \mathbf{p}_n dS, \quad (2.14)$$

где S_x , S_y , S_z — проекции площади S_n грани ABC, т.е. $S_x = S_n \cos(nx)$, $S_y = S_n \cos(ny)$, $S_z = S_n \cos(nz)$.

В соответствии с теоремой о среднем из уравнения (2.14) находим

$$\left(\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} - \rho \mathbf{P}_m \right) \frac{S_n h}{3} = S_n \mathbf{p}_{ncp} - S_n \cos(nx) \mathbf{p}_{xcp} - S_n \cos(ny) \mathbf{p}_{ycp} - S_n \cos(nz) \mathbf{p}_{zcp}, \quad (2.15)$$

где h — высота OD тетраэдра. При $h \rightarrow 0$ средние напряжения \mathbf{p}_{ncp} , \mathbf{p}_{xcp} , \mathbf{p}_{ycp} , \mathbf{p}_{zcp} в уравнении (2.15) стремятся к значениям напряжений в точке O, поэтому

$$\mathbf{p}_n = \mathbf{p}_x \cos(nx) + \mathbf{p}_y \cos(ny) + \mathbf{p}_z \cos(nz). \quad (2.16)$$

Согласно уравнению (2.16) напряжение в точке O среды на произвольно ориентированной площадке можно найти по трем

напряжениям \mathbf{p}_x , \mathbf{p}_y , \mathbf{p}_z , на площадках, перпендикулярных осям декартовых координат и проходящих через точку O . В свою очередь каждый из трех векторов \mathbf{p}_x , \mathbf{p}_y , \mathbf{p}_z можно представить тремя проекциями, вследствие этого напряжение в точке произвольно ориентированной площадки определяет тензор второго ранга

$$\begin{pmatrix} p_{xx} & p_{xy} & p_{xz} \\ p_{yx} & p_{yy} & p_{yz} \\ p_{zx} & p_{zy} & p_{zz} \end{pmatrix} = (p_{ik}).$$

Первый индекс у компоненты тензора напряжений соответствует оси, перпендикулярной площадке, второй — оси, выбранной для вычисления проекции вектора напряжения.

Подставив в последний интеграл уравнения (2.11) \mathbf{p}_n из уравнения (2.16) и затем применив к этому интегралу формулу Гаусса — Остроградского, получим

$$\int_S \mathbf{p}_n dS = \int_S [\mathbf{p}_x \cos(nx) + \mathbf{p}_y \cos(ny) + \mathbf{p}_z \cos(nz)] dS = \int_V \left(\frac{\partial \mathbf{p}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{p}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{p}_z}{\partial z} \right) dV \quad (2.17)$$

С помощью соотношения (2.13) и уравнения (2.17) приведем уравнение (2.11) к виду

$$\int_V \left(\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} - \rho \mathbf{P}_m - \frac{\partial \mathbf{p}_x}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{p}_y}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{p}_z}{\partial z} \right) dV = 0. \quad (2.18)$$

Интеграл (2.18) должен быть равен нулю при любом V что выполняется, если

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \rho \mathbf{P}_m + \frac{\partial \mathbf{p}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{p}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{p}_z}{\partial z}. \quad (2.19)$$

Уравнение (2.19) описывает неустановившееся движение сплошной среды в напряжениях, которые необходимо дополнительно определить. Для этого предварительно выбирают физическую модель среды. Достаточно общей является модель, учитывающая вязкость, сжимаемость и теплопроводность среды. Изотропную среду называют *ньютоновской*, если при ее

движении компоненты тензора напряжений будут линейными функциями тензора скоростей деформаций, а в покоящейся среде действуют только нормальные напряжения. К ньютоновским и близкими к ним средам относится большинство рабочих сред, используемых в приводах. Также широко применяют кремнийорганические жидкости, отличающиеся по своим свойствам от ньютоновских. Однако эти различия могут быть несущественными для гидродинамических процессов в приводах и прежде чем их учитывать, в каждом конкретном случае необходимо провести дополнительные исследования. Далее при изложении механики гидро- и пневмоприводов предполагается, что рабочие среды допустимо считать ньютоновскими. Для таких сред зависимость тензора напряжений от тензора скоростей деформаций имеет вид

$$\begin{pmatrix} p_{xx} & p_{xy} & p_{xz} \\ p_{yx} & p_{yy} & p_{yz} \\ p_{zx} & p_{zy} & p_{zz} \end{pmatrix} = (-p + \lambda_1 \operatorname{div} \mathbf{u}) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2\mu \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

где p — давление, которое равно взятому с обратным знаком среднему арифметическому трех нормальных напряжений, приложенных к трем взаимно перпендикулярным площадкам в данной точке среды, причем в общем случае к вычисленной таким образом величине прибавляют $\mu_V \operatorname{div} \mathbf{u}$; ε_{ik} — компоненты тензора скоростей деформаций; λ_1 — определяется соотношением:

$$\lambda_1 = \mu_V - \frac{2\mu}{3}. \quad (2.21)$$

Для компонент тензора напряжений из уравнения (2.20) можно записать

$$\begin{aligned} p_{xx} &= -p + \lambda_1 \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x}; & p_{xy} &= p_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right); \\ p_{yy} &= -p + \lambda_1 \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y}; & p_{yz} &= p_{zy} = \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right); \\ p_{zz} &= -p + \lambda_1 \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}; & p_{zx} &= p_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right). \end{aligned}$$

Компоненты p_{ik} при $i \neq k$ являются касательными напряжениями. Эти напряжения с одинаковыми, но расположенными в обратном порядке индексами будут попарно равны, что следует из равенства моментов относительно произвольной оси. Чтобы подчеркнуть их отличие от нормальных напряжений (p_{ik} при $i = k$), введем следующие обозначения: $p_{xy} = p_{yx} = \tau_{xy} = \tau_{yx}$; $p_{yz} = p_{zy} = \tau_{yz} = \tau_{zy}$; $p_{zx} = p_{xz} = \tau_{zx} = \tau_{xz}$.

В таких обозначениях касательное напряжение при параллельно-струйном движении вязкой среды в направлении оси Ox в плоскости xOy выражает закон трения Ньютона:

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial u_x}{\partial y}. \quad (2.22)$$

Рассматривая совместно уравнения (2.19) и (2.20), получаем в проекциях на оси декартовых координат следующую систему уравнений движения вязкой сжимаемой среды:

$$\begin{aligned} \rho \frac{du_x}{dt} = & \rho P_x - \frac{\partial p}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} [(\mu_V - 2\mu/3) \operatorname{div} \mathbf{u}] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{du_y}{dt} = & \rho P_y - \frac{\partial p}{\partial y} + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} [(\mu_V - 2\mu/3) \operatorname{div} \mathbf{u}] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{du_z}{dt} = & \rho P_z - \frac{\partial p}{\partial z} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} [(\mu_V - 2\mu/3) \operatorname{div} \mathbf{u}] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \right]. \end{aligned}$$

В левых частях этих уравнений стоят полные (индивидуальные) производные, которые можно записать в виде сумм локальных и конвективных ускорений среды:

$$\begin{aligned}\frac{du_x}{dt} &= \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z}; \\ \frac{du_y}{dt} &= \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z}; \\ \frac{du_z}{dt} &= \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z}.\end{aligned}$$

Уравнения гидродинамики при $\mu_V = 0$, $\rho = \text{const}$ были впервые выведены Навье (1827 г.) и Стоксом (1845 г.) Для невязкой среды ($\mu = 0$, $\mu_V = 0$) уравнения гидродинамики получены в 1755 г. Эйлером, им же предложены уравнения, описывающие равновесие среды.

Уравнение неразрывности выражает закон сохранения массы среды. Этот закон при отсутствии в выделенном объеме V среды источников и стоков можно представить в виде

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = 0. \quad (2.23)$$

Дифференцирование интеграла (2.23), взятого по подвижному объему, выполняется тем же способом, который был рассмотрен в случае преобразования левой части уравнения (2.11). Но здесь величину ρ следует заменить на ρ . После дифференцирования получаем

$$\int_V \left(\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} \right) dV = 0. \quad (2.24)$$

Равенство (2.24) справедливо для любого объема V , что возможно только в том случае, когда подинтегральная функция равна нулю. Согласно этому условию имеем уравнение

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad (2.25)$$

которое в механике жидкости и газа названо уравнением неразрывности (сплошности). Выразив $\operatorname{div} \mathbf{u}$ в проекциях на оси декартовых координат, уравнение (2.25) можно привести к виду

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0. \quad (2.26)$$

Если не учитывать сжимаемость среды, то при $\rho = \text{const}$ из (2.26) будем иметь

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \quad (2.27)$$

2.5. Уравнение энергии и уравнение притока тепла для рабочих сред

Уравнение энергии устанавливает связь между полной энергией выделенного объема среды с работой внешних сил и дополнительным притоком энергии извне. Полная энергия выделенного объема среды равна сумме внутренней энергии и кинетической энергии движущейся среды. Внутренняя энергия среды, заключенной в объеме V , равна

$$E_{\text{вн}} = \int_V \rho U dV, \quad (2.28)$$

где U — приходящаяся на единицу массы среды ее внутренняя энергия.

Кинетическая энергия массы среды, частицы которой в том же объеме имеют скорость u , определяется соотношением

$$E_{\text{к}} = \int_V \frac{\rho u^2}{2} dV \quad (2.29)$$

Работа внешних сил равна сумме работ массовых и поверхностных сил. За время dt работа массовых сил составит

$$dA_m = \int_V \rho (\mathbf{P}_m \mathbf{u}) dV dt, \quad (2.30)$$

а работа сил, приложенных к ограничивающей объем поверхности S , составит

$$dA_s = \int_S (\mathbf{p}_n \mathbf{u}) dS dt, \quad (2.31)$$

где \mathbf{P}_n — вектор напряжения, действующий на площадку с ортом \mathbf{n} нормали.

Дополнительный приток энергии к выделенному объему среды извне за время dt представим в виде

$$dQ_T = \int_V \rho q_T dV dt, \quad (2.32)$$

где q_T — приходящееся на единицу массы среды количество энергии, подводимой в единицу времени к какой-либо точке внутри объема V . Обычно соотношение (2.32) описывает приток или отвод тепла.

В соответствии с законом сохранения энергии имеем

$$d(E_{вн} + E_k) = dA_m + dA_s + dQ_T. \quad (2.33)$$

Подставив в уравнение (2.33) величины, определяемые соотношениями (2.28)–(2.32), и затем разделив все члены на dt , получим

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \left(U + \frac{u^2}{2} \right) dV = \int_V \rho \mathbf{P}_m \cdot \mathbf{u} dV + \int_S \mathbf{p}_n \cdot \mathbf{u} dS + \int_V \rho q_T dV \quad (2.34)$$

Левую часть уравнения (2.34) в отсутствие в выделенном объеме источников и стоков можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V \rho \left(U + \frac{u^2}{2} \right) dV &= \int_V \rho \frac{d}{dt} \left(U + \frac{u^2}{2} \right) dV + \\ &+ \int_V \left(U + \frac{u^2}{2} \right) \frac{d}{dt} (\rho dV) = \\ &= \int_V \rho \frac{d}{dt} \left(U + \frac{u^2}{2} \right) dV \quad (2.35) \end{aligned}$$

Подставив в левую часть уравнения (2.34) интеграл, полученный в результате преобразования (2.35), и одновременно

заменив в правой части этого уравнения интеграл по поверхности интегралом по объему, получим

$$\int_V \rho \frac{d}{dt} \left(U + \frac{u^2}{2} \right) dV = \int_V \rho \mathbf{P}_m \cdot \mathbf{u} dV + \int_V \operatorname{div} \left[(p_{ik}) \mathbf{u} \right] dV + \int_V \rho q_T dV, \quad (2.36)$$

где тензор (p_{ik}) связан с \mathbf{p}_n соотношением $\mathbf{p}_n = \mathbf{n}(p_{ik})$.

Уравнение (2.36) справедливо для любого V что позволяет перейти к дифференциальной форме уравнения энергии:

$$\rho \frac{d}{dt} \left(U + \frac{u^2}{2} \right) = \rho \mathbf{P}_m \cdot \mathbf{u} + \operatorname{div} \left[(p_{ik}) \mathbf{u} \right] + \rho q_T. \quad (2.37)$$

Из уравнения (2.37) можно исключить скорости и массовые силы, если воспользоваться уравнением, описывающим изменение кинетической энергии выделенного объема среды. Это уравнение имеет вид

$$\frac{d}{dt} \int_V \frac{\rho u^2}{2} dV = \int_V \rho \mathbf{P}_m \cdot \mathbf{u} dV + \int_S \mathbf{p}_n \cdot \mathbf{u} dS + \int_V \rho q_i dV, \quad (2.38)$$

где q_i — приходящееся на единицу массы количество энергии, которое затрачивается в единицу времени на работу внутренних сил.

После замены в правой части уравнения (2.38) интеграла по поверхности интегралом по объему закон об изменении кинетической энергии можно представить в дифференциальной форме

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{u^2}{2} \right) = \rho \mathbf{P}_m \cdot \mathbf{u} + \operatorname{div} \left[(p_{ik}) \mathbf{u} \right] + \rho q_i. \quad (2.39)$$

Вычитая из уравнения (2.37) уравнение (2.39), получаем уравнение притока тепла

$$\frac{dU}{dt} = q_T - q_i. \quad (2.40)$$

Переменные U , q_T и q_i связаны с переменными, которые входят в рассмотренные выше уравнения движения и нераз-

рывности среды. Конкретный вид уравнений, устанавливающих эти связи, зависит от принятой физической модели среды. Например, внутреннюю энергию совершенного газа определяет соотношение

$$U = c_v \Theta,$$

где c_v — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; Θ — температура газа.

Приток q_T тепла для многих изотропных сред подчиняется закону теплопроводности Фурье

$$\rho q_T = \text{div}(k_T \text{grad } \Theta),$$

где k_T — коэффициент теплопроводности среды, зависящий от температуры Θ и динамической вязкости μ среды; часто используют соотношение $k_T = c_p \mu / \text{Pr}$ (Pr — число Прандтля, c_p — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении).

Величину q_i в механике жидкости и газа определяют с помощью уравнений (2.19) и (2.39). Полученное при этом уравнение кроме q_i содержит члены, из которых один учитывает мощность, затрачиваемую на обратимый процесс деформации среды, а два других — диссипацию механической энергии из-за вязкости среды.

2.6. Гидравлические модели течений рабочих сред

В общем виде движения рабочих сред подчинены рассмотренным выше фундаментальным законам механики жидкости и газа. Однако непосредственно применяя выражающие эти законы уравнения в технических расчетах, далеко не всегда можно получить необходимые для практики результаты. Такое положение объясняется тем, что для решения уравнений необходимо сформулировать граничные условия, описывающие взаимодействие рабочих сред с помещенными в них или их ограждающими телами. Граничные условия могут быть

причиной гидродинамической неустойчивости движения среды, вследствие которой ламинарное течение переходит в турбулентное. Сложность процессов, происходящих в турбулентных потоках, не позволяет в полной мере воспользоваться общими уравнениями гидродинамики несмотря на то, что они остаются справедливыми. В связи с этим для учета диссипации механической энергии в турбулентных потоках обычно используют экспериментальные данные. Кроме того, при снижении давления до значений, близких к давлению насыщенных паров, в потоке жидкости возникает кавитация, вследствие которой нарушается условие неразрывности течения. Сложные процессы сопровождают течения газов со скоростями, превышающими скорость звука. Перечисленные и другие явления создают значительные трудности при математическом моделировании течений рабочих сред в реальных устройствах.

Эти трудности можно преодолеть, как развивая на основе общих уравнений механики жидкости и газа численные методы моделирования процессов в устройствах гидро- и пневмоприводов, так и достаточно широко применяя издавна известные методы гидравлических расчетов. При таких расчетах рассматривают уравнения и соотношения, записанные в усредненных по пространственным координатам скоростях, давлениях и температурах рабочих сред. Реальную структуру течений в гидравлических моделях отражают посредством коэффициентов, связывающих характеристики потоков с усредненными величинами и характеристики действительных потоков. Коэффициенты находят в результате решения предварительно упрощенных фундаментальных уравнений, обобщения экспериментальных данных и полуэмпирическим путем, используя совместно результаты расчетов и экспериментов.

В гидравлических моделях при выборе границ потока выделяют живые сечения, к которым ортогональны местные скорости, и вводят параметр, называемый *гидравлическим радиусом*

$$R = \frac{S}{\chi}, \quad (2.41)$$

где S — площадь живого сечения; χ — смоченный средой периметр канала.

При напорном движении среды в круглой цилиндрической трубе гидравлический радиус равен половине радиуса проходного сечения трубы. Усредненную по живому сечению скорость v течения находят по соотношению

$$v = \int_S u \frac{dS}{S}, \quad (2.42)$$

где u — местная скорость среды.

Чтобы величины, вычисленные по скорости v , совпадали с величинами, полученными для реального распределения местных скоростей в живом сечении потока, вводят коэффициенты кинетической энергии (коэффициент Кориолиса) α и коэффициент количества движения (коэффициент Буссинеска) β . Коэффициент α равен отношению кинетической энергии среды, протекающей через данное живое сечение, к кинетической энергии, рассчитанной по усредненному значению скорости v :

$$\alpha = \int_S u^3 \frac{dS}{v^3 S}. \quad (2.43)$$

Коэффициент β равен отношению количества движения среды с реальным распределением местных скоростей в живом сечении потока к количеству движения среды с усредненной скоростью v :

$$\beta = \int_S \rho u^2 \frac{dS}{\rho v^2 S}. \quad (2.44)$$

С помощью соотношения

$$u = (1 + \delta_u) v$$

формулы (2.43) и (2.44) можно представить в виде

$$\alpha = \frac{1}{S} \int_S (1 + 3\delta_u + 3\delta_u^2 + \delta_u^3) dS, \quad (2.45)$$

$$\beta = \frac{1}{S} \int_S (1 + 2\delta_u + \delta_u^2) dS. \quad (2.46)$$

Учитывая, что

$$\frac{1}{S} \int_S \delta_u dS = 0, \quad (2.47)$$

по формуле (2.46) находим

$$\frac{1}{S} \int_S \delta_u^2 dS = \beta - 1. \quad (2.48)$$

Используя формулы (2.47) и (2.48), выразим зависимость (2.45) следующим образом:

$$\alpha = 1 + 3(\beta - 1) + \frac{1}{S} \int_S \delta_u^3 dS. \quad (2.49)$$

Если ограничить возможные значения δ_u пределами от -1 до $+1$, то по формуле (2.49) получим следующую приближенную зависимость коэффициента кинетической энергии от коэффициента количества движения:

$$\alpha = 3\beta - 2. \quad (2.50)$$

Например, при ламинарном установившемся течении ньютоновской жидкости в круглой цилиндрической трубе распределение местных скоростей по живому сечению потока описывает уравнение

$$u = u_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right), \quad (2.51)$$

где u_{\max} — местная скорость среды на оси трубы; r — координата, измеренная по радиусу сечения трубы до точки, в которой местная скорость u .

При этом течении по формулам (2.43) и (2.44) $\alpha = 2$, $\beta = 1,33$, а по формуле (2.50) $\alpha = 1,99$, т.е. ошибка приближенного вычисления не превышает 0,5%. В случае турбулентного течения в трубе $\alpha = 1,05 \dots 1,12$, $\beta = 1,04$. Из-за влияния различных устройств, расположенных перед входом в трубу, неравномерность распределения скоростей может возрасти, что приведет к увеличению значений α и β .

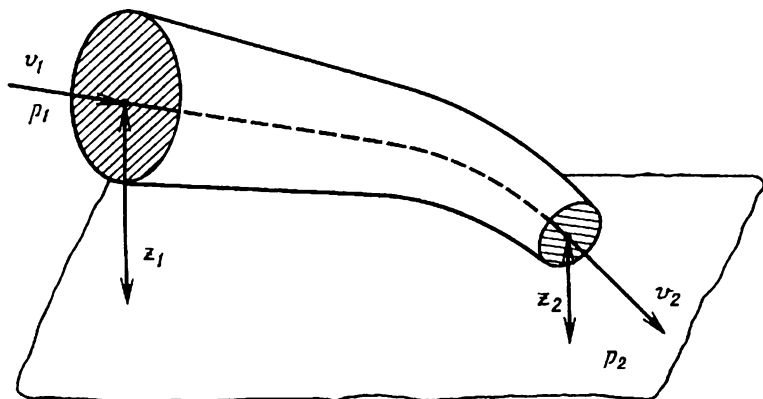


Рис. 2.9. Контрольные сечения канала при описании движения рабочей среды

Рассмотренное без учета сжимаемости среды условие баланса мощностей потока в двух сечениях канала (рис. 2.9) позволяет записать уравнение

$$\rho g Z_1 + p_1 + \frac{\alpha_1 \rho v_1^2}{2} = \rho g Z_2 + p_2 + \frac{\alpha_2 \rho v_2^2}{2} + p_c + \frac{\rho}{2Q} \int_0^l \frac{\partial}{\partial t} (\beta v^2 S) dl, \quad (2.52)$$

где $Q = S_1 v_1 = S_2 v_2$ — объемный расход среды, протекающей в канале.

В уравнении (2.52) индексами “1” и “2” отмечены величины, взятые соответственно для сечений 1 и 2. Величина p_c

определяет потери давления вследствие гидравлического сопротивления канала. Последний член этого уравнения учитывает изменение давления, вызванное инерцией среды при неустановившемся течении. Уравнение вида (2.52) часто называют *уравнением Бернулли* для неустановившегося потока вязкой несжимаемой среды. Однако такое название не соответствует строгому выводу уравнения Бернулли, которое является по сути первым интегралом уравнения Эйлера, описывающего установившееся движение невязкой среды.

Уравнение (2.52) содержит коэффициенты α_1 , α_2 и β , которые обычно находят по экспериментальным данным, полученным при установившихся течениях. Для таких же течений определяют коэффициент гидравлического сопротивления, используемый при вычислении потери давления по формуле

$$p_c = \zeta_i \frac{\rho v_i^2}{2}, \quad (2.53)$$

где ζ_i — коэффициент гидравлического сопротивления, отнесенный к сечению канала, в котором усредненное по сечению канала значение скорости среды равно v_i .

Коэффициент ζ_i зависит от формы канала и числа Рейнольдса, вычисляемого по соотношению

$$Re = \frac{v_i R_i}{\nu}, \quad (2.54)$$

где R_i — гидравлический радиус или другой размер, характеризующий данный канал.

В случае установившегося движения среды последний член уравнения (2.52) обращается в нуль. Сложнее будет ситуация, когда движение среды является неустановившимся. При гидравлических расчетах обычно принимают квазистационарные значения коэффициентов, получая их для установившихся течений среды с разными скоростями. Такой подход основан на замене реального нестационарного потока среды сменяющимися во времени потоками с установившимися распределениями местных скоростей по живому сечению. Выполненные с использованием квазистационарных значений коэффициентов

расчеты неустановившихся процессов в ряде случаев с достаточной для практики точностью подтверждаются результатами экспериментов. Однако, согласно теоретическим и экспериментальным исследованиям, распределения местных скоростей могут существенно изменяться в нестационарных потоках. Вызванные этими изменениями расхождения в нестационарной и квазистационарной моделях течения нетрудно заметить, рассматривая неустановившееся движение вязкой несжимаемой среды в круглой цилиндрической трубе длиной l . Для горизонтально расположенной трубы уравнение (2.52) принимает вид

$$\rho\beta l \frac{dv}{dt} + \frac{\rho l v}{2} \frac{d\beta}{dt} + p_c = p_1 - p_2. \quad (2.55)$$

По уравнению (2.11), пренебрегая массовыми силами, для той же трубы в проекциях на ее ось получаем

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho u_x dV = \int_{S_0} p_1 dS - \int_{S_0} p_2 dS - \int_0^l 2\pi r_0 \tau_{0H} dl, \quad (2.56)$$

где τ_{0H} — касательное напряжение на стенке трубы в нестационарном потоке среды; $S_0 = \pi r_0^2$ — площадь проходного сечения трубы.

Вычислив интегралы в уравнении (2.56) с учетом того, что, давления в пределах одного сечения имеют одинаковые значения, находим

$$\rho l \frac{dQ_0}{dt} = (p_1 - p_2) S_0 - 2\pi r_0 l \tau_{0H}, \quad (2.57)$$

где $Q_0 = S_0 v$ — объемный расход среды, протекающей в трубе.

После деления на S_0 уравнение (2.57) принимает вид

$$\rho l \frac{dv}{dt} + \frac{2l\tau_{0H}}{r_0} = p_1 - p_2. \quad (2.58)$$

При установившемся течении из уравнений (2.55) и (2.58) следует, что

$$p_c = \frac{2l\tau_{0y}}{r_0}, \quad (2.59)$$

где τ_{0y} — касательное напряжение на стенке трубы в установившемся потоке среды.

Если движение среды будет неустановившимся, то, как показывает сравнение уравнений (2.55) и (2.58), соотношение (2.59) можно применять только при $\beta = 1, 0$. Однако это условие не соблюдается; в частности, при ламинарном потоке с квазистационарным распределением местных скоростей по живому сечению $\beta = 1,33$. Расчеты и результаты измерений местных скоростей также подтверждают существенное отличие нестационарного распределения скоростей от квазистационарного. Вследствие этого нестационарные касательные напряжения $\tau_{0н}$ в принципе не должны совпадать с квазистационарными значениями τ_{0y} .

Наряду с трубами, шлангами и другими каналами, длина которых значительно больше размеров, определяющих их проходные сечения, в гидро- и пневмоприводах широко применяют устройства с короткими каналами. Такие проточные элементы имеют постоянные или изменяемые во времени проходные сечения. Характеристики различных проточных элементов при установившихся течениях жидкостей и газов достаточно подробно изучены. Более ограничены сведения о влиянии на эти характеристики неустановившихся течений рабочих сред, что объясняется сложностью нестационарных гидродинамических процессов, которые могут в значительной мере зависеть от вида возмущений и предыстории самого процесса. При отмеченной неопределенности закономерностей неустановившихся течений необходимо определять границы, в пределах которых допустимо в расчетах использовать характеристики, полученные в случае установившихся течений. При колебаниях среды в коротком канале поток можно считать квазистационарным, если

$$\text{Sh} < 0,1(1 + \zeta),$$

где ζ — коэффициент гидравлического сопротивления короткого канала; Sh — число Струхала:

$$\text{Sh} = 4\omega_q \frac{R}{v_y}.$$

Здесь ω_q — угловая частота колебаний потока среды; R — гидравлический радиус отверстия; v_y — установившаяся скорость истечения среды из отверстия.

Коэффициент гидравлического сопротивления короткого канала при установившемся течении зависит от числа Рейнольдса, поэтому указанное выше условие является косвенной оценкой совместного влияния вязкости и инерции среды на процесс истечения из короткого канала. Подобные оценки позволяют приближенно определить границы применимости квазистационарных коэффициентов гидравлических сопротивлений в расчетах динамических характеристик регулирующих и управляющих устройств приводов. Большое количество экспериментальных и теоретических характеристик различных аппаратов, рассчитанных с помощью квазистационарных коэффициентов, обычно подтверждают их хорошее соответствие друг другу.

Обобщая различные случаи механики нестационарных потоков рабочих сред, можно предложить следующий подход к использованию гидравлических моделей при расчетах и исследованиях устройств гидро- и пневмоприводов. Динамические характеристики устройств, имеющих короткие каналы с местными гидравлическими сопротивлениями, определяются при квазистационарных коэффициентах истечения. Волновые процессы в трубопроводах, шлангах и других длинных гидро- и пневмолиниях во избежание ошибок при расчете максимальных изменений давлений целесообразно рассматривать с учетом нестационарности коэффициентов сопротивления трения. Предлагаемый подход применен в дальнейшем при изложении вопросов математического моделирования и динамики гидро- и пневмоприводов.

Вопросы для самопроверки

1. На каких основных принципах теоретической механики основаны расчеты гидро- и пневмоприводов?
2. Как определить график нагрузок на выходном звене гидро- или пневмопривода?

3. По каким показателям определяют оптимальное передаточное число в механизме, соединяющем выходное звено привода с объектом управления?
4. Какие уравнения механики жидкости и газа необходимы для расчетов гидро- и пневмоприводов?
5. Какие особенности имеют гидравлические модели течений рабочих сред?

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ГИДРО- И ПНЕВМОПРИВОДОВ С РАБОЧИМИ СРЕДАМИ

3.1. Гидростатические силы

В местах контакта рабочей среды с поверхностью элемента гидро- или пневмопривода возникают напряжения, которые определяют силы, приложенные к элементу со стороны среды. Силы, действующие при равновесии среды, называют *гидростатическими*, при движении среды, — *гидродинамическими*.

Равновесие среды описывают уравнения Эйлера (см. гл. 2)

$$P_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad P_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad P_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \quad (3.1)$$

Умножив каждое из уравнений (3.1) на dx , dy , dz соответственно и затем сложив их, получим

$$P_x dx + P_y dy + P_z dz - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) = 0.$$

В уравнении выражение в скобках является полным дифференциалом, поэтому

$$dp = \rho (P_x dx + P_y dy + P_z dz). \quad (3.2)$$

Уравнения (3.1) и (3.2) справедливы также при относительном покое среды в каком-либо сосуде, который перемещается в инерциальной системе координат. В этом случае проекции P_x , P_y , P_z массовой силы P_m вычисляются с учетом ускорений переносного движения среды.

Пренебрегая массовыми силами, имеем $dp = 0$, что означает равенство давлений во всех точках рассматриваемого объема среды. Данное условие обычно используют при определении сил, действующих на элементы исполнительных гидро- и пневмодвигателей, примеры расчета которых приведены в главе 1. Аналогично находят силы, действующие на элементы гидро- и пневмоаппаратов при равновесии рабочей среды или при ее движении со скоростями, при которых гидродинамические давления мало отличаются от гидростатических. В золотниковых, клапанных и других регулирующих устройствах скорости течения рабочей среды вблизи мест, где происходит дросселирование потока, могут быть значительными, и тогда следует учитывать гидродинамические силы. Для расчета этих сил необходимо знать параметры, характеризующие течения в коротких каналах с дросселированием потока среды.

3.2. Течения в коротких каналах с дросселированием потоков рабочих сред

Рассмотрим течение жидкости в канале с дросселирующей поток диафрагмой (рис. 3.1). Исходным для определения характеристик такого течения может служить уравнение (2.52). При установившемся течении последний член в правой части уравнения равен нулю. Если принять для простоты положение оси канала горизонтальным, то, выбрав контрольные сечения $a - a$ и $x - x$, из этого уравнения получим

$$p_a + \rho \frac{\alpha_a v_a^2}{2} = p_x + \rho \frac{\alpha_x v_x^2}{2} + \zeta_{ax} \rho \frac{v_x^2}{2}. \quad (3.3)$$

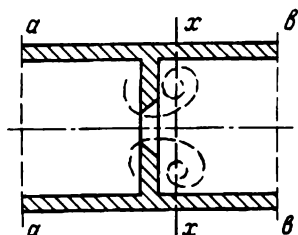


Рис. 3.1. Схема течения жидкости в канале с дросселирующей поток диафрагмой

Для сечений $x - x$ и $b - b$ соответственно имеем:

$$p_x + \rho \frac{\alpha_x v_x^2}{2} = p_b + \rho \frac{\alpha_b v_b^2}{2} + \zeta_{xb} \rho \frac{v_x^2}{2}. \quad (3.4)$$

В уравнения (3.3) и (3.4) входят следующие величины: p_a , p_x , p_b — давления в указанных на рис. 3.1 сечениях; v_a , v_x , v_b и α_a , α_x , α_b — скорости жидкости и коэффициенты кинетической энергии в тех же сечениях; ζ_{ax} , ζ_{xb} — коэффициенты гидравлических сопротивлений участков между сечениями $(a - a) - (x - x)$ и $(x - x) - (b - b)$.

У реальных дроссельных устройств значения v_a и v_b незначительно различаются и каждое из них всегда меньше v_x , а коэффициенты кинетической энергии при турбулентных течениях, наиболее частых в таких устройствах, близки к единице. С учетом этих дополнительных допущений по уравнениям (3.3) и (3.4) находим

$$v_x = \frac{1}{\sqrt{\zeta_{др}}} \sqrt{\frac{2(p_a - p_b)}{\rho}}, \quad (3.5)$$

где $\zeta_{др} = \zeta_{ax} + \zeta_{xb}$ — коэффициент гидравлического сопротивления короткого канала с дросселированием потока жидкости.

Чтобы вычислить расход $Q_{др}$ жидкости, протекающей по каналу, скорость v_x необходимо умножить на площадь S_x живого сечения потока, которая вследствие сужения потока будет несколько меньше площади $S_{др}$ проходного сечения дроссельного отверстия. Вводя коэффициент сжатия потока

$$\varepsilon = \frac{S_x}{S_{др}}, \quad (3.6)$$

получаем

$$Q_{др} = \mu_{др} S_{др} \sqrt{\frac{2(p_a - p_b)}{\rho}}, \quad (3.7)$$

где $\mu_{др} = \varepsilon / \sqrt{\zeta_{др}}$ — коэффициент расхода короткого канала с установленной в нем дросселирующей поток диафрагмой.

Формула (3.7) является одной из основных среди применяемых в технических приложениях при расчетах разнообразных

дроссельных устройств. Коэффициент $\mu_{др}$, который входит в эту формулу, обычно принимают по экспериментальным данным, представленным в зависимости от числа Рейнольдса

$$Re = \frac{4S_{др}v_x}{\chi_{др}\nu}, \quad (3.8)$$

где $\chi_{др}$ — смоченный периметр отверстия (для круглого отверстия диаметром d_0 , $4S_{др}/\chi_{др} = d_0$; для прямоугольного отверстия, открываемого кромкой золотника на величину $x_3 \ll b$, b — ширина, $4S_{др}/\chi_{др} = 2x_3$); ν — кинематическая вязкость жидкости.

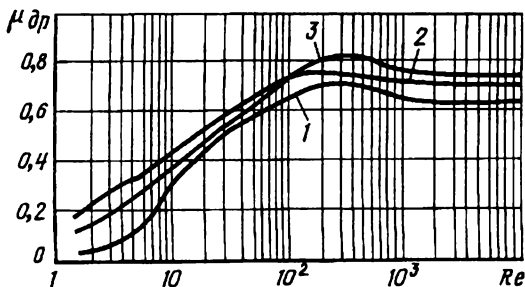


Рис. 3.2. Зависимость коэффициентов расхода дроссельных устройств от числа Рейнольдса

На рис. 3.2 приведены графики зависимостей $\mu_{др}$ от Re для круглого отверстия с острой кромкой (кривая 1) и для прямоугольного окна в гильзе гидроаппарата с цилиндрическим золотником, бурты которого имеют острые (кривая 2) и притупленные (кривая 3) кромки. При больших числах Рейнольдса коэффициент расхода отверстия с острой кромкой достигает значения, равного 0,62. Почти такое же значение получено в механике жидкости и газа в результате решения задачи о плоскопараллельном истечении невязкой несжимаемой среды через отверстие с острыми кромками. Это показывает, что коэффициент расхода в основном определяется значением коэффициента сжатия потока после дроссельного отверстия. Данное положение известно из гидравлики и подтверждается также

тем, что при притупленных кромках золотника коэффициент расхода прямоугольных окон несколько выше, чем при острых кромках.

Течения газа в каналах с дросселями отличаются от течений жидкостей из-за более значительного изменения плотности газов в зависимости от давления и вследствие меньшей вязкости газов. Связь между расходом газа и разностью давлений во входном и выходном сечениях канала можно найти с помощью уравнения Бернулли для установившегося движения невязкого совершенного газа. Вычисленные таким способом теоретические значения расхода удастся приблизить к действительным, используя экспериментальные коэффициенты расхода. Для газов, учитывая их большую сжимаемость, обычно определяют массовые расходы.

Для баротропного установившегося движения газа уравнение Бернулли выводят из уравнений гидродинамики Эйлера. Пренебрегая объемными силами, представим уравнение в виде

$$\frac{v^2}{2} + \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho(p)} = \text{const.}$$

В случае адиабатического движения невязкого газа зависимость плотности газа от давления описывается соотношением

$$\rho = \rho_0(p/p_0)^{1/k}, \quad (3.9)$$

где ρ и ρ_0 — плотности газа при давлениях p и p_0 соответственно; k — показатель политропы, равный отношению теплоемкости c_p газа при постоянном давлении к теплоемкости c_v газа при постоянном объеме; для воздуха $k = 1,4$.

Вычислив интеграл

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho(p)} = \frac{p_0^{1/k}}{\rho_0} \int_{p_0}^p p^{-1/k} dp = -\frac{k}{k-1} \left(\frac{p_0}{\rho_0}\right) \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{(k-1)/k}\right],$$

приведем уравнение Бернулли к виду

$$\frac{v^2}{2} - \frac{k}{k-1} \left(\frac{p_0}{\rho_0}\right) \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{(k-1)/k}\right] = \text{const.} \quad (3.10)$$

Содержащиеся в уравнении (3.10) величины p_0 и ρ_0 выбирают постоянными и соответствующими адиабатически заторможенному газу при $v = 0$. Из уравнения (3.10) следует формула Сен-Венана и Ванцеля

$$v = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left(\frac{p_0}{\rho_0}\right) \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{(k-1)/k}\right]} \quad (3.11)$$

Формула (3.11) определяет скорость v в любом живом сечении потока газа, в котором давление равно p .

Если принять скорость в канале перед дросселем достаточно малой, чтобы в этой области считать газ адиабатически заторможенным, то скорость v_x в сечении $x - x$ после дросселя можно вычислить по формуле (3.11), предварительно подставив в нее вместо p_0 и ρ_0 давление p_a и плотность ρ_a газа в сечении $a - a$ перед дросселем.

Массовый расход $G_{др}$ газа на выходе из дросселя равен:

$$G_{др} = \rho_x v_x S_x, \quad (3.12)$$

где ρ_x и S_x — плотность газа и площадь живого сечения потока на выходе из дросселя.

Согласно соотношению (3.9)

$$\rho_x = \rho_a \left(\frac{p_x}{p_a}\right)^{1/k} \quad (3.13)$$

Плотность ρ_a зависит от абсолютной температуры Θ_a газа перед дросселем. Для совершенного газа эта зависимость описывается уравнением Клапейрона

$$p_a = \rho_a R \Theta_a, \quad (3.14)$$

где R — газовая постоянная, для воздуха равная $287,14 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{К})$.

До тех пор, пока скорость v_x не превышает скорость звука в рассматриваемом сечении потока газа, давление p_x можно считать равным давлению p_b в канале после дросселя, где, как и до дросселя, будем пренебрегать скоростью движения газа. Используя с учетом сказанного уравнения (3.13) и (3.14), по

формулам (3.11) и (3.12) нетрудно найти теоретическое выражение для массового расхода через дроссель, умножив которое на коэффициент $\mu_{др}$ расхода, получим

$$G_{др} = \mu_{др} S_{др} \frac{p_a}{\sqrt{R\Theta_a}} \left(\frac{p_b}{p_a}\right)^{1/k} \sqrt{\frac{\left[1 - \left(\frac{p_b}{p_a}\right)^{(k-1)/k}\right] 2k}{k-1}}, \quad (3.15)$$

где $S_{др}$ — площадь проходного сечения дросселя.

Коэффициент $\mu_{др}$ расхода в формуле (3.15) учитывает как возможное различие значений S_x и $S_{др}$, так и гидравлическое сопротивление канала с дросселем. Этот коэффициент зависит от формы дросселя и режимов течения газа в канале, он может находиться в пределах от 0,6 до 1,0.

При уменьшении давления p_b на выходе из канала до критического значения $p_{кр}$, при котором скорость v движения газа в сечении $x - x$ или в каком-либо другом сечении потока после дросселя становится равной местной скорости c звука, возникает *запирание* выходного сечения канала. В этом случае истечение газа происходит с постоянной критической скоростью даже при дальнейшем уменьшении давления p_b . Критерием смены режимов движения газа служит число Маха

$$Ma = \frac{v}{c}. \quad (3.16)$$

Если $Ma < 1$, то движение газа дозвуковое, если $Ma > 1$, то движение газа сверхзвуковое, при $Ma = 1$ имеем $p_b = p_{кр}$. Критические параметры $p_{кр}$, $\Theta_{кр}$, $c_{кр}$, $\rho_{кр}$ вычисляются с помощью параметров p_a , Θ_a , c_a , ρ_a заторможенного газа, используя соотношения:

$$\frac{p_{кр}}{p_a} = \left[\frac{2}{k+1}\right]^{\frac{k}{k-1}}, \quad \frac{\Theta_{кр}}{\Theta_a} = \frac{2}{k+1};$$

$$\frac{c_{кр}}{c_a} = \sqrt{\frac{2}{k+1}}; \quad \frac{\rho_{кр}}{\rho_a} = \left[\frac{2}{k+1}\right]^{\frac{1}{k-1}}$$

В соответствии с первым из этих четырех соотношений условие, при выполнении которого движение газа будет дозвуковым

и справедлива формула (3.15), имеет вид

$$\frac{p_b}{p_a} \geq \left[\frac{2}{k+1} \right]^{k-1} \quad (3.17)$$

Для воздуха $k = 1,4$, поэтому течение является дозвуковым, если

$$\frac{p_b}{p_a} \geq 0,528.$$

Оценка влияния сжимаемости газа на значения расхода показывает, что при $Ma < 0,14$ ошибка не превысит 1%, если расход вычислен как для несжимаемой жидкости.

При $(p_b/p_a) \leq (p_{кр}/p_a)$ массовый расход газа через дроссель определяется соотношением

$$G_{др}^* = \mu_{др} S_{др} \rho_{кр} c_{кр}. \quad (3.18)$$

С учетом, что

$$c_a = \sqrt{kR\Theta_a}, \quad p_a = \rho_a R\Theta_a \quad (3.19)$$

формулу (3.18) можно привести к виду

$$G_{др}^* = \mu_{др} S_{др} \frac{p_a \sqrt{k \left[\frac{2}{k+1} \right]^{(k+1)/(k-1)}}}{\sqrt{R\Theta_a}}. \quad (3.20)$$

Формула (3.20) показывает, что в данном случае массовый расход газа через дроссель не зависит от давления p_b на выходе из канала, а изменяется только при увеличении или уменьшении давления p_a на входе в канал.

Разделив формулу (3.15) на (3.20), получим

$$\frac{G_{др}}{G_{др}^*} = f \left(\frac{p_b}{p_a} \right). \quad (3.21)$$

С помощью функции (3.21), график которой показан на рис. 3.3, массовый расход газа через дроссель можно вычислять по формуле

$$G_{др} = G_{др}^* f \left(\frac{p_b}{p_a} \right). \quad (3.22)$$

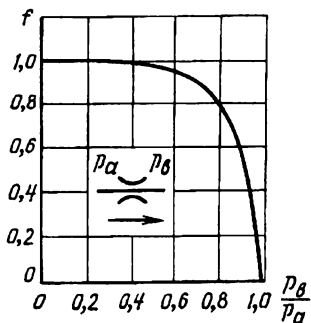


Рис. 3.3. График функции для расчета массового расхода газа через дроссель

Для воздуха Л. Прандтль предложил приближенные формулы, которые представим в виде

$$f\left(\frac{p_b}{p_a}\right) = 2\sqrt{\left(1 - \frac{p_b}{p_a}\right) \frac{p_b}{p_a}}; \quad (3.23)$$

$$G_{др}^* = 0,039\mu_{др}S_{др} \frac{p_a}{\sqrt{\Theta_a}}. \quad (3.24)$$

Явление, аналогичное запиранию канала с дросселем при критическом истечении газа, наблюдается и при течении жидкости в канале с жиклером в виде цилиндрического насадка. В таком жиклере после снижения давления в сжатом сечении потока до значения, близкого к давлению насыщенных паров жидкости, возникает кавитация, которая сопровождается отрывом потока от стенок жиклера. При последующем увеличении давления на выходе из канала расход жидкости не изменяется до тех пор, пока это давление не станет равным приблизительно половине давления на входе в канал.

3.3. Гидродинамические силы и их расчет для сопла-заслонки и клапана

Гидродинамические силы действуют на обтекаемые рабочей средой элементы гидро- и пневмоприводов. Эти силы, как и рассмотренные выше гидростатические силы, определяются интегралом, взятым по поверхности от приложенных к ней в местах контакта с рабочей средой напряжений. В общем

случае напряжения могут быть представлены нормальными и касательными к поверхности составляющими. Соответственно гидродинамические силы подразделяют на силы давления и силы трения.

При вычислении гидродинамических сил наиболее сложно найти функции, которые описывают распределение напряжений по поверхностям тел, обтекаемых рабочей средой. В связи с чем расчеты чаще всего выполняют, привлекая дополнительно к теоретическим соотношениям экспериментальные характеристики. Сначала познакомимся с методами расчета сил давления, так как для изложения расчета сил трения потребуется еще обсудить закономерности течений в зазорах между подвижными и неподвижными элементами.

Силы давления можно найти двумя методами. Согласно первому, предварительно вычисляют действующую на элемент гидростатическую силу, которую затем умножают на коэффициент, полученный экспериментальным путем. В таком расчете используют соотношение

$$P_{Гд} = k_{Гд}P_{Гс}, \quad (3.25)$$

где $P_{Гд}$ — гидродинамическая сила давления; $P_{Гс}$ — сила гидростатического давления; $k_{Гд}$ — коэффициент, учитывающий действительное распределение давления среды на поверхности обтекаемого тела.

Коэффициент $k_{Гд}$ зависит от формы обтекаемого рабочей средой тела, его относительных размеров, числа Рейнольдса при установившемся движении среды, а при неустановившемся движении — от критериев, характеризующих вид и параметры процесса. При известных значениях $k_{Гд}$ расчет по формуле (3.25) достаточно прост, так как силу $P_{Гс}$ нетрудно определить с помощью уравнений равновесия рабочей среды. Однако вследствие влияния многих факторов на $k_{Гд}$ его значения в большинстве случаев заранее известны только для конкретных конструкций устройств, работающих при заданных условиях, что ограничивает возможности распространения полученных результатов на другие устройства.

Более общими могут быть расчеты, выполненные в соответствии со вторым методом, который основан на теореме об

изменении количества движения среды, протекающей сквозь выделенный неподвижной поверхностью S объем V . Согласно этой теореме запишем следующее уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u dV + \int_S \rho u u_n dS = P_V + P_S + P_T, \quad (3.26)$$

где \mathbf{u} — вектор местной скорости среды; u_n — проекция вектора скорости на нормаль к поверхности S ; P_V — вектор массовых сил; P_S — вектор сил давления и трения на поверхности S ; P_T — вектор сил, приложенных к среде со стороны обтекаемого ею тела.

Левая часть уравнения состоит из суммы изменяющегося во времени количества движения среды, находящейся в объеме V , и количества движения среды, проходящей через поверхность S . В правую часть уравнения входят силы, которые приложены к выделенному объему среды. Если тело не целиком находится внутри выделенного объема, то та часть его поверхности, которая соприкасается со средой, будет частью поверхности S . При этом вектор P_S следует вычислять, не учитывая силы, действующие на среду со стороны указанной части поверхности тела, так как они составляют силу P_T .

Применим уравнение (3.26) для расчета гидродинамических сил, выбрав, с одной стороны, достаточно часто используемые в гидро- и пневмоприводах элементы, а с другой — позволяющие наглядно представить метод расчета. К таким элементам можно отнести сопло-заслонку, клапан и золотник. Вначале рассмотрим сопло-заслонку и клапан.

Сопло-заслонка. Схема потока среды, вытекающей из сопла A , частично прикрытого плоской заслонкой B , дана на рис. 3.4, *a*. При истечении среды в пространство, в котором та же среда находится под давлением $p_{сл}$ больше атмосферного, распределение давления на поверхности заслонки будет близким к показанному на рисунке.

Штриховой линией выделим в потоке границы объема и укажем контрольные сечения 1-1 и 2-2, через которые среда соответственно втекает в выделенный объем и вытекает из него. Примем, что давления и скорости в живых сечениях

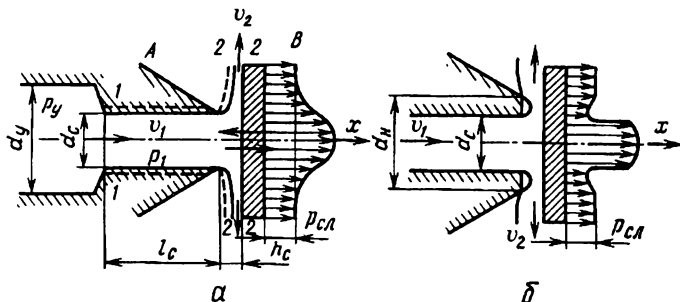


Рис. 3.4. Схема течения рабочей среды в устройстве сопло-заслонка

потока, совпадающих с контрольными сечениями, распределены равномерно, а размеры заслонки по сравнению с диаметром отверстия в сопле настолько велики, что скорость v_2 направлена по нормали к оси сопла. Кроме того, не будем учитывать массовые силы, инерцию среды после ее истечения из сопла и силы трения на поверхности, ограничивающей выделенный объем. При перечисленных допущениях, следуя приведенной выше теореме, запишем в проекциях на ось x уравнение количества движения в виде

$$l_c \frac{\partial G_1}{\partial t} - G_1 v_1 = S_c p_1 - S_c p_{сл} - P_{з.с}, \quad (3.27)$$

где G_1 , v_1 и p_1 — массовый расход, скорость среды и давление в сечении 1-1; S_c — площадь проходного сечения сопла, при круглом цилиндрическом сопле, $S_c = \pi d_c^2/4$; $P_{з.с}$ — сила воздействия заслонки на вытекающий из сопла поток.

Гидродинамическая сила $P_{гд}$, приложенная со стороны потока к заслонке, равна и противоположна по направлению силе $P_{з.с}$, что позволяет по уравнению (3.27) найти

$$P_{гд} = S_c(p_1 - p_{сл}) + G_1 v_1 - l_c \frac{\partial G_1}{\partial t}. \quad (3.28)$$

При установившемся движении среды последний член в уравнении (3.28) будет равен нулю, им можно также пренебречь при малой длине l_c . В этих случаях

$$P_{гд} = S_c(p_1 - p_{сл}) + G_1 v_1. \quad (3.29)$$

Уравнение (3.29) показывает, что действующая на заслонку гидродинамическая сила несколько превышает гидростатическую силу, определяемую первым членом в правой части этого уравнения. Такое дополнительное воздействие среды на заслонку происходит вследствие поворота потока, который сопровождается расширением на поверхности заслонки области повышенного давления (рис. 3.4, а). Для вычисления гидродинамической силы $P_{ГД}$ необходимо знать давление p_1 , массовый расход G_1 и скорость v_1 . Перечисленные величины связаны с давлением p_y в камере перед соплом, давлением $p_{сл}$ после сопла, а также зависят от расстояния h_c между соплом и заслонкой. Скорость движения среды в камере перед соплом обычно можно считать пренебрежимо малой по сравнению со скоростью в самом сопле.

При истечении газа для вычисления скорости применяют формулу (3.11), в которую подставляют: $p = p_1$, $p_0 = p_y$, $v = v_1$, $\rho_0 = \rho_y = p_y / (R\Theta_y)$, где Θ_y — температура газа в камере перед соплом. После такой замены величин имеем

$$p_1 = p_y \left[1 - \frac{(k-1)v_1^2}{2kR\Theta_y} \right]^{k/(k-1)} \quad (3.30)$$

Значение скорости v_1 по условию сохранения массы для протекающей по соплу среды должно также удовлетворять соотношению

$$\rho_1 S_c v_1 = G_c. \quad (3.31)$$

Массовый расход G_c газа через сопло, прикрытое заслонкой, определяется по формулам (3.20) и (3.22) после замены в них величин с помощью соотношений:

$$\begin{aligned} G_{др}^* &= G_c^* & G_{др} &= G_c, & p_a &= p_y, \\ \Theta_a &= \Theta_y, & p_b &= p_{сл}, & \mu_{др} &= \mu_c. \end{aligned}$$

Коэффициент расхода μ_c либо выбирают на основании экспериментальных данных, либо назначают равным 0,7–0,8. Для круглого цилиндрического сопла $S_{др} = \pi d_c h_c$. Учитывая малые размеры сопла по сравнению с размерами камеры перед

ним, при определении значения плотности ρ_1 газа можно принять, что температура Θ_1 газа в сечении 1-1 равна температуре газа Θ_y в камере перед соплом. При таком допущении по уравнению (3.14) находим

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R\Theta_y}. \quad (3.32)$$

С помощью соотношения (3.32) формулу (3.31) представим в виде

$$v_1 = \frac{G_c R \Theta_y}{p_1 S_c}. \quad (3.33)$$

Уравнение (3.30) после подстановки в него v_1 из соотношения (3.33) запишем в виде

$$p_1 = p_y \left[1 - \frac{(k-1) G_c^2 R \Theta_y}{2k S_c^2 p_1^2} \right]^{k/(k-1)} \quad (3.34)$$

Таким образом, в случае течения газа для вычисления гидродинамической силы $P_{Гд}$, действующей на заслонку, выполняются следующие операции. Сначала при выбранном значении h_c по формулам (3.20) и (3.22) находят значение массового расхода G_c . Затем решают уравнение (3.34) относительно p_1 и по соотношению (3.33) определяют v_1 . Полученные значения p_1 , $G_1 = G_c$ и v_1 подставляют в формулу (3.29).

Если рабочей средой служит малосжимаемая жидкость, то расчет несколько упрощается, так как плотность среды можно принять постоянной. При установившемся движении среды, не учитывая пока сопротивление на входе в сопло и по-прежнему пренебрегая скоростью среды в камере перед соплом, по уравнению Бернулли находим

$$p_1 = p_y - \frac{\rho v_1^2}{2}. \quad (3.35)$$

Скорость v_1 вычислим по расходу жидкости, значения которого, согласно условию неразрывности течения, будут одинаковыми на участке между сечениями 1-1 и 2-2 (см. рис. 3.4, а) и поэтому

$$v_1 = \frac{Q_c}{S_c}, \quad (3.36)$$

где Q_c — объемный расход жидкости, вытекающей из прикрытого заслонкой сопла; S_c — проходное сечение сопла, равное $\pi d_c^2/4$.

Сопло вместе с зазором между его торцом и заслонкой представляет собой короткий канал с дросселем, следовательно, для определения расхода Q_c можно применить формулу (3.7). С учетом того, что здесь $Q = Q_c$, $\mu_{др} = \mu_c$, $S_{др} = \pi d_c h_c$, $p_a = p_y$, $p_b = p_{сл}$, запишем эту формулу в виде

$$Q_c = \mu_c \pi d_c h_c \sqrt{\frac{2(p_y - p_{сл})}{\rho}} \quad (3.37)$$

Коэффициент μ_c расхода учитывает гидравлическое сопротивление всего канала от камеры перед соплом, в которой давление равно p_y , до камеры с давлением $p_{сл}$. Значения этого коэффициента близки к $0,7 \dots 0,8$ при числах Рейнольдса $Re = v_1 d_c / \nu = 2 \cdot 10^4$. Объемный Q_c и массовый G_1 расходы через прикрытое заслонкой сопло связаны соотношением

$$G_1 = \rho Q_c. \quad (3.38)$$

После подстановки в формулу (3.29) определяемых соотношениями (3.35)–(3.38) величин G_1 и v_1 получаем

$$P_{ГД} = S_c (p_y - p_{сл}) \left[1 + \left(\frac{4\mu_c h_c}{d_c} \right)^2 \right]. \quad (3.39)$$

По формуле (3.39) можно оценить отличие гидродинамической силы от гидростатической, действующей на заслонку, когда она полностью закрывает сопло ($h_c = 0$). Отношение h_c/d_c в реальных устройствах составляет $0,1 \dots 0,25$, а среднее из указанных выше значение μ_c равно $0,75$. При этом гидродинамическая сила $P_{ГД}$ будет больше гидростатической в $1,09 \dots 1,56$ раза.

В схеме, принятой для расчета гидродинамической силы, поток рабочей среды не соприкасается с торцом сопла. Такая картина течения имеет место при острой кромке у выходного отверстия сопла. В случае притупленной кромки вытекающий из сопла поток может “прилипнуть” к торцу сопла и тогда

вблизи выходной кромки сопла в потоке образуется сжатое сечение, в котором давление будет меньше $p_{сл}$ (рис. 3.4, б). Если рабочей средой является жидкость, то из-за снижения давления в зазоре между торцом сопла и заслонкой возможно возникновение неустойчивого кавитационного течения, при котором гидродинамическая сила будет периодически изменяться, что приведет к колебаниям заслонки. Для устранения этих колебаний повышают давление $p_{сл}$.

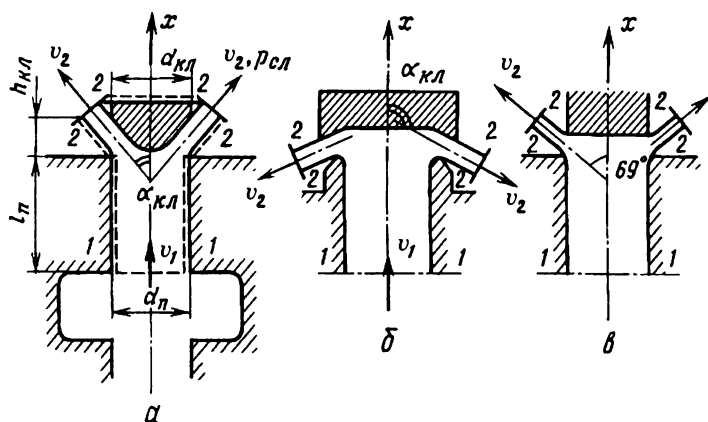


Рис. 3.5. Влияние формы клапана на углы истечения рабочей среды: а — $\alpha < 90^\circ$, б — $\alpha > 90^\circ$, в — $\alpha = 69^\circ$

Клапан. Гидродинамическая сила, действующая на клапан, определяется почти так же, как в случае сопла-заслонки. Отличие главным образом вызвано тем, что поперечный размер $d_{кл}$ (рис. 3.5, а) близок к поперечному размеру (диаметру $d_{п}$) канала, по которому рабочая среда подводится к клапану. Вследствие этого направление течения среды после клапана может отклоняться от его оси на угол $\alpha_{кл}$, не равный 90° . В связи с чем уравнение количества движения, записанное в проекциях на ось, совпадающую с осью клапана, будет содержать проекцию количества движения рабочей среды после клапана. Заметим, что для сопла-заслонки аналогичная проекция количества движения среды обратилась в нуль, так как течение среды направленно вдоль заслонки по нормали к оси сопла.

В остальном можно повторить рассмотренные выше шаги по вычислению гидродинамической силы, представив ее при установившемся движении среды в виде

$$P_{Гд} = (p_{п} - p_{сл}) S_{п} + G_{кл} v_1 - G_{кл} v_2 \cos \alpha_{кл}, \quad (3.40)$$

где $P_{Гд}$ — гидродинамическая сила, действующая на клапан; $p_{п}$ и $p_{сл}$ — давления в камере перед входом в подводной канал клапана и на сливе после клапана; $S_{п}$ — площадь проходного сечения подводного канала клапана; $G_{кл}$ — массовый расход среды, пропускаемой клапаном; v_1 и v_2 — скорости среды в сечениях 1-1 и 2-2 соответственно.

Если рабочей средой является газ, то при использовании формул для расчета массового расхода и скоростей среды необходимо принять:

$$G_{др} = G_{кл}, \quad G_{др}^* = G_{кл}^*, \quad p_a = p_{п}, \quad p_b = p_{сл}, \\ \Theta_a = \Theta_{п}, \quad \mu_{др} = \mu_{кл}, \quad S_{др} = S_{кл}.$$

Графики зависимости коэффициента расхода $\mu_{кл}$ клапана от числа Рейнольдса и относительных размеров клапана похожи на графики таких же зависимостей, приведенных на рис. 3.2 для золотников. Для клапанов число Рейнольдса находят с помощью соотношения (3.8), подставляя в него вычисленные с учетом формы клапана его площадь проходного сечения и смоченный периметр. Ориентировочные значения $\mu_{кл}$ равны 0,8 при $Re \geq 2 \cdot 10^4$. Площадь проходного сечения $S_{кл}$ (рис. 3.5, а) определяется соотношением

$$S_{кл} = \pi d_{п} h_{кл} \sin \alpha_{кл}, \quad (3.41)$$

где $h_{кл}$ — высота подъема клапана над седлом.

При установившемся движении малосжимаемой жидкости уравнение (3.40) можно привести к виду

$$P_{Гд} = (p_{п} - p_{сл}) S_{п} + \rho Q_{кл} (v_1 - v_2 \cos \alpha_{кл}), \quad (3.42)$$

где ρ — плотность жидкости; $Q_{кл}$ — объемный расход жидкости через клапан.

Величины, которые входят в уравнение (3.42), вычисляют с помощью соотношений:

$$Q_{\text{кл}} = \mu_{\text{кл}} S_{\text{кл}} \sqrt{\frac{2(p_{\text{п}} - p_{\text{сл}})}{\rho}}; \quad (3.43)$$

$$v_1 = \frac{Q_{\text{кл}}}{S_{\text{п}}}; \quad (3.44)$$

$$v_2 = \frac{Q_{\text{кл}}}{\mu_{\text{кл}} S_{\text{кл}}}. \quad (3.45)$$

Используя соотношения (3.41) и (3.43)–(3.45) уравнение (3.42) можно также записать в виде (3.25):

$$P_{\text{Гд}} = (p_{\text{п}} - p_{\text{сл}}) S_{\text{п}} K_{\text{кл}}, \quad (3.46)$$

где

$$K_{\text{кл}} = 1 - \frac{8\mu_{\text{кл}} h_{\text{кл}}}{d_{\text{п}}} \sin \alpha_{\text{кл}} \cos \alpha_{\text{кл}} + \frac{32\mu_{\text{кл}}^2 h_{\text{кл}}^2}{d_{\text{п}}^2} \sin^2 \alpha_{\text{кл}}.$$

Из формулы, определяющей коэффициент $K_{\text{кл}}$, и уравнения (3.46) следует, что на гидродинамическую силу существенно влияет угол $\alpha_{\text{кл}}$ между вектором скорости среды после клапана и осью клапана. При $h_{\text{кл}} \ll d_{\text{п}}$ и углах $\alpha_{\text{кл}}$ менее 90° значения $K_{\text{кл}}$ будут меньше единицы, поэтому вычисленная по формуле (3.46) гидродинамическая сила получается меньше гидростатической силы, равной $(p_{\text{п}} - p_{\text{сл}}) S_{\text{п}}$. Если клапан и его седло выполнены так, как показано на рис. 3.5, б, то угол $\alpha_{\text{кл}}$ будет превышать 90° , соответственно, значение $K_{\text{кл}}$ становится больше единицы, а гидродинамическая сила — больше гидростатической.

При некоторых формах клапана и седла течение после клапана может быть отрывным (рис. 3.5, в). С изменением относительного подъема $h_{\text{кл}}/d_{\text{п}}$ такого клапана отрывное течение переходит в течение с прилипанием потока либо к седлу, либо к клапану. Смена режимов течения среды сопровождается периодическими изменениями гидродинамической силы, что вызывает колебания клапана.

3.4. Гидродинамические силы, действующие на золотники

Золотники направляющих и регулирующих аппаратов имеют на своих буртах одну, две или четыре кромки, в окрестностях которых происходит течение рабочей среды, поступающей из одного канала в другой. При течении среды на золотники действуют гидродинамические силы, причины появления которых такие же, как в случае сопла-заслонки или клапана.

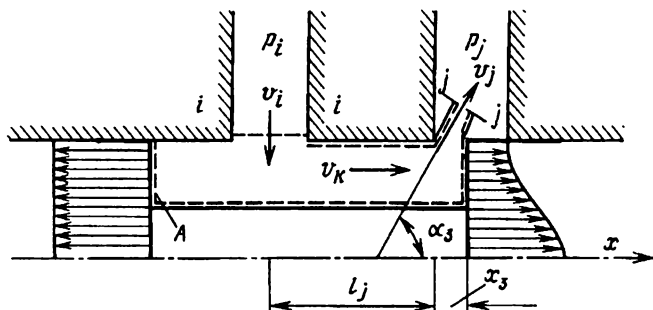


Рис. 3.6. Схема для расчета гидродинамической силы при обтекании рабочей средой одной кромки золотника

Чтобы выяснить влияние конструктивных особенностей золотников на значения гидродинамических сил, рассмотрим сначала течение среды при соединении двух каналов посредством окна, открываемого одной кромкой золотника (рис. 3.6). Выделенный на рисунке штриховой линией контур A может относиться к цилиндрическому или плоскому золотнику. Вследствие повышенной скорости течения вблизи окна давление в этом месте, согласно уравнению Бернулли, снижается; по мере удаления от окна скорость течения среды уменьшается, а давление соответственно возрастает. В результате распределение давления по поверхности правого бурта будет неравномерным. Около левого бурта в среде образуется застойная область, в которой давление на поверхности бурта золотника распределено практически равномерно. Из-за различного

распределения давлений по поверхностям буртов к золотнику будет приложена гидродинамическая сила, направленная противоположно направлению течения среды. Когда кромка золотника полностью закрывает окно, течение среды между буртами отсутствует и действующие на бурты гидростатические силы взаимно уравновешиваются.

В связи с тем, что распределение давлений по поверхностям буртов при движении среды не поддается расчету, гидродинамические силы определяют одним из описанных в § 3.3 методов. Согласно указанным там соображениям, воспользуемся вторым методом, основанным на использовании теоремы об изменении количества движения рабочей среды, протекающей через неподвижную контрольную поверхность, границы которой показаны на рис. 3.6 штриховыми линиями. Рабочей средой будем считать малосжимаемую жидкость. Предположив, что скорость v_i направлена по нормали к оси x и пренебрегая силами трения на границах контрольной поверхности, запишем уравнение количества движения среды в проекциях на ось x в виде

$$l_j \rho \frac{dQ_3}{dt} + \rho Q_3 v_j \cos \alpha_3 = P_3, \quad (3.47)$$

где ρ , Q_3 — плотность и объемный расход жидкости, вытекающей через щель, открытую кромкой золотника; α_3 — угол между направлением скорости v_j осью x ; P_3 — сила, приложенная к потоку жидкости со стороны золотника.

Скорость v_j , которая обычно значительно больше v_i , с точностью до близкого к единице коэффициента скорости определяется соотношением

$$v_j = \sqrt{\frac{2(p_i - p_j)}{\rho}} \quad (3.48)$$

Расход Q_3 жидкости можно найти по формуле (3.7), которую при принятых здесь обозначениях представим в виде

$$Q_3 = \mu_3 S_3 \sqrt{\frac{2(p_i - p_j)}{\rho}}, \quad (3.49)$$

где μ_3 , S_3 — коэффициент расхода и площадь проходных сечений окон, открытых при смещении золотника.

Значение S_3 зависит от смещения x_3 золотника, поэтому

$$S_3 = S_3(x_3). \quad (3.50)$$

Используя соотношения (3.48)–(3.50) и учитывая, что гидродинамическая сила $P_{ГД 1}$, действующая на золотник, противоположна по направлению силе P_3 , по уравнению (3.47) получаем

$$P_{ГД 1} = -2\mu_3 S_3(x_3) (p_i - p_j) \cos \alpha_3 - \left[\rho l_j \mu_3 \sqrt{\frac{2(p_i - p_j)}{\rho}} \right] \frac{dS_3(x_3)}{dt}. \quad (3.51)$$

При прямоугольных окнах имеем

$$S_3(x_3) = b_{ок} x_3, \quad (3.52)$$

где $b_{ок}$ — суммарная ширина окон.

После подстановки функции (3.52) в уравнение (3.51) приведем формулу для вычисления действующей на золотник гидродинамической силы к виду

$$P_{ГД 1} = -c_{ГД 1} x_3 - k_{ин 1} \frac{dx_3}{dt}, \quad (3.53)$$

где

$$c_{ГД 1} = 2\mu_3 b_{ок} (p_i - p_j) \cos \alpha_3; \quad (3.54)$$

$$k_{ин 1} = l_j \mu_3 b_{ок} \sqrt{2(p_i - p_j) \rho}. \quad (3.55)$$

В формуле (3.53) первый член правой части определяет составляющую гидродинамической силы, которая по своему действию на золотник аналогична пружине с жесткостью $c_{ГД 1}$, поэтому этот коэффициент можно назвать жесткостью гидродинамической пружины. Второй член учитывает инерционное воздействие неустановившегося потока жидкости на золотник. Чтобы выяснить роль такого воздействия, рассмотрим уравнение движения золотника вдоль оси x . Если на золотник действует только гидродинамическая сила, то уравнение можно

записать в виде

$$m_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} = P_{гд1}, \quad (3.56)$$

где m_3 — масса золотника.

Подставив в уравнение (3.56) значение $P_{гд1}$ из формулы (3.53), получим

$$m_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} + k_{ин1} \frac{dx_3}{dt} + c_{гд1} x_3 = 0. \quad (3.57)$$

В теоретической механике уравнение типа (3.57) описывает движение грузика, подвешенного на пружине и находящегося в вязкой жидкости, которая создает силу сопротивления, пропорциональную скорости движения грузика. Решение уравнения, подтвержденное физическими экспериментами, показывает, что грузик, отклоненный от равновесного положения и затем отпущенный, будет совершать затухающие со временем колебания. Если знак у второго члена уравнения (3.57) поменять на отрицательный, то решение уравнения станет расходящимся. Такое изменение знака не соответствует реально возможному движению грузика в вязкой жидкости, но в случае инерционного воздействия потока на золотник оно происходит при изменении направления течения жидкости. Следовательно, неустановившееся движение жидкости может быть одной из причин неустойчивости золотников.

Перейдем к расчету сил, действующих на золотник с четырьмя кромками, которые при смещении золотника от среднего положения попарно открывают окна, соединяющие один канал с каналом высокого давления, а другой — со сливным каналом (рис. 3.7). Обозначим: p_n — давление жидкости, подводимой к золотнику из магистрали высокого давления; $p_{сл}$ — давление жидкости в каналах, по которым жидкость отводится в сливную магистраль; p_1 и p_2 — давления жидкости в каналах, которые через окна, открываемые кромками золотника, сообщаются с напорным или сливным каналами. Схема течения на рис. 3.7 показывает, что гидродинамическую силу, действующую на золотник с четырьмя кромками, можно найти с помощью соотношений, полученных для золотника с

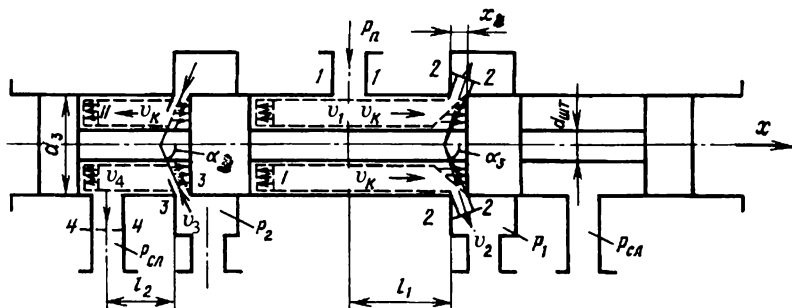


Рис. 3.7. К расчету гидродинамической силы в случае четырехдроссельного золотника

одной кромкой. Применяя эти соотношения, необходимо заменить индексы “*i*” и “*j*” индексами, указанными при величинах на рис. 3.7, и учесть, что через окна, открытые разными кромками золотника, течения направлены в противоположные стороны. Просуммировав вычисленные таким способом две гидродинамические силы при равных перепадах p_3 давлений на каждой кромке золотника, находим

$$P_{ГД} = -2c_{ГД}x_3 - k_{ин} \frac{dx_3}{dt}, \quad (3.58)$$

где

$$c_{ГД} = 2\mu_3 b_{ок} p_3 \cos \alpha_3; \quad (3.59)$$

$$k_{ин} = (l_1 - l_2) \mu_3 b_{ок} \sqrt{2p_3 \rho}. \quad (3.60)$$

Из формул (3.58) и (3.60) следует, что при $l_1 = l_2$ вышесказанная неустановившимся движением жидкости составляющая гидродинамической силы будет равна нулю. При $l_1 > l_2$ благодаря этой составляющей может происходить гашение колебаний золотника, а при $l_1 < l_2$ возникает эффект “отрицательного демпфирования” золотника, из-за которого возможны его незатухающие колебания.

Для расчета гидродинамических сил по формулам (3.58)–(3.60) должны быть известны коэффициент μ_3 расхода и угол α_3 между направлением вектора скорости жидкости на

выходе из окон, открытых кромками золотника, и направлением его перемещения. В практике проектирования гидроаппаратов обычно применяют обобщенные экспериментальные значения μ_3 , полученные при так называемых “проливках” различных золотниковых устройств. Определить экспериментальным путем угол α_3 значительно сложнее. Проще измерить $P_{Гд}$ при фиксированном значении x_3 и, вычислив $c_{Гд}$ по формуле (3.58), найти затем α_3 по формуле (3.59). Однако в этом случае расчет гидродинамических сил по существу не отличается от расчета по формуле (3.25) и тоже не может быть выполнен без привлечения результатов экспериментальных исследований золотникового устройства. В таких случаях используют приближенные значения α_3 , вычисленные методами теории струйных течений невязких жидкостей. Первые решения задачи о плоском течении невязкой жидкости через отверстие, образованное двумя взаимно перпендикулярными стенками, были приведены в работах Кирхгофа еще в 1869–1876 гг. Эти решения и выполненные затем исследования многих авторов показывают, что угол α_3 можно принять равным 69° при прямоугольных кромках золотника и открываемых им окнах, а также в отсутствие зазора между поверхностями, на которых расположены кромки. При наличии зазора δ угол α_3 уменьшается в зависимости от значений δ/x_3 .

Изложенные выше расчеты, несмотря на приближенный характер, позволяют оценить наибольшие возможные значения гидродинамических сил и при необходимости найти способы их уменьшения. Существует ряд таких способов. В устройствах с цилиндрическими золотниками чаще всего профилируют контуры самого золотника и внутреннюю поверхность гильзы так, чтобы при обтекании двух кромок золотника гидродинамические силы были направлены навстречу друг другу. На рис. 3.8, а дана схема золотника с взаимным уравновешиванием гидродинамических сил; на рис. 3.8, б приведены графики, показывающие, как изменяется суммарное значение гидродинамической силы при профилированном золотнике (кривая 1) по сравнению с обычным золотником (кривая 2). Осуществить профилирование поверхности гильзы золотника

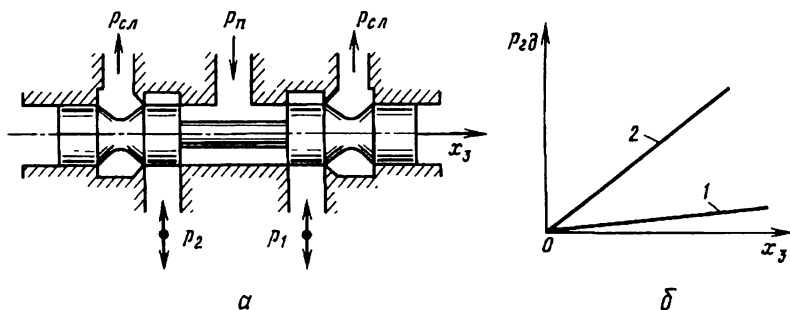


Рис. 3.8. Профилированный золотник (а) и графики (б) зависимости гидродинамической силы от перемещения золотника

малого диаметра практически крайне сложно, в этих случаях профилируют только сам золотник, обеспечивая частичное снижение гидродинамической силы.

Вопросы расчета и уравнивания гидродинамических сил в золотниковых устройствах были рассмотрены для течения малосжимаемой жидкости. Такие же методы могут быть применены, если рабочей средой служит газ, течение которого происходит при числах Маха, не превышающих $0,15 \dots 0,2$. При больших числах Маха, как было показано в § 3.2, скорости и массовые расходы следует определять с учетом зависимости плотности газа от давления. При установившемся течении газа можно еще воспользоваться формулой (3.25), если известны экспериментальные значения коэффициента $K_{гд}$.

3.5. Силы трения при движении рабочих сред в зазорах элементов гидро- и пневмоприводов

В гидро- и пневмоприводах между деталями, которые должны перемещаться относительно друг друга, имеются технологические зазоры. Чтобы исключить утечки рабочей среды, во многих устройствах применяют контактные уплотнения. При таких уплотнениях возникают силы сухого трения, которые могут привести к снижению точности управления устройством. По этой причине в регулирующих и направляющих аппаратах контактные уплотнения на подвижные детали

обычно не ставят, а для уменьшения утечек назначают предельно малые технологические зазоры. При наличии в зазоре рабочей среды на детали будут действовать силы давления и силы вязкого трения. Кроме этих сил, когда рабочей средой служит минеральное масло, могут действовать силы, вызванные сложным физико-химическим явлением, при котором происходит облитерация (заращивание) зазора.

Еще в 50-х годах при испытаниях регуляторов гидротехнических установок автором было обнаружено, что через некоторое время после подачи масла под давлением значительно увеличиваются силы, необходимые для начальных смещений цилиндрических золотников в осевом направлении, и почти до нуля уменьшаются утечки по зазорам золотниковых устройств. На поверхностях золотников разобранных устройств были замечены потемневшие места. Результаты этих испытаний во многом соответствовали полученным приблизительно в те же годы данным об *облитерации* зазоров золотниковых пар, применявшихся в различных областях техники. Однако как само явление, так и причины возникновения значительных сил сопротивления перемещению золотников до сих пор не имеют достаточно обоснованных объяснений.

Предположительно облитерацию зазора можно объяснить тем, что содержащиеся в масле добавки образуют на поверхности металла пленки, неравномерно покрывающие стенки зазора. Вследствие этого нарушается распределение давления в зазоре и возникают силы, прижимающие одну деталь к другой. Продолжающийся процесс образования пленок вызывает уменьшение зазора, сопровождается увеличением неравномерности распределения в нем давления и соответствующим увеличением силы, которая необходима для начального смещения одной из деталей. Для выравнивания давлений на цилиндрических поверхностях обычно делают кольцевые канавки, но они не спасают от облитерации большую часть зазора и в этом отношении недостаточно эффективны. Известно, что путем создания высокочастотных колебаний или вращения одной из деталей практически полностью устраняется облитерация зазора. В связи с этим последние два способа долгое время

широко применяли в различных гидроаппаратах. В результате совершенствования конструкций и технологии изготовления золотниковых устройств, а также улучшения свойств рабочих жидкостей эти способы используют все реже.

Независимо от того, имеет место или нет облитерация зазора пока образующие его стенки находятся в покое, после начала движения одной из них течение жидкости подчиняется законам гидромеханики. В этих случаях, а также в тех, когда рабочей средой служит газ, для расчета сил давления и сил вязкого трения необходимо знать режим течения среды в зазоре. Для определения режима течения подсчитывают число Рейнольдса, подставив предварительно в формулу (3.8) значение смоченного периметра

$$\chi_z = 2b \quad (3.61)$$

и площадь проходного сечения зазора

$$S_z = b\delta, \quad (3.62)$$

где b и δ — ширина стенок и расстояние между ними (зазор) соответственно.

С учетом соотношений (3.61) и (3.62) формула (3.8) принимает вид

$$\text{Re}_z = \frac{2\delta v}{\nu}. \quad (3.63)$$

Для реальных элементов гидро- и пневмоприводов значения параметров в формуле (3.63), при которых число Рейнольдса будет максимальным, можно принять следующими: $\delta = 0,05$ мм, $v = 50$ м/с, $\nu = 0,1$ см²/с. В этом случае $\text{Re}_z = 500$. Критическое значение $\text{Re}_{\text{кр}}$, указывающее на переход в зазоре ламинарного режима течения в турбулентное, обычно получается больше 2000, поэтому допустимо предполагать, что в зазорах элементов гидро- и пневмоприводов течения рабочих сред будут преимущественно ламинарными. Кроме режима течения важно еще знать, при каких условиях можно пренебречь инерцией среды, если рассматриваются нестационарные процессы в гидро- или пневмоприводах. Чтобы найти такие условия, проведем оценку порядка членов в уравнениях

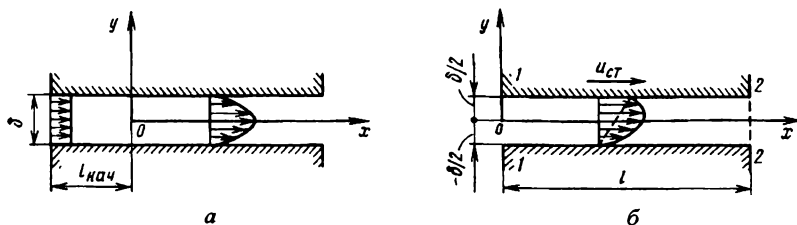


Рис. 3.9. Местные скорости течения в зазоре между плоскими неподвижными стенками (а) и в зазоре с одной движущейся стенкой (б)

Навьё–Стокса. Пренебрегая сжимаемостью среды, для течения в зазоре с плоскими стенками достаточно записать одно уравнение (рис. 3.9):

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (3.64)$$

где u_x — местная скорость при неустановившемся движении среды в зазоре.

Для сравнения членов уравнения (3.64) выберем масштабом времени характеризующее рассматриваемый процесс время T , а масштабом координаты y — расстояние δ между стенками зазора. При таких масштабах члены в левой части уравнения имеют соответственно следующий порядок:

$$O\left(\frac{\partial u_x}{\partial t}\right) = \frac{u_x}{T}; \quad (3.65)$$

$$O\left(\nu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}\right) = \frac{\nu u_x}{\delta^2}, \quad (3.66)$$

где O — обозначение порядка величины (от латинского *ordo* — порядок).

Соотношения (3.65) и (3.66) показывают, что первым членом уравнения (3.64) можно пренебрегать по сравнению со вторым, если

$$\frac{\nu}{\delta^2} \gg \frac{1}{T}. \quad (3.67)$$

При выполненном условии (3.67) инерция среды мало влияет на неустановившееся течение, которое в таком случае допустимо заменить квазистационарным течением. Например,

если $\nu = 0,1 \text{ см}^2/\text{с}$, $\delta = 0,05 \text{ мм}$, то имеем $\nu/\delta^2 = 4000 \text{ с}^{-1}$, что соответствует частоте колебаний среды в зазоре, равной 637 Гц, которая значительно превышает частоту колебаний, возникающих в реальных гидро- и пневмоприводах.

Выше были рассмотрены течения среды в зазоре за пределами начального участка, в котором происходит формирование профиля местных скоростей (рис. 3.9, а). Длину $l_{\text{нач}}$ начального участка при ламинарном течении определяют так, чтобы в конце этого участка максимальные скорости в формирующемся профиле и в параболическом профиле отличались не более чем на 1%. Для вычисления $l_{\text{нач}}$ служит соотношение

$$l_{\text{нач}} = 0,02\delta \text{Re}_z, \quad (3.68)$$

по которому при $\delta = 0,05 \text{ мм}$ $\text{Re}_z = 500$ получаем $l_{\text{нач}} = 0,5 \text{ мм}$.

Зазоры между золотниками и гильзами у современных гидроаппаратов составляют несколько микрон, в таких устройствах начальный участок может повлиять только на утечки жидкости, причем вблизи средних положений золотников.

Касательные напряжения в рабочей среде на стенке зазора возникают как при движении одной стенки относительно другой, так и при движении среды под действием разности давлений перед зазором и после него. При ламинарном установившемся движении среды за пределами начального участка в зазоре с параллельными стенками уравнение (3.64) можно привести к виду

$$\mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (3.69)$$

где $\mu = \rho\nu$ — динамическая вязкость среды.

Без учета изменения вязкости среды вследствие изменения ее температуры имеем

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{p_1 - p_2}{l}. \quad (3.70)$$

Здесь p_1 и p_2 — давления перед зазором и после него; l — длина зазора.

Подставив правую часть соотношения (3.70) в уравнение (3.69), получим

$$\mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = -\frac{p_1 - p_2}{l}. \quad (3.71)$$

Дважды интегрируя уравнение (3.71), находим функцию, описывающую распределение местных скоростей по сечению зазора:

$$u_x = -\frac{p_1 - p_2}{2\mu l} y^2 + C_1 y + C_2. \quad (3.72)$$

Предположим, что нижняя (рис. 3.9, б) стенка зазора неподвижна, а верхняя — перемещается со скоростью $u_{ст}$ параллельно нижней стенке. Направив ось x посередине зазора, запишем следующие граничные условия:

$$u_x = 0 \quad \text{при} \quad y = -\frac{\delta}{2}, \quad (3.73)$$

$$u_x = \pm u_{ст} \quad \text{при} \quad y = +\frac{\delta}{2}. \quad (3.74)$$

Здесь знак “+” соответствует перемещению стенки по направлению движения среды, совпадающему с положительным направлением оси x . Определив при граничных условиях (3.73) и (3.74) постоянные C_1 и C_2 , функцию (3.72) представим в виде

$$u_x = \frac{p_1 - p_2}{2\mu l} (0,25\delta^2 - y^2) \pm \frac{u_{ст}}{\delta} y \pm \frac{u_{ст}}{2}. \quad (3.75)$$

Чтобы найти касательные напряжения в потоке среды, подставим функцию (3.75) в уравнение, выражающее закон вязкого трения Ньютона:

$$\tau = -\mu \frac{\partial u_x}{\partial y}. \quad (3.76)$$

После дифференцирования функции и выполнения всех необходимых алгебраических операций получаем

$$\tau = \frac{p_1 - p_2}{l} y \mp \frac{\mu u_{ст}}{\delta}. \quad (3.77)$$

Из формулы (3.77) следует, что касательное напряжение на движущейся стенке, для которой $y = \delta/2$, определяется

соотношением

$$\tau_{\text{ст}} = \frac{(p_1 - p_2) \delta}{2l} \mp \frac{\mu u_{\text{ст}}}{\delta}. \quad (3.78)$$

Умножив обе части соотношения (3.78) на площадь контактирующей со средой поверхности движущейся стенки, находим приложенную к стенке со стороны потока силу вязкого трения

$$P_{\text{тр}} = bl\tau_{\text{ст}} = \frac{(p_1 - p_2) \delta b}{2} \mp \frac{\mu bl}{\delta} u_{\text{ст}}, \quad (3.79)$$

где b — ширина стенки; если стенками зазора служат две круглые цилиндрические поверхности, то, учитывая малость величины δ , можно принимать $b = \pi d$, здесь d — диаметр одной из цилиндрических стенок зазора.

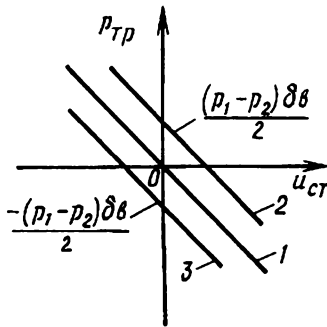


Рис. 3.10. Зависимость силы вязкого трения от скорости движения стенки и разности давлений в концевых сечениях зазора

На рис. 3.10 даны графики для трех случаев: $p_1 = p_2$ (прямая 1), $p_1 > p_2$ (прямая 2), $p_1 < p_2$ (прямая 3). Графики 2, 3 показывают, что при неподвижной стенке ($u_{\text{ст}} = 0$) и наличии течения среды вследствие действия разности давлений перед зазором и после него сила вязкого трения отличается от нуля, причем в зависимости от направления течения в зазоре эта составляющая силы трения может помогать движению или создавать сопротивление движению стенки. С уменьшением величины δ зазора составляющая силы вязкого трения, возникающая при течении среды из-за разности давлений, уменьшается, а составляющая, вызванная движением стенки, — увеличивается.

В исполнительных гидро- и пневмодвигателях приводов для уменьшения утечек рабочих сред по зазорам с подвижными элементами применяют контактные уплотнения. При таких уплотнениях, как было отмечено выше, на подвижные элементы действуют силы сухого трения. Если рабочей средой является вязкая жидкость, то благодаря тонкому смазывающему слою на поверхности элемента трение может быть смешанным. Рассмотрим силы трения, которые возникают в часто применяемых уплотнениях с резиновыми кольцами, имеющими круглое поперечное сечение. Резиновое кольцо диаметром d_1 (рис. 3.11, а) размещено в кольцевой канавке диаметром D , выполненной на подвижном элементе (например, на поршне). Размеры кольца выбирают так, чтобы диаметр d_1 был несколько меньше D , а диаметр d_2 — обеспечивал образование на кольце контактной поверхности шириной b_1 , необходимой для герметичности уплотнения за счет предварительной деформации кольца 1 в канавке (рис. 3.11, б). Для защиты кольца от выдавливания в зазор при действии высокого давления p_1 со стороны низкого давления p_2 устанавливают защитную шайбу 2 из материала более твердого (обычно из фторопласта), чем резина. Если при работе устройства давление p_2 может быть больше p_1 , то защитные шайбы устанавливают с двух сторон резинового кольца.

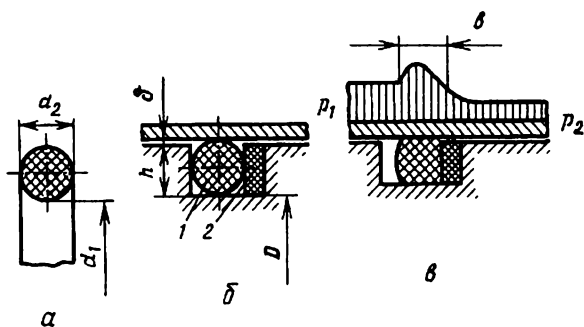


Рис. 3.11. Сечение резинового кольца до установки (а), после установки (б) в уплотнение и эпюра (в) контактного давления

Под нагрузкой, создаваемой разностью $p_n = p_1 - p_2$ давлений, происходит дополнительная деформация резинового кольца, и ширина контактной поверхности увеличивается до значения b , одновременно изменяется эпюра контактного давления (рис. 3.11, в). Силы смешанного трения в таких уплотнениях вычисляются по формуле

$$P_{\text{см.тр}} = \pi D f b_1 p_{\text{к.ср}}, \quad (3.80)$$

где f — коэффициент трения; $p_{\text{к.ср}}$ — контактное давление (среднее значение).

Коэффициент трения f зависит от p_n , скорости движения стенок уплотняемого зазора относительно друг друга шероховатости их поверхностей и твердости резины, из которой изготовлено кольцо. При разном сочетании перечисленных факторов коэффициент трения может иметь значения от 0,008 до 0,3. Ширина контактной поверхности при отсутствии давления зависит от твердости резины и степени ее сжатия после установки уплотнения. Приблизительно эта величина определяется соотношением

$$b_1 = 0,03d_2\varepsilon, \quad (3.81)$$

где b_1 в мм; ε — относительное сжатие резинового кольца, для уплотнения, устанавливаемого на движущейся детали, равно 0,10...0,25.

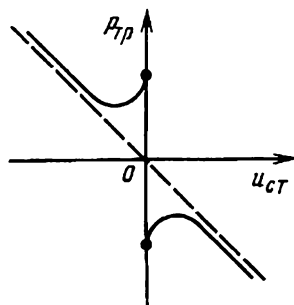
Среднее контактное давление тоже приблизительно можно найти по формуле

$$p_{\text{к.ср}} = 1,25\varepsilon E 10^{-2} + c_p. \quad (3.82)$$

Здесь E — модуль упругости резины, 10..20 МПа; c — коэффициент передачи резиной давления на стенку, равный 0,85..1,0 при p в МПа.

После длительной (1 час и более) неподвижности элемента с уплотнением коэффициент трения увеличивается до 0,8...1,0, что вызывает увеличение силы, необходимой для начального смещения элемента. В общем виде изменение силы трения в зависимости от скорости $u_{\text{ст}}$ перемещения элемента можно представить приведенным на рис. 3.12 графиком. Штриховыми линиями на рисунке показано, как изменится сила трения при появлении жидкостного трения в уплотнении,

Рис. 3.12. Зависимость создаваемой уплотнением силы трения от скорости движения стенки зазора



нагруженном давлением 15...20 МПа при $u_{ст} = 1...2$ м/с. Однако при таких скоростях уплотнение может разрушиться или, во всяком случае, значительно сократится срок его работы.

3.6. Энергетические параметры гидро- и пневмоприводов

Основными энергетическими параметрами гидро- или пневмопривода являются давление и объемный или массовый расход рабочей среды, подводимой от источника энергопитания. Выбор значений этих параметров зависит от ряда условий. Рассмотрим те из них, которые определяют эффективность использования в приводе энергии.

Соотношение между энергией, необходимой для управления посредством гидро- или пневмопривода каким-либо объектом, и потребляемой источником питания энергией, прежде всего, зависит от способов регулирования как исполнительного двигателя привода, так и самого источника питания. Чтобы объяснить эту зависимость, обратимся еще раз к изображенному на рис. 2.3 графику нагрузки на выходное звено привода. Представим график в координатах, пересчитанных в давление p и объемный Q расход жидкости. Для пересчета сил и моментов сил можно применить формулы из § 1.2, а для пересчета скоростей движения выходного звена уравнение неразрывности. В новых координатах график по-прежнему будет участком эллипса (рис. 3.13 кривая А). Если предположить, что источник энергопитания снабжает гидропривод жидкостью при

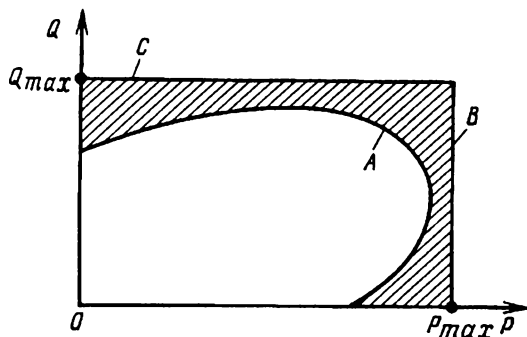


Рис. 3.13. Затраты энергии в гидроприводе при гармонических колебаниях выходного звена

постоянном давлении $p_{\Pi} = p_{\max}$ в диапазоне расходов от 0 до Q_{\max} , то на рис. 3.13 предельным значениям параметров источника энергопитания будут соответствовать прямые B и C . Разность площадей, ограниченных этими прямыми и кривой A , определяет ту энергию, затраты которой могут быть в большей или меньшей мере излишними при перемещении управляемого приводом объекта.

Зависимость затрат энергии от способов регулирования исполнительного двигателя и источника энергопитания рассмотрим на примере гидропривода с дроссельным регулированием (рис. 3.14). В таком приводе через окна, открываемые золотником 1 при смещении на величину x_3 от среднего положения, расход Q_3 поступает из напорной магистрали в одну полость гидроцилиндра 2, а из противоположной полости направляется на слив. Расход Q_3 вычисляют по формуле вида (3.7):

$$Q_{3i} = \mu_{3i} S_{3i} \sqrt{\frac{2p_{3i}}{\rho}}, \quad (3.83)$$

где μ_{3i} , S_{3i} — коэффициент расхода и площадь окон, открываемых одной из четырех кромок золотника; p_{3i} — перепад давлений на этой кромке золотника; $i = 1, 2$.

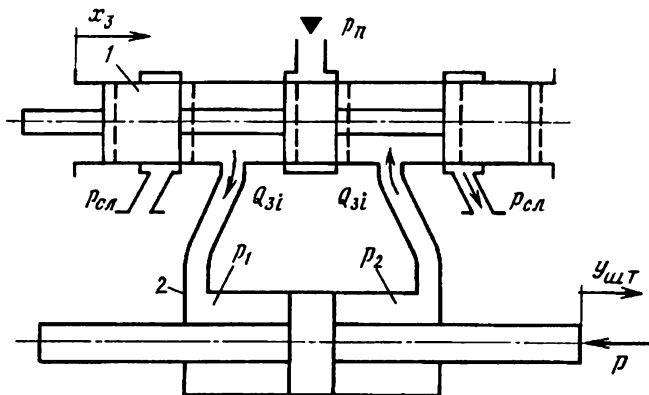


Рис. 3.14. Схема гидропривода к расчету затрат энергии

Величина p_{3i} связана с давлениями, указанными на схеме гидропривода (см. рис. 3.14), следующими равенствами:

$$p_{31} = p_{п} - p_1; \quad (3.84)$$

$$p_{32} = p_2 - p_{сл}. \quad (3.85)$$

При равных рабочих площадях $S_{ц} - S_{шт}$ в обеих полостях гидроцилиндра, одинаковых проходных сечениях $S_{31} = S_{32} = S_3$ открываемых золотником окон и одинаковых коэффициентах расхода $\mu_{31} = \mu_{32} = \mu_3$ этих окон, имеем

$$p_{31} = p_{32} = p_3. \quad (3.86)$$

Значение p_3 при установившемся движении поршня гидроцилиндра вследствие равенства расходов $Q_{31} = Q_{32}$ можно определить с помощью соотношения

$$p_3 = \frac{p_{п} - p_{сл} - p_{п}}{2}, \quad (3.87)$$

где $p_{п} = p_1 - p_2$ — разность давлений, вызванная действующей на шток гидроцилиндра силой P (нагрузкой на выходное звено) и силой $P_{тр}$ трения в уплотнениях гидроцилиндра, $p_{п} = (P + P_{тр}) / (S_{ц} - S_{шт})$.

С учетом соотношений (3.84) – (3.87) представим формулу (3.83) в виде

$$Q_3 = \mu_3 S_3 \sqrt{\frac{p_{\text{п}} - p_{\text{сл}} - p_{\text{н}}}{\rho}} \quad (3.88)$$

Мощность, необходимая для обеспечения движения поршня гидроцилиндра, равна

$$N_{\Gamma} = Q_3 p_{\text{н}}. \quad (3.89)$$

Подставив в соотношение (3.89) выражение (3.88) для Q_3 , получим

$$N_{\Gamma} = \mu_3 S_3 \sqrt{\frac{p_{\text{п}} - p_{\text{сл}} - p_{\text{н}}}{\rho}} p_{\text{н}}. \quad (3.90)$$

График изменения N_{Γ} в зависимости от $p_{\text{н}}$, соответствующий кривой А на рис. 3.13, показан на рис. 3.15 кривой 1. Оптимальный перепад $p_{\text{н}}^0$ давлений в полостях гидроцилиндра, при котором обеспечивается максимальное значение N_{Γ} , вычислим, приравняв нулю производную от N_{Γ} по $p_{\text{н}}$. В результате получим

$$p_{\text{н}}^0 = \frac{2}{3} (p_{\text{п}} - p_{\text{сл}}). \quad (3.91)$$

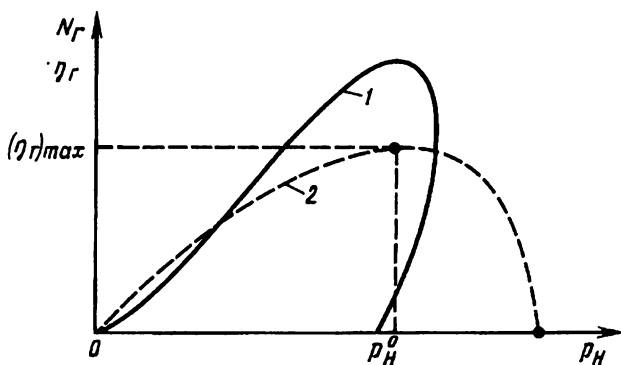


Рис. 3.15. Необходимая для гармонического движения управляемого объекта энергия и общая зависимость КПД гидропривода от разности давлений в гидроцилиндре

Не учитывая сопротивление напорной и сливной гидролиний, подводимую от источника энергопитания к гидроприводу мощность N_{Π} определим следующим образом:

$$N_{\Pi} = Q_3(p_{\Pi} - p_{\text{сл}}). \quad (3.92)$$

График общей зависимости КПД гидропривода $\eta_{\Gamma} = \frac{N_{\Gamma}}{N_{\Pi}}$ от p_{Π} показан на рис. 3.15 штриховой линией 2.

Наибольшее значение КПД гидропривода с дроссельным регулированием при постоянном давлении питания, как следует из формул (3.89)–(3.92), равно

$$\eta_{\max} = \frac{p_{\Pi}^0}{p_{\Pi} - p_{\text{сл}}} = 0,667. \quad (3.93)$$

Вычисленное с помощью соотношения (3.93) максимальное значение КПД получено в предположении, что источник энергопитания создает те расходы жидкости, которые пропускает золотниковый распределитель при всех возможных перепадах p_{Π} давлений в гидроцилиндре. Это условие выполняется, если источник энергопитания имеет насос с регулируемой подачей. В случае использования более простого нерегулируемого насоса давление на выходе источника энергопитания поддерживается переливным клапаном, который пропускает на слив расход жидкости, не потребляемый гидроприводом в данный момент времени. При этом постоянная подача насоса выбирается так, чтобы она была не меньше расхода, обеспечивающего наибольшие скорости движения выходного звена гидропривода.

На рис. 3.16 по формуле (3.88) построен график 1 изменения Q_3 в зависимости от p_{Π} при $S_3 = S_{3 \max}$. График при $p_{\Pi} = 2(p_{\Pi} - p_{\text{сл}})/3$ касается кривой 2, соответствующей графику нагрузки (кривой А на рис. 3.13). Точка, для которой $p_{\Pi} = p_{\Pi} - p_{\text{сл}}$, соответствует точке полного торможения выходного звена на рис. 2.4, а точка при $p_{\Pi} = 0$ — расходу $Q_{\text{хх}}$ холостого хода штока гидроцилиндра. Если на выходное звено может действовать нагрузка по направлению движения поршня гидроцилиндра, то во избежание нарушения сплошности жидкости потребуется расход, равный $1,41 Q_{\text{хх}}$. При такой

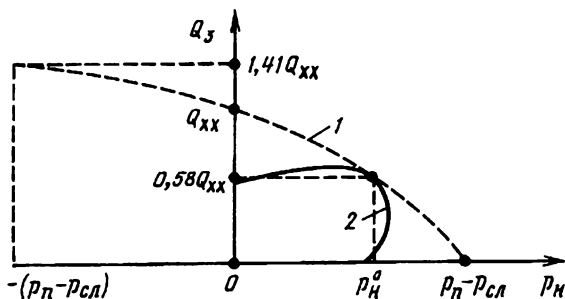


Рис. 3.16. Зависимости расхода жидкости через золотник и необходимого для гармонического движения выходного звена расхода от разности давлений в гидроцилиндре

постоянной подаче нерегулируемого насоса КПД гидропривода вместе с источником энергоснабжения снижается до 0,274. Если указанного вида нагрузка отсутствует, то подачу насоса можно принять равной Q_{xx} . В этом случае КПД гидропривода с источником энергоснабжения $\eta_{max} = 0,386$.

Таким образом, эффективность использования энергии в гидроприводе с дроссельным регулированием в значительной мере зависит от принятых значений подачи и давления источника энергоснабжения. При заданной нагрузке на выходное звено и требуемом законе его движения не всегда возможно сочетание энергетических параметров гидропривода, обеспечивающих расположение указанных выше трех точек на одном графике 1. Тогда приходится искать компромиссное решение. Если к одному источнику энергоснабжения должно быть подключено несколько гидроприводов с дроссельным регулированием, то давление p_n выбирают по результатам расчета гидропривода с наиболее нагруженным выходным звеном, а максимальное значение расхода жидкости на выходе источника энергоснабжения определяют с учетом циклограммы операций, выполняемых всеми гидроприводами.

Автономный источник энергоснабжения, посредством которого осуществляется объемное регулирование гидропривода,

позволяет получить достаточно высокий КПД, значение которого, в основном, зависит от КПД насоса и исполнительного гидродвигателя.

Пневмоприводы преимущественно подключают к централизованным источникам энергопитания с заранее известными рабочими давлениями. Примером могут служить разнообразные пневмоприводы промышленного назначения, питаемые воздухом под давлением от заводской пневмосети. При автономном источнике энергопитания пневмопривода задача выбора рабочих давлений и расходов газа может быть решена аналогично рассмотренной выше задаче расчета энергетических параметров гидропривода с дроссельным регулированием. Но в таком решении используются приведенные в § 3.2 формулы для вычисления массовых расходов газа.

3.7. Характеристики регулирующих устройств гидро- и пневмоприводов

Как отмечено в предыдущем параграфе, эффективность использования энергии в гидро- или пневмоприводе существенно зависит от способа регулирования исполнительного двигателя. При дроссельном регулировании возможность согласования действующей на выходное звено привода нагрузки с требуемыми режимами его работы определяют расходно-перепадные характеристики устройств, посредством которых управляют притоком энергии в исполнительный двигатель. Эти характеристики связывают между собой установившиеся значения пропускаемых регулирующим устройством расходов рабочей среды и перепадов (разностей) давлений в каналах, соединяемых с камерами (полостями) исполнительного двигателя. Расходно-перепадные характеристики получают в результате расчетов или экспериментов, выполненных при нескольких фиксированных положениях дросселирующего поток жидкости или газа элемента.

Расходно-перепадные характеристики распределителя с золотником, имеющим четыре дросселирующих поток жидкости кромки, можно рассчитать по формуле (3.88). Для расчета

примем значения зазоров между золотником и гильзой, а также значения перекрытий окон в гильзе буртами золотника при его среднем положении равными нулю. В случае такого “идеального” золотникового распределителя, чтобы придать более общий вид формуле (3.88), запишем ее в безразмерных величинах:

$$\bar{Q}_3 = \bar{S}_3 \sqrt{1 - \bar{p}_H}, \quad (3.94)$$

где

$$\bar{Q}_3 = \frac{Q_3}{Q_3^*}; \quad Q_3^* = \mu_3 S_3 \max \sqrt{\frac{p_{\Pi} - p_{\text{Сл}}}{\rho}};$$

$$\bar{S}_3 = \frac{S_3}{S_3 \max}; \quad \bar{p}_H = \frac{p_H}{p_{\Pi} - p_{\text{Сл}}}.$$

Площадь S_3 окон, открываемых одной кромкой золотника, определяется соотношением

$$S_3 = b_{\text{ок}} x_3,$$

в котором $b_{\text{ок}}$ — ширина всех окон в гильзе, расположенных вокруг одной кромки золотника; x_3 — смещение золотника от среднего положения.

При $x_3 = x_3 \max$ имеем $S_3 \max = b_{\text{ок}} x_3 \max$; для цилиндрического золотника площадь S_3 можно вычислять также следующим образом:

$$S_3 = \pi d_3 k_{\Pi} x_3,$$

где $k_{\Pi} = b_{\text{ок}} / (\pi d_3)$ — коэффициент полноты использования периметра гильзы при размещении в ней окон, очевидно, что $0 < k_{\Pi} < 1$; если окнами служат кольцевые канавки, выполненные на внутренней поверхности гильзы, то $k_{\Pi} = 1$.

Величина p_H в формуле (3.88) может быть положительной или отрицательной в зависимости от знака смещения x_3 золотника и направления действующей при этом нагрузки на выходное звено. Чтобы учесть такую зависимость, записываем формулу (3.94) в виде

$$\bar{Q}_3 = \bar{x}_3 \sqrt{1 - \bar{p}_H \text{sign } \bar{x}_3}, \quad (3.95)$$

где $\bar{x}_3 = x_3 / x_3 \max$.

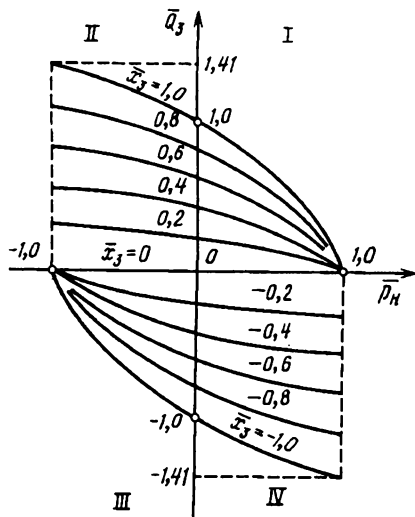


Рис. 3.17. Расходно-перепадные характеристики идеального золотникового распределителя

Знак в подкоренном выражении формулы (3.95) меняется с минуса на плюс, когда $x_3 < 0$, что означает увеличение расхода жидкости, пропускаемой золотником, вследствие действия помогающей движению выходного звена нагрузки. Построенные по формуле (3.95) графики для ряда положительных и отрицательных значений x_3 даны на рис. 3.17. Эти графики являются расходно-перепадными характеристиками идеального четырехдроссельного распределителя. В квадрантах I и III характеристики определяют безразмерные значения расхода жидкости, пропускаемой золотником при различных смещениях от среднего положения, в зависимости от безразмерных значений перепада давлений в каналах, соединенных с камерами исполнительного двигателя при движении выходного звена навстречу нагрузке. При движении выходного звена по направлению действия нагрузки характеристики располагаются в квадрантах II и IV

Максимальное значение перепада \bar{p}_H давления ограничено условием $\bar{p}_H \leq 1$. В случае нарушения этого условия движение

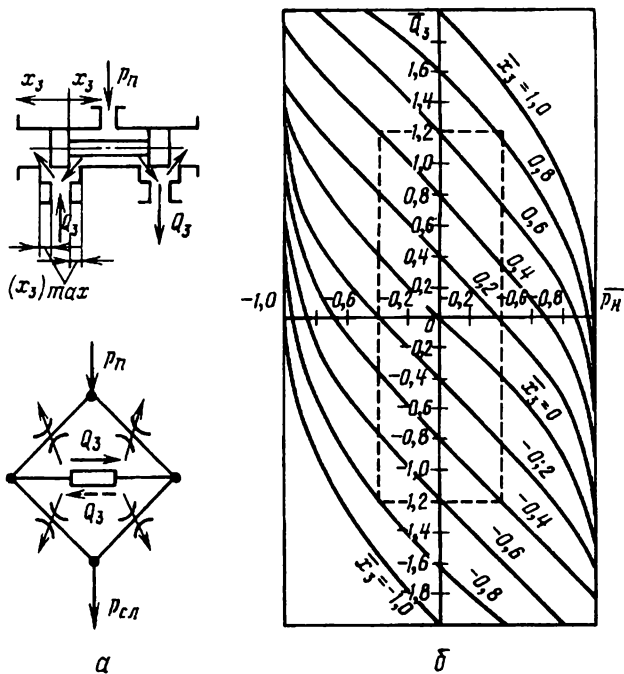
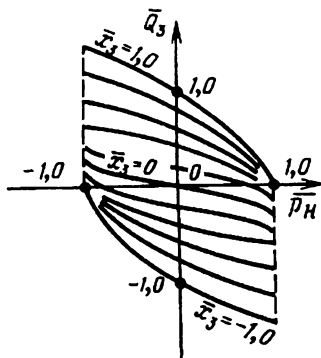


Рис. 3.18. Расходно-перепадные характеристики золотникового распределителя с отрицательными перекрытиями

выходного звена будет сопровождаться течением жидкости из сливного канала в гидроцилиндр. Вследствие гидравлического сопротивления окон, открытых золотником, давление в камере исполнительного двигателя, соединенной со сливом, может снизиться до значения, при котором возникает кавитация.

Расходно-перепадные характеристики распределителя с отрицательными перекрытиями, при которых бурты находящегося в среднем положении золотника не перекрывают окна в гильзе, можно рассчитать с помощью изображенной на рис. 3.18, а схемы моста гидравлических сопротивлений. Выполнив расчет, сначала для каждого из четырех регулируемых гидравлических сопротивлений записывают формулы вида (3.83) и уравнения баланса расходов в узловых точках, а затем, после перехода к безразмерным величинам, получают

Рис. 3.19. Расходно-перепадные характеристики золотникового распределителя с положительными перекрытиями при наличии технологических зазоров



уравнение расходно-перепадных характеристик. Построенные по такому уравнению характеристики даны на рис. 3.18, б.

Распределитель с малыми положительными перекрытиями вследствие наличия технологических зазоров между золотником и гильзой имеет расходно-перепадные характеристики, похожие вблизи среднего положения золотника на характеристики распределителя с отрицательными перекрытиями. По мере увеличения смещения золотника от среднего положения эти характеристики приближаются к рассмотренным выше характеристикам идеального распределителя (рис. 3.19).

Устройство сопло-заслонка можно представить в виде моста с двумя регулируемыми и двумя нерегулируемыми гидравлическими сопротивлениями (рис. 3.20, а). Известны также устройства, в которых вместо нерегулируемых сопротивлений применены регулируемые сопла. При расчетах расходно-перепадных характеристик устройств как с двумя, так и с четырьмя регулируемыми соплами тоже используют формулы вида (3.83) и уравнения баланса расходов в узловых точках моста гидравлических сопротивлений. В безразмерных величинах расходно-перепадные характеристики устройства сопло-заслонка с двумя регулируемыми соплами приведены на рис. 3.20, б.

Все рассмотренные расходно-перепадные характеристики получены при постоянном давлении жидкости, подводимой от источника энергопитания гидропривода. Золотниковые распределители с отрицательными перекрытиями в некоторых

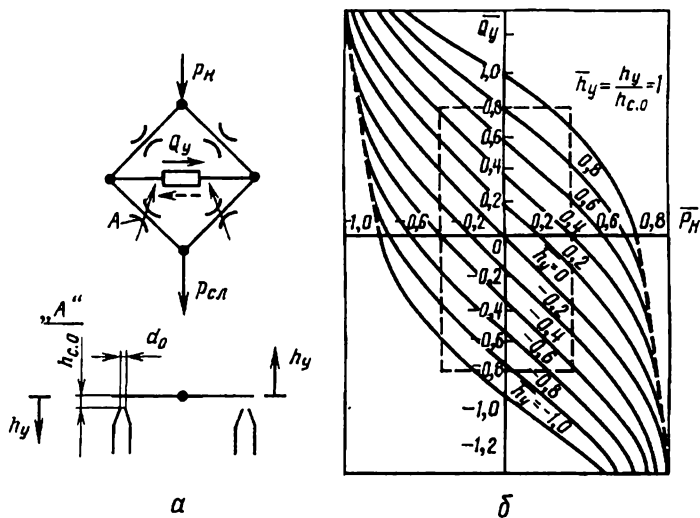


Рис. 3.20. Расходно-перепадные характеристики сопла-золотники

случаях подключают к источнику питания с постоянным расходом. Это обеспечивает при среднем положении золотника и неподвижном выходном звене привода снижение давления нагнетания нерегулируемого насоса и тем самым достигается уменьшение потребляемой насосом энергии. Расходно-перепадные характеристики четырехдрессельного золотникового распределителя, к которому подводится жидкость от источника энергопитания с постоянным расходом, показаны на рис. 3.21.

При анализе устойчивости гидроприводов расходно-перепадные характеристики в окрестности начала координат можно аппроксимировать наклонными прямыми и описать уравнением вида

$$\bar{Q}_j = K_{\bar{Q}\bar{x}}\bar{x} - K_{\bar{Q}\bar{p}_H}\bar{p}_H, \quad (3.96)$$

в котором с учетом типа устройства используются следующие обозначения: $j = z$ или $j = y$; $\bar{x} = \bar{x}_z$ или $\bar{x} = \bar{h}_y$, а коэффициенты вычисляются по соотношениям

$$K_{\bar{Q}\bar{x}} = \frac{\Delta \bar{Q}_j}{\Delta \bar{x}}; \quad K_{\bar{Q}\bar{p}_H} = \frac{\Delta \bar{Q}_j}{\Delta \bar{p}_H},$$

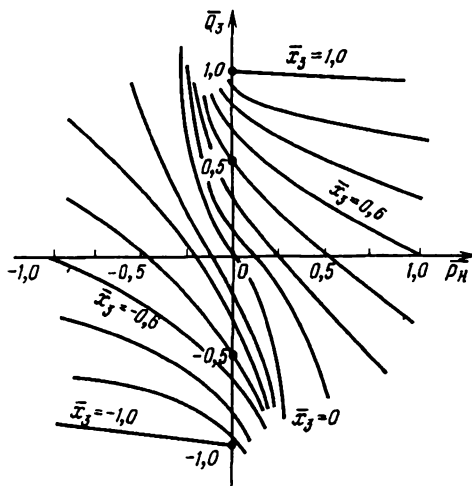


Рис. 3.21. Расходно-перепадные характеристики четырехдроссельного золотникового распределителя в случае источника энергоснабжения с постоянным расходом

где символ Δ указывает на то, что при расчете должны быть взяты приращения соответствующих величин вблизи начала координат.

С расходно-перепадными характеристиками регулирующего устройства непосредственно связаны расходная и перепадная характеристики, первая из которых выражает зависимость расхода жидкости, пропускаемого устройством, от перемещения дросселирующего поток элемента при $p_n = \text{const}$. В случае $p_n = 0$ точки на расходной характеристике соответствуют точкам пересечения расходно-перепадных характеристик с осью ординат. Общий вид расходной характеристики реального четырехдроссельного золотникового распределителя приведен на рис. 3.22, а. Перепадная характеристика показывает, как изменяется перепад давлений в каналах регулирующего устройства, которые соединяются с камерами исполнительного гидродвигателя, в зависимости от перемещения дросселирующего поток элемента при равном нулю расходе жидкости. Точки, лежащие на этой характеристике, соответствуют точкам пересечения расходно-перепадных характеристик с осью

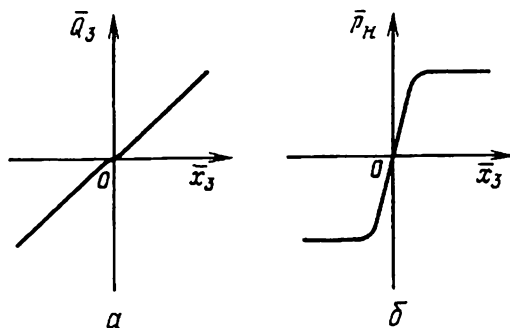


Рис. 3.22. Расходная (а) и перепадная (б) характеристики реального четырехдроссельного золотникового распределителя

абсцисс. На рис. 3.22, б представлена перепадная характеристика реального четырехдроссельного золотникового распределителя, по которой можно определить изменение перепада давлений в камерах исполнительного гидродвигателя с заторможенным выходным звеном при смещении золотника от среднего положения.

Характеристики регулирующих устройств пневмоприводов могут отличаться от рассмотренных ранее характеристик, что вызвано особенностями течения газа при докритических и критических режимах. При адиабатическом течении совершенного газа объемный расход после дросселя определяют с помощью формул (3.20) — (3.22), которые для расчета расходно-перепадных характеристик регулирующего устройства запишем в виде одного уравнения

$$Q_{др} = \mu_{др} S_{др} C' \sqrt{\Theta_a R} f\left(\frac{p_b}{p_a}\right) \left(\frac{p_a}{p_b}\right)^{1/k} \quad (3.97)$$

где

$$C' = \sqrt{k \left[\frac{2}{k+1} \right]^{(k+1)/(k-1)}}$$

При критическом течении массовый расход газа не зависит от давления после дросселя. Вследствие этого расходно-перепадные характеристики регулирующего устройства могут

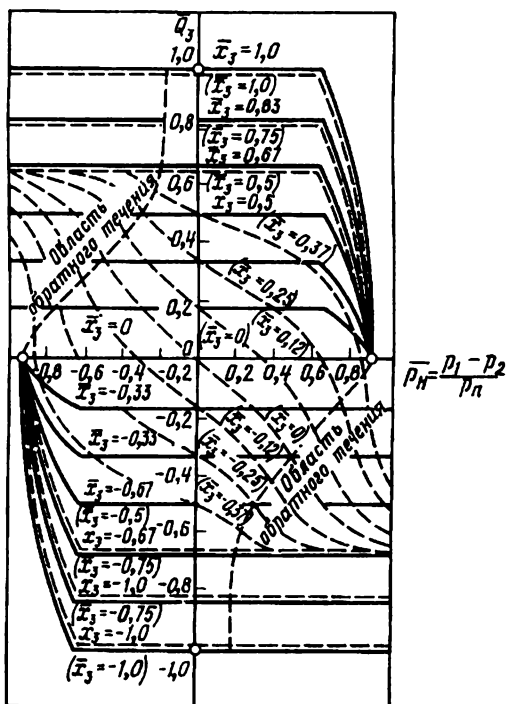


Рис. 3.23. Расходно-перепадные характеристики четырехдроссельного золотникового распределителя для пневмопривода

иметь участки, в пределах которых расход газа, поступающего к исполнительному пневмодвигателю, не будет зависеть от перепада давлений, вызванного нагрузкой на выходное звено двигателя. На рис. 3.23 изображены расходно-перепадные характеристики идеального четырехдроссельного золотникового распределителя, рассчитанные при постоянной температуре газа в каналах устройства. На большей части характеристики являются горизонтальными прямыми, уравнение которых такое же, как уравнение (3.96) при $K_{\bar{Q} \bar{p}_n} = 0$. Штриховыми линиями на рисунке показаны расходно-перепадные характеристики четырехдроссельного распределителя с отрицательными перекрытиями. У таких характеристик $K_{\bar{Q} \bar{p}_n} \neq 0$ при $\bar{x}_3 < 0,5$.

3.8. Регулирование источников энергопитания

Эффективность использования энергии в системе источник энергопитания — гидропривод, как показано в предыдущем параграфе, возрастает, если согласованы потребление и затраты энергии, обеспечивающие выполнение приводом требуемых операций. С этой целью в источниках энергопитания гидроприводов применяют насосы с регулируемой подачей. Регулирование осуществляется различными способами в зависимости от того, какая величина и в каких пределах должна поддерживаться. Могут поддерживаться близкими к постоянным значения давления на выходе из насоса, расход жидкости или мощность потока жидкости (см. § 1.4).

Перечисленные способы регулирования отражаются в характеристиках насосов, связывающих давление $p_{\text{нас}}$ и расход $Q_{\text{нас}}$ жидкости на выходе из насоса при установившемся режиме его работы. В той части характеристики, которая соответствует нерегулируемой подаче объемного насоса при постоянной частоте вращения вала, расход $Q_{\text{нас}}$ изменяется только вследствие утечек и переноса жидкости из камер с высоким давлением в камеры с низким давлением. Без учета такого изменения $Q_{\text{нас}}$ характеристика насоса будет представлена параллельной оси абсцисс прямой (рис. 3.24, а, штриховая линия). С учетом снижения реальной подачи насоса при увеличении давления $p_{\text{нас}}$ характеристика близка к наклонной прямой 1, ограниченной справа прямой 2, если насос имеет автоматический регулятор давления.

При наличии автоматического регулятора расхода значения $Q_{\text{нас}}$ путем изменения рабочего объема поддерживаются в пределах, показанных на рис. 3.24, б прямыми 1 и 2. В этом случае давление $p_{\text{нас}}$ ограничивает предохранительный клапан, который открывается при давлении $p_{\text{нас}1}$ и пропускает на слив всю подачу насоса при давлении $p_{\text{нас}2}$ (линия 3). Применяя оба способа, можно получить характеристики (3.24, в), позволяющие осуществлять так называемое чувствительное к нагрузке (load sensing) регулирование подачи насоса.

В ряде случаев насос снабжают регулятором мощности, поддерживающим произведение $Q_{\text{нас}}p_{\text{нас}}$ близким к постоянному значению. При этом характеристика насоса состоит из

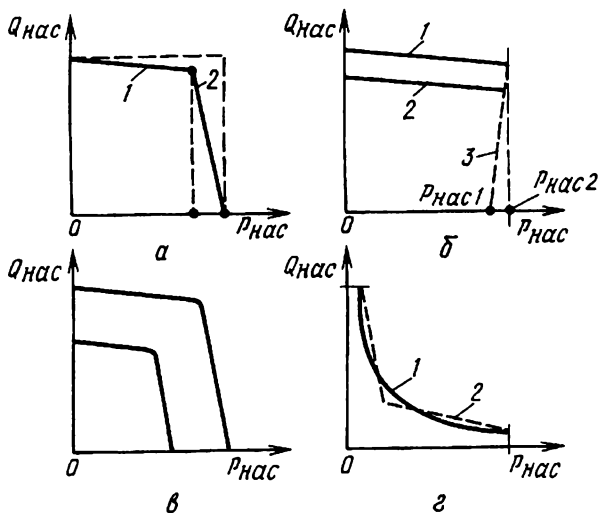


Рис. 3.24. Характеристики насоса с регулятором давления (а), с регулятором расхода (б), с регулятором мощности (в, г)

двух или трех участков прямых, приближающихся к гиперболе 1 (рис. 3.24, г, штриховые линии 2).

Упрощенная схема регулятора насоса дана на рис. 1.26, в. В более общем виде схема регулятора давления изображена на рис. 3.25, а. Регулятор имеет чувствительный элемент, совмещенный с золотником 1, и гидроцилиндр 2, поршень которого соединен с регулирующим органом насоса 3. Золотник под действием давления $p_{нас}$ смещается от среднего положения, когда значение этого давления превышает заданное значение, предварительно установленное с помощью нагружающей золотник пружины. При смещении золотника возрастает давление жидкости в поршневой полости гидроцилиндра 2 и его поршень перемещает регулирующий орган насоса так, чтобы уменьшилась подача насоса. По мере перемещения поршня увеличивается сила, приложенная к поршню со стороны пружины. Регулирующий орган насоса занимает новое равновесное положение при давлении $p_{нас}$, которое будет несколько больше

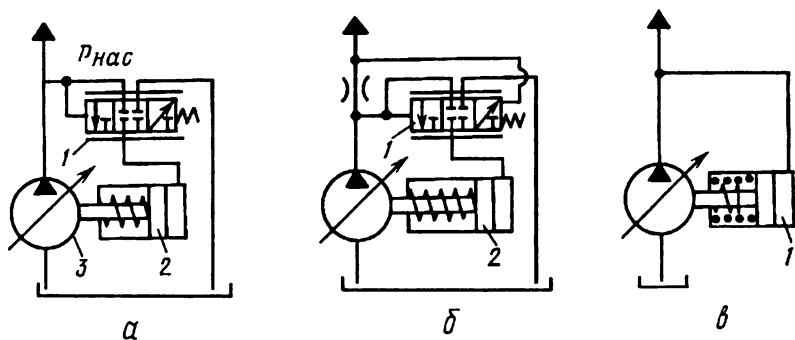


Рис. 3.25. Схемы насоса с регулятором давления (а), с регулятором расхода (б), с регулятором мощности (в)

начального давления. При близкой к нулю подаче насоса давление $p_{нас}$ достигает максимального значения.

Схема регулятора расхода жидкости на выходе из насоса дана на рис. 3.25, б. В этом случае для измерения расхода жидкости устанавливают дроссель, изменяя сопротивление которого можно изменять настройку регулятора. Перепад давления на дросселе, зависящий от расхода $Q_{нас}$, действует на золотник 1, управляющий, как у предыдущего регулятора, давлением в поршневой полости гидроцилиндра 2. При увеличении $Q_{нас}$ перепад давления на дросселе возрастает, вызывая такое смещение золотника, при котором давление в поршневой полости увеличивается. При этом поршень гидроцилиндра будет перемещать регулирующий орган насоса в сторону, соответствующую уменьшению $Q_{нас}$. Процесс регулирования заканчивается, когда расход на выходе из насоса достигнет значения, при котором перепад давления на дросселе уменьшится настолько, что золотник 1 займет положение, обеспечивающее необходимое для равновесия поршня гидроцилиндра 2 давление.

Общим для описанных выше схем регуляторов давления и расхода является принцип гидравлического усиления мощности сигналов управления насосом. Это усиление достигается

за счет использования энергии, отбираемой от потока жидкости на выходе из насоса и подводимой через золотник к гидроцилиндру. Регулятор прямого действия (рис.3.25, в) предназначен для поддержания постоянного значения мощности потока жидкости, подаваемой насосом. В гидроцилиндре 1 регулятора установлены две пружины, одна из которых дополнительно нагружает поршень гидроцилиндра при перемещении его под действием давления $p_{нас}$ на величину, равную части полного хода. В результате суммирования сил двух пружин при дальнейшем перемещении поршня потребуются большее приращение давления $p_{нас}$, поэтому характеристика насоса будет состоять из двух участков (см. рис. 3.24, з, штриховые линии). Если в гидроцилиндре установлены три пружины, то характеристика будет иметь три участка, лучше аппроксимирующих требуемую характеристику.

Способы регулирования источников энергопитания пневмоприводов во многом определены тем, какими техническими средствами получен под давлением воздух или другой газ под давлением. Пневмоприводы станков, роботов и другого технологического оборудования обычно снабжают воздухом под давлением от пневмосети, подключенной к компрессорной установке, автоматическое регулирование которой является самостоятельной задачей, решаемой с учетом потребления сжатого воздуха не только пневмоприводами, но и другими устройствами. При питании приводов газом под давлением от энергетических установок, которыми могут быть, например, реактивные двигатели летательных аппаратов или ядерные реакторы, параметры газа также, в основном, зависят от принятых для этих установок режимов работы. Если для питания приводов используют автономные источники, генерирующие газ под давлением при сгорании жидкого или твердого топлива, то задачи автоматического регулирования источников энергопитания необходимо рассматривать совместно с характеристиками приводов, так как расход и давление газа, поступающего в привод, могут существенно повлиять на скорость горения топлива, а тем самым и на количество вырабатываемого газа.

3.9. Аккумуляция рабочей среды под давлением

Для того чтобы накапливать энергию, которая не использована в приводах при одних режимах работы, с последующей отдачей ее приводам при других режимах применяют аккумуляторы рабочей среды под давлением. Кроме того, такие аккумуляторы позволяют уменьшить колебания рабочей среды в трубопроводах, соединяющих приводы с источниками энергоснабжения. Аккумуляторы изготавливают в виде цилиндрических (рис. 3.26, *а*) или сферических (рис. 3.27, *а*) сосудов. Воздух или другой газ у источников энергоснабжения пневмоприводов заполняет весь объем аккумулятора, у источников энергоснабжения гидроприводов рабочая жидкость заполняет только часть объема аккумулятора. При небольших значениях давления (до 2...4 МПа) обе среды в аккумуляторах гидроприводов часто не разделяют. В более распространенных гидроприводах с давлением питания выше 4 МПа применяют эластичные (рис. 3.27, *а*, *б*) или поршневые (рис. 3.27, *в*) разделители, причем во избежание образования взрывоопасных смесей такие аккумуляторы заполняют азотом. Иногда применяют гидравлические аккумуляторы, в которых на поршень вместо газа действует пружина.

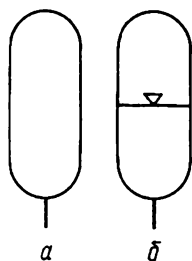


Рис. 3.26. Пневматический (*а*) и газогидравлический (*б*) цилиндрические аккумуляторы

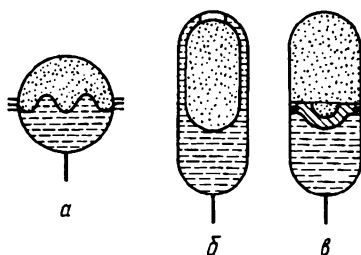


Рис. 3.27. Газогидравлические аккумуляторы с эластичными (*а*, *б*) и поршневым (*в*) разделителями

Газогидравлический аккумулятор накапливает энергию за счет сжатия газа при поступлении жидкости от насоса. Если по каким-либо причинам происходит снижение давления в напорной гидролинии, то газ вытесняет жидкость из аккумулятора. Зависимость давления газа от занимаемого им объема в аккумуляторе близка к уравнению политропы

$$p_i V_i^k = \text{const}, \quad (3.98)$$

где p_i — давление в газовой полости, занимающей объем V_i в аккумуляторе; k — показатель политропы, равный 1, 2...1, 4.

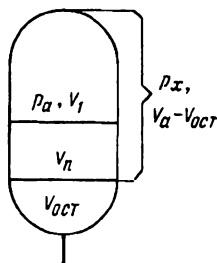


Рис. 3.28. Распределение объемов газа по высоте аккумулятора

Для расчета полного объема V_a аккумулятора примем, что давление p_a при минимальном объеме газа V_1 должно быть равно давлению p_n гидропривода, а при снижении давления в аккумуляторе до значения p_x из него будет вытеснен полезный объем V_n , после этого в аккумуляторе останется объем $V_{ост}$ жидкости. Воспользовавшись соотношением (3.98) и показанным на рис. 3.28 распределением объемов газа по высоте аккумулятора, запишем

$$p_a V_1^k = p_x (V_a - V_{ост})^k$$

или

$$p_a [V_a - (V_n + V_{ост})]^k = p_x (V_a - V_{ост})^k \quad (3.99)$$

По уравнению (3.99) находим

$$V_a = \frac{V_n}{1 - \left(\frac{p_x}{p_a}\right)^{1/k}} + V_{ост}. \quad (3.100)$$

Обычно значения отношения p_x/p_a назначают равными 0,8... ..0,9. Если при этом значение $V_{\text{ост}}$ будет малым по сравнению с $V_{\text{п}}$, то приближенное значение полного объема V_a аккумулятора при $k = 1,4$ составит

$$V_a = (6,8 \dots 13,9) V_{\text{п}}. \quad (3.101)$$

С учетом $V_{\text{ост}}$ полный объем аккумулятора получается несколько больше вычисленного.

На выбор значения полезного объема $V_{\text{п}}$ газогидравлического аккумулятора влияют число подключенных к источнику энергопитания гидроприводов, циклограммы выполняемых ими операций и действующие на выходные звенья нагрузки. Значения $V_{\text{ост}}$ также зависят от перечисленных факторов. Кроме того, необходимо учитывать, при каких размерах и массе аккумулятора получены его характеристики. На последние показатели влияет также давление p_0 начальной зарядки аккумулятора, которое можно найти по полученной с помощью соотношения (3.99) формуле

$$p_0 = p_a \left[1 - \left(\frac{V_{\text{п}} + V_{\text{ост}}}{V_a} \right)^k \right] \quad (3.102)$$

Газовые аккумуляторы для пневмоприводов (ресиверы) входят в компрессорные установки, поэтому вопросы расчета и выбора их размеров рассматривают в курсах по проектированию таких установок. При выборе размеров аккумулятора автономного источника питания пневмопривода можно применить аналогичный описанному ранее подход с учетом того, что весь объем аккумулятора заполнен газом, часть которого составляет полезный объем, используемый при работе пневмопривода.

Вопросы для самопроверки

1. Какие силы действуют на элементы гидро- и пневмоприводов со стороны рабочих сред?
2. Как рассчитать характеристики течения рабочей среды в коротком канале с дросселированием?

3. Какой способ применяют для расчета гидродинамических сил, действующих на элементы гидро- и пневмоприводов?
4. Чем может быть вызвано “отрицательное демпфирование” золотников?
5. При выполнении каких условий силы трения могут быть рассчитаны по уравнениям установившегося течения рабочей среды в зазоре?
6. Какие факторы определяют КПД гидропривода с дроссельным регулированием?
7. Назовите основные способы регулирования источников энергопитания.
8. Как рассчитать размеры газогидравлического аккумулятора?

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

4.1. Общий вид математических моделей с сосредоточенными и распределенными параметрами

В различных областях человеческой деятельности с давних пор используют моделирование как средство получения информации о поведении тех или иных объектов. При моделировании реальный объект заменяют его физическим или абстрактным прообразом. Если в последнем случае описание происходящих в объекте процессов выполнено в математической форме, то модель называют математической. Благодаря интенсивному развитию вычислительной техники математическое моделирование в настоящее время играет ведущую роль при решении разнообразных научных проблем, при создании и эксплуатации новых сооружений, устройств, систем, а также при управлении производством, решении экономических, социальных и других задач.

Чтобы избежать излишне сложных, а также чрезмерно упрощенных и не адекватных реальным объектам моделей, необходимо не только достаточно глубоко знать сущность моделируемых процессов, но и владеть методами оценок допущений, принимаемых при составлении математических моделей. При математическом моделировании гидро- и пневмоприводов эти общие положения не менее важны, чем при моделировании других, часто более сложных, технических систем.

Как отмечалось в предыдущих главах, математическое описание процессов в гидро- и пневмоприводах основано на фундаментальных уравнениях механики твердого тела, механики жидкости и газа, электротехники и электроники. Если переменные в этих уравнениях не зависят от времени, при системном анализе их называют уравнениями статики, а если зависят от времени — уравнениями динамики. Оба понятия несколько шире, чем принятые в теоретической механике, так как, во-первых, переменными могут быть как механические, так и другие физические величины, и, во-вторых, к равновесным относят такие состояния систем, при которых переменные не изменяются во времени, хотя отдельные части системы находятся в движении. Примерами равновесных состояний, в указанном здесь смысле, могут служить вращение вала двигателя с постоянной угловой скоростью или поступательное движение выходного звена привода с постоянной скоростью. Уравнения статики получают либо непосредственно исходя из условий, определяющих равновесные состояния системы, либо с помощью уравнений динамики, полагая в них равными нулю производные по времени от переменных, описывающих мгновенные состояния системы.

На сложность математических моделей гидро- и пневмоприводов в значительной мере влияет форма описания процессов в рабочих средах и их взаимодействия с элементами приводов. Использование уравнений механики жидкости и газа в гидравлической форме (см. гл. 2 и 3) позволяет упростить математические модели рассматриваемых устройств и привлечь для расчетов экспериментальные значения тех параметров, которые нельзя вычислить. Если в этих моделях допустимо не учитывать изменение гидротермодинамических величин в зависимости от геометрических координат, то описание процессов можно представить в сосредоточенных параметрах. При наличии гидравлических и пневматических линий, протяженность которых превышает $1/4$ длины волны колебаний среды вдоль линии, может возникнуть необходимость перехода к более сложным моделям с распределенными параметрами.

Величины, полностью описывающие в данный момент времени состояние какой-либо системы при известных внешних на нее воздействиях, называют переменными состояниями.

Такие переменные являются своего рода координатами пространства физических величин, в котором состояние системы, в частности гидро- или пневмопривода, определяет вектор-столбец, имеющий после транспонирования следующий вид:

$$\mathbf{x}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T,$$

где $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ — переменные состояния.

В том же пространстве внешние воздействия на систему можно представить после транспонирования в виде

$$\mathbf{u}(u_1, u_2, u_3, \dots, u_r)^T$$

Компонентами этого вектора служат управляющие и возмущающие воздействия, приложенные в разных местах системы.

Из числа переменных состояния выделяют *наблюдаемые*, или, как их еще называют, *контролируемые* величины

$$\mathbf{y}(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m)^T$$

В перечисленных переменных основу математической модели гидро- или пневмопривода составляет векторное дифференциальное уравнение состояния

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (4.1)$$

и векторное алгебраическое уравнение наблюдаемых переменных

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t). \quad (4.2)$$

Правые части уравнений (4.1) и (4.2) в общем случае являются нелинейными функциями векторных переменных \mathbf{x} , \mathbf{u} и времени t , наличие которого в указанных функциях связано с возможным изменением (нестационарностью) параметров системы, характеризующих ее свойства.

К уравнениям (4.1) и (4.2) необходимо добавить функции, описывающие изменения во времени управляющих и возмущающих воздействий на систему, а также указать начальные условия для системы. Все переменные зависят только от времени, поэтому уравнения вместе с начальными условиями

описывают гидро- или пневмопривод как систему с сосредоточенными параметрами. При наличии в системе физических величин, которые кроме времени зависят еще от геометрических координат, в математическую модель войдут уравнения в частных производных. Такая модель будет соответствовать системе с распределенными параметрами.

Для более подробного изложения процедуры получения математической модели системы с распределенными параметрами предположим, что процессы в гидроприводе необходимо описать с учетом изменения в одном из трубопроводов давления и скорости жидкости не только во времени, но и по длине трубопровода. Кинематическую вязкость жидкости примем постоянной, объемную — равной нулю. Трубопровод будем считать цилиндрическим с круглым проходным сечением диаметром $d_0 = 2r_0$. При составлении уравнений воспользуемся цилиндрической системой координат, ось x которых направлена по оси трубопровода, а координата r — по радиусу его проходного сечения. В случае неустановившегося осесимметричного течения жидкости уравнения Навье–Стокса (см. гл. 2) при перечисленных условиях можно привести к следующим двум уравнениям:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{4}{3} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_x}{\partial r} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) \right]; \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{4}{3} \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{3} \frac{\partial u_x}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial x} \right) \right], \quad (4.4)$$

где u_x , u_r — проекции скорости \mathbf{u} на оси цилиндрических координат.

В цилиндрических координатах уравнение неразрывности записывают в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_r}{\partial r} + \rho \frac{u_r}{r} + \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0. \quad (4.5)$$

Уравнения (4.3)–(4.5) можно упростить, если в них пренебречь членами, порядок которых значительно ниже сохраняемых членов. Примем длину l трубопровода линейным масштабом, среднюю по проходному сечению трубопровода скорость v жидкости — масштабом скорости, отношение l к скорости c_0 звука в жидкости — масштабом времени исследуемого процесса. При таких масштабах порядок членов в уравнениях можно определить так:

$$O\left(u_x \frac{\partial u_x}{\partial x}\right) = \frac{v^2}{l}; \quad (4.6)$$

$$O\left(\frac{\partial u_x}{\partial t}\right) = \frac{vc_0}{l}, \quad (4.7)$$

где символ O , как и в гл. 3, обозначает порядок величины.

Согласно выражениям (4.6) и (4.7) член $u_x(\partial u_x/\partial x)$ допустимо считать малым по сравнению с $\partial u_x/\partial t$, если $v \ll c_0$. Это условие, например, будет выполнено при достаточно распространенных значениях $v = 6 \dots 7$ м/с и $c_0 = 800 \dots 1000$ м/с. Проведя аналогичные оценки других членов при $r \ll l$, представим уравнения (4.3) и (4.5) в усеченном виде:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_x}{\partial r} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) \right]; \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_r}{\partial r} + \rho \frac{u_r}{r} + \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0. \quad (4.9)$$

Значения плотности ρ вследствие ее малого изменения можно принять постоянными при вычислении коэффициентов уравнений (4.8) и (4.9). Уравнение (4.4) при $u_x \gg u_r$ можно исключить из рассматриваемой системы уравнений.

Для математического описания неустановившегося течения вязкой сжимаемой жидкости в трубопроводе в гидравлической форме умножим все члены уравнений (4.8) и (4.9) на

$2\pi r dr$ и затем проинтегрируем их в пределах от $r = 0$ до $r = r_0$. В результате получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{r_0} 2\pi r u_x dr = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{r_0} 2\pi r p dr + \nu \int_0^{r_0} 2\pi r \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) dr + \frac{\nu}{3} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{r_0} 2\pi r \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) dr; \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{r_0} 2\pi r \rho dr + \rho \int_0^{r_0} 2\pi r \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) dr + \rho \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{r_0} 2\pi r u_x dr = 0. \quad (4.11)$$

Интеграл в левой части уравнения (4.10) равен объемному расходу Q жидкости, протекающей в данный момент времени через рассматриваемое сечение трубопровода

$$\int_0^{r_0} 2\pi r u_x dr = Q. \quad (4.12)$$

Первый интеграл в правой части того же уравнения равен

$$\int_0^{r_0} 2\pi r p dr = \pi r_0^2 p, \quad (4.13)$$

так как давление p можно считать независимым от r .

Второй интеграл в правой части уравнения (4.10) представим следующим образом:

$$\int_0^{r_0} 2\pi r \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) dr = 2\pi r_0 \frac{\partial u_x}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = -\frac{2\pi r_0 \tau_{0H}}{\rho \nu}, \quad (4.14)$$

где нестационарное касательное напряжение на стенке трубо-

провода определяется соотношением

$$\tau_{0H} = -\rho\nu \left. \frac{\partial u_x}{\partial r} \right|_{r=r_0} \quad (4.15)$$

Наконец, вычислим третий интеграл в правой части уравнения (4.10):

$$\begin{aligned} \int_0^{r_0} 2\pi r \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) dr &= 2\pi \int_0^{r_0} r \frac{\partial u_r}{\partial r} dr + 2\pi \int_0^{r_0} u_r dr = \\ &= 2\pi \int_0^{r_0} r \frac{\partial u_r}{\partial r} dr + 2\pi u_r r \Big|_0^{r_0} - 2\pi \int_0^{r_0} r \frac{\partial u_r}{\partial r} dr = 2\pi r_0 u_{r0}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Учитывая упругую деформацию стенок трубопровода, имеем

$$u_{r0} = \frac{\partial r_0}{\partial t}.$$

Приращение r_0 связано с приращением Δp давления в трубопроводе соотношением

$$\Delta r = \frac{r_0}{\delta E_{\text{ст}}} (r_0 \Delta p + p \Delta r_0),$$

где $E_{\text{ст}}$ — модуль упругости материала стенки; δ — толщина стенки.

Второй член в правой части этого выражения при малых деформациях стенки будет пренебрежимо мал по сравнению с первым членом. В этом случае

$$u_{r0} = \frac{r_0^2}{\delta E_{\text{ст}}} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (4.17)$$

Подставив интегралы, определяемые соотношениями (4.12)–(4.17), в уравнение (4.10) и разделив результат на πr_0^2 , получим

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(p - \frac{2\rho\nu r_0}{3\delta E_{\text{ст}}} \frac{\partial p}{\partial t} \right) - \frac{2\tau_{0H}}{\rho r_0}. \quad (4.18)$$

Здесь $v = Q/(\pi r_0^2)$ — средняя по сечению трубопровода скорость жидкости в данный момент времени.

При принятом масштабе времени l/c_0 вторым членом в скобках в уравнении (4.18) допустимо пренебречь, если

$$\frac{2\rho\nu r_0 c_0}{3\delta E_{\text{ст}} l} \ll 1. \quad (4.19)$$

С учетом условия (4.17) после вычисления интегралов и деления на πr_0^2 уравнение (4.11) можно привести к виду

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{2\rho r_0}{\delta E_{\text{ст}}} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (4.20)$$

Применив соотношение (см. гл. 1)

$$B = \rho \frac{\partial p}{\partial \rho}, \quad (4.21)$$

представим уравнение (4.20) в виде

$$\left(\frac{1}{B} + \frac{2r_0}{\delta E_{\text{ст}}} \right) \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (4.22)$$

Таким образом, при рассмотренных допущениях уравнение (4.18) движения вязкой сжимаемой жидкости и уравнение (4.22) неразрывности можно привести к следующим двум уравнениям соответственно:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{2\tau_{0\text{H}}}{\rho r_0} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{B_{\text{тр}}} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (4.24)$$

где $B_{\text{тр}}$ — приведенный модуль объемной упругости жидкости, находящейся в трубопроводе с упругими стенками:

$$\frac{1}{B_{\text{тр}}} = \frac{1}{B} + \frac{1}{E'_{\text{ст}}}, \quad E'_{\text{ст}} = \frac{\delta E_{\text{ст}}}{2r_0}. \quad (4.25)$$

В систему уравнений (4.23) и (4.24) входит нестационарное касательное напряжение $\tau_{0\text{H}}$ на стенке трубопровода, которое необходимо дополнительно определить. При установившемся течении жидкости, когда $\frac{\partial v}{\partial t}$ равно нулю, величину $\tau_{0\text{y}}$ касательного напряжения на стенке трубопровода можно

найти по известной в гидромеханике формуле

$$\tau_{0y} = \frac{\lambda \rho v_y^2}{8}. \quad (4.26)$$

Здесь λ — коэффициент гидравлического сопротивления трения трубопровода; v_y — средняя по сечению трубопровода скорость установившегося течения жидкости.

Значения λ зависят от числа Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{2r_0 v_y}{\nu}. \quad (4.27)$$

При установившемся ламинарном течении ($\text{Re} < 2300$) коэффициент гидравлического сопротивления трения и касательное напряжение на стенке трубопровода можно вычислить достаточно просто, так как распределение местных скоростей по сечению трубопровода является параболическим (течение называют Гагена — Пуазейля). В этом случае $\lambda = 64/\text{Re}$ и

$$\tau_{0y} = \frac{4\rho\nu}{r_0} v_y. \quad (4.28)$$

Принимая в каждый момент времени $v = v_y$, т.е. рассматривая нестационарное течение как сменяющиеся стационарные течения, которые происходят без изменения закона распределения местных скоростей, величину τ_{0H} в уравнении (4.23) часто принимают квазистационарной и вычисляют ее по формуле (4.28). Однако такое приближенное представление закона трения при неустановившемся движении среды (см. гл. 2) не соответствует реальному течению. Согласно экспериментальным и теоретическим исследованиям, при неустановившемся движении вязкой среды изменяется распределение местных скоростей по сечению трубопровода и, следовательно, гидравлическое сопротивление трения трубопровода также изменяется. В связи с этим реальные значения τ_{0H} отличаются от квазистационарных, причем различие может быть значительным. Чтобы учесть данную особенность нестационарных течений, величину τ_{0H} следует представить функцией, в которой будет отражена для рассматриваемого процесса предыстория изменения структуры течения.

При высокочастотных колебаниях рабочих сред в трубопроводах характеристики нестационарного сопротивления трения ламинарных и турбулентных потоков сближаются, что позволяет использовать в расчетах формулу (4.28), предварительно умноженную на коэффициент, который зависит от частоты колебаний рабочей среды. После корректирования формула принимает вид

$$\tau_{0H} = \frac{4\alpha_a \rho \nu v}{r_0}, \quad (4.29)$$

где

$$\alpha_a = \frac{\sqrt{\bar{\omega}}}{2} + 0,4.$$

В соотношении для определения τ_{0H} входит безразмерная частота

$$\bar{\omega} = \frac{\omega r_0^2}{8\nu}. \quad (4.30)$$

Здесь ω — угловая частота колебаний рабочей среды в трубопроводе.

По формуле (4.29) можно оценить, как возрастет сопротивление трения трубопровода вследствие нестационарности течения, вызванной колебаниями рабочей среды. Например, если диаметр проходного сечения трубопровода $d_0 = 2r_0$ равен 20 мм, а вязкость рабочей среды равна $12,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, то при частоте колебаний $f = 16 \text{ Гц}$

$$\bar{\omega} = \frac{2\pi f r_0^2}{8\nu} = 100.$$

При таком значении безразмерной частоты $\alpha_a = 5,4$, соответственно во столько раз увеличится сопротивление трения трубопровода по сравнению с рассчитанным на основе предположения о квазистационарной структуре ламинарного течения.

Уравнение (4.23) при $\tau_{0H} = 0$ вместе с уравнением (4.24) составляет систему уравнений, впервые опубликованную Н.Е. Жуковским в 1899 г. В таком виде уравнения описывают неустановившееся движение невязкой сжимаемой жидкости

в упругом трубопроводе. Расчеты колебательных процессов в трубопроводах гидроприводов без учета вязкости жидкости в некоторых случаях позволяют получить близкие к действительным наибольшие значения давлений в концевых сечениях трубопровода, но не позволяют определить интенсивность затухания колебаний по длине трубопровода и времени. При введении в расчет квазистационарного сопротивления трения трубопровода обеспечивается только приближенная оценка влияния вязкости среды на затухание колебательных процессов, причем при резонансных частотах значения амплитуд давления, вычисленные как без учета вязкости среды, так и с учетом квазистационарного сопротивления трения трубопровода, могут оказаться значительно больше рассчитанных с учетом реального увеличения сопротивления трения.

Уравнения (4.23) и (4.24) во всех рассмотренных выше случаях описывают неустановившееся течение сжимаемой рабочей среды при распределенных по длине трубопровода параметрах. Эти уравнения при ограниченных изменениях давлений и скоростей среды могут быть также применены в математических моделях пневмоприводов. Уравнения (4.1), (4.2) и (4.23), (4.24) образуют математическую модель гидро- или пневмопривода с распределенными параметрами, которая отличается от модели с сосредоточенными параметрами тем, что в нее кроме обыкновенных дифференциальных уравнений входят уравнения в частных производных. Системы, математические модели которых должны быть представлены в распределенных параметрах, обладают рядом особенностей, не проявляющихся в системах, описание которых может быть дано в сосредоточенных параметрах. Например, системы с распределенными параметрами теоретически имеют бесконечное число резонансных частот. У таких систем могут быть перемежающиеся области устойчивых и неустойчивых режимов работы, а также вследствие возникновения гидравлических ударов могут разрушаться трубопроводы и подключенные к ним устройства гидроприводов.

4.2. Линеаризация уравнений и структурные схемы математических моделей

Математическое описание процессов в гидро- и пневмоприводах, а также в источниках энергопитания приводов, как показано в предыдущих главах, связано с использованием нелинейных функций. Вследствие этого основу математических моделей составляют нелинейные дифференциальные уравнения (4.1) и (4.2), с помощью которых исследование систем в большинстве случаев можно выполнить численными методами, так как аналитические методы применимы при ряде ограничений на порядок дифференциальных уравнений и вид содержащихся в них нелинейностей. Возможности численных методов в современных исследованиях любых систем несоизмеримо выросли по сравнению с аналитическими методами. Однако результаты численных исследований часто оказываются недостаточными при выводе общих закономерностей, определяющих важные для практики свойства систем. В то же время аналитические методы исследования линейных математических моделей позволяют получать вполне обобщенные результаты, они подробно разработаны в математике и в тех дисциплинах, которые используют при решении различных задач механики гидро- и пневмоприводов.

Понятие *линейная математическая модель* означает наличие пропорциональности между внешними воздействиями на систему и вызванными ими изменениями переменных состояния. Важное свойство линейных систем состоит в том, что рассчитанные при отдельных воздействиях процессы после суммирования определяют процесс, возникающий в результате всех этих воздействий. Данное свойство является одним из примеров принципа суперпозиции решений линейных дифференциальных уравнений, заменяющих в математической модели нелинейные дифференциальные уравнения. Такая замена исходной нелинейной математической модели реальной системы приближенной линейной моделью может быть выполнена в ограниченной области переменных состояния и при ограниченных внешних воздействиях. Кроме того, необходимо, чтобы характеристики элементов и системы в целом позволяли

осуществить линеаризацию нелинейных уравнений без существенного искажения описываемых ими процессов.

Для линеаризации уравнений (4.1) и (4.2) предварительно определяют состояние системы при $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0$, $t_0 \leq t \leq t_k$. Затем принимают, что переменные состояния и возмущения имеют отклонения от соответствующих этому состоянию значений:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0; \quad \mathbf{y}' = \mathbf{y} - \mathbf{y}_0; \quad \mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{u}_0,$$

где \mathbf{x}' , \mathbf{y}' , \mathbf{u}' — отклонения величин от \mathbf{x}_0 , \mathbf{y}_0 , \mathbf{u}_0 .

С учетом приведенных равенств уравнения (4.1) и (4.2) записывают в виде

$$\frac{d\mathbf{x}_0}{dt} + \frac{d\mathbf{x}'}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}', \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}', t); \quad (4.31)$$

$$\mathbf{y}_0 + \mathbf{y}' = \mathbf{g}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}', \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}', t). \quad (4.32)$$

Если нелинейные функции в правых частях уравнений (4.31) и (4.32) раскладываются в ряд Тейлора в окрестности \mathbf{x}_0 , \mathbf{u}_0 , то, пренебрегая членами с отклонениями в степени выше первой, эти функции приближенно представляют в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}', \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}', t) = & \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, t) + \\ & + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} \mathbf{x}' + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} \mathbf{u}' \end{aligned} \quad (4.33)$$

и

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}', \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}', t) = & \mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, t) + \\ & + \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} \mathbf{x}' + \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} \mathbf{u}' \end{aligned} \quad (4.34)$$

Входящие в функции (4.33) и (4.34) якобианы определяют по следующим формулам:

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix}, \quad \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \frac{\partial f_1}{\partial u_r} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \frac{\partial f_2}{\partial u_r} \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \frac{\partial f_n}{\partial u_r} \end{vmatrix},$$

$$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{vmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_2} & \frac{\partial g_2}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \frac{\partial g_m}{\partial x_2} & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{vmatrix}, \quad \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} = \begin{vmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \frac{\partial g_1}{\partial u_2} & \frac{\partial g_1}{\partial u_r} \\ \frac{\partial g_2}{\partial u_1} & \frac{\partial g_2}{\partial u_2} & \frac{\partial g_2}{\partial u_r} \\ \frac{\partial g_m}{\partial u_1} & \frac{\partial g_m}{\partial u_2} & \frac{\partial g_m}{\partial u_r} \end{vmatrix}.$$

Используя обозначения

$$\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} = \mathbf{A}(t), \quad \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} = \mathbf{B}(t),$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} = \mathbf{C}(t), \quad \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} = \mathbf{D}(t),$$

из уравнений (4.31) и (4.32) выделяют уравнения, описывающие изменение исходного состояния системы в малых отклонениях:

$$\frac{d\mathbf{x}'}{dt} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}' + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}' \quad (4.35)$$

$$\mathbf{y}' = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}' + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}', \quad (4.36)$$

где $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$, $\mathbf{C}(t)$ и $\mathbf{D}(t)$ — матрицы, элементы которых являются заданными функциями времени.

При зависящих от времени коэффициентах (матрицах) уравнений (4.35) и (4.36) системы, соответствующие такому математическому описанию, называют нестационарными. Если коэффициенты постоянные, то системы называют стационарными. Для таких систем эти уравнения имеют вид:

$$\frac{d\mathbf{x}'}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}' + \mathbf{B}\mathbf{u}' \quad (4.37)$$

и

$$\mathbf{y}' = \mathbf{C}\mathbf{x}' + \mathbf{D}\mathbf{u}' \quad (4.38)$$

Здесь \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} и \mathbf{D} — матрицы с постоянными элементами.

Рассмотренный метод линеаризации дифференциальных уравнений нельзя применять в случае, когда нелинейные функции не могут быть разложены в ряд Тейлора из-за наличия

разрывов в окрестности исходного состояния системы. В таких случаях функции называют существенно нелинейными и для линеаризации либо, если это возможно, выбирают другие исходные состояния системы, либо применяют другие методы исследования, два из которых кратко изложены в главе 6 при анализе причин возникновения автоколебаний в гидроприводах. Линеаризованные математические модели систем получают также путем предварительной аппроксимации нелинейных функций, принимая те или иные допущения относительно свойств и характеристик систем.

Математическую модель исследуемой системы можно представить не только уравнениями, но и в виде схемы, показывающей вид вычислительных операций в модели, связи между ее блоками и приложенные к системе внешние воздействия. Такие схемы называют *структурными*. Линейной математической модели системы с векторно-матричными уравнениями (4.35) и (4.36) соответствует структурная схема, изображенная на рис. 4.1.

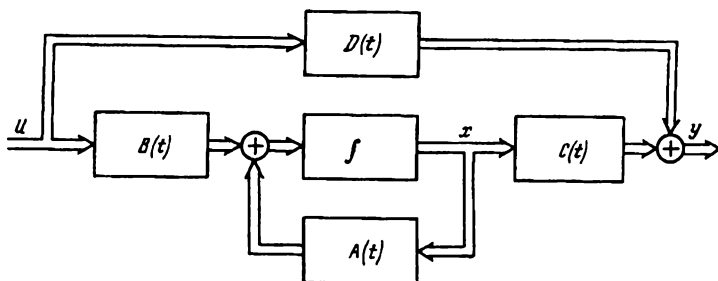


Рис. 4.1. Структурная схема линейной математической модели системы с векторно-матричными уравнениями

На схеме для упрощения записи у переменных не указаны штрихи, которыми при выводе уравнений были отмечены отклонения переменных от своих исходных значений. Необходимость в дополнительных индексах вообще отпадает, если исходные значения переменных можно принять за начало отсчета их изменения. Эта возможность в дальнейшем используется при составлении линеаризованных моделей гидро- и пнев-

моприводов. Стрелки, обозначенные на схеме двойными линиями, соответствуют каналам, передающим сигналы с информацией о значениях векторных переменных. Внутри прямоугольников, которыми показаны основные блоки, записаны матрицы-коэффициенты уравнений и символ интегрирования для вычисления векторной переменной x . В тех местах схемы, где должно происходить алгебраическое суммирование нескольких сигналов, введены кружки с указанными в них знаками сложения или вычитания сигналов. Разветвление стрелок означает, что сигналы без изменения своих значений передаются нескольким блокам.

Чтобы выделить характерные свойства отдельных звеньев, участвующих в формировании и передаче сигналов в системе, применяют математические модели, основой которых являются уравнения типа вход-выход. При этом широко используют линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y = \\ = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 u. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Вводя символ дифференцирования $p_t = d/dt$, уравнение (4.39) записывают в символической форме

$$D(p_t) y = M(p_t) u, \quad (4.40)$$

где u — входная величина (входной сигнал); y — выходная величина (выходной сигнал);

$$D(p_t) = a_n p_t^n + a_{n-1} p_t^{n-1} + \dots + a_0; \quad (4.41)$$

$$M(p_t) = b_m p_t^m + b_{m-1} p_t^{m-1} + \dots + b_0. \quad (4.42)$$

Выражения (4.41) и (4.42) называют собственным оператором системы или звена и оператором воздействия на систему или на ее звено соответственно.

Уравнение (4.40) можно представить также в виде

$$y = W(p_t)u. \quad (4.43)$$

В уравнении (4.43) связь между зависящими от времени входной и выходной величинами определяет передаточная функция

$$W(p_t) = \frac{M(p_t)}{D(p_t)}, \quad (4.44)$$

которая показывает, какие математические операции необходимо выполнить с функцией $u = u(t)$, чтобы найти функцию $y = y(t)$. Так как операторы (4.41) и (4.42) непосредственно следуют из дифференциального уравнения (4.39), описывающего динамические состояния системы или какого-либо из ее звеньев, передаточная функция отражает присущие реальным устройствам свойства, учитываемые при составлении математических моделей этих устройств.

С помощью передаточной функции (4.44) получают алгоритмы для расчетов на аналоговых и цифровых вычислительных машинах. При аналитических исследованиях указываемые передаточной функцией математические действия выполняются проще, если применить методы операционного исчисления. Эти методы основаны на интегральном преобразовании Лапласа:

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt. \quad (4.45)$$

Преобразование (4.45) переводит функцию-оригинал $f(t)$ действительного переменного в функцию-изображение $F(s)$ комплексного переменного s . Соответствие между оригиналами и изображениями обозначают по-разному, часто для этого используют выражение

$$f(t) \equiv F(s). \quad (4.46)$$

Применив преобразование Лапласа и его свойства, дифференциальное уравнение (4.39) при нулевых начальных условиях можно представить в виде

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0) Y(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0) U(s), \quad (4.47)$$

где $y(t) \doteq Y(s)$, $u(t) \doteq U(s)$. Отношение $Y(s)$ к $U(s)$ определяет передаточную функцию в изображениях:

$$W(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}. \quad (4.48)$$

Сравнивая формулы (4.44) и (4.48), легко заметить, что передаточную функцию (4.48) формально можно получить непосредственно из уравнения (4.39), подставив в него $s = d/dt$. Основанием для такой замены служит изоморфизм поля операторов в пространстве действительных переменных и в пространстве изображений по Лапласу.

Вычисляя для заданной функции $u(t)$ изображение $U(s)$ и используя передаточную функцию $W(s)$, изображение выходной величины можно найти по соотношению

$$Y(s) = W(s)U(s). \quad (4.49)$$

Для вычисления функции-оригинала по известному изображению применяют теоремы Хевисайда или таблицы соответствия оригиналов и изображений. Функция $y(t)$ описывает отклик (реакцию) звена или системы на входное воздействие $u(t)$.

Если входная величина изменяется в соответствии с гармоническим законом, то необходимость в обратном преобразовании изображения выходной величины отпадает. В этом случае в передаточную функцию подставляют $s = j\omega$, $j = \sqrt{-1}$. Полученную в результате такой подстановки комплексную функцию $W(j\omega)$ называют *амплитудно-фазовой частотной характеристикой (АФЧХ)* системы или звена. Она определяет отношение амплитуд выходной $a_{\text{вых}}$ и входной $a_{\text{вх}}$

величин, а также смещение φ по фазе между этими величинами в зависимости от частоты ω . Для вычисления используют формулу

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad (4.50)$$

где $A(\omega) = a_{\text{вых}}(\omega)/a_{\text{вх}}(\omega)$ — относительная амплитуда.

Из формулы (4.50) следует, что $A(\omega) = \text{mod } W(j\omega)$ — модуль и $\varphi(\omega) = \text{arg } W(j\omega)$ — аргумент комплексной функции $W(j\omega)$. Графики $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ называют *амплитудной* и *фазовой частотными характеристиками* звена или системы. Эти характеристики обычно строят в логарифмических координатах, измеряя $20 \lg A(\omega) = L(\omega)$ в децибелах, $\varphi(\omega)$ в радианах в секунду, и называют их логарифмической амплитудной характеристикой (ЛАХ) и логарифмической фазовой характеристикой (ЛФХ) соответственно. Частотные характеристики широко применяют при исследованиях и проектировании разнообразных систем, представленных структурными схемами, звенья которых могут быть соединены последовательно, параллельно и в виде контуров с обратными связями.

При последовательном соединении звеньев выходная величина (сигнал) предыдущего звена служит входной величиной (сигналом) для последующего звена (рис. 4.2, а). Передаточную функцию $W(s)$ двух последовательно включенных звеньев можно получить с помощью передаточных функций этих звеньев

$$W_1(s) = Y_1(s)/U_1(s) \quad \text{и} \quad W_2(s) = Y_2(s)/U_2(s),$$

где $U_2(s) = Y_1(s)$. Из приведенных соотношений следует, что

$$W(s) = W_1(s)W_2(s).$$

Если последовательно соединено n звеньев, то

$$W(s) = \prod_{i=1}^n W_i(s). \quad (4.51)$$

Амплитудно-фазовая частотная характеристика $W(j\omega)$ цепи, составленной из n последовательно включенных звеньев, определяется согласно формуле (4.51) путем перемножения АФЧХ отдельных звеньев, поэтому

$$A(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega); \quad (4.52)$$

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega), \quad (4.53)$$

где $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ — амплитудная и фазовая частотные характеристики цепи последовательно включенных звеньев.

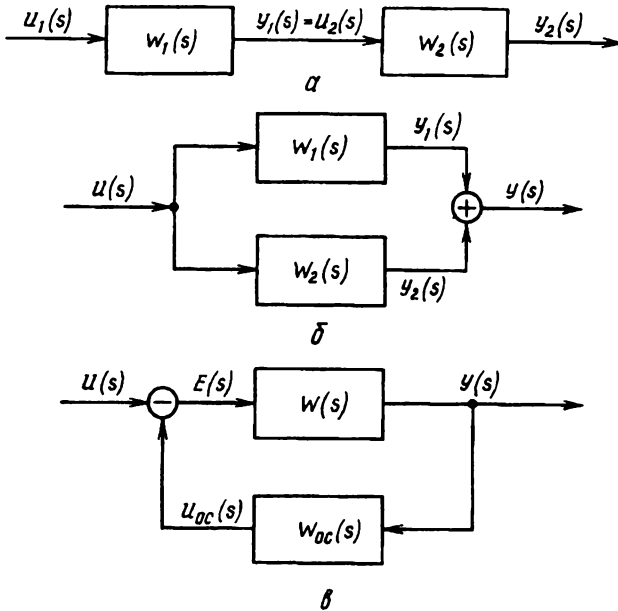


Рис. 4.2. Последовательное (а), параллельное (б) и с обратной связью (в) соединения звеньев в структурных схемах

Логарифмическую амплитудную характеристику данной цепи в соответствии с формулой (4.52) можно найти, сложив ЛАХ отдельных звеньев:

$$L(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega), \quad (4.54)$$

где $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$, $L_i(\omega) = 20 \lg A_i(\omega)$.

Логарифмическую фазовую характеристику цепи по-прежнему определяет формула (4.53), только в логарифмическом масштабе следует брать значения частоты ω .

При параллельном соединении звеньев входные величины (сигналы) имеют одинаковые значения, а выходные величины (сигналы) суммируются. В случае двух звеньев (рис. 4.2, б):

$$Y(s) = Y_1(s) + Y_2(s); \quad Y_1(s) = W_1(s)U(s);$$

$$Y_2(s) = W_2(s)U(s); \quad W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = W_1(s) + W_2(s).$$

Откуда следует, что передаточная функция n параллельно соединенных звеньев является суммой передаточных функций этих звеньев, т.е.

$$W(s) = \sum_{i=1}^n W_i(s). \quad (4.55)$$

Амплитудно-фазовую частотную характеристику параллельно соединенных звеньев можно вычислить по правилу сложения комплексных величин:

$$W(j\omega) = \sum_{i=1}^n P_i(\omega) + j \sum_{i=1}^n Q_i(\omega), \quad (4.56)$$

где $P_i(\omega)$ и $jQ_i(\omega)$ — вещественная и мнимая части АФЧХ каждого звена.

Логарифмические амплитудная и фазовая частотные характеристики параллельно соединенных звеньев вычисляются с учетом того, что $A(\omega) = \text{mod } W(j\omega)$, $\varphi(\omega) = \text{arg } W(j\omega)$.

Замкнутый обратной связью контур состоит из прямой цепи звеньев и цепи звеньев в обратной связи, которая чаще всего бывает отрицательной, но может быть и положительной. Приведенная на рис. 4.2, в структурная схема показывает, что

$$E(s) = U(s) \mp U_{o.c}(s), \quad (4.57)$$

$$U_{o.c}(s) = W_{o.c}(s)Y(s), \quad (4.58)$$

$$Y(s) = W(s)E(s). \quad (4.59)$$

Используя соотношения (4.57)–(4.59), нетрудно получить передаточную функцию контура с обратной связью

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{W(s)}{1 \pm W(s)W_{o.c}(s)}. \quad (4.60)$$

В передаточной функции (4.60) знак “+” соответствует отрицательной обратной связи, при положительной обратной связи следует принять знак “–”

Соотношения (4.57)–(4.59) позволяют найти также передаточную функцию для вычисления ошибки, изображение которой $E(s)$:

$$\Phi_{EU}(s) = \frac{E(s)}{U(s)} = \frac{1}{1 + W(s)W_{o.c}(s)}. \quad (4.61)$$

Амплитудно-фазовую частотную характеристику контура с обратной связью можно рассчитать по формуле (4.60) после подстановки в нее $s = j\omega$. При этом используют правила вычислений комплексных величин и программы для расчетов систем управления.

Рассмотренные преобразования передаточных функций позволяют упростить приведение исходной структурной схемы к более удобному для расчета виду. С той же целью могут быть выполнены преобразования участков структурных схем путем переноса узлов суммирования и разветвления сигналов, причем преобразования структурных схем не должны влиять на результаты расчета процессов в системе. Примеры таких эквивалентных преобразований участков структурных схем даны на рис. 4.3, в левой половине которого показаны первоначальные расположения узлов, в правой — после их переноса.

Заметим, что структурные схемы, построенные по передаточным функциям, которые были получены в изображениях по Лапласу, применимы только для расчетов и исследований линейных систем. Если математическая модель системы содержит нелинейности, которые нельзя устранить описанными выше методами, то при построении структурной схемы системы следует рассматривать передаточные функции в форме (4.44) и, соответственно, расчеты выполнять с учетом того, что указанные на схеме переменные являются функциями времени, а не их изображениями.

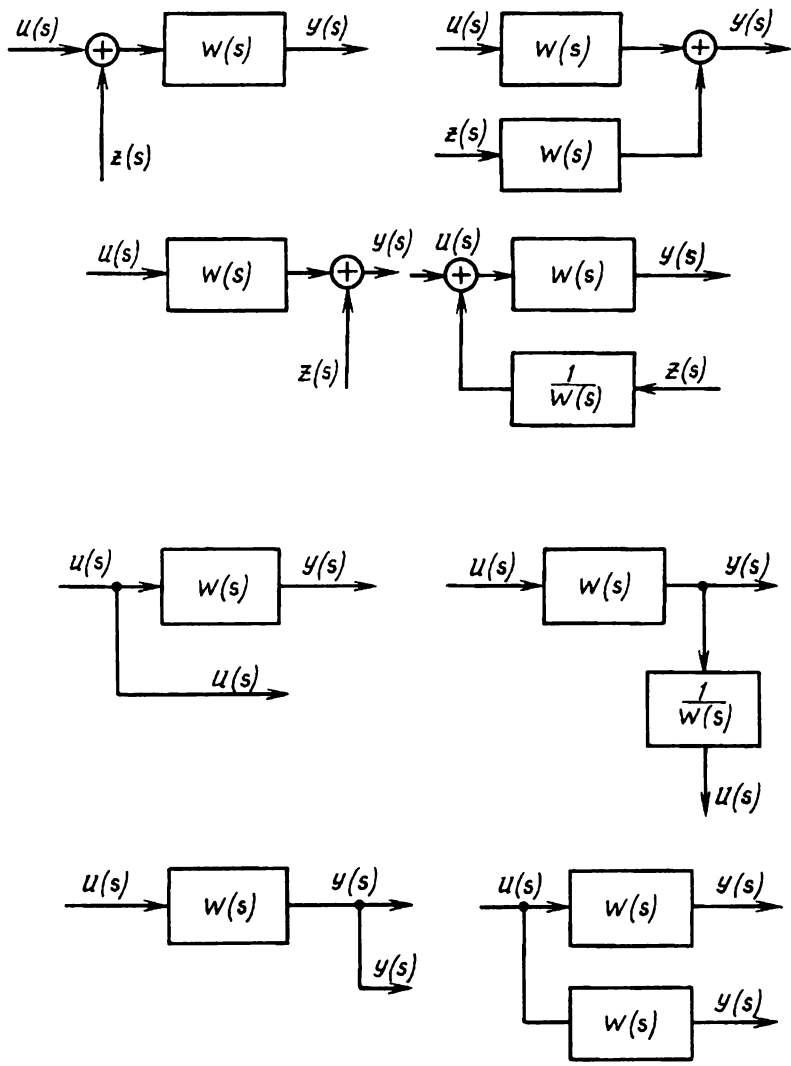


Рис. 4.3. Примеры эквивалентных преобразований участков структурных схем

4.3. Простейшие звенья структурных схем

Вид структурной схемы зависит от вида составляющих ее звеньев и от того, как эти звенья соединены между собой. Чтобы обеспечить общность расчетов различных по своему назначению систем, в теории управления применяют так называемые *типовые звенья* , которые можно представить одинаковыми передаточными функциями независимо от природы процессов, протекающих в реальных устройствах. Такими звеньями являются: пропорциональное, интегрирующее, дифференцирующее, апериодическое и форсирующее первого порядка, а также апериодическое, колебательное и форсирующее второго порядка. Первые три из перечисленных звеньев имеют наиболее простые передаточные функции, с помощью которых можно получить передаточные функции остальных типовых звеньев при описании процессов в сосредоточенных параметрах. Если необходимо учитывать распределенные параметры, то процессы приходится описывать уравнениями в частных производных, которым соответствуют трансцендентные передаточные функции. В некоторых случаях системы с распределенными параметрами можно преобразовать в системы со звеньями чистого запаздывания. Оба последних типа звена являются особыми динамическими звеньями.

Пропорциональное звено передает сигналы с постоянным соотношением их значений без смещения по времени. Зависимость выходного сигнала y от входного u для пропорционального звена определяется уравнением

$$y = Ku, \quad (4.62)$$

где K — коэффициент усиления, если входной и выходной сигналы являются безразмерными или величинами одной размерности; в других случаях этот коэффициент точнее называть коэффициентом передачи или коэффициентом преобразования сигналов.

Значения коэффициента K находят по статическим характеристикам устройства или по передаточной функции (4.48), принимая $s = 0$.

Примерами устройств, которые по своим свойствам близки к пропорциональному звену, могут служить рычажные и

зубчатые механизмы при пренебрежимо малом влиянии инерции, упругих деформаций и трения в механизме. К пропорциональным звеньям относятся также малоинерционные датчики, преобразующие неэлектрические величины (перемещения механических элементов, давления и расходы рабочих сред) в электрические (напряжения, токи).

Интегрирующее звено описывается дифференциальным уравнением

$$T \frac{dy}{dt} = u, \quad (4.63)$$

в котором T — постоянный коэффициент, имеющий при одинаковых размерностях входного u и выходного y сигналов размерность времени, поэтому данный коэффициент называют постоянной времени.

Уравнение (4.63) можно также представить в виде

$$\frac{dy}{dt} = K_v u, \quad (4.64)$$

где $K_v = 1/T$ — коэффициент усиления, определяемый отношением к единичному значению входного сигнала значением скорости выходного сигнала. При изменении входного сигнала в виде единичной ступенчатой функции

$$u = 1(t) \quad (4.65)$$

отклик (переходную функцию) интегрирующего звена находят, решая уравнения (4.63) или (4.64):

$$y(t) = \int \frac{1}{T} dt = \frac{t}{T} \quad \text{или} \quad y(t) = K_v t, \quad (4.66)$$

где произвольная постоянная равна нулю, так как принято, что при $t = 0$ значение $y(0) = 0$ (рис. 4.4, а).

Передаточная функция интегрирующего звена в соответствии с уравнением (4.63) или (4.64) имеет вид

$$W(s) = \frac{1}{Ts} = \frac{K_v}{s}. \quad (4.67)$$

Подставив в передаточную функцию (4.67) $s = j\omega$, получим амплитудно-фазовую частотную характеристику интегрирующего звена

$$W(j\omega) = -\frac{j}{T\omega} = -j \frac{K_v}{\omega}. \quad (4.68)$$

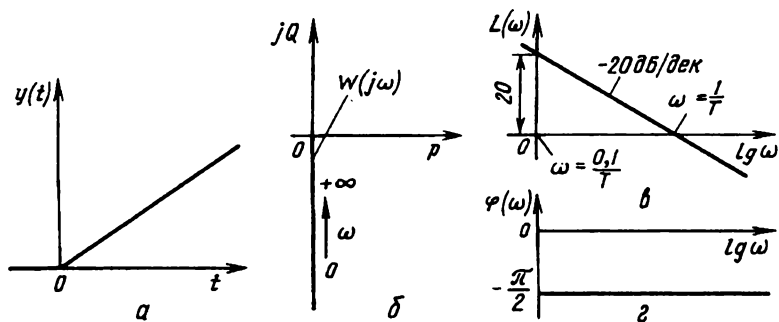


Рис. 4.4. Переходная (а), амплитудно-фазовая частотная (б), логарифмические амплитудная (в) и фазовая (г) характеристики интегрирующего звена

Характеристика (4.68) при изменении ω от 0 до $+\infty$ изображена на рис. 4.4, б. Эта характеристика показывает, что у интегрирующего звена выходной сигнал при всех частотах отстает по фазе от входного сигнала на $-\pi/2$. Амплитудная частотная характеристика звена определяется как модуль $W(j\omega)$:

$$A(\omega) = \frac{1}{T\omega} = \frac{K_v}{\omega}. \quad (4.69)$$

Логарифмическую амплитудную характеристику интегрирующего звена строят с помощью уравнения

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = -20 \lg T\omega = -20 \lg(\omega/K_v). \quad (4.70)$$

Уравнение (4.70) показывает, что ЛАХ является прямой, пересекающей ось частот в точке, для которой $\omega = 1/T = K_v$ (рис. 4.4, в). Наклон прямой определяют изменением значения $L(\omega)$ при изменении ω на декаду. Подставив в формулу (4.70) $\omega = 0,1/T$ и $\omega = 1/T$, получим, что изменение $L(\omega)$ равно -20 дБ. Следовательно, наклон ЛАХ составит -20 дБ/дек. Логарифмическая фазовая характеристика показана на рис. 4.4, г прямой, параллельной оси частот, так как $\varphi(\omega) = -\pi/2$.

Уравнение (4.63) или (4.64) и характеристики интегрирующего звена отражают важное для многих физических процессов свойство накопления вещества, количества движения, элек-

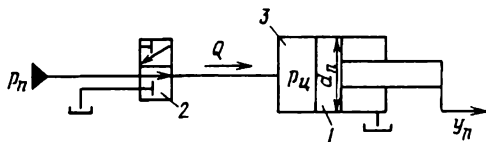


Рис. 4.5. Пример интегрирующего звена

трического потенциала, что необходимо учитывать при математическом моделировании различных устройств. Для примера рассмотрим часто встречающееся в гидро- и пневмоприводах устройство (рис. 4.5), в котором поршень 1 рабочей средой, подводимой через клапан 2, перемещается в цилиндре 3. Если предположить, что поршень имеет нулевую массу m , а трение между поршнем и цилиндром отсутствует, то давление $p_ц$ можно принять постоянным. При такой идеализации процесса скорость поршня будет задана расходом Q рабочей среды, заполняющей увеличивающийся при движении поршня объем цилиндра:

$$\frac{dy_n}{dt} = \frac{Q}{S_n}, \quad (4.71)$$

где $S_n = \pi d_n^2/4$.

Расход несжимаемой рабочей среды зависит от площади $S_{кл}$ проходного сечения клапана, от его коэффициента $\mu_{кл}$ расхода и разности давлений $p_n - p_ц$. Эту зависимость выражает формула

$$Q = \mu_{кл} b_{кл} x_{кл} \sqrt{\frac{2(p_n - p_ц)}{\rho}}, \quad (4.72)$$

где $x_{кл}$ — перемещение клапана; $b_{кл}$ — ширина окон, открываемых при перемещении клапана, $b_{кл} x_{кл} = S_{кл}$.

При постоянных значениях p_n , $p_ц$, ρ расход Q изменяется только в зависимости от $x_{кл}$. С учетом этих условий после подстановки Q из формулы (4.72) в уравнение (4.71) получим

$$T \frac{dy_n}{dt} = x_{кл}, \quad (4.73)$$

где $T = S_n / \left[\mu_{кл} b_{кл} \sqrt{2(p_n - p_ц)/\rho} \right]$ — постоянная времени рассмотренного механизма.

Дифференцирующее звено по своему математическому описанию является обратным по отношению к интегрирующему звену:

$$y = T \frac{du}{dt}, \quad (4.74)$$

T — постоянная времени звена.

В соответствии с уравнением (4.74) передаточная функция дифференцирующего звена имеет вид

$$W(s) = Ts. \quad (4.75)$$

Частотные характеристики можно найти, выполнив такие же действия, как при определении соответствующих характеристик интегрирующего звена. Эти характеристики описывают уравнениями

$$W(j\omega) = jT\omega; \quad (4.76)$$

$$L(\omega) = 20 \lg T\omega; \quad (4.77)$$

$$\varphi(\omega) = +\frac{\pi}{2}. \quad (4.78)$$

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (4.76), ЛАХ (4.77) и ЛФХ (4.78) дифференцирующего звена приведены на рис. 4.6.

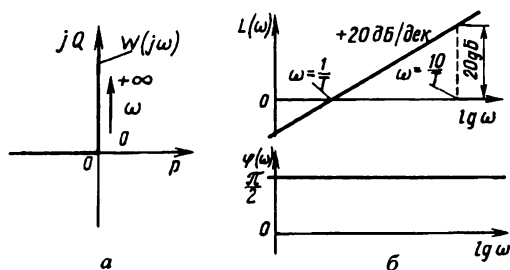


Рис. 4.6. Амплитудно-фазовая (а) и логарифмические (б) частотные характеристики дифференцирующего звена

Физическое явление, которое могло бы служить примером дифференцирования какой-либо величины, в частности, связано с сжимаемостью рабочей среды. Согласно соотношению

вида (1.38) объемный расход Q среды, поступающей в замкнутый объем V_0 , который заполнен той же средой, равен:

$$Q = \frac{V_0}{B} \frac{dp}{dt}, \quad (4.79)$$

где B — локальный изотермический или адиабатический модуль объемной упругости среды.

В электронных средствах управления гидро- и пневмоприводами для корректирования динамических характеристик таких систем применяют элементы, близкие к дифференцирующим звеньям.

4.4. Аperiodическое звено первого порядка

Этот тип звена можно описать уравнением

$$T \frac{dy}{dt} + y = Ku \quad (4.80)$$

или соответствующей уравнению (4.80) передаточной функцией

$$W(s) = \frac{K}{Ts + 1}, \quad (4.81)$$

где K — коэффициент усиления (преобразования); T — постоянная времени.

Переходную функцию, определяющую отклик (реакцию) аperiodического звена на скачок входного сигнала $u = 1(t)$, получают либо путем решения уравнения (4.80), либо с помощью передаточной функции (4.81). В первом случае используют известный из математики метод решения неоднородных дифференциальных уравнений при начальном условии $y(0) = 0$. Во втором — сначала функцию $1(t)$ заменяют ее изображением

$$U(s) = \frac{1}{s}, \quad (4.82)$$

а затем находят изображение

$$Y(s) = \frac{W(s)}{s}. \quad (4.83)$$

После подстановки в соотношение (4.83) правой части передаточной функции (4.81) изображение выходного сигнала принимает вид

$$Y(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}. \quad (4.84)$$

Для определения функции-оригинала $y(t)$ по изображению $Y(s)$ используют формулу разложения Хевисайда

$$y(t) = \frac{M(0)}{D(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{M(s_k)}{s_k \dot{D}(s_k)} e^{s_k t}, \quad (4.85)$$

где s_k — корни уравнения $D(s) = 0$;

$$\dot{D}(s_k) = \left. \frac{\partial D}{\partial s} \right|_{s_k}.$$

Для передаточной функции (4.81) и изображения (4.84):

$$M(0) = M(s_k) = K, \quad n = 1, \quad s_1 = -\frac{1}{T}, \quad \left. \frac{\partial D}{\partial s} \right|_{s_k} = T,$$

поэтому

$$y(t) = K + \frac{K}{-\left(\frac{1}{T}\right)T} e^{-t/T} = K(1 - e^{-t/T}). \quad (4.86)$$

График переходной функции (4.86) для апериодического звена первого порядка приведен на рис. 4.7, а. В данном случае процесс, вызванный ступенчатым изменением входного сигнала (скачком u), является апериодическим, чем и объясняется название данного звена. Если такой график получен при испытаниях какого-либо устройства, то по нему можно определить постоянную времени T , которая равна значению t в тот момент времени, когда $y = 0,63K$. В этом легко убедиться, подставив в формулу (4.86) $t = T$

Амплитудно-фазовую частотную характеристику апериодического звена описывает функция, полученная подстановкой $s = j\omega$ в передаточную функцию (4.81):

$$W(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T}. \quad (4.87)$$

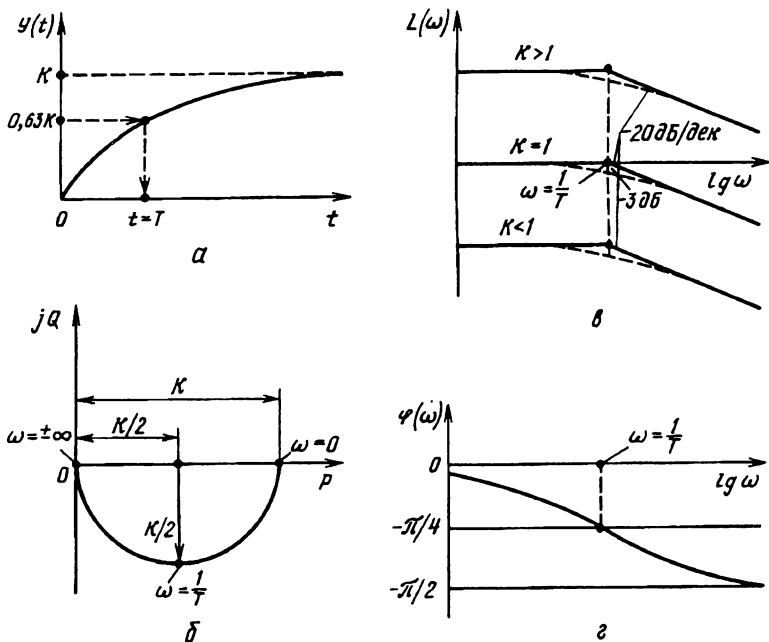


Рис. 4.7. Переходная (а), амплитудно-фазовая частотная (б), логарифмические амплитудная (в) и фазовая (г) характеристики аperiodического звена

Выделяя вещественную $P(\omega)$ и мнимую $jQ(\omega)$ части, формулу (4.87) представляем в виде

$$W(j\omega) = \frac{K}{1 + (\omega T)^2} - j \frac{K\omega T}{1 + (\omega T)^2}. \quad (4.88)$$

При изменении ω от 0 до $+\infty$ АФЧХ, построенная по уравнению (4.88), будет полуокружностью с центром в точке $P(\omega) = K/2$, $Q(\omega) = 0$ (рис. 4.7, в).

Амплитудную частотную характеристику аperiodического звена можно найти как модуль $W(j\omega)$ в виде

$$A(\omega) = K / \sqrt{1 + (\omega T)^2}, \quad (4.89)$$

а фазовую частотную характеристику, как аргумент $W(j\omega)$,

представить в виде

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \omega T \quad (4.90)$$

Логарифмическую амплитудную характеристику определяют с помощью формулы (4.89):

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K - 10 \lg[1 + (\omega T)^2]. \quad (4.91)$$

Эта характеристика имеет две асимптоты, уравнение первой из них можно получить, подставив в формулу (4.91) $\omega = 0$ и записав результат в виде

$$L_1(\omega) = 20 \lg K. \quad (4.92)$$

Уравнение второй асимптоты (4.91) имеет вид

$$L_2(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \omega T \quad (4.93)$$

Обе асимптоты показаны на рис. 4.7, в сплошными линиями. Приближающаяся к асимптотам точная логарифмическая характеристика (4.91) нанесена штриховой линией. Наибольшее отклонение точной характеристики от асимптот составляет -3 дБ при $\omega = 1/T$

Логарифмическая фазовая характеристика аperiодического звена первого порядка, построенная по уравнению (4.90), изменяется в пределах от 0 до $-\pi/2$, проходя через точку $\varphi(\omega) = -\pi/4$ при $\omega = 1/T$ (рис. 4.7, з).

Примером аperiодического звена первого порядка может служить устройство с поршнем, который нагружен силой $P_{\text{пр}}$, создаваемой пружиной жесткостью $c_{\text{пр}}$ (рис. 4.8, а). Пренебрегая, как в предыдущем случае, массой поршня и силами трения, найдем давление в полости цилиндра

$$p_{\text{ц}} = \frac{P_{\text{пр}}}{S_{\text{п}}}. \quad (4.94)$$

Предположим, что при некотором положении поршня сила пружины равна $P_{\text{пр}0}$. Измеряя от этого положения перемещение $y_{\text{п}}$ поршня, представим уравнение (4.94) в виде

$$p_{\text{ц}} = p_{\text{ц}0} + \frac{c_{\text{пр}}}{S_{\text{п}}} y_{\text{п}}, \quad (4.95)$$

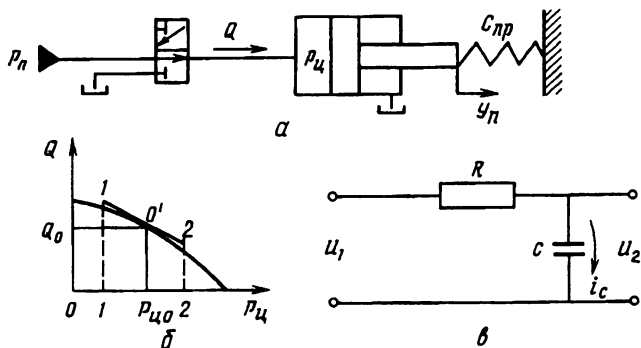


Рис. 4.8. Гидромеханическое устройство (а) и электрический контур (б) как примеры апериодического звена

где $p_{ц0} = P_{пр0}/S_{п}$ — давление в полости цилиндра при начальном положении поршня.

Соотношение (4.95) показывает, что в результате действия силы на поршень пружины давление в полости цилиндра изменяется при перемещении поршня, поэтому разность давлений $p_{п} - p_{ц}$ в формуле (4.72) является переменной величиной. Если остальные члены в правой части формулы принять постоянными, то график изменения расхода Q в зависимости от $p_{ц}$ будет нелинейным (рис. 4.8, б). Чтобы линеаризовать полученную для расхода Q функцию, проведем в точке $0'$ касательную и ограничим используемый при расчете участок графика прямыми 1-1 и 2-2. После такой аппроксимации зависимость расхода Q от давления $p_{ц}$ в полости цилиндра становится линейной:

$$Q = Q_0 - K_{Qp}(p_{ц} - p_{ц0}), \quad (4.96)$$

где

$$Q_0 = \mu_{к\lambda} b_{к\lambda} x_{к\lambda} \sqrt{\frac{2(p_{п} - p_{ц0})}{\rho}};$$

$$K_{Qp} = \left. \frac{\partial Q}{\partial p} \right|_{Q=Q_0} = \left| \frac{\mu_{к\lambda} b_{к\lambda} x_{к\lambda}}{\sqrt{2\rho(p_{п} - p_{ц0})}} \right|,$$

причем коэффициент K_{Qp} взят по модулю, так как его отрицательный знак учтен в уравнении (4.96).

Подставив Q из (4.96) в (4.71), получим

$$S_{\Pi} \frac{dy_{\Pi}}{dt} = Q_0 - K_{Qp}(p_{\Pi} - p_{\Pi 0}). \quad (4.97)$$

Из уравнений (4.95) и (4.97) находим

$$S_{\Pi} \frac{dy_{\Pi}}{dt} + \frac{K_{Qp} c_{\Pi p}}{S_{\Pi}} y_{\Pi} = Q_0. \quad (4.98)$$

Разделив все члены уравнения (4.98) на коэффициент при y_{Π} , запишем полученное уравнение в форме (4.80)

$$T \frac{dy_{\Pi}}{dt} + y_{\Pi} = K_{yQ} Q_0, \quad (4.99)$$

где $T = S_{\Pi}^2 / (K_{Qp} c_{\Pi p})$ — постоянная времени рассмотренного устройства; $K_{yQ} = S_{\Pi} / (K_{Qp} c_{\Pi p})$ — коэффициент преобразования расхода среды в перемещение поршня.

Таким образом, перемещение y_{Π} нагруженного пружиной поршня будет изменяться после включения расхода Q_0 в соответствии с динамическими характеристиками аperiodического звена, если справедливы допущения, принятые при выводе уравнения (4.99).

Электрический контур, состоящий из резистора и конденсатора, также может служить примером аperiodического звена первого порядка (рис. 4.8, в). Записав известные из электротехники уравнения

$$u_2 = u_1 - i_c R \quad \text{и} \quad i_c = C \frac{du_2}{dt},$$

найдем

$$RC \frac{du_2}{dt} + u_2 = u_1, \quad (4.100)$$

где $RC = T$ (T — постоянная времени, R — сопротивление резистора, C — емкость конденсатора); i_c — электрический ток в контуре.

4.5. Колебательное и апериодическое звенья второго порядка

Уравнения звеньев второго порядка имеют вид

$$T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\zeta T \frac{dy}{dt} + y = Ku, \quad (4.101)$$

где T — постоянная времени; ζ — коэффициент относительно демпфирования; K — коэффициент усиления.

Звено называют колебательным при $1 > \zeta > 0$, а при $\zeta \geq 1$ — апериодическим. Эти термины связаны с типом переходного процесса, вызванного скачком входного сигнала. Такой процесс можно рассчитать, решив непосредственно дифференциальное уравнение (4.101) или применив передаточную функцию звена

$$W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\zeta T s + 1}. \quad (4.102)$$

При $u = 1(t)$ изображение входного сигнала $U(s) = 1/s$. В этом случае

$$Y(s) = \frac{W(s)}{s} = \frac{K}{s(T^2 s^2 + 2\zeta T s + 1)}. \quad (4.103)$$

Корни знаменателя передаточной функции (4.102), т.е. ее полюсы, для колебательного звена находят по соотношениям

$$s_1 = -\alpha + j\omega_c, \quad s_2 = -\alpha - j\omega_c,$$

в которых

$$\alpha = \frac{\zeta}{T}, \quad \omega_c = \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{T}.$$

При некротных корнях s_1, s_2 можно, как и при определении переходной функции апериодического звена первого порядка, воспользоваться формулой (4.85). Здесь

$$\begin{aligned} M(0) &= K; & M(s_k) &= K; & D(0) &= 1; \\ \dot{D}(s_1) &= 2T^2 \omega_c j; & \dot{D}(s_2) &= -2T^2 \omega_c j, \end{aligned}$$

поэтому переходная функция колебательного звена имеет вид

$$y(t) = K + \frac{K}{2(-\alpha + j\omega_c)T^2\omega_c j} e^{(-\alpha + j\omega_c)t} + \frac{K}{2(-\alpha - j\omega_c)(-T^2\omega_c j)} e^{-(\alpha + j\omega_c)t} \quad (4.104)$$

Вторая и третья составляющие переходной функции (4.104) являются комплексно сопряженными выражениями, сумма которых равна удвоенной вещественной части одного из них:

$$\begin{aligned} 2\operatorname{Re} \frac{K}{2(-\alpha + j\omega_c)T^2\omega_c j} e^{(-\alpha + j\omega_c)t} &= \\ &= \frac{K}{T^2\omega_c} e^{-\alpha t} \operatorname{Re} \frac{(-\alpha - j\omega_c)(-j)}{\alpha^2 + \omega_c^2} e^{j\omega_c t} = \\ &= \frac{K e^{-\alpha t}}{T^2\omega_c(\alpha^2 + \omega_c^2)} \operatorname{Re} [(-\omega_c + j\alpha)(\cos \omega_c t + j \sin \omega_c t)] = \\ &= -\frac{K e^{-\alpha t}}{T^2\omega_c(\alpha^2 + \omega_c^2)} (\omega_c \cos \omega_c t + \alpha \sin \omega_c t) = \\ &= -K e^{-\alpha t} \left(\cos \omega_c t + \frac{\alpha}{\omega_c} \sin \omega_c t \right). \quad (4.105) \end{aligned}$$

С учетом выражения (4.105) переходная функция (4.104) принимает вид

$$y(t) = K \left[1 - e^{-\alpha t} \left(\cos \omega_c t + \frac{\alpha}{\omega_c} \sin \omega_c t \right) \right] \quad (4.106)$$

Переходной функции (4.106) можно придать другой вид, умножив и разделив выражение в круглых скобках на $\sin \varphi$ при $\varphi = \operatorname{arctg}(\omega_c/\alpha)$ и применив формулу для синуса двух углов. В результате получим

$$y(t) = K[1 - A e^{-\alpha t} \sin(\omega_c t + \varphi)], \quad (4.107)$$

где

$$A = \frac{1}{\sin \varphi} = \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{\omega_c} \right)^2}$$

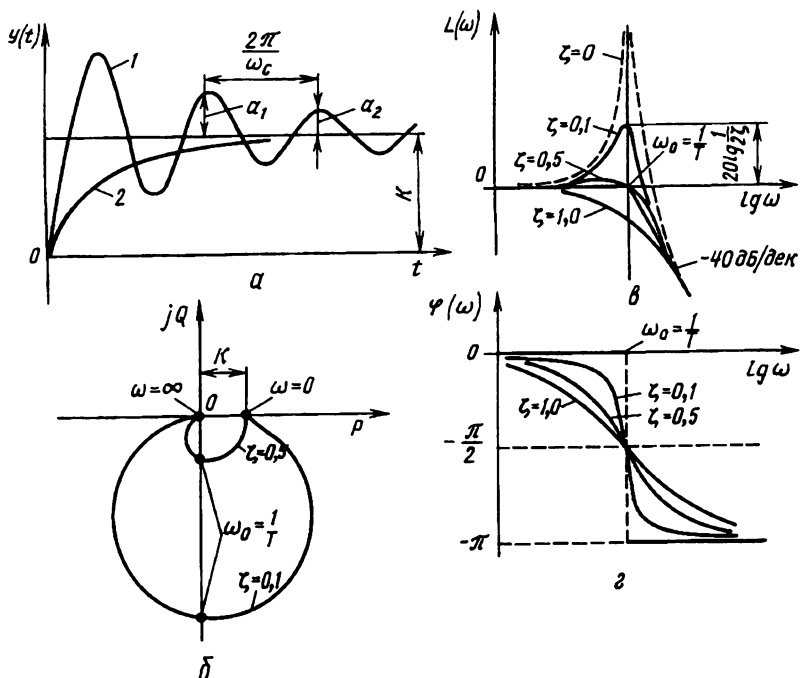


Рис. 4.9. Переходная (а), амплитудно-фазовая частотная (б), логарифмические амплитудная (в) и фазовая (г) характеристики звеньев второго порядка

Построенный по формуле (4.106) или (4.107) переходный процесс является колебательным затухающим (рис. 4.9, а, кривая 1). Интенсивность затухания процесса оценивают по отношению a_1/a_2 амплитуд, взятых в моменты времени, отличающиеся на период $2\pi/\omega_c$ колебаний. По формуле (4.107) находим величину

$$\delta = \ln \left(\frac{a_1}{a_2} \right) = \frac{2\alpha\pi}{\omega_c}, \quad (4.108)$$

которую в теории колебаний называют логарифмическим декрементом затухания.

При $\zeta \geq 1$ полюсы передаточной функции (4.102) будут действительными числами и соответственно переходный процесс станет аperiodическим (рис. 4.9, а, кривая 2).

Частотные характеристики колебательного и апериодического второго порядка звеньев определяют путем подстановки $s = j\omega$ в передаточную функцию (4.102). В результате получают АФЧХ

$$W(j\omega) = \frac{K}{1 - \omega^2 T^2 + j2\zeta\omega T}. \quad (4.109)$$

Формулу (4.109) можно записать в виде

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

где

$$P(\omega) = \frac{K(1 - \omega^2 T^2)}{(1 - \omega^2 T^2)^2 + (2\zeta\omega T)^2}; \quad (4.110)$$

$$Q(\omega) = -\frac{2K\zeta\omega T}{(1 - \omega^2 T^2)^2 + (2\zeta\omega T)^2}. \quad (4.111)$$

Для значений ω , изменяющихся от 0 до ∞ , АФЧХ колебательного звена изображена на рис. 4.9, б.

Амплитудную и фазовую частотные характеристики вычисляют соответственно по формулам:

$$\begin{aligned} A(\omega) &= \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \\ &= \frac{K}{\sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + (2\zeta\omega T)^2}}; \end{aligned} \quad (4.112)$$

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \\ &= -\operatorname{arctg} \frac{2\zeta\omega T}{1 - \omega^2 T^2}, \quad \omega T < 1; \end{aligned} \quad (4.113)$$

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} - \pi = \\ &= -\operatorname{arctg} \frac{2\zeta\omega T}{1 - \omega^2 T^2} - \pi, \quad \omega T > 1. \end{aligned} \quad (4.114)$$

Логарифмическую амплитудную характеристику, с учетом того, что $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$, нетрудно найти из формулы (4.112) в виде

$$L(\omega) = 20 \lg K - 10 \lg \left[(1 - \omega^2 T^2)^2 + (2\zeta\omega T)^2 \right]. \quad (4.115)$$

Как и в случае апериодического звена первого порядка, полезными для расчетов являются уравнения асимптот характеристики (4.115) при низких ($\omega T < 1$) и высоких ($\omega T > 1$) частотах. Для первой асимптоты:

$$L_1(\omega) = 20 \lg K, \quad (4.116)$$

для второй асимптоты:

$$L_2(\omega) = 20 \lg K - 40 \lg \omega T \quad (4.117)$$

Вычисляя по уравнению (4.117) значения $L_2(\omega_i T)$ и $L_2(10\omega_i T)$ при $\omega_i > 1/T$, замечаем, что наклон второй асимптоты составляет -40 дБ/дек.

При $K = 1$ первая асимптота совпадает с осью частот. Обе асимптоты пересекаются в точке, где $\omega = \omega_0 = 1/T$ (рис. 4.9, в). Характеристика (4.115) по-разному отклоняется от своих асимптот в зависимости от коэффициента относительного демпфирования. При $0 < \zeta < 1$ (колебательное звено) это отклонение будет максимальным при резонансной частоте:

$$\omega_p = \omega_0 \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad (4.118)$$

Если $\zeta = 0$, то характеристика имеет разрыв при $\omega_p = \omega_0$. Таким образом, у колебательного звена есть три характерных частоты: резонансная, собственная частота колебаний при переходном процессе

$$\omega_c = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (4.119)$$

и собственная частота в отсутствие демпфирования ($\zeta = 0$)

$$\omega_0 = \frac{1}{T}. \quad (4.120)$$

При $\zeta \geq 1$ колебательное звено превращается в апериодическое второго порядка звено, логарифмические амплитудные характеристики которого располагаются ниже своих асимптот. Чтобы получить логарифмические амплитудные характеристики при $K > 1$ или $K < 1$, следует построенную для $K = 1$ характеристику сместить на $20 \lg K$ вверх, если $K > 1$, и вниз, если $K < 1$. Вместо смещения характеристики можно

в противоположные указанным направлениям переносить параллельно самой себе ось частот. Фазовые характеристики не зависят от значения K и изменяются только при изменении ζ (рис. 4.9, z).

Устройство, которое было рассмотрено как интегрирующее и апериодическое первого порядка звенья, может служить также примером колебательного или апериодического второго порядка звеньев, если присоединить к поршню тело массой m . В значении m может учитываться и масса поршня (рис. 4.10, a). Кроме того, примем, что при движении поршня на него действует сила $P_{\text{тр}}$ вязкого трения. Уравнение движения поршня при таких условиях имеет вид

$$m \frac{d^2 y_{\text{п}}}{dt^2} = S_{\text{п}} p_{\text{ц}} - P_{\text{пр}} - P_{\text{тр}}. \quad (4.121)$$

Перемещение поршня, как и в предыдущих примерах, будем измерять от положения, при котором $P_{\text{пр}} = P_{\text{пр}0}$, а силу вязкого трения представим соотношением

$$P_{\text{тр}} = k_{\text{тр}} \frac{dy_{\text{п}}}{dt},$$

где $k_{\text{тр}}$ — коэффициент вязкого трения (см. § 3.5).

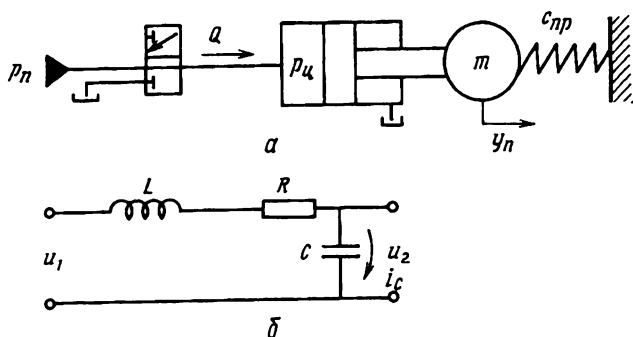


Рис. 4.10. Гидромеханическое устройство (a) и электрический контур (b) как примеры звена второго порядка

После подстановки в уравнение (4.121) выражений, определяющих $P_{\text{пр}}$ и $P_{\text{тр}}$, приведем его к виду

$$\frac{m}{S_{\text{п}}} \frac{d^2 y_{\text{п}}}{dt^2} + \frac{k_{\text{тр}}}{S_{\text{п}}} \frac{dy_{\text{п}}}{dt} + \frac{c_{\text{пр}}}{S_{\text{п}}} y_{\text{п}} = p_{\text{ц}} - p_{\text{ц}0}, \quad (4.122)$$

где

$$p_{\text{ц}0} = \frac{P_{\text{пр}0}}{S_{\text{п}}}.$$

Из линеаризованной функции (4.96) следует, что

$$p_{\text{ц}} = p_{\text{ц}0} + \frac{Q_0 - Q}{K_{Qp}}. \quad (4.123)$$

Расход Q среды, если по-прежнему не учитывать ее сжимаемость, определяет уравнение (4.71), воспользовавшись которым, из уравнения (4.123) находим

$$p_{\text{ц}} = p_{\text{ц}0} + \frac{Q_0}{K_{Qp}} - \frac{S_{\text{п}}}{K_{Qp}} \frac{dy_{\text{п}}}{dt}.$$

Подставив это значение $p_{\text{ц}}$ в уравнение (4.122), получим

$$\frac{m}{S_{\text{п}}} \frac{d^2 y_{\text{п}}}{dt^2} + \left(\frac{k_{\text{тр}}}{S_{\text{п}}} + \frac{S_{\text{п}}}{K_{Qp}} \right) \frac{dy_{\text{п}}}{dt} + \frac{c_{\text{пр}}}{S_{\text{п}}} y_{\text{п}} = \frac{Q_0}{K_{Qp}}. \quad (4.124)$$

Разделив все члены уравнения (4.124) на коэффициент при $y_{\text{п}}$, запишем результат в форме уравнения (4.101):

$$T^2 \frac{d^2 y_{\text{п}}}{dt^2} + 2\zeta T \frac{dy_{\text{п}}}{dt} + y_{\text{п}} = K_{yQ} Q_0, \quad (4.125)$$

где

$$T = \sqrt{\frac{m}{c_{\text{пр}}}} \text{ — постоянная времени устройства;}$$

$$\zeta = \frac{k_{\text{тр}} + \frac{S_{\text{п}}^2}{K_{Qp}}}{2\sqrt{m c_{\text{пр}}}} \text{ — коэффициент относительного демпфирования;}$$

$$K_{yQ} = \frac{S_{\text{п}}}{c_{\text{пр}} K_{Qp}} \text{ — коэффициент преобразования расхода среды в перемещение поршня.}$$

В формулу для коэффициента ζ , от численного значения которого зависит, является ли данное устройство колебательным или апериодическим звеном второго порядка, входят коэффициенты $k_{\text{тр}}$ и $K_{\text{оп}}$. Последний коэффициент, согласно уравнению (4.96), связан с параметрами клапана и характеризует изменение его пропускной способности в зависимости от давления $p_{\text{ц}}$. Диссипация энергии возрастает с увеличением $k_{\text{тр}}$. Постоянная времени T представляет собой величину, обратную частоте ω_0 недемпфированных колебаний тела массой m , которая соединена с пружиной жесткостью $c_{\text{пр}}$. Подобные устройства в теории колебаний называют линейными осцилляторами с одной степенью свободы.

Электрический контур, динамические характеристики которого будут такими же, как у колебательного или апериодического звена второго порядка, состоит из катушки с индуктивностью L , резистора, имеющего омическое сопротивление R , и конденсатора емкостью C (рис. 4.10, б). Для такого контура

$$u_2 = u_1 - L \frac{di_c}{dt} - Ri_c. \quad (4.126)$$

С учетом, что $i_c = C \frac{du_2}{dt}$, приведем уравнение (4.126) к виду

$$LC \frac{d^2 u_2}{dt^2} + RC \frac{du_2}{dt} + u_2 = u_1. \quad (4.127)$$

Вводя обозначения $T = \sqrt{LC}$ и $\zeta = 0,5R\sqrt{C/L}$, можем уравнение (4.127) записать в форме уравнения (4.101).

В начале § 4.3, кроме рассмотренных звеньев, были названы еще форсирующие звенья первого и второго порядков, передаточные функции которых будут обратными по отношению к передаточным функциям апериодического первого порядка, колебательного и апериодического второго порядка звеньев соответственно. Их частотные характеристики находят теми же способами, которые были описаны ранее, причем логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики форсирующих звеньев можно построить путем изменения наклона асимптот в области высоких частот с отрицательных

на положительные при одновременной замене отрицательных знаков у значений фаз на положительные.

Заметим, что при реальных физических процессах всегда имеют место явления, вследствие которых изменение выходной величины происходит с некоторым отставанием по времени от входного воздействия, поэтому передаточные функции технически осуществимых устройств при наличии в них форсирующих звеньев будут содержать еще интегрирующие, апериодические или колебательные звенья. Вносимые этими звеньями искажения частотных характеристик зависят от их параметров. Если параметры выбраны так, что форсирующие звенья в основном определяют частотные характеристики в выбранном диапазоне частот, то такие звенья относятся к реально форсирующим. Именно этого вида звенья применяются при корректировании разнообразных систем управления, включая системы с гидро- и пневмоприводами.

Вопросы для самопроверки

1. Как различаются математические модели, представленные в сосредоточенных и распределенных параметрах?
2. Объясните математические основы линеаризации уравнений динамики управляемых систем.
3. Назовите типовые звенья структурных схем управляемых систем.
4. Нарисуйте переходные и частотные характеристики всех типовых звеньев.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ ГИДРО- И ПНЕВМОПРИВОДОВ

5.1. Нелинейная математическая модель силовой части гидропривода с дроссельным регулированием

С помощью структурного представления математических моделей систем можно решать различные задачи динамики гидро- и пневмоприводов. Однако практически невозможно, да и вряд ли необходимо, пытаться рассмотреть даже основные задачи в приложении ко всем видам гидро- и пневмоприводов. Целесообразнее на примерах наиболее распространенных конструкций приводов освоить достаточно общую методику математического моделирования и построения структурных схем такого класса управляемых систем, которые объединяет наличие в качестве рабочей среды жидкости или газа. При таком подходе к математическому моделированию приводов выделим в любом приводе силовую и управляющие части. К силовой части отнесем исполнительный гидро- или пневмодвигатель с регулирующим движением его выходного звена устройством. Воздействующие на это устройство аппараты, а также формирующие сигналы управления датчики и приборы отнесем к управляющей части. Сначала рассмотрим гидроприводы, рабочей средой для которых служат малосжимаемые жидкости, а затем пневмоприводы, что позволяет показать, как влияет увеличение сжимаемости рабочей среды (воздуха или другого газа) на динамику приводов.

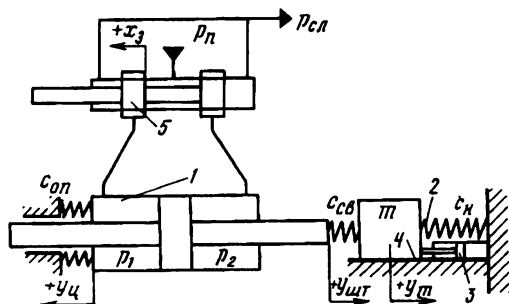


Рис. 5.1. Схема силовой части гидропривода с дроссельным регулированием

Для математического моделирования воспользуемся расчетной схемой, изображенной на рис. 5.1. На схеме гидроцилиндр 1 с проходным штоком имеет внешнюю опору жесткостью $c_{оп}$. Нагрузка на выходное звено (шток гидроцилиндра) принята инерционной, позиционной и в виде трения. Первую из перечисленных нагрузок создает перемещаемое выходным звеном тело массой m , вторая — условно представлена пружиной 2 с нулевым натяжением при среднем положении поршня гидроцилиндра. Нагрузку от действия вязкого трения имитирует гидравлический демпфер 3, а от сухого трения — граница 4 плоскости, по которой без смазки перемещается тело массой m .

Жесткость связи тела массой m со штоком гидроцилиндра обозначена $c_{св}$. Положительным выбрано перемещение x_3 золотника, соответствующее положительному перемещению штока гидроцилиндра (на схеме — вправо).

Математическое описание динамических процессов в таком исполнительном гидродвигателе начнем с уравнения движения тела массой m :

$$m \frac{d^2 y_m}{dt^2} = c_{св}(y_{шт} - y_m) - c_n y_m - P_{тр}, \quad (5.1)$$

где $P_{тр}$ — сила, вызванная действием вязкого и сухого трения; в общем случае является нелинейной функцией скорости $v_m = dy_m/dt$, т.е.

$$P_{тр} = P_{тр}(v_m). \quad (5.2)$$

Уравнение движения выходного звена (штока гидроцилиндра) запишем в виде

$$m_{\text{п}} \frac{d^2 y_{\text{шт}}}{dt^2} = S_1 p_1 - S_2 p_2 - c_{\text{св}}(y_{\text{шт}} - y_m) - P_{\text{тр.ц}}, \quad (5.3)$$

где $m_{\text{п}}$ — суммарная масса поршня и штока гидроцилиндра; S_1 и S_2 — площади поршня в левой и правой полостях гидроцилиндра, в которых давления жидкости равны p_1 и p_2 соответственно; $P_{\text{тр.ц}}$ — сила трения в уплотнениях гидроцилиндра.

При смешанном трении в уплотнениях

$$P_{\text{тр.ц}} = P_{\text{тр.ц}}(v_{\text{шт}}, v_{\text{ц}}), \quad (5.4)$$

где $v_{\text{шт}} = dy_{\text{шт}}/dt$; $v_{\text{ц}} = dy_{\text{ц}}/dt$; $y_{\text{ц}}$ — перемещение гидроцилиндра на упругой опоре.

В свою очередь величина $v_{\text{ц}}$ входит в уравнение

$$m_{\text{ц}} \frac{d^2 y_{\text{ц}}}{dt^2} = S_1 p_1 - S_2 p_2 - c_{\text{оп}} y_{\text{ц}} - P_{\text{тр.ц}}, \quad (5.5)$$

где $m_{\text{ц}}$ — масса гидроцилиндра.

При смещении золотника в направлении $+x_3$ в левую полость гидроцилиндра поступает жидкость с массовым расходом

$$G_1 = \rho Q_{31}, \quad (5.6)$$

где ρ — плотность жидкости; Q_{31} — объемный расход жидкости, поступающей в левую полость гидроцилиндра.

Согласно условию неразрывности течения, имеем

$$\rho Q_{31} = \rho \frac{d(V_1 + V_{1л})}{dt} + \rho \frac{V_1 + V_{1л}}{B_{\text{см}1}} \frac{dp_1}{dt}, \quad (5.7)$$

где $B_{\text{см}1}$ — модуль объемной упругости находящейся в левой полости гидроцилиндра смеси жидкости с воздухом; V_1 — объем левой полости гидроцилиндра; $V_{1л}$ — объем канала, соединяющего левую полость гидроцилиндра с золотником.

Уравнение (5.7) и используемое далее аналогичное уравнение для правой полости гидроцилиндра записаны в предположении одновременного изменения давления во всех сечениях каналов (гидролиний), соединяющих гидроцилиндр с золотником, т.е. в сосредоточенных параметрах. При этом инерция

жидкости не учитывается, а гидравлическое сопротивление каналов учтено в коэффициенте расхода золотника.

Вследствие перемещения поршня гидроцилиндра и перемещения самого гидроцилиндра, вызванного упругостью опоры, объем V_1 будет переменной величиной, поэтому

$$V_1 = V_{01} + S_1 y_{шт} + S_1 y_{ц}, \quad (5.8)$$

где V_{01} — объем левой полости гидроцилиндра при начальном положении поршня, от которого измерены значения $y_{шт}$ и $y_{ц}$.

После подстановки величины V_1 из уравнения (5.8) в уравнение (5.7) и сокращения на ρ получаем

$$Q_{31} = S_1 \frac{dy_{шт}}{dt} + S_1 \frac{dy_{ц}}{dt} + \frac{V_1 + V_{1л}}{B_{см1}} \frac{dp_1}{dt}. \quad (5.9)$$

Аналогично находим уравнение объемного расхода жидкости, вытекающей из правой полости гидроцилиндра

$$Q_{32} = S_2 \frac{dy_{шт}}{dt} + S_2 \frac{dy_{ц}}{dt} - \frac{V_2 + V_{2л}}{B_{см2}} \frac{dp_2}{dt}, \quad (5.10)$$

где V_2 — объем правой полости гидроцилиндра, который уменьшается при движении поршня в направлении $+y_{шт}$; $V_{2л}$ — объем канала, соединяющего правую полость гидроцилиндра с золотником; $B_{см2}$ — модуль объемной упругости смеси жидкости и воздуха, вытесняемой из правой полости гидроцилиндра.

Входящие в уравнения (5.9) и (5.10) модули объемной упругости можно определить по соотношению

$$B_{смi} = \frac{B_{ж}}{1 + \alpha_{вi} B_{жи}/B_{в}}, \quad (5.11)$$

где $i = 1$ для полости с давлением p_1 , $i = 2$ для полости с давлением p_2 .

Объемное $\alpha_{вi} = V_{в}/V_{см}$ содержание воздуха в жидкости может быть различным в каждой полости гидроцилиндра вследствие разной продолжительности процессов растворения и выделения воздуха в жидкости.

Расходы жидкости Q_{31} и Q_{32} через окна, открытые кромками золотника, описываются функциями вида (3.83). Чтобы

связать изменения этих расходов с перемещениями золотника и давлениями в полостях гидроцилиндра, представим функции следующими выражениями:

$$Q_{31} = k'_{31} x_3 \sqrt{|p_{\Pi} - p_1|} \operatorname{sign}(p_{\Pi} - p_1); \quad (5.12)$$

$$Q_{32} = k'_{32} x_3 \sqrt{|p_2 - p_{\text{сл}}|} \operatorname{sign}(p_2 - p_{\text{сл}}), \quad (5.13)$$

где k'_{31} и k'_{32} — удельные (отнесенные к единице перемещения золотника) проводимости окон, открытых при смещении золотника от среднего положения.

В формулах (5.12) и (5.13) корни квадратные извлекаются из модулей разности давлений, что исключает появления мнимых значений расходов, а возможное изменение направлений течений жидкости учитывается функцией $\operatorname{sign}(\dots)$. Удельные проводимости окон определяются соотношениями

$$k'_{31} = \mu_{31} \pi d_3 k_{\Pi} \sqrt{\frac{2}{\rho}}; \quad (5.14)$$

$$k'_{32} = \mu_{32} \pi d_3 k_{\Pi} \sqrt{\frac{2}{\rho}}, \quad (5.15)$$

где $k_{\Pi} = b_{\text{ок}}/\pi d_3$ — коэффициент полноты использования периметра втулки золотника при размещении в ней окон.

Согласно формулам (5.14) и (5.15), удельные проводимости окон, через которые жидкость поступает в гидроцилиндр, могут отличаться от удельных проводимостей окон, через которые жидкость вытекает из гидроцилиндра. Это вызвано различными значениями коэффициентов μ_{31} и μ_{32} , зависящих от направления течения жидкости через окна золотникового устройства. Коэффициенты расхода определяют экспериментальным путем. Наиболее полное представление об удельных проводимостях золотникового устройства можно получить, если результаты экспериментов обработаны в зависимости от значений числа Рейнольдса, относительного перемещения золотника и относительных значений давления после окон, т.е. имеют вид

$$k'_{31} = k'_{31} \left(\operatorname{Re}_1, \bar{x}_3, \frac{p_1}{p_{\Pi}} \right);$$

$$k'_{32} = k'_{32} \left(\operatorname{Re}_2, \bar{x}_3, \frac{p_{\text{сл}}}{p_2} \right),$$

где $Re_1 = \frac{2x_3 \sqrt{2|p_{II} - p_1|}}{\nu}$; $Re_2 = \frac{2x_3 \sqrt{2|p_2 - p_{сл}|}}{\nu}$; $\bar{x}_3 = x_3/x_{3\max}$ — безразмерное смещение золотника от среднего положения; $x_{3\max}$ — максимальное смещение золотника в одну сторону.

Все приведенные выше уравнения получены при $x_3 > 0$, $y_{шт} > 0$. В случае $x_3 < 0$ необходимо в уравнениях поменять местами давления p_1 и p_2 , так как теперь правая полость гидроцилиндра будет соединена с каналом, в котором давление p_{II} , а левая полость гидроцилиндра — с каналом, в котором давление $p_{сл}$. С учетом этих перестановок членов, соответствующих смещению золотника в разные стороны от среднего положения, после несложных преобразований уравнений (5.1)–(5.15) нелинейную математическую модель силовой части гидропривода с дроссельным регулированием можно описать следующей системой дифференциальных уравнений в форме Коши:

$$\frac{dy_m}{dt} = v_m;$$

$$\frac{dv_m}{dt} = \frac{c_{св}}{m} y_{шт} - \frac{c_{св} + c_H}{m} y_m - \frac{1}{m} P_{тр};$$

$$\frac{dy_{шт}}{dt} = v_{шт};$$

$$\frac{dv_{шт}}{dt} = \frac{S_1}{m} p_1 - \frac{S_2}{m} p_2 - \frac{c_{св}}{m} y_{шт} + \frac{c_{св}}{m} y_m - \frac{1}{m} P_{тр.ц};$$

$$\frac{dy_{ц}}{dt} = v_{ц};$$

$$\frac{dv_{ц}}{dt} = \frac{S_1}{m} p_1 - \frac{S_2}{m} p_2 - \frac{c_{оп}}{m} y_{ц} - \frac{1}{m} P_{тр.ц};$$

при $x_3 > 0$

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} = & \frac{k'_{31} B_{см1}}{V_1 + V_{1л}} x_3 \sqrt{|p_{II} - p_1|} \operatorname{sign}(p_{II} - p_1) - \\ & - \frac{S_1 B_{см1}}{V_1 + V_{1л}} v_{шт} - \frac{S_1 B_{см1}}{V_1 + V_{1л}} v_{ц}; \end{aligned}$$

$$\frac{dp_2}{dt} = -\frac{k'_{32} B_{CM2}}{V_2 + V_{2л}} x_3 \sqrt{|p_2 - p_{cл}|} \operatorname{sign}(p_2 - p_{cл}) + \\ + \frac{S_2 B_{CM2}}{V_2 + V_{2л}} v_{шт} + \frac{S_2 B_{CM2}}{V_2 + V_{2л}} v_{ц};$$

при $x_3 < 0$

$$\frac{dp_1}{dt} = -\frac{k'_{34} B_{CM1}}{V_1 + V_{1л}} x_3 \sqrt{|p_1 - p_{cл}|} \operatorname{sign}(p_1 - p_{cл}) + \\ + \frac{S_1 B_{CM1}}{V_1 + V_{1л}} v_{шт} + \frac{S_1 B_{CM1}}{V_1 + V_{1л}} v_{ц};$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{k'_{33} B_{CM2}}{V_2 + V_{2л}} x_3 \sqrt{|p_{п} - p_2|} \operatorname{sign}(p_{п} - p_2) - \\ - \frac{S_2 B_{CM2}}{V_2 + V_{2л}} v_{шт} - \frac{S_2 B_{CM2}}{V_2 + V_{2л}} v_{ц};$$

где $k'_{31} = k'_{33}$; $k'_{32} = k'_{34}$.

Данную систему дифференциальных уравнений необходимо дополнить функциями (5.2) и (5.4), а также функциями, которые определяют проводимости окон, открываемых кромками золотника. Кроме того, следует указать минимальные допустимые давления p_1 и p_2 , исключающие кавитацию в гидроприводе. Для изучения основных динамических свойств гидропривода с дроссельным регулированием эта модель слишком сложна. С этой целью целесообразно применить более простую, но в то же время достаточно достоверную при ряде ограничений математическую модель гидропривода.

5.2. Линейная математическая модель силовой части гидропривода с дроссельным регулированием

Для упрощения рассмотренной выше системы дифференциальных уравнений воспользуемся, прежде всего, тем, что у реальных гидроприводов геометрические параметры левой и правой половин схемы при среднем положении поршня гидроцилиндра часто имеют близкие значения. В таких случаях можно принять: $S_1 = S_2 = S_{п}$, $V_1 = V_2 = V_0$, $V_{1л} = V_{2л} = V_{л}$, $k'_{31} = k'_{32} = k'_{33} = k'_{34} = k'_{3}$.

При динамических процессах, которые происходят со скоростями, превышающими скорости растворения и выделения газа в жидкости, значение модуля $B_{\text{см}}$ объемной упругости смеси примем равным значению модуля $B_{\text{ж}}$ объемной упругости жидкости, которое не зависит от давления, но вычислено с учетом постоянного газосодержания в жидкости при среднем уровне давлений в полостях гидроцилиндра.

Пренебрегая, кроме того, сухим трением в нагрузке на выходное звено и учитывая знаки в уравнении (5.1), представим силу вязкого трения в виде

$$P_{\text{в.тр}} = k_{\text{тр}} \frac{dy_m}{dt}. \quad (5.16)$$

Наконец, нелинейные функции (5.12) и (5.13) заменим уравнением аппроксимированной расходно-перепадной характеристики золотникового устройства (см. гл. 3)

$$Q_3 = K_{Qx} x_3 - K_{Qp} p_H, \quad (5.17)$$

где $p_H = p_1 - p_2$.

Заметим, что коэффициенты уравнения (5.17) нельзя вычислить как коэффициенты первых членов ряда Тейлора, поскольку исходная функция (рис. 5.2)

$$Q_3 = k'_3 x_3 \sqrt{\frac{p_{\text{п}} - p_{\text{сл}} - p_H \text{ sign } x_3}{2}} \quad (5.18)$$

в окрестности точки, соответствующей равновесию ($p_H = 0$, $Q_3 = 0$) силовой части гидропривода, имеет разрыв по первым производным. Во всех остальных точках расходно-перепадной характеристики коэффициенты K_{Qx} и K_{Qp} определяются формулами:

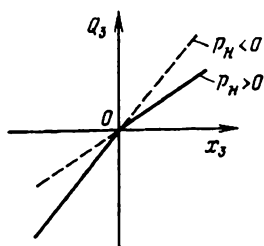


Рис. 5.2. Нелинейность расходной характеристики золотникового распределителя

$$K_{Qx} = \left. \frac{\partial Q_3}{\partial x_3} \right|_{\substack{p_{H0} \\ x_{30}}} = k'_3 \sqrt{\frac{p_{\Pi} - p_{cл} - p_{H0} \operatorname{sign} x_{30}}{2}} \quad (5.19)$$

$$K_{Qp} = \left. \frac{\partial Q_3}{\partial x_H} \right|_{\substack{p_{H0} \\ x_{30}}} = \left| \frac{k'_3 x_{30}}{2\sqrt{2}(p_{\Pi} - p_{cл} - p_{H0} \operatorname{sign} x_{30})} \right|. \quad (5.20)$$

У реальных золотниковых устройств вследствие утечек и перетечек жидкости по зазорам функция (5.18) изменяется так, что разрывы по первым производным сглаживаются. Это позволяет в окрестности точки $p_H = 0$, $Q_3 = 0$ вычислять коэффициенты по формулам (5.19) и (5.20), принимая в них $p_{H0} = 0$, а значение x_{30} выбирать равным промежуточному значению между $x_3 = 0$ и $x_3 = x_{3\max}$.

Все рассмотренные выше допущения позволяют составить линейную математическую модель силовой части гидропривода с дроссельным регулированием. Эту модель можно еще несколько упростить, если связь выходного звена с телом массой m принять абсолютно жесткой. Тогда $y_{шт} = y_m$, а массы m_{Π} и m можно просуммировать, не учитывая при этом массу гидроцилиндра. При перечисленных дополнительных допущениях уравнения, описывающие в линейном приближении динамические процессы в силовой части гидропривода с дроссельным регулированием, сведем в следующую систему:

$$m \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2} + k_{тp} \frac{dy_{шт}}{dt} + c_H y_{шт} = S_{\Pi} p_H; \quad (5.21)$$

$$\frac{V_0 + V_{л}}{2B_{ж}} \frac{dp_H}{dt} + S_{\Pi} \frac{y_{шт}}{dt} + S_{\Pi} \frac{y_{ц}}{dt} = Q_3; \quad (5.22)$$

$$S_{\Pi} p_H = c_{оп} y_{ц}. \quad (5.23)$$

Систему уравнений (5.17) и (5.21)–(5.23) приведем к одному дифференциальному уравнению

$$\frac{mV_0}{2E_{ц}S_{\Pi}K_{Qx}} \frac{d^3 y_{шт}}{dt^3} + \frac{S_{\Pi}}{K_{Qx}} \left(\frac{K_{Qp}m}{S_{\Pi}^2} + \frac{k_{тp}V_0}{2E_{ц}S_{\Pi}^2} \right) \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2} + \frac{S_{\Pi}}{K_{Qx}} \left(1 + \frac{V_0 c_H}{2E_{ц}S_{\Pi}^2} + \frac{K_{Qp}k_{тp}}{S_{\Pi}^2} \right) \frac{dy_{шт}}{dt} + \frac{K_{Qp}c_H}{K_{Qx}S_{\Pi}} y_{шт} = x_3, \quad (5.24)$$

$$\text{где } E_{\Pi} = \frac{B_{\text{ж}}}{1 + \frac{V_{\text{л}}}{V_0} + \frac{2S_{\Pi}^2 B_{\text{ж}}}{V_0 c_{\text{оп}}}}.$$

Обычно величины, которые являются слагаемыми коэффициента при $dy_{\text{шт}}/dt$, малы по сравнению с единицей. Исключив эти величины из уравнения (5.24) и преобразовав его по Лапласу при нулевых начальных условиях, получим

$$T_{\Gamma} s (T_{\Pi}^2 s^2 + 2\zeta_{\Pi} T_{\Pi} s + 1) y_{\text{шт}}(s) = x_3(s) - K_{\text{н}} y_{\text{шт}}(s), \quad (5.25)$$

где

$$T_{\Gamma} = \frac{S_{\Pi}}{K_{Qx}}; \quad (5.26)$$

$$T_{\Pi} = \sqrt{\frac{m}{c_{\Pi}}}; \quad (5.27)$$

$$c_{\Pi} = 2S_{\Pi}^2 \frac{E_{\Pi}}{V_0}; \quad (5.28)$$

$$\zeta_{\Pi} = \frac{0,5k_{\text{тр}} + K_{Qp} m E_{\Pi} / V_0}{\sqrt{m c_{\Pi}}}; \quad (5.29)$$

$$K_{\text{н}} = \frac{K_{Qp} c_{\text{н}}}{K_{Qx} S_{\Pi}}. \quad (5.30)$$

Согласно формулам (5.25) – (5.30), на основании рассмотренных в гл. 4 методов построена изображенная на рис. 5.3, а структурная схема. Из рисунка ясно, что линейную математическую модель силовой части гидропривода с дроссельным регулированием можно представить последовательно соединенными интегрирующим и колебательным (при $\zeta_{\Pi} < 1$) или аperiodическим (при $\zeta_{\Pi} \geq 1$) второго порядка звеньями, охваченными отрицательной обратной связью с пропорциональным звеном. Каждое из указанных звеньев учитывает определенные физические процессы, возникающие в гидроприводе при динамических режимах его работы.

Интегрирующее звено с постоянной времени T_{Γ} описывает процесс непрерывного поступления жидкости в одну полость гидроцилиндра и вытеснения жидкости из другой полости при движении поршня гидроцилиндра. Значение T_{Γ} зависит от

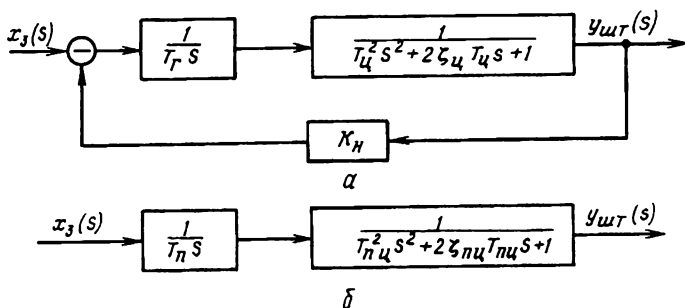


Рис. 5.3. Структурные схемы силовых частей гидропривода с дроссельным регулированием (а) и пневмопривода (б)

рабочей площади S_{Π} поршня гидроцилиндра и коэффициента K_{Qx} преобразования перемещения золотника в расход жидкости через окна, открываемые кромками золотника. Чем меньше эта постоянная времени, тем больше скорость движения выходного звена гидропривода. Наличие колебательного или апериодического звена второго порядка вызвано сжимаемостью жидкости в гидроцилиндре и присоединенной к его штоку массой m . Находящаяся в гидроцилиндре жидкость играет роль пружины с жесткостью $c_{ц}$, значительно превышающей жесткость $c_{н}$ пружины, имитирующей позиционную нагрузку на выходное звено гидропривода. Значение постоянной времени $T_{ц} = 1/\omega_{0ц}$, где $\omega_{0ц}$ — собственная частота колебаний массы m при среднем положении поршня гидроцилиндра. Демпфирование колебаний массы m создает сила вязкого трения в нагрузке на выходное звено и пропускная способность окон золотника. Первый фактор учитывается в коэффициенте $\zeta_{ц}$ относительного демпфирования величиной $k_{тр}$, второй — величиной K_{Qp} . На первый взгляд, несколько неожиданно в структурной схеме показана обратная связь, которая отсутствует в конструкции силовой части гидропривода (см. рис. 5.1). Эта обратная связь означает, что величина $y_{шт}$ влияет на расход жидкости, как бы изменяя величину x_3 . В действительности, расход жидкости изменяется вследствие увеличения и уменьшения давления в полостях гидроцилиндра при движении его поршня. Обратная

связь, не предусмотренная конструкцией устройства, а возникающая вследствие внутренних физических процессов, может быть названа собственной или внутренней обратной связью.

5.3. Линейная математическая модель силовой части пневмопривода

Математические модели пневмопривода и гидропривода различаются в основном из-за большей сжимаемости газа по сравнению с жидкостью. Чтобы с учетом этой особенности пневмопривода составить математическую модель его силовой части, обратимся к такой же схеме, как при моделировании гидропривода с дроссельным регулированием (см. рис. 5.1), мысленно заменив зачерненные треугольники на незачерненные, как принято обозначать напорную и сливную магистрали на пневмосхемах. Кроме допущений, принятых ранее при описании процессов в гидроцилиндре, опору пневмоцилиндра будем считать абсолютно жесткой ($c_{оп} \rightarrow \infty$), так как перемещение пневмоцилиндра, вызванное податливостью опоры, обычно мало по сравнению с теми перемещениями штока пневмоцилиндра, которые могут возникать вследствие сжимаемости газа в его полостях.

Массовый расход G_1 газа, поступающего в левую полость пневмоцилиндра при смещении золотника влево от среднего положения, представим в виде

$$G_1 = \frac{d(\rho_1 V_1)}{dt}, \quad (5.31)$$

где ρ_1 — плотность газа в левой полости пневмоцилиндра, объем которой V_1 .

В случае совершенного газа его состояние описывает уравнение Клапейрона

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R\Theta_1}, \quad (5.32)$$

в котором p_1 и Θ_1 — абсолютное давление и абсолютная температура газа в левой полости пневмоцилиндра; R — газовая постоянная.

Подставив плотность газа из уравнения (5.32) в соотношение (5.31), получим

$$G_1 = \frac{1}{R} \frac{d}{dt} \left(\frac{p_1 V_1}{\Theta_1} \right). \quad (5.33)$$

Так же можно найти массовый расход газа, вытесняемого из правой полости пневмоцилиндра при движении его поршня:

$$G_2 = \frac{1}{R} \frac{d}{dt} \left(\frac{p_2 V_2}{\Theta_2} \right). \quad (5.34)$$

Для левой полости дополнительно запишем уравнение энергии газа в виде

$$c_p G_1 \Theta_{1л} - p_1 \frac{dV_1}{dt} + \frac{dQ_T}{dt} = \frac{d}{dt} (c_v \rho_1 V_1 \Theta_1), \quad (5.35)$$

где c_p — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении; $\Theta_{1л}$ — абсолютная температура газа в канале, который соединяет левую полость пневмоцилиндра с золотником; Q_T — количество теплоты, подводимой из окружающей среды или отводимой в окружающую среду; c_v — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Наличие производной dQ_T/dt в уравнении (5.35) усложняет математическую модель силовой части пневмопривода, так как потребуются составить уравнение, описывающее процесс теплообмена между находящимся в пневмоцилиндре газом и окружающей средой. Поэтому в большинстве случаев рассматривают два предельных случая: в одном изменение состояния газа предполагается изотермическим, в другом — адиабатическим. К реальным динамическим процессам обычно ближе второй случай. С учетом такого допущения после подстановки значения плотности из уравнения (5.32) приведем уравнение (5.35) к виду

$$G_1 \Theta_{1л} - \frac{p_1}{c_p} \frac{dV_1}{dt} = \frac{1}{kR} \frac{d(p_1 V_1)}{dt}. \quad (5.36)$$

Для правой полости пневмоцилиндра в результате таких же операций находим

$$G_2 \Theta_{2п} + \frac{p_2}{c_p} \frac{dV_2}{dt} = -\frac{1}{kR} \frac{d(p_2 V_2)}{dt}. \quad (5.37)$$

Чтобы линеаризовать уравнения (5.36) и (5.37), перейдем к малым отклонениям переменных от своих установившихся значений, соответствующих среднему равновесному положению поршня пневмоцилиндра. Если при этом положении поршня позиционная нагрузка равна нулю, то давления в полостях пневмоцилиндра будут одинаковыми, что позволяет принять $p_{10} = p_{20} = p_0$. Допустим также, что температура газа в каналах между пневмоцилиндром и золотником изменяется незначительно и близка к температуре Θ_0 газа при среднем положении поршня, тогда

$$\Theta_{1л} = \Theta_{2п} = \Theta_0. \quad (5.38)$$

После линеаризации уравнений получаем

$$G'_1 - \frac{p_0}{\Theta_0 c_p} \frac{dV'_1}{dt} = \frac{1}{kR\Theta_0} \left(p_0 \frac{dV'_1}{dt} + V_0 \frac{dp'_1}{dt} \right); \quad (5.39)$$

$$G'_2 + \frac{p_0}{\Theta_0 c_p} \frac{dV'_2}{dt} = -\frac{1}{kR\Theta_0} \left(p_0 \frac{dV'_2}{dt} + V_0 \frac{dp'_2}{dt} \right); \quad (5.40)$$

где V_0 — объем каждой полости пневмоцилиндра при среднем положении поршня; штрихами отмечены малые отклонения переменных.

Суммируя уравнения (5.39) и (5.40) и используя соотношения $V'_1 = S_{п} y_{шт}$, $V'_2 = -S_{п} y_{шт}$, $\frac{1}{c_p} + \frac{1}{kR} = \frac{1}{R}$, находим

$$G = \frac{p_0}{R\Theta_0} \left(S_{п} \frac{dy_{шт}}{dt} + \frac{V_0}{2kp_0} \frac{dp_{н}}{dt} \right), \quad (5.41)$$

где $G = G'_1 = G'_2$; $p_{н} = p'_1 - p'_2$.

Отклонение массового расхода G связано с отклонением объемного расхода Q_3 соотношением

$$G = \rho_0 Q_3 = \frac{p_0}{R\Theta_0} Q_3. \quad (5.42)$$

Используя соотношение (5.42), представим уравнение (5.41) в форме, аналогичной уравнению (5.22):

$$\frac{V_0}{2B_{а.г}} \frac{dp_{н}}{dt} + S_{п} \frac{dy_{шт}}{dt} = Q_3, \quad (5.43)$$

где $B_{a.г} = kp_0$ — адиабатический модуль объемной упругости газа. Линеаризованную функцию $Q_3 = Q_3(x_3, p_H)$ можно описать как в случае гидропривода уравнением (5.17) с тем отличием, что коэффициенты K_{Qx} и K_{Qp} должны быть вычислены по расходно-перепадной характеристике золотникового устройства, полученной для газа (см. § 3.7). В случае золотника с нулевыми перекрытиями для большей части такой характеристики коэффициент K_{Qp} равен нулю и только при $p_H/p_{п} > 0,65$ будет изменяться в зависимости от x_3 и p_H . Уравнение движения выходного звена пневмопривода (штока пневмоцилиндра) при принятых допущениях не отличается от уравнения (5.21). При использовании уравнения (5.43) совместно с уравнениями (5.21) и (5.17) после перехода к изображениям можно получить одно уравнение силовой части пневмопривода в форме

$$T_{п.ц} s (T_{п.ц}^2 s^2 + 2\zeta_{п.ц} T_{п.ц} s + 1) y_{шт}(s) = x_3(s), \quad (5.44)$$

где

$$T_{п} = \frac{S_{п}}{K_{Qx}}; \quad (5.45)$$

$$T_{п.ц} = \sqrt{\frac{m}{c_{п.ц}}}; \quad (5.46)$$

$$c_{п.ц} = 2S_{п}^2 \frac{B_{a.г}}{V_0}; \quad (5.47)$$

$$\zeta_{п.ц} = 0,5 \frac{k_{тр}}{\sqrt{m c_{п.ц}}}. \quad (5.48)$$

Сравнивая вычисляемые по формулам (5.45)–(5.48) коэффициенты уравнения (5.44) с коэффициентами уравнения (5.25), видим, что различие динамических характеристик силовых частей пневмопривода и гидропривода с дроссельным регулированием проявляется в основном в значительно меньших значениях собственной частоты $\omega_{0 п.ц}$ пневмоцилиндра по сравнению с собственной частотой $\omega_{0 ц}$ гидроцилиндра при одинаковых значениях массы m , присоединенной к их штокам. Из формул (5.27) и (5.46) следует, что

$$\frac{\omega_{0 п.ц}}{\omega_{0 ц}} = \sqrt{k \frac{p_0}{B_{ж}}}. \quad (5.49)$$

Кроме того, так как коэффициент K_{Qp} в окрестности значений $Q_3 = 0$, $p_n = 0$ равен нулю, демпфирование колебаний поршня пневмоцилиндра, согласно формуле (5.48), создает только вязкое трение в нагрузке на выходное звено. По той же причине обращается в нуль коэффициент K_n и, следовательно, в силовой части пневмопривода отсутствует внутренняя обратная связь. В остальном структурная схема силовой части пневмопривода будет такой же, как для гидропривода с дроссельным регулированием (рис. 5.3, б).

Рассмотренный подход к математическому моделированию регулируемых гидро- и пневмоприводов можно применять и в тех случаях, когда в качестве исполнительного двигателя выбран гидро- или пневмодвигатель с ограниченным углом поворота вала.

5.4. Математическая модель силовой части гидропривода с объемным регулированием

Силовая часть гидропривода с объемным регулированием состоит из исполнительного двигателя с поступательным или вращательным движением выходного звена и объемного насоса с изменяемой подачей. Чтобы познакомиться с особенностями математического описания процессов в гидродвигателях при неограниченном вращательном движении выходного звена, т.е. в гидромоторах, рассмотрим схему, изображенную на рис. 5.4, а. На схеме вал аксиально-поршневого гидромотора 1 соединен с нагрузкой 2. Рабочая жидкость поступает в гидромотор от аксиально-поршневого насоса 3, подача которого может изменяться как по величине, так и по направлению путем регулирования угла γ_n наклона шайбы. В соответствии со схемой движение жидкости происходит по замкнутому гидравлическому контуру, причем так, что у насоса либо верхняя гидролиния является напорной, а нижняя — всасывающей, либо наоборот. Для компенсации утечек жидкости предусмотрены клапаны 4, к которым подведена жидкость под давлением $p_{подп}$ подпитки от вспомогательного насоса. Расходная характеристика этих клапанов приведена на рис. 5.4, б.

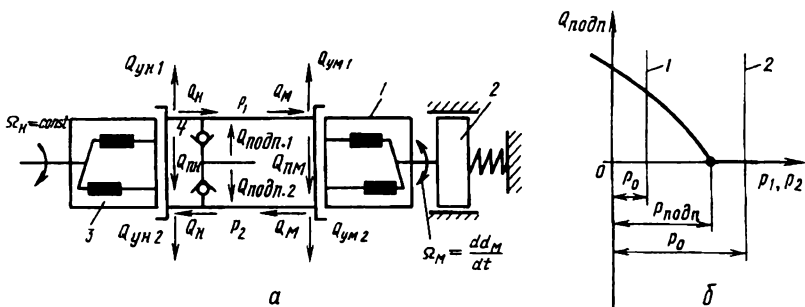


Рис. 5.4. Схема силовой части гидропривода с объемным регулированием (а) и характеристика (б) подпиточных клапанов

При давлении $p_1 < p_{подп}$ открывается верхний клапан, пропуская жидкость (расход $Q_{подп1}$) в гидролинию с давлением p_1 , при $p_2 < p_{подп}$ открывается нижний клапан, и расход $Q_{подп2}$ поступает в гидролинию с давлением p_2 . Если давление $p_{подп}$ меньше одного из указанных давлений, то соответствующий клапан закрыт, а если $p_{подп} < p_1$ и $p_{подп} < p_2$, то закрыты оба клапана (p_0 на прямой 2 рис. 5.4, б). В точке, для которой $p_1 = p_2 = p_{подп}$, характеристика имеет разрыв по первой производной и поэтому в данной точке не может быть линеаризована методом малых отклонений. С целью получения линейной математической модели силовой части гидропривода с объемным регулированием предположим, что при выбранном для исследования режиме работы привода ($p_1 = p_2 = p_0$ на прямой 1) клапаны открыты и соответственно

$$Q_{подп1} = k_{кл}(p_{подп} - p_1); \quad (5.50)$$

$$Q_{подп2} = k_{кл}(p_{подп} - p_2), \quad (5.51)$$

где $k_{кл}$ — проводимость клапана.

Для момента времени, при котором вследствие малого отклонения шайбы насоса от среднего положения жидкость поступает из насоса в гидролинию с давлением p_1 , а из гидролинии с давлением p_2 уходит в насос, запишем следующие уравнения расходов:

$$Q_H = Q_M + Q_{п.н} + Q_{п.м} + Q_{у.н1} + Q_{у.м1} + Q_{сж1} - Q_{подп1}; \quad (5.52)$$

$$Q_H = Q_M + Q_{п.н} + Q_{п.м} - \\ - Q_{у.н2} - Q_{у.м2} - Q_{сж2} + Q_{подп2}. \quad (5.53)$$

В уравнениях (5.52) и (5.53) расходы $Q_{сж1}$ и $Q_{сж2}$ являются теми составляющими подачи Q_H насоса, которые связаны с сжимаемостью жидкости. Остальные составляющие Q_H , показанные на схеме (см. рис. 5.4, а) стрелками, учитывают расход Q_M , обеспечивающий вращение вала гидромотора, а также утечки и перетечки жидкости в насосе и гидромоторе. Уравнения упрощаются, если насос и гидромотор имеют одинаковые размеры и изготовлены с одинаковыми допусками. В этом случае можно принять, что

$$Q_{п.н} = Q_{п.м} = Q_{пер}; \quad Q_{у.н1} = Q_{у.м1} = Q_{ут1}; \\ Q_{у.н2} = Q_{у.м2} = Q_{ут2}.$$

Перечисленные составляющие Q_H определяют с помощью следующих соотношений:

$$Q_M = q_M \frac{d\alpha_M}{dt}; \quad (5.54)$$

$$Q_{пер} = k_{пер}(p_1 - p_2); \quad (5.55)$$

$$Q_{ут1} = k_{ут1}p_1; \quad (5.56)$$

$$Q_{ут2} = k_{ут2}p_2, \quad (5.57)$$

где $q_M = V_M/(2\pi)$ — рабочий объем гидромотора, отнесенный к одному радиану угла поворота его вала; $k_{пер}$ — проводимость зазоров, по которым в насосе и гидромоторе происходят перетечки жидкости из камер с высоким давлением в камеры с низким давлением; $k_{ут}$ — проводимость зазоров в насосе и гидромоторе, по которым происходит утечка жидкости.

Предполагая, что гидролинии выполнены из трубопроводов с одинаковыми проходными сечениями и имеют одинаковую длину, а также считая стенки трубопроводов абсолютно жесткими, запишем

$$Q_{сж1} = \frac{V_0}{B_{ж}} \frac{dp_1}{dt}; \quad (5.58)$$

$$Q_{сж2} = \frac{V_0}{B_{ж}} \frac{dp_2}{dt}, \quad (5.59)$$

где V_0 — внутренний объем одного трубопровода вместе с подключенными к нему камерами насоса и гидромотора; $B_{ж}$ — модуль объемной упругости жидкости.

Соотношения (5.58) и (5.59) записаны исходя из того, что давление во всех сечениях каждого трубопровода изменяется одновременно, а инерция жидкости и гидравлическое сопротивление трубопроводов незначительно влияют на эти изменения давления. Такое допущение позволяет получить математическую модель силовой части гидропривода в сосредоточенных параметрах, которая описывает происходящие в приводе процессы с достаточной для практики достоверностью, если характерное время процесса приблизительно на порядок больше времени распространения волны давления по длине трубопровода. В противном случае может возникнуть необходимость использования более сложной математической модели привода с распределенными параметрами.

Подставив составляющие Q_n из соотношений (5.50), (5.51), (5.54) – (5.59) в уравнения (5.52) и (5.53), а затем сложив эти уравнения, получим

$$q_m \frac{d\alpha_m}{dt} + \frac{V_0}{2B_{ж}} \frac{dp_m}{dt} + k_s p_m = Q_n, \quad (5.60)$$

где $p_m = p_1 - p_2$; $k_s = k_{yT} + 2k_{пер} + \frac{k_{кл}}{2}$.

Геометрическую подачу Q_n аксиально-поршневого насоса можно найти по соотношению

$$Q_n = \frac{S_{п} z_{п} D_{п} \Omega_n \operatorname{tg} \gamma_n}{2\pi}, \quad (5.61)$$

где $S_{п}$ — рабочая площадь поршня (плунжера); $z_{п}$ — число поршней; $D_{п}$ — диаметр цилиндрической поверхности, на которой расположены оси поршней; Ω_n — угловая скорость вала насоса.

При малых изменениях угла наклона шайбы насоса около ее среднего положения и постоянной скорости вращения вала насоса соотношение (5.61) нетрудно линеаризовать и представить в виде

$$Q_n = K_{Q\gamma} \gamma_n, \quad (5.62)$$

где $K_{Q\gamma} = S_{п} z_{п} D_{п} \Omega_n / 2\pi$ — коэффициент преобразования угла наклона шайбы в подачу насоса.

После подстановки величины Q_H из соотношения (5.62) в уравнение (5.60) получим

$$\frac{q_M}{K_{Q\gamma}} \frac{d\alpha_M}{dt} + \frac{V_0}{2B_{\text{ж}}K_{Q\gamma}} \frac{dp_M}{dt} + \frac{k_s}{K_{Q\gamma}} p_M = \gamma_H. \quad (5.63)$$

В уравнение (5.63) входит разность p_M давлений в камерах гидромотора, которая также входит в уравнение движения вала гидромотора

$$J \frac{d^2\alpha_M}{dt^2} = q_M p_M - M_{\text{поз}} - M_{\text{тр}1} - M_{\text{тр}2}, \quad (5.64)$$

где J — приведенный к валу гидромотора момент инерции управляемого приводом объекта, вычисленный с учетом момента инерции ротора самого гидромотора; $M_{\text{поз}}$ — момент от действия на вал гидромотора позиционной нагрузки; $M_{\text{тр}1}$ и $M_{\text{тр}2}$ — моменты сил трения соответственно в гидромоторе и нагрузке, приложенной к валу гидромотора.

Нагружающие вал гидромотора моменты определим следующими соотношениями:

$$M_{\text{поз}} = k_{\text{поз}}\alpha_M; \quad (5.65)$$

$$M_{\text{тр}1} = k_{\text{тр}1} \frac{d\alpha_M}{dt}; \quad (5.66)$$

$$M_{\text{тр}2} = k_{\text{тр}2} \frac{d\alpha_M}{dt}. \quad (5.67)$$

Подставив в уравнение (5.64) моменты из соотношений (5.65)–(5.67), получим

$$\frac{J}{q_M} \frac{d^2\alpha_M}{dt^2} + \frac{k_{\text{тр}}}{q_M} \frac{d\alpha_M}{dt} + \frac{k_{\text{поз}}}{q_M} \alpha_M = p_M, \quad (5.68)$$

где $k_{\text{тр}} = k_{\text{тр}1} + k_{\text{тр}2}$.

Уравнения (5.63) и (5.68) сведем к одному уравнению, описывающему динамические процессы в силовой части гидропривода с объемным регулированием, которое представим в виде

$$a_3 \frac{d^3\alpha_M}{dt^3} + a_2 \frac{d^2\alpha_M}{dt^2} + a_1 \frac{d\alpha_M}{dt} + a_0\alpha_M = \gamma_H, \quad (5.69)$$

где $a_3 = \frac{JV_0}{2B_{\text{ж}}q_{\text{м}}K_{\text{Q}\gamma}}$; $a_2 = \frac{k_{\text{ТР}}V_0}{2B_{\text{ж}}q_{\text{м}}K_{\text{Q}\gamma}} + \frac{k_{\text{с}}J}{q_{\text{м}}K_{\text{Q}\gamma}}$; $a_1 = \left(1 + \frac{k_{\text{поз}}V_0}{2B_{\text{ж}}q_{\text{м}}^2} + \frac{k_{\text{с}}k_{\text{ТР}}}{q_{\text{м}}^2}\right) \frac{q_{\text{м}}}{K_{\text{Q}\gamma}}$; $a_0 = \frac{k_{\text{с}}k_{\text{поз}}}{q_{\text{м}}K_{\text{Q}\gamma}}$. Величины, стоящие в скобках при вычислении коэффициента a_1 , обычно малы по сравнению с единицей и поэтому в дальнейшем их можно не учитывать. С таким допущением преобразовав по Лалласу уравнение (5.69) при нулевых начальных условиях, получим уравнение, которое представим в виде

$$T_{\text{Г.о}}s(T_{\text{М}}^2s^2 + 2\zeta_{\text{М}}T_{\text{М}}s + 1)\alpha_{\text{М}}(s) = \gamma_{\text{н}}(s) - K_{\text{н.о}}\alpha_{\text{М}}(s), \quad (5.70)$$

где

$$T_{\text{Г.о}} = \frac{q_{\text{м}}}{K_{\text{Q}\gamma}}; \quad (5.71)$$

$$T_{\text{М}} = \sqrt{\frac{JV_0}{2q_{\text{м}}^2B_{\text{ж}}}}; \quad (5.72)$$

$$\zeta_{\text{М}} = \frac{JB_{\text{ж}}k_{\text{с}} + 0,5k_{\text{ТР}}V_0}{\sqrt{2JB_{\text{ж}}V_0q_{\text{м}}^2}}; \quad (5.73)$$

$$K_{\text{н.о}} = \frac{k_{\text{с}}k_{\text{поз}}}{q_{\text{м}}K_{\text{Q}\gamma}}. \quad (5.74)$$

Коэффициенты уравнения (5.70), вычисляемые по формулам (5.71)–(5.74), отражают физические явления, аналогичные тем, которые рассматривались в двух предыдущих математических моделях и имеют с ними схожие названия: $T_{\text{Г.о}}$ — постоянная времени гидропривода с объемным регулированием; $T_{\text{М}}$ — постоянная времени нагруженного гидромотора, равная обратному значению собственной частоты $\omega_{0\text{М}}$ гидромотора; $\zeta_{\text{М}}$ — коэффициент относительного демпфирования гидромотора; $K_{\text{н.о}}$ — коэффициент внутренней обратной связи, вызванной действием позиционной нагрузки и негерметичностью гидромашин (гидромотора и насоса).

Уравнению (5.70) соответствует изображенная на рис. 5.5 структурная схема. Сравнивая данную структурную схему со структурными схемами силовых частей гидропривода с

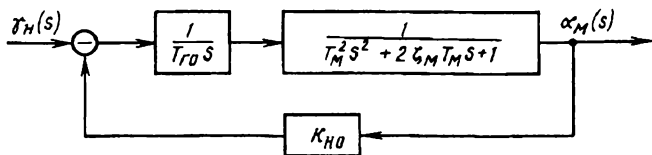


Рис. 5.5. Структурная схема силовой части гидропривода с объемным регулированием

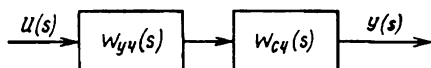


Рис. 5.6. Структурная схема силовой и управляющих частей гидро- или пневмопривода

дрессельным регулированием и пневмопривода, нетрудно заметить, что они различаются только величинами, определяющими значения постоянных времени и коэффициентов относительного демпфирования. Это делает возможным структурную схему гидро- или пневмопривода представлять в виде последовательного соединения (рис. 5.6) силовой части с передаточной функцией $W_{сч}(s)$ и управляющей части с передаточной функцией $W_{yч}(s)$. Первая передаточная функция находится либо согласно правилам преобразования рассмотренных ранее структурных схем, либо непосредственно из математических моделей силовых частей приводов.

Передаточная функция управляющей части описывает динамические свойства устройств, используемых в приводе для управления исполнительным двигателем. Из всего многообразия управляющих устройств ниже выбраны такие, которые, во-первых, широко применяют в гидро- и пневмоприводах различного назначения и, во-вторых, позволяют в достаточной мере наглядно изложить общую методику математического моделирования такого вида устройств.

5.5. Математические модели и структурные схемы управляющих устройств гидроприводов

Во многих гидро- и пневмоприводах применяют механические устройства, с помощью которых перемещают золотники, регулирующие потоки рабочих сред. Человек-оператор может перемещать золотник вручную, визуальнo контролируя движение выходного звена привода. При таком управлении отсутствует обратная связь от выходного звена привода к регулируемому устройству. Более точным является управление с обратной связью, посредством которой сравнивается перемещение выходного звена привода с задаваемым человеком-оператором перемещением. Этот способ управления осуществляет, например, следящий гидромеханический привод с дроссельным регулированием, схема которого дана на рис. 5.7, а. Входным сигналом $h_{вх}$ для привода служит перемещение точки A . Сигнал обратной связи передается золотнику 1 от штока гидроцилиндра 2 рычагом AOB . Ошибка (рассогласование) измеряется перемещением золотника

$$x_3 = K_{zh} h_{вх} - K_{о.с} y_{шт}, \quad (5.75)$$

где $K_{zh} = OB/AB$ — коэффициент передачи входного сигнала; $K_{о.с} = AO/AB$ — коэффициент обратной связи.

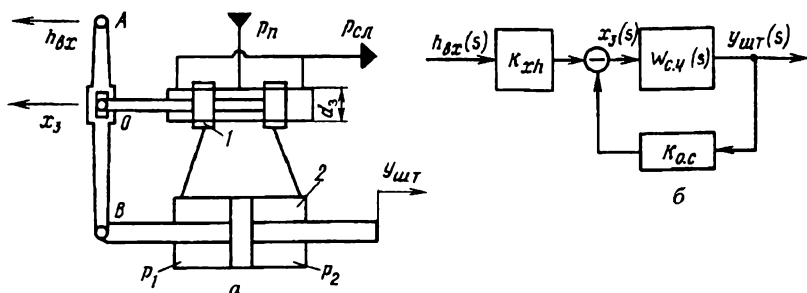


Рис. 5.7. Следящий гидромеханический привод с дроссельным регулированием (а) и его структурная схема (б)

Построенная с учетом уравнения (5.75) структурная схема следящего гидромеханического привода с дроссельным регулированием показана на рис. 5.7, б.

Еще большие возможности управления техническими объектами обеспечивают гидро- и пневмоприводы с устройствами, преобразующими электрические сигналы в перемещения золотников или клапанов, регулирующих потоки рабочих сред. Такое преобразование сигналов можно выполнить без усиления или с усилением их мощности. В первом случае применяют электромагниты с дискретным или непрерывным перемещением якоря, непосредственно соединенным с золотником или клапаном. Во втором — якорь ЭМП соединен с элементом вспомогательной ступени гидравлического или пневматического усиления сигналов управления. В современных управляющих устройствах вспомогательные ступени усиления сигналов часто применяют в сочетании с пропорциональными электромагнитами, развивающими силы или моменты, значения которых изменяются пропорционально проходящему через катушки магнита электрическому току. Наличие вспомогательных ступеней усиления сигналов управления сближает математические модели так называемых пропорциональных аппаратов и аппаратов с серводействием, к которым относятся электрогидравлические усилители. Эти усилители (рис. 5.8, а) состоят из ЭМП, одной или нескольких ступеней гидравлического (пневматического) усиления ГУ (ПУ) и распределителя Р рабочей среды (см. § 1.3).

Несмотря на разнообразие конструкций ЭГУ их математические модели можно построить на основании общей методики, с которой познакомимся на примере ЭГУ, снабженного механической обратной связью от золотника 1 к заслонке 3, расположенной между соплами 4. Обратная связь выполнена в виде тонкого упругого стержня 2 (рис. 5.8, б). Заслонка запрессована в гибкую упругую трубку 5 и ее верхний конец жестко соединен с якорем ЭМП 6, который размещен между полюсами постоянных магнитов 7. При подаче электрического тока в обмотки 8 управления к якорю будет приложен момент электромагнитных сил, возникающих вследствие взаимодействия электромагнитного поля с полем, созданным постоянными магнитами. Этот момент поворачивает якорь вместе

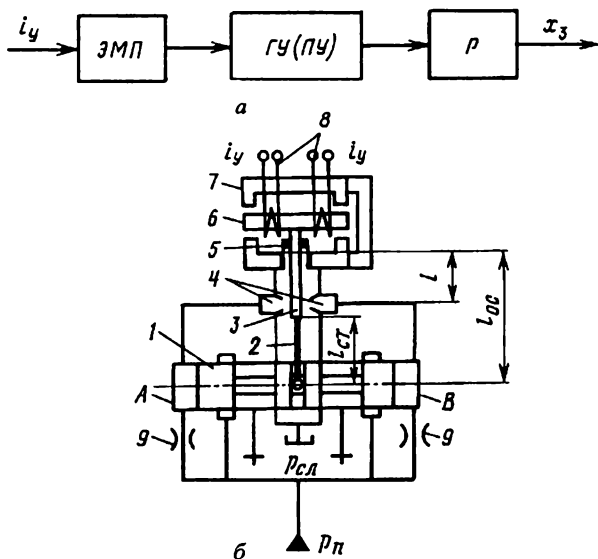


Рис. 5.8. Схема (а) соединения элементов и принципиальная схема (б) электрогидравлического усилителя

с заслонкой относительно точки, находящейся приблизительно посередине упругой трубки.

При отклонении заслонки от среднего положения зазор между одним соплом и заслонкой уменьшается, а между другим соплом и заслонкой увеличивается. Вследствие уменьшения расхода жидкости через один дроссель ϑ и увеличения расхода через другой такой же дроссель, в камерах A и B появляется разность давлений, которая создает силу, перемещающую золотник в направлении своей оси. Вместе с золотником перемещается нижний конец упругого стержня, при изгибе которого к заслонке прикладывается момент, уравнивающий после определенного смещения золотника электромагнитный момент, приложенный к верхнему концу заслонки. В результате наступает равновесие элементов ЭГУ, при котором проходящему через обмотки управления электрическому току соответствует требуемое смещение золотника от среднего положения.

Опишем сначала динамические процессы, происходящие в ЭМП, уравнение движение якоря которого представим в виде

$$J_{\text{я}} \frac{d^2 \varphi_{\text{я}}}{dt^2} = M_{\text{я}} - M_{\text{н}} - M_{\text{д.я}}, \quad (5.76)$$

где $J_{\text{я}}$ — момент инерции якоря ЭМП вместе с заслонкой; $\varphi_{\text{я}}$ — угол отклонения якоря от среднего положения; $M_{\text{я}}$ — момент сил, отклоняющих якорь от среднего положения; $M_{\text{н}}$ — момент сил, действующих на заслонку и создающих нагрузку на якорь; $M_{\text{д.я}}$ — демпфирующий момент, вызванный силами вязкого трения при движении заслонки в потоке жидкости и встречной ЭДС в обмотке управления ЭМП.

Момент $M_{\text{я}}$ зависит от тока $i_{\text{у}}$ управления и угла $\varphi_{\text{я}}$ отклонения якоря от среднего положения. Эту зависимость определяет внешняя характеристика ЭМП, изображенная на рис. 5.9.

Момент $M_{\text{д.я}}$ определяется соотношением

$$M_{\text{д.я}} = k_{\text{д.я}} \frac{d\varphi_{\text{я}}}{dt}, \quad (5.77)$$

где $k_{\text{д.я}}$ — коэффициент демпфирования якоря, значение которого принимают на основании экспериментальных данных, так как действующие на заслонку силы вязкого трения не поддаются расчету.

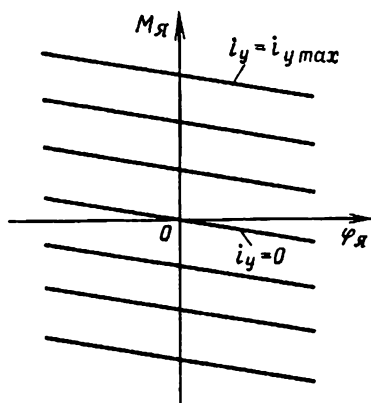


Рис. 5.9. Моментная (внешняя) характеристика электромеханического преобразователя

В окрестности начала координат внешняя характеристика ЭМП описывается приближенно уравнением

$$M_{\text{я}} = K_{M_i} i_y - K_{M\varphi} \varphi_{\text{я}}, \quad (5.78)$$

где $K_{M_i} = \left. \frac{\partial M_{\text{я}}}{\partial i_y} \right|_{\substack{i_y=0 \\ \varphi_{\text{я}}=0}}$; $K_{M\varphi} = \left. \frac{\partial M_{\text{я}}}{\partial \varphi_{\text{я}}} \right|_{\substack{i_y=0 \\ \varphi_{\text{я}}=0}}$

После подстановки моментов из формул (5.77) и (5.78) в уравнение (5.76) имеем

$$J_{\text{я}} \frac{d^2 \varphi_{\text{я}}}{dt^2} + k_{\text{д.я}} \frac{d\varphi_{\text{я}}}{dt} + K_{M\varphi} \varphi_{\text{я}} = K_{M_i} i_y - M_{\text{н}}. \quad (5.79)$$

Разделив все члены (5.79) на $K_{M\varphi}$, получим уравнение типового динамического звена:

$$T_{\text{я}}^2 \frac{d^2 \varphi_{\text{я}}}{dt^2} + 2\zeta_{\text{я}} T_{\text{я}} \frac{d\varphi_{\text{я}}}{dt} + \varphi_{\text{я}} = K_{\varphi i} i_y - M_{\text{н}}/K_{M\varphi}. \quad (5.80)$$

Постоянная времени $T_{\text{я}}$, которая входит в уравнение (5.80), является величиной, обратной собственной угловой частоте $\omega_{0\text{я}}$ якоря. Ее значение можно вычислить по формуле

$$T_{\text{я}} = \sqrt{\frac{J_{\text{я}}}{K_{M\varphi}}}. \quad (5.81)$$

Коэффициент $\zeta_{\text{я}}$ относительного демпфирования якоря определяется соотношением

$$\zeta_{\text{я}} = \frac{k_{\text{д.я}}}{2\sqrt{J_{\text{я}} K_{M\varphi}}}. \quad (5.82)$$

Ориентировочные значения $\zeta_{\text{я}}$ составляют 0,2...0,6. Коэффициент $K_{\varphi i}$ преобразования тока i_y управления в угол $\varphi_{\text{я}}$ поворота якоря равен:

$$K_{\varphi i} = \frac{K_{M_i}}{K_{M\varphi}}. \quad (5.83)$$

При $M_{\text{н}} = 0$ из уравнения (5.80) после преобразований получим передаточную функцию

$$W_{\varphi i}(s) = \frac{\varphi_{\text{я}}(s)}{i_y(s)} = \frac{K_{\varphi i}}{T_{\text{я}}^2 s^2 + 2\zeta_{\text{я}} T_{\text{я}} s + 1}, \quad (5.84)$$

которая показывает, что динамические характеристики ненагруженного ЭМП будут такими же, как у колебательного звена. В результате действия каких-либо сил на соединенную с якорем заслонку момент M_H может отличаться от нуля. Действие этого момента в дальнейшем учитывается при составлении структурной схемы ЭГУ

Уравнение и передаточную функцию электромеханического преобразователя с линейным перемещением якоря, применяемым, например, в пропорциональном гидроаппарате, можно вывести аналогичным описанному способом. Но в этом случае вместо моментов в уравнение движения якоря должны входить силы, вместо углового — линейное перемещение якоря, масса $m_{\text{я}}$ которого заменяет момент инерции $J_{\text{я}}$.

Отклоняемая ЭМП заслонка служит элементом, управляющим вспомогательной ступенью гидравлического усиления сигналов. Для математического описания процессов в этой ступени представим расходно-перепадную характеристику гидравлического моста линеаризованным уравнением

$$Q_y = K_{Qh}h_y - K_{(Qp)y}p_y, \quad (5.85)$$

где Q_y — расход жидкости, создающей движение управляемого золотника (расход в диагонали гидравлического моста); h_y — отклонение заслонки от среднего положения; $p_y = p_{y1} - p_{y2}$ — разность управляющих давлений в торцовых камерах A и B золотника; K_{Qh} — коэффициент преобразования отклонения h_y заслонки в расход Q_y ; $K_{(Qp)y}$ — коэффициент, учитывающий влияние разности давлений p_y на расход Q_y .

Коэффициенты уравнения (5.85) определим следующим образом. Сначала запишем уравнение расходов для соединенной с камерой A ветви гидравлического моста (рис. 5.8, б) в виде

$$Q_y = Q_{\text{др}1} - Q_{\text{с}1}. \quad (5.86)$$

Расход $Q_{\text{др}1}$ через нерегулируемый дроссель гидравлического моста в уравнении (5.86) найдем по формуле

$$Q_{\text{др}1} = k_{\text{др}} \sqrt{p_{\text{п.}y} - p_{y1}}, \quad (5.87)$$

где $k_{др} = \mu_{др} S_{др} \sqrt{2/\rho}$ — проводимость дросселя; $p_{п.у}$ — давление питания гидравлического моста, которое равно давлению $p_{п}$ жидкости, подводимой от источника энергопитания гидропривода, или может быть меньше этой величины, если в ЭГУ установлены дополнительные дроссели.

Расход $Q_{с1}$ жидкости, вытекающей из ветви гидравлического моста через зазор между торцом сопла и заслонкой, равен

$$Q_{с1} = k'_c h_{с1} \sqrt{p_{y1} - p_{сл}}, \quad (5.88)$$

где $k'_c = \mu_c \pi d_c \sqrt{2/\rho}$ — удельная проводимость сопла, прикрытого заслонкой; μ_c — коэффициент расхода сопла-заслонки; d_c — диаметр проходного сечения сопла; $h_{с1}$ — зазор между торцом сопла и заслонкой; $p_{сл}$ — давление в полости слива, в которую вытекает жидкость из сопла.

Линеаризовав функции (5.87) и (5.88), а затем подставив полученные выражения в уравнение (5.86), получим

$$Q_y = Q_{др1}^0 - \left| \frac{\partial Q_{др1}}{\partial p_{y1}} \right|_{p_{y0}} p'_{y1} - Q_{с1}^0 + \left| \frac{\partial Q_{с1}}{\partial h_c} \right|_{h_0} h'_c - \left| \frac{\partial Q_{с1}}{\partial p_{y1}} \right|_{p_{y0}} p'_{y1}, \quad (5.89)$$

где $Q_{др1}^0 = Q_{с1}^0$ — расход жидкости, протекающей через дроссель и сопло при среднем положении заслонки; h'_c — отклонение заслонки от положения, при котором $h_c = h_0$; p'_{y1} — отклонение давления в торцевой камере А золотника от значения p_{y0} .

Аналогично для другой ветви гидравлического моста найдем

$$Q_y = -Q_{др2}^0 + \left| \frac{\partial Q_{др2}}{\partial p_{y2}} \right|_{p_{y0}} p'_{y2} + Q_{с2}^0 + \left| \frac{\partial Q_{с2}}{\partial h_c} \right|_{h_0} h'_c + \left| \frac{\partial Q_{с2}}{\partial p_{y2}} \right|_{p_{y0}} p'_{y2}. \quad (5.90)$$

В уравнении (5.90) все величины имеют тот же смысл, что и в уравнении (5.89), но относятся к ветви гидравлического моста,

соединенной с торцевой камерой B золотника. Вследствие равенства проводимостей одноименных элементов в обеих ветвях гидравлического моста при $p_{y1} = p_{y2} = p_{y0}$, $h_{c1} = h_{c2} = h_0$ имеем следующие соотношения:

$$\left| \frac{\partial Q_{др1}}{\partial p_{y1}} \right|_{p_{y0}} = \left| \frac{\partial Q_{др2}}{\partial p_{y2}} \right|_{p_{y0}} \quad \left| \frac{\partial Q_{c1}}{\partial p_{y1}} \right|_{\substack{h_0 \\ p_{y0}}} = \left| \frac{\partial Q_{c2}}{\partial p_{y2}} \right|_{\substack{h_0 \\ p_{y0}}}$$

С учетом этих равенств и обозначений $h'_c = h_y$, $p'_{y1} - p'_{y2} = p_y$ после суммирования уравнений (5.89) и (5.90) находим

$$Q_y = \left| \frac{\partial Q_{c1}}{\partial h_c} \right|_{\substack{h_0 \\ p_{y0}}} h_y - \left| \frac{\partial Q_{др1}}{\partial p_{y1}} \right|_{p_{y0}} \frac{p_y}{2} - \left| \frac{\partial Q_{c1}}{\partial p_{y1}} \right|_{\substack{h_0 \\ p_{y0}}} \frac{p_y}{2}. \quad (5.91)$$

Сравнивая коэффициенты уравнений (5.85) и (5.91), нетрудно заметить, что

$$K_{Qh} = \left| \frac{\partial Q_{c1}}{\partial h_c} \right|_{\substack{h_0 \\ p_{y0}}} = \left| \frac{\partial Q_{c2}}{\partial h_c} \right|_{\substack{h_0 \\ p_{y0}}} = k'_c \sqrt{p_{y0} - p_{сл}}; \quad (5.92)$$

$$\begin{aligned} K_{(Qp)_y} &= \frac{1}{2} \left| \frac{\partial Q_{др1}}{\partial p_{y1}} \right|_{p_{y0}} + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial Q_{c1}}{\partial p_{y1}} \right|_{\substack{h_0 \\ p_{y0}}} \\ &= \frac{k_{др}}{4\sqrt{p_{п.у} - p_{y.0}}} + \frac{k'_c h_0}{4\sqrt{p_{y.0} - p_{сл}}}. \end{aligned} \quad (5.93)$$

Согласно условию неразрывности течения жидкости, расход Q_y должен удовлетворять уравнению

$$Q_y = S_3 \frac{dx_3}{dt} + Q_{сж.у}, \quad (5.94)$$

где $S_3 = \pi d_3^2/4$ — площадь торца золотника; d_3 — диаметр золотника; x_3 — перемещение золотника; $Q_{сж.у}$ — вызванная сжимаемостью жидкости составляющая расхода Q_y , определяемая соотношением

$$Q_{сж.у} = \frac{V_y}{2B_{ж}} \frac{dp_y}{dt}, \quad (5.95)$$

в котором V_y — объем каждой торцевой камеры золотника; $B_{ж}$ — модуль объемной упругости жидкости.

Подставив $Q_{сж.у}$ из формулы (5.95) в уравнение (5.94), найдем

$$Q_y = S_3 \frac{dx_3}{dt} + \frac{V_y}{2B_{ж}} \frac{dp_y}{dt}. \quad (5.96)$$

Уравнение движения золотника под действием разности давлений в камерах A и B запишем в виде

$$m_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} = P_y + P_{Гд} - P_{Тр} - P_{о.с}, \quad (5.97)$$

где $P_y = S_3 p_y$ — сила, управляющая движением золотника при изменении разности давлений в камерах A и B ; $P_{Гд}$ — гидродинамическая сила, приложенная к золотнику со стороны потока жидкости; $P_{Тр}$ — сила вязкого трения; $P_{о.с}$ — сила, действующая на золотник при изгибе упругого стержня, если ЭГУ имеет механическую обратную связь (см. рис. 5.8, б).

Значения указанных в правой части уравнения (5.97) сил можно определить с помощью рассмотренных ранее формул:

по формуле (3.58) при $l_1 = l_2$

$$P_{Гд} = -2c_{Гд} x_3; \quad (5.98)$$

по формуле (3.79) без учета первого члена в правой части

$$P_{Тр} = k_{Тр.з} \frac{dx_3}{dt}, \quad (5.99)$$

где $k_{Тр.з}$ — коэффициент вязкого трения, возникающего в зазоре между золотником и его гильзой; наконец, сила $P_{о.с}$ вычисляется аналогично силе от действия пружины по формуле

$$P_{о.с} = c_{о.с} x_3, \quad (5.100)$$

где $c_{о.с}$ — жесткость упругого стержня, в случае круглого цилиндрического стержня

$$c_{о.с} = 3E_{ст} J_{ст} / l_{ст}^3, \quad (5.101)$$

здесь $E_{ст}$ — модуль упругости стали, из которой изготовлен стержень; $J_{ст}$ — момент инерции сечения стержня; $l_{ст}$ — длина стержня.

Подставив силы, вычисляемые по формулам (5.98)–(5.100), в уравнение (5.97), получим

$$m_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} + k_{\text{тр.з}} \frac{dx_3}{dt} + (2c_{\text{Гд}} + c_{\text{о.с}})x_3 = S_3 p_y. \quad (5.102)$$

Таким образом, основу линейной математической модели вспомогательной ступени усиления, применяемой в ЭГУ, схема которого дана на рис. 5.8, составляют уравнения (5.85), (5.94) и (5.102). Два последних уравнения упрощаются, если исключить из них те члены, которые мало влияют на динамические характеристики реальных ЭГУ. Обычно пренебрегают массой золотника, вязким трением в зазоре между золотником и гильзой (при нормальных температурных режимах) и сжимаемостью жидкости в торцовых камерах *A* и *B* золотника. С учетом перечисленных допущений передаточную функцию вспомогательной гидравлической ступени усиления можно представить в виде

$$W_{xh}(s) = \frac{x_3(s)}{h_y(s)} = \frac{K_{xh}}{T_{\text{Г.у}}s + 1}, \quad (5.103)$$

где $T_{\text{Г.у}}$ и K_{xh} — соответственно постоянная времени и коэффициент усиления вспомогательной ступени, определяемые соотношениями

$$T_{\text{Г.у}} = \frac{S_3^2}{K_{(Qp)y}(2c_{\text{Гд}} + c_{\text{о.с}})}; \quad K_{xh} = \frac{S_3 K_{Qh}}{K_{(Qp)y}(2c_{\text{Гд}} + c_{\text{о.с}})}.$$

Чтобы составить математическую модель всего ЭГУ, необходимо еще найти момент $M_{\text{н}}$ сил, нагружающих якорь ЭМП. Эти силы возникают вследствие изгиба упругого стержня механической обратной связи при смещении золотника и вследствие гидродинамического воздействия на заслонку жидкости, вытекающей через сопла. Силу, приложенную к заслонке при изгибе упругого стержня, можно принять равной $P_{\text{о.с}}$, так как дополнительный изгиб стержня при повороте заслонки мал по сравнению с перемещением конца стержня вместе с золотником. Гидродинамическая сила (см. § 3.3) определяется соотношением

$$P_{\text{Гд}} = S_c p_y, \quad (5.104)$$

при записи которого в связи с малыми перемещениями заслонки принято $h_c/(d_c) \approx 0$. Используя формулы (5.100) и (5.104), а также показанные на рис. 5.8, б размеры, найдем

$$\frac{M_H}{K_{M\varphi}} = K_{\varphi py} p_y + \frac{k_{ст} x_3}{l_{о.с}}, \quad (5.105)$$

где $K_{\varphi py} = \frac{S_c l}{K_{M\varphi}}$, $k_{ст} = \frac{c_{о.с} l_{о.с}^2}{K_{M\varphi}}$. Разность давлений p_y приближенно можно вычислить по уравнению сил, действующих на золотник в осевом направлении. Без учета массы золотника и сил вязкого трения

$$p_y = \frac{2c_{гд} + c_{о.с}}{S_3} x_3.$$

Подставив это выражение в уравнение (5.105), получим

$$\frac{M_H}{K_{M\varphi}} = (K_{\varphi py} K_{pyx} + K_{о.с1}) x_3, \quad (5.106)$$

где $K_{pyx} = \frac{2c_{гд} + c_{о.с}}{S_3}$; $K_{о.с1} = \frac{k_{ст}}{l_{о.с}}$.

Подставим соотношение (5.106) в уравнение (5.80), которое затем запишем в изображениях в виде

$$(T_{\text{я}}^2 s^2 + 2\zeta_{\text{я}} T_{\text{я}} s + 1) \varphi_{\text{я}}(s) = K_{\varphi i} i_y(s) - (K_{о.с1} + K_{\varphi py} K_{pyx}) x_3(s). \quad (5.107)$$

В уравнении (5.107) электрический ток i_y управления является входной величиной (сигналом) для ЭГУ. Эта величина может быть связана с напряжением u_y уравнением

$$u_y = L_y \frac{di_y}{dt} + R_y i_y + c_i \frac{d\varphi_{\text{я}}}{dt}, \quad (5.108)$$

где L_y — индуктивность обмотки управления; R_y — активное сопротивление обмотки управления; $c_i = L_y l_{\text{я}} i_y / \delta^2$ — коэффициент противоЭДС, $\delta = 3\delta_0$ (δ_0 здесь — воздушный зазор между якорем и полюсом магнита), $l_{\text{я}}$ — длина якоря.

Последний член в уравнении (5.108) после линеаризации функции $c_i = c_i(i_y)$ можно включить в соотношение, определяющее $\zeta_{\text{я}}$. В этом случае передаточная функция для обмотки

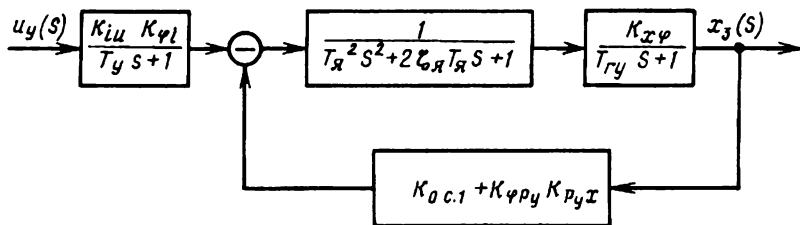


Рис. 5.10. Структурная схема электрогидравлического усилителя с механической обратной связью

управления ЭМП принимает вид

$$W_{iu}(s) = \frac{i_y(s)}{u_y(s)} = \frac{K_{iu}}{T_y s + 1}, \quad (5.109)$$

где $K_{iu} = \frac{1}{R_y}$; $T_y = \frac{L_y}{R_y}$.

Структурная схема ЭГУ с механической обратной связью, построенная по передаточным функциям (5.103), (5.109) и уравнению (5.107), дана на рис. 5.10, где $K_{x\phi} = lK_{xh}$.

Математические модели других ЭГУ могут быть представлены аналогичными структурными схемами, отличающимися, в основном, используемым способом обеспечения требуемых перемещений золотника при изменении тока управления. Для ЭГУ, золотник которого нагружен пружинами и не снабжен обратной связью, следует принять $K_{o.c1} = 0$. Если в ЭГУ имеется электрическая обратная связь, то сумматор сигналов будет находиться на входе электронного усилителя, формирующего управляющее напряжение u_y .

5.6. Электропневматический усилитель

По своим схемам и конструкциям электропневматические усилители (ЭПУ) не менее разнообразны, чем ЭГУ, но в ряде случаев имеют с ними много общего. По изображенной на рис. 5.11 схеме может быть выполнен ЭПУ, а при малой мощности, необходимой для управления каким-либо объектом, эта же схема соответствует электропневматическому следящему приводу. В таком приводе электромеханический преобразователь

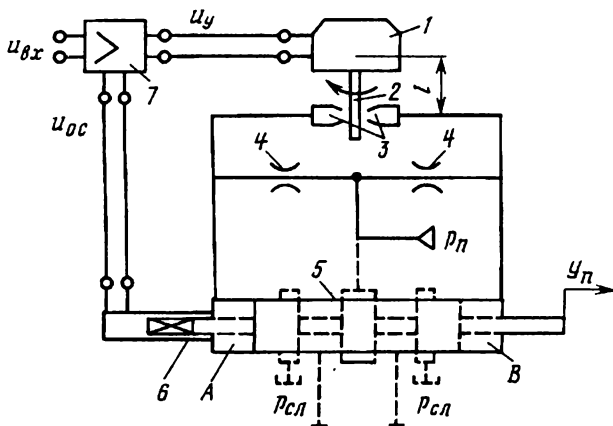


Рис. 5.11. Схема электропневматического усилителя

(ЭМП) 1 посредством заслонки 2 и ступени пневматического усиления (ПУ) сигналов, которая имеет два сопла 3 и два нерегулируемых дросселя 4, управляет поршнем, размещенным в цилиндре 5. Если устройство является только усилителем, то в нем вместо поршня используется золотник (показан штриховыми линиями). Обратная связь в том и другом варианте может быть электрической с датчиком 6, от которого сигнал поступает на вход электронного усилителя 7.

Для составления математической модели данного устройства можно применить уравнения, по смыслу близкие к тем, которые описывали процессы в ЭГУ, но в них должны быть отражены особенности течения газа через дроссельные элементы и большая по сравнению с жидкостью сжимаемость газа.

Уравнение массовых расходов газа в левой ветви ступени ПУ при перемещении золотника (поршня) вправо представим в виде

$$G_1 = G_{др1} - G_{с1}, \quad (5.110)$$

где $G_{др1}$ — массовый расход газа через левый (см. рис. 5.11) дроссель 4; $G_{с1}$ — массовый расход газа через левое сопло 3.

При высоком давлении p_n питания и малом угле поворота заслонки по часовой стрелке от среднего положения течение газа через дроссель и сопло будет критическим, поэтому

$$G_{др1} = \mu_{др} C S_{др} \frac{p_{п}}{\sqrt{\Theta_{п}}}; \quad (5.111)$$

$$G_{с1} = \mu_{с} C \pi d_{с} (h_0 - h_y) \frac{p_1}{\sqrt{\Theta_{п}}}, \quad (5.112)$$

где $\mu_{др}$, $\mu_{с}$ — коэффициенты расхода дросселя и сопла, прикрытого заслонкой; $S_{др}$ — площадь проходного сечения дросселя; $d_{с}$ — диаметр проходного сечения сопла; p_1 — давление в камере А; $\Theta_{п}$ — температура газа, принимаемая одинаковой во всех каналах ступени ПУ; C — коэффициент, вычисляемый по соотношению (см. § 3.2):

$$C = \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)}}$$

Подставив $G_{др1}$, $G_{с1}$ из формул (5.111) и (5.112) в уравнение (5.110), получим

$$G_1 = \mu_{др} C S_{др} \frac{p_{п}}{\sqrt{\Theta_{п}}} - \mu_{с} C \pi d_{с} (h_0 - h_y) \frac{p_1}{\sqrt{\Theta_{п}}}. \quad (5.113)$$

Массовый G_1 и объемный Q_1 расходы газа, поступающего в камеру А, связаны соотношением

$$G_1 = \frac{p_1}{R \Theta_{п}} Q_1,$$

с учетом которого приведем уравнение (5.113) к виду

$$Q_1 = \mu_{др} C S_{др} R \sqrt{\Theta_{п}} \frac{p_{п}}{p_1} - \mu_{с} C \pi d_{с} (h_0 - h_y) R \sqrt{\Theta_{п}}. \quad (5.114)$$

Аналогично получим объемный расход Q_2 газа, вытекающего из камеры В:

$$Q_2 = -\mu_{др} C S_{др} R \sqrt{\Theta_{п}} \frac{p_{п}}{p_2} + \mu_{с} C \pi d_{с} (h_0 + h_y) R \sqrt{\Theta_{п}}. \quad (5.115)$$

Линеаризовав уравнения (5.114) и (5.115), найдем малые отклонения расходов

$$Q'_1 = -\mu_{др} C S_{др} \frac{R p_{п} \sqrt{\Theta_{п}}}{p_0^2} p'_1 + \mu_{с} C \pi d_{с} R \sqrt{\Theta_{п}} h_y, \quad (5.116)$$

$$Q'_2 = \mu_{др} C S_{др} \frac{R p_{п} \sqrt{\Theta_{п}}}{p_0^2} p'_2 + \mu_{с} C \pi d_{с} R \sqrt{\Theta_{п}} h_y, \quad (5.117)$$

В уравнениях (5.116) и (5.117) отклонения давлений p'_1 и p'_2 в камерах A и B измеряются от значения давления p_0 , которое устанавливается в камерах в отсутствие нагрузки на золотник или на поршень, занимающих среднее положение. Согласно условию наибольшей чувствительности разности давлений $p_1 - p_2$ в камерах A и B к отклонению заслонки

$$\frac{\pi d_c h_0}{S_{др}} = 2.$$

Кроме того, для малых отклонений давлений можно принять

$$p'_1 = -p'_2.$$

При этом согласно уравнениям (5.116) и (5.117), имеем

$$Q'_1 = Q'_2 = Q_y.$$

Просуммировав указанные уравнения, найдем

$$Q_y = K_{Qh} h_y - K_{Qp} p_n, \quad (5.118)$$

где $K_{Qh} = \mu_c C \pi d_c R \sqrt{\Theta_{\Pi}}$; $K_{Qp} = \frac{0,5 \mu_{др} C S_{др} p_{\Pi} R \sqrt{\Theta_{\Pi}}}{p_0^2}$;

$$p_n = p'_1 - p'_2.$$

Расход Q_y определяет еще уравнение такого же вида, как уравнение (5.43), что позволяет, воспользовавшись функцией (5.118), записать

$$S_{\Pi} \frac{dy_{\Pi}}{dt} + \frac{V_0}{2B_{a,r}} \frac{dp_n}{dt} + K_{Qp} p_n = K_{Qh} h_y, \quad (5.119)$$

где S_{Π} — торцовая площадь поршня (управляемого золотника); V_0 — объем торцовой камеры при среднем положении поршня (управляемого золотника); y_{Π} — смещение поршня (управляемого золотника) от среднего положения.

В свою очередь разность p_n давлений в камерах A и B и смещение y_{Π} поршня связаны уравнением

$$m_{\Pi} \frac{d^2 y_{\Pi}}{dt^2} + k_{тр} \frac{dy_{\Pi}}{dt} + k_n y_{\Pi} = S_{\Pi} p_n. \quad (5.120)$$

Здесь m_{Π} — масса поршня (управляемого золотника); $k_{тр}$ — коэффициент вязкого трения, возникающего при движении поршня; k_n — коэффициент позиционной нагрузки на

поршень, зависящей от его положения (в случае золотника $k_H = 2c_{ГД}$).

Чтобы представить структурной схемой математическую модель электропневматического усилителя, который может быть и электропневматическим следящим приводом, на основе выведенных выше уравнений запишем в изображениях:

уравнение для электронного усилителя с учетом того, что процессы в нем происходят несравненно быстрее, чем в гидропневмомеханических устройствах,

$$u_y(s) = K_{уc}[u_{вх}(s) - u_{о.с}(s)], \quad (5.121)$$

где $u_{вх}(s)$ и $u_{о.с}(s)$ — соответственно изображения напряжений электрического тока, подаваемых на вход электронного усилителя от формирующего сигналы управления устройства и от датчика обратной связи;

уравнение для обмоток управления ЭМП

$$(T_y s + 1)i_y(s) = K_{iu}u_y(s); \quad (5.122)$$

уравнение для ЭМП, полученное после перехода к изображениям в уравнении (5.80) при $l\varphi_{я} = h_y$,

$$(T_{я}^2 s^2 + 2\zeta_{я} T_{я} s + 1)h_y(s) = lK_{\varphi i}i_y(s) - K_{hp}p_H(s), \quad (5.123)$$

где $K_{hp} = \frac{S_c l^2}{K_{M\varphi}}$;

уравнение (5.120) в виде

$$(T_1^2 s^2 + 2\zeta_1 T_1 s + 1)y_{п}(s) = K_{yp}p_H(s), \quad (5.124)$$

где $T_1 = \sqrt{\frac{m_{п}}{k_H}}$, $\zeta_1 = \frac{0,5k_{тp}}{\sqrt{m_{п}k_H}}$, $K_{yp} = \frac{S_{п}}{k_H}$; $K_{py} = \frac{1}{K_{yp}}$;

уравнение, объединяющее после перехода к изображениям уравнения (5.119) и (5.120),

$$T_{п} s(T_2^2 s^2 + 2\zeta_2 T_2 s + 1)y_{п}(s) = h_y(s) - K_{п}y_{п}(s), \quad (5.125)$$

где $T_{п} = \frac{S_{п}}{K_{Qh}} \left(1 + \frac{k_H V_0}{2B_{а.г} S_{п}^2} + \frac{K_{Qp} k_{тp}}{S_{п}^2} \right)$; $K_{п} = \frac{k_H K_{Qp}}{S_{п} K_{Qh}}$;

$$T_2 = \sqrt{\frac{m_{п} V_0}{2B_{а.г} S_{п}^2 + k_H V_0 + 2B_{а.г} K_{Qp} k_{тp}}};$$

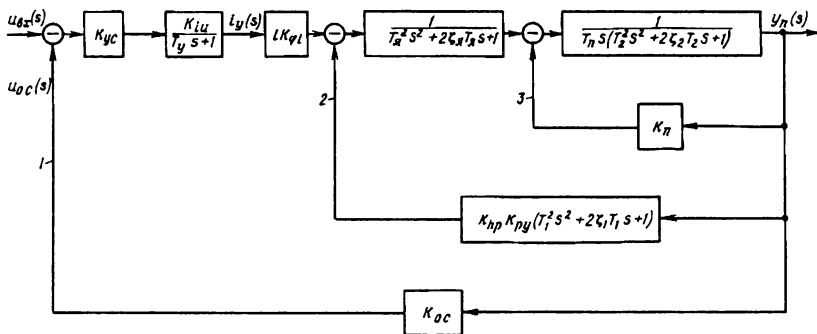


Рис. 5.12. Структурная схема электропневматического усилителя

$$\zeta_2 = \frac{k_{\text{ТР}} V_0 + 2B_{\text{а.г}} K_{\text{QP}} m_{\text{П}}}{2\sqrt{m_{\text{П}} V_0 (2B_{\text{а.г}} S_{\text{П}}^2 + k_{\text{Н}} V_0 + 2B_{\text{а.г}} K_{\text{QP}} k_{\text{ТР}})}};$$

уравнение для электрической обратной связи

$$u_{\text{о.с}}(s) = K_{\text{о.с}} y_{\text{П}}(s), \quad (5.126)$$

где $K_{\text{о.с}}$ — коэффициент преобразования датчиком обратной связи перемещения поршня (управляемого золотника) в напряжение электрического тока.

Построенная по уравнениям (5.121) – (5.126) структурная схема изображена на рис. 5.12. На схеме даны передаточные функции каждого из входящих в нее звеньев. Из рисунка ясно, что в ЭПУ с электрической обратной связью или в электропневматическом следящем приводе с одной ступенью усиления пневматического сигнала кроме основной обратной связи 1 действуют две внутренних обратных связи. Одна из них 2 вызвана силой, приложенной со стороны потока газа к заслонке, другая 3 — учитывает влияние давлений в камерах А и В на расход газа через сопла. Разность этих давлений будет изменяться в зависимости от положения поршня (управляемого золотника) при наличии позиционной нагрузки.

5.7. Математические модели источников энергопитания с регулирующими аппаратами

Источник энергопитания с переливным клапаном прямого действия

Источники энергопитания гидроприводов с дроссельным регулированием (см. гл. 1) могут иметь нерегулируемый или регулируемый насос. В первом типе источника энергопитания давление рабочей жидкости поддерживается с помощью клапанных устройств. Наиболее простыми клапанными устройствами такого назначения являются переливные клапаны прямого действия. На рис. 5.13 показана схема источника энергопитания с переливным клапаном прямого действия. Клапан выполнен в виде золотника 1, нагруженного снизу пружиной 2. При перемещении золотника жидкость перетекает через дроссель 3, обеспечивая демпфирование клапана. Полость над золотником соединена с камерой высокого давления насоса или с напорной гидролинией, по которой жидкость под давлением подводится от насоса 4 к гидроприводу 5. Во время работы источника энергопитания золотник занимает положение, при котором его кромка смещена на величину $h_{кл}$ относительно кромки окна в корпусе. Через открытое кромкой золотника окно избыточная жидкость поступает на слив. Давление, поддерживаемое клапаном, определяет предварительное натяжение пружины.

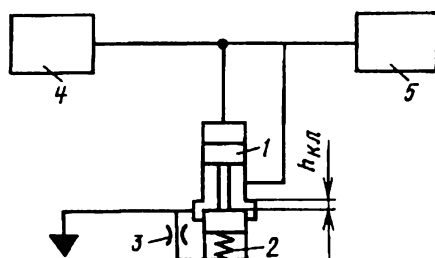


Рис. 5.13. Схема источника энергопитания с переливным клапаном прямого действия

Составим математическую модель источника энергопитания в предположении, что процесс изменения давления в напорной гидролинии можно описать в сосредоточенных параметрах. Уравнение малых отклонений расходов жидкости от своих установившихся значений сначала представим в общем виде:

$$Q'_н - Q'_п = Q'_{сж} + Q'_{кл} + Q'_у. \quad (5.127)$$

В левой части уравнения (5.127) содержится разность отклонений расхода $Q'_н$ жидкости, подаваемой насосом, и расхода $Q'_п$ жидкости, подводимой к гидроприводу. Эта разность приравнена сумме отклонений расходов, которые вызваны:

сжимаемостью жидкости

$$Q'_{сж} = \frac{V_п}{B_ж} \frac{dp'_п}{dt}, \quad (5.128)$$

течением жидкости через клапан

$$Q'_{кл} = K_{Qh} h'_{кл} + K_{Qp} p'_п, \quad (5.129)$$

управлением клапаном

$$Q'_{кл} = S_{кл} \frac{dh'_{кл}}{dt}. \quad (5.130)$$

Соотношения (5.128) – (5.130) включают в себя следующие величины: $V_п$ — объем жидкости, находящейся под давлением в насосе, в трубопроводе от насоса к гидроприводу и в гидроприводе; $B_ж$ — модуль объемной упругости жидкости; $p'_п$ — принятое одинаковым для всего напорного тракта отклонение давления от своего установившегося значения; $h'_{кл}$ — смещение золотника клапана от положения, соответствующего установившемуся режиму источника энергопитания; $S_{кл}$ — торцовая площадь золотника клапана, на которую действует давление $p_п$; K_{Qh} и K_{Qp} — коэффициенты, полученные при линеаризации функции, описывающей расход жидкости через открытое золотником окно (см. гл. 3).

Подставив в уравнение (5.127) отклонения расходов из соотношений (5.128) – (5.130), получим

$$Q'_н - Q'_п = \frac{V_п}{B_ж} \frac{dp'_п}{dt} + S_{кл} \frac{dh'_{кл}}{dt} + K_{Qh} h'_{кл} + K_{Qp} p'_п. \quad (5.131)$$

Если силы трения, действующие на золотник клапана, малы по сравнению с демпфирующей силой, создаваемой давлением под золотником, то уравнение движения золотника можно записать в виде

$$m_{\text{кл}} \frac{d^2 h'_{\text{кл}}}{dt^2} = S_{\text{кл}}(p'_{\text{п}} - p'_{\text{д}}) - P'_{\text{пр}} - P'_{\text{гд}}, \quad (5.132)$$

где $m_{\text{кл}}$ — масса золотника клапана; $p'_{\text{д}}$ — отклонение давления в демпфирующей полости под золотником; $P'_{\text{пр}}$ — отклонение силы пружины; $P'_{\text{гд}}$ — отклонение гидродинамической силы.

Обозначив $k_{\text{др}}$ проводимость дросселя 3 клапана, определим расход жидкости через этот дроссель соотношением

$$Q'_{\text{др}} = k_{\text{др}} p'_{\text{д}}. \quad (5.133)$$

При малом объеме демпфирующей полости можно не учитывать сжимаемость находящейся в ней жидкости и согласно условию неразрывности течения записать

$$Q'_{\text{др}} = S_{\text{кл}} \frac{dh'_{\text{кл}}}{dt}. \quad (5.134)$$

По формулам (5.133) и (5.134) найдем

$$p'_{\text{д}} = \frac{S_{\text{кл}}}{k_{\text{др}}} \frac{dh'_{\text{кл}}}{dt}. \quad (5.135)$$

Сумму отклонений сил $P'_{\text{пр}}$ и $P'_{\text{гд}}$ представим равенством

$$P'_{\text{пр}} + P'_{\text{гд}} = c_{\text{кл}} h'_{\text{кл}}, \quad (5.136)$$

где $c_{\text{кл}}$ — суммарная жесткость пружины, нагружающей золотник клапана, и “гидродинамической пружины,” действие которой учитывает приложенную к золотнику гидродинамическую силу (см. гл. 3).

С помощью соотношений (5.134)–(5.136) приведем уравнение (5.132) к виду

$$\frac{m_{\text{кл}}}{c_{\text{кл}}} \frac{d^2 h'_{\text{кл}}}{dt^2} + \frac{S_{\text{кл}}^2}{c_{\text{кл}} k_{\text{др}}} \frac{dh'_{\text{кл}}}{dt} + h'_{\text{кл}} = \frac{S_{\text{кл}}}{c_{\text{кл}}} p'_{\text{п}}. \quad (5.137)$$

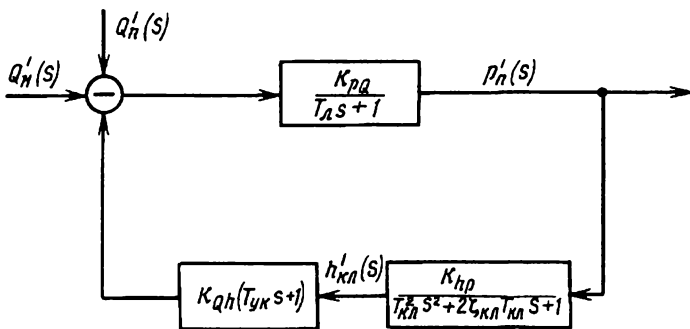


Рис. 5.14. Структурная схема источника энергопитания с клапаном прямого действия

Переходя в уравнениях (5.131) и (5.137) к изображениям, находим

$$p'_n(s) = \frac{K_{pQ}}{T_L s + 1} [Q'_n(s) - Q'_п(s) - K_{Qh}(T_{у.к} s + 1)] h'_{кл}(s). \quad (5.138)$$

$$h'_{кл}(s) = \frac{K_{hp}}{T_{кл}^2 s^2 + 2\zeta_{кл} T_{кл} s + 1} p'_n(s), \quad (5.139)$$

где $K_{pQ} = \frac{1}{K_{Qp}}$; $T_L = \frac{V_{п}}{K_{Qp} B_{ж}}$; $T_{у.к} = \frac{S_{кл}}{K_{Qh}}$; $T_{кл} = \sqrt{\frac{m_{кл}}{c_{кл}}}$;
 $\zeta_{кл} = \frac{S_{кл}^2}{2k_{др} \sqrt{m_{кл} c_{кл}}}$; $K_{hp} = \frac{S_{кл}}{c_{кл}}$.

В структурную схему, построенную по уравнениям (5.138) и (5.139), входят типовые звенья (рис. 5.14).

Источник энергопитания с клапаном непрямого действия

Клапаны прямого действия применяют обычно при регулировании расходов жидкости, не превышающих 20

25 л/мин. В случаях больших значений расходов используют клапаны непрямого действия. Схема одного из таких клапанов изображена на рис. 5.15. До тех пор, пока давление $p_{п}$ жидкости, подведенной из напорной гидролинии, меньше заданного, управляющий клапан 1 прижат пружиной 2 к

седлу. При этом давление p_y равно давлению p_{Π} , и основной клапан 4 под действием пружины 3 находится в крайнем нижнем положении, перекрывая выход жидкости в сливной канал с давлением $p_{сл}$. Когда давление p_{Π} превысит заданное значение, управляющий клапан поднимается, пропуская жидкость в сливной канал и поддерживая близким к постоянному давлению p_y в полости над основным клапаном. Так как в полость жидкость поступает через дроссель 5, давление p_y будет несколько ниже давления p_{Π} . Под действием силы, вызванной разностью $p_{\Pi} - p_y$ давлений, основной клапан перемещается вверх, открывая проход для жидкости из подводящего в сливной канал. Для гашения возможных колебаний основного клапана предусмотрена демпфирующая полость, сообщающаяся с подводящим каналом через дроссельные отверстия 6. Давление, при котором открывается основной клапан, зависит от предварительного натяжения пружин 2 и 3. Повышение давления p_{Π} с увеличением высоты подъема основного клапана зависит от площади $S_{кл} = \pi D_{кл}^2/4$. В реальных конструкциях размеры клапана выбирают так, чтобы при незначительном увеличении давления p_{Π} выше допустимого перемещение основного клапана было максимальным, обеспечивая пропуск всей подачи насоса в сливной канал. Тем самым достигается высокая точность регулирования давления в напорной гидролинии.

Приступая к составлению математической модели источника энергоснабжения с клапаном непрямого действия, запишем уравнение движения основного клапана в виде

$$m_{кл} \frac{d^2 h_{кл}}{dt^2} = S_{кл}(p_{\Pi} - p_y) - P_{Гд} - P_{пр} - P_{тр}, \quad (5.140)$$

где $m_{кл}$ — масса основного клапана; $P_{Гд}$ — гидродинамическая сила; $P_{пр}$ — сила пружины, нагружающей основной клапан; $P_{тр}$ — сила трения; $h_{кл}$ — перемещение основного клапана.

В уравнении (5.140) не учитывается возможное различие значений давлений p_1 и p_{Π} , так как принято, что гидравлическое сопротивление дроссельных отверстий 6 мало. При этом из уравнения исключается сила, которая в данном случае

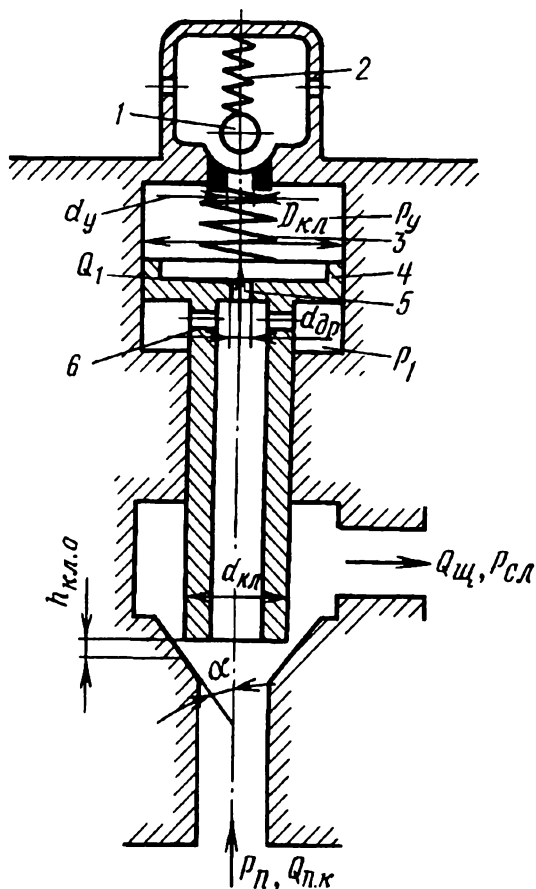


Рис. 5.15. Клапан непрямого действия

предполагается существенно меньше силы $P_{тр}$, определяемой соотношением

$$P_{тр} = k_{тр} \frac{dh_{кл}}{dt}, \quad (5.141)$$

где $k_{тр}$ — коэффициент вязкого трения.

Гидродинамическую силу и силу пружины представим неоднократно применявшимися ранее соотношениями:

$$P_{гд} = c_{гд} h_{кл}; \quad (5.142)$$

$$P_{пр} = P_{пр.0} + c_{пр} h_{кл}. \quad (5.143)$$

Здесь $c_{гд}$ и $c_{пр}$ — соответственно жесткость “гидродинамической пружины” и жесткость пружины 3, имеющей предварительное натяжение $P_{пр,0}$.

Подставив значения сил из формул (5.141) – (5.143) в уравнение (5.140), получим

$$m_{ккл} \frac{d^2 h_{ккл}}{dt^2} + k_{тр} \frac{dh_{ккл}}{dt} + c_{ккл} h_{ккл} = S_{ккл}(p_{п} - p_{у}) - P_{пр,0}, \quad (5.144)$$

где $c_{ккл} = c_{пр} + c_{гд}$.

Уравнение расходов при движении основного клапана, не учитывая сжимаемость жидкости в его полостях, запишем в виде

$$Q_{п.к} = Q_{щ} + S_{ккл} \frac{dh_{ккл}}{dt} + Q_{др.к}, \quad (5.145)$$

где $Q_{п.к}$ — расход жидкости в подводящем канале клапана; $Q_{щ}$ — расход через щель, открытую основным клапаном; $Q_{др.к}$ — расход через дроссель 5.

Расходы $Q_{щ}$ и $Q_{др.к}$ можно вычислить по формулам

$$Q_{щ} = k'_{щ.к} h_{ккл} \sqrt{p_{п} - p_{сл}}; \quad (5.146)$$

$$Q_{др.к} = k_{др.к} \sqrt{p_{п} - p_{у}}, \quad (5.147)$$

где $k'_{щ.к} = \mu_{щ.к} \pi d_{ккл} \sin \alpha \sqrt{\frac{2}{\rho}}$; $k_{др.к} = \mu_{др.к} S_{др.к} \sqrt{\frac{2}{\rho}}$; $\mu_{щ.к}$ — коэффициент расхода щели, открытой основным клапаном; $\mu_{др.к}$ и $S_{др.к}$ — коэффициент расхода и площадь проходного сечения дросселя 5.

Благодаря малым размерам управляющего клапана его собственная частота обычно значительно превышает собственную частоту основного клапана, что позволяет использовать статическую характеристику управляющего клапана для получения зависимости $p_{у}$ от расхода $Q_{у.к}$:

$$p_{у} = p_{у.н} + K_{(pQ)у} Q_{у.к}, \quad (5.148)$$

где $p_{у.н}$ — давление, при котором начинает открываться управляющий клапан; $K_{(pQ)у}$ — коэффициент преобразования расхода $Q_{у.к}$ в давление $p_{у}$ по статической характеристике управляющего клапана. Расход $Q_{у.к}$, пропускаемый на слив управляющим клапаном, в соответствии с условием неразрывности

течения подчиняется также уравнению

$$Q_{y.k} = S_{кл} \frac{dh_{кл}}{dt} + Q_{др.k}. \quad (5.149)$$

Вследствие нелинейности функций (5.146) и (5.147) математическая модель клапана будет нелинейной. Чтобы линеаризовать модель, следует перейти к малым отклонениям переменных от своих установившихся значений при равновесном положении основного клапана. После этого математическую модель клапана непрямого действия можно представить следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} m_{кл} \frac{d^2 h'_{кл}}{dt^2} + k_{тр} \frac{dh'_{кл}}{dt} + c_{кл} h'_{кл} &= S_{кл}(p'_{п} - p'_y); \\ Q'_{п.k} &= Q'_{ш} + S_{кл} \frac{dh'_{кл}}{dt} + Q'_{др.k}; \\ Q'_{ш} &= K_{Qh} h'_{кл} + K_{Qp1} p'_п; \quad Q'_{др.k} = K_{Qp2}(p'_п - p'_y); \\ p'_y &= K_{(pQ)y} Q'_y. \end{aligned}$$

В приведенных уравнениях штрихами отмечены малые отклонения переменных и применены коэффициенты, вычисляемые по формулам

$$\begin{aligned} K_{Qh} &= k'_{ш.к} \sqrt{p_{п.0} - p_{сл}}; \\ K_{Qp1} &= \frac{k'_{ш.к} h_{кл.0}}{2\sqrt{p_{п.0} - p_{сл}}}; \\ K_{Qp2} &= \frac{k_{др.к}}{2\sqrt{p_{п.0} - p_{y.0}}}, \end{aligned}$$

где $p_{п.0}$ и $p_{y.0}$ — давления в подводящем канале и управляющей полости при равновесии основного клапана, смещенного на $h_{кл.0}$. Выполнив для полученной системы уравнений неоднократно применявшиеся ранее преобразования, найдем передаточную функцию клапана непрямого действия:

$$W_{pQ}(s) = \frac{p'_п(s)}{Q'_{п.k}(s)}. \quad (5.150)$$

Если клапан подключен к источнику энергопитания, процессы в напорной гидролинии которого допустимо описывать в

сосредоточенных параметрах, то баланс расходов можно представить уравнением

$$Q'_н - Q'_п = Q'_{сж} + Q'_{п.к}. \quad (5.151)$$

Уравнение (5.151), отличается от (5.127) тем, что не содержит расхода $Q'_{у.кл}$, а величина $Q'_{кл}$ заменена на $Q'_{п.к}$. Последнее отличие вызвано необходимостью в случае клапана непрямого действия разделять расходы, пропускаемые основным и управляющим клапанами. Отсутствие в уравнении (5.151) величины $Q'_{у.кл}$ обусловлено тем, что расход, связанный с управлением основным клапаном, учтен при выводе передаточной функции (5.150).

Переходя в уравнениях (5.128) и (5.151) к изображениям и воспользовавшись передаточной функцией (5.150), найдем передаточную функцию источника энергопитания с клапаном непрямого действия в виде

$$\Phi(s) = \frac{p'_п(s)}{Q'_н(s) - Q'_п(s)} = \frac{B_ж W_p Q(s)}{B_ж + V_п W_p Q(s)}. \quad (5.152)$$

К такой же форме может быть приведена передаточная функция источника энергопитания с клапаном прямого действия, если выполнить соответствующие преобразования структурной схемы, изображенной на рис. 5.14. С помощью передаточной функции (5.152) рассмотренными в следующей главе методами решаются важные для практики задачи устойчивости клапанов, поддерживающих давление питания гидроприводов.

5.8. Источник энергопитания с автоматически регулируемым насосом

Для уменьшения затрат энергии, которые могут быть значительными при использовании переливных клапанов, применяют источники энергопитания с автоматически регулируемыи насосами (см. главы 1 и 3). Общая схема такой автоматической системы регулирования дана на рис. 5.16, а. Насос 1 снабжен автоматическим регулятором 2, газогидравлическим аккумулятором 3 и предохранительным клапаном 4. Насос всасывает жидкость из бака 5. Устройства, относящиеся к электрогидравлическому приводу, обведены на схеме штриховым

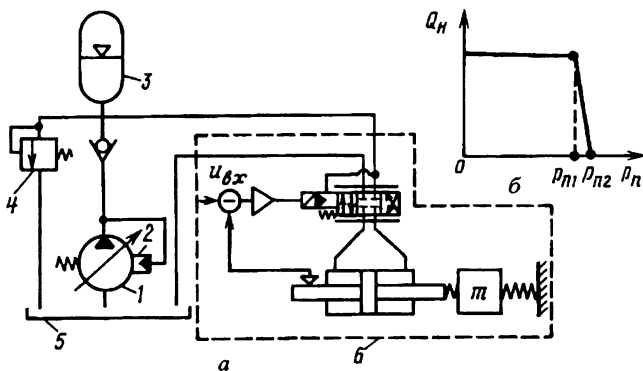


Рис. 5.16. Система (а) с автоматически регулируемым источником энергопитания следящего электрогидравлического привода и характеристика (б) насоса

контуром б. В источник энергопитания входят также фильтр для очистки жидкости, датчики для контроля за уровнем и температурой рабочей жидкости в баке и другие вспомогательные устройства, не показанные на схеме, поскольку они не рассматриваются при составлении математической модели источника энергопитания. Характеристика регулируемого насоса показана на рис. 5.16, б.

Предположим, что чувствительный элемент регулятора (мембрана или поршень) является малоинерционным, поэтому приложенная к нему сила давления в любой момент времени уравновешена силой пружины. Изменение выходной величины (перемещение поршня или мембраны) условимся считать отрицательным, если оно вызвано увеличением регулируемого давления. При указанных условиях уравнение чувствительного элемента, записанное в малых отклонениях входной и выходной величин от своих установившихся значений, можно представить в виде

$$h'_p = -K_{hp} p'_n, \quad (5.153)$$

где h'_p — отклонение выходной величины чувствительного элемента регулятора; p'_n — отклонение регулируемого давления (входной величины) от заданного значения; K_{hp} — коэффициент преобразования сигналов в чувствительном элементе.

Уравнение для исполнительного элемента регулятора, которым часто служит гидроцилиндр с одной рабочей камерой, не учитывая сжимаемость жидкости в этой камере, запишем в виде

$$T_c^2 \frac{d^2 y'_c}{dt^2} + 2\zeta_c T_c \frac{dy'_c}{dt} + y'_c = K_{yx} x'_p, \quad (5.154)$$

где T_c и ζ_c — постоянная времени и коэффициент относительного демпфирования исполнительного элемента (серводвигателя) регулятора; y'_c — выходная величина исполнительного элемента (серводвигателя) регулятора; x'_p — выходная величина усилителя регулятора (золотниковое устройство); K_{yx} — коэффициент преобразования сигналов усилителя в выходную величину исполнительного элемента.

Для обеспечения устойчивости рассматриваемой системы автоматического регулирования и возможности изменения ее статической характеристики (рис. 5.16, б) обычно применяют обратную связь от исполнительного элемента к усилителю. Одной из самых простых обратных связей может быть так называемая “жесткая обратная связь”, с учетом которой имеем

$$x'_p = h'_p - K_{o.c} y'_c, \quad (5.155)$$

где $K_{o.c}$ — коэффициент обратной связи.

В малых отклонениях изменение подачи $Q'_н$ регулируемого насоса пропорционально y'_c , поэтому

$$Q'_н = K_{Qy} y'_c, \quad (5.156)$$

где K_{Qy} — коэффициент преобразования перемещения исполнительного элемента, соединенного с регулирующим органом (например, шайбой аксиально-плунжерного насоса), в подачу насоса.

Уравнение расходов в напорном трубопроводе (гидролинии) насоса при описании происходящих в нем гидродинамических процессов в сосредоточенных параметрах составим с учетом газогидравлического аккумулятора, часто применяемого в источниках энергопитания в целях улучшения стабилизации давления. Уравнение представим в виде

$$Q'_н = Q'_a + \frac{V_н}{B_ж} \frac{dp'_н}{dt} + Q'_{гп}, \quad (5.157)$$

где Q'_a — отклонение расхода жидкости, поступающей в газогидравлический аккумулятор; V_{Π} , $B_{\text{ж}}$ и p'_{Π} — объем напорного трубопровода, модуль объемной упругости жидкости и отклонение давления в напорном трубопроводе; $Q'_{\text{ГП}}$ — отклонение расхода жидкости, поступающей в гидропривод или в несколько гидроприводов, если все они подключены к общему источнику энергоснабжения.

При малых изменениях давления величина Q'_a определяется линеаризованным уравнением:

$$Q'_a = \frac{V_a}{kp_a} \frac{dp'_{\Pi}}{dt}, \quad (5.158)$$

где V_a и p_a — объем и давление газа в газогидравлическом аккумуляторе при заданном значении давления в напорной гидрролинии; $k = c_p/c_v$.

Уравнения (5.153)–(5.158) описывают динамическое состояние источника энергоснабжения с автоматически регулируемым насосом, частота вращения вала которого постоянна. Если во время процесса регулирования частота вращения вала изменяется, то к полученным уравнениям необходимо добавить уравнение движения вала двигателя насоса.

При расчетах динамических характеристик рассмотренной системы автоматического регулирования входное воздействие $Q'_{\text{ГП}}$ может быть задано как функция времени в предположении, что гидропривод заменен устройством (клапаном), которое создает требуемое изменение расхода $Q'_{\text{ГП}}$. Если необходимо исследовать динамику всей системы, состоящей из автоматически регулируемого источника энергоснабжения и одного или нескольких гидроприводов, то к уравнениям (5.153)–(5.158) необходимо добавить уравнения, описывающие процессы в гидроприводах. В этом случае входные воздействия на систему могут быть приложены в различных местах в зависимости от выбранных для исследования режимов работы системы.

При использовании в насосе регулятора прямого действия его математическая модель может быть получена из уравнений (5.153)–(5.154). Достаточно из указанных уравнений оставить только последнее, заменив в нем y'_c на h'_p и подставив

в правую часть $x'_p = -K_{hp}p'_n$. Соответственно потребуется изменить значения постоянной времени и коэффициента относительного демпфирования, которые теперь будут характеризовать динамические свойства регулятора прямого действия, непосредственно связанного с регулирующим органом насоса (с шайбой). В результате перечисленных операций уравнение регулятора прямого действия принимает вид

$$T_p^2 \frac{d^2 h'_p}{dt^2} + 2\zeta_p T_p \frac{dh'_p}{dt} + h'_p = -K_{hp} p'_n, \quad (5.159)$$

где T_p , ζ_p и K_{hp} — постоянная времени, коэффициент относительного демпфирования и коэффициент преобразования сигналов регулятора прямого действия.

Уравнение (5.156) также следует записать с учетом того, что регулятор прямого действия не имеет исполнительного элемента, поэтому

$$Q'_n = K_{Qh} h'_p, \quad (5.160)$$

где K_{Qh} — коэффициент преобразования перемещения выходного звена регулятора прямого действия в подачу насоса.

Уравнения (5.157) и (5.158), очевидно, не требуются корректировать, так как они относятся к той части системы, которая не изменяется при использовании регулятора прямого действия. Необходимость в другой математической модели этой части может возникнуть независимо от типа регулятора, если вследствие большой длины гидролиний происходящие в них нестационарные процессы должны рассматриваться в распределенных по пространственным координатам параметрах.

Вопросы для самопроверки

1. Укажите примеры представления устройств гидро- и пневмоприводов в виде соединений типовых динамических звеньев.
2. Как составить структурные схемы силовых частей гидро- или пневмопривода?
3. Нарисуйте структурные схемы управляющих устройств гидро- и пневмоприводов.
4. Перечислите основные динамические характеристики гидро- и пневмоприводов.

ДИНАМИКА ГИДРО- И ПНЕВМОПРИВОДОВ

6.1. Устойчивость гидро- и пневмоприводов при малых отклонениях фазовых координат и во всем фазовом пространстве

Общие положения

Гидро- и пневмоприводы могут быть достаточно сложными динамическими системами. Пригодность таких систем для практического использования, прежде всего, зависит от того, удовлетворяют ли они условиям устойчивости в смысле фундаментальных понятий, принятых в механике и теории управления. Рассмотрим основные вопросы устойчивости, обратившись к математическим моделям (см. § 4.1) систем в переменных состояниях.

При реальном процессе в системе переменные $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ будут функциями времени, которые являются решениями уравнения (4.1) при заданных начальных условиях и заданном изменении со временем вектора \mathbf{u} . В пространстве, координатами которого служат переменные состояния, эти решения определяют положение *изображающей точки*. С течением времени изображающая точка перемещается по траектории, которую называют *фазовой*, а пространство, в число координат которого явно не входит время t и компоненты вектора \mathbf{u} , называют *фазовым пространством*. Если переменные $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ выбраны в виде отклонений от значений $x_{1,0}$,

$x_{2.0}, x_{3.0}, \dots, x_{n.0}$, полученных при равновесном состоянии системы, то начало координат фазового пространства можно совместить с точкой, соответствующей их установившимся значениям.

Способность системы, будучи отклоненной от равновесного состояния, возвращаться к нему с заданной точностью, характеризует систему как устойчивую. В тех случаях, когда в фазовом пространстве существует только одна точка равновесия и система устойчива при любых изменениях переменных, она будет устойчива во всем фазовом пространстве. Таким свойством обладают только системы, процессы в которых можно описать линейными дифференциальными уравнениями без каких-либо ограничений на значения переменных состояния и вид возмущающих или управляющих воздействий. Однако для реальных систем данное условие не выполняется, так как их линейные математические модели получают только в результате аппроксимации нелинейных функций путем перехода к малым отклонениям переменных (см. § 4.2). Следовательно, по таким линеаризованным моделям устойчивость системы проверяется только при малых отклонениях фазовых координат. Определение практически допустимых отклонений переменных, при которых результаты исследования устойчивости системы по ее линеаризованной модели будут справедливы, требуют дополнительных расчетов или физических экспериментов. Вследствие нелинейности характеристик отдельных элементов систем и нелинейности функций, описывающих взаимодействие элементов в системе, в фазовом пространстве может быть несколько особых точек. При этом в окрестности одних точек система устойчива, а в окрестности других — неустойчива. Вблизи последних точек фазовые траектории могут быть замкнутыми кривыми, указывающими на существование в системе предельных циклов (автоколебаний).

Наиболее общую постановку задачи устойчивости систем предложил в 1892 г. А.М. Ляпунов, выделив *невозмущенное и возмущенное состояния системы*, которую описывают дифференциальными уравнениями

$$\frac{dy_k}{dt} = Y_k(y_1, y_2, \dots, y_n, t), \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (6.1)$$

где y_k — координаты, определяющие состояние системы; $Y_k(y_1, y_2, \dots, y_n, t)$ — нелинейные функции.

При известных для невозмущенного состояния системы функциях времени

$$y_{10} = y_{10}(t), \quad y_{20} = y_{20}(t), \quad y_{n0} = y_{n0}(t)$$

можно ввести новые переменные

$$x_k = y_k - y_{k0}(t).$$

В новых переменных уравнения (6.1) принимают вид

$$\frac{dx_k}{dt} = X_k(x_1, x_2, \dots, x_n, t), \quad (6.2)$$

где

$$X_k(x_1, x_2, \dots, x_n, t) = Y_k(y_1, y_2, \dots, y_n, t) - Y_k(y_{10}, y_{20}, \dots, y_{n0}, t).$$

Дифференциальные уравнения (6.2) описывают возмущенное состояние системы. Отклонения $x_k(t_0)$ координат в начальный момент времени являются возмущениями.

Каждое возмущенное состояние системы определяет свое решение уравнения (6.2). Невозмущенному состоянию соответствует решение

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0.$$

При равновесии (установившемся движении) стационарной (параметры не зависят от времени) системы

$$Y_k(y_{10}, y_{20}, \dots, y_{n0}) = 0.$$

Невозмущенное состояние системы устойчиво, если для любого положительного сколь угодно малого числа ϵ можно выбрать такое положительное число $\eta(\epsilon)$, при котором для всех возмущений $x_k(t_0)$, удовлетворяющих условию

$$|x_k(t_0)| \leq \eta(\epsilon),$$

будут выполняться неравенства

$$|x_k(t)| \leq \epsilon \quad \text{при} \quad t > t_0.$$

Если

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_k(t)| = 0,$$

то имеет место *асимптотическая устойчивость*.

При условии, что правые части уравнения (6.2) могут быть линеаризованы разложением в ряд Тейлора (см. § 4.2), эти уравнения заменяют уравнениями первого приближения

$$\frac{dx_k}{dt} = a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n, \quad (6.3)$$

где $a_{k1}, a_{k2}, \dots, a_{kn}$ — коэффициенты, получаемые при линеаризации функций $X_k(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$.

В соответствии с теоремами, сформулированными и доказанными Ляпуновым, невозмущенное состояние системы асимптотически устойчиво, если вещественные части всех корней характеристического уравнения, полученного для уравнений (6.3) первого приближения, отрицательны. Если среди корней будет хотя бы один с положительной вещественной частью, то система неустойчива, а при нулевом корне об устойчивости системы нельзя судить по уравнению первого приближения. Важно отметить, что указанные условия не зависят от того, какие члены высших порядков были отсечены при линеаризации функций в правых частях уравнения (6.2). Когда эти функции нельзя линеаризовать разложением в ряд Тейлора (методом малых отклонений), для проверки устойчивости применяют метод, который, наряду с другими методами исследования нелинейных систем, изложен в теории управления (второй метод Ляпунова).

Условие асимптотической устойчивости следует также непосредственно из решения линейного дифференциального уравнения, которое можно найти, сложив частное решение неоднородного уравнения и общее решение однородного уравнения (с правой частью, равной нулю). Первое решение определяет вынужденную составляющую рассматриваемого процесса (невозмущенное состояние системы), второе — описывает переходную составляющую процесса (возмущенное состояние системы). Эту составляющую находят в виде суммы

$$\sum_{k=1}^n C_k e^{\lambda_k t},$$

где C_k — постоянные величины, λ_k — корни характеристического уравнения. В случае только отрицательных вещественных частей λ_k при $t \rightarrow \infty$ переходная составляющая стремится к нулю и система приближается к невозмущенному состоянию. Такая связь между устойчивостью технических систем и значениями корней характеристических уравнений была замечена даже несколько раньше появления общей теории Ляпунова. В 1875 г. Э.Раус предложил алгебраический критерий, позволяющий без решения характеристического уравнения проверить, все ли корни имеют отрицательные вещественные части, т.е. расположены на комплексной плоскости слева от мнимой оси. Затем в 1895 г. А.Гурвиц разработал критерий, получивший широкое применение в приложениях. Согласно этому критерию, для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы все коэффициенты характеристического уравнения и определители $\Delta_n, \Delta_{n-1}, \dots, \Delta_1$ были положительными. Определители состояются из коэффициентов характеристического уравнения

$$a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 = 0, \quad (6.4)$$

начиная с определителя

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 & 0 & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & \dots \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & a_{n-2} & \dots \\ & & & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_0 \end{vmatrix} \quad (6.5)$$

Все последующие определители $\Delta_{n-1}, \Delta_{n-2}, \dots$ являются минорами элементов определителя Δ_n , которые получают вычеркиванием столбцов и строк, начиная с правого столбца и нижней строки.

Таким образом, критерий Гурвица можно записать в виде следующих неравенств:

$$\begin{aligned} a_0 > 0, \quad a_1 > 0, \quad a_n > 0; \\ \Delta_1 > 0; \quad \Delta_2 > 0; \quad \Delta_n > 0. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Для характеристического уравнения n -й степени $\Delta_n = a_0 \Delta_{n-1}$, а так как в соответствии с (6.6) a_0 должно быть положительной величиной определители вычисляют, начиная

с определителя Δ_{n-1} . При $n = 3$ система устойчива, если все коэффициенты больше нуля и определитель $\Delta_2 > 0$, поэтому условие устойчивости сводится к неравенству

$$a_1 a_2 > a_0 a_3. \quad (6.7)$$

Условие (6.7) показывает, что система, математическая модель которой представлена линейным дифференциальным уравнением третьего порядка, будет устойчива, если все коэффициенты уравнения имеют одинаковые знаки (положительные) и произведение коэффициентов при средних членах больше произведения коэффициентов при крайних членах.

Устойчивость следящего гидропривода с дроссельным регулированием

Применим критерий для анализа устойчивости следящего гидромеханического с дроссельным регулированием, структурная схема которого дана на рис. 5.7, б. Передаточную функцию замкнутого контура привода с помощью формулы (4.60) представим в виде

$$\Phi_{yh}(s) = \frac{Y_{шт}(s)}{h_{вх}(s)} = \frac{W_{с.ч}(s)K_{xh}}{1 + K_{о.с}W_{с.ч}(s)}. \quad (6.8)$$

Из передаточной функции (6.8) следует, что

$$[1 + K_{о.с}W_{с.ч}(s)]Y_{шт}(s) = W_{с.ч}(s)K_{xh}h_{вх}(s). \quad (6.9)$$

Однородному дифференциальному уравнению соответствует левая часть уравнения (6.9), поэтому характеристическое уравнение можно найти, приравняв нулю знаменатель передаточной функции (6.8)

$$1 + K_{о.с}W_{с.ч}(s) = 0. \quad (6.10)$$

Передаточную функцию $W_{с.ч}(s)$ определим, используя структурную схему на рис. 5.3, а и формулу (4.60)

$$W_{с.ч}(s) = \frac{1}{T_{\Gamma}s(T_{\Pi}^2s^2 + 2\zeta_{\Pi}T_{\Pi}s + 1) + K_{\Pi}}. \quad (6.11)$$

После подстановки $W_{с.ч}(s)$ из формулы (6.11) в уравнение (6.10) получим

$$T_{\Gamma}T_{\Pi}^2s^3 + 2\zeta_{\Pi}T_{\Gamma}T_{\Pi}s^2 + T_{\Gamma}s + K_{\Pi} + K_{о.с} = 0. \quad (6.12)$$

Уравнение (6.12) является характеристическим уравнением исследуемого следящего гидромеханического привода. Все коэффициенты уравнения положительные числа, поэтому, согласно (6.7), привод устойчив, если

$$2\zeta_{\text{ц}}T_{\Gamma} > (K_{\text{н}} + K_{\text{о.с}})T_{\text{ц}}. \quad (6.13)$$

У большинства реальных гидроприводов значение $K_{\text{н}}$ мало по сравнению с $K_{\text{о.с}}$. Пренебрегая $K_{\text{н}}$ и применяя формулы (5.26–5.30), условие устойчивости (6.13) представим в параметрах привода:

$$\left(k_{\text{тр}} + \frac{2K_{\text{QP}}mE_{\text{ц}}}{V_0}\right) > mD_{\Gamma}. \quad (6.14)$$

В это неравенство входит важная для оценки динамических свойств гидропривода величина, называемая *добротностью гидропривода*

$$D_{\Gamma} = \frac{K_{\text{о.с}}K_{\text{Qx}}}{S_{\text{п}}}, \quad (6.15)$$

которая характеризует его быстродействие.

Из неравенства (6.14) следует, что устойчивость гидропривода в значительной мере зависит от значений коэффициентов $k_{\text{тр}}$ и K_{QP} . Если в нагрузке на выходное звено отсутствует трение ($k_{\text{тр}} = 0$), то гидропривод может быть устойчив только при $K_{\text{QP}} > 0$. В то же время формула (5.20) показывает, что с приближением к равновесному состоянию ($x_3 \rightarrow 0$) значение $K_{\text{QP}} \rightarrow 0$, если в золотнике нет утечек и перетечек жидкости по зазорам (идеальный золотник). Кроме того, условие (6.14) ограничивает значение добротности D_{Γ} гидропривода и тем самым ограничивает его быстродействие.

Аналогичный анализ устойчивости не трудно выполнить как в случае следящего пневмомеханического привода, так и для гидропривода с объемным регулированием. Для этого можно использовать структурные схемы, показанные на рис. 5.3, б и рис. 5.5. Если математическая модель электрогидравлического или электропневматического усилителя имеет вид, близкий к модели ЭГУ с механической обратной связью, структурная схема которого дана на рис. 5.10, то анализ устойчивости ЭГУ также не будет сложнее рассмотренного.

Частотные методы проверки устойчивости управляемых систем

При наличии в структурной схеме нескольких динамических звеньев возрастает степень характеристического уравнения, что может усложнить получение обозримых данных о влиянии вида и параметров звеньев на устойчивость системы с помощью критерия Гурвица. В таких случаях целесообразнее применить частотный критерий, который предложил в 1932 г. Г. Найквист. Физический смысл критерия состоит в следующем. Когда линейная система с отрицательной обратной связью находится на границе устойчивости, в ней чаще всего возникают колебания, которые будут незатухающими, пока гармонический сигнал 1 (рис. 6.1) после узла суммирования равен по амплитуде сигналу перед узлом суммирования и смещен от него по фазе на -180° . Это смещение по фазе обусловлено тем, что обратная связь является отрицательной (в узле знак "минус"). Отставание по фазе сигнала 2 от сигнала 1 могут создать звенья, динамические свойства которых описывает передаточная функция $W(s)$. Таким образом, замкнутая отрицательной обратной связью система будет находиться на границе устойчивости, если при прохождении гармонического сигнала по ее разомкнутому контуру (место размыкания контура показано на рис. 6.1 двумя штриховыми линиями перед узлом суммирования) смещение по фазе составит -180° при отношении амплитуд $a_2/a_1 = 1$.

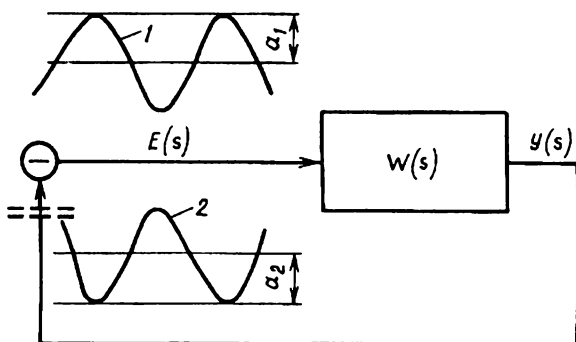


Рис. 6.1. Изменение амплитуды и фазы гармонического сигнала в замкнутом контуре системы

Для устойчивости системы (колебания затухают) при сдвиге по фазе -180° отношение амплитуд a_2/a_1 должно быть меньше единицы.

Математической основой критерия Найквиста служит известный из теории функций комплексного переменного принцип аргумента, согласно которому у многочлена

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$$

все нули будут расположены на комплексной плоскости слева от мнимой оси, если приращения аргумента функции, полученной после подстановки $s = j\omega$ в многочлен, составит

$$\Delta \arg D(j\omega) = \pi \frac{n}{2} \quad (6.16)$$

при изменении ω от 0 до $+\infty$.

Как уже было сказано ранее, для устойчивости системы необходимо, чтобы вещественные части корней ее характеристического уравнения были отрицательными числами, т.е. корни располагались на комплексной плоскости слева от мнимой оси. Характеристическое уравнение можно найти, приравняв нулю знаменатель передаточной функции замкнутой системы. Для замкнутой системы, показанной на рис. 6.1, передаточная функция имеет вид

$$\Phi(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)}.$$

Знаменатель $\Phi(s)$ содержит передаточную функцию разомкнутой системы

$$W(s) = \frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{M_p(s)}{D_p(s)},$$

поэтому

$$1 + W(s) = 1 + \frac{M_p(s)}{D_p(s)} = \frac{D_p + M_p(s)}{D_p(s)}. \quad (6.17)$$

В соотношении (6.17) числитель $D_p(s) + M_p(s)$ и знаменатель $D_p(s)$ являются левыми частями характеристических уравнений замкнутой системы и ее разомкнутого контура соответственно. У реальных систем степень полинома $M_p(s)$

равна или меньше степени полинома $D_p(s)$, которую примем равной n , поэтому степень полинома $D_p(s) + M_p(s)$ также будет равна n .

В этом случае замкнутая система с неустойчивым разомкнутым контуром будет устойчива, если приращение аргумента функции $1 + W(j\omega)$ при изменении ω от 0 до $+\infty$ составит

$$\Delta \arg[1 + W(j\omega)] = \frac{\pi}{2} [n - (n - k) + k] = \pi k, \quad (6.18)$$

где k — число корней характеристического уравнения разомкнутого контура системы, расположенных на комплексной плоскости справа от мнимой оси.

При устойчивом разомкнутом контуре системы $k = 0$, и формула (6.18) принимает вид

$$\Delta \arg[1 + W(j\omega)] = 0. \quad (6.19)$$

На комплексной плоскости $1 + W(j\omega)$ можно представить вектором, начало которого лежит в точке с координатами $(-1; j0)$, а конец обегает АФЧХ $W(j\omega)$ разомкнутого контура системы (рис. 6.2). В соответствии с этим рисунком и условием (6.19) критерий Найквиста формулируется следующим образом: *замкнутая система устойчива, если АФЧХ ее устойчивого разомкнутого контура при изменении ω от 0 до $+\infty$ не охватывает точку с координатами $(-1; j0)$.*

Впоследствии на основе условия (6.18) формулировка критерия была расширена и дана в виде: замкнутая система устойчива, если АФЧХ ее неустойчивого разомкнутого контура при изменении ω от 0 до $+\infty$ проходит на комплексной плоскости так, что приращение аргумента функции $1 + W(j\omega)$ равно πk , где k — число корней характеристического уравнения разомкнутой системы с положительной вещественной частью.

Характеристическое уравнение разомкнутого контура системы с интегрирующим звеном имеет один нулевой корень. Такие разомкнутые контуры называют *нейтрально устойчивыми*. Доказано, что для проверки замкнутых систем с нейтрально устойчивыми разомкнутыми контурами также можно применить частотный критерий Найквиста.

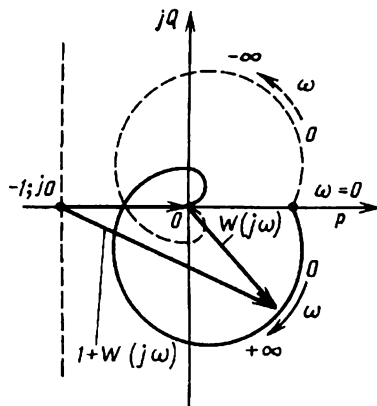


Рис. 6.2. АФЧХ разомкнутого контура при проверке устойчивости замкнутой обратной связью системы

Условия, которым должны удовлетворять АФЧХ разомкнутых контуров систем, чтобы замкнутые системы были устойчивы, достаточно просто перенести на логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики. Для примера обратимся к следящему гидромеханическому приводу с дроссельным регулированием, анализ устойчивости которого был выполнен с помощью критерия Гурвица.

Передаточная функция разомкнутого контура системы в данном случае (см. рис. 5.7, б) имеет вид

$$W(s) = K_{o.c} W_{c.ч}(s) = \frac{K_{o.c}}{T_{\Gamma} s (T_{\Pi}^2 s^2 + 2\zeta_{\Pi} T_{\Pi} s + 1)}. \quad (6.20)$$

Из передаточной функции (6.20) следует, что разомкнутый контур состоит из последовательно включенных трех типовых звеньев: пропорционального с коэффициентом усиления, равным $K_{o.c}$, интегрирующего с постоянной времени T_{Γ} и колебательного (при $\zeta_{\Pi} < 1$) с постоянной времени T_{Π} (рис. 6.3, а). Характеристическое уравнение разомкнутого контура системы определяет знаменатель передаточной функции (6.20), приравняв который нулю, нетрудно найти корни: один нулевой и два комплексных с отрицательной вещественной частью. Следовательно, разомкнутая система является нейтрально устойчивой.

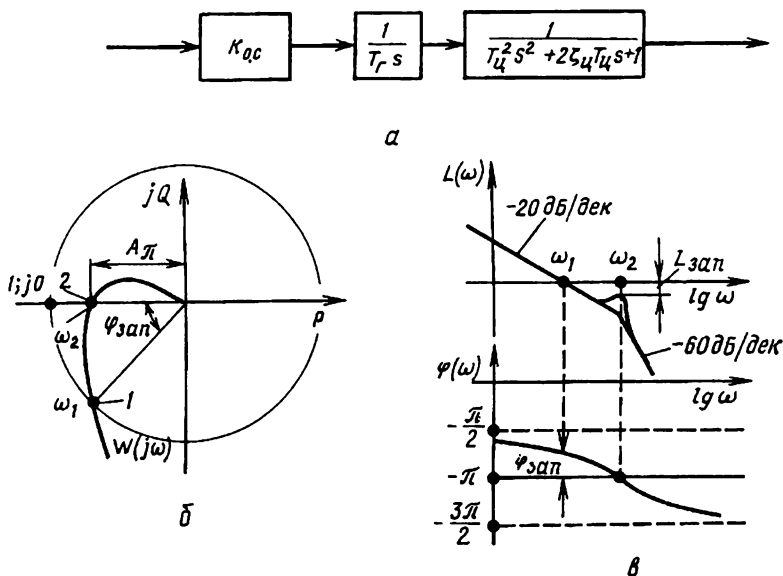


Рис. 6.3. Разомкнутый контур (а), его АФЧХ (б), ЛАХ и ЛФХ (в) при проверке устойчивости следящего привода с помощью критерия Найквиста

Подставив в формулу (6.20) $s = j\omega$, получим АФЧХ разомкнутого контура системы. Эта характеристика, построенная при $K_{0.c} = 1$, дана на рис. 6.3, б. Согласно критерию Найквиста, замкнутая система устойчива, так как точка $(-1; j0)$ не охвачена АФЧХ $W(j\omega)$ разомкнутого контура.

С увеличением коэффициента усиления $K_{0.c}$ АФЧХ будет приближаться к точке $(-1; j0)$ и при каком-то его значении пройдет через эту точку, а при дальнейшем увеличении $K_{0.c}$ будет ее охватывать. Замкнутая система станет неустойчивой. Возникновение неустойчивости гидромеханического привода при увеличении $K_{0.c}$ соответствует неравенству (6.13), полученному с помощью критерия Гурвица, что вполне закономерно, так как исследование устойчивости выполнено по одинаковым математическим моделям привода.

Построим теперь ЛАХ и ЛФХ разомкнутого контура исследуемой системы, принимая $K_{0.c} = 1$, $T_r > T_u$ и $0 < \zeta_u < 1$.

Поскольку составляющие систему звенья соединены последовательно, просуммируем при одинаковых частотах ординаты ЛАХ и ЛФХ интегрирующего (см. рис. 4.4, в, г) и колебательного (см. рис. 4.9, в, г) звеньев. В результате получим характеристики, изображенные на рис. 6.3, в. Точкам 1 и 2 АФЧХ $W(j\omega)$ на рис. 6.3, б соответствуют точки на ЛАХ и ЛФХ (рис. 6.3, в), для которых частоты равны ω_1 и ω_2 . Сравнивая эти характеристики нетрудно заметить, что на тех и других можно указать величины, от значения которых зависит, будет ли устойчива замкнутая система. Такими величинами являются A_π , $\varphi_{\text{зап}}$ и $L_{\text{зап}}$, причем $L_{\text{зап}} = 20 \lg(1/A_\pi)$. Величину $\varphi_{\text{зап}}$ называют *запасом по фазе*, а величину $L_{\text{зап}}$ — *запасом по амплитуде*. Когда АФЧХ проходит через точку $(-1; j0)$, значения $\varphi_{\text{зап}}$ и $L_{\text{зап}}$ обращаются в нуль.

Многочисленные расчеты разнообразных линейных систем показали, что при излишне больших запасах по амплитуде и по фазе системы имеют малое быстродействие, вследствие чего увеличивается продолжительность переходных процессов. При очень малых $\varphi_{\text{зап}}$ и $L_{\text{зап}}$ возрастает колебательность переходных процессов.

Наиболее приемлемые по продолжительности, колебательности и максимальным отклонениям переменных переходные процессы обеспечивают запасы по фазе $\varphi_{\text{зап}} = 30 \dots 40^\circ$ и запасы по амплитуде $L_{\text{зап}} = 6 \dots 8$ дБ.

Значения запасов по фазе и амплитуде можно изменить в определенных пределах увеличением или уменьшением коэффициента усиления разомкнутого контура системы (в рассмотренном следящем приводе — коэффициентом $K_{o.c}$). При увеличении $K_{o.c}$ логарифмическая амплитудная характеристика разомкнутого контура следящего привода смещается вверх на $20 \lg K_{o.c}$ (что равносильно перемещению на такую же величину оси частот вниз). Логарифмическая фазовая характеристика не изменяется. Вследствие такого смещения частота среза $\omega_{\text{ср}}$, при которой ЛАХ пересекает ось частот, смещается вправо, что вызывает уменьшение $L_{\text{зап}}$ и $\varphi_{\text{зап}}$. Уменьшение $K_{o.c}$ позволяет увеличить $L_{\text{зап}}$ и $\varphi_{\text{зап}}$. Логарифмическая амплитудная характеристика показывает также, что на устойчивость системы существенно влияет коэффициент относительного демпфирования, при уменьшении которого уменьшается $L_{\text{зап}}$.

Если изменить соотношение между постоянными времени так, что значение T_T станет меньше T_C , то частоты ω_1 и ω_2 поменяются местами и замкнутая система будет неустойчивой. Отмеченное влияние всех параметров следящего гидромеханического привода с дроссельным регулированием можно проследить и по неравенству (6.13).

Амплитудно-фазовые частотные характеристики разомкнутых контуров систем с более сложными структурными схемами могут иметь несколько точек пересечения с отрицательной частью действительной оси (рис. 6.4, а). Устойчивость таких систем проверяют по ЛАХ и АФХ (рис. 6.4, б) разомкнутых контуров, руководствуясь следующим правилом. *Замкнутая система устойчива, если разность положительных и отрицательных переходов фазовой характеристики разомкнутого контура через прямую $-\pi$ равна $k/2$ в диапазоне частот, при которых $L(\omega) > 0$.* Здесь положительный переход означает пересечение фазовой характеристикой линии $(-\pi)$ снизу вверх, а отрицательный — сверху вниз. При неустойчивом разомкнутом контуре системы, для которого $k = 1$, чтобы выполнялось условие устойчивости замкнутой системы, фазовая характеристика сначала должна находиться между значениями $-\pi$ и $-3\pi/2$, а затем иметь один положительный переход при $L(\omega) > 0$. Тогда разность числа переходов будет равна $1/2$.

Чтобы исследовать устойчивость системы с несколькими замкнутыми контурами (см. рис. 5.12), в первую очередь проверяют устойчивость внутренних контуров, начиная с того контура, который состоит из прямой цепи и обратной связи (см. рис. 5.12, контур 3). Если этот контур устойчив, то его заменяют одним звеном, для которого с помощью формулы (4.60) после подстановки $s = j\omega$ вычисляют ЛАХ и ЛФХ. С таким звеном проверяют устойчивость следующего внутреннего контура (см. рис. 5.12, контур 2), а затем, как и в предыдущем расчете, находят для него логарифмические частотные характеристики. Затем проверяют устойчивость основного контура (см. рис. 5.12, контур 1), в котором внутренние контуры сведены к одному звену. Если будет обнаружена неустойчивость хотя бы одного внутреннего или основного контура, то

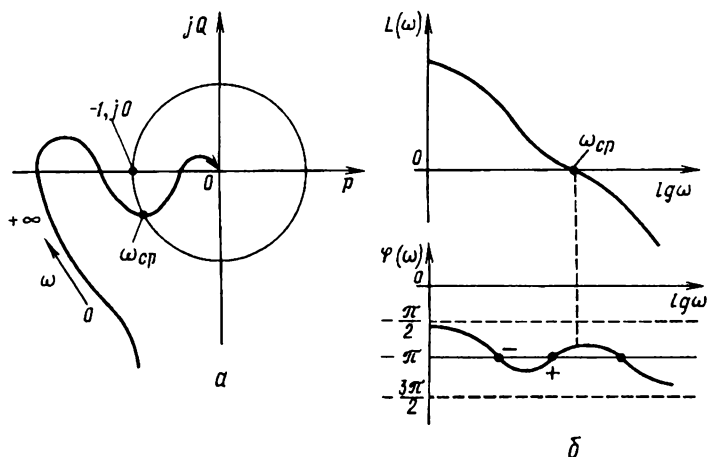


Рис. 6.4. Общий вид АФЧХ (а), ЛАХ и ЛФХ (б) при проверке устойчивости систем

ее необходимо устранить либо изменением его параметров, либо включением корректирующих звеньев.

При корректировании системы следует учитывать, что устойчивость системы с неустойчивым разомкнутым контуром обеспечивается, если выполнено условие приведенного выше в расширенной формулировке критерия Найквиста. Способы корректирования следящих гидро- и пневмоприводов рассмотрены далее в § 6.4.

6.2. Влияние основных нелинейностей на устойчивость гидро- и пневмоприводов

Гидропривод с дроссельным регулированием

Линейные математические модели гидро- и пневмоприводов позволяют достаточно просто и эффективно решать не только задачи устойчивости, но и ряд проблем управления роботами, самолетами, энергетическими установками и другими объектами. Однако чтобы получить такие модели, приходится часть нелинейных функций произвольно заменять линейными.

К основным функциям, не линеаризуемым методом малых отклонений, относятся те, которые описывают закономерности

истечения рабочих сред через дроссельные устройства и силы сухого или смешанного трения, действующие на элементы гидро- и пневмоприводов. Для исследования влияния нелинейности этих функций на устойчивость приводов сравним приток энергии в следящий гидропривод с дроссельным регулированием (см. рис. 5.7) и потери (диссипацию) механической энергии вследствие действия сил трения при колебаниях выходного звена. Колебания будем считать близкими к гармоническим, что допустимо, когда сила $P_{с.тр}(0)$ сухого трения в нагрузке на выходное звено по отношению к амплитуде a_p первой гармоники силы давления на поршень гидроцилиндра удовлетворяет неравенству

$$a_p \geq 2,5P_{с.тр}(0).$$

Силу $P_{с.тр}$ сухого трения в этом случае определяет функция

$$P_{с.тр} = P_{с.тр}(0) \operatorname{sign}(v_{шт}), \quad (6.21)$$

где $v_{шт}$ — скорость штока (выходного звена) гидроцилиндра.

Примем, что шток жестко соединен с телом массой m и на него не действует позиционная нагрузка ($c_H = 0$). При указанных допущениях колебания штока можно приближенно описать соотношением

$$y_{шт} = a_y \sin(\omega_{0ц} t), \quad (6.22)$$

где $y_{шт}$ — перемещение штока (выходного звена) гидроцилиндра; a_y и $\omega_{0ц}$ — амплитуда и частота колебаний штока гидроцилиндра, причем последняя величина в предположении малого демпфирования поршня равна собственной частоте колебаний тела массой m .

Работу силы сухого трения за период $T_0 = 2\pi/\omega_{0ц}$ колебания штока найдем в виде

$$A_{с.тр} = 4 \int_0^{T_0/4} P_{с.тр}(0) a_y \omega_{0ц} \cos(\omega_{0ц} t) dt = 4a_y P_{с.тр}(0). \quad (6.23)$$

Если вместо сухого действует вязкое трение, то работа сил вязкого трения также за период колебания штока составит

$$A_{в.тр} = \int_0^{T_0} k_{тр} \omega_{0ц}^2 a_y^2 \cos^2(\omega_{0ц} t) dt = \pi k_{тр} \omega_{0ц} a_y^2, \quad (6.24)$$

где $k_{тр}$ — коэффициент вязкого трения в соотношении, определяющем силу вязкого трения

$$P_{в.тр} = k_{тр} \frac{dy_{шт}}{dt} = k_{тр} \omega_{0ц} a_y \cos(\omega_{0ц} t). \quad (6.25)$$

Приравняв $A_{с.тр}$ и $A_{в.тр}$ из формул (6.23) и (6.24), получим коэффициент гармонически линеаризованного сухого трения

$$\tilde{k}_{тр} = \frac{4P_{с.тр}(0)}{\pi \omega_{0ц} a_y}. \quad (6.26)$$

Соотношение (6.26) позволяет вместо нелинейной функции (6.21) записать

$$\tilde{P}_{с.тр} = \tilde{k}_{тр} \frac{dy_{шт}}{dt}. \quad (6.27)$$

Здесь $\tilde{P}_{с.тр}$ — приближенное значение силы сухого трения, выраженной аналогично силе вязкого трения, но отличающейся тем, что коэффициент $\tilde{k}_{тр}$ зависит от амплитуды a_y и частоты $\omega_{0ц}$.

В случае следящего гидромеханического привода с дроссельным регулированием при наличии в нем автоколебаний примем $h_{вх} = 0$ (см. рис. 5.7, а, точка А неподвижная). Согласно уравнению (5.75),

$$x_3 = -K_{о.с} u_{шт}. \quad (6.28)$$

За полупериод, при котором $u_{шт} > 0$, через окна, открытые кромками золотника, протекает расход, который найдем по формуле (5.18) с учетом соотношений (6.22) и (6.28):

$$Q_3 = -k_3' K_{о.с} a_y \sin(\omega_{0ц} t) \sqrt{\frac{P_{п} - P_{сл} + P_{п}}{2}} \quad (6.29)$$

В отсутствие позиционной нагрузки на выходное звено ($p_H = 0$) при $x_{30} = 0$ по формуле (5.19) получаем

$$K_{Qx} = k'_3 \sqrt{\frac{p_H - p_{сл}}{2}}$$

С помощью этой формулы представим функцию (6.29) в виде

$$Q_3 = -K_{Qx} K_{о.с} a_y \sin(\omega_{0ц} t) \sqrt{1 + \frac{p_H}{p_H - p_{сл}}} \quad (6.30)$$

Работа, которую может совершить жидкость за период колебания поршня гидроцилиндра, равна

$$A_H = 2 \int_0^{T_0/2} Q_3 p_H dt. \quad (6.31)$$

После подстановки под интеграл (6.31) функции (6.30) имеем

$$A_H = 2 \int_0^{T_0/2} -K_{Qx} K_{о.с} a_y p_H \sin(\omega_{0ц} t) \sqrt{1 + \frac{p_H}{p_H - p_{сл}}} dt. \quad (6.32)$$

Значения p_H зависят от действующей на выходное звено нагрузки. С учетом принятого выше допущения о том, что основной нагрузкой является инерционная, найдем

$$p_H = \frac{m}{S_{\Pi}} \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2}. \quad (6.33)$$

При законе (6.22) движения поршня гидроцилиндра соотношение (6.33) будет иметь вид

$$p_H = -\frac{m a_y \omega_{0ц}^2}{S_{\Pi}} \sin(\omega_{0ц} t). \quad (6.34)$$

Подставив p_H из формулы (6.34) в интегральное выражение (6.32), приведем его к виду

$$A_{\Pi} = \frac{2mK_{Qx}K_{o.c}a_y^2\omega_{0\Pi}^2}{S_{\Pi}} \int_0^{T_0/2} \sin^2(\omega_{0\Pi}t) \times \\ \times \sqrt{1 - \frac{ma_y\omega_{0\Pi}^2 \sin(\omega_{0\Pi}t)}{S_{\Pi}(p_{\Pi} - p_{cл})}} dt. \quad (6.35)$$

С помощью соотношений (5.27), $\omega_{0\Pi} = 1/T_{\Pi}$, $D_{\Gamma} = (K_{Qx}K_{o.c})/S_{\Pi}$ получим

$$\frac{2mK_{Qx}K_{o.c}a_y^2\omega_{0\Pi}^2}{S_{\Pi}} = 2D_{\Gamma}a_y^2c_{\Pi}; \quad (6.36)$$

$$\frac{ma_y\omega_{0\Pi}^2}{S_{\Pi}(p_{\Pi} - p_{cл})} = \frac{a_y c_{\Pi}}{S_{\Pi}(p_{\Pi} - p_{cл})}, \quad (6.37)$$

где

$$y_c = \frac{S_{\Pi}(p_{\Pi} - p_{cл})}{c_{\Pi}} \quad (6.38)$$

— перемещение штока гидроцилиндра вследствие сжимаемости жидкости под действием силы полного торможения.

Введя переменную $\psi = \omega_{0\Pi}t$ и используя соотношения (6.36)–(6.38), интеграл (6.35) приведем к виду

$$A_{\Pi} = \frac{2D_{\Gamma}a_y^2c_{\Pi}}{\omega_{0\Pi}} \int_0^{\pi} \sin^2 \psi \sqrt{1 - \frac{a_y}{y_c} \sin \psi} d\psi. \quad (6.39)$$

Принимая в линеаризованном уравнении (5.17) расходно-перепадной характеристики золотникового устройства $K_{QP} = 0$, получим соотношение, описывающее изменение расхода Q_3 при малых отклонениях золотника от среднего положения без учета разности давлений в полостях гидроцилиндра:

$$Q_3 = K_{Qx}x_3. \quad (6.40)$$

Работу $A_{\Pi 0}$, которую может совершить жидкость в гидроцилиндре при расходе, соответствующем соотношению (6.40), будет определять формула (6.32), если под корнем пренебречь

малой по сравнению с единицей величиной $p_n/(p_n - p_{сл})$. Выполняя затем такие же действия, как при выводе формулы (6.39), получаем

$$A_{п0} = \frac{\pi D_{г} a_y^2 c_{п}}{\omega_{0п}}. \quad (6.41)$$

Отношение

$$\frac{A_{п}}{A_{п0}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2 \psi \sqrt{1 - \frac{a_y}{y_c} \sin \psi} d\psi, \quad (6.42)$$

показывает, насколько работа, совершаемая жидкостью за период колебания поршня гидроцилиндра при нелинейной расходно-перепадной характеристике золотникового устройства, отличается от работы $A_{п0}$, вычисленной при использовании приближенной характеристики (6.40).

Обозначив $\alpha = a_y/y_c$, $\beta = A_{п}/A_{п0}$, можно представить соотношение (6.42) в виде

$$\beta = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2 \psi \sqrt{1 - \alpha \sin \psi} d\psi. \quad (6.43)$$

М. Гийон в книге "Исследование и расчет гидравлических систем" (Пер. с фр. М.: Машиностроение, 1964) применил для анализа взаимного влияния нелинейности расходно-перепадной характеристики золотникового устройства и трения в нагрузке на выходное звено гидропривода графики, построенные в координатах $\alpha O \alpha \beta$. В таких координатах зависимость безразмерной работы, совершаемой жидкостью, от относительной амплитуды колебаний определяет функция $\alpha \beta = a(\alpha)$. График этой функции (см. рис. 6.5 кривая 1) ограничен значением $\alpha = 1$ в связи с тем, что при $\alpha > 1$ под корнем в функции (6.43) можно получить отрицательную величину. Это указывает на изменение направления течения жидкости через окна, открытые кромками золотника, и возможность возникновения кавитации. При кавитации применявшиеся для определения функции (6.43) соотношения не выполняются.

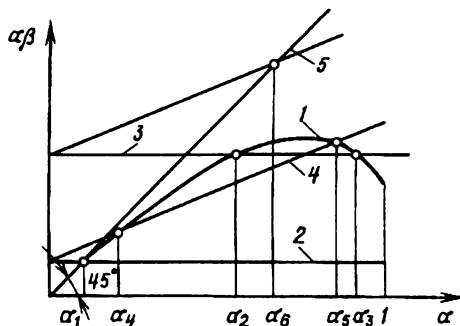


Рис. 6.5. Влияние нелинейности расходно-перепадной характеристики и трения в нагрузке на возникновение автоколебаний в следящем гидроприводе

На рис. 6.5 показаны прямые 2 и 3, соответствующие вычисляемой по формуле (6.23) работе сил сухого трения, отнесенной к работе $A_{п0}$, вычисленной по формуле (6.41). Точки пересечения кривой 1 с прямыми 2 и 3 определяют значения безразмерных амплитуд α_1 , α_2 и α_3 колебаний штока гидроцилиндра, при которых работа, совершаемая жидкостью, будет равна работе сил сухого трения. Колебания с амплитудами α_1 и α_2 при малейшем их изменении могут быть либо затухающими, либо расходящимися, поскольку слева от этих точек работа сил сухого трения превышает работу, совершаемую жидкостью, а справа работа жидкости больше работы сил сухого трения.

При колебаниях с амплитудой α_3 слева и справа от точки пересечения кривой 1 и прямой 3 соотношения между работой жидкости и сил сухого трения таковы, что при этой амплитуде колебания устойчивы, т.е. являются автоколебаниями. Если к работе сил сухого трения добавить относительную работу сил вязкого трения, вычисляемую по формулам (6.24) и (6.41), то на рис. 6.5 будем иметь прямую 4. Кривая 1 пересекает прямую 4 также в двух точках. Автоколебания теперь могут быть с амплитудой α_5 .

Без учета нелинейности расходно-перепадной характеристики золотникового устройства и при расчете расхода по соотношению (6.40) получим на рис. 6.5 прямую 5. До значения $\alpha = 0,1$ кривая 1 и прямая 5 практически совпадают, что указывает на малое отличие математической модели гидропривода с линеаризованной характеристикой дроссельного устройства и гидропривода с близкой к реальной нелинейной расходно-перепадной характеристикой золотникового устройства. По соотношению работ сил трения и жидкости в окрестности точек пересечения прямых 2, 3 и 4 с прямой 5 можно заключить, что сами по себе силы сухого трения в нагрузке не могут быть причиной возникновения в гидроприводе автоколебаний.

В случае линеаризованной расходно-перепадной характеристики золотникового устройства и вязкого трения в нагрузке математическая модель гидропривода позволяет только выяснить, устойчив ли гидропривод (график работы сил вязкого трения расположен выше прямой 5) или неустойчив (график работы сил вязкого трения расположен ниже прямой 5).

Заметим, что рассмотренный выше анализ энергетического баланса при наличии в гидроприводе колебаний является приближенным, так как основан на предположении о значительном превышении инерционной нагрузки над другими видами нагрузки, действующими на выходное звено привода. В противном случае закон изменения разности p_n давлений в полостях гидроцилиндра может существенно отличаться от выражения (6.34), что вызовет изменение зависимости A_n от амплитуды колебаний штока гидроцилиндра. Кроме того, при значительных силах сухого трения колебания поршня гидроцилиндра не будут близкими к гармоническим и могут даже носить характер периодических движений, описываемых разрывными функциями.

Следящий пневмопривод

Пневмоприводы в отличие от гидроприводов имеют расходно-перепадные характеристики, которые в более широком диапазоне значений p_n можно считать линейными. При принятых выше допущениях о преобладающей роли инерционной

нагрузки в формировании закона движения выходного звена влияние сил сухого и вязкого трения на устойчивость пневмопривода можно оценить с помощью графиков, аналогичных представленным на рис. 6.5.

Прямая 5 в данном случае будет графиком безразмерной работы, совершаемой газом в полостях пневмоцилиндра при критическом течении газа через золотниковое устройство. График ограничен справа значениями α , при которых течение газа через золотниковое устройство станет докритическим.

В докритическом режиме течения расход газа изменяется с изменением p_n и вследствие этого совершаемая газом работа будет уменьшаться приблизительно так же, как и в гидроприводе (см. рис. 6.5, кривая 1). Граничные значения $\alpha_{гр}$ имеют место при

$$\frac{p_n}{p_n - p_{сл}} \geq (\bar{p}_n)_{кр},$$

где $(\bar{p}_n)_{кр}$ — безразмерная разность давлений в пневмоцилиндре, при которой наступает докритическое течение газа через золотниковое устройство.

Подставив в это неравенство значение p_n из формулы (6.34), используя формулу (6.38) и соотношение $\alpha = a_y/y_c$, получим граничное значение $\alpha_{гр}$, при превышении которого будет докритическое течение газа через золотниковое устройство. Согласно расходно-перепадной характеристике, приведенной на рис. 3.23, $(\bar{p}_n)_{кр} = 0,65$.

Для пневмопривода кривая 1, показывающая, как влияет нелинейная расходно-перепадная характеристика на совершаемую жидкостью работу, заметно отклоняется от прямой 5 при $\alpha \approx 0,3$.

6.3. Автоколебания в управляющих устройствах гидро- и пневмоприводов

Управляющие устройства вместе с силовой частью гидро- и пневмопривода образуют динамические системы, которые, как сказано в § 6.1, должны, прежде всего, удовлетворять условиям устойчивости. Если математическая модель системы представлена в линейном виде, то задачу устойчивости всей

системы и отдельных ее частей можно успешно решить описанными в том же параграфе методами. Однако линейные математические модели не отражают полностью свойства реальных технических устройств и их применение на практике будет обоснованным, если характеристики составляющих элементов не выходят за рамки допущений, принятых при составлении моделей. Из анализа влияния основных нелинейностей на устойчивость гидро- и пневмоприводов (см. § 6.2) следует, что в следящем приводе могут возникать автоколебания, при которых выходное звено вместо того, чтобы занимать заданное сигналом управления положение, совершает незатухающие колебания.

Автоколебания могут возникать также в управляющих устройствах. При этом управление исполнительными гидро- и пневмодвигателями так ухудшится, что весь привод будет непригоден для использования. Кроме того, при автоколебаниях возрастает вероятность преждевременного разрушения элементов устройства. Автоколебания управляющих устройств, применяемых для регулирования источников энергопитания, сопровождаются периодическими изменениями давлений в гидро- и пневмоприводах, что может вывести из строя всю систему.

Автоколебания в управляющих устройствах обычно происходят в случае взаимодействия подвижных механических элементов (золотников, клапанов, заслонок, струйных трубок) с потоками рабочих сред. Но могут иметь место и в устройствах без подвижных механических элементов в результате взаимодействия между собой потоков рабочей среды, вытекающей из различных каналов, а также из-за неустойчивости течения в ограниченных твердыми стенками камерах. Не имея возможности рассмотреть здесь все эти устройства, остановимся на наиболее распространенных из них и позволяющих, к тому же, изучить достаточно общие закономерности возникновения автоколебаний. К таким устройствам относятся золотники, заслонки и клапаны.

Автоколебания золотников

Как показано в главе 3, к золотникам со стороны потока рабочей среды приложены гидродинамические силы, которые,

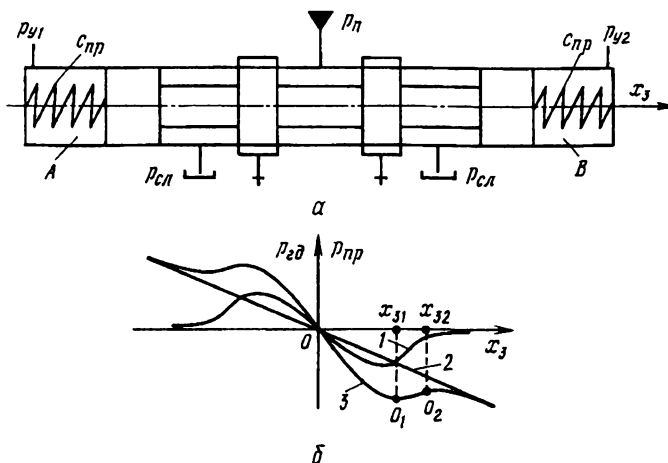


Рис. 6.6. Золотниковый распределитель (а) и зависимость гидродинамической силы от смещения золотника (б)

в общем случае, зависят от формы и расположения границ потока, а также от направления течения среды. Для оценки возможных состояний золотника воздействие потока среды представим нелинейной зависимостью гидродинамической силы $P_{гд}$ от перемещения золотника x_3 , схема которого дана на рис. 6.6, а. График такой зависимости показан кривой 1 на рис. 6.6, б.

Учитывая нелинейность функции $P_{гд}(x_3)$ вместо уравнения (3.57) запишем уравнение движения золотника в более общем виде

$$m_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} + (k_{тр} + k_{ин}) \frac{dx_3}{dt} + 2c_{пр} x_3 + P_{гд}(x_3) = u, \quad (6.44)$$

где $k_{тр}$ — коэффициент вязкого трения, вызванного движением среды в зазоре между золотником и гильзой; $k_{ин}$ — коэффициент, вычисляемый по формуле (3.60); $c_{пр}$ — жесткость каждой из пружин, нагружающих золотник силой $P_{пр}$ в осевом направлении (см. рис. 6.6, б прямая 2); u — управляющее воздействие на золотник, создаваемое разностью $p_{y1} - p_{y2}$ давлений в торцовых полостях А и В.

Введем переменные состояния, обозначив

$$x_1 = x_3; \quad x_2 = \frac{dx_3}{dt}$$

и заменим уравнение (6.44) системой двух уравнений

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2; \quad (6.45)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = F(x_1) - bx_2 + u_0, \quad (6.46)$$

где

$$b = \frac{k_{\text{ТР}} + k_{\text{ИН}}}{m_3};$$

$$F(x_1) = -\frac{2c_{\text{ПР}}x_3 + P_{\text{ГД}}(x_3)}{m_3}; \quad u_0 = \frac{u}{m_3}.$$

Система (золотник), описываемая уравнениями (6.45) и (6.46), при различных фиксированных значениях u_0 будет иметь ряд возможных состояний равновесия, при которых $dx_1/dt = dx_2/dt = 0$. На фазовой плоскости координаты точек равновесия найдем из уравнения

$$u_0 + F(x_{1s}) = 0. \quad (6.47)$$

Эти точки являются особыми, их тип можно определить из анализа решений, линеаризованных в окрестности $x_1 = x_{1s}$, $x_2 = x_{2s}$ уравнений (6.45) и (6.46). График нелинейной функции $F(x_1)$ будет таким же, как кривая 3 на рис. 6.6, б, которая получена для $m_3 F(x_1)$ сложением ординат точек кривых 1 и 2. После линеаризации функции $F(x_1)$ в окрестности особой точки имеем

$$\frac{dx_1'}{dt} = x_2'; \quad (6.48)$$

$$\frac{dx_2'}{dt} = -c_f x_1' - bx_2', \quad (6.49)$$

где

$$c_f = -\left. \frac{\partial F(x_1)}{\partial x_1} \right|_{\substack{x_1=x_{1s} \\ x_2=0}}$$

Системе уравнений (6.48) и (6.49) соответствует характеристическое уравнение

$$\lambda^2 + b\lambda + c_f = 0. \quad (6.50)$$

Значения корней уравнения (6.50) зависят от параметров b и c_f . Вблизи среднего положения золотника, как показывает кривая 3, $c_f > 0$, параметр b может быть положительным, отрицательным или равным нулю.

Первый случай будет при $k_{\text{ТР}} > 0$, если коэффициент $k_{\text{ИН}}$ положительный ($l_1 > l_2$), или отрицательный ($l_1 < l_2$), но по абсолютной величине меньше, чем $k_{\text{ТР}}$, а также в случае $k_{\text{ИН}} = 0$, ($l_1 = l_2$). Второй — при отрицательном значении $k_{\text{ИН}}$, если он по абсолютной величине больше $k_{\text{ТР}}$. Третий — при $k_{\text{ТР}} + k_{\text{ИН}} = 0$.

Если $b > 0$, $c_f > 0$, то корни уравнения (6.50) — комплексные числа с отрицательной вещественной частью при $b^2 < 4c_f$ или отрицательные вещественные числа при $b^2 > 4c_f$. Особую точку называют устойчивым фокусом и устойчивым узлом соответственно. Если $b = 0$, $c_f > 0$, то корни уравнения (6.50) — чисто мнимые сопряженные комплексные числа, и особая точка — центр. Если $b < 0$, $c_f > 0$, то при $b^2 < 4c_f$ особая точка — неустойчивый фокус; при $b^2 > 4c_f$ особая точка — неустойчивый узел.

При названных типах особых точек возможны следующие процессы: затухающие колебания золотника в окрестности его среднего положения, аperiodическое возвращение предварительно смещенного золотника к среднему положению, незатухающие колебания золотника с амплитудой, равной его начальному отклонению, уход золотника от среднего положения с расходящимися колебаниями или без колебаний (аperiodически).

Под действием сигнала управления u_0 золотник может занимать любые положения в пределах $|x_3| \leq |x_{3\text{max}}|$. При этом, согласно уравнению (6.47), на фазовой плоскости координата x_{1s} будет изменяться, а x_{2s} оставаться равной нулю.

Предположим, что золотник смещен от среднего положения на x_{31} или x_{32} (см. рис. 6.6, б). Эти смещения определяют точки O_1 и O_2 на кривой 3, в них $c_f = 0$. При малом отклонении от точки O_1 вправо или от точки O_2 влево $c_f < 0$.

Если к тому же $b = 0$, то корнями уравнения (6.50) будут два равных по абсолютному значению числа, из которых одно положительное, а другое — отрицательное. Особую точку при таких корнях уравнения называют седлом. Через нее проходят сепаратрисы, разделяющие на фазовой плоскости области, которым соответствуют незатухающие (при $b = 0$) колебания золотника, и области неустойчивых равновесных положений золотника. Для смещений золотника от среднего положения в отрицательном направлении траектории, построенные в правой половине фазовой плоскости, зеркально отображаются на левую полуплоскость. На рис. 6.7 показаны сепаратрисы, иллюстрирующие возможность появления незатухающих колебаний золотника в окрестности его среднего положения и вблизи смещений, близких к $x_{3\max}$.

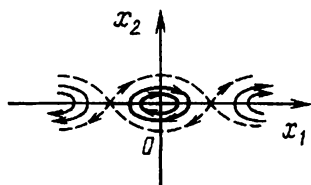


Рис. 6.7. Области незатухающих колебаний золотника на фазовой плоскости

Условия, при которых возможны автоколебания золотника, определим с помощью критерия Бендиксона о существовании предельных циклов на фазовой плоскости. Согласно этому критерию, если в какой-то области фазовой плоскости выражение

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}$$

сохраняет постоянный знак, то предельный цикл не существует. Здесь $f_1 = f_1(x_1; x_2)$ и $f_2 = f_2(x_1; x_2)$ являются правыми частями уравнений, описывающих движение исследуемой системы на фазовой плоскости.

В нашем случае в соответствии с уравнениям (6.45) и (6.46)

$$f_1 = x_2; \quad f_2 = F(x_1) - bx_2 + u_0,$$

поэтому $\partial f_1 / \partial x_1 = 0$; $\partial f_2 / \partial x_2 = -b$. Следовательно, автоколебания возможны при $b < 0$.

Чтобы исключить возможность возникновения автоколебаний, необходимо обеспечить во всем диапазоне перемещений золотника положительные значения c_f (см. рис. 6.6, б) и b . Значения $c_f > 0$ достигаются, если сила пружины будет существенно больше гидродинамической силы, а $b > 0$ будет в отсутствие “отрицательного демпфирования” золотника.

Автоколебания в устройстве “сопло-заслонка”

Автоколебания заслонки, управляющей расходом рабочей среды через сопло, также могут быть вызваны действием гидродинамических сил. Для анализа устойчивости составим математическую модель устройства, схема которого дана на рис. 6.8. Уравнение движения заслонки 1 вместе с якорем 2 электромеханического преобразователя запишем в виде

$$I_{\text{я}} \frac{d^2 \varphi_{\text{я}}}{dt^2} = M_{\text{э}} - M_{\text{д.я}} - 2c_{\text{пр}} l_{\text{пр}}^2 \frac{h_{\text{у}}}{l} - P_{\text{гд}} l, \quad (6.51)$$

где $I_{\text{я}}$ — момент инерции якоря заслонки; $\varphi_{\text{я}}$ — угол отклонения якоря от положения, принятого за нейтральное; $M_{\text{э}}$ — крутящий момент, создаваемый электромагнитными силами, действующими на якорь; $M_{\text{д.я}}$ — демпфирующий якорь момент (см. формулу (5.77)); $c_{\text{пр}}$ — жесткость пружин, удерживающих заслонку в нейтральном положении, эквивалентна жесткости упругой трубки, если заслонка закреплена в ней, (см. рис. 5.8, б); $P_{\text{гд}}$ — гидродинамическая сила, действующая на заслонку при истечении рабочей среды через сопла 3; $l_{\text{пр}} = l - l_1$.

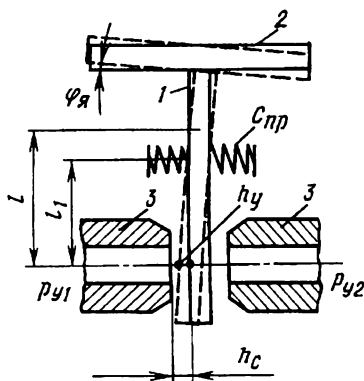


Рис. 6.8. Схема сопла-заслонки для расчета автоколебаний

При малых углах поворота якоря допустимо считать, что

$$h_y = l\varphi_{\text{я}}. \quad (6.52)$$

Гидродинамическая сила $P_{\text{Гд}}$ зависит от режима истечения рабочей среды через сопла. При малых зазорах h_c поток среды может прилипнуть к торцу сопла, а при несколько больших значениях h_c не соприкоснуться с ним. Изменение режима истечения отражается на гидродинамической силе, определять которую с учетом возможной смены безотрывного и отрывного движения среды в зазоре между заслонкой и торцом сопла крайне сложно. Поэтому для анализа влияния гидродинамической силы на устойчивость положения заслонки представим эту силу функцией

$$P_{\text{Гд}} = F(h_y), \quad (6.53)$$

которая может быть нелинейной и неоднозначной. Такая функция не линеаризуема при переходе к малым отклонениям переменных, в связи с чем применим метод гармонической линеаризации. Вследствие того, что функция (6.53) может быть неоднозначной, усеченный в пределах первой гармоники ряд Фурье запишем в виде

$$F(h_y) = F^0(h_y^0, a_h) + q(h_y^0, a_h)a_h \sin \psi + \\ + q_1(h_y^0, a_h)a_h \cos \psi, \quad (6.54)$$

где $F^0(h_y^0, a_h)$ — постоянная составляющая гидродинамической силы; h_y^0 — смещение заслонки, относительно которого измерена амплитуда a_h ее колебаний; $q(h_y^0, a_h)$ и $q_1(h_y^0, a_h)$ — коэффициенты гармонической линеаризации, вычисляемые по формулам для коэффициентов ряда Фурье.

С целью большей наглядности результатов анализа предположим, что при выбранном положении заслонки $F^0(h_y^0, a_h) = 0$. В этом случае коэффициенты гармонической линеаризации вычисляются по формулам

$$q(a_h) = \frac{1}{\pi a_h} \int_0^{2\pi} F(a_h \sin \psi) \sin \psi d\psi; \quad (6.55)$$

$$q_1(a_h) = \frac{1}{\pi a_h} \int_0^{2\pi} F(a_h \sin \psi) \cos \psi d\psi. \quad (6.56)$$

После замены функции (6.53) ее гармонически линеаризованным выражением (6.54) с учетом принятого выше допущения опишем гидродинамическую силу уравнением

$$P_{Гд} = q(a_h) \tilde{h}_y + \frac{q_1(a_h)}{\omega} \frac{d\tilde{h}_y}{dt}, \quad (6.57)$$

где $\tilde{h}_y = a_h \sin \omega t$; $\omega t = \psi$; $q(a_h)$ и $q_1(a_h)$ являются функциями (6.55) и (6.56) от a_h соответственно.

В основе метода гармонической линеаризации лежит предположение о наличии в исследуемой системе гармонических колебаний. Чтобы заслонка совершала такие колебания вместе с якорем, при $M_э = \text{const}$ характеристическое уравнение, полученное для дифференциального уравнения (6.51), в которое предварительно подставлена вместо $P_{Гд}$ правая часть уравнения (6.57), должно иметь мнимые корни. Выполнив указанные подстановки и учитывая соотношение (6.52), получим характеристическое уравнение

$$\frac{I_я}{l^2} \lambda^2 + \left[\frac{k_{д.я}}{l^2} + \frac{q_1(a_h)}{\omega} \right] \lambda + \frac{2c_{пр} l_{пр}^2}{l^2} + q(a_h) = 0. \quad (6.58)$$

При $\lambda = j\omega$ уравнение (6.58) содержит вещественную и мнимую части, которые по отдельности должны быть равны нулю:

$$\frac{2c_{пр} l_{пр}^2}{l^2} + q(a_h) - \frac{I_я \omega^2}{l^2} = 0; \quad (6.59)$$

$$\frac{\omega k_{д.я}}{l^2} + q_1(a_h) = 0. \quad (6.60)$$

Уравнение (6.59) позволяет найти

$$\omega = \sqrt{\frac{2c_{пр} l_{пр}^2 + q(a_h) l^2}{I_я}}, \quad (6.61)$$

а уравнение (6.60) — определить амплитуду a_h . Подставив полученное значение a_h в выражение для $q(a_h)$, можно по фор-

муле (6.61) вычислить частоту колебаний заслонки с якорем. Если эти колебания устойчивы, то они являются автоколебаниями. Для проверки устойчивости колебаний в уравнение (6.60) подставим значение a_h с положительным и отрицательным приращением Δa_h . Если при $a_h + \Delta a_h$ левая часть уравнения (6.60) получится больше нуля, а при $a_h - \Delta a_h$ меньше нуля, то колебания будут устойчивыми, т.е. имеют место автоколебания с вычисленными указанным выше образом частотой и амплитудой.

Проведенный анализ показывает, что причиной автоколебаний в устройстве сопло-заслонка могут быть режимы течения, при которых гидродинамическая сила создает “отрицательное демпфирование” заслонки. Однако в данном случае природа явления отличается от “отрицательного демпфирования” золотника, рассмотренного выше.

Для иллюстрации возможных особенностей гидродинамической силы, действующей на заслонку, предположим, что функция (6.53) имеет график, изображенный на рис. 6.9. При таком графике

$$q(a_h) = \frac{4C}{\pi a_h} \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a_h}\right)^2} \quad (6.62)$$

$$q_1(a_h) = -\frac{4bC}{\pi a_h^2}. \quad (6.63)$$

Подставив $q_1(a_h)$ из формулы (6.63) в уравнение (6.60), нетрудно найти a_h и убедиться, что возникающие с такой амплитудой колебания будут автоколебаниями.

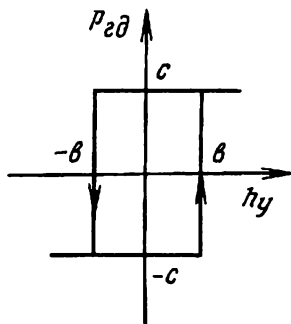


Рис. 6.9. Возможная зависимость гидродинамической силы от перемещения заслонки при расчете автоколебаний

Неустойчивость клапанов в системе с распределенными параметрами

При анализе причин возникновения автоколебаний золотников и заслонки эти устройства были представлены как сравнительно простые нелинейные системы, выделенные из более сложных гидро- и пневмосистем. Однако вследствие образования в последних системах внутренних динамических контуров на устойчивость устройств, управляющих потоками рабочих сред, наряду с рассмотренными ранее могут влиять и другие факторы. Для примера рассмотрим систему клапан — трубопровод, схема которой дана на рис. 6.10. В этой системе на конце трубопровода длиной l установлен клапан, нагруженный пружиной с жесткостью $c_{\text{пр}}$. Рабочая среда поступает в трубопровод из аккумулятора A . Используя уравнения (4.23) и (4.24), составим модель системы с учетом распределенности параметров по длине трубопровода. Выполнив при нулевых начальных условиях одномерное преобразование по Лапласу этих уравнений, получим

$$\rho sv(s) + \frac{2}{\tau_0} \tau_{0н}(s) = -\frac{dp(s)}{dx}; \quad (6.64)$$

$$B_{\text{тр}} \frac{dv(s)}{dx} = -sp(s), \quad (6.65)$$

где $p(s)$, $v(s)$, $\tau_{0н}(s)$ — изображения по Лапласу соответственно величин p , v , $\tau_{0н}$.

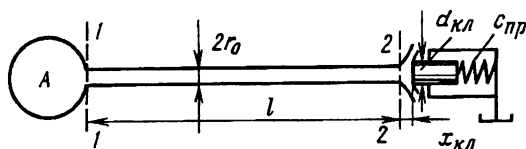


Рис. 6.10. Система клапан-трубопровод

Изображение $\tau_{0н}(s)$ нестационарного касательного напряжения в месте контакта рабочей среды и стенки трубопровода определим с помощью передаточной функции

$$W_{\tau v}(s) = \frac{\tau_{0н}(s)}{v(s)}. \quad (6.66)$$

С учетом соотношения (6.66) уравнение (6.64) запишем в виде

$$\left[\rho s + \frac{2W_{rv}(s)}{r_0} \right] v(s) = -\frac{dp(s)}{dx}. \quad (6.67)$$

Продифференцировав уравнение (6.67) по x и применив уравнение (6.65), приведем систему из двух дифференциальных уравнений к одному уравнению

$$\frac{d^2 p(s)}{dx^2} - \vartheta^2(s)p(s) = 0, \quad (6.68)$$

где

$$\vartheta(s) = \pm \sqrt{\frac{s}{B_{TP}} \left[\rho s + \frac{2W_{rv}(s)}{r_0} \right]}. \quad (6.69)$$

Величина $\vartheta(s)$ в изображениях по Лапласу характеризует распространение возмущений в рабочей среде вдоль трубопровода, поэтому ее называют *операторным коэффициентом распространения*. Она связана с *операторным волновым сопротивлением* $Z_B(s)$ соотношением

$$B_{TP}\vartheta(s) = sZ_B(s). \quad (6.70)$$

Уравнение (6.68) имеет решение

$$p(s, x) = C_1 e^{\vartheta(s)x} + C_2 e^{-\vartheta(s)x} \quad (6.71)$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются граничными условиями. Пусть при $x = 0$ (см. рис. 6.10, сечение 1-1)

$$p(s, x) = p_1(s, 0); \quad (6.72)$$

$$\frac{dp(s, x)}{dx} = -\frac{\vartheta^2(s)B_{TP}}{s} v_1(s, 0). \quad (6.73)$$

После подстановки постоянных C_1 и C_2 , вычисленных с помощью соотношений (6.72) и (6.73), решение (6.71) принимает вид

$$p(s, x) = \frac{p_1(s, 0)}{2} \left(e^{\vartheta(s)x} + e^{-\vartheta(s)x} \right) - \frac{\vartheta(s)B_{TP}v_1(s, 0)}{2s} \left(e^{\vartheta(s)x} - e^{-\vartheta(s)x} \right). \quad (6.74)$$

Переходя в (6.74) к гиперболическим функциям, получаем

$$p(s, x) = p_1(s, 0) \operatorname{ch}[\vartheta(s)x] - \frac{\vartheta(s)B_{\text{ТР}}v_1(s, 0)}{s} \operatorname{sh}[\vartheta(s)x]. \quad (6.75)$$

Решив систему уравнений (6.64) и (6.65) относительно $v(s, x)$, найдем

$$v(s, x) = v_1(s, 0) \operatorname{ch}[\vartheta(s)x] - \frac{sp_1(s, 0)}{\vartheta(s)B_{\text{ТР}}} \operatorname{sh}[\vartheta(s)x]. \quad (6.76)$$

Подставив в уравнения (6.75) и (6.76) $x = l$ и выполнив затем несложные операции, определим передаточную функцию

$$\frac{p_2(s, l)}{p_1(s, 0)} = \frac{1}{\frac{Z_{\text{в.л}}(s)}{Z_2(s)} \operatorname{sh}[\vartheta(s)l] + \operatorname{ch}[\vartheta(s)l]}, \quad (6.77)$$

где

$$Z_{\text{в.л}}(s) = \frac{Z_{\text{в}}(s)}{\pi r_0^2}; \quad (6.78)$$

$$Z_2(s) = \frac{p_2(s, l)}{\pi r_0^2 v_2(s, l)} = \frac{p_2(s, l)}{Q_2(s, l)}; \quad (6.79)$$

$Z_{\text{в.л}}(s)$ — волновое сопротивление линии (трубопровода); $Q_2(s, l)$ — изображение расхода в сечении 2–2 (см. рис. 6.10); $Z_2(s)$ — операторное сопротивление (импеданс) нагрузки, подключенной в сечении 2–2 к трубопроводу.

Передаточной функции (6.77) соответствует изображенная на рис. 6.11 структурная схема. Устойчивость такой системы с распределенными параметрами можно проверить по критерию Найквиста, предварительно получив $Z_2(s)$. Для этого согласно соотношению (6.79) необходимо найти связь между изображениями $p_2(s)$ и $Q_2(s)$. Если расход через сечение 2–2 (см. рис. 6.10) регулирует клапан, то изображение $Q_2(s)$ можно найти после линеаризации функции

$$Q_{\text{кл}} = \mu_{\text{кл}} \pi d_{\text{кл}} x_{\text{кл}} \sqrt{\frac{2p_{\text{кл}}}{\rho}}. \quad (6.80)$$

Здесь $Q_{\text{кл}}$ — расход среды, пропускаемой клапаном из трубопровода на слив; $\mu_{\text{кл}}$ — коэффициент расхода клапана; $d_{\text{кл}}$,

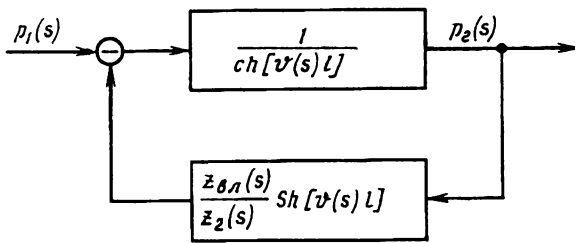


Рис. 6.11. Структурная схема системы клапан-трубопровод с распределенными параметрами

$x_{\text{кл}}$ — диаметр клапана и его перемещение; $p_{\text{кл}}$ — перепад давления, при котором происходит истечение среды через клапан; ρ — плотность среды.

В малых отклонениях переменных от своих установившихся значений, линеаризовав функцию (6.80), имеем

$$Q_2 = K_{Qx}x + K_{Qp}p_2, \quad (6.81)$$

где $x = x_{\text{кл}} - x_{\text{кл}}^0$; $p_2 = p_{\text{кл}} - p_{\text{кл}}^0$; $K_{Qx} = \mu_{\text{кл}}\pi d_{\text{кл}}\sqrt{2p_{\text{кл}}^0/\rho_0}$;
 $K_{Qp} = \frac{\mu_{\text{кл}}\pi d_{\text{кл}}x_{\text{кл}}^0}{\sqrt{2p_{\text{кл}}^0\rho_0}}$; $x_{\text{кл}}^0$, $p_{\text{кл}}^0$, ρ_0 — установившиеся значения

$x_{\text{кл}}$, $p_{\text{кл}}$, ρ .

Чтобы найти изображение $p_2(s)$, запишем дополнительно уравнение движения клапана в малых отклонениях переменных

$$m_{\text{кл}} \frac{d^2x}{dt^2} + k_{\text{д}} \frac{dx}{dt} + (c_{\text{пр}} + c_{\text{Гд}})x = S_{\text{кл}}p_2, \quad (6.82)$$

где $m_{\text{кл}}$ — масса клапана; $k_{\text{д}}$ — коэффициент демпфирования клапана; $c_{\text{пр}}$ — жесткость пружины, нагружающей клапан; $c_{\text{Гд}}$ — коэффициент линеаризованной зависимости гидродинамической силы от перемещения клапана (жесткость “гидродинамической пружины”); $S_{\text{кл}} = \pi d_{\text{кл}}^2/4$ — площадь клапана.

После преобразования по Лапласу при нулевых начальных условиях уравнений (6.81) и (6.82) найдем

$$\frac{p_2(s)}{Q_2(s)} = \frac{m_{\text{кл}}s^2 + k_{\text{д}}s + c_{\text{пр}} + c_{\text{Гд}}}{K_{Qx}S_{\text{кл}} + K_{Qp}(m_{\text{кл}}s^2 + k_{\text{д}}s + c_{\text{пр}} + c_{\text{Гд}})}. \quad (6.83)$$

Необходимую для применения критерия Найквиста АФЧХ $W_c(j\omega)$ разомкнутого контура системы определим, подставив $s = j\omega$ в передаточные функции звеньев, показанных на рис. 6.11. В результате имеем

$$W_c(j\omega) = \frac{Z_{в.л}(j\omega) \operatorname{th}[\vartheta(j\omega)l]}{Z_2(j\omega)}. \quad (6.84)$$

Комплексные выражения в формуле (6.84) для вычисления $W_c(j\omega)$ определим следующим образом. Согласно соотношениям (6.70) и (6.78)

$$Z_{в.л}(s) = \frac{B_{тр}\vartheta(s)}{\pi r_0^2 s},$$

поэтому

$$Z_{в.л}(j\omega) = -\frac{jB_{тр}\vartheta(j\omega)}{\pi r_0^2 \omega}. \quad (6.85)$$

В комплексном выражении коэффициента распространения выделим действительную и мнимую части:

$$\vartheta(j\omega) = \delta + j\varepsilon, \quad (6.86)$$

где δ — коэффициент затухания, который характеризует уменьшение амплитуды давления или скорости среды в волне, распространяющейся вдоль трубопровода; ε — коэффициент фазы, связанный с фазовой скоростью волны соотношением $c_{дл} = \omega/\varepsilon$.

С учетом нестационарного сопротивления трения эти коэффициенты можно вычислить по формулам

$$\delta = \frac{4\alpha_a \nu}{r_0^2} \sqrt{\frac{\rho_0}{B_{тр}}}; \quad (6.87)$$

$$\varepsilon = \omega \sqrt{\frac{\rho_0}{B_{тр}}}, \quad (6.88)$$

где

$$\alpha_a = \frac{r_0}{4} \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}} + 0,4;$$

$B_{\text{тр}}$ — модуль объемной упругости среды, находящейся в упругом трубопроводе, радиус проходного сечения которого равен r_0 ; ν — кинематическая вязкость среды.

Комплексную величину $Z_2(j\omega)$, подставив $s = j\omega$ в формулу (6.83), найдем в виде

$$Z_2(j\omega) = \frac{c_{\text{пр}} + c_{\text{гд}} - m_{\text{кл}}\omega^2 + j\omega k_{\text{д}}}{K_{Qx}S_{\text{кл}} + K_{Qp}(c_{\text{пр}} + c_{\text{гд}} - m_{\text{кл}}\omega^2 + j\omega k_{\text{д}})}. \quad (6.89)$$

С помощью формул (6.84)–(6.89) можно построить АФЧХ $W_c(j\omega)$ разомкнутого контура системы или ЛАХ и ЛФХ этого контура. По ним описанным в § 6.1 методом на основании критерия Найквиста проверяется устойчивость системы трубопровод–клапан.

Для анализа влияния гидродинамической силы на устойчивость клапана упростим математическую модель системы, предположив, что можно пренебречь сопротивлением трения трубопровода (течение маловязкой среды) и для малых $x_{\text{кл}}^0$ принять $K_{Qp} = 0$. При таких допущениях АФЧХ (6.84) разомкнутого контура системы приведем к виду

$$W_c(j\omega) = \frac{j\rho_0 c K_{Qx} S_{\text{кл}} \operatorname{tg}(\omega l/c)}{m_{\text{кл}} \pi r_0^2 [(\omega_0^2 - \omega^2) + j k'_{\text{д}} \omega]}, \quad (6.90)$$

где

$$\omega_0 = \sqrt{(c_{\text{пр}} + c_{\text{гд}})/m_{\text{кл}}};$$

$$c = \sqrt{B_{\text{тр}}/\rho_0};$$

$$k'_{\text{д}} = k_{\text{д}}/m_{\text{кл}}.$$

В случае АФЧХ (6.90) система трубопровод–клапан может быть неустойчива, если при какой-то частоте ω значение $\arg W_c(j\omega)$ станет равным $-\pi$ при значении модуля $W_c(j\omega)$ больше единицы. Указанные условия имеют место при

$$\omega_0 = \frac{\pi c}{2l} (2n - 1), \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (6.91)$$

Из соотношения (6.91) следует, что при неизменных параметрах клапана устойчивость системы зависит от длины трубопровода. При одной и той же длине трубопровода причиной неустойчивости системы может быть изменение частоты

ω_0 , поскольку изменяется коэффициент $c_{гд}$ гидродинамической силы, действующей на клапан. В свою очередь $c_{гд}$ зависит от режима истечения среды из-под клапана. Если происходит смена отрывного обтекания клапана безотрывным, то возможно возникновение неустойчивости системы, сопровождающееся автоколебаниями клапана и среды в трубопроводе.

6.4. Корректирование характеристик гидро- и пневмоприводов

Устойчивость следящих гидро- и пневмоприводов зависит, как было показано ранее, от ряда факторов. К таким факторам относятся силы трения, утечки и перетечки рабочей среды в устройствах гидро- и пневмоприводов. Они могут существенно влиять на демпфирование приводов. При недостаточном демпфировании приводы могут быть неустойчивыми. В этих случаях приходится уменьшать коэффициенты усиления разомкнутого контура привода, т.е. уменьшать значения добротности $D_{г}$, что снижает быстродействие привода и ухудшает тем самым управление объектом. Чтобы обеспечить выполнение противоречивых условий устойчивости и быстродействия приводов, применяют различные способы корректирования их характеристик.

Один из самых простых способов увеличения демпфирования исполнительных гидро- и пневмодвигателей состоит в соединении их камер каналом для перетечки рабочей среды.

Гидромеханический привод с дроссельным регулированием

Рассмотрим подробнее данный способ на примере гидромеханического следящего привода (см. рис. 5.7, а). Условие устойчивости такого привода определяется неравенством (6.14). Из неравенства следует, что если $k_{тр} = 0$ и $K_{Qp} = 0$, то привод неустойчив при любом значении добротности $D_{г}$. При таких значениях $k_{тр}$ и K_{Qp} воспользуемся уравнениями (5.17), (5.21) (5.23) и (5.75) гидропривода. Для большей наглядности результата анализа примем дополнительно $c_{н} = 0$. При

этих допущениях с учетом канала для перетечки жидкости получим уравнения

$$Q_3 = K_{Qx} x_3; \quad (6.92)$$

$$m \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2} = S_{\Pi} p_H; \quad (6.93)$$

$$Q_3 = S_{\Pi} \frac{dy_{шт}}{dt} + \frac{V_0}{2E_{\Pi}} \frac{dp_H}{dt} + Q_{пер}; \quad (6.94)$$

$$x_3 = K_{xh} h_{вх} - K_{о.с} y_{шт}, \quad (6.95)$$

где E_{Π} — приведенный модуль объемной упругости жидкости, находящейся в гидроцилиндре (формула для вычисления этой величины дана в пояснении к уравнению (5.24)); $Q_{пер}$ — расход перетечки жидкости по каналу, соединяющему полости гидроцилиндра в обход золотника (например, отверстие в поршне гидроцилиндра).

Вследствие обычно малых значений $Q_{пер}$ гидравлическое сопротивление канала можно считать квазистационарным и, пренебрегая в нем инерцией жидкости, записать

$$Q_{пер} = k_{пер} p_H, \quad (6.96)$$

где $k_{пер}$ — проводимость канала для перетечки жидкости между полостями гидроцилиндра.

Уравнения (6.92), (6.93) – (6.95), (6.96) сведем в одно дифференциальное уравнение третьего порядка

$$\frac{mV_0}{2E_{\Pi}S_{\Pi}K_{Qx}} \frac{d^3 y_{шт}}{dt^3} + \frac{k_{пер}m}{S_{\Pi}K_{Qx}} \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2} + \frac{S_{\Pi}}{K_{Qx}} \frac{dy_{шт}}{dt} + K_{о.с} y_{шт} = K_{xh} h_{вх}. \quad (6.97)$$

Все величины, от которых зависят коэффициенты уравнения (6.97), являются положительными, поэтому положительными будут и сами коэффициенты. Следовательно, условие, необходимое для применения критерия Гурвица, выполнено и, в соответствии с этим критерием, следящий гидропривод устойчив, если

$$k_{пер} > \frac{K_{Qx} K_{о.с} V_0}{2E_{\Pi} S_{\Pi}}. \quad (6.98)$$

Неравенство (6.98) можно представить в виде

$$k_{\text{пер}} > \frac{D_{\Gamma} V_0}{2E_{\Pi}}. \quad (6.99)$$

Неравенство (6.99) показывает, что при увеличении проводимости $k_{\text{пер}}$ обеспечивается устойчивость следящего гидропривода в случае увеличения его добротности D_{Γ} .

Значение $k_{\text{пер}}$ при круглом цилиндрическом канале длиной $l_{\text{к}}$ и диаметром $d_{\text{к}}$ по известной из гидромеханики формуле Пуазейля определяется соотношением

$$k_{\text{пер}} = \frac{\pi d_{\text{к}}^4}{128\mu l_{\text{к}}},$$

где μ — динамическая вязкость жидкости.

При всей простоте осуществления рассмотренного способа повышения демпфирования гидропривода практическое его использование часто ограничивают два существенных недостатка. Первый связан с увеличением потребляемого от источника энергопитания расхода жидкости, второй — со снижением чувствительности гидропривода к малым сигналам управления.

Вследствие малых значений приращения разности давления в полостях гидроцилиндра, вызванных малыми отклонениями золотника от среднего положения, действующая на поршень гидроцилиндра сила давления может быть недостаточна для преодоления трения в контактных уплотнениях, и шток гидроцилиндра не будет перемещаться.

Указанных недостатков можно избежать, вводя в гидроили пневмопривод корректирующие устройства, дополнительно регулирующие поступление энергии в исполнительные двигатели так, чтобы выполнялись условия устойчивости. Одним из таких устройств, применявшихся еще в ранних конструкциях следящих гидроприводов, является демпфер, установленный на золотнике. Схема следящего гидромеханического привода с корректирующим устройством в виде демпфера дана на рис. 6.12. Демпфер состоит из поршня 1, размещенного в цилиндре 2, полости которого сообщаются через дроссель 3. Шток поршня демпфера соединен с золотником гидропривода. Во избежание нарушения сплошности жидкости, находящейся

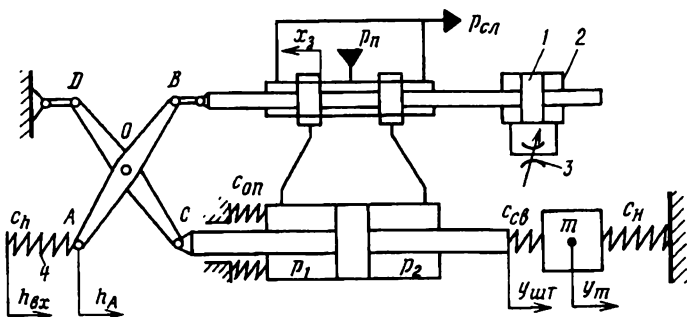


Рис. 6.12. Схема следящего гидромеханического привода с демпфером золотника

в полостях демпфера, каждая полость через обратные клапаны подключена к сливной гидролинии, эти клапаны на схеме не показаны. При перемещении золотника вместе с поршнем демпфера жидкость из одной полости через дроссель поступает в другую полость. Вследствие гидравлического сопротивления дросселя в полостях демпфера возникает разность давлений, создающая приложенную к поршню силу, которая будет зависеть от скорости движения золотника гидропривода. Действие демпфера, как показано ниже, может влиять на устойчивость гидропривода только при наличии упругого звена с жесткостью c_h , посредством которого перемещается точка A при управлении гидроприводом. Пренебрегая массой рычагов AOB и DOC и не учитывая трение в их шарнирах, уравнение моментов сил относительно оси, проходящей через точку O , запишем в виде

$$c_h(h_{вх} - h_A)AO = P_{дA}OB. \quad (6.100)$$

Силу $P_{дA}$, приложенную к золотнику со стороны поршня демпфера, определим с помощью следующих соотношений:

$$Q_{др} = k_{др}p_d, \quad Q_{др} = S_d \frac{dx_A}{dt}, \quad P_{дA} = S_d p_d,$$

где $Q_{др}$ — расход жидкости через дроссель демпфера при разности давлений в полостях, равной p_d ; $k_{др}$ — проводимость дросселя; S_d — рабочая площадь поршня демпфера; x_A — перемещение поршня демпфера вместе с золотником, вызванное смещением точки A рычага AOB .

Из этих соотношений находим

$$P_{дА} = \frac{S_{д}^2}{k_{др}} \frac{dx_A}{dt}.$$

Подставляя полученное значение силы $P_{дА}$ в уравнение (6.100) и учитывая, что $h_A = x_A(AO/OB)$, имеем

$$x_A = h_{вх} \frac{OB}{AO} - \frac{S_{д}^2}{c_h k_{др}} \left(\frac{OB}{AO} \right)^2 \frac{dx_A}{dt}. \quad (6.101)$$

Смещение x_3 от среднего положения определяет разность перемещений x_A и x_C , причем перемещение x_C происходит за счет действия отрицательной обратной связи по положению штока гидроцилиндра (выходного звена), поэтому

$$x_C = y_{шт} \frac{DO}{DC} \frac{AB}{AO} - h_y \frac{OB}{AO}, \quad (6.102)$$

где h_y — перемещение точки A рычага AOB при перемещении точки C рычага COD на величину $y_{шт}$.

При таком перемещении рычагов сила, приложенная к золотнику со стороны поршня демпфера, равна

$$P_{дC} = \frac{S_{д}^2}{k_{др}} \frac{dx_C}{dt}. \quad (6.103)$$

С учетом соотношений (6.102) и (6.103) по уравнению моментов сил получим

$$x_C = y_{шт} \frac{DO}{DC} \frac{AB}{AO} - \frac{S_{д}^2}{c_h k_{др}} \left(\frac{OB}{AO} \right)^2 \frac{dx_C}{dt}. \quad (6.104)$$

Применяя формулы (6.101) и (6.104), перемещение $x_3 = x_A - x_C$ представим в виде

$$x_3 = K_{xh} h_{вх} - K_{о.с} y_{шт} - T_{д} \frac{dx_3}{dt}, \quad (6.105)$$

где

$$K_{xh} = \frac{OB}{AO}; \quad K_{о.с} = \frac{DO}{DC} \frac{AB}{AO}; \quad T_{д} = \frac{S_{д}^2}{c_h k_{др}} \left(\frac{OB}{AO} \right)^2$$

— постоянная времени демпфера.

После преобразования уравнения (6.105) по Лалласу при нулевых начальных условиях получим

$$(T_{дs} + 1)x_3(s) = K_{xh}h_{вх}(s) - K_{о.с}y_{шт}(s), \quad (6.106)$$

отсюда

$$x_3(s) = \frac{1}{T_{дs} + 1} [K_{xh}h_{вх}(s) - K_{о.с}y_{шт}(s)]. \quad (6.107)$$

Обратившись к изображенной на рис. 5.3, а структурной схеме и пренебрегая обычно малым по сравнению с $K_{о.с}$ значением $K_{н}$, нетрудно составить структурную схему следящего гидромеханического привода, на золотнике которого установлен демпфер. Такая схема показывает, что применение демпфера золотника привело к появлению в контуре привода апериодического звена первого порядка (рис. 6.13). Влияние этого звена на устойчивость привода можно выяснить, построив ЛАХ и ЛФХ разомкнутого контура привода с демпфером сплошными линиями, без демпфера — пунктирными линиями (рис. 6.14, штриховые линии — характеристики отдельных звеньев). При наличии демпфера ЛАХ имеет несколько меньшую частоту среза, чем без демпфера, и благодаря этому достигаются необходимые для обеспечения устойчивости привода запасы по фазе и амплитуде. Однако такой результат корректирования динамических свойств привода возможен только при наличии у него собственного демпфирования, т.е. при $\zeta_{ц} > 0$.

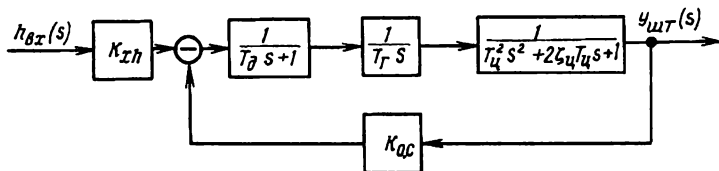
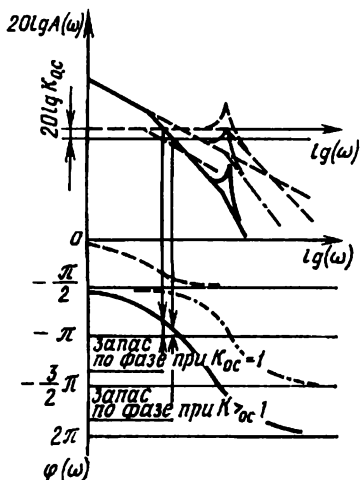


Рис. 6.13. Структурная схема следящего гидромеханического привода с демпфером золотника

Кроме того, уменьшение частоты среза снижает быстродействие привода. Необходимо также заметить, что демпфер влияет на устойчивость привода при наличии упругого звена, с помощью которого передается сигнал управления точке А

Рис. 6.14. ЛАХ и ЛФХ разомкнутого контура гидромеханического привода



рычажного механизма. В отсутствие упругого звена $c_h \rightarrow \infty$, постоянная времени T_d стремится к нулю, что равносильно отключению демпфера. Перечисленные особенности корректирования характеристик гидромеханического привода с помощью демпфера являются причиной ограниченного применения данного способа в современных конструкциях.

Электрогидравлические и электропневматические приводы

Для корректирования характеристик электрогидравлических и электропневматических приводов применяют электрические и гидро- или пневмомеханические устройства. Выбор устройства зависит от назначения привода, условий его эксплуатации, требований, предъявляемых к надежности привода, и других факторов.

Одна из основных причин необходимости корректирования приводов с электрическим управлением связана, как и в случае гидромеханического привода, с недостаточным демпфированием исполнительных двигателей. Представленные в § 5.2, 5.3 структурные схемы силовых частей гидро- и пневмоприводов независимо от типа привода имеют в прямой цепи интегрирующее и колебательное звенья. При такой структуре коэффициент относительного демпфирования исполнительного

двигателя можно увеличить, введя дополнительную обратную связь по ускорению выходного звена привода. Чтобы более подробно обсудить этот способ корректирования приводов с электрическим управлением, воспользуемся структурной схемой гидропривода с дроссельным регулированием (см. рис. 5.3, а) при $K_H = 0$. При этом предположим, что управление перемещением x_3 золотника осуществляется с помощью электрогидравлического усилителя, который пока не рассматриваем.

Если ввести обратную связь по ускорению штока, то уравнение, описывающее зависимость выходной величины от входного сигнала в изображениях по Лапласу, будет иметь вид

$$T_I s(T_{II}^2 s^2 + 2\zeta_{II} T_{II} s + 1) y_{шт}(s) = x_3(s) - K_{xa} s^2 y_{шт}(s), \quad (6.108)$$

где K_{xa} — коэффициент преобразования ускорения штока в перемещение золотника.

Уравнение (6.108) можно привести к виду

$$T_I s \left[T_{II}^2 s^2 + \left(2\zeta_{II} T_{II} + \frac{K_{xa}}{T_I} \right) s + 1 \right] y_{шт}(s) = x_3(s). \quad (6.109)$$

Согласно (6.109), требуемое демпфирование гидроцилиндра достигается с помощью отрицательной обратной связи по ускорению штока, если назначить коэффициент K_{xa} так, чтобы обеспечивалось требуемое значение скорректированного коэффициента относительного демпфирования

$$(\zeta_{II})_k = \zeta_{II} + \frac{K_{xa}}{2T_I T_{II}}. \quad (6.110)$$

Для формирования сигналов по ускорению штока привод необходимо снабдить либо соответствующими измерительными преобразователями, либо в контуре управления приводом предусмотреть выполнение операции дифференцирования сигналов, получаемых от электрического преобразователя перемещения штока. Это несколько усложняет всю схему электрогидравлического привода, снижает его надежность и является причиной появления помех в контуре управления приводом.

Необходимость непосредственного измерения ускорения выходного звена исключена в гидроприводе, снабженном дополнительной обратной связью по скорости изменения давле-

ния в полостях гидроцилиндра. При такой обратной связи создается сигнал $x_{o.c}$, который изменяется в зависимости от разности p_H давлений в полостях аналогично изменению выходной величины реального дифференцирующего звена:

$$x_{o.c} = \frac{K_{xp} T_{д.о.с} s}{T_{д.о.с} s + 1} p_H(s), \quad (6.111)$$

где K_{xp} и $T_{д.о.с}$ — коэффициент преобразования и постоянная времени дополнительной обратной связи.

В низкочастотной области при $\omega < T_{д.о.с}^{-1}$ обратная связь действует как дифференцирующее звено, поэтому даже при наличии позиционной нагрузки не возникает установившейся ошибки из-за того, что разность давлений в полостях гидроцилиндра изменяется в зависимости от положения штока.

При частотах $\omega > T_{д.о.с}^{-1}$ уравнение (6.111) приближается к уравнению пропорционального звена, входным сигналом которого является разность давлений p_H , приближенно измеряющая ускорение штока гидроцилиндра:

$$p_H \approx \frac{m}{S_{п}} \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2}.$$

Схема электрогидравлического следящего привода с дополнительной обратной связью по скорости изменения разности давлений в полостях гидроцилиндра дана на рис. 6.15. В этом приводе применен электрогидравлический усилитель с золотником, нагруженным с двух сторон пружинами. Электромеханический преобразователь ЭМП подключен к электронному усилителю, на входе которого сравниваются управляющий электрический сигнал $u_{вх}$ и сигнал $u_{o.c}$ основной обратной связи, поступающий от датчика положения штока гидроцилиндра.

Дополнительная обратная связь осуществляется в данном приводе с помощью поршня 1, плунжеров 2 и дросселя 3. При смещении золотника влево от среднего положения поршень 1 под давлением p_1 также перемещается влево, преодолевая силу от действия пружин 4. Вытесняемая поршнем жидкость частично перетекает через дроссель в канал, соединенный золотником со сливом, частично направляется в полость, в которой

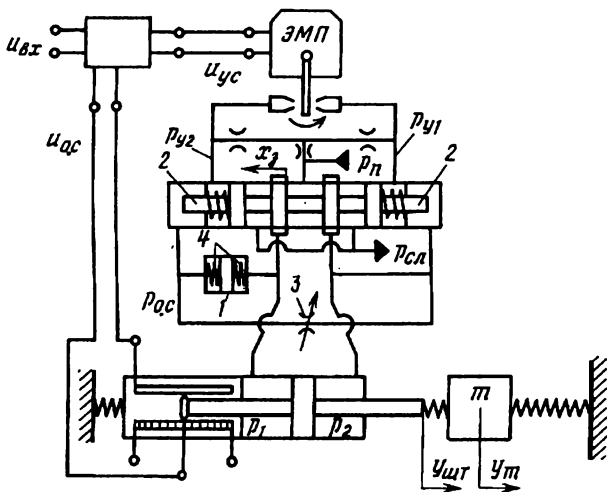


Рис. 6.15. Схема электрогидравлического следящего привода с дополнительной обратной связью по скорости изменения давления в гидроцилиндре

расположен плунжер 2. Вследствие гидравлического сопротивления дросселя 3 давление $p_{0.c}$ возрастает и становится больше давления p_2 . Под действием разности давлений $p_{0.c} - p_2$ золотник начинает перемещаться в сторону среднего положения, при этом расход жидкости, обеспечивающий движение поршня гидроцилиндра, будет уменьшаться. При смещении золотника вправо давление p_1 уменьшается. Теперь золотник возвращается к среднему положению силой, создаваемой разностью давлений $p_2 - p_{0.c}$, причем уменьшение давления $p_{0.c}$ по-прежнему зависит от гидравлического сопротивления дросселя 3 и скорости движения поршня 1. Эту скорость при малой массе поршня можно считать пропорциональной скорости изменения разности давлений $p_n = p_1 - p_2$ в полостях гидроцилиндра. После того как давления в полостях гидроцилиндра достигают установившихся значений, действие дополнительной обратной связи прекращается, поскольку выравниваются давления $p_{0.c}$ и p_2 в результате перетока жидкости через дроссель 3. Устройство этой дополнительной обратной связи аналогично гидравлическим изодромным механизмам, применявшимся еще в первых регуляторах скорости различных двигателей энергетических установок.

Кроме обратных связей, обеспечивающих устойчивость привода, для улучшения согласованности внешней характеристики привода и характеристики нагрузки (см. § 2.2) применяют еще дополнительные обратные связи по скорости выходного звена привода. Такая обратная связь может быть электрической или гидромеханической. В последнем случае устройства, выполняющие функции регуляторов скорости выходного звена привода, устанавливают внутри электрогидравлического усилителя. При этом скорость выходного звена контролируется косвенно с помощью датчиков, реагирующих на изменение расхода жидкости, обеспечивающей работу исполнительного гидродвигателя.

Электрические обратные связи охватывают все устройства привода и позволяют непосредственно контролировать движение его выходного звена, что является их преимуществом по сравнению с гидромеханическими обратными связями. Однако они более уязвимы к действию электромагнитных и радиационных полей, ударным нагрузкам и могут генерировать помехи в контуре управления приводом, если сигнал по скорости получается в результате дифференцирования сигнала, поступающего от электрического преобразователя перемещения выходного звена привода.

Динамическая жесткость гидроприводов

При выборе параметров и корректировании гидроприводов, применяемых в ряде систем, например в системах управления самолетами, может возникнуть необходимость в обеспечении требуемой динамической жесткости привода.

Динамическую жесткость гидропривода характеризуют зависимостью перемещения выходного звена от времени при заданном законе изменения нагрузки и в отсутствие управляющего воздействия на систему. В изображениях по Лалласу динамическая жесткость определяется соотношением

$$W_{Py}(s) = \frac{P(s)}{y(s)},$$

где $P(s)$ — изображение нагрузки (силы), приложенной к выходному звену; $y(s)$ — изображение перемещения выходного звена гидропривода.

В случае следящего гидромеханического привода (см. рис. 5.7, а) динамическую жесткость можно найти по записанным в изображениях уравнениям (см. § 5.2)

$$Q_3(s) = K_{Qx}x_3(s) - K_{Qp}p_H(s);$$

$$Q_3(s) = S_{\Pi}sy_{шт}(s) + \frac{V_0}{2E_{\Pi}}sp_H(s);$$

$$S_{\Pi}p_H(s) = P(s);$$

$$x_3(s) = K_{xh}h_{вх}(s) - K_{о.с}y_{шт}(s).$$

Из этих уравнений при $h_{вх}(s) = 0$ находим

$$W_{Py}(s) = \frac{P(s)}{y_{шт}(s)} = \frac{c_{\Gamma}(1 + s/D_{\Gamma})}{1 + (c_{\Gamma}s/c_{\Pi}D_{\Gamma})},$$

где $c_{\Pi} = 2E_{\Pi}S_{\Pi}^2/V_0$, $c_{\Gamma} = \frac{S_{\Pi}K_{Qx}K_{о.с}}{K_{Qp}}$.

Величину c_{Γ} называют *статической жесткостью* следящего гидропривода; определяющее ее соотношение показывает, что с увеличением утечек в золотниковом распределителе (увеличение коэффициента K_{Qp}) значение c_{Γ} уменьшается. Это означает увеличение перемещения выходного звена при действии на него постоянной силы P .

Подставив $s = j\omega$ в $W_{Py}(s)$, можно рассчитать частотные характеристики динамической жесткости гидропривода, которые, например, служат для исследования причин возникновения флаттера рулевых поверхностей самолетов.

6.5. Переходные процессы в гидро- и пневмоприводах

Показатели качества переходных процессов

Системы с гидро- и пневмоприводами во время эксплуатации подвергаются как управляющим, так и возмущающим воздействиям, в результате которых происходят изменения состояния систем во времени. В реальных условиях воздействия на систему чаще всего бывают случайными, вызывая в системе случайные или стохастические процессы. На практике сведения о характеристиках случайных воздействий на системы

с гидро- и пневмоприводами, как и на многие другие технические системы, обычно крайне ограничены, поэтому при исследованиях динамических свойств систем широко применяют так называемые детерминированные воздействия. Типовыми детерминированными воздействиями являются: ступенчатое, импульсное и гармоническое. При последнем виде воздействия рассматривают поведение системы в частотной области сигналов, в которой достаточно эффективно можно решать задачи устойчивости систем, а также исследовать влияние различных факторов на динамические характеристики отдельных элементов и систем в целом.

В частотной области сигналов хорошо сочетаются рассчитанные по математическим моделям характеристики части устройств исследуемой системы с экспериментальными характеристиками тех устройств, для которых по каким-либо причинам математические модели не могли быть составлены. Благодаря отмеченным достоинствам методы исследований и расчетов систем в частотной области сигналов широко используют на практике. Однако если при гармонических воздействиях сравнительно просто провести испытания отдельных устройств и какой-то части системы, то натурные испытания систем, содержащих сложные объекты (энергетические установки, летательные аппараты, строительство-дорожные машины), далеко не всегда осуществимы.

В связи с чем наряду с частотными методами не менее широко применяют методы исследований и расчетов систем во временной области. При этом определяют переходные процессы, вызванные в системах ступенчатыми или импульсными воздействиями. Первые из них проще воспроизвести в реальных условиях, что облегчает проверку адекватности рассчитанных и полученных в результате физических экспериментов переходных процессов. К тому же процессы при ступенчатом воздействии на систему дают достаточно наглядное представление о таких динамических свойствах систем, как быстрдействие, колебательность и продолжительность процесса.

Если линейная математическая модель системы в необходимой мере отражает динамику реальной системы, то по переходным процессам при ступенчатых воздействиях можно вычислить переходные процессы при импульсных воздействиях,

а также найти те и другие по частотным характеристикам системы.

При наличии в системе существенно нелинейных звеньев такой пересчет процессов будет приближенным и не исключает получения неверных результатов.

На рис. 6.16 изображены основные виды переходных процессов, вызванных ступенчатыми воздействиями на систему, математическая модель которой близка к линейной. Переходный процесс 1 называют *колебательным*, переходный процесс 2 — *монотонным*, переходный процесс 3 — *апериодическим*. В устойчивой системе, описываемой линейным дифференциальным уравнением, выходная величина y приближается к своему установившемуся значению y_∞ при $t \rightarrow \infty$, поэтому продолжительность переходного процесса оценивают по значению времени t_n , при котором значения y отличаются от y_∞ на $\pm \Delta y_\infty$. Эта величина определяет “канал” допустимых отклонений y , при которых процесс считается закончившимся. Для колебательного процесса кроме t_n указывают время t_1 первого согласования изменяющегося значения y со своим установившимся значением y_∞ . Чем меньше t_1 , тем выше быстродействие системы. Показателем колебательности процесса является число периодов $T_{\text{пер}}$, находящихся в пределах времени t_n . Обычно считают, что это число не должно быть более 1,5...2,0. Важной величиной, характеризующей колебательный процесс, является максимальная динамическая ошибка (при $t = t_m$)

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{y_{\text{max}} - y_\infty}{y_\infty} 100 \%, \quad (6.112)$$

которая для большинства систем не должна превышать 25...30 %.

Время переходного процесса, размер “канала” допустимых отклонений выходной величины и максимальная динамическая ошибка определяют границы области (отмечены на рис. 6.16 штриховкой), в которой должен располагаться график допустимого для системы переходного процесса.

Монотонный и апериодический переходные процессы оценивают по времени t_n . У одной и той же системы при разном

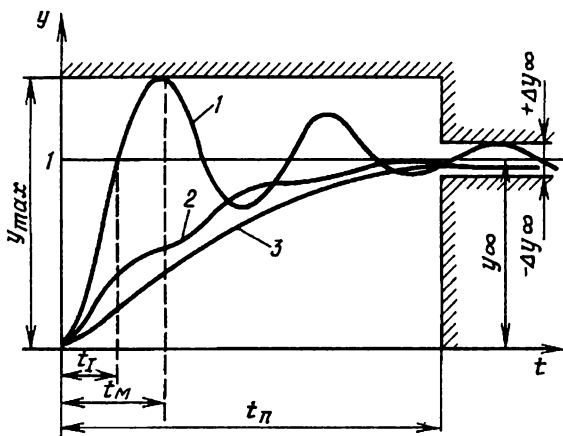


Рис. 6.16. Различные виды переходных процессов

выборе параметров, влияющих на вид переходного процесса, значение t_n получается больше при апериодическом или монотонном процессе, чем в случае колебательного процесса. Поэтому наибольшее быстродействие достигается в системе с колебательным процессом. Если быстродействие несущественно, а необходимо обеспечить плавный переход системы из одного состояния в другое, то апериодический процесс будет лучше колебательного.

Для качественного управления объектом важны не только вид и показатели переходных процессов, но и точность, с которой при заданных входных воздействиях устанавливаются значения выходных величин. Точность управления системами с гидро- и пневмоприводами зависит от многих факторов, к числу которых относятся силы сухого трения, действующие на отдельные элементы приводов, утечки рабочих сред в управляющих устройствах и исполнительных двигателях, люфты в механических соединениях, электромагнитный гистерезис в электромеханических преобразователях сигналов и др. Но даже при совершенном исполнении всех устройств гидро- и пневмопривода, практически исключаяющих все подобные факторы, точность управления во многом будет predeterminedена

той структурой системы, которую можно описать линейной математической моделью. Чтобы пояснить это утверждение, рассмотрим сначала применяемый в теории управления метод оценки ошибок при установившихся режимах систем.

С этой целью воспользуемся структурной схемой, изображенной на рис. 4.2, в, и передаточной функцией (4.61), из которых при отрицательной обратной связи получим

$$E(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{o.c}(s)} U_{вх}(s). \quad (6.113)$$

Если входное воздействие является ступенчатым (см. рис. 6.17), то

$$U_{вх}(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ U_k & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (6.114)$$

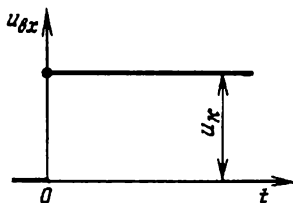


Рис. 6.17. График ступенчатой функции

Изображение по Лапласу функции (6.114) найдем по формуле (4.45):

$$U_{вх}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} U_{вх}(t) dt = -\frac{e^{-st} U_k}{s} \Big|_0^{\infty} = \frac{U_k}{s}. \quad (6.115)$$

С учетом изображения (6.115) формулу (6.113) представим в виде

$$E(s) = \frac{U_k}{s[1 + W(s)W_{o.c}(s)]}. \quad (6.116)$$

В соответствии со свойством преобразования Лапласа значение функции оригинала $f(t)$ при $t \rightarrow \infty$ можно вычислить по изображению $F(s)$ при $s \rightarrow 0$ с помощью равенства пределов

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s). \quad (6.117)$$

Обозначив установившуюся ошибку $\delta_{уст}$ и применив формулы (6.116) и (6.117), найдем

$$\delta_{уст} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{U_{\kappa}}{1 + W(s)W_{o.c}(s)}. \quad (6.118)$$

Следящие гидро- и пневмоприводы в большинстве случаев имеют отрицательные обратные связи по положению выходного звена. Для таких приводов примем, что

$$W_{o.c}(s) = K_{п.ос}.$$

Кроме того, структурные схемы силовых частей приводов, как было показано в главе 5 (см. рис. 5.3 и 5.5), могут содержать интегрирующее звено. Если для этих силовых частей значение коэффициента внутренней обратной связи ($K_{н}$ или $K_{н1}$) пренебрежимо мало, а управляющая часть не содержит интегрирующих звеньев, то используя формулу (6.118), можно получить

$$\delta_{уст} = \frac{1}{K_V} \frac{dU_{\kappa}}{dt}, \quad (6.119)$$

где K_V — коэффициент усиления всего разомкнутого контура, значение которого возрастает с увеличением добротности силовой части привода и коэффициента усиления управляющей части.

Из соотношения (6.119) следует, что при наличии в контуре привода интегрирующего звена $\delta_{уст} = 0$, когда $U_{\kappa} = \text{const}$. При изменении U_{κ} с постоянной скоростью, т.е. $dU_{\kappa}/dt = \text{const}$, движение выходного звена происходит с постоянной ошибкой по скорости. Эта ошибка будет тем меньше, чем больше значение коэффициента K_V . Последнее обстоятельство объясняет причину, по которой может потребоваться увеличить значение добротности привода. Кроме того, с увеличением добротности привода обычно возрастает его быстродействие. Однако повышение добротности ограничено условием устойчивости, что, в частности, показывает неравенство (6.14).

Если коэффициент ($K_{н}$ или $K_{н1}$) внутренней обратной связи у силовой части привода нельзя принять равным нулю,

то передаточная функция разомкнутого контура привода при $s \rightarrow 0$ будет приближаться к апериодическому звену первого порядка, а не к интегрирующему звену. В этом случае установившаяся ошибка определяется соотношением

$$\delta_{\text{уст}} = \frac{U_{\text{к}}}{K}, \quad (6.120)$$

где K — коэффициент усиления всего разомкнутого контура привода, не содержащего интегрирующее звено.

В соответствии с формулой (6.120) для уменьшения установившейся ошибки в конце переходного процесса, вызванного ступенчатым воздействием, необходимо увеличивать коэффициент усиления разомкнутого контура. Однако, как и в предыдущем случае, такое увеличение коэффициента усиления свыше определенного значения нарушает условие устойчивости привода.

Выбор параметров и расчет переходных процессов

При проектировании систем с гидро- и пневмоприводами необходимо выполнять противоречащие друг другу условия, по которым для обеспечения высокого быстродействия и малых установившихся ошибок следует увеличивать коэффициент усиления разомкнутого контура привода, а для сохранения устойчивости системы — не превышать допустимых для этого коэффициента значений.

Параметры привода, удовлетворяющие указанным условиям, предварительно можно выбрать с помощью ЛАХ и ЛФХ разомкнутого контура так, чтобы обеспечивались рекомендуемые запасы по фазе и амплитуде (см. § 6.1).

Если наибольшая из постоянных времени управляющей части привода на порядок меньше любой из постоянных времени силовой части, то для приближенного выбора параметров привода можно воспользоваться графиками, разделяющими плоскость коэффициентов характеристического уравнения, записанного в предложенной И.А. Вышнеградским форме. Эти графики приведены на рис. 6.18.

Параметры A и B являются коэффициентами уравнения

$$z^3 + Az^2 + Bz + 1 = 0,$$

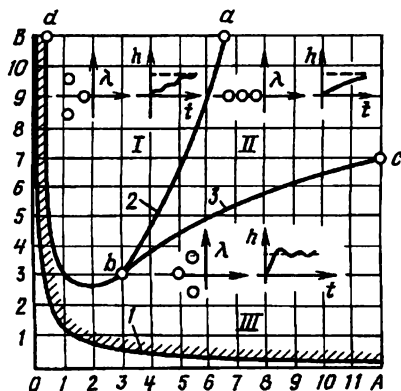


Рис. 6.18. Области параметров системы третьего порядка при различных видах переходных процессов

в которое можно преобразовать характеристическое уравнение рассматриваемой системы

$$a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0, \quad (6.121)$$

вводя новую переменную

$$z = \lambda \sqrt[3]{\frac{a_3}{a_0}}$$

и используя соотношения

$$A = \frac{a_2}{\sqrt[3]{a_0 a_3^2}}; \quad (6.122)$$

$$B = \frac{a_1}{\sqrt[3]{a_0^2 a_3}}. \quad (6.123)$$

Формулы (6.122) и (6.123) позволяют найти по параметрам A и B , которые соответствуют указанным на графиках переходным процессам, значения двух коэффициентов характеристического уравнения (6.121) при известном третьем коэффициенте.

Например, в случае следящего гидромеханического привода с дроссельным регулированием, для которого были получены характеристическое уравнение (6.12) и условие устойчивости (6.14), формулы (6.122) и (6.123) имеют вид

$$A = \frac{2\zeta_{\Pi}}{\sqrt[3]{D_{\Gamma}T_{\Pi}}}; \quad (6.124)$$

$$B = \frac{1}{\sqrt[3]{D_{\Gamma}^2T_{\Pi}^2}}. \quad (6.125)$$

По соотношениям (6.124) и (6.125) можно, выбрав параметры A и B с учетом требуемого переходного процесса и вычислив по формуле (5.27) постоянную времени T_{Π} , найти коэффициент ζ_{Π} относительного демпфирования и добротность D_{Γ} гидропривода. Затем с помощью формул (5.29) и (6.15) можно рассчитать коэффициенты линеаризованной расходно-перепадной характеристики золотникового устройства, а по ним получить его основные размеры. Коэффициент K_{oc} обратной связи обычно известен заранее, так как от него зависит перемещение выходного звена привода, которое вызывает заданное значение входного сигнала.

В современных методах теории управления для расчетов на ЭВМ переходных процессов применяют различные программы. Одни из таких программ основаны на математических моделях, представленных в виде уравнений вход-выход, другие — на математических моделях, описывающих рассматриваемые системы в переменных состояния. Первого вида программы обычно предусматривают использование структурных схем как линейных, так и нелинейных систем, причем в обоих случаях все переменные являются функциями времени, а не их изображениями по Лапласу. В связи с чем величина s , которая в передаточных функциях звеньев таких структурных схем уже не является переменной в преобразовании Лапласа, должна рассматриваться как оператор дифференцирования, т.е. $s \equiv p_t$ (см. гл. 4).

Очень важно также иметь в виду, что при расчете по линейным математическим моделям входные воздействия не должны превышать те значения, при которых какая-либо из переменных может быть реально осуществимой в данной системе. Это условие необходимо учитывать особенно в тех случаях, когда при расчете используются размерные значения переменных. В случае применения безразмерных переменных и

правильном выборе базовых величин при нормировании уравнений данное условие автоматически выполняется.

Для примера перейдем к безразмерным переменным в математической модели электрогидравлического следящего привода, структурную схему которого получим, объединив структурные схемы силовой части гидропривода с дроссельным регулированием (см. рис. 5.3, а) и электрогидравлического усилителя (см. рис. 5.10). В результате будем иметь структурную схему, изображенную на рис. 6.19, где $K_{п.ос}$ — коэффициент преобразователя сигналов обратной связи от выходного звена (перемещение штока гидроцилиндра) к входу электронного усилителя с коэффициентом $K_{ус}$.

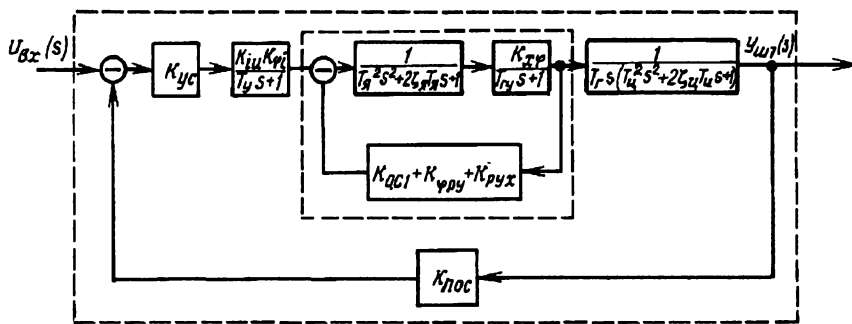


Рис. 6.19. Структурная схема электрогидравлического следящего привода

Безразмерные переменные обозначим чертой сверху, а базовые величины — верхним индексом “*”. При этом размерные и безразмерные переменные будут связаны соотношениями:

$$u_{вх} = u_{вх}^* \bar{u}_{вх}; \quad u_e = u_e^* \bar{u}_e; \quad \varphi_{я1} = \varphi_{я1}^* \bar{\varphi}_{я1}; \quad \varphi_{я} = \varphi_{я}^* \bar{\varphi}_{я};$$

$$x_3 = x_3^* \bar{x}_3; \quad y_{шт} = y_{шт}^* \bar{y}_{шт}; \quad \varphi_{я1}^* = K_{\varphi} i_{у}^*.$$

Чтобы после перехода к безразмерным величинам не произошло искусственного изменения коэффициента усиления разомкнутого контура системы, значения базовых величин необходимо согласовать между собой. Для этого за основную базовую величину примем перемещение золотника $x_3^* = x_{3, \max}$.

Тогда

$$\begin{aligned}
 u_{\text{вх}}^* &= u_e^* = \frac{i_y^*}{K_{\text{yc}}K_{\text{iu}}}; \\
 i_y^* &= \frac{\varphi_{\text{я1}}^*}{K_{\varphi\text{i}}}; \\
 y_{\text{шт}}^* &= \frac{u_{\text{вх}}^*}{K_{\text{п.ос}}}; \\
 \varphi_{\text{я1}}^* &= \frac{1 + K_{\text{x}\varphi}(K_{\text{ос.1}} + K_{\varphi\text{py}}K_{\text{pyx}})}{K_{\text{x}\varphi}} x_3^*; \\
 \varphi_{\text{я}}^* &= \frac{x_3^*}{K_{\text{x}\varphi}}.
 \end{aligned}$$

В безразмерных переменных математическое описание отдельных участков структурной схемы можно представить следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}
 \bar{\varphi}_{\text{я},1} &= \frac{K_{\text{yc}}K_{\text{iu}}K_{\varphi\text{i}}K_1}{T_{\text{ys}} + 1} \bar{u}_e; \\
 \bar{\varphi}_{\text{я}} &= \frac{1}{T_{\text{x}}^2s^2 + 2\zeta_{\text{x}}T_{\text{x}}s + 1} \bar{\varphi}_e; \\
 \bar{x}_3 &= \frac{K_{\text{x}\varphi}K_2}{T_{\text{rys}} + 1} \bar{\varphi}_{\text{я}}; \\
 \bar{y}_{\text{шт}} &= \frac{1}{T_{\text{ц}}^2s^2 + 2\zeta_{\text{ц}}T_{\text{ц}}s + 1} \bar{y}_1; \\
 \bar{y}_1 &= \frac{K_4}{T_{\text{r}}s} \bar{x}_3; \\
 \bar{u}_e &= \bar{u}_{\text{вх}} - K_{\text{п.ос}}K_5\bar{y}_{\text{шт}}; \\
 \bar{\varphi}_e &= K_6\bar{\varphi}_{\text{я},1} - (K_{\text{ос.1}} + K_{\varphi\text{py}}K_{\text{pyx}})K_3\bar{x}_3.
 \end{aligned}$$

В эти уравнения входят дополнительные коэффициенты, обеспечивающие согласование базовых величин и имеющие следующие значения:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= u_{\text{вх}}^*/\varphi_{\text{я1}}^*; \quad K_2 = \varphi_{\text{я}}^*/x_3^*; \quad K_3 = x_3^*/\varphi_{\text{я}}^*; \quad K_4 = x_3^*/y^*; \\
 K_5 &= y^*/u_{\text{вх}}^*; \quad K_6 = \varphi_{\text{я1}}^*/\varphi_{\text{я}}^*.
 \end{aligned}$$

При расчете переходного процесса, вызванного ступенчатым воздействием, по математической модели привода с безразмерными переменными значение $u_{вх}$ можно принять единичным ступенчатым. В теории управления такое воздействие (единичный скачок) обозначают функцией $1(t)$. Однако в данном случае

$$\bar{u}_{вх} = 1(t)$$

вызовет безразмерное перемещение золотника $\bar{x}_3 = 1$, что соответствует $x_{3 \max}$. Если переходный процесс будет колебательным, то в какие-то моменты времени получатся значения $x_3 > 1$, что может противоречить условию применимости линейной модели привода. Поэтому с запасом на максимальную динамическую ошибку при переходном процессе правильнее принять $\bar{u}_{вх} = 0,65 \dots 0,75$.

На рис. 6.20 показан график переходного процесса, рассчитанный для электрогидравлического следящего привода по модели с безразмерными переменными (штриховкой ограничены области, выделенные на рис. 6.16). Чтобы получить размерные значения входной и выходной величин, их безразмерные значения следует умножить на базовые величины.

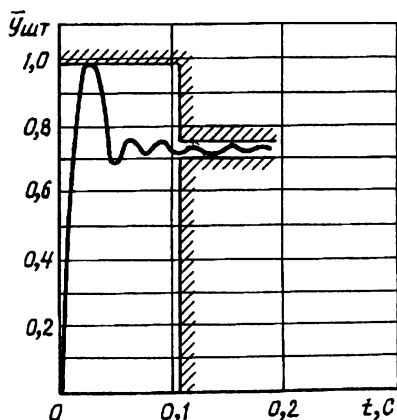


Рис. 6.20. Переходный процесс, рассчитанный по безразмерной математической модели электрогидравлического следящего привода

Если для расчета переходного процесса предполагается применить типовые программы для решения дифференциальных уравнений, то рассмотренную математическую модель (при $s \equiv d/dt$) можно привести к системе уравнений, записанных в форме Коши. Аналогично составляют в безразмерном виде нелинейные математические модели систем с гидро- и пневмоприводами.

Переходные процессы, полученные для одной и той же системы с разными значениями отдельных параметров, а также для различающихся по конструктивному исполнению систем, сравнивают либо по указанным в начале параграфа показателям (σ_{\max} , $t_{п}$, $\delta_{уст}$), либо с помощью интегральных оценок. Достаточно распространена оценка в виде интеграла

$$I = \int_0^{\infty} |\sigma| t dt,$$

где $|\sigma|$ — модуль текущей динамической ошибки, для системы с приводом $\sigma = y - y_k$; y_k — установившееся значение координаты выходного звена, в отсутствие установившейся ошибки $y_k = y_{\infty}$.

Синтез обратных связей в системах с приводами

С интегральными оценками процессов связаны решения задач оптимального управления различными системами. Для линейной системы, описываемой уравнениями (см. гл. 4)

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + B(t)u; \quad (6.126)$$

$$y = C(t)x, \quad (6.127)$$

при начальных условиях $x(t_0) = x_0$ задача оптимального управления состоит в том, чтобы найти управление $u_{\text{опт}}(t)$, обеспечивающее минимум функционала

$$I' = \int_{t_0}^{t_k} (y^T Q' y + u^T R u) dt + x^T(t_k) P_1 x(t_k), \quad (6.128)$$

где $\mathbf{Q}' = \mathbf{Q}'(t)$ и $\mathbf{R} = \mathbf{R}(t)$ — положительно определенные симметричные матрицы при $t_0 \leq t \leq t_k$; \mathbf{P}_1 — неотрицательно определенная симметричная матрица.

В такой постановке задачи предполагается, что $\mathbf{A}(t)$ есть непрерывная функция времени, а $\mathbf{B}(t)$, $\mathbf{C}(t)$, $\mathbf{Q}'(t)$, $\mathbf{R}(t)$ — кусочно-непрерывные функции времени, кроме того, все эти матричные функции ограничены.

Наиболее сложно выбрать матрицы \mathbf{P}_1 , \mathbf{Q}' и \mathbf{R} , которые в функционале (6.128) являются матрицами весовых коэффициентов. Для определения этих матриц выделяют интегральную квадратичную ошибку управления

$$\int_0^{t_k} (\mathbf{y}^T \mathbf{Q}' \mathbf{y}) dt,$$

интегральную квадратичную входную переменную

$$\int_0^{t_k} (\mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt$$

и квадратичную терминальную ошибку, характеризующую конечное состояние системы (при $t = t_k$). Затем матрицы весовых коэффициентов назначают исходя из допустимых средних квадратичных ошибок и допустимых значений входной переменной.

При решении задачи о выборе оптимальных обратных связей (регуляторов) функционал (6.128) представляют в виде

$$I = \int_0^{t_k} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt + \mathbf{x}^T(t_k) \mathbf{P}_1 \mathbf{x}(t_k), \quad (6.129)$$

где $\mathbf{Q} = \mathbf{C}^T(t) \mathbf{Q}'(t) \mathbf{C}(t)$ — неотрицательно определенная симметричная матрица.

Решение может быть получено на основе принципа максимума Понтрягина и другими методами, подробно рассмотренными в теории управления. При решении учитывают, что в случае управления с обратной связью существует зависимость

вектора $\mathbf{u}(t)$ от вектора $\mathbf{x}(t)$. Эту зависимость получают с помощью симметричной матрицы $\mathbf{P}(t)$ изменяющихся во времени коэффициентов. Для определения матрицы $\mathbf{P}(t)$ используют уравнение

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = -\mathbf{P}\mathbf{A}(t) - \mathbf{A}^T(t)\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{B}(t)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} - \mathbf{Q} \quad (6.130)$$

с граничными условиями $\mathbf{P}(t_k) = \mathbf{P}_1$.

По аналогии с обыкновенным дифференциальным уравнением для одной зависимой переменной матричное дифференциальное уравнение (6.130) называют уравнением Риккати. Это уравнение в соответствии с заданным граничным условием решают в интервале времени от t_k до $t_0 = 0$. Задача упрощается, если матрицы \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{Q} и \mathbf{R} не зависят от времени, а поведение системы рассматривается в большом интервале времени. Тогда верхний предел интеграла (6.129) можно принять равным бесконечности, а $P_1 = 0$. В результате матричное дифференциальное уравнение (6.130) становится алгебраическим уравнением

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0. \quad (6.131)$$

После того, как вычислена матрица \mathbf{P} , оптимальное управление определяется уравнением

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}, \quad (6.132)$$

где $\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}$

Рассмотрим в качестве примера задачу об оптимальном управлении выходным звеном гидропривода с дроссельным регулированием. Предположим, что параметры привода позволяют пренебречь сжимаемостью рабочей среды. При этом условии уравнение (5.24) можно упростить и записать в виде

$$\frac{K_{Qp}m}{K_{Qx}S_{\Pi}} \frac{d^2 y_{шт}}{dt^2} + \frac{S_{\Pi}}{K_{Qx}} \frac{dy_{шт}}{dt} = x_3. \quad (6.133)$$

Воспользуемся следующими переменными состояниями:

$$y_{шт} = x_1; \quad \frac{dx_1}{dt} = x_2$$

и представим уравнение (6.133) системой двух уравнений

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2; \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\frac{S_{\Pi}^2}{mK_{Qp}}x_2 + \frac{K_{Qx}S_{\Pi}}{K_{Qp}m}x_3.\end{aligned}$$

Для этой системы

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix}, \text{ где } a = \frac{S_{\Pi}^2}{mK_{Qp}}.$$

Вследствие того, что система имеет одну входную величину $u = x_3$ и одну выходную величину $y_{\text{шт}} = y$, матрица \mathbf{B} редуцируется в вектор-столбец

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}, \text{ где } b = \frac{K_{Qx}S_{\Pi}}{K_{Qp}m},$$

а уравнение выхода имеет вид

$$y = (1 \ 0)\mathbf{x}.$$

Для данной системы уравнение (6.131) представим в виде

$$\begin{aligned}\mathbf{P} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -a \end{pmatrix} \mathbf{P} - \mathbf{P} \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix} \frac{1}{r} (0 \ b) \mathbf{P} + \\ + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (1 \ 0) = 0, \quad (6.134)\end{aligned}$$

где

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix};$$

r — весовой коэффициент, учитывающий энергетические затраты на управление.

Удовлетворяющие решению уравнения (6.134) элементы матрицы \mathbf{P} определяют соотношения:

$$\begin{aligned}p_{11} &= \frac{\sqrt{r}}{b} \sqrt{a^2 + \frac{2b}{\sqrt{r}}}; \\ p_{12} &= p_{21} = \frac{\sqrt{r}}{b};\end{aligned}$$

$$p_{22} = \frac{r}{b^2} \left(-a + \sqrt{a^2 + \frac{2b}{\sqrt{r}}} \right)$$

Согласно уравнению (6.132), для оптимального управления гидроприводом необходимо, чтобы

$$x_3 = -\mathbf{K}\mathbf{x},$$

где

$$\mathbf{K} = \frac{1}{r} (0 \ b) \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} = \left(\frac{1}{\sqrt{r}} \quad \frac{1}{b} \left[-a + \sqrt{a^2 + \frac{2b}{\sqrt{r}}} \right] \right).$$

Компонентами вектора \mathbf{x} здесь являются перемещение $y_{шт}$ и скорость $dy_{шт}/dt$ штока гидроцилиндра. Поэтому полученное значение \mathbf{K} показывает, что при принятых выше допущениях для осуществления оптимального управления гидроприводом следует применить кроме обратной связи по перемещению выходного звена еще обратную связь по его скорости.

При таких обратных связях замкнутый контур гидропривода описывается уравнением

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}_{\text{опт}}\mathbf{x},$$

где

$$\mathbf{A}_{\text{опт}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-b}{\sqrt{r}} & -\sqrt{a^2 + \frac{2b}{\sqrt{r}}} \end{pmatrix}$$

С учетом сжимаемости рабочей среды алгоритм оптимального управления гидроприводом может усложниться.

Рассмотренные в данном учебнике вопросы раскрывают основные особенности гидро- и пневмоприводов, вызванные взаимодействием их элементов с рабочими средами, которое влияет на эффективность использования энергии, устойчивость и точность выполняемых приводами операций. К тому же гидро- и пневмоприводы представляют собой системы, процессы в которых существенно зависят как от характеристик

отдельных устройств, так и от свойств, возникающих вследствие соединения устройств между собой. В связи с чем системный подход к задачам механики гидро- и пневмоприводов, описанный в учебнике, может быть полезен при их создании и использовании в различных машинах, аппаратах, станках и других технических объектах.

Вопросы для самопроверки

1. Как проверить устойчивость гидро- или пневмопривода при малых отклонениях переменных?
2. Какие основные факторы влияют на устойчивость гидро- и пневмоприводов?
3. Какие причины могут вызывать автоколебания управляющих устройств гидро- и пневмоприводов?
4. С какими целями корректируют характеристики гидро- и пневмоприводов?
5. Какие показатели характеризуют переходные процессы в гидро- и пневмоприводах?
6. В чем состоят задачи оптимального управления гидро- и пневмоприводами?

Список литературы

1. Газовая динамика. Механика жидкости и газа: Учебник для вузов / Под общей ред. А.И. Леонтьева. 2-е изд. перераб. и доп. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 1997.
2. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы: Учебник для вузов / Т.М. Башта, С.С. Руднев, Б.Б. Некрасов и др. 2-е изд. перераб. М.: Машиностроение, 1982.
3. Курс теоретической механики: Учебник / Под ред. К.С. Колесникова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.
4. *Волков И.К., Канатников А.Н.* Интегральные преобразования и операционное исчисление: Учебник для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. Вып. XI.
5. *Мартинсон Л.К., Малов Ю.И.* Дифференциальные уравнения математической физики: Учебник для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1996. Вып. XII.
6. *Ванько В.И., Ермошина О.В., Кувыркин Г.Н.* Вариационное исчисление и оптимальное управление: Учебник для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. Вып. XV
7. *Попов Д.Н.* Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем: Учебник для вузов. 2-е изд. перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1987.
8. *Феодосьев В.И.* Соппротивление материалов: Учебник. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999.

Предметный указатель

- Автоколебания 248, 267, 269
Аккумулятор 46
– гидравлический 49, 148
– пневматический 150
Амплитуда 68
Аппарат управления 7, 15, 31
- Бак 48
Быстродействие 253, 298
- Воздействие 63
– возмущающее 63
– гармоническое 169
– ступенчатое 176
Возмущение 249
Вектор переменных 154
Величины контролируемые 154
– наблюдаемые 154
Вход 167
Выход 167
Вязкость среды 56
– динамическая 56
– кинематическая 56
– объемная 56
- Генератор рабочей среды 45
Гидропривод 7
– с дроссельным регулированием 17
– с объемным регулированием 17
– с объемно-дроссельным регулированием 20
– следящий 16
- Двигатель исполнительный 7, 14, 20
Движение среды 86
– неустановившееся 79, 93, 156
– установившееся 91
Декада 177
Демпфирование 205
Динамика 247
Добротность 253
Дроссель 97, 101
- Емкость
– гидравлическая 48, 180
– конденсатора 185
- Жесткость
– динамическая 295
– статическая 296
– пружины 52
- Закон
– вязкого трения Ньютона 81
Запас
– по амплитуде 259
– по фазе 259
Запирание канала 104
Звено 169
– аperiодическое 180
– дифференцирующее 179
– интегрирующее 176
– колебательное 186
– пропорциональное 175
– простейшее 175
– форсирующее 191
– чистого запаздывания 175
- Импеданс 281
Индуктивность 193, 227
Источник энергоснабжения 45
- Клапан
– непрямого действия 237
– переливной 49, 133
– подпиточный 211
– предохранительный 18, 49
– прямого действия 234
Контур
– замкнутый 172, 254
– разомкнутый 254
– электрический 184, 191
Коэффициент
– гармонической линеаризации 276
– гидравлического сопротивления 91, 93, 98

- обратной связи 215, 217
- относительного демпфирования 186
- передачи 175, 217
- трения 68
- усиления 34, 176, 186
- Критерий
 - выбора ЭГУ 39
 - оптимальности регулятора 309
 - устойчивости 251
 - - Гурвица 251
 - - Найквиста 254
- Линеаризация
 - гармоническая 276
 - методом малых отклонений 250
- Линия
 - гидравлическая 210, 212
 - напорная 210
 - всасывающая 210
- Магистраль
 - напорная 8, 15
 - сливная 8, 15
- Масса
 - приведенная 66
 - тела 196
- Матрица 165, 309
- Метод Ляпунова 250
- Модель математическая 10, 152
 - линейная 161, 201
 - нелинейная 154, 195
 - с распределенными параметрами 155
- Модуль объемной упругости среды 52
 - газа 57
 - жидкости 58
 - - адиабатический 58, 59
 - - изотермический 58, 59
- Нагрузка 66, 67, 70
 - инерционная 66
 - позиционная 66
 - трения 66
- Напряжение в среде 78
 - нормальное 80
 - касательное 81
 - - нестационарное 92, 157
- Нули многочлена 255

- Облитерация 121
- Оператор 169
 - воздействия 167
 - собственный 167
- Особая точка 272
 - седло 274
 - узел 273
 - фокус 273
 - центр 273
- Отклонение переменной 164
- Ошибка
 - динамическая 298
 - установившаяся 301
- Переменная состояния 153
- Плоскость
 - комплексная 255
 - фазовая 272
- Плотность 55
 - газа 55
 - жидкости 55
- Пневмопривод 7, 16
- Подача насоса 47
- Постоянная времени 176, 180, 186
- Преобразование Лапласа 168
- Привод 7
 - гидромеханический 217
 - объемный 8, 14, 211
 - следящий 16, 252
 - электрогидравлический 16, 294, 305
 - электропневматический 228
- Проводимость удельная 199
- Пространство фазовое 247
- Процесс
 - апериодический 298
 - колебательный 298
 - монотонный 298
 - переходный 298
- Распределитель золотниковый 38
- Регулятор 20, 307
 - давления 51, 146
 - мощности 146
 - расхода 146
 - скорости выходного звена 42
- Регулирование
 - дроссельное 17

- объемное 18
- объемно-дрессельное 20

Связь

- обратная 16, 34
- - собственная 206

Сигнал

- входной 157
- выходной 167

Силы 65, 96

- гидродинамические 104
- гидростатические 96
- давления 105
- трения 120

Система 63

- замкнутая 254
- линейная 166
- нелинейная 248
- разомкнутая 254
- стационарная 165
- с распределенными параметрами 155, 279

Скорость

- звука в среде 61
- течения местная 88
- течения усредненная 88

Соединение звеньев 169

- параллельное 172
- последовательное 170
- с обратной связью 172

Сопло-заслонка 31

Состояние

- возмущенное 248
- невозмущенное 248

Схема структурная 166

Теплоемкость среды 62

Теплопроводность среды 62

Точка изображающая 247

Точность управления 19, 34, 299

Траектория фазовая 247

Трубка струйная 37, 38

Уравнение

- в форме Вышнеградского 302
- движения твердого тела 65
- Бернулли 91, 100
- векторно-матричное 166

- Навье-Стокса 82
- непрерывности 82
- притока тепла 83
- Сен-Венана и Ванцеля 101
- Жуковского 161
- Эйлера 83, 96
- энергии 83

Усилитель

- гидравлический 31, 42, 219
- пневматический 38, 219
- электрогидравлический 31
- электронный 16
- Устойчивость системы 248
- Устройство корректирующее 50, 287

Функция

- передаточная 168, 169
- переходная 181, 187

Характеристика

- амплитудно-фазовая частотная 169
- логарифмическая 170
- - амплитудная 170
- - фазовая 170
- перепадная 142
- расходно-перепадная 135
- расходная 141

Частота

- перехода фазы 260
- резонансная 190
- собственная 190
- среза 259
- угловая 161

Число

- Маха 102
- Рейнольдса 91

Элемент 65, 96

- гидро- или пневмопривода 65
- струйный 37
- - аналоговый 43
- - дискретный 45
- - вихревой 45

Якобиан 164

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Список основных обозначений и сокращений	7
Введение	9
ГЛАВА 1. Общие сведения о гидро- и пневмоприводах	14
1.1. Виды гидро- и пневмоприводов. Способы управления приводами	14
1.2. Двигатели гидро- и пневмоприводов	20
1.3. Аппараты управления	31
1.4. Источники энергопитания гидро- и пневмоприводов	45
1.5. Свойства рабочих сред .	55
Вопросы для самопроверки	62
ГЛАВА 2. Основы механики гидро- и пневмоприводов	63
2.1. Применение общих принципов механики в расчетах гидро- и пневмоприводов	63
2.2. Расчет нагрузок на выходные звенья гидро- и пневмоприводов	66
2.3. Оптимальное передаточное число механизма, соединяющего выходное звено гидро- или пневмопривода с управляемым объектом	70
2.4. Уравнения движения и неразрывности рабочих сред	74
2.5. Уравнение энергии и уравнение притока тепла для рабочих сред	83
2.6. Гидравлические модели течений рабочих сред .	86
Вопросы для самопроверки	94
ГЛАВА 3. Взаимодействие элементов гидро- и пневмоприводов с рабочими средами	96
3.1. Гидростатические силы	96
3.2. Течения в коротких каналах с дросселированием потоков рабочих сред	97
3.3. Гидродинамические силы и их расчет для сопла-заслонки и клапана	104
3.4. Гидродинамические силы, действующие на золотники	114
3.5. Силы трения при движении рабочих сред в зазорах элементов гидро- и пневмоприводов	120
3.6. Энергетические параметры гидро- и пневмоприводов .	129
3.7. Характеристики регулирующих устройств гидро- и пневмоприводов	135
3.8. Регулирование источников энергопитания	144
3.9. Аккумулирование рабочей среды под давлением	148
Вопросы для самопроверки	150

ГЛАВА 4. Методы математического моделирования управляемых систем	152
4.1. Общий вид математических моделей с сосредоточенными и распределенными параметрами	152
4.2. Линеаризация уравнений и структурные схемы математических моделей	163
4.3. Простейшие звенья структурных схем	175
4.4. Аperiodическое звено первого порядка .	180
4.5. Колебательное и аperiodическое звенья второго порядка	186
Вопросы для самопроверки	194
ГЛАВА 5. Математические модели и структурные схемы гидро- и пневмоприводов .	195
5.1. Нелинейная математическая модель силовой части гидропривода с дроссельным регулированием	195
5.2. Линейная математическая модель силовой части гидропривода с дроссельным регулированием	201
5.3. Линейная математическая модель силовой части пневмопривода	206
5.4. Математическая модель силовой части гидропривода с объемным регулированием	210
5.5. Математические модели и структурные схемы управляющих устройств гидроприводов .	217
5.6. Электропневматический усилитель	228
5.7. Математические модели источников энергопитания с регулирующими аппаратами	234
5.8. Источник энергопитания с автоматически регулируемым насосом	242
Вопросы для самопроверки	246
ГЛАВА 6. Динамика гидро- и пневмоприводов	247
6.1. Устойчивость гидро- и пневмоприводов при малых отклонениях фазовых координат и во всем фазовом пространстве .	247
6.2. Влияние основных нелинейностей на устойчивость гидро- и пневмоприводов	261
6.3. Автоколебания в управляющих устройствах гидро- и пневмоприводов	269
6.4. Корректирование характеристик гидро- и пневмоприводов	285
6.5. Переходные процессы в гидро- и пневмоприводах	296
Вопросы для самопроверки	313
Список литературы	314
Предметный указатель	315

Учебное издание

Дмитрий Николаевич Попов

**МЕХАНИКА
ГИДРО- И ПНЕВМОПРИВОДОВ**

Редактор *Г.А. Нилова*

Художник *С.С. Водчиц*

Корректор *Л.И. Малютина*

Компьютерная верстка *В.И. Товстоногов*

Оригинал-макет подготовлен в Издательстве
МГТУ им. Н.Э. Баумана

Изд. лиц. № 020523 от 25.04.97

Подписано в печать 26.06.2001. Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Гарнитура “Computer modern”

Усл. печ. л. 20. Уч.-изд. л. 19.95. Тираж 1000 экз.

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.

107005, Москва, 2-я Бауманская, 5.

Отпечатано с оригинал-макета в Московской типографии “Наука”

121099, Москва, Шубинский пер., 6.

Заказ № 1777

ISBN 5-7038-1777-3



9 785703 817773