

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Научно-технический журнал
№ 4/2016

Издается с 1999 года
Выходит четыре раза в год

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР
д.т.н., чл. кор. РАН Ю.Б. ЗУБАРЕВ

ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:
д.т.н., проф. В.В. ВИТЯЗЕВ,
д.т.н., проф. В.П. ДВОРКОВИЧ

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

д.т.н., проф. Ар.С. Аджемов, д.т.н., проф. Б.А. Алпатов,
д.т.н., проф. В.Г. Бартенов, д.т.н. Ю.И. Борисов,
д.т.н., проф. Ю.А. Брюханов, д.т.н., проф. В.В. Еремеев,
д.т.н. Г.В. Зайцев, Р.В. Зубарев, А.П. Кирпичников,
д.т.н., проф. М.И. Кривошеев, д.т.н., акад. РАН Н.А. Кузнецов,
В.Г. Мистюков, д.т.н., проф. С.Л. Мишенков,
д.т.н., проф. А.А. Петровский, д.т.н., проф. Ю.Н. Прохоров,
д.т.н., проф. В.Г. Санников, к.т.н., проф. В.С. Сперанский,
д.т.н., проф. Ю.С. Шинаков

Адрес редакции:
г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8
Научный центр МТУСИ
Тел.: 8 (495) 362-42-75
E-mail: rntores@mail.ru
vityazev.v.v@rsreu.ru
http://www.dspa.ru

Издатель:
Российское научно-техническое общество
радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова
Компьютерная верстка: И.А. Благодарова
Дизайн: М.В. Аверин

Подписной индекс по каталогу
ОАО «Роспечать» – **82185**

Подписано в печать 16.12.16 г.
Формат 60х90/8.

Гарнитура «Arial». Печать офсетная.
Бумага офсетная. Печ.л. 6,5. Тираж 700 экз.

Заказ № 8569. Отпечатано в
ООО НПЦ «Информационные технологии»
Рязань, ул. Островского, д. 21/1
тел.: (4912) 98-69-84

Издание зарегистрировано в Министерстве
Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств
массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1488
от 14.01.2000 г.

Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен
в Перечень ведущих рецензируемых научных изданий,
в которых по рекомендации Минобрнауки РФ, должны
быть опубликованы основные научные результаты дис-
сертаций на соискание ученой степени доктора
и кандидата наук.

УЧРЕДИТЕЛИ: ЗАО «Инструментальные системы» ГГУП «НИИ радио»

В НОМЕРЕ:

Якимов В.Н., Машков А.В.

Алгоритм вычисления оценки спектральной плотности
мощности на основе обработки знаковых сигналов
с использованием временных весовых функций..... 3

Паршин В.С.

Оценивание спектральной плотности мощности
импульсных случайных процессов
с помощью выборочных характеристических функций 9

Рафиков Р.А.

Способ построения ортогональных вейвлетов
с компактным носителем 14

Бакке А.В., Лукашин И.В.

Метод повышения точности временной
и частотной синхронизации при приеме OFDM сигналов
по многолучевым MIMO каналам связи..... 18

Овинников А.А.

Способ идентификации циклов
в графах Таннера LDPC кодов на основе пересечений
коротких замкнутых структур в протографах..... 26

**Волков И.Ю., Дряхлов А.А., Лихобабин Е.А.,
Мирохин Е.И., Терехов К.Г.**

Декодирование LDPC кодов с помощью методики стирания
для алгоритма UMP-APP 31

Бартенов В.Г.

Анализ эффективности обнаружителей
коррелированных сигналов
в шум для малых выборок наблюдений..... 35

Ратынский М.В., Кирьякмасов А.К.

Оценка разрядности вычислительного устройства,
требуемой для решения задач обработки
стохастических сигналов 40

**Львович И.Я., Львович Я.Е.,
Мозговой А.А., Чопоров О.Н.**

Снижение количества ошибок
распознавания сканированных рукописных текстов 43

Букварев Е.А., Кузин А.А., Рябков А.П.

Интерфейсы мультипроцессорных систем
на основе высокопроизводительных процессоров
цифровой обработки сигналов 48

Кумаков Ю.А.

Способ расчёта значения оцифрованного электрического
сигнала с синусоидальной помехой и искажениями
по амплитуде (клиппингом АЦП) 53

Кононов В.С.

Способ повышения точности преобразования
безконденсаторного АЦП
на основе складывающих усилителей 58

Подписной индекс по каталогу
ОАО «Роспечать» – **82185**

Digital Signal Processing

Science & Technical Magazine
Issue 4, 2016 year

Is published quarterly since 1999

THE EDITOR-IN-CHIEF:

Dr.Sci. (Tech.), Professor, Corresponding Member
of Russian Academy of Sciences U.N. Zubarev

DEPUTY EDITORS-IN-CHIEF:

Dr.Sci.(Tech.), Professor V.V. Vityazev, Dr.Sci.(Tech.),
Professor V.P. Dvorkovich

EDITORIAL BOARD:

Adzhemov A.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Alpatov B.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Bartenev V.G., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Borisov Y.I., Dr.Sci.(Tech.)
Bruchanov Y.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Eremeyev V.V., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Zaitsev G.V., Dr.Sci.(Tech.)
Zubarev R.V.,
Kirpichnikov A.P.,
Krivocheev M.I., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Kuznetsov N.A., Dr.Sci.(Tech.), Academician
Mistyukov V.G.,
Mishenkov S.L., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Petrovsky A.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Prokhorov Y.N., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Sannikov V.G., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Speranskii V.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Shinakov Y.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Editorial office address:

Aviamotornaya, 8, Moscow, Russia
Research Center of MTUCI
Phone: 8 (495) 362-42-75
E-mail: rntores@mail.ru,
vityazev.v.v@rsreu.ru
Web: http://www.dspsa.ru

Publisher:

Russian A.S. Popov Society for Radioengineering,
Electronics & Communications

Computer makeup:

I.A. Blagodarova

FOUNDERS: InSys

Radio Research and Development Institute

CONTENTS:

Yakimov V.N., Mashkov A.V.

Algorithm to compute estimate
of a power spectral density based
on sign signal processing using time-weighting functions3

Parshin V.S.

Pulse random processes spectral density estimation
using selected characteristic functions9

Rafikov R.

A method of constructing compactly supported
orthogonal wavelets14

Bakke A.V., Lukashin I.V.

Method for increasing the accuracy of timing
and frequency offset estimation
for OFDM systems in MIMO channels18

Ovinnikov A.A.

Images of cycles of cyclic liftings
in the base graph of protograph LDPC codes26

Volkov I.Y., Dryakhlov A.A., Likhobabin E.A., Mirohin E.I., Terekhov K.G.

UMP-APP decoding of LDPC Codes with self-correction modifie31

Bartenev V.G.

Analysis of correlated signals in noise detection performance
for small observation samples35

Ratynsky M.V., Kiryakmasov A.K.

Evaluation of processor word length required
for solving stochastic signals processing problems40

Lvovich I., Lvovich Ya., Mozhovoi A., Preobragenskiy A., Choporov O.

The decrease in the number of recognition errors
of scanned handwritten texts43

Bukvarev E.A., Kuzin A.A., Ryabkov A.P.

Interfaces of multiprocessor system based
on high-performance digital signal processors48

Kumakov U.A.

The method to calculate the true value
of digital electric signal under a sinusoidal interference
with distortion amplitude (ADC clipping)53

Kononov V.S.

Technique for increasing precision
of ADC without switched-capacitors using folding amplifiers58

Subscription index: 82185 ("Rospechat")
ISSN: 1684-2634 9 771684 263005

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ НА ОСНОВЕ ОБРАБОТКИ ЗНАКОВЫХ СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВРЕМЕННЫХ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ

Якимов В.Н., д.т.н., профессор Самарского государственного технического университета,
e-mail: yvnr@hotmail.com;

Машков А.В., старший преподаватель Самарского государственного технического университета,
e-mail: mavstu@list.ru.

ALGORITHM TO COMPUTE ESTIMATE OF A POWER SPECTRAL DENSITY BASED ON SIGN SIGNAL PROCESSING USING TIME-WEIGHTING FUNCTIONS

Yakimov V.N., Mashkov A.V.

Digital algorithm to compute estimates of a power spectral density random process based on sign signal processing. These signals are the result of the transformation of the investigated random process using the sign-function analog stochastic quantization. Using of a sign-analog stochastic quantization has given analytical integration operations calculation of Fourier cosine transformation of time-weighting functions in going from the continuous represent spectral estimates to implement it in digital form. Therefore multiplication is converted to procedures that require performing logical and simple arithmetic operations of addition and subtraction, which reduces the complexity of the digital estimation of power spectral density. Results of numerical experiment are given.

Key words: random process, power spectral density, time-weighting function, stochastic quantization, sign signal, time readout.

Ключевые слова: случайный процесс, спектральная плотность мощности, временная весовая функция, стохастическое квантование, знаковый сигнал, отсчет времени.

Введение

Прикладной статистический анализ непрерывных случайных процессов (СП) играет ключевую роль при решении практических задач во многих областях современной науки и техники. При этом целью такого анализа часто является вычисление оценки спектральной плотности мощности (СПМ), которая характеризует распределение мощности СП в пределах заданного частотного диапазона.

Согласно классическому подходу усредненную оценку СПМ вычисляют на конечном интервале времени наблюдения СП $X(t)$ длительностью T в следующем виде [1]:

$$\hat{S}_{XX}(f) = \frac{1}{T} |X(f, T)|^2. \quad (1)$$

В (1) функция $X(f, T)$ представляет собой результат прямого преобразования Фурье предварительно центрированной, т.е. имеющей нулевое математическое ожидание, текущей реализации $\overset{\circ}{x}(t)$ исследуемого СП $X(t)$:

$$X(f, T) = \int_0^T \overset{\circ}{x}(t) \exp(-j2\pi ft) dt.$$

Квадрат модуля $|X(f, T)|^2$ можно вычислить как произведение комплексно-сопряженных функций

Разработан цифровой алгоритм оценки спектральной плотности мощности на основе обработки знаковых сигналов, которые являются результатом знакового аналого-стохастического квантования исследуемого случайного процесса. Использование данного вида квантования обеспечило аналитическое вычисление косинус-преобразования Фурье временных весовых функций при переходе от непрерывной спектральной оценки к ее вычислению в цифровом виде. Вследствие этого операции умножения вырождаются в процедуры, которые требуют выполнения логических операций и арифметических операций суммирования и вычитания, что снижает трудоемкость цифрового оценивания спектральной плотности мощности. Приведены результаты численного эксперимента.

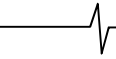
$X(f, T)$ и $X^*(f, T)$. Тогда:

$$\hat{S}_{XX}(f) = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^T \overset{\circ}{x}(t_1) \overset{\circ}{x}(t_2) \exp(-j2\pi f(t_1 - t_2)) dt_1 dt_2. \quad (2)$$

С учетом приведенного в [1, 2] доказательства существования взаимно однозначного соответствия между СПМ $S_{XX}(f)$ и корреляционной функцией (КФ) $R_{XX}(\tau)$ оценка (2) после перехода к переменным $\tau = t_1 - t_2$ и $t = t_2$ будет равна:

$$\begin{aligned} \hat{S}_{XX}(f) &= 2 \int_0^T \cos 2\pi f \tau \left[\frac{1}{T} \int_0^{T-\tau} \overset{\circ}{x}(t) \overset{\circ}{x}(t + \tau) dt \right] d\tau = \\ &= 2 \int_0^T \cos 2\pi f \tau \hat{R}_{XX}(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\hat{R}_{XX}(\tau)$ представляет собой оценку КФ следующего вида:



$$\hat{R}_{XX}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^{T-\tau} x(t) x(t+\tau) dt. \quad (4)$$

Соотношения (2)-(4) фактически определяют известную процедуру косвенного подхода к оцениванию СПМ, связанную с необходимостью предварительного оценивания КФ. В процессе вычисления такой оценки СПМ с целью уменьшения эффекта размытия спектральных компонент, как правило, дополнительно используют временные весовые функции – корреляционные окна $w(\tau)$:

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2 \int_0^T w(\tau) \hat{R}_{XX}(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau. \quad (5)$$

В настоящее время, в виду очевидных преимуществ, широкое распространение получил цифровой подход к оцениванию СПМ [3]. Это приводит к необходимости построения цифровых алгоритмов спектрального оценивания. В своем классическом варианте переход от непрерывной формы представления оценки (5) к ее дискретному аналогу предполагает замену операции интегрирования на операцию суммирования отсчетов подынтегрального выражения с заданным постоянным шагом дискретизации. Полученный таким образом цифровой алгоритм оценивания СПМ первоначально требует формирования последовательности цифровых отсчетов СП, по которым предварительно должна быть вычислена конечная последовательность дискретных значений оценки КФ. Только затем с учетом выполнения операции взвешивания с отсчетами дискретно-временной функции окна вычисляется оценка СПМ. В результате такая процедура спектрального оценивания приводит к необходимости выполнения существенного числа цифровых операций умножения. Вследствие этого может быть поставлена задача разработки цифрового алгоритма оценивания СПМ, который в ходе его выполнения приводил бы к экономии вычислительных затрат.

Предлагаемый подход

Достаточно эффективно решить поставленную задачу можно, если в качестве первичного преобразования исследуемого СП использовать знаковое аналого-стохастическое квантование. Основу такого квантования составляет процедура сравнения исследуемого СП с вспомогательным равномерно распределенным случайным сигналом, выступающим в роли порога квантования. Особенностью такого квантования является то, что оно позволяет осуществлять предельно грубое двухуровневое квантование без систематической погрешности независимо от статистических свойств СП [4-6].

В результате перехода к знаковому аналого-стохастическому квантованию и выполнения двух процедур такого квантования сформируем на интервале времени $0 \leq t \leq T$, в пределах которого осуществляется спектральный анализ, два знаковых сигнала:

$$z_1(t) = \begin{cases} -1, & \overset{o}{x(t) + \xi_1(t)} < 0; \\ +1, & \overset{o}{x(t) + \xi_1(t)} \geq 0. \end{cases} \quad \text{и}$$

$$z_2(t) = \begin{cases} -1, & \overset{o}{x(t) + \xi_2(t)} < 0; \\ +1, & \overset{o}{x(t) + \xi_2(t)} \geq 0. \end{cases}$$

где $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ – случайные вспомогательные сигналы, которые являются независимыми по отношению друг к другу и исследуемому СП $X(t)$.

Мгновенные значения сигналов $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ распределены равномерно внутри интервала от $-\xi_{\max}$ до $+\xi_{\max}$. При этом выполняется условие $|\overset{o}{x(t)}|_{\max} \leq \xi_{\max}$, где $|\overset{o}{x(t)}|_{\max}$ – максимальное по абсолютной величине значение, которое может принять в ходе проведения спектрального анализа наблюдаемая реализация $\overset{o}{x(t)}$ СП $X(t)$.

В качестве оценки КФ будем использовать оценку следующего вида [7-9]:

$$\hat{R}_{XX}(\tau) = \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^{T-\tau} z_1(t) z_2(t+\tau) dt. \quad (6)$$

Оценку СПМ (5) запишем следующим образом:

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2 \int_0^T g(\tau, f) \hat{R}_{XX}(\tau) d\tau, \quad (7)$$

где

$$g(\tau, f) = w(\tau) \cos 2\pi f \tau. \quad (8)$$

Подставим оценку $\hat{R}_{XX}(\tau)$ (6) в выражение для $\hat{S}_{XX}(f)$ (7). Тогда будем иметь:

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2 \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^T g(\tau, f) \int_0^{T-\tau} z_1(t) z_2(t+\tau) dt d\tau. \quad (9)$$

В (9) изменим порядок интегрирования по переменным t и τ :

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2 \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^T z_1(t) \int_0^{T-t} g(\tau, f) z_2(t+\tau) d\tau dt. \quad (10)$$

Дальнейшая задача оценивания СПМ сводится к практической реализации операций интегрирования. Отметим, что выполнение этих операций во многом будет определять вычислительную эффективность цифрового алгоритма оценивания СПМ [10-12].

Результат знакового аналого-стохастического квантования можно рассматривать как непрерывную во времени функцию, ограниченную по уровню двумя ее возможными значениями «-1» и «+1», которые последовательно сменяют друг друга. Поэтому динамику изменения знаковых сигналов $z_1(t)$ и $z_2(t)$ на интервале времени их формирования $0 \leq t \leq T$ можно однозначно описать с помощью значений $z_1(t_0)$ и $z_2(t_0)$, соответствующих начальному моменту времени квантования $t_0 = 0$, и множеств отсчетов моментов времени $\{t_i^{z_1}\}$ и $\{t_j^{z_2}\}$, в которые каждый из них меняет свое значение на противоположное, где $1 \leq i \leq I$ и $1 \leq j \leq J$. При этом $t_0^{z_1} = t_0^{z_2} = t_0 = 0$, $t_I^{z_1} = t_J^{z_2} = T$ [6].

Принимая во внимание, что знаковый сигнал $z_1(t)$ остается постоянным в пределах интервалов времени $t_i^{z_1} \leq t \leq t_{i+1}^{z_1}$ и при этом принимает значения только «-1» или «+1», внешний интеграл по переменной t в (10) можно представить в виде суммы интегралов:

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2\xi_{\max}^2 T^{-1} z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \int_{t_i^{z_1}}^{t_{i+1}^{z_1}} \int_t^T z_2(\tau) g(\tau - t, f) d\tau dt. \quad (11)$$

Вновь изменим порядок интегрирования по переменным τ и t . В этом случае (11) примет вид:

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2\xi_{\max}^2 T^{-1} z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \left(\int_{t_i^{z_1}}^{t_{i+1}^{z_1}} z_2(\tau) \int_{t_i^{z_1}}^{\tau} g(\tau - t, f) dt d\tau + \int_{t_{i+1}^{z_1}}^T z_2(\tau) \int_{t_i^{z_1}}^{\tau} g(\tau - t, f) dt d\tau \right). \quad (12)$$

Пусть существует такая непрерывная функция $Q(t, f)$, для которой в пределах интервала изменения ее вещественной переменной t от нуля до T выполняется условие дифференцируемости (т.е. она имеет производную в любой точке этого интервала по переменной t), и при этом выполняется равенство:

$$dQ(t, f) = g(t, f) dt.$$

В этом случае интегралы по переменной t в (12) могут быть вычислены аналитически. После их вычисления будем иметь:

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2\xi_{\max}^2 T^{-1} z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \lambda_i \times \int_{t_i^{z_1}}^T z_2(\tau) Q(\tau - t_i^{z_1}, f) d\tau - 2Q(0, f) \hat{R}_{XX}(0), \quad (13)$$

где

$$\lambda_i = \begin{cases} 1, & i = 0 \text{ и } i = I; \\ 2, & 1 \leq i \leq I-1. \end{cases}$$

В (13) $\hat{R}_{XX}(0)$ – оценка КФ для $\tau = 0$, которая определяется следующим образом [7]:

$$\hat{R}_{XX}(0) = \xi_{\max}^2 T^{-1} z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \int_{t_i^{z_1}}^{t_{i+1}^{z_1}} z_2(\tau) d\tau = \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^T z_1(\tau) z_2(\tau) d\tau \quad (14)$$

Введем обозначение:

$$W_i(t_i^{z_1}, f) = \int_{t_i^{z_1}}^T z_2(\tau) Q(\tau - t_i^{z_1}, f) d\tau. \quad (15)$$

Тогда (13) можно записать в более компактном виде:

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2\xi_{\max}^2 T^{-1} z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \lambda_i W_i(t_i^{z_1}, f) - 2Q(0, f) \hat{R}_{XX}(0). \quad (16)$$

$$2\xi_{\max}^2 T^{-1} z_1(t_0) \sum_{i=0}^I (-1)^i \lambda_i W_i(t_i^{z_1}, f) - 2Q(0, f) \hat{R}_{XX}(0).$$

Фактически разработка алгоритма оценивания СПМ свелась к разработке алгоритма вычисления величин $W_i(t_i^{z_1}, f)$ в пределах интервалов времени $t_i^{z_1} \leq t \leq T$.

Пусть для знакового сигнала $z_2(t)$ границам такого интервала соответствуют моменты времени $t_{m(i)}^{z_2} = t_i^{z_1}$ и

$t_{m(i)+r(i)+1}^{z_2} = T$, где $m(i)$ и $r(i)$ являются целыми числами и обозначены именно так, чтобы показать их зависимость от номера текущего интервала.

В соответствии с этими обозначениями будем иметь множество отсчетов времени $\{t_{m(i)+1}^{z_2}, t_{m(i)+2}^{z_2}, \dots, t_{m(i)+r(i)}^{z_2}\} \in \{t_j^{z_2}\}$, которые определяют те моменты времени, в которые знаковый сигнал $z_2(t)$ в пределах интервала времени $t_i^{z_1} \leq t \leq T$ последовательно пересекает нулевой уровень. С учетом этого множества, а также вследствие того, что знаковый сигнал $z_2(t)$ принимает значения равные только «-1» или «+1», интеграл в (15) представим в виде суммы интегралов:

$$W_i(t_i^{z_1}, f) = z_2(t_i^{z_1}) \sum_{j=m(i)}^{m(i)+r(i)} (-1)^{j-m(i)} \int_{t_j^{z_2}-t_i^{z_1}}^{t_{j+1}^{z_2}-t_i^{z_1}} Q(\tau, f) d\tau. \quad (17)$$

Пусть существует такая функция $G(\tau, f)$, для которой в пределах интервала времени $0 \leq t \leq T$ выполняется условие дифференцируемости, и при этом справедливо равенство:

$$dG(\tau, f) = Q(\tau, f) d\tau.$$

Тогда интегралы в (17) могут быть вычислены аналитически. Вследствие этого будем иметь:

$$W_i(t_i^{z_1}, f) = z_2(t_i^{z_1}) \sum_{j=m(i)}^{m(i)+r(i)+1} (-1)^{j-m(i)+1} \gamma_j G(t_{ji}, f), \quad (18)$$

где

$$t_{ji} = t_j^{z_2} - t_i^{z_1},$$

$$\gamma_j = \begin{cases} 1, & j = m(i) \text{ и } j = m(i) + r(i) + 1 = J; \\ 2, & m(i) + 1 \leq j \leq m(i) + r(i). \end{cases}$$

С учетом (18) получаем:

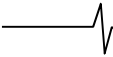
$$\hat{S}_{XX}(f) = 2\xi_{\max}^2 T^{-1} z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \lambda_i z_2(t_i^{z_1}) \times \sum_{j=m(i)}^J (-1)^{j-m(i)+1} \gamma_j G(t_{ji}, f) - 2Q(0, f) \hat{R}_{XX}(0). \quad (19)$$

Для того чтобы иметь возможность использовать соотношение (19) на практике, перейдем к числовому представлению дискретных отсчетов времени $\{t_i^{z_1}\}$ и $\{t_j^{z_2}\}$.

Это можно сделать, используя классический подход к цифровому представлению интервалов времени с заданной точностью. Согласно этому подходу будем иметь:

$$t_i^{z_1} = \eta_i^{z_1} \Delta t \text{ и } t_j^{z_2} = \eta_j^{z_2} \Delta t,$$

где Δt – период следования счетных импульсов.



Значение Δt выбирается исходя из априорных сведений о динамических и частотных характеристиках исследуемого СП. В частности должно выполняться условие $\Delta t < k f_{\max}^{-1}$, где $f_{\max}^{-1}$ – верхняя граничная частота в спектре СП и $k \geq 2$.

В результате получаем два множества целых чисел $\{\eta_i^{\bar{z}_1}\}$ и $\{\eta_j^{\bar{z}_2}\}$, где $1 \leq i \leq I-1$ и $1 \leq j \leq J-1$. При этом $\eta_0 = \eta_0^{\bar{z}_1} = \eta_0^{\bar{z}_2} = 0$. Продолжительность времени анализа определяется, как $T = N\Delta t$. Поэтому $\eta_I^{\bar{z}_1} = \eta_J^{\bar{z}_2} = N$.

Оценку $\hat{S}_{XX}(f)$ будем вычислять на частотах $f_n = n\Delta f$, где $\Delta f = T^{-1}$ – предельное разрешение по частоте. Тогда с учетом того, что $t_{ji} = (\eta_j^{\bar{z}_2} - \eta_i^{\bar{z}_1})\Delta t = \eta_{ji}\Delta t$, (19) примет вид:

$$\hat{S}_{XX}(f_n) = 2\xi_{\max}^2 \Delta f z_1(\eta_0) \sum_{i=0}^I (-1)^i \lambda_i z_2(\eta_i^{\bar{z}_1}) \times \times \sum_{j=m(i)}^J (-1)^{j-m(i)+1} \gamma_j G(\eta_{ji}, f_n) - 2Q(0, f_n) \hat{R}_{XX}(0). \quad (20)$$

Соотношение (20) представляет собой цифровой алгоритм для вычисления оценок СПМ на дискретных частотах $f_n = n\Delta f$. Согласно этому алгоритму необходимо иметь оценку КФ $\hat{R}_{XX}(0)$, которая по существу представляет собой оценку дисперсии исследуемого СП. Эту оценку можно достаточно просто вычислить по отсчетам $\{\eta_i^{\bar{z}_1}\}$ и $\{\eta_j^{\bar{z}_2}\}$ с использованием цифрового алгоритма, разработанного в [7].

Для примера рассмотрим некоторые из наиболее известных оконных функций $w(\tau)$, которые используются при оценивании СПМ [13,14]. Для каждого из них приведем функции $Q(\tau, f)$ и $G(\tau, f)$, а также значение $Q(0, f_n)$ и соотношение для вычисления $G(\eta_{ji}, f_n)$.

1) Естественное окно:

$$w(\tau) = \begin{cases} 1, & |\tau| \leq T; \\ 0, & |\tau| > T. \end{cases}$$

$$Q(\tau, f) = \frac{\sin 2\pi f \tau}{2\pi f} \text{ и } Q(0, f_n) = 0.$$

$$G(\tau, f) = -\frac{\cos 2\pi f \tau}{(2\pi f)^2} \text{ и}$$

$$G(\eta_{ji}, f_n) = -\Delta t^2 \left(\frac{N}{2\pi n} \right)^2 \cos \frac{2\pi n}{N} \eta_{ji}.$$

2) Окно Бартлетта (треугольное окно):

$$w(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{T}, & |\tau| \leq T; \\ 0, & |\tau| > T. \end{cases}$$

$$Q(\tau, f) = \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) \frac{\sin 2\pi f \tau}{2\pi f} - \frac{1}{T} \frac{\cos 2\pi f \tau}{(2\pi f)^2} \text{ и}$$

$$Q(0, f_n) = -\frac{N\Delta t}{(2\pi n)^2}.$$

$$G(\tau, f) = -\left(1 - \frac{\tau}{T}\right) \frac{\cos 2\pi f \tau}{(2\pi f)^2} - \frac{2}{T} \frac{\sin 2\pi f \tau}{(2\pi f)^3}.$$

$$G(\eta_{ji}, f_n) = -\Delta t^2 \left(\frac{N}{2\pi n} \right)^2 \left(\left(1 - \frac{\eta_{ji}}{N}\right) \cos \frac{2\pi n}{N} \eta_{ji} - \frac{1}{\pi n} \sin \frac{2\pi n}{N} \eta_{ji} \right).$$

3) Косинусное окно:

$$w(\tau) = \begin{cases} \cos \frac{\pi \tau}{2T}, & |\tau| \leq T; \\ 0, & |\tau| > T. \end{cases}$$

$$Q(\tau, f) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sin \frac{\pi}{2} (4f - \Delta f) \tau}{(4f - \Delta f)} + \frac{\sin \frac{\pi}{2} (4f + \Delta f) \tau}{(4f + \Delta f)} \right) \text{ и}$$

$$Q(0, f_n) = 0.$$

$$G(\tau, f) = -\frac{2}{\pi^2} \left(\frac{\cos \frac{\pi}{2} (4f - \Delta f) \tau}{(4f - \Delta f)^2} + \frac{\cos \frac{\pi}{2} (4f + \Delta f) \tau}{(4f + \Delta f)^2} \right).$$

$$G(\eta_{ji}, f_n) = -2\Delta t^2 \left(\frac{N}{\pi} \right)^2 \left(\frac{\cos \frac{\pi}{2N} (4n-1) \eta_{ji}}{(4n-1)^2} + \frac{\cos \frac{\pi}{2N} (4n+1) \eta_{ji}}{(4n+1)^2} \right).$$

4) Окна Хана, Хэмминга, Блэкмана и Наттолла. Они представляют собой частные случаи временной функции (значения параметров см. табл. 1):

$$w(\tau) = \begin{cases} a_0 + \sum_{k=1}^K a_k \cos \frac{k\pi \tau}{T}, & |\tau| \leq T; \\ 0, & |\tau| > T. \end{cases}$$

$$Q(\tau, f) = a_0 \frac{\sin 2\pi f \tau}{2\pi f} + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^K a_k \left(\frac{\sin \pi (2f - k\Delta f) \tau}{(2f - k\Delta f)} + \frac{\sin \pi (2f + k\Delta f) \tau}{(2f + k\Delta f)} \right) \text{ и}$$

$$Q(0, f_n) = 0.$$

$$G(\tau, f) = -a_0 \frac{\cos 2\pi f \tau}{(2\pi f)^2} - \frac{1}{2\pi^2} \sum_{k=1}^K a_k \left(\frac{\cos \pi (2f - k\Delta f) \tau}{(2f - k\Delta f)^2} + \frac{\cos \pi (2f + k\Delta f) \tau}{(2f + k\Delta f)^2} \right).$$

$$G(\eta_{ji}, f_n) = -\frac{\Delta t^2}{2} \left(\frac{N}{\pi} \right)^2 \left(a_0 \frac{\cos \frac{2\pi n}{N} \eta_{ji}}{2n^2} + \sum_{k=1}^K a_k \left(\frac{\cos \frac{\pi}{N} (2n-k) \eta_{ji}}{(2n-k)^2} + \frac{\cos \frac{\pi}{N} (2n+k) \eta_{ji}}{(2n+k)^2} \right) \right).$$

Отметим, что для естественного окна, косинусного окна, а также окон Хана, Хэмминга, Блэкмана и Наттолла $Q(0, f_n) = 0$. Следовательно, $2Q(0, f_n) \hat{R}_{XX}(0) = 0$, что приводит к упрощению алгоритма (20).

Таблица 1. Параметры окон Хана, Хэмминга, Блэкмана и Наттолла

Название окна	K	a_0	a_1	a_2	a_3
Хана	1	0,5	0,5	—	—
Хэммига	1	0,54	0,46	—	—
Блэкмана	2	0,42	0,5	0,08	—
Наттолла	3	0,3635819	0,4891775	0,1365995	0,0106411

Эксперимент

Экспериментальные исследования по оценке СПМ проводились с помощью специально разработанного программного обеспечения, реализующего процедуры по обработке измерительной информации согласно алгоритму (20). Для имитации процедуры знакового аналого-стохастического квантования был дополнительно разработан программный модуль. В качестве модели центрированной реализации СП использовалась сумма независимых в статистическом смысле гармонических составляющих в аддитивном шуме $e(t)$:

$$x(t) = \sum_{k=1}^K A_k^H \cos(2\pi f_k^H t + \varphi_k) + e(t),$$

где f_k^H – нормированные частоты, A_k^H – нормированные амплитуды, φ_k – начальные фазы.

Нормированные частоты f_k^H задавались в пределах от нуля до 0,5. Они интерпретировались как отношение $f_k^H = f_k / 2F_{\max}$, где частота $F_{\max}$ рассматривалась как верхняя граничная частота диапазона оценивания СПМ. Использование понятия нормированных частот обеспечило постоянство частотного диапазона представления результатов оценивания СПМ для моделей СП, имеющих в априори различные частотные диапазоны. Амплитуды A_k^H также интерпретировались как нормированные и задавались в пределах от нуля до единицы. Начальные фазы φ_k задавались из интервала $-\pi \leq \varphi_k \leq \pi$ с помощью генератора равномерно распределенных величин. Аддитивный шум $e(t)$ представлял собой белый шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_e^2 .

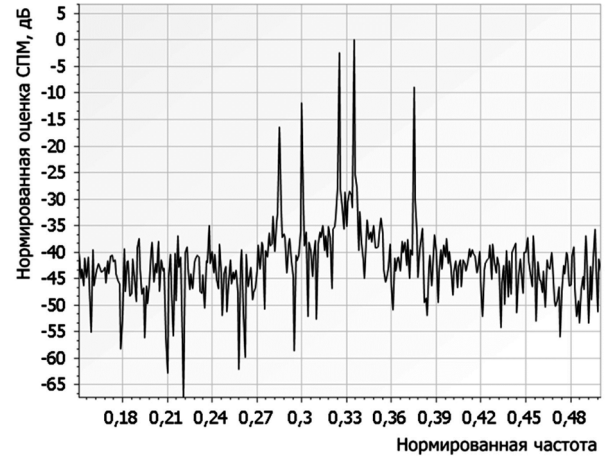
В частности, модель $x(t)$ содержала пять гармонических составляющих, значения параметров которых приведены в табл. 2. Дисперсия шума $e(t)$ была равной $\sigma_e^2 = 0,25$.

Таблица 2. Параметры модели реализации $x(t)$

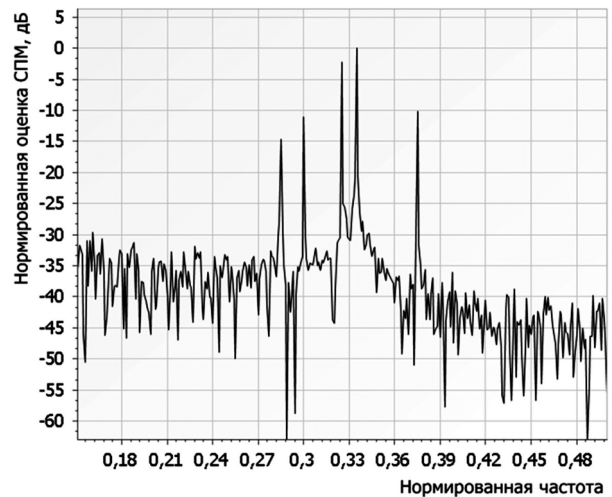
Номер гармонической составляющей, k	A_k^H	f_k^H	$A_k^2 / A_{\max}^2$, дБ
1	0,15	0,285	-16,478
2	0,25	0,3	-12,042
3	0,75	0,325	-2,499
4	1,0	0,335	0
5	0,35	0,375	-9,119

Для примера ниже на рис. 1 представлены нормированные оценки СПМ, полученные для естественного окна, а также окон Хана, Хэмминга, Блэкмана.

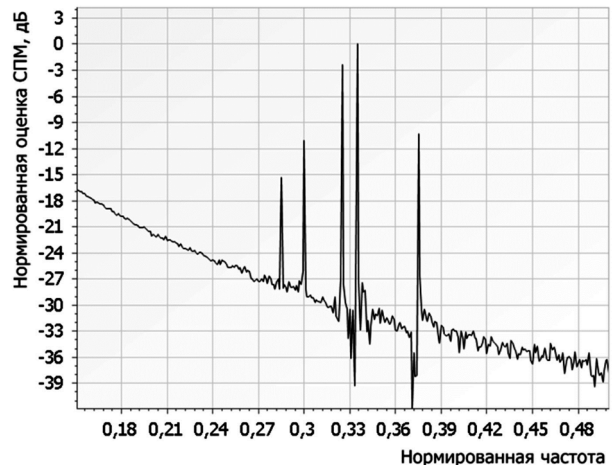
Хорошо видно, что на всех графиках имеется устойчивая идентификация всех пяти гармонических составляющих. При этом их положение в спектре соответствует исходным значениям. Ложных спектральных линий не наблюдается, также не наблюдается их расщепление. Каждая спектральная линия четко различима, и сильные гармонические составляющие не маскируют слабые.



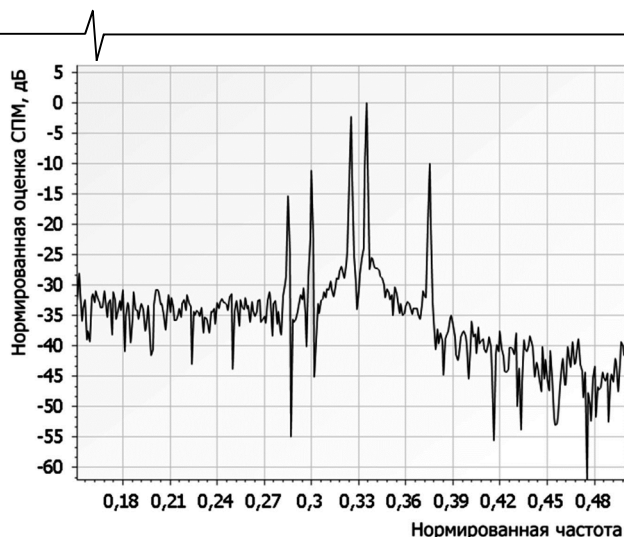
а) естественное окно



б) окно Ханна



в) окно Хэмминга



г) окно Блэкмана

Рис. 1. Нормированные оценки СПМ

Заключение

Подводя общий итог, отметим, что благодаря использованию знакового аналого-стохастического квантования операции интегрирования в ходе разработки цифрового алгоритма оценивания СПМ вычислены аналитически. Данное обстоятельство исключает методическую погрешность, вызванную выполнением этих операций в цифровом виде. При практической реализации разработанного алгоритма нет необходимости формировать и осуществлять обработку многоуровневых отсчетов исследуемого СП с выполнением операций умножения характерных для классического цифрового оценивания СПМ. В результате аналитического вычисления операций интегрирования операции умножения фактически вырождаются в процедуры, которые в своей основе требуют выполнения логических операций и простых арифметических операций суммирования и вычитания значений функции $G(\eta_{ji}, f_n)$ для целочисленных отсчетов времени $\{\eta_i^{z_1}\}$ и $\{\eta_j^{z_2}\}$, что значительно снижает трудоемкость оценивания СПМ.

Литература

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных процессов. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
2. Денисенко А.Н. Сигналы. Теоретическая радиотех-

ника. Справочное пособие. – М.: Горячая линия-Телеком, 2005 – 704 с.

3. Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с.

4. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. – Т.1. – М.: Мир. 1983 – 312 с.

5. Мирский Г.Я. Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. – М.: Энергоиздат, 1982. – 320 с.

6. Якимов В.Н. Обобщенная математическая модель двухуровневого знакового преобразования // Техника машиностроения. – 2000. – № 4. – С. 72–74.

7. Якимов В.Н. Цифровой корреляционный анализ на основе интервального представления результата знакового преобразования случайных процессов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2001. – № 11. – С. 61–66.

8. Якимов В.Н. Структурное проектирование цифровых коррелометров для оперативного корреляционного анализа на основе знакового аналого-стохастического квантования // Измерительная техника. – 2007. – №4. – С. 6-11.

9. Yakimov V.N. The structural design of digital correlometers for operational correlation analysis based on sign-function analog-stochastic quantization // Measurement Techniques. – Publisher: Springer New York. 2007. Vol. 50, No. 4. Pp. 356-363.

10. Якимов В.Н. Цифровой спектральный анализ на основе знакового двухуровневого преобразования непрерывных случайных процессов и асимптотически несмещенной оценки корреляционной функции // Измерительная техника. – 2005. – № 12. – С. 18-23.

11. Yakimov V.N. Digital spectral analysis based on sign two-level transformation of continuous random processes and asymptotically unbiased estimation of the correlation function // Measurement Techniques. – Publisher: Springer New York. 2005. Vol. 48, No 12. Pp. 1171-1178.

12. Yakimov V.N. Digital spectral analysis based on signed two-level quantization of continuous random processes // In Proceedings of the 13th International Metrology Congress (On CD-ROM); 18-21 June 2007, Lille (France).

13. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Оконные функции для гармонического анализа сигналов. – М.: Техносфера, – 2014. – 112 с.

14. Prabhu K. M. M. Window Functions and Their Applications in Signal Processing. – CRC Press, Taylor & Francis Group, 2014. – XXII, 382 p.

Уважаемые коллеги!

Для тех, кто не успел оформить подписку на первое полугодие 2017 года через ОАО «Роспечать», сохраняется возможность приобретения журналов непосредственно в редакции по адресу: г. Москва, ул. Авиамоторная, дом 8, Научный Центр МТУСИ, ком. 612. Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, метро «Авиамоторная», или оформить Заказ в соответствии с требованиями, выставленными на сайте журнала: www.dspra.ru.

Справки по телефонам:

(8-495) 362-42-75; (+7 903) 221-79-79 (Алексеева Любовь Ильинична).

E-mail: rntores@mail.ru

ОЦЕНИВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ ИМПУЛЬСНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ ВЫБОРОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Паршин В.С., д.т.н., профессор Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: vsparshin@gmail.com.

PULSE RANDOM PROCESSES SPECTRAL DENSITY ESTIMATION USING SELECTED CHARACTERISTIC FUNCTIONS

Parshin V.S.

Spectral density of pulse random processes is offered to be estimated by estimating the module square of parameter characteristic functions which characterize temporary position of pulses. Statistical analysis to estimate characteristic function module square is made, the results of modeling are given.

Key words: spectral analysis, pulse random process, characteristic function, statistic characteristics.

Ключевые слова: спектральный анализ, импульсный случайный процесс, характеристическая функция, статистические характеристики.

Введение

Многие задачи, возникающие при обработке сигналов в радиолокационных, радионавигационных, связных системах сводятся к анализу импульсных случайных процессов (ИСП). Такие сигналы могут выступать как в роли носителя полезной информации, так и быть помехой. Учитывая, что обработка сигналов зачастую производится в спектральной области, актуальной является оценивание спектральных плотностей мощности ИСП, причем на практике зачастую приходится оценивать спектральную плотность мощности (СПМ) по одной реализации процесса.

Произвольный ИСП представим в виде

$$F(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n f(t - t_n), \quad (1)$$

где A_n и t_n – амплитуда и время появления n -го импульса; $f(t)$ – функция, описывающая форму импульсов.

СПМ многих типов ИСП вида (1) приведены в работах [1...5]. Получены соотношения для СПМ ИСП одинаковой амплитуды и формы, возникающие в случайные моменты времени относительно тактовых интервалов, то есть

$$t_n = nT_0 + v_n, \quad (2)$$

где T_0 – детерминированный тактовый интервал; v_n – отклонение от n -го тактового интервала n -го импульса. Также получены соотношения для СПМ ИСП, состоящих из импульсов случайной длительности, возникающих на детерминированных тактовых интервалах, для аperiodических импульсных последовательностей, для групп случайных импульсов. Для таких импульсных случайных последовательностей, возникающих в случайные моменты времени, общим является зависимость формы

Предложено оценивать спектральную плотность импульсных случайных процессов, оценивая квадрат модуля характеристической функции параметров, характеризующих временное положение импульсов. Проведен статистический анализ оценки квадрата модуля характеристической функции, приведены результаты моделирования.

СПМ от характеристической функции (ХФ) момента времени появления импульсов. В качестве примера приведем СПМ двух типов ИСП.

1. СПМ импульсной последовательности, состоящей из независимых импульсов с одинаковыми амплитудами A и постоянной длительностью, возникающих в случайные моменты времени относительно тактовых интервалов T_0 [1]

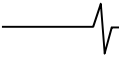
$$G(\omega) = \frac{2A^2}{T_0} |g(j\omega)|^2 \times \left\{ 1 - |\theta_{1v}(j\omega)|^2 + \frac{2\pi}{T_0} |\theta_{1v}(\omega)|^2 \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi r}{T_0}\right) \right\}, \quad (3)$$

где $\theta_{1v}(j\omega)$ – ХФ флюктуаций импульсов по положению; $g(j\omega)$ – преобразование Фурье функции $f(t)$ единичной амплитуды; $\delta(z)$ – дельта-функция.

Особенностью СПМ (3) является наличие, кроме непрерывной части, дискретных спектральных составляющих, которые возникают на частотах, кратных $2\pi/T_0$. Причина их появления – равенство тактовых интервалов.

2. СПМ последовательности, состоящей из независимых импульсов со случайной амплитудой и постоянной длительностью τ_0 , возникающих в случайные моменты времени, можно представить в виде [1]:

$$G(\omega) = \frac{2A^2}{T} |g(j\omega)|^2 \times \left[\frac{\sigma_a^2}{A^2} + \frac{1 - |\theta_{1\mu}(j\omega)|^2}{1 - 2 \operatorname{Re} \theta_{1\mu}(j\omega) + |\theta_{1\mu}(j\omega)|^2} + \frac{1}{T} \delta(\omega) \right], \quad (4)$$



где A, σ_a^2 – среднее значение и дисперсия амплитуд импульсов; $\theta_{1\mu}(j\omega) = \theta_{1\tau}(j\omega) \exp(j\omega\tau_0)$; $\theta_{1\tau}(j\omega)$ – ХФ случайной величины, определяющей значения пауз между импульсами; T – среднее значение пауз между импульсами.

Известно [2, 4], что оценки СПМ импульсных последовательностей, получаемых с помощью быстрого или дискретного преобразования Фурье по одной реализации процесса, являются несостоятельными (здесь и далее термин состоятельность понимается в среднеквадратичном смысле). Традиционный путь получения состоятельных оценок – усреднение выборочных СПМ, полученных по ансамблю реализаций ИСП. Такой путь получения состоятельных оценок на практике не всегда возможен. Сглаживание [6] выборочных СПМ с помощью спектральных окон также не позволяет полностью решить проблему получения состоятельных оценок, поскольку для ИСП с детерминированным тактовым интервалом характерно наличие в спектре дискретных спектральных составляющих, обусловленных периодичностью импульсного процесса. Попадание таких спектральных составляющих в полосу спектрального окна приводит к увеличению смещения оценки.

Из (3, 4) следует, что для определения оценки СПМ необходимо оценить те параметры ИСП, от которых зависит СПМ, а затем вычислить спектр в соответствии с выражениями (3, 4).

Полагая, что отдельные импульсы ИСП обнаруживаются с вероятностью единица, можно утверждать, что оценка таких параметров, как T_0 , T , A , σ_a^2 сложности не представляет. Отметим, что оценки этих параметров состоятельны [1, 3]. Статистические характеристики оценок СПМ в значительной мере будут зависеть от поведения оценок ХФ. Более того, СПМ импульсных последовательностей с точностью до постоянного множителя (или постоянного слагаемого) будет определяться ХФ. Поэтому возникает задача определения статистических характеристик оценок ХФ параметров ИСП. При состоятельной оценке ХФ будут состоятельными и оценки СПМ ИСП.

Статистические характеристики оценки квадрата модуля характеристической функции

Будем считать, что имеется k -тая реализация импульсной последовательности, состоящей из N импульсов. Заданы априорные сведения о модели ИСП во временной области.

Для ИСП, СПМ которого имеет вид (3), определены время T_0 и время отклонения импульсов $v_1^{(k)}, v_2^{(k)}, \dots, v_N^{(k)}$ от начала тактового интервала T_0 . Для ИСП, СПМ которого имеет вид (4), произведена оценка таких параметров, как средняя амплитуда импульсов A , дисперсия амплитуды импульсов σ^2 , среднее значение пауз T и длительность импульсов. Измерены длительности пауз между импульсами $v_1^{(k)}, v_2^{(k)}, \dots, v_{N-1}^{(k)}$.

Будем полагать, что последовательности $v_n^{(k)}$,

$n = \overline{1, N}$ (для последовательности пауз $n = \overline{1, N-1}$) являются k -ми реализациями дельта-коррелированных эргодических случайных процессов с дискретным временем.

Поскольку, согласно определению, ХФ [1] случайной величины v равна

$$\theta(j\omega) = M\{\exp(j\omega v)\}, \quad (5)$$

где M – символ математического ожидания.

В качестве оценки ХФ $\theta(j\omega)$ примем соотношение

$$\hat{\theta}_v(j\omega) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp(j\omega v_n^{(k)}), \quad (6)$$

а в качестве оценки квадрата модуля ХФ соотношение

$$|\hat{\theta}(j\omega)|^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{l=1}^N \sum_{n=1}^N \exp(j\omega v_l^{(k)}) \exp(-j\omega v_n^{(k)}), \quad (7)$$

где N – число импульсов в реализации ИСП.

Представим двойную сумму в квадрате модуля оценки (7) в виде $|\hat{\theta}(j\omega)|^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{l=1}^N \exp(j\omega v_l^{(k)}) + \frac{1}{N^2} \times \sum_{l=1}^N \sum_{l \neq n}^N \exp(j\omega v_l^{(k)}) \exp(-j\omega v_l^{(k)})$ и определим математическое ожидание каждой суммы. В результате получим, что

$$M\{|\hat{\theta}(j\omega)|^2\} = \frac{1}{N} + \frac{N-1}{N} |\theta(j\omega)|^2, \quad (8)$$

Из (8) следует, что оценка $|\hat{\theta}(j\omega)|^2$ является асимптотически несмещенной, поскольку ее смещение

$$b[|\hat{\theta}(j\omega)|^2] = M\{|\hat{\theta}(j\omega)|^2\} - |\theta(j\omega)|^2 = \left[1 - |\theta(j\omega)|^2\right] / N. \quad (9)$$

Для нахождения дисперсии оценки квадрата модуля ХФ необходимо определить $M\left(\sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^N \exp(j\omega v_l) \exp(-j\omega v_m) \times \exp(j\omega v_n) \exp(-j\omega v_k)\right)$. Определяя среднее значение сумм и учитывая выражение (8), дисперсию квадрата модуля представим в виде:

$$D\{|\hat{\theta}(j\omega)|^2\} = \frac{1}{N^3} \{ (2N-1) + (N-1)(N-2)(N-3) |\theta(j\omega)|^4 + [2N^2 + N + N(N-4) + (N-1)(N-4)] |\theta(j\omega)|^2 + [N(N-1)] \theta(j2\omega)^2 + [2(N-1)(N-2)] [\theta(j\omega)]^2 \theta(-j2\omega) + \theta(-j\omega)^2 \theta(j2\omega) \} - \left[\frac{1}{N} + \frac{N^2 - N}{N^2} |\theta(j\omega)|^2 \right]^2. \quad (10)$$

Из выражения (10) также следует, что при значении аргумента ХФ $\omega = 0$ дисперсия $D\{|\hat{\theta}(j\omega)|^2\} = 0$. При

значении аргумента $\omega \rightarrow \infty$ дисперсия $D\{|\hat{\theta}(j\omega)|^2\} \approx 1/N^2$. То есть из (10) следует, что оценка квадрата модуля ХФ также является состоятельной, поскольку

при $N \rightarrow \infty$ $D\{\hat{\theta}(j\omega)\}^2 \rightarrow 0$.

На рис. 1 приведена зависимость дисперсии D_1 оценки квадрата модуля ХФ, (сплошная линия), рассчитанная в соответствии с выражением (10). Пунктирной линией показана дисперсия D_2 оценки квадрата модуля ХФ, полученной с помощью моделирования. При моделировании принято, что случайная величина ν подчинена равномерному распределению $R(-5,5)$. Объем выборки равен 2000 реализаций. Для каждой реализации число $N=500$. Значения аргумента ХФ, на которых проведены вычисления, определены как

$$\omega_i = 2\pi i/N, \quad i = \overline{0, N}. \quad (11)$$

Из рис. 1 видно, что дисперсии оценки квадрата модуля ХФ, найденные с помощью моделирования и по формуле (10), совпадают достаточно хорошо. Нулевое значение дисперсии при значении $\omega = 0$ объясняется тем, что $\hat{\theta}(0) = 1$.

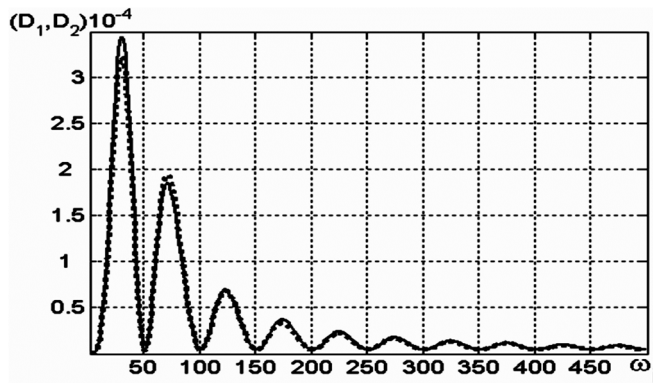


Рис. 1. Дисперсии оценки квадрата модуля ХФ

Ковариация для оценки квадрата модуля ХФ, определенная при значениях аргумента ω_i, ω_m , определится следующим выражением

$$\begin{aligned} M\left\{\left|\hat{\theta}(j\omega_i)\right|^2\left|\hat{\theta}(j\omega_m)\right|^2\right\} &= \frac{1}{N^3} \left\{ (2N-1) + (N-1)(N-2) \times \right. \\ &\times (N-3) \left| \theta(j\omega_i) \right|^2 \left| \theta(j\omega_m) \right|^2 + N(N-1) \left| \theta(j\omega_i) \right|^2 + \\ &+ \left| \theta(j\omega_m) \right|^2 + (N-1)(N-2) \left[\theta(j(\omega_i - \omega_m)) \theta(-j\omega_i) \times \right. \\ &\times \theta(j\omega_m) + \theta(j(-\omega_i + \omega_m)) \theta(j\omega_i) \theta(-j\omega_m) + \\ &\theta(j(-\omega_i - \omega_m)) \theta(j\omega_i) \theta(j\omega_m) + \theta(j(\omega_i + \omega_m)) \theta(-j\omega_i) \times \\ &\times \theta(-j\omega_m) \left. \right] + (N-1) \left| \theta(\omega_i + \omega_m) \right|^2 \left. \right\} - \\ &- M\left\{\left|\theta(j\omega_i)\right|^2\right\} M\left\{\left|\theta(j\omega_m)\right|^2\right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Расчеты, проведенные по формуле (12) с учетом выражения (10), и результаты моделирования показали практически одинаковые результаты. Оценки квадрата модуля ХФ при значениях аргумента $\omega_i \neq \omega_m$ очень сильно коррелированы и монотонно уменьшаются при увеличении $\Delta\omega = \omega_i - \omega_m$.

В выражения для СПМ некоторых типов импульсных последовательностей входит реальная часть ХФ тех параметров, которые определяют временное положение импульсов [1,3]. Непосредственно из выражения (6)

следует, что оценка ХФ несмещенная. В работе [7] показано, что оценки и реальной, и мнимой частей ХФ являются состоятельными. В работе [8] получено выражение для дисперсии оценки реальной части ХФ, позволяющее вычислить дисперсию при конечном значении N в виде

$$D\{\text{Re } \hat{\theta}(j\omega)\} = \frac{1}{N} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{Re } \theta(2j\omega) - \text{Re } \theta(j\omega) \right]. \quad (13)$$

Ковариация оценки реальной части ХФ, определенная при значениях аргумента ω_i, ω_m , определится следующим выражением

$$\begin{aligned} M\{\text{Re } \hat{\theta}(j\omega_i), \text{Re } \hat{\theta}(j\omega_m)\} &= \frac{1}{2L} \{ \text{Re } \theta[j(\omega_i - \omega_m)] + \\ &+ \text{Re } \theta[j(\omega_i + \omega_m)] \} - \frac{1}{N} \text{Re } \theta(j\omega_i) \text{Re } \theta(j\omega_m). \end{aligned} \quad (14)$$

Так же, как и для оценки квадрата модуля ХФ, оценки реальной части при значениях аргумента ХФ $\omega_i \neq \omega_m$ очень сильно коррелированы и монотонно уменьшаются при увеличении $\Delta\omega = \omega_i - \omega_m$.

Результаты моделирования

На рис. 2 приведена в логарифмическом масштабе $F(\omega) = \lg \hat{G}(\omega)$ оценка СПМ последовательности, состоящей из импульсов, возникающих в случайные моменты времени относительно детерминированных тактовых интервалов. Оценка спектральной плотности вычислена как

$$\hat{G}(\omega) = \frac{1}{NT_0} \left| \int_0^{NT_0} f(t) \exp(-j\omega t) dt \right|^2 \quad (15)$$

с помощью быстрого преобразования Фурье по одной реализации процесса. СПМ этого процесса, усредненная по множеству реализаций, определяется соотношением (3). При расчетах и моделировании принято, что $N = 500$, $T_0 = 32$. Длительность импульсов составляла величину в один отсчет. Закон распределения импульсов относительно тактовых интервалов принят равномерным $R(-5,5)$. Моменты появления импульсов независимы. Спектральные составляющие оценки СПМ ИСП рассчитывались на частотах $\omega_i = 2\pi i/NT_0$, $i = \overline{0, NT_0/2}$.

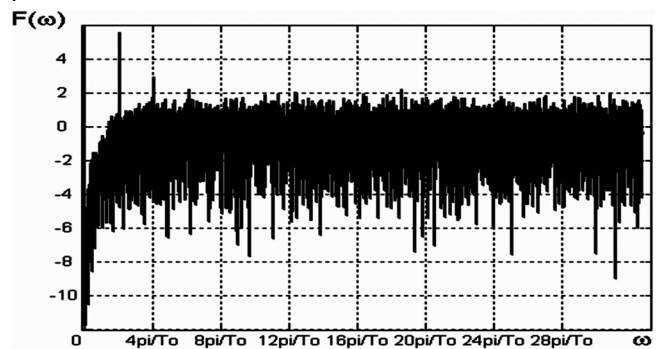
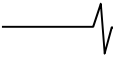


Рис. 2. Оценка СПМ импульсной последовательности

с детерминированным тактовым интервалом, полученная с помощью преобразования Фурье одной реализации

Как уже отмечено выше, оценка СПМ такого процесса, вычисленная с помощью алгоритмов ДПФ или БПФ, несостоятельна. Анализ выборочного спектра, приве-



денного на рис. 2, не позволяет практически сделать однозначные выводы как о форме как непрерывной, так и дискретной части СПМ.

На рис. 3 приведена в логарифмическом масштабе оценка $F_0(\omega)$ СПМ импульсной последовательности, полученная с использованием оценки квадрата модуля ХФ. Условия проведения моделирования остались такими же, как и при получении оценки на рис. 2.

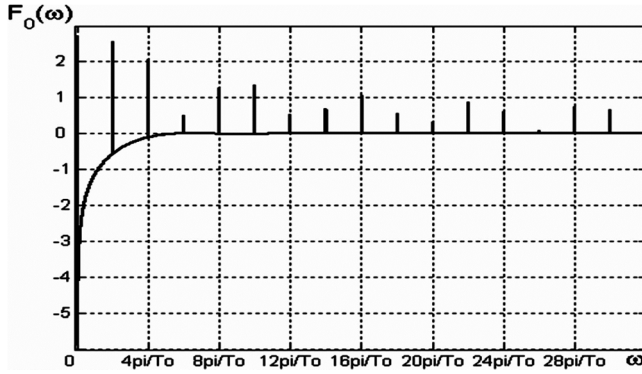


Рис. 3. Оценка СПМ, полученная с использованием оценки квадрата модуля ХФ

Произведена оценка длительности тактовых интервалов T_0 . Поскольку сумма пауз z_i , $i = 1, N-1$ между импульсами определяется как $\sum_{i=1}^{N-1} z_i \approx NT_0$, то оценка длительности тактового интервала T_0 будет равна

$$\hat{T}_0 \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} z_i. \quad (16)$$

Отклонение от тактового интервала n -го импульса в каждой k -той реализации определено как

$$v_n^{(k)} = n\hat{T}_0 - t_n^{(k)}. \quad (17)$$

По измеренной последовательности величин $v_n^{(k)}$, $n = 1, N$ в соответствии с (7) рассчитывалась оценка квадрата модуля ХФ. Можно отметить, что из определения ХФ следует, что неточное определение среднего T_0 моментов появления импульсов не приводит к изменению модуля оценки ХФ, вычисленной по одной реализации ИСП и, следовательно, не приводит к изменению непрерывной части СПМ.

После получения оценок T_0 и квадрата модуля ХФ в соответствии с (3) рассчитывалась СПМ последовательности импульсов.

Анализ СПМ, приведенных на рис. 2, 3 дает все основания утверждать, что предварительное оценивание ХФ по выборке $v_1^{(k)}, v_2^{(k)}, \dots, v_N^{(k)}$ позволяет получить оценку СПМ с дисперсией, существенно меньшей, чем при получении оценки СПМ при использовании БПФ.

Эффективность оценивания СПМ импульсной последовательности двумя способами (с помощью оценивания ХФ и с последующим расчетом в соответствии с (3) и усреднением по ансамблю реализаций) количественно определим относительным среднеквадратическим отклонением (δ_0 и δ_{sr} соответственно)

$$\delta_0 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{NT_0/2} [G_T(\omega_i) - \hat{G}_0(\omega_i)]^2 \right)^{1/2}}{\sum_{i=1}^{NT_0/2} G_T(\omega_i)}, \quad (18)$$

где $G_T(\omega_i)$ и $\hat{G}_0(\omega_i)$ – истинное значение СПМ и ее оценка, рассчитанная по (3).

Подставляя в (18) вместо $\hat{G}_0(\omega_i)$ оценку СПМ, полученной усреднением по ансамблю в M реализаций с помощью БПФ, получаем δ_{sr} . Результаты расчетов приведены на рис. 4.

Из рис. 4 следует, что СКО оценки СПМ импульсной последовательности, полученной с помощью предварительно оцененной ХФ при увеличении длительности реализации (числа импульсов N) монотонно уменьшается. В пределе оценка $\hat{G}_0(\omega)$ стремится, с точностью до ее смещения $b(z)$, определяемой смещением оценки модуля ХФ, к истинному значению СПМ.

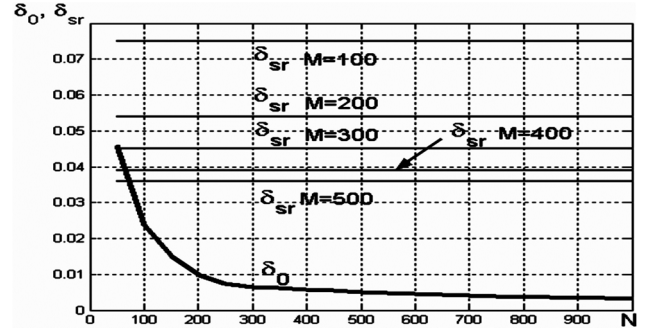


Рис. 4. Относительные СКО оценки СПМ последовательности импульсов с детерминированным тактовым интервалом

Усреднение СПМ по ансамблю в M реализаций позволяет уменьшить погрешность δ_{sr} . Из рис. 4 видно, что для уменьшения δ_{sr} при оценке СПМ с использованием алгоритма БПФ требуется значительное число реализаций сигнала, что на практике далеко не всегда выполнимо. Кроме того, при оценке СПМ с помощью БПФ увеличение длительности реализации не позволяет уменьшить величину δ_{sr} . К уменьшению СКО приводит только одно – увеличение ансамбля усредняемых реализаций. Проведенное моделирование при других законах распределений флуктуаций импульсов по положению (нормальном и экспоненциальном) показало результаты, аналогичные приведенным на рис. 3, 4.

На практике вызывает интерес оценка СПМ аperiодических импульсных последовательностей, форма СПМ которых определяется через формулу (4). Из (4) следует, что форма СПМ импульсной последовательности определяется формой СПМ одиночного импульса и ХФ интервалов времени между моментами возникновения импульсов. Полагаем, что произведена оценка параметров ИСП A , T , σ_a^2 , а форма СПМ одиночного импульса известна. Отметим, что T здесь является не тактовым интервалом, а средним значением пауз между им-

пульсами. Для получения СПМ остается определить функцию частоты, зависящую от ХФ интервалов времени между моментами возникновения импульсов. Изменяя интервалы времени $\tau_n^{(k)}$, $n=1, N-1$ и вычисляя оценку ХФ, в конечном итоге получаем функцию

$$F_{XF}(\omega) = \frac{1 - |\hat{\theta}_{1\mu}(\omega)|^2}{1 - 2 \operatorname{Re} \hat{\theta}_{1\mu}(\omega) + |\hat{\theta}_{1\mu}(\omega)|^2}, \quad (19)$$

от которой и зависит форма непрерывной части СПМ.

На рис. 5 приведены типичные результаты статистического моделирования для равномерно распределенных пауз между моментами появления импульсов. Условия моделирования выбраны следующими. ИСП состоял из импульсов длительностью в один отсчет. Интервалы времени между импульсами подчинялись равномерному распределению $R(-5,5)$. Зависимость $F_{XF}(\omega)$ получена по одной реализации. Среднее число импульсов N_{cp} в реализации определено как t_{ucn}/Z , где t_{ucn} – средняя длительность реализации ИСП, равнялось примерно 500. Из рисунка видно, что непрерывная часть спектра, определенная через выборочную ХФ, достаточно хорошо соответствует теоретической непрерывной части спектра. Относительное СКО для $\hat{F}_{XF}(\omega)$ соответствует зависимости 1, приведенной на рис. 4. Оценка СПМ, полученная по одной реализации процесса с использованием алгоритма БПФ, несостоятельна. Она имеет характер, соответствующий приведенному на рис. 3.

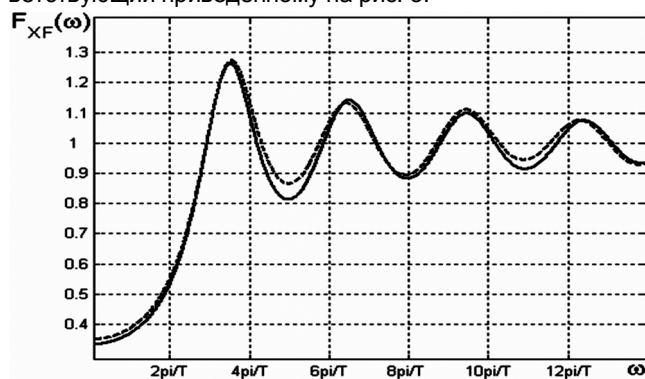


Рис. 5. Непрерывная часть СПМ аперiodической импульсной последовательности, состоящей из импульсов со случайными временем появления и амплитудой, и ее оценка (пунктирная линия)

Кроме рассмотренных ИСП, выборочные ХФ использованы и для оценки СПМ сигналов с широтно-импульсной модуляцией и процесса на выходе идеального ограничителя для случая, когда длительности пауз и импульсов подчиняются нормальному распределению [1]. Полученные результаты по оценке СПМ с помощью выборочных ХФ, полученных по одной реализации процесса, аналогичны результатам, приведенным выше.

Заключение

Использование выборочных ХФ позволяет существенно уменьшить дисперсию оценки СПМ импульсных последовательностей. Поскольку оценка квадрата модуля состоятельна, то и оценка СПМ, выражаемая через эти функции, будет состоятельной. Для практического использования предлагаемого метода оценки СПМ импульсных последовательностей необходимы априорные сведения о процессе, СПМ которого необходимо определить. Поэтому прослеживается аналогия между классическим параметрическим спектральным оцениванием [6] и предлагаемым методом – в обоих случаях для получения достоверных результатов о спектральном составе данных наблюдений необходима разработка модели сигнала во временной области. Действительно, зная модель ИСП во временной области, всегда можно определить СПМ процесса, оценивая такие его параметры, как среднее время появления импульсов, отклонение моментов появления импульсов от их среднего значения, отклонения амплитуды импульсов от их среднего значения и, самое главное, ХФ тех или иных параметров ИСП.

Литература

1. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Сов. радио, 1974, – 552 с.
2. Кокс Д., Льюис П. Статистический анализ последовательности событий. – М.: Мир, 1969, – 312 с.
3. Коновалов Г.В., Тарасенко Е.М. Импульсные случайные процессы в электросвязи. – М.: Связь, 1973, – 304 с.
4. Паршин В.С. Статистические характеристики оценки спектра последовательности импульсов, модулированных по положению // Вестник РГРТА. – Рязань, 2005. – Вып. 16. – С. 61-65.
5. Паршин В.С., Лавров А.М. Влияние коррелированности амплитуды и времени появления импульсов на форму спектра мощности импульсной последовательности // Научная сессия, посвященная Дню радио. Труды Российского НТО радиотехники, электроники и связи им А.С. Попова: тез. докл. конф. – М., 2006. – Вып. 61. – Т.1. – С. 107-109.
6. Марпл С.П.-мл. Цифровой спектральный анализ и его приложения. / Пер. с англ. под ред. О.И. Хабарова и Г.А. Сидоровой. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
7. Вешкурцев Ю.М. Прикладной анализ характеристической функции случайных процессов. – М.: Радио и связь, 2003, – 201 с.
8. Паршин В.С. Оценивание характеристических функций параметров импульсных случайных процессов // Изв. высш. учебн. заведений. Радиоэлектроника – 1989. – Т.32. – №3. – С. 54-55.

СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ВЕЙВЛЕТОВ С КОМПАКТНЫМ НОСИТЕЛЕМ

*Рафиков Р.А., к.т.н., доцент Рязанского государственного радиотехнического университета,
e-mail: tatiana-raf@mail.ru.*

A METHOD OF CONSTRUCTING COMPACTLY SUPPORTED ORTOGONAL WAVELETS

Rafikov R.

The novel approach to the construction of the orthogonal system of compactly supported scaling and wavelet functions is suggested. This approach allows construction of functions without the requirement on vanishing high-order moments for functions.

Key words: wavelet, orthogonal, scaling, moments, constructing.

Ключевые слова: вейвлет, масштабирующая функция, симметрия, масштабирующее уравнение, моменты.

Введение

Разработанные Добеши ортонормированные вейвлеты с конечным носителем [1, 2] получили широкое распространение в многочисленных процедурах обработки сигналов. Посредством этих вейвлетов может быть осуществлено разложение широкого класса функций, в том числе и имеющих постоянную составляющую на конечном отрезке. Вейвлеты $[\psi(x)]$ по определению подчиняются соотношению $\int \psi(x)dx = 0$, т.е. осциллируют вокруг нулевого значения. Вследствие этого аппроксимация вейвлетом функции с отличным от нуля интегралом на конечном носителе приводит к функциональному ряду с бесконечным носителем [3]. Практическая ценность такого представления мала. С введением масштабирующей функции $[\varphi(x)]$ и кратно-масштабного анализа, предложенного Малла [4], [5], интерес к ортогональным вейвлетам с конечным носителем значительно вырос. В еще большей степени этому способствовала разработка алгоритма быстрого вейвлет-анализа, автором которого также является Малла [6], [7]. Отличительная особенность быстрого метода заключается в том, что для нахождения коэффициентов разложения аппроксимируемой функции не требуется знания масштабирующей функции или вейвлета, а достаточно знания лишь коэффициентов h_n масштабирующего уравнения $\varphi(x) = \sqrt{2} \sum_n h_n \varphi(2x - n)$.

Аксиоматическая основа для построения вейвлет-базиса с конечным носителем сводится к четырем фундаментальным требованиям к масштабирующей функции и вейвлету:

1. условие нормировки масштабирующей функции:
 $\int \varphi(x)dx = 1$,
2. условие равенства нулю постоянной составляющей

Предлагается способ построения ортогональной системы масштабирующих и вейвлет-функций с конечным носителем свободный от требований к моментам функций порядка выше нулевого.

щей вейвлета: $\int \psi(x)dx = 0$,

3. условие ортогональности вейвлета и масштабирующей функции: $\int \varphi(x)\psi(x)dx = 0$,

4. условие сдвиговой ортогональности масштабирующей функции: $\int \varphi(x)\varphi(x+m)dx = \delta_{0,m}$.

Количество уравнений для коэффициентов, получаемое из фундаментальных требований, равно $N + 1$, в то время как общее число коэффициентов h_n равно $2N$ ($N = 1, 2, 3, \dots$). Число $N + 1$ совпадает с числом $2N$ только при $N = 1$, т.е. в этом случае для построения масштабирующей и вейвлет-функций достаточно лишь фундаментальных требований. Если же $N > 1$, то $2N > N + 1$ и совокупность фундаментальных требований должна быть дополнена некоторыми условиями для функций $\varphi(x)$ и $\psi(x)$, чтобы сформулировать еще $N - 1$ уравнение. Эти условия можно назвать факультативными.

Ингрид Добеши, внесшая значительный вклад в теорию вейвлетов, в качестве факультативных использовала условие на моменты вейвлет-функции [2]:

$$\int x^k \psi(x)dx = 0, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

По предложению Койфмана это условие было распространено на моменты масштабирующей функции:

$$\int x^l \varphi(x)dx = 0, \quad l = 1, 2, 3, \dots$$

Последнее предложение позволило построить значительно более симметричные вейвлеты, которые по предложению Добеши были названы койфлетами.

Наряду с требованиями к моментам в качестве факультативных рассматриваются и другие. Например, в [9] используется критерий энергетического характера.

Решение системы основных и факультативных урав-

нений приводит к коэффициентам h_n и далее к функциям $\varphi(x)$ и $\psi(x)$.

Целью настоящей работы является предложение нового типа факультативного требования при построении ортогональных вейвлетов с компактным носителем. Суть его заключается в симметрировании коэффициентов h_n масштабирующего уравнения. Симметрия коэффициентов h_n приводит к положительным эффектам, среди которых можно отметить:

1. почти двукратное сокращение количества уравнений для коэффициентов h_n ;

2. такое же уменьшение объема памяти для их хранения;

3. ускорение процедуры быстрого вейвлет-преобразования (из формулы для коэффициентов разложения

$$A_{j,k} = \sum_{n=0}^{2N-1} h_n A_{j-1,2k+n}$$

следует, что для вычисления $A_{j,k}$ требуется выполнить $2N$ операций умножения и $2N-1$ операций сложения; симметрия h_n позволяет вдвое уменьшить количество операций умножения);

4. возможность использования вейвлетов большей длины (т.е. более гладких вейвлетов) при сохранении объема вычислительных процедур.

Симметрия коэффициентов h_n при определенном выборе связи между ними приводит к анализирующим функциям также близким к симметричным. Поэтому остановимся кратко на рассмотрении свойств симметрии этих функций.

Симметрия масштабирующих и вейвлет-функций

Симметричные вейвлеты в сравнении с несимметричными при одинаковой длине носителя имеют большее разрешение по частоте, т.е. в большей степени приближаются к минимуму для соотношения Гейзенберга. Они также имеют линейную фазочастотную характеристику, что обеспечивает меньшие искажения при анализе и синтезе сигнала [2], [8], [9], [10], [11]. Ортогональные вейвлеты с конечным носителем, получившие широкое распространение в теории и практике вейвлет-преобразования, не обладают свойством симметрии (исключением являются масштабирующая и вейвлет-функции Хаара – первая имеет ось симметрии, вторая центр симметрии). Отсутствие симметрии масштабирующей и вейвлет-функций, полученных на основе кратномасштабного анализа, обусловлено требованием их ортогональности. Исключение этого требования делает возможным существование симметричных решений уравнения масштабирования. В этом можно убедиться записав уравнение масштабирования в целых точках и полагая, что масштабирующая функция симметрична

$$\text{относительно } x = \frac{2N-1}{2}, \text{ т.е. } \varphi(i) = \varphi(2N-1-i).$$

Учитывая это условие в уравнениях для целых точек, можно получить $h_i = h_{2N-1-i}$.

Точно также, предполагая симметрию коэффициентов, можно убедиться в симметрии масштабирующих функций.

Объединение двух этих случаев приводит к утверждению: «Необходимым и достаточным условием симметрии масштабирующей функции относительно середины носителя является симметрия коэффициентов h_n ».

Связь между коэффициентами вейвлета g_i при этом дается формулой: $g_i = -g_{2N-1-i}$. Из этого следует, что вейвлет-функция $\psi(x)$ при симметричной $\varphi(x)$ является центрально-симметричной функцией, т.е. $\varphi(x)$ имеет ось симметрии, а $\psi(x)$ – центр симметрии.

Симметрия и ортогональность

Покажем, что симметрия масштабирующих функций несовместима с условием их сдвиговой ортогональности. Требование сдвиговой ортогональности

$$\int \varphi(x)\varphi(x+m)dx = 0 \text{ приводит к системе уравнений:}$$

$$h_0^2 + h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_{2N-1}^2 = 1, \quad m = 0,$$

$$h_0h_2 + h_1h_3 + h_2h_4 + \dots + h_{2N-3}h_{2N-1} = 0, \quad m = 1,$$

$$h_0h_4 + h_1h_5 + h_2h_6 + \dots + h_{2N-5}h_{2N-1} = 0, \quad m = 2,$$

$$h_0h_6 + h_1h_7 + h_2h_8 + \dots + h_{2N-7}h_{2N-1} = 0, \quad m = 3,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$h_0h_{2N-2} + h_1h_{2N-1} = 0, \quad m = N-1.$$

Если коэффициенты h_n симметричны, то последнее уравнение приобретает вид $2h_0h_1 = 0$ и может быть удовлетворено только в случае $h_0 = 0$ или $h_1 = 0$. Тогда в каждом из уравнений системы исчезают первый и последний члены (если предположить $h_0 = 0$). В этом случае уравнение для $m = N-2$ опять будет содержать два слагаемых: $h_1h_{2N-3} + h_2h_{2N-2} = 2h_1h_2 = 0$. Это условие также может быть удовлетворено либо при $h_1 = 0$ либо при $h_2 = 0$. Приняв $h_1 = 0$, мы исключаем еще два члена из всех уравнений системы. Продолжая такую процедуру, приходим к уравнению $h_{N-2}h_N + h_{N-1}h_{N+1} = 0$, для $m = 1$, которое может быть удовлетворено, если или $h_{N-2} = 0$, или $h_{N-1} = 0$. К тому же наличие множителя h_{N-2} требует, чтобы N было больше единицы. Таким образом, ни при одном $N > 1$ условия ортогональности и симметрии $\varphi(x)$ одновременно не могут быть выполнены. Лишь при $m = 0$, $N = 1$ условия ортогональности $h_0^2 + h_1^2 = 1$ и симметрии выполняются. Этот случай соответствует масштабирующей функции и вейвлету Хаара.

Обобщая, констатируем, что, масштабирующая и вейвлет-функции, полученные на основе кратномасштабного анализа, принципиально не могут быть симметричными, что отмечалось практически во всех цитированных работах. Настоящая отличается от остальных только способом доказательства этого факта.

Вейвлеты с $2N-1$ симметричными коэффициентами масштабирующего уравнения

Как упоминалось выше, часть требований к вейвлетам и масштабирующим функциям носит факультативный характер. Это создает определенную свободу выбора дополнительных требований, позволяя варьировать $\varphi(x)$ и $\psi(x)$. В частности, можно ослабить степень несимметричности этих функций исключив требование равенства нулю для одного или нескольких моментов функций порядка выше нулевого. Можно также, как отмечалось выше, перенести часть требований к моментам с вейвлета на масштабирующую функцию или использовать энергетические критерии. В настоящей работе предлагается способ построения масштабирующих функций и вейвлетов, основанный на полном отказе от требований к моментам вейвлета (за исключением нулевого) и моментам масштабирующей функции. Рассмотрим его.

Построение вейвлетов с конечным носителем связано с нахождением коэффициентов h_n масштабирующего уравнения. Основные соотношения для этих коэффициентов

$$\sum_{n=0}^{2N-1} h_n = \sqrt{2},$$

$$\sum_{n=0}^{2N-1} g_n = \sum_{n=0}^{2N-1} (-1)^n h_{2N-1-n} = 0,$$

$$\sum_{n=0}^{2(N-m)-1} h_n h_{n+2m} = 0, \quad m = 1, 2, \dots, N-1$$

следуют из фундаментальных требований к масштабирующей и вейвлет-функциям. Предлагается взамен условий на моменты ввести иное факультативное требование – требование симметрии коэффициентов h_n относительно коэффициентов h_{N-1} (или h_N). Это связывает коэффициенты масштабирующего уравнения ($h_i = h_{2(N-1)-i}$) и уменьшает количество неизвестных.

Уравнения для h_n приобретают вид:

$$\sum_{n=0}^{N-2} 2h_n + h_{N-1} + h_{2N-1} = \sqrt{2},$$

$$\sum_{n=N+1}^{2N-1} (-1)^n 2h_{2N-1-n} + (-1)^N h_{N-1} + h_{2N-1} = 0,$$

$$2 \sum_{n=0}^{(N-1)-2m} h_n h_{n+2m} + h_{N-1-m}^2 + h_{2m-1} h_{2N-1} = 0, \quad m=1, N>2,$$

$$2 \sum_{n=0}^{(N-1)-2m} h_n h_{n+2m} + 2 \sum_{n=(N-1)-(2m-1)}^{(N-1)-(m+1)} h_n h_{2(N-1)-2m-n} + h_{N-1-m}^2 + h_{2m-1} h_{2N-1} = 0, \quad m \geq 2, 2m \leq N-1,$$

$$2 \sum_{n=0}^{(N-1)-(m+1)} h_n h_{2(N-1)-2m-n} + h_{N-1-m}^2 + h_{2N-1-2m} h_{2N-1} = 0, \quad m \geq 2, m+1 \leq N-1 < 2m,$$

$$h_0^2 + h_1 h_{2N-1} = 0, \quad m = N-1.$$

Количество неизвестных h_n (как и количество уравнений) уменьшается на $N-1$ и становится равным $N+1$. В случае больших N можно говорить об уменьшении числа коэффициентов h_n вдвое. Если из всех возможных решений уравнений для h_n выбрать решение, в котором коэффициент h_{2N-1} намного меньше остальных, то вейвлет будет в значительной степени симметричным.

В табл. 1.1 в качестве примера приведены значения h_n для $N=3$ и $N=5$. На рис. 1 представлены масштабирующая $\varphi(x)$ и вейвлет $\psi(x)$ функции для $N=3$ и $N=5$.

Таблица 1.1.

$N=3$		$N=5$	
n	h_n	n	h_n
0	-0,073142	0	-0,008599
1	0,361000	1	0,016416
2	0,853391	2	-0,073221
3	0,361000	3	0,339389
4	-0,073142	4	0,870747
5	-0,014893	5	0,339389
		6	-0,073221
		7	0,016416
		8	-0,008599
		9	-0,004504

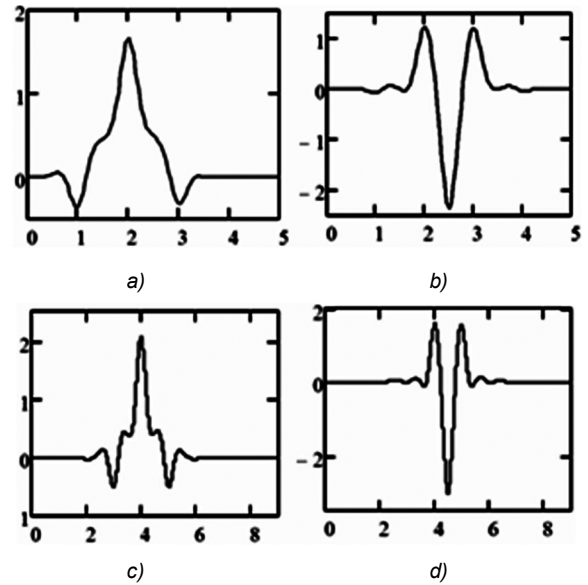


Рис. 1. Масштабирующие функции (а, с) и вейвлеты (б, д) в случае $N=3$ и $N=5$.

Близкие к симметричной формы масштабирующих функций в рассматриваемом случае связаны с тем обстоятельством, что коэффициенты h_n равноудаленные от h_{N-1} полностью совпадают и по абсолютной величине, и по знаку. Симметрия h_n относительно h_{N-1} обуславливает и симметрию g_n также относительно h_{N-1} . В самом деле, из уравнения $g_n = (-1)^n h_{2N-1-n}$, связывающего коэффициенты h_n и g_n , [2, 8, 10, 11] и сим-

метрии h_n следует $g_n = (-1)^n h_{2N-1-n} = g_{2(N-1)-n}$. Последнее определяет и близкую к симметричной форму вейвлета. Хорошее приближение к симметрии приводит к почти линейной фазочастотной характеристике и обеспечивает малые искажения при обработке сигнала. Кроме того, для гладких функций близкая к симметричной форма вейвлета приводит к почти нулевым коэффициентам разложения для слагаемых ряда Тейлора анализируемой функции с нечетными степенями (если вейвлет имеет ось симметрии) или для слагаемых с четными степенями (если вейвлет имеет центр симметрии).

Идея симметрирования коэффициентов может быть расширена. В частности, можно попытаться построить масштабирующую функцию и вейвлет задавшись несколькими центрами симметрии в массиве коэффициентов. Это позволяет формировать из $2N - 1$ коэффициентов h_n различные зависимости, т.е. варьировать графики вейвлетов и масштабирующих функций.

Разложение по предлагаемым вейвлетам в некоторых случаях может быть более предпочтительным, чем по известным.

В качестве примера рассмотрим представление модельной функции по предлагаемым вейвлетам и вейвлетам Добеши. Длины вейвлетов одинаковы ($N = 5$). Модельная функция задается отсчетами в шестнадцати точках ($A_{0,0} \div A_{0,15}$). Ее значения в этих точках равны: 0.080178, 1.150355, -0.067726, 1.016484, 5.005556, -13.147447, 4.421778, 3.657744, 2.685277, -4.929085, 11.989034, -22.274023, 12.370266, -5.726362, 3.820712, -0.052799.

Коэффициенты h_n для предлагаемого вейвлета взяты из приведенной выше таблицы ($N = 5$), а для вейвлета Добеши из [2]. Разложение модельной функции по предлагаемому вейвлету дает: $A_{1,0} = 0$, $A_{1,1} = 0$, $A_{1,2} = 0$, $A_{1,3} = 0$, $A_{1,4} = 0$, $A_{1,5} = 0$, $A_{1,6} = 0$, $A_{1,7} = 0$, $D_{1,0} = 15$, $D_{1,1} = -2$, $D_{1,2} = 8$, $D_{1,3} = 27$, $D_{1,4} = 9$, $D_{1,5} = 1$, $D_{1,6} = -1$, $D_{1,7} = 0$.

Разложение по вейвлету Добеши приводит к следующему результату:

$A_{1,0} = 0.280$, $A_{1,1} = 1.233$, $A_{1,2} = -3.026$, $A_{1,3} = 2.940$, $A_{1,4} = 0.541$, $A_{1,5} = -4.284$, $A_{1,6} = 1.108$, $A_{1,7} = 1.208$, $D_{1,0} = -3.037$, $D_{1,1} = 16.492$, $D_{1,2} = 24.438$, $D_{1,4} = 0.245$, $D_{1,5} = -1.035$, $D_{1,6} = 4.607$, $D_{1,7} = 12.471$.

Видно, что в случае предлагаемого вейвлета аппроксимирующие коэффициенты уровня A_1 равны нулю.

Следовательно, и коэффициенты $A_{j,k}$ и $D_{j,k}$ уровней больше единицы также равны нулю.

Во втором случае из-за $A_{1,k}$, отличных от нуля, коэффициенты $A_{j,k}$ и $D_{j,k}$ последующих уровней разложения также не равны нулю (необязательно все).

Из этого следует, что разложение по предлагаемой системе для выбранного примера более выгодно.

Заключение

Рассмотренные выше способы модификации факультативных требований на коэффициенты масштабирующего уравнения являются только примером, демонстрирующим широкие возможности изменения анализирующих функций. Вариантов изменения факультативных требований (даже требований симметрии) может быть предложено большое количество. Например, представляет интерес случай попарной симметрии и асимметрии коэффициентов масштабирующей функции.

Уменьшение количества коэффициентов разложения h_n и g_n почти в два раза приводит, как уже упоминалось, к уменьшению объема хранимых данных и увеличению скорости их обработки.

Литература

1. I. Daubechies, Ortonormal bases of compactly supported wavelets, Comm. Pare Appl. Math., 41, 1988, pp.909-996.
2. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – М.; Ижевск: РХД, 2001.
3. Блаттер К., Вейвлет-анализ. Основы теории. – М.: Техносфера, 2004.
4. Mallat S. Multiresolution representation and wavelets // Ph. D. Thesis. University of Pensylvania, Philadelphia, PA. – 1988.
5. Mallat S. An efficient image representation for multiscale analysis // In Proc. of Machine Vision Conference. Like Tahoe. – 1987.
6. Mallat S. Multiresolution approximation and wavelets. Trans. Amer. Math. Soc. 315, – 1989.
7. Mallat S. A thery for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation // IEEE Trans. Pattern Analisis and Machine Intelligence, 1989, №7.
8. К. Чуи, Введение в вэйвлеты. – М: Мир, 2001.
9. Кириллов С.Н., Зорин С.В. Вейвлет-анализ случайных процессов в радиотехнических устройствах. – Рязан. гос. радиотехн. акад. Рязань, 2002. – 80 с.
10. Юдин М.Н., Фарков Ю.А., Филатов Д.М. Моск. геологоразв. акад. М., 2001. – 72 с.
11. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. ВУС. С.-Пб., 1999. – 204 с.

МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ВРЕМЕННОЙ И ЧАСТОТНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ ПРИ ПРИЕМЕ OFDM СИГНАЛОВ ПО МНОГОЛУЧЕВЫМ MIMO КАНАЛАМ СВЯЗИ

Бакке А.В., к.т.н., доцент Рязанского государственного радиотехнического университета,
e-mail: usr37ru@yandex.ru;

Лукашин И.В., аспирант Рязанского государственного радиотехнического университета,
e-mail: lukashin.iv@yandex.ru.

METHOD OF INCREASING TIMING AND FREQUENCY OFFSET ESTIMATION'S ACCURACY FOR OFDM SYSTEMS IN MIMO CHANNELS

Bakke A.V., Lukashin I.V.

The method of increasing timing and frequency offset accuracy estimation's in multipath is proposed. Structure preamble described in Schmid&Cox algorithm is used. Structure preamble described in Schmid&Cox algorithm is used. The method is based on the use of additional components in the likelihood function. This component is calculated based on the cross-correlation functions of the reference and received spectrum preamble's. Simulation has shown that use of two-part likelihood function can improve accuracy of frequency and timing offset estimation in the low signal-to-noise ratio in multipath channels and different configurations spatial diversity MIMO.

Key words: OFDM, time and frequency synchronization.

Ключевые слова: OFDM сигнал, частотная и временная синхронизация.

Введение

Применение в широкополосных системах передачи данных технологии ортогонального частотного разделения (Orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) позволяет получить высокую спектральную эффективность, обеспечить устойчивость к многолучевому распространению и межсимвольной интерференции. Вместе с тем, технология OFDM характеризуется высокой чувствительностью к незначительным частотным рассогласованиям [1, 2], приводящим к нарушению ортогональности поднесущих принимаемого сигнала и являющихся причиной существенного снижения качества функционирования системы передачи данных.

Наиболее простыми и широко распространенными способами оценки частотного рассогласования сигналов являются методы синхронизации, использующие циклический префикс или пилотные поднесущие OFDM сигнала [3,4]. В системах передачи данных с пространственно разнесенным приемом и передачей (Multiple Input Multiple Output, MIMO), а также в условиях высокоскоростного движения объектов наиболее часто применяются алгоритмы, основанные на применении специальных синхронизирующих последовательностей – символы преамбулы [2, 5].

Большинство методов синхронизации OFDM сигналов, использующих символы преамбулы, основаны на идее, изложенной в работе [2]. Идея применения символа преамбулы, состоящего из двух идентичных частей, была впоследствии усовершенствована Шмидлом и Коксом (Schmidl T. и Cox D.) [5]. Предложенный

Статья посвящена исследованию свойств нового метода повышения точности оценки временного и частотного рассогласований при приеме OFDM сигналов по многолучевым каналам связи. Приводятся результаты имитационного моделирования разработанного алгоритма синхронизации для многолучевой модели беспроводного канала связи и различных конфигураций пространственного разнесения MIMO, подтверждающие преимущество предложенного алгоритма синхронизации.

Шмидлом и Коксом подход к решению задачи синхронизации заключался в применении уже двух вспомогательных символов, обеспечивающих надежную оценку частотного (CFO, carrier frequency offset) и временного (STO, symbol timing offset) рассогласований в условиях многолучевого распространения и в широком диапазоне отношений сигнал-шум. Последующие многочисленные исследования, развивающие идеи работ [2, 5], состояли в применении вспомогательных символов различного вида и структуры, улучшающих главным образом точность оценки временного рассогласования [6-8].

Работы [9-12] положили начало развитию методов оценки временного и частотного рассогласований [2, 5] на системы передачи данных MIMO-OFDM. В [9] для оценки частотного рассогласования предлагалось использование вспомогательных символов с линейной частотной модуляцией, а в [10] – полифазных последовательностей Задова-Чу (Zadoff-Chu) [13]. Расширение процедуры Шмидля и Кокса [5] для MIMO-OFDM в виде четырехэтапного алгоритма частотно-временной синхронизации было предложено в [11, 12].

Однако для указанных выше методов синхронизации OFDM сигналов, а также для большинства используемых в настоящее время алгоритмов остается нерешенной проблема качества функционирования в условиях

нестационарного многолучевого канала связи при низких отношениях сигнал-шум, проявляющаяся в существенном ухудшении точности оценки временного и частотного рассогласований.

В работе предложен новый метод синхронизации систем передачи данных MIMO-OFDM, преодолевающий указанную проблему и позволяющий существенно улучшить точность оценки частотного и временного рассогласований в области низких отношений сигнал-шум. Основанное на подходе [5], предлагаемое решение состоит во взвешенном применении двух критериев обнаружения символа преамбулы, обеспечивая при этом надежную локализацию интервала поиска искомого символа и последующее точное определение частотного и временного рассогласований.

Модель сигнала

В общем случае, для модели систем передачи данных MIMO-OFDM с V передающими антеннами формируемый OFDM символ с N поднесущими может быть записан в виде:

$$x_v(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N X_v(k) e^{j2\pi kn/N}, \quad -N_g \leq n \leq N-1, \quad (1)$$

где $X_v(k)$ – последовательность комплексных данных, передаваемая v -й антенной на k -й поднесущей и определяемая заданным видом квадратурной модуляции (BPSK, QPSK, 16-QAM и т.д.), N_g – количество отсчетов, приходящихся на циклический префикс. При этом мощность сигнала с передающих антенн является нор-

мированной: $\sum_{v=1}^V |x_v|^2 = 1$.

После прохождения через многолучевой канал связи сигнал на входе l -й антенны приемного устройства может быть представлен в виде

$$u_l(n) = e^{j2\pi \varepsilon n/N} \sum_{v=1}^V \sum_{m=0}^{M-1} h_{vl}(m) x_g(n - \alpha_m) + \omega_l(n), \quad (2)$$

где $h_{vl}(m)$ – значения импульсной характеристики многолучевого канала связи длиной M между передающей v -й и приемной l -й антеннами; $h_{vl}(m)$ образуют матрицу канальных коэффициентов $\hat{h}_{vl} = [h_{vl}(0), h_{vl}(1), \dots, h_{vl}(M-1)]$; α_m – задержка сигнала m -го луча; $\omega(n)$ – шумовая составляющая принимаемого сигнала; $\varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_f$ – нормированное к расстоянию между поднесущими значение частотного рассогласования, отражающее доплеровское смещение частоты, а также несоответствие задающих генераторов приемного и передающего устройств; $\varepsilon_i, \varepsilon_f$ – целая и дробная части частотного рассогласования соответственно.

Обоснование двухкомпонентной формы функции правдоподобия

Основная проблема ухудшения точности определения смещения частоты в частотно-селективных каналах при низких отношениях сигнал-шум состоит в неверной оценке временного положения символа преамбулы. В

этих условиях определяющее влияние на качество обнаружения вспомогательного символа оказывает межсимвольная интерференция, возникающая при длине импульсной характеристики $h_{vl}(m)$, превышающей размерность циклического префикса N_g .

Авторами данной работы предпринимались попытки улучшить оценку временного рассогласования как с использованием преамбулы специальной структуры [14], так и путем использования в функции правдоподобия дробного преобразования Фурье для вспомогательного символа в виде последовательности Задова-Чу [15]. Несмотря на полученные положительные результаты от предлагаемых решений, в целом проблему ухудшения точности оценок рассогласований в частотно-селективных каналах при низких отношениях сигнал-шум усилиями единственного символа преамбулы преодолеть не удалось.

В этих условиях определенный интерес приобретает широко распространенный и достаточно эффективный алгоритм Шмидля и Кокса, использующий для синхронизации два отдельных символа [5]: первый применяется для обнаружения преамбулы и для оценки дробного частотного рассогласования, второй – для определения целочисленного частотного рассогласования. Наличие второго символа в преамбуле означает очевидную возможность реализации в соответствующей функции правдоподобия дополнительной компоненты, предназначение которой будет состоять в уменьшении риска принятия ложных решений грубой оценки временного рассогласования при наличии межсимвольной интерференции.

В соответствии с [5], для решения задачи оценки временного и частотного рассогласований предлагается использовать преамбулу, состоящую из двух символов (рис. 1). Первый символ предназначается для обнаружения преамбулы и определения дробной составляющей частотного рассогласования ε_f . Этот символ состоит из двух идентичных частей $A = \{a(k)\}_{k=0}^{N_1-1}$, $N_1 = N/2$ и дополняется циклическим префиксом (CP) длиной N_g . Второй символ преамбулы используется для оценки целочисленного частотного рассогласования ε_i и представляет собой полифазную последовательность $B = \{b(k)\}_{k=0}^{N-1}$ с соответствующим циклическим префиксом.

Согласно [5], задача оценки STO $\hat{\delta}$ искомым преамбулы по символу A состоит в нахождении максимума функции правдоподобия (временной метрики) следующего вида:

Рис. 1. Структура преамбулы

$$M_{SC}(\delta) = \frac{|P(\delta)|^2}{R^2(\delta)}, \quad (3)$$

$$P(\delta) = \sum_{i=\delta}^{N/2-1+\delta} u(i) \cdot u^*(N/2+i), \quad (4)$$

$$R(\delta) = \sum_{i=\delta}^{N/2-1+\delta} |u(i)|^2, \quad (5)$$

$$\hat{\delta} = (\delta_2 - \delta_1)/2, \quad (6)$$

где δ_1, δ_2 первый и последний отсчеты участка функции $M_{SC}(\delta)$, в пределах которого $M_{SC}(\delta) > 0,9$; $(\cdot)^*$ – операция комплексного сопряжения.

На основании выполненной оценки STO $\hat{\delta}$ могут быть рассчитаны целая $\hat{\varepsilon}_i$ и дробная $\hat{\varepsilon}_f$ части частотного рассогласования [5]:

$$\hat{\varepsilon}_f = -\frac{1}{2\pi} \arctg \left\{ \frac{\text{Im}(P(\hat{\delta}))}{\text{Re}(P(\hat{\delta}))} \right\}. \quad (7)$$

$$\hat{\varepsilon}_i = \arg \max_{\varepsilon} (G(\varepsilon)) - N, \quad (8)$$

$$G(\varepsilon) = \frac{\left| \sum_{n=0}^{N-1} S_u^*(n+\varepsilon) \cdot S_B(n) \right|^2}{\left(\sum_{n=0}^{N-1} |S_u(n+\varepsilon)|^2 \right)^2}, \quad \varepsilon = \overline{0, N-1}, \quad (9)$$

где $S_B(n) = FFT\{b(k)\}_{k=0}^{N-1}$ и $S_u(n) = FFT\{u(k)\}_{k=\hat{\delta}+N}^{2N}$ – спектры принятого и опорного символа преамбулы B , $FFT[\cdot]$ операция быстрого преобразования Фурье.

Как следует из выражений (7-9), точность оценок $\hat{\varepsilon}_i$ и $\hat{\varepsilon}_f$ будет зависеть от качества определения временного рассогласования $\hat{\delta}$ (6). С уменьшением отношения сигнал-шум q качество метрики $M_{SC}(\delta)$ (3) будет ухудшаться, при этом степень её деградации может быть получена из выражения для эффективной оценки отношения сигнал-шум $\hat{q}$ [5]:

$$\hat{q} = \frac{\sqrt{M_{SC}(\delta)}}{1 - \sqrt{M_{SC}(\delta)}}. \quad (10)$$

Уменьшение $M_{SC}(\delta)$ при снижении q означает соответствующее изменение порога обнаружения, приводящее к неизбежному росту числа ложных решений оценки $\hat{\delta}$ при возникновении межсимвольной интерференции в частотно-селективных каналах связи. Принципиальная возможность частичного преодоления указанной проблемы для рассматриваемого вида преамбулы (рис. 1) может состоять в изменении функции правдоподобия (3), учитывающем наличие в искомой преамбуле второго символа B . В условиях неизвестного частотного рассогласования непосредственное применение в (3) взаимной корреляции анализируемого блока отсчетов $U^{(\delta+N)} = \{u(i)\}_{i=\delta+N}^{\delta+2N}$ с полифазной последовательностью B практически не применимо, за исключением случая, когда B представляется символом с линейной частотной модуляцией с девиацией частоты,

существенно превышающей предельные частотные рассогласования. В отличие от (3) для произвольного типа последовательности B вполне очевидным является решение в виде функции правдоподобия, сформулированной в частотной области: определению будет подлежать такое значение $\hat{\delta}$, при котором взаимная корреляция спектров анализируемого блока отсчетов $U^{(\delta+N)}$ и полифазной последовательности B совместна с функцией (3). достигает максимальной величины.

Таким образом, предлагаемый критерий оценки временного положения $\hat{\delta}$ совместно по двум символам преамбулы A и B может быть определен максимумом функции правдоподобия следующего вида:

$$\hat{\delta} = (\delta_2 - \delta_1)/2, \quad (11)$$

$$M(\delta) = \alpha M_{SC}(\delta) + (1-\alpha) M_{FT}(\delta), \quad (12)$$

где δ_1, δ_2 первый и последний отсчеты участка функции $M(\delta)$, в пределах которого $M(\delta) > 0,92$; $\alpha = \overline{0,1}$ весовой коэффициент, отражающий вклад метрики $M_{SC}(\delta)$ и реализуемой в частотной области функции правдоподобия $M_{FT}(\delta)$.

Функция $M_{FT}(\delta)$ определяется следующим образом:

$$M_{FT}(\delta) = \max_m \left\{ Y_A^{(\delta)}(m - N_g) + Y_B^{(\delta+N)}(m) \right\}_{m=0}^{2N-1}, \quad (13)$$

где $Y_A^{(\delta)}$ и $Y_B^{(\delta+N)}$ нормированные к энергии отклика взаимнокорреляционные функции спектров символов преамбулы A , B и спектров соответствующих анализируемых блоков сигнала $U^{(\delta)}$ и $U^{(\delta+N)}$, которые могут быть определены следующим образом:

$$Y_V^{(\xi)}(m) = \frac{X_V^{(\xi)}(m - N)}{\sqrt{\sum_{n=0}^{N-1} |C_U^{(\xi)}(n)|^2 \cdot \sum_{n=0}^{N-1} |C_V(n)|^2}}, \quad m = \overline{0, 2N-1}, \quad (14)$$

$$X_V^{(\xi)}(m) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-m-1} C_U^{(\xi)}(n) C_V^*(n+m), & m \geq 0 \\ X_V^{*(\xi)}(-m), & m < 0, |m| < N, \end{cases} \quad (15)$$

где $C_U^{(\xi)} = FFT\{U^{(\xi)}\}$, $C_V = FFT\{V\}$ быстрое преобразование Фурье последовательности $V = A$ ($\xi = \delta$) или $V = B$ ($\xi = \delta + N$), $X_V^{(\xi)}(m)$ взаимнокорреляционная функция спектров $C_U^{(\xi)}$ и C_V . Применение в (12) функции правдоподобия $M_{FT}(\delta)$ позволяет локализовать интервал предполагаемого поиска преамбулы и надежно отсекает ложные выбросы метрики $M_{SC}(\delta)$. На рис. 2 наглядно поясняется роль функции $M_{FT}(\delta)$: использование в (12) $M_{FT}(\delta)$ приводит к эффективному ограничению области принятия решения относительно δ и к результирующему подавлению ложных выбросов функции $M(\delta)$.

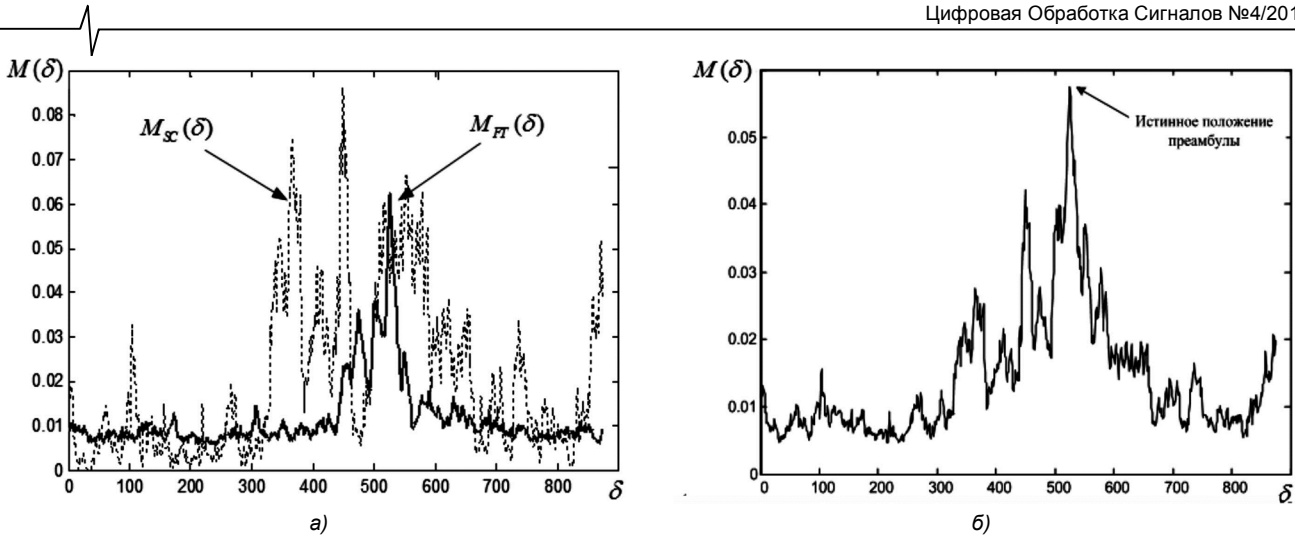


Рис. 2. Иллюстрации компонент функции правдоподобия $M_{SC}(\delta)$, $M_{FT}(\delta)$ (а) и результирующий вид $M(\delta)$ (б) в канале связи с АБГШ ($q = -5\text{дБ}$; $N = 128$; $\alpha = 0,1$)

Алгоритм синхронизации OFDM сигналов для ММО каналов связи

При пространственно разнесенном приеме сигнал на входе v -й антенны будет определяться суперпозицией сигналов от всех передающих антенн. Поскольку используемый формат преамбулы (рис. 1) содержит циклический префикс длиной N_g , то нетрудно показать, что для минимизации взаимного влияния принимаемых сигналов достаточно обеспечить разнесение во времени символов преамбулы каждого пространственного канала на N_g отсчетов [12]. Следовательно, обозначая первый символ преамбулы первой антенны как $[A^{(1)}, A^{(1)}]$ (без циклического префикса), соответствующий символ преамбулы v -го канала может быть получен циклическим сдвигом $[A^{(1)}, A^{(1)}]$ на $(v-1)N_g$ отсчетов: $A^{(v)} = [A_{(v-1)N_g}^{(1)}, A_{(v-1)N_g}^{(1)}]$. Аналогичным образом для v -го канала передачи символ B формируется циклическим сдвигом последовательности $B^{(1)}$ на $(v-1)N_g$ отсчетов: $B^{(v)} = B_{(v-1)N_g}^{(1)}$, $B^{(1)}$ – второй символ преамбулы, передаваемый в первой антенне.

Предлагаемый алгоритм синхронизации OFDM сигналов с использованием функции правдоподобия вида (12) будет включать в себя следующие этапы.

1. Предварительная (грубая) оценка временного рассогласования

В условиях наличия L каналов приема оценка STO $\hat{\delta}$ будет учитывать вклад каждого l -го канала:

$$\hat{\delta} = \arg\max_{\delta} (M_{MIMO}(\delta)) = \arg\max_{\delta} \left(\sum_{l=1}^L M_l(\delta) \right), \quad (16)$$

где $M_l(\delta)$ функции правдоподобия вида (12) для сигнала l -й приемной антенны.

2. Определение и компенсация частотного рассогласования

Оценка дробной составляющей CFO ε_f выполняет-

ся в соответствии с (7) на основании вклада каждого из L каналов приема при $P(\hat{\delta}) = P_{MIMO}(\hat{\delta})$:

$$P_{MIMO}(\hat{\delta}) = \sum_{l=1}^L P_l(\hat{\delta}). \quad (17)$$

Целочисленное частотное рассогласование ε_i , выраженное в единицах расстояния между поднесущими, может быть получено из выражения:

$$\hat{\varepsilon}_i = \arg\max_{\varepsilon} (G_{MIMO}(\varepsilon)) - N = \arg\max_{\varepsilon} \left(\sum_{l=1}^L G_l(\varepsilon) \right) - N, \quad (18)$$

где $G_l(\varepsilon)$ определяется (9) для сигнала l -й приемной антенны. После получения оценки полной оценки CFO $\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_f + \hat{\varepsilon}_i$ осуществляется компенсация частотного рассогласования в принятых сигналах каждого канала $s_l(k) = u_l(k) \cdot \exp(-j\pi k \hat{\varepsilon} / N)$, $k = \hat{\delta}, \hat{\delta} + 2N$.

3. Точная временная синхронизация

На последнем этапе синхронизации выполняется точное определение начала принятого синхросимвола. Эта операция состоит в поиске максимума функции взаимной корреляции второго символа преамбулы $B = \{b(k)\}_{k=0}^{N-1}$ и соответствующей части принятого синхрослова:

$$\hat{\delta}_{l,fine} = \arg\max_{\delta} \left(\sum_{k=0}^{N-1} s_l(k+\delta) \cdot b(k) \right) - N - 1.5N_g, \quad (19)$$

где δ оценка временного рассогласования согласно (16). Результирующая точная оценка временного рассогласования определяется усреднением канальных оценок $\hat{\delta}_{l,fine}$:

$$\hat{\delta}_F = \left\lfloor \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \hat{\delta}_{l,fine} \right\rfloor, \quad (20)$$

где $\lfloor \cdot \rfloor$ операция выделения целой части.

Результаты имитационного моделирования

Цель эксперимента состояла в проверке эффектив-

ности работы рассмотренного выше алгоритма синхронизации в условиях нестационарного многолучевого канала связи. Моделирование многолучевого канала связи осуществлялось согласно рекомендациям, приведенным в [16]. В качестве модели канала связи использовалась модель распространения радиоволн COST 259 для условий городской застройки (Typical Urban) [17]. При моделировании матрица канальных коэффициентов $\hat{h}_{vl}$ (2) менялась каждые 25 периодов передачи символов преамбулы. Моделирование проводилось для OFDM сигналов с количеством поднесущих $N = 128$, величиной циклического префикса $N_g = 32$ отсчета, частотой дискретизации 20 МГц.

В соответствии с (12) в предложенном алгоритме синхронизации ключевая роль отводится исследованию влияния весового коэффициента α , отражающего вклад в результирующую функцию правдоподобия метрик $M_{SC}(\delta)$ и $M_{FT}(\delta)$. Для определения наиболее эффективного значения α было проведено исследование динамики изменения параметров предварительной оценки STO $\hat{\delta}$ (16), оценки CFO $\hat{\varepsilon}$ (7, 18) и точной оценки STO $\hat{\delta}_F$ (20) от отношения сигнал-шум q для канала с многолучевым распространением и аддитивным белым шумом (АБГШ) с использованием одного

канала передачи ($V = 1$) и приема ($L = 1$). На рис. 3, а приведены зависимости среднеквадратической ошибки (СКО) оценки $\sigma_{\hat{\delta}}$ от отношения сигнал-шум q для различных значений α в условиях многолучевого распространения, на рис. 3 (б) для канала с АБГШ. Аналогичные зависимости СКО оценок $\sigma_{\hat{\varepsilon}}$ и $\sigma_{\hat{\delta}_F}$ представлены на рис. 4 и рис. 5, соответственно.

Из анализа представленных на рисунках зависимостей следует, что наилучшее с точки зрения СКО исследуемых оценок значение α находится в окрестности 0.3, что указывает на существенно больший вес метрики $M_{FT}(\delta)$ в результирующей функции правдоподобия (12). Применение $\alpha = 0.3$ позволяет обеспечить выигрыш в отношении сигнал-шум по сравнению с алгоритмом Шмидля и Кокса ($\alpha = 1$) при предварительной оценке STO $\sigma_{\hat{\delta}}$ не менее 8 дБ в условиях АБГШ (при $\sigma_{\hat{\delta}} = 10^2$) и не менее 3 дБ в условиях многолучевого распространения (при $\sigma_{\hat{\delta}} = 10^3$); при оценке CFO $\sigma_{\hat{\varepsilon}}$ выигрыш составляет не менее 4 дБ в условиях АБГШ и 3 дБ в условиях многолучевого распространения (при уровне $\sigma_{\hat{\varepsilon}} = 10^{-1}$); при точной оценке STO $\sigma_{\hat{\delta}_F}$ 6,5 дБ и 2,2 дБ ($\sigma_{\hat{\delta}_F} = 10^3$), соответственно. Полученные результаты

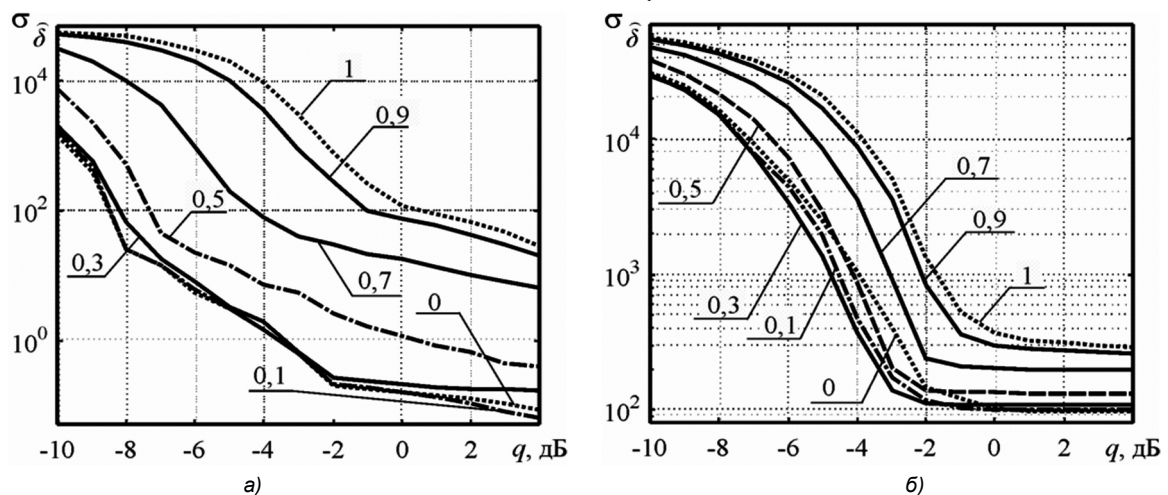


Рис. 3. Зависимость СКО оценки STO $\hat{\delta}$ для каналов связи с АБГШ (а) и COST 259 (б)

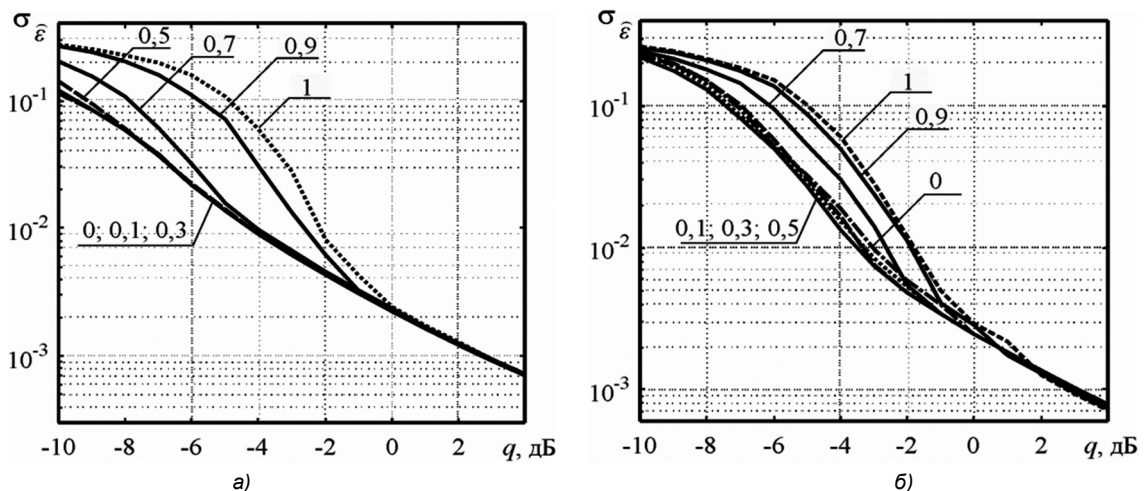


Рис. 4. Зависимость СКО оценки CFO $\hat{\varepsilon}$ для каналов связи с АБГШ (а) и COST 259 (б)

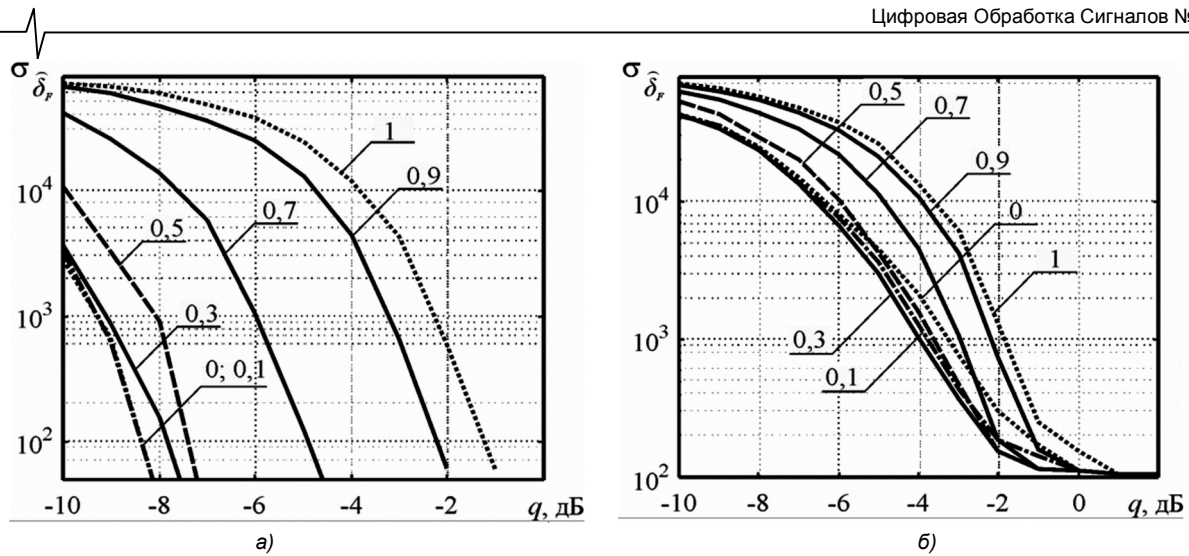


Рис. 5. Зависимость СКО точного временного рассогласования $\hat{\delta}_F$ для каналов связи с АБГШ (а) и COST 259 (б)

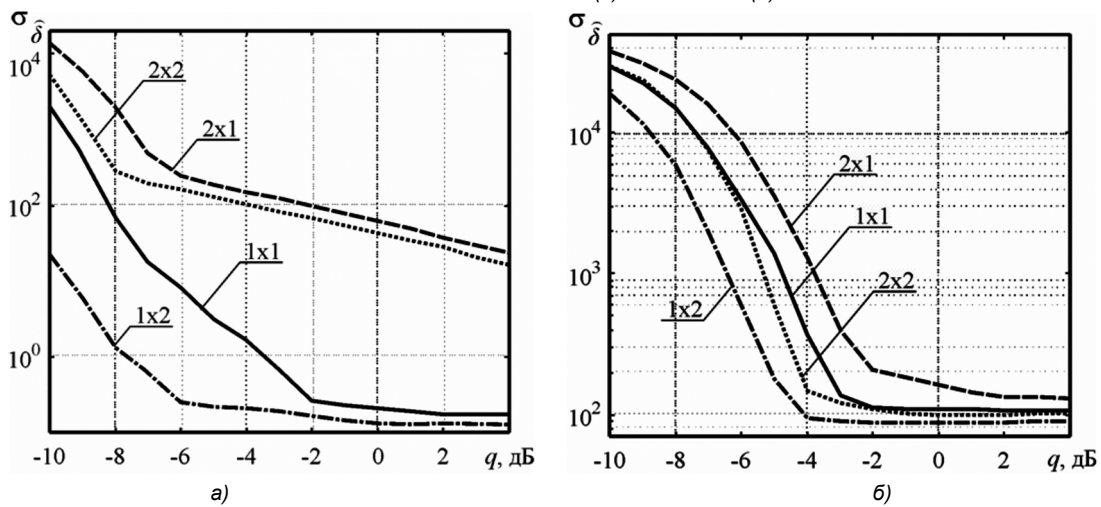


Рис. 6. Зависимость СКО оценки STO $\hat{\delta}$ для каналов связи с АБГШ (а) и COST 259 (б) при $\alpha = 0,3$

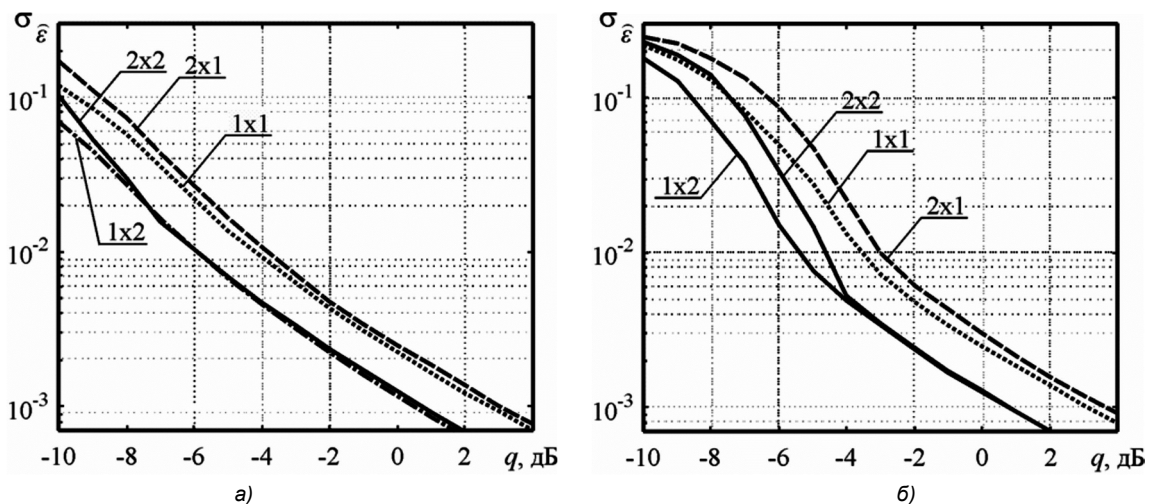


Рис. 7. Зависимость СКО оценки CFO $\hat{\epsilon}$ для каналов связи с АБГШ (а) и COST 259 (б) при $\alpha = 0,3$

свидетельствуют о высокой эффективности предлагаемого алгоритма синхронизации в условиях низких отношений сигнал-шум, как для нестационарных многолучевых каналов связи, так и для каналов связи с АБГШ.

На рис. 6 представлены результаты моделирования первого этапа синхронизации: зависимости СКО оценок

STO $\sigma_{\hat{\delta}}$ от отношения сигнал-шум q для каналов связи с АБГШ (рис. 6, а) и многолучевым распространением радиоволн (рис. 6, б) при различных схемах реализации MIMO (1x1, 2x1, 1x2, 2x2) при $\alpha = 0,3$. Ухудшение точности оценки $\hat{\delta}$ для конфигурации с двумя передающи-

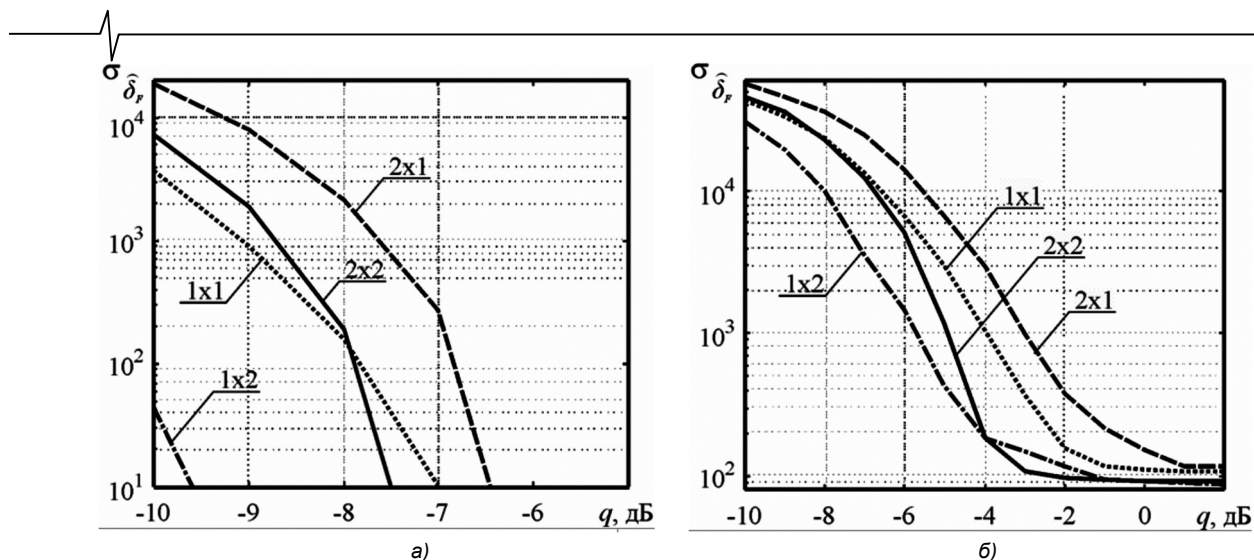


Рис. 8. Зависимость СКО точного временного рассогласования $\hat{\delta}_F$ для каналов связи с АБГШ (а) и COST 259 (б) при $\alpha = 0,3$

ми и одной приемной антеннами 2x1 по сравнению со схемой 1x1 для двух типов канала связи объясняется расширением функции правдоподобия (12) из-за циклического сдвига первого $[A^{(1)}, A^{(1)}]$ и второго $B^{(1)}$ символов преамбулы на N_g при формировании передаваемого сигнала второй антенны. Подобное ухудшение характеристик отсутствует при использовании двух каналов приема и одного канала передачи (1x2) и практически устраняется в конфигурации 2x2 в условиях модели канала связи COST 259.

О качестве оценки частотного рассогласования $\hat{\varepsilon}$ для различных конфигураций MIMO позволяет судить рис. 7, на котором приведены зависимости СКО $\sigma_{\hat{\varepsilon}}$ от отношения сигнал-шум q для аналогичных рассмотренным выше условий моделирования. Полученные результаты указывают на высокую эффективность предлагаемого алгоритма по сравнению с методом Шмидля и Кокса ($\alpha = 1$): в диапазоне отношений сигнал-шум от -8..-2 дБ использование двухкомпонентной функции правдоподобия (12) позволило обеспечить выигрыш в отношении сигнал-шум не менее 2 дБ как в условиях наличия, так и в условиях отсутствия многолучевого распространения для всех конфигураций MIMO за исключением схемы 2x1.

На рис. 8 приведены зависимости СКО оценок точного определения STO $\hat{\delta}_F$ от отношения сигнал-шум q для канала связи с АБГШ (рис. 8, а) и модели COST259 (рис. 8, б). В целом характер изменения оценки STO $\hat{\delta}_F$ повторяет тенденции соответствующих зависимостей первого этапа синхронизации (рис. 6). Так, при конфигурации 1x2 в условиях АБГШ исследуемый алгоритм синхронизации обеспечил более чем на порядок лучшее значение СКО $\sigma_{\hat{\delta}_F}$ по сравнению с аналогичными показателями остальных конфигураций MIMO. В условиях нестационарного многолучевого канала связи для конфигурации 1x2 при $q < 0$ выигрыш в отношении сигнал-шум достигал порядка 3 дБ, что свидетельствует о высоком качестве и устойчивости оценки $\sigma_{\hat{\delta}_F}$ предлага-

емым алгоритмом синхронизации.

Заключение

Предложенный алгоритм синхронизации позволяет значительно улучшить точность оценки частотного и временного рассогласований в области низких отношений сигнал-шум в условиях нестационарного многолучевого распространения при различных конфигурациях MIMO. Существенное улучшение качества оценок для большинства конфигураций MIMO было достигнуто благодаря применению в функции правдоподобия дополнительной компоненты $M_{FT}(\delta)$, позволяющей надежно локализовать интервал предполагаемого поиска символов преамбулы и, следовательно, снизить вероятность ложных решений относительно временного положения искомого сигнала.

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект 14-19-01263) в Рязанском государственном радиотехническом университете.

Литература

1. Pollet T., Van Bladel M., Moeneclaey M. Ber sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and Wiener phase noise // IEEE Trans. Commun. 1995. vol. 43, – pp. 191-193.
2. Moose P.H. A Technique for Orthogonal Frequency Division Multiplexing Frequency Offset Correction // IEEE Trans. on Communications. 1994. vol. 42, no. 10, pp. 2908-2914.
3. Speth M., Classen F., Meyr H. Frame synchronization of OFDM systems in frequency selective fading channels // IEEE 47th Vehicular Technology Conference. 1997. vol. 3. – pp. 1807-1811.
4. Classen F., Meyr H. Frequency synchronization algorithm for OFDM systems suitable for communication over frequency selective fading channels // IEEE VTC'94, – pp. 1655-1659, 1994.
5. Schmidl T.M., Cox D.C. Robust Frequency and Timing Synchronization for OFDM // IEEE Trans. Communications. 1997. vol. 45. no. 12. pp. 1613-1621.
6. Minn H, Bhargava V.K., Ben Letaief K. A Robust Timing and Frequency Synchronization for OFDM Systems // IEEE Transactions on Wireless communications. 2003.

vol. 2. no. 4. – P. 822-838.

7. Park B., Cheon H., Kang C.G., Hong D.S. A Novel Timing Estimation Method for OFDM systems // IEEE Commun. Lett. 2003. vol. 7. – pp. 239-241.

8. Choi S. D., Choi J. M., Lee J. H. An initial timing offset estimation method for OFDM systems in Rayleigh fading channel // IEEE 64th Vehicular Technology Conference. 2006. – pp. 1-5.

9. Mody A.N., Stuber G.L. Synchronization for MIMO OFDM Systems // IEEE Global Communications Conference. 2001. vol. 1, – pp. 509-513.

10. A. van Zelst, T.C.W. Schenk. Implementation of a MIMO OFDM Based Wireless LAN System // IEEE Transactions on Signal Processing. 2004. vol.52, no. 2, – pp.483-494.

11. Stuber. G.L., Barry J.R., McLaughlin S.W., Li Y., Ingram M.A., Pratt T.G. Broadband MIMO-OFDM wireless communications // Proceedings of the IEEE. 2004 vol. 92, – pp. 271-294.

12. Wen Y., Danilo-Lemoine F. A novel postfix synchro-

nization method for OFDM systems // Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC 2007). 2007. – pp. 1-5.

13. Chu D.C. Polyphase codes with good periodic correlation properties // IEEE Trans. Inf. Theory. 1972. vol. 18. no. 4. – pp. 531-532.

14. Бакке А.В. Алгоритм частотной и временной синхронизации для приема OFDM сигналов по многолучевым каналам связи // Цифровая обработка сигналов. 2015. №4. – С. 3-8.

15. Бакке А.В., Лукашин И.В. Усовершенствованный алгоритм временной синхронизации с использованием дробного преобразования Фурье. Вестник РГПУ, № 54, часть 1, с. 20-24, 2015.

16. Iskander C. A MATLAB-based Object-Oriented Approach to Multipath Fading Channel Simulation. http://www.mathworks.com/matlabcentral/ftp_files/18869/1/CchannelModelingWhitePaper.pdf

17. ETSI TR 125 943. Universal Mobile Telecommunications System (UMTS). Version 7.0.0. Release 7. 2007.

НОВЫЕ КНИГИ

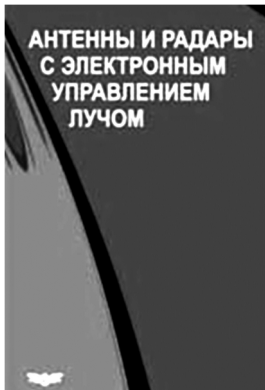
Бартенев В.Г. Избранные труды (2006-2016 гг.) – М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2016 г. -478 с.: ил.



В сборник включены основные публикации за период 2006-2016 гг. Владимира Григорьевича Бартенева – доктора технических наук, профессора кафедры теоретической радиотехники и радиофизики МТУ (МИРЭА). Публикуемые труды сгруппированы по освещенной в них тематике в три раздела, представляющие основные направления научных интересов автора. Первый раздел посвящен теории и практике радиотехнических систем, во втором разделе размещено описание энергосберегающих проектов, третий раздел – это история отечественной радиоэлектроники.

Издание может быть интересно как специалистам, так и широкому кругу читателей.

Антенны и радары с электронным лучом / Под ред. А.И. Синани, Г.В. Кауфмана – М.: Изд-во «Радиотехника», 2016 г. – 234 с.: ил.



Рассмотрены наиболее значительные результаты научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ в области антенной техники. Показана эффективность электронного управления лучом в радарх различного назначения. Проанализированы основные направления развития технологии антенных систем с электронным управлением лучом.

Для научных работников, аспирантов, инженеров-практиков, преподавателей и студентов радиотехнических специальностей.

Антипенский Р.В., Ложкин К.Ю., Поддубный В.Н., Тюлин А.Е. Аналитические сигналы в статистической радиотехнике – М.: «Радиотехника», 2016 г. – 176 с.: ил.



Рассмотрены теоретические основы и практическое применение аналитических (гильбертовских) сигналов, использование которых является развитием символического метода анализа радиотехнических процессов и цепей.

Изложены основные понятия, определения и свойства гильбертовских сигналов, даны примеры вычисления прямого и обратного преобразования Гильберта, найдены спектральные функции аналитических сигналов.

Для инженеров, научных работников, специализирующихся в области радиотехники и связи, преподавателей, аспирантов и адъюнктов.

СПОСОБ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЦИКЛОВ В ГРАФАХ ТАННЕРА LDPC КОДОВ НА ОСНОВЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ КОРОТКИХ ЗАМКНУТЫХ СТРУКТУР В ПРОТОГРАФАХ

Овинников А.А., научный сотрудник Рязанского государственного радиотехнического университета,
e-mail: ovinnikov.a.a@tor.rsreu.ru.

IMAGES OF CYCLES OF CYCLIC LIFTINGS IN THE BASE GRAPH OF PROTOGRAPH LDPC CODES

Ovinnikov A.A.

This report describes the problem of identifying the possible intersections of cycles in the protographs of quasi-cyclic LDPC codes. We closely examine the relationships among the subgraphs of the base graph that rise to short cycles in the lifted graph. As a result of this study, we derive relevant rules on the required cycle metric of the protograph. The list of such rules can be used as a part of algorithms of synthesis of quasi-cyclic codes with low density.

Key words: irregular low density parity check (LDPC) codes, quasi-cyclic codes, girth, protograph, cyclic liftings.

Ключевые слова: помехоустойчивое кодирование, итеративное декодирование, низкоплотностные коды, граф Таннера, обхват графа, связанность циклов графа, энергетический выигрыш от кодирования (ЭВК), топология графов.

Введение

В настоящее время постоянно повышаются требования к системам передачи данных, как в области пропускной способности каналов, так и в направлении информационной достоверности. Благодаря внедрению эффективных алгоритмов помехоустойчивого кодирования и декодирования, среди которых следует особенно отметить наиболее перспективные с точки зрения практической реализации турбо и LDPC коды эти задачи частично решаются. Однако, до сих пор открытым остаётся вопрос повышения энергетического выигрыша от кодирования (ЭВК) в области малых шумов, что особенно актуально для систем цифрового телевидения, оптической связи и хранения данных. Разработка методов и алгоритмов синтеза низкоплотностных кодов по некоторому набору критериев [1-4] является одним из возможных способов решения этой проблемы. Стоит отметить, что большинство критериев формирования проверочных матриц опирается на циклы в графах Таннера и их взаимосвязи, что делает актуальной задачу быстрой идентификации циклов. Этому вопросу и посвящена настоящая работа.

Описание протографа LDPC кода

Протограф (базовый граф) $G_r = (V, C, E)$ является двудольным неориентированным мультиграфом, состоящим из множества символьных (V) и проверочных (C) вершин, а также множества ветвей (E), которые соединяют вершины из V и C друг с другом. Пример простого протографа, включающего в себя элементы в количе-

Рассматривается проблема идентификации всех циклов в графах Таннера квазициклических кодов с низкой плотностью проверок на чётность вплоть до некоторого заданного максимального значения. В силу чрезвычайно высокой вычислительной сложности прямого поиска применяется альтернативный подход, смысл которого состоит в переходе от полного графа к базовому (протографу), размер которого в q раз меньше. При этом часть циклов идентифицируется методом прямого поиска. Остальные согласно топологической теории графов образуются на пересечении двух и более циклов. Ключевым результатом работы является набор уравнений, связывающих конкретные пересечения циклов в протографе с расширенным циклом в базовом графе, полученный путём аналитических расчётов, численного моделирования и элементов топологической теории графов.

стве $|V| = 3$, $|C| = 2$ и $|E|$, где оператор $|\cdot|$ – определяет размер (мощность) множества, представлен на рис. 1. Для того, чтобы получить граф Таннера из структуры G_r , необходимо выполнить так называемую процедуру расширения, которая заключается в последовательном выполнении алгоритмов копирования и перестановки вершин, подробно рассмотренных на рис. 2, где коэффициент масштабирования $q = 3$. Отдельного внимания заслуживает алгоритм перестановки вершин в связи с тем, что он опирается на квадратные матрицы π_{ij}^k размером $[q, q]$, где i и j – номера проверочных и символьных вершин соответственно, а k – коэффициент кратности параллельных ветвей.

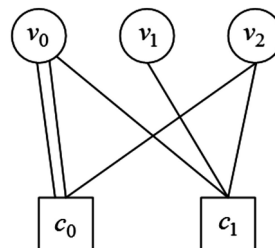


Рис. 1. Протограф

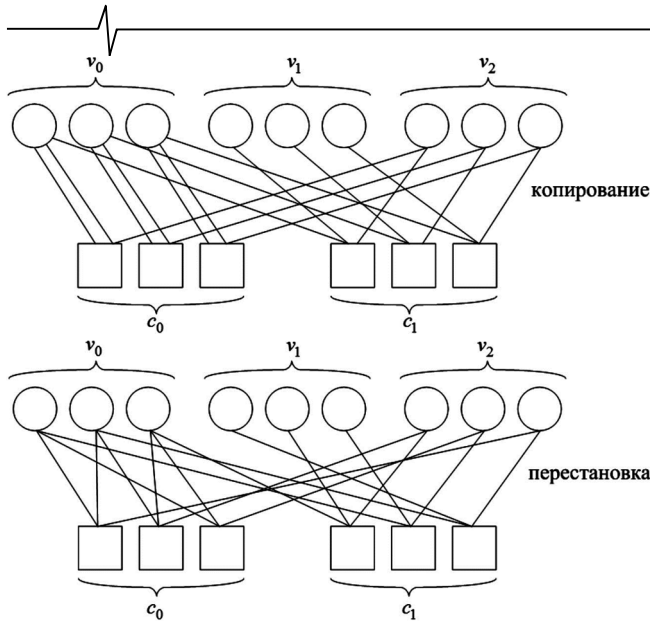


Рис. 2. Процедура расширения протографа

В наиболее простом случае матрица перестановок π_{ij}^k вырождается в единичную диагональную матрицу. Таким образом, полное описание протографа можно получить по структуре, представленной на рис. 3. Компактное и развёрнутое матричное представление G_r дано на рис. 4, где B – базовая или матрица смежности протографа G_r , а H – проверочная матрица LDPC кода, полученная в результате выполнения процедуры расширения.

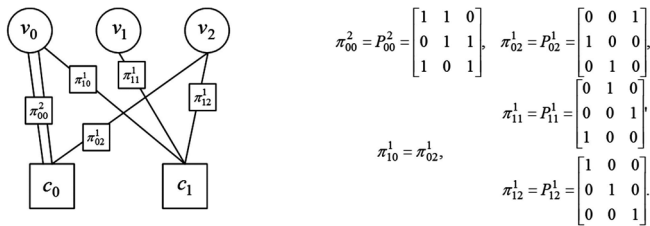


Рис. 3. Развёрнутое представление протографа

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} P_{00}^2 & P_{01}^0 & P_{02}^1 \\ P_{10}^1 & P_{11}^1 & P_{12}^1 \end{bmatrix}.$$

Рис. 4. Матричные формы

Объектами исследования в настоящей работе выступают проверочные матрицы нерегулярных квазициклических кодов такие, что максимальное значение коэффициента кратности параллельных ветвей для эквивалентных им протографов равно единице. Поэтому далее матрицы перестановок заменяются соответствующими значениями сдвига её главной диагонали, т.е. $\pi_{ij}^k \xrightarrow{k_{\max}=1} c_{ij}$, где c_{ij} – величина сдвига главной диагонали квадранта, расположенного в i -й строке и j -м столбце проверочной матрицы.

Проекция циклов протографа на расширенный граф

Использование протографов значительно упрощает работу алгоритмов анализа циклов, т.к. их сложность нелинейно связана с параметрами $|V|$, $|C|$ и $|E|$, что в свою очередь положительно сказывается на скорости синтеза проверочных матриц LDPC кодов. Однако, связь

циклов в G_r и G_r' оказывается далеко не тривиальной и требует дополнительного исследования.

Известно [5], что цикл длиной g образуется в расширенном графе тогда и только тогда, когда выполняется равенство вида:

$$\left(\sum_{k=0}^{g/2-1} \Delta_{i_k, i_{k+1}}(j_k) \right) \bmod(q) = 0, \quad (1)$$

где $\Delta_{i_x, i_y}(o) = (c_{i_x, j} - c_{i_y, j}) \bmod(q)$. При этом $i_0 = i_{g/2}$; $i_k \neq i_{k+1}$; $j_k \neq j_{k+1}$.

Рассмотрим цикл длиной $g = 4$, представленный на рис. 5. При выполнении процедуры расширения, при условии того, что все коэффициенты c_{ij} одинаковы и равны нулю, получаем кратное q раз увеличение числа циклов в расширенном графе, в тоже время использование различных значений для c_{ij} позволяет увеличить длину цикла в расширенном графе (рис. 5). В силу того, что рассматриваемое преобразование не тривиально, далее путём доказательства соответствующих теорем будут определены его свойства.

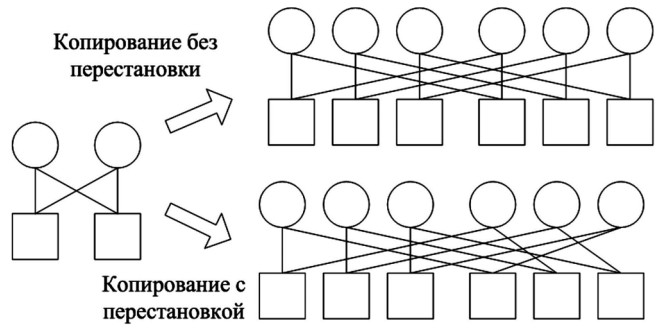


Рис. 5. Расширение циклов протографа

Теорема 1. Если в протографе обнаружен цикл длиной g , то в результате выполнения процедуры расширения он будет преобразован в цикл длиной l , $l \geq g$ при выполнении равенства:

$$\left(\frac{l}{g} \sum_{k=0}^{g/2-1} \Delta_{i_k, i_{k+1}}(j_k) \right) \bmod(q) = 0. \quad (2)$$

Действительно, в соответствии с выражением (1) теорема автоматически выполняется в случае, когда $l = g$. Если $l > g$ тождество не выполняется. Рассмотрим цикл длиной $g = 8$, который можно представить в виде матрицы:

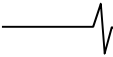
$$H_c = \begin{bmatrix} c_{i_0 j_0} & -1 & -1 & c_{i_0 j_3} \\ c_{i_1 j_0} & c_{i_1 j_1} & -1 & -1 \\ -1 & c_{i_2 j_1} & c_{i_2 j_2} & -1 \\ -1 & -1 & c_{i_3 j_2} & c_{i_3 j_3} \end{bmatrix}.$$

Согласно разностному модульному уравнению (1) получаем следующее выражение для цикла длиной g :

$$((c_{i_0 j_0} - c_{i_1 j_0}) + (c_{i_1 j_1} - c_{i_2 j_1}) + (c_{i_2 j_2} - c_{i_3 j_2}) + (c_{i_3 j_3} - c_{i_0 j_3})) \bmod(q) = 0. \quad (3)$$

В частном случае некоторые значения сдвигов могут совпадать, что эквивалентно замене вида:

$$\begin{aligned} b_{i_0 j_0} &= c_{i_0 j_0} = c_{i_2 j_2}, & b_{i_0 j_1} &= c_{i_2 j_1} = c_{i_0 j_3}, \\ b_{i_1 j_0} &= c_{i_1 j_0} = c_{i_3 j_2}, & b_{i_1 j_1} &= c_{i_1 j_1} = c_{i_3 j_3}. \end{aligned} \quad (4)$$



При этом модульное уравнение (4) преобразуется к виду:

$$(2((b_{i_0 j_0} - b_{i_1 j_0}) + (b_{i_1 j_1} - b_{i_0 j_1}))) \bmod(q) = 0 ,$$

что эквивалентно (2) при соотношении $l/g = 2$. Таким образом, проводя замены, аналогичные (4) любой цикл длиной l кратной g можно представить в виде (2), что и требовалось доказать.

Теорема 2. Цикл протографа длиной g всегда порождает как минимум один цикл l в расширенном графе, причём его длина всегда кратна g и делит $q \cdot g$ без остатка, а количество таких циклов в графе G_r определяется выражением:

$$n(l) = \frac{q \cdot g}{l} \quad (5)$$

Первое утверждение теоремы является прямым следствием модульного уравнения (1), т.к. в противном случае возникает ситуация нарушающая это правило. Исходя из теоремы 1, циклы длиной l не кратные g не могут быть образованы, т.к. для них выражение (2) всегда не выполняется. Параметр $q \cdot g$ определяет общее количество вершин, которые будут получены в результате процедуры расширения протографа из одного цикла длиной g . Если предположить, что существуют циклы, длина которых не делит $q \cdot g$ без остатка, тогда возникает противоречие. Оно заключается в том, что в этом случае остаются вершины, не задействованные ни в одном цикле. Таким образом, нарушается правило (1). Исходя из всего вышесказанного, можно сделать вывод о том, что выражение (5) истинно.

Следствие: если q – простое число, то цикл базового графа длиной g в результате выполнения процедуры расширения либо не изменяется, либо увеличивается в q раз.

Анализ пересечений циклов протографа

Второй особенностью циклов в протографе является их возможность группирования таким образом, что при расширении в искомом графе образуются циклы относительно большой длины, которых до этого преобразования просто не было. Для начала необходимо определить минимальную длину цикла, который может быть получен путём группирования более коротких экземпляров. Так как коэффициент кратности параллельных ветвей рассматриваемых протографов равен единице, то проекция циклов длиной четыре и шесть в расширенном графе может оставаться не изменённой, увеличиваться в q раз, либо кратное число раз согласно теореме 1. В тоже время циклы длиной восемь и более в расширенном графе могут быть получены группированием более коротких замкнутых структур протографа.

Пусть имеется пара наиболее коротких циклов в протографе, объединённых друг с другом двумя общими вершинами. На рис. 6 представлен граф (а) для такого пересечения и соответствующая матрица-прототип (б). Введём краткое обозначение для формулы (1) вида:

$$p = \left(\sum_{k=0}^{g/2-1} \Delta_{i_k, i_{k+1}}(j_k) \right) \bmod(q). \quad (6)$$

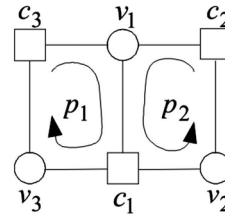
Таким образом, нулевые значения p_1 или p_2 отража-

ют наличие цикла длиной g в протографе, иначе такие циклы отсутствуют. Не сложно обнаружить, что в графе (рис. 6,а) имеется набор вершин, которые в результате процедуры расширения могут потенциально дать цикл длиной 6, а именно $C_6: v_1, c_2, v_2, c_1, v_3, c_3, v_1$. Аналитически, с использованием формулы (6), получим выражение для описания цикла C_6 :

$$\begin{aligned} p_1 &= (c_{11} - c_{01}) + (c_{00} - c_{10}); \\ p_2 &= (c_{22} - c_{02}) + (c_{00} - c_{20}); \\ p_3 &= (c_{22} - c_{02}) + (c_{10} - c_{20}) + (c_{01} - c_{11}). \end{aligned} \quad (7)$$

Рассмотрим линейное уравнение вида:

$$\begin{aligned} p_2 - p_1 &= (c_{22} - c_{02}) + (c_{00} - c_{20}) - (c_{11} - c_{01}) - \\ &- (c_{00} - c_{10}) = (c_{22} - c_{02}) + (c_{10} - c_{20}) + (c_{01} - c_{11}) = p_3 \end{aligned} \quad (8)$$



$$H_c = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 \\ c_{00} & c_{01} & c_{02} \\ c_{10} & c_{11} & -1 \\ c_{20} & -1 & c_{22} \end{bmatrix} \begin{matrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{matrix}$$

Рис. 6. Граф и матрица-прототип пересечения двух коротких циклов с двумя общими вершинами

Таким образом, необходимым и достаточным условием существования цикла длиной 6 является выражение:

$$p_1 = p_2. \quad (9)$$

Формула (9) подтверждена экспериментальным исследованием, в котором для пересечения двух коротких циклов, согласно рис. 6 а, были определены все возможные замкнутые структуры, образующиеся при расширении протографа. При этом общее количество возможных комбинаций c_{ij} определялось числом перестановок из q по 7 элементов. Результаты эксперимента отражены в табл. 1, где $n_6(q^7)$ и $\eta_6(q^7)$ – абсолютная и относительная доли циклов длиной 6 из всех возможных перестановок.

Стоит отметить, что идентификация циклов длиной 6 возможна и без использования правила (9), т.к. все вершины v_i и c_j входят в C_6 не более одного раза, кроме v_1 , которая является одновременно и началом и концом цикла. Важным аспектом процесса анализа циклов является привязка соотношений между короткими циклами (9) к взаимному направлению обхода, показанному на рис. 6,а стрелкой в графе. Если относительные направления обхода будут совпадать, в отличие от рассматриваемого случая, то правило изменится на диаметрально противоположное.

Рассмотрим последовательно все возможные варианты пересечений наиболее коротких циклов, которые при расширении протографа приводят к появлению замкнутых структур длиной 8. Для определения соотношений между идентификаторами циклов p_1 и p_2 на протяжении всего этапа анализа используются в основном результаты экспериментов, представленные в табличном виде по аналогии с табл. 1. Классификацию таких пересечений можно построить по количеству общих для двух циклов вершин (n_x). Анализ начнём со случая, когда $n_x = 1$. На рис. 7 показаны соответствующий граф и матрица-прототип.

Таблица 1. Оценка абсолютных и относительных долей циклов длиной 6 при переборе всех возможных перестановок из q по 7

q	q^7	$n_6(q^7)$	$\eta_6(q^7)$	Соотношение p_1 и p_2
2	128	32	0,25	$p_1 = p_2$
3	2187	486	0,2(2)	
4	16384	3072	0,1875	
5	78125	12500	0,16	
6	279936	38880	0,13(8)	
7	823543	100842	0,1224	
8	2097152	229376	0,1094	

Один из вариантов цикла длиной 8 описывается набором вершин C_8 : $c_1, v_1, c_2, v_2, c_3, v_3, c_4, v_4$. Не трудно заметить, что это не что иное, как последовательное соединение циклов с идентификаторами p_1 и p_2 . Так как обход вершин можно выбрать произвольным, то результирующий параметр p_3 фактически принимает четыре различных значения:

$$p_3 = \begin{cases} p_1 + p_2, \\ -p_1 - p_2, \\ p_1 - p_2, \\ -p_1 + p_2, \end{cases} \quad (10)$$

что в модульной арифметике эквивалентно соотношению вида:

$$p_3 = 0, \text{ если } p_1 = \pm p_2. \quad (11)$$

Таким образом, правило идентификации цикла длиной 8 по пересечению с $n_x = 1$ отображено в табл. 2 и экспериментально подтверждено для $3 < q \leq 6$. Согласно формуле (11) направление обхода циклов не имеет при этом никакого значения.

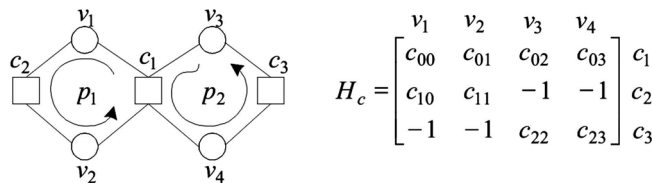


Рис. 7. Граф и матрица-прототип пересечения двух коротких циклов с одной общей вершиной

Таблица 2. Оценка абсолютных и относительных долей циклов длиной 8 при переборе всех возможных перестановок из q по 8

q	q^8	$n_8(q^8)$	$\eta_8(q^8)$	Соотношение p_1 и p_2
3	6561	2916	0,444(4)	$p_1 = \pm p_2$
4	65536	36864	0,5625	
5	390625	125000	0,32	
6	1679616	793152	0,472(2)	

При увеличении количества общих между двумя циклами вершин с одной до двух правило идентификации изменяется в силу наличия формулы (9), что подтверждено практически в табл. 3 для всех случаев на интервале $3 < q \leq 8$. Аналитические выкладки, подтверждающие результаты численного моделирования, схожи с представленными в формуле 10 за исключением тех случаев, которые образуют циклы длиной 6.

И, наконец, последний вариант получения цикла длиной 8 в расширенном графе из пересечения самых ко-

ротких циклов базового графа показан на рис. 8. Экспериментально для этого случая получены соотношения, представленные в табл. 4.

Таблица 3. Оценка абсолютных и относительных долей циклов длиной 8 при переборе всех возможных перестановок из q по 7

q	q^7	$n_8(q^7)$	$\eta_8(q^7)$	Соотношение p_1 и p_2
3	2187	486	0,222(2)	$p_1 = -p_2$
4	16384	6144	0,375	
5	78125	12500	0,16	
6	279936	93312	0,333(3)	
7	823543	100842	0,1224	
8	2097152	589824	0,28125	

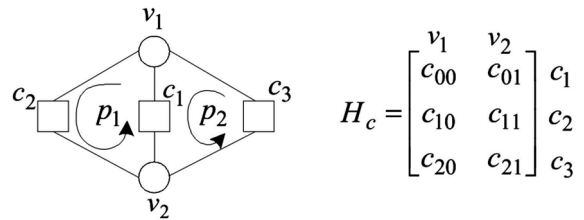


Рис. 8. Граф и матрица-прототип пересечения двух коротких циклов с тремя общими вершинами

Таблица 4. Оценка относительной доли циклов длиной 8 при переборе всех возможных перестановок из q по 6

q	q^6	$n_8(q^6)$	$\eta_8(q^6)$	Соотношение p_1 и p_2
3	729	162	0,222(2)	$p_1 = -p_2$ $2p_1 = -p_2$ $2p_2 = -p_1$
4	4096	1536	0,375	
5	15625	7500	0,48	
6	46656	25920	0,555(5)	
7	117649	43218	0,3673	
8	262144	122880	0,4687	
9	531441	131220	0,2469	
10	1000000	480000	0,48	

В ряде источников [2, 3] упоминается информация о том, что наибольшее влияние на качество итеративного декодирования оказывают относительно короткие циклы длиной до 10 включительно, поэтому целесообразно ограничить рассмотрение пересечения именно на этой отметке. Все результаты на этом этапе получены путём имитационного моделирования для небольших значений q в силу высоких вычислительных затрат, которые фактически определяются общим количеством возможных перестановок. В табл. 5-8 представлены соответствующие соотношения, которые фактически являются правилами для оперативного обнаружения цикла длиной 10. В дальнейшем планируется аналитическое подтверждение полученных результатов.

Таблица 5. Оценка относительной доли циклов длиной 10 при переборе всех возможных перестановок из q по 7 (пересечение циклов длиной 4)

q	q^7	$n_{10}(q^7)$	$\eta_{10}(q^7)$	Соотношение p_1 и p_2
5	78125	25000	0,16	$2p_1 = p_2$ $2p_2 = p_1$
6	279936	31104	0,111(1)	
7	823543	201684	0,2449	
8	2097152	262144	0,125	

Таблица 6. Оценка относительной доли циклов длиной 10 при переборе всех возможных перестановок из q по 10 (p_2 – идентификатор цикла длиной 6)

q	q^{10}	$n_{10}(q^{10})$	$\eta_{10}(q^{10})$	Соотношение p_1 и p_2
3	59049	26244	0,444(4)	$p_1 = \pm p_2$
4	1048576	262144	0,25	
5	9765625	3125000	0,32	

Таблица 7. Оценка относительной доли циклов длиной 10 при переборе всех возможных перестановок из q по 9 (p_2 – идентификатор цикла длиной 6)

q	q^9	$n_{10}(q^9)$	$\eta_{10}(q^9)$	Соотношение p_1 и p_2
3	19689	4374	0,2221	$p_1 = p_2$
4	262144	32768	0,125	
5	1953125	312500	0,16	

Таблица 8. Оценка относительной доли циклов длиной 10 при переборе всех возможных перестановок из q по 8 (p_2 – идентификатор цикла длиной 6)

q	q^8	$n_{10}(q^8)$	$\eta_{10}(q^8)$	Соотношение p_1 и p_2
3	6561	1458	0,222(2)	$p_1 = -p_2$ $2p_1 = p_2$
4	65536	16384	0,25	
5	390625	125000	0,32	
6	1679616	279936	0,166(6)	
7	5764801	1411788	0,2449	

Результаты анализа пересечений циклов протографа

Полученные в предыдущих пунктах результаты можно объединить в одну табл. 9, которая описывает все возможные правила идентификации циклов длиной до 10 включительно в расширенном графе по протографу. Таким образом, по двум входным параметрам – типу пересечения и количеству общих вершин между циклами можно однозначно определить наличие нового цикла, длина которого строго больше g_1 и g_2 . Для этого необходимо первоначально идентифицировать каждый из членов пары пересекающихся циклов, найти число общих вершин пары и решить два модульных уравнения, получив значения p_1 и p_2 , соответственно. После этого останется лишь воспользоваться одним или несколькими правилами, согласно табл. 9, которые позволят оперативно оценить искомое значение g .

Заключение

В работе проведено исследование способа идентификации циклов в графах Таннера LDPC кодов на основе пересечений коротких замкнутых структур в прото-

графах. В результате доказаны две теоремы о преобразовании цикла при расширении графа, а также получен набор правил, позволяющих оперативно определять факт наличия или отсутствия циклов длиной до 12 в расширенном графе по протографу.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 14-19-01263) в Рязанском государственном радиотехническом университете.

Таблица 9. Правила идентификации циклов расширенного графа по пересечениям циклов в протографе

Длина образуемого цикла, g	Тип пересечения, $g_1 \times g_2$	Количество общих вершин, n_x	Правила идентификации
6	4x4	2	$p_1 = p_2$
8	4x0	0	$2p = 0$
		1	$p_1 = \pm p_2$
		2	$p_1 = -p_2$
		3	$p_1 = -p_2$ $2p_1 = -p_2$ $2p_2 = -p_1$
10	4x4	2	$2p_1 = p_2$ $2p_2 = p_1$
		1	$p_1 = \pm p_2$
		2	$p_1 = p_2$
		3	$p_1 = -p_2$ $2p_1 = p_2$
		4	$p_1 = p_2$

Литература

- Овинников А.А., «Исследование влияния спектра связанности циклов в графе Таннера на энергетический выигрыш кодирования известных LDPC кодов», Цифровая обработка сигналов №4, 2015, – с. 24-29.
- Ryan W.E. and Lin S. «Channel Codes. Classical and Modern», Cambridge University Press, 2009.
- Declercq D., Fossorier M., Biglieri E., Channel Coding. Theory, Algorithms, and Applications. Academic Press Library in Mobile and Wireless Communications, 2014.
- Hu X.-Y., Eleftheriou E. and Arnold D.-M. «Progressive edge-growth Tanner graphs,» in Proc. IEEE GlobeCom, Nov. 2001, vol. 2, – pp. 995-1001.
- Fossorier M. P. C. Quasi-Cyclic Low-Density Parity-Check Codes From Circulant Permutation Matrices / M. P. C. Fossorier // IEEE Transactions on information theory, vol. 50, no. 8, aug. 2004, – p. 1788-1793.

Уважаемые авторы !

Редакция научно-технического журнала «Цифровая обработка сигналов» просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

1. Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:

- Текст - текстовый редактор Microsoft Word.
- Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.
- Объем статьи до 12 стр. (шрифт 12). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.
- Название статьи на русском и английском языках.
- Рукопись статьи сопровождается: краткой аннотацией на русском и английском языках; номером УДК; сведениями об авторах (Ф.И.О., организация, должность, ученая степень, телефоны, электронная почта); ключевыми словами на русском и английском языках; актом экспертизы (при наличии в вашей организации экспертной комиссии).

2. Требования к иллюстрациям:

- Векторные (схемы, графики) - желательно использование графических редакторов Adobe Illustrator или Corel DRAW.
- Растровые (фотографии, рисунки) - М 1:1, разрешение не менее 300dpi, формат tiff.

ДЕКОДИРОВАНИЕ LDPC КОДОВ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДИКИ СТИРАНИЯ ДЛЯ АЛГОРИТМА UMP-APP

Волков И.Ю., магистрант Рязанского государственного радиотехнического университета,
e-mail: volkov.i.y@tor.rsreu.ru;

Дряхлов А.А., магистрант Рязанского государственного радиотехнического университета,
e-mail: drahlov.a.a@tor.rsreu.ru;

Лихобабин Е.А., к.т.н., доцент Рязанского государственного радиотехнического университета,
e-mail: likhobabin.e.a@tor.rsreu.ru;

Мирохин Е.И., магистрант Рязанского государственного радиотехнического университета,
e-mail: mirohin.e.i@tor.rsreu.ru;

Терехов К.Г., магистрант Рязанского государственного радиотехнического университета,
e-mail: terkhov.k.g@tor.rsreu.ru.

UMP-APP DECODING OF LDPC CODES WITH SELF-CORRECTION MODIFIER

Volkov I.Y., Dryakhlov A.A., Likhobabin E.A., Mirokhin E.I., Terekhov K.G.

In this paper we propose self-correction modifier for the UMP-APP decoding of LDPC codes. Like self-corrected «min-sum» decoding our method modifies the variable nodes processing by erasing unreliable messages. As shown by Monte-Carlo simulations, self-corrected UMP-APP decoding performs better than common UMP-APP decoding.

Key words: forward error correction, LDPC codes, UMP-APP algorithm, self-correction.

Ключевые слова: коррекция ошибок, LDPC коды, алгоритм декодирования UMP-APP, стирание.

Введение

Коды с низкой плотностью проверок на четность (Low Density Parity Check Codes, LDPC) были предложены Р. Галлагером [1] еще в 1963 году, но были забыты почти на 40 лет из-за сложности реализации предложенного Галлагером итеративного алгоритма декодирования этих кодов. Новая волна интереса к LDPC кодам возникла вместе с открытием, так называемых, турбо-кодов [2]. Также как и турбо-коды, LDPC коды позволяют вплотную приблизиться к границе Шеннона [3, 4]. В настоящее время LDPC коды все шире применяются на практике, например, такие коды используют стандарты DVB-T2, DVB-S2, DVB-C2, Wi-Fi, WiMax, IEEE 802.15.3 [5, 6].

Помимо самих LDPC кодов Галлагер предложил несколько алгоритмов их декодирования [1], наиболее известными из которых являются: субоптимальный алгоритм распространения доверия (АРД) [3], также известный как алгоритм «сумма-произведение» (АСП) и алгоритм с инверсией бита (АИБ). АСП работает с мягкими оценками принятых бит и является достаточно сложным с точки зрения практической реализации, что компенсируется превосходным качеством декодирования. В противоположность АСП, АИБ работает с жесткими оценками принятых бит, очень прост с точки зрения реализации, но серьезно проигрывает АСП в качестве декодирования.

В силу сложности реализации АСП, было предложено множество как различных модификаций разработанных

Представлен простой, эффективный с точки зрения качества декодирования метод стирания для алгоритма UMP-APP, с использованием стирания недостоверных бит. Предложено использовать этот подход не только для алгоритма «минимум-сумма», но и для его модификаций. Приведены оценка сложности реализации этого подхода, а также результаты качества декодирования и скорости сходимости рассмотренных алгоритмов.

ных Галлагером алгоритмов, так и других, новых способов декодирования LDPC кодов. Существует два основных направления поиска оптимального баланса между качеством декодирования и простотой реализации, это: усложнение АИБ с целью улучшения качества декодирования; упрощение АСП с потерей качества декодирования [7, 8, 9].

В [10] было предложено использовать стирание недостоверных бит (англ. self-correction) в алгоритме «минимум-сумма» (АМС), являющимся упрощенной модификацией АСП. Также было показано [11, 12], что использование стирания недостоверных бит позволяет существенно приблизить качество декодирования алгоритма «минимум-сумма» к качеству декодирования АСП. Дальнейшим упрощением алгоритма АМС является алгоритм вычисления апостериорных вероятностей [13, 14] (AAB, uniformly most powerfull a posteriori probability, UMP-APP).

В статье проводится анализ эффективности использования стирания недостоверных бит применительно к алгоритму AAB.

Алгоритм АМС со стиранием

Алгоритм АМС со стиранием выполняет те же шаги, что и обычный АМС, но обновление информационных узлов выполняется иначе, по методике которая будет

показана ниже. Далее будем считать, что используется двоичный LDPC код C , для исправления ошибок в канале с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ). При этом кодовое слово кода C обозначим $\mathbf{x} = [x_i]$, где $x_i \in \{0, 1\}$.

Через $s(x) = \mathbf{s} = [s_i]$ обозначим передаваемую последовательность бит, тогда принятый сигнал можно записать в векторной форме как $\mathbf{y} = \mathbf{s} + \mathbf{n}$, $y_i = s_i + n_i$, где n_i – статистически независимая гауссовская случайная величина с нулевым средним и дисперсией $N_0/2$, для $1 \leq i \leq N$.

Пусть правдоподобие принятого бита i – L_i , а сообщения, передаваемые на каждой итерации [4] от узла i к узлу j , обозначим как $L_{i \rightarrow j}$. Для удобства модуль и знак правдоподобия обозначим как

$$\alpha_{i \rightarrow j} = \text{sign}(L_{i \rightarrow j}),$$

$$\beta_{i \rightarrow j} = |L_{i \rightarrow j}|.$$

Тогда алгоритм AMC со стиранием можно представить в следующем виде [8]:

Инициализация

Априорная информация:

$$L_i = y_i.$$

Инициализация информационных узлов:

$$L_{i \rightarrow j} = L_i$$

Итерации

Обновление проверочных узлов:

$$L_{j \rightarrow i} = \min_{i' \in M(j) - \{i\}} \beta_{i' \rightarrow j} \cdot \prod_{i' \in M(j) - \{i\}} \alpha_{i' \rightarrow j}$$

Апостериорная вероятность:

$$L_i^{\text{total}} = L_i + \sum_{j \in N(i)} L_{j \rightarrow i}.$$

Обновление информационных узлов:

$$L_{i \rightarrow j}^{\text{imp}} = L_i^{\text{total}} - L_{j \rightarrow i}$$

если $\text{sign}(L_{i \rightarrow j}^{\text{imp}}) = \text{sign}(L_{i \rightarrow j})$ то $L_{i \rightarrow j} = L_{i \rightarrow j}^{\text{imp}}$,

иначе $L_{i \rightarrow j} = 0$.

Можно заметить, что обнаружение недостоверных сообщений на шаге обновления проверочных узлов выполняется по смене знака сообщения от итерации к итерации. То есть, если сообщение от одного узла к другому меняет свой знак от итерации к итерации, то такое сообщение считается недостоверным и стирается (приравнивается нулю).

Алгоритм AAB

Алгоритм декодирования AAB может рассматриваться как дальнейшее упрощение алгоритма «минимум-сумма» [13, 14], причем упрощается шаг обновления информационных узлов.

Обновление информационных узлов для AAB алгоритма аналогично алгоритму AMC, но вычисляется только одно сообщение для всех проверочных узлов. Разница в обновлении информационных узлов для этих алгоритмов приведена на рис. 1.

Модуль и знак правдоподобия можно обозначить как:

$$\alpha_i = \text{sign}(L_i),$$

$$\beta_i = |L_i|.$$

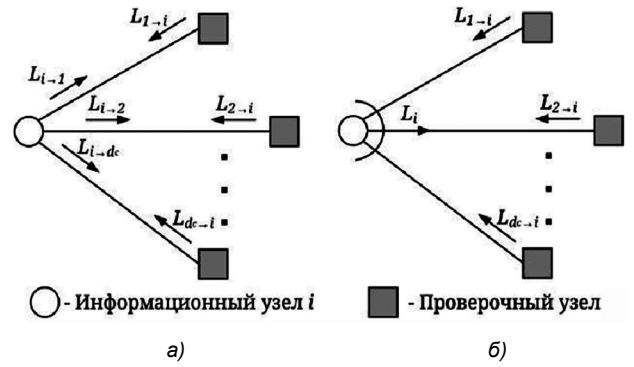


Рис. 1. Обновление информационных узлов для алгоритмов AMC а) и AAB б)

Алгоритм AAB со стиранием

Для алгоритма AAB может быть так же использовано стирание, несмотря на то, что количество сообщений от информационного узла сократилось до одного. Другими словами на шаге обновления информационных узлов по изменению знака по-прежнему можно находить и стирать недостоверные сообщения, как это будет показано ниже.

Инициализация

Априорная информация:

$$L_i = y_i.$$

Итерации

Обновление проверочных узлов:

$$L_{j \rightarrow i} = \min_{i \in M(j)} \beta_i \cdot \prod_{i \in M(j)} \alpha_i.$$

Апостериорная информация:

$$L_i^{\text{total}} = |y_i| + \sum_{j \in N(i)} L_{j \rightarrow i}.$$

Обновление информационных узлов:

$$L_i^{\text{imp}} = L_i^{\text{total}}$$

if $\text{sign}(L_i^{\text{imp}}) = \text{sign}(L_i)$ then $L_i = L_i^{\text{imp}}$.

else $L_i = 0, y_i = 0$.

Можно заметить, что шаг обновления информационных узлов алгоритма AAB со стиранием несколько отличается от аналогичного шага алгоритма AMC со стиранием. На этом шаге требуется не только стирание сообщения от информационного узла, но и его достоверности. Однако это независимые операции и можно стирать как недостоверное сообщение (sc-m) или достоверность (sc-r) узла, отсылающего недостоверно сообщение, так и оба значения одновременно (sc-mr). Все эти варианты были рассмотрены в рамках моделирования, и позже будет показано, что наилучшей эффективностью и лучшей сходимостью обладает последний подход, когда одновременно стираются сообщение и достоверность (sc-mr).

Результаты моделирования

В рамках настоящей работы были проведены исследования эффективности и скорости сходимости для двух

LDPC кодов. Первый – хорошо известный по ряду публикаций PEG код (1008, 504) [15], а второй – квазициклический EG (8176, 7156) LDPC код [4]. В обоих случаях максимальное число итераций – 100.

Результаты моделирования для PEG кода представлены на рис. 2 и 3 в сравнении с алгоритмами AMC и APД. Можно заметить, что использование стирания положительно сказалось на эффективности алгоритма AAB, а также то, что выигрыш может быть получен с использованием различных вариантов стирания на шаге обновления проверочных узлов. Однако лучший результат достигается при стирании достоверности и сообщения от недостоверного узла. Этот вариант обозначен на графиках как «sc-mr app».

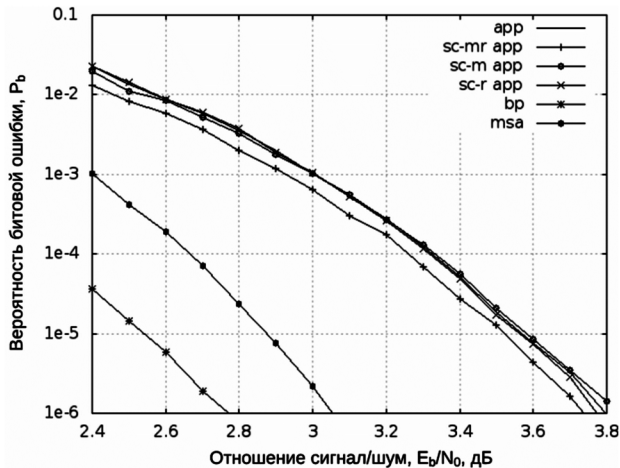


Рис. 2. Эффективность декодирования кода PEG (1008, 504)

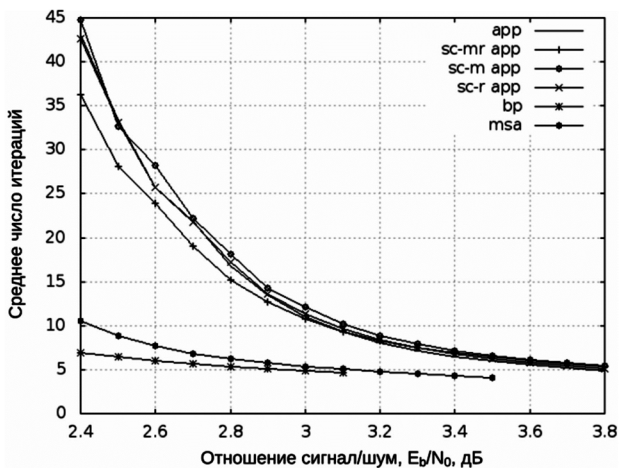


Рис. 3. Среднее число итераций для кода PEG (1008, 504)

Максимальный выигрыш в эффективности декодирования для вероятности битовой ошибки 10^{-5} по сравнению с алгоритмом AAB составляет 0,1 дБ, но все еще проигрывает алгоритмам AMC и APД 0,6 дБ и 1 дБ соответственно. Среднее число итераций по сравнению с AAB алгоритмом снижается для всех отношений сигнал-шум от 0 до 3,2 дБ, и незначительно увеличивается после.

Использование стирания для EG кода даёт похожие результаты, несмотря на то, что EG код имеет большую скорость кодирования. Зависимости эффективности декодирования и среднего числа итераций от отношения сигнал-шум приведены на рис. 4 и 5, соответственно. Для вероятности

битовой ошибки 10^{-5} проигрыш AMC составляет 0,3 дБ, а для APД 0,6 дБ, что меньше чем для PEG кода.

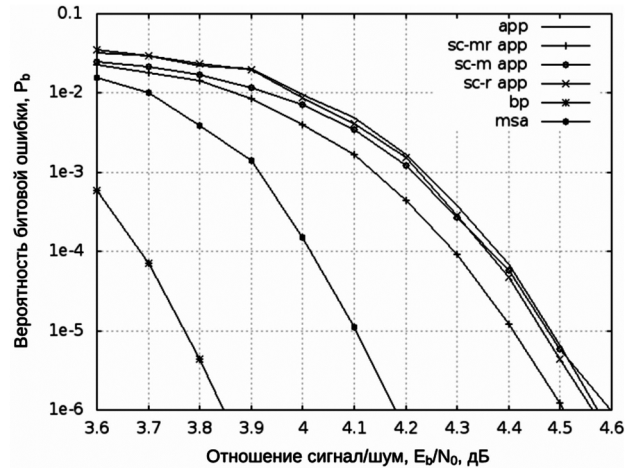


Рис. 4. Эффективность декодирования для кода EG (8176, 7156)

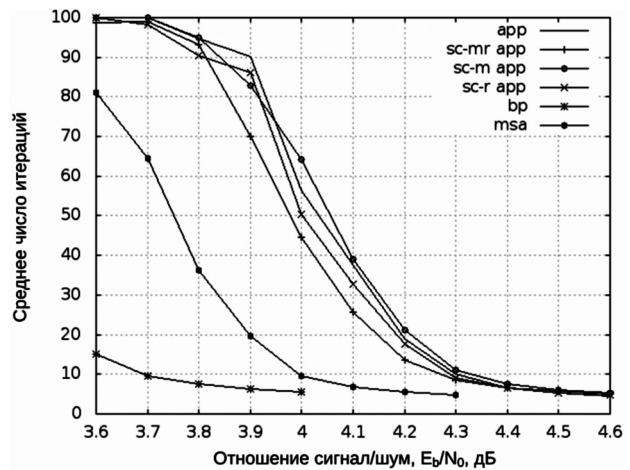


Рис. 5. Среднее число итераций для кода EG (8176, 7156)

Среднее число итераций для заданного отношения сигнал-шум при декодировании EG кода с использованием AAB со стиранием меньше или равно соответствующему значению для обычного AAB алгоритма.

Заключение

Анализ полученных результатов для PEG и EG кодов показывает, что использование стирания положительно влияет не только на алгоритм AMC, но также и на другие итеративные алгоритмы декодирования. В статье был рассмотрен только алгоритм AAB со стиранием, но с большой долей вероятности можно предположить, что стирание возможно использовать как для модификаций алгоритма AAB, так и для других итеративных алгоритмов.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда, грант № 14-19-01263.

Литература

1. Gallager R.G. «Low-density parity-check codes,» Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1963. – 60 p.
2. MacKay D.J.C., Neal R.M. «Near Shannon limit performance of low density parity check codes,» Electron. Lett., vol. 32, no. 18, pp. 1645–1646, Aug. 1996.
3. Richardson T Shokrollahi., A., Urbanke R. «Design of

capacity-approaching irregular low-density parity check codes,» IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 47, pp. 619–637, Feb. 2001.

4. Ryan W.E., Lin S. «Channel codes. Classical and modern,» Cambridge, University Press, 2009. – 692 p.

5. Johnson S.J. «Iterative Error Correction,» Cambridge, University Press, 2010. – 335 p.

6. Franceschini M., Ferrari G., Raheli R. «LDPC Coded Modulation,» Springer 2009, 196 p.

7. Lu E.H., Chen T.C., Lu P.Y. «Theoretic approach to BP-based WBF decoding algorithm of LDPC codes,» Wireless and Pervasive Computing (ISWPC), 2013 International Symposium on 20-22 Nov. 2013. Taipei.

8. Savin V. «Self-corrected min-sum decoding of LDPC codes,» IEEE International symposium on Information Theory, 2008, – pp. 146-150.

9. Savin V., Declercq D. «Min-Sum-based decoders running on noisy hardware,» IEEE Global Communication Conference, 2013, – pp. 1879-1884.

10. Andrade J., Falcao G., Silva V., Baretto J.P., Goncalves N., Savin V. «Near-LSPA Performance at MSA

Complexity,» IEEE International Conference on Communications, 2013, – pp.3281-3285.

11. Andrade J., Falcao G., Silva V. «Accelerating and decelerating min-sum-based gear-shift LDPC decoders,» Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2015 IEEE International Conference, South Brisbane, 19-24 April 2015, – pp. 3004-3008.

12. Vityazev V.V., Likhobabin E.A. «Using self-correction for min-sum based decoding algorithms of LDPC codes,» 2015 Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO), June 2015, pp.93-95.

13. Fossorier M., Mihaljevich M., Imai H. «Reduced complexity iterative decoding of low density parity check codes based on belief propagation,» IEEE Trans. on Comm. – 1999, May, vol. 47. № 5, – pp. 673-680.

14. Chen J., Fossorier M. «Decoding Low-Density Parity Check Codes with Normalized APP-Based Algorithm,» GLOBECOM'01, San Antonio. – 2001, Nov., vol.2, – pp. 1026-1030.

15. <http://www.inference.phy.cam.ac.uk/mackay/codes/data.html>: Encyclopedia of sparse graph codes.

НОВЫЕ КНИГИ

Дворкович В.П., Дворкович А.В.

Оконные функции для гармонического анализа сигналов / Издание второе переработанное и дополненное – М.: «Техносфера», 2016 г. – 208 с.: ил.

Содержит подробную информацию о параметрах классических оконных функций, оконных функций, сконструированных различными авторами в виде произведений, сумм и сверток различных функций или в виде отдельных участков известных окон, и их применению для анализа сигналов с использованием БПФ.

Приведены результаты авторской разработки ряда новых высокоэффективных оконных функций. Особое внимание уделено анализу равноволновых окон Дольфа-Чебышева и Барсиллона-Темеша, тождественно аппроксимируемых конечным числом косинусоидальных функций. Рассмотрены принципы обработки ограниченных по спектру сигналов с использованием субполосных дискретных вейвлет-преобразований от второго до пятого порядков и формирование на их базе оконных функций.

Для научных работников, инженеров, преподавателей вузов, аспирантов и студентов.



Кошелев В.И., Андреев В.Г., Белокуров В.А.

Современные методы повышения эффективности обнаружения радиолокационных сигналов – М.: «Горячая линия-Телеком», 2016 г. – 154 с.: ил.

Рассмотрены методы построения радиолокационных систем первичной и вторичной обработки сигналов и оценки эффективности их обнаружения и траекторной обработки. Исследованы возможности обнаружения слабых эхосигналов на фоне флуктуирующих мешающих воздействий.

Приведены методики синтеза и оптимизации имитационных моделей радиоотражений.

Для специалистов, аспирантов и адъюнктов, студентов старших курсов радиотехнических и инфокоммуникационных специальностей.

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБНАРУЖИТЕЛЕЙ КОРРЕЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ В ШУМЕ ДЛЯ МАЛЫХ ВЫБОРОК НАБЛЮДЕНИЙ

Бартенев В.Г., д.т.н. профессор кафедры теоретической радиотехники и радиофизики Московского технологического университета (МИРЭА), e-mail: syntaltechno@mail.ru.

ANALYSIS OF CORRELATED SIGNALS IN NOISE DETECTION PERFORMANCE FOR SMALL OBSERVATION SAMPLES

Bartenev V.G.

The problem of detecting a correlated signals in noise is considered. The detector optimal for this problem is the maximum likelihood type. Unfortunately, the amount of computations required to design this optimal detector can be quite substantial. For this reason, two suboptimal detectors are introduced, which much easier to design than the optimal detector. One suboptimal detector may be realized only using multiplication and coherent addition. Another suboptimal detector very simple using after the multiplication a binary decision device. Numerical study is presented which indicates that suboptimal detector with multiplication and coherent addition more effective, than optimal detector in detection probability but optimal detector not sensitive to changes in noise power. Simple detector with multiplication and binary decision device shows much worse results.

Key words: signal detection, correlated signals, maximum likelihood correlation estimate, probability of false alarm and probability of detection.

Ключевые слова: обнаружители сигналов, коррелированные сигналы, оценка коэффициента корреляции максимального правдоподобия, вероятности ложной тревоги и правильного обнаружения.

Введение

При автоматическом управлении режимами работы РЛС в условиях априорной помеховой неопределенности объектом управления является сама РЛС, а управляющим устройством анализатор помеховой обстановки. В процессе управления РЛС задачей анализатора помех является сбор информации об окружающей оперативно-тактической обстановке и принятие решения о выборе необходимого амплитудного или когерентного режима работы РЛС [1]. При этом анализатор помеховой обстановки не только измеряет характеристики воздействующих помех, но и классифицирует их. Классификация помех производится по коэффициенту корреляции (коррелированная или некоррелированная). Обнаружение и анализ коррелированных помех производится по всей рабочей дистанции, измеряя коэффициент корреляции эхо сигналов на фоне шума. В данной статье рассматривается три способа обнаружения коррелированных помех. Прежде всего, основанный на алгоритме оценки максимального правдоподобия (ОМП) модуля коэффициента корреляции, затем упрощенный с использованием умножителя и когерентного накопителя и, наконец, самый простой с умножителем и бинарным накопителем. Анализ эффективности этих трех способов производится в два этапа. На первом этапе аналитически рассчитываются пороги для вероятности ложных тревог на выходе рассматриваемых обнаружителей. На втором этапе рас-

Рассматривается задача обнаружения флуктуирующих коррелированных сигналов на фоне некоррелированного шума. Обнаружитель оптимальный для этой задачи строится на основе оценки максимального правдоподобия модуля коэффициента корреляции, сравниваемого с порогом. Предлагаются два квазиоптимальных обнаружителя, намного упрощающих их построение. Один обнаружитель реализуется только с помощью умножения и когерентного накопления. Другой еще более простой, в котором после умножения используется критерийная обработка. Расчет порогов для вероятностей ложных тревог на выходе этих трех обнаружителей произведен аналитически, а вероятности правильного обнаружения рассчитаны моделированием в системе MATLAB. Данные результаты в радиолокационной практике получены впервые.

считываются вероятности правильного обнаружения методом статистического моделирования в среде МАТЛАБ для обнаружителей трех типов.

Вероятность превышения порога огибающей шума на выходе обнаружителя ОМП

В качестве первого алгоритма обнаружения коррелированных сигналов будет рассмотрен способ сравнения с порогом оценки максимального правдоподобия модуля коэффициента корреляции сигналов в двух смежных периодах повторения РЛС:

$$\hat{R} = \left| \left(\sum_{j=1}^N Z1_j * Z2_j^* \right) / \left(\sum_{j=1}^N Z1_j * Z1_j^* \right) * \left(\sum_{j=1}^N Z2_j * Z2_j^* \right) \right| = \sqrt{\frac{\left(\sum_{j=1}^N x1_j * x2_j + y1_j * y2_j \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^N x2_j * y1_j - x1_j * y2_j \right)^2}{\left(\sum_{j=1}^N x1_j^2 + y1_j^2 \right) \left(\sum_{j=1}^N x2_j^2 + y2_j^2 \right)}} \quad (1)$$

$$\sqrt{\left(\sum_{j=1}^N x1_j * x1_j + y1_j * y1_j\right) \times \left(\sum_{j=1}^N x2_j * x2_j + y2_j * y2_j\right)}$$

где $\hat{R}$ – оценка модуля коэффициента корреляции в виде огибающей сигнала на выходе оптимального обнаружителя, N – число накоплений по независимым выборкам (дискретам дальности); $Z1_j = x1_j + iy1_j$, $Z2_j = x2_j + iy2_j$ – комплексные выборки эхо сигналов на входе обнаружителя в двух смежных периодах повторения в виде аддитивной смеси шума и коррелированной помехи.

Квадратурные компоненты шума и коррелированной помехи имеют нормальное распределение, при этом для шума их дисперсия равна 1 и среднее 0, а для флуктуирующего коррелированного сигнала дисперсия меняется.

Для нахождения распределения оценки $\hat{R}$ нужно воспользоваться распределением Уишарта. В работе [2] получено такое распределение:

$$W(\hat{R}) = \frac{2(1 - \hat{R}^2)\hat{R}(1 - \hat{R}^2)^N}{\pi \Gamma(N)\Gamma(N-1)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\hat{R}R)^{2k} \Gamma^2(N+k)}{\Gamma^2(k+1)}. \quad (2)$$

Пороги для заданной вероятности ложной тревоги при воздействии только шума найдем аналитически для $R = 0$. Очевидно, для $R = 0$ распределение (2) можно представить в более простом виде:

$$W(\hat{R}) = 2(\hat{R}) - (1 - \hat{R}^2)^{N-2}(N-1). \quad (3)$$

Используя (3), можно получить формулу для вероятности ложной тревоги F , как вероятность превышения $\hat{R}$ порога L :

$$F(L) = (1 - L^2)^{N-1}. \quad (4)$$

Для верификации данной формулы было проведено моделирование обнаружителя ОМП с расчетом F , для разных значений порога L и $N = 8$ (рис. 1). Результаты моделирования хорошо совпадают с аналитическими расчетами.

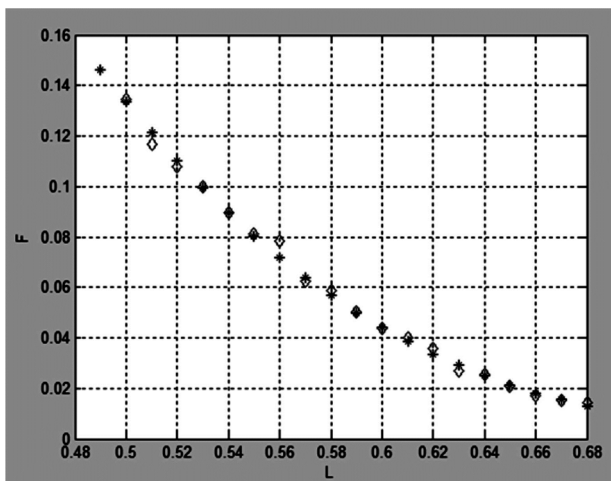


Рис. 1. Зависимость вероятности ложной тревоги F от порога L для $N = 8$ в обнаружителе ОМП (звездочки – аналитика, ромбики – моделирование)

Ниже приводится табл. 1 пороги L для оптимального обнаружителя при разных N .

Таблица 1.

N	8	16	32
10^{-1}	0.534	0.377	0.267
10^{-4}	0.855	0.678	0.507

Важно подчеркнуть, что пороги для данного обнаружителя ОМП не зависят от мощности шума на входе, т.е. данный алгоритм обладает свойством стабилизации ложной тревоги.

Вероятность превышения порога огибающей шума на выходе обнаружителя с умножителем и когерентным накопителем

Упростим алгоритм (1), применив только умножитель с когерентным накоплением, т.е. исключив из алгоритма ОМП целый ряд достаточно трудоемких операций, как это следует из ниже приведенной формулы:

$$\hat{R}_y = |(\sum_{j=1}^N Z1_j * Z2_j^*)| = \quad (5)$$

$$\sqrt{(\sum_{j=1}^N x1_j * x2_j + y1_j * y2_j)^2 + (\sum_{j=1}^N x2_j * y1_j - x1_j * y2_j)^2}.$$

Данный алгоритм был рассмотрен в [3], где было получено выражение для распределения $\hat{R}_y$:

$$W(\hat{R}_y) = \frac{\hat{R}_y^{N-1} K_{N-1}(\hat{R}_y)}{2^{N-1} \Gamma(N)}. \quad (6)$$

В данное распределение входит гамма функция $\Gamma(N)$ и модифицированная функция Бесселя $K_{N-1}(\hat{R}_y)$ порядка $N-1$.

Из (6) можно получить выражение для вероятности ложной тревоги:

$$F_y(L) = \frac{L^N K_N(L)}{2^{N-1} \Gamma(N)}. \quad (7)$$

Для верификации данной формулы было проведено моделирование квазиоптимального обнаружителя с расчетом F_y для разных значений порога L и $N = 8$ (рис. 2). Результаты моделирования хорошо совпадают с аналитическими расчетами.

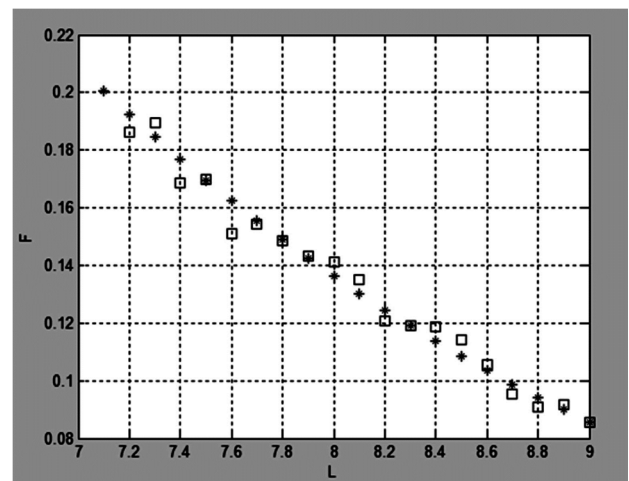


Рис. 2. Зависимость вероятности ложной тревоги F , от порога L для $N = 8$ в упрощенном обнаружителе (звездочки – аналитика, квадратики – моделирование)

Ниже приводится таблица порогов L для упрощенного обнаружителя при разных N .

Таблица 2.

N	8	16	32
10^{-1}	8.67	12.25	17.21
10^{-4}	20.11	26.55	36.94

Вероятность превышения порога на выходе обнаружителя с умножителем и бинарным накопителем

Еще большего упрощения алгоритма (1) можно достигнуть, используя умножитель с бинарным накоплением, т.е. исключив из оптимального алгоритма вообще операцию полноразрядного суммирования, заменив ее критерийной обработкой. В данном случае порог на выходе такого обнаружителя рассчитывался только для критерия N из N . Таким образом, вначале использовалась формула (7) для $N = 1$ для расчета вероятности превышения порога после умножителя без накопления

$$F_y(L_1) = LK_1(L_1), \quad (8)$$

а затем вероятность на выходе бинарного накопителя для критерия N из N по формуле

$$F_B(L_B) = \{L_1 K_1(L_1)\}^N \quad (9)$$

Для верификации данной формулы было проведено моделирование бинарного обнаружителя с расчетом F_B для разных значений порога L_B и $N = 8$ (рис.3). Результаты моделирования хорошо совпадают с аналитическими расчетами.

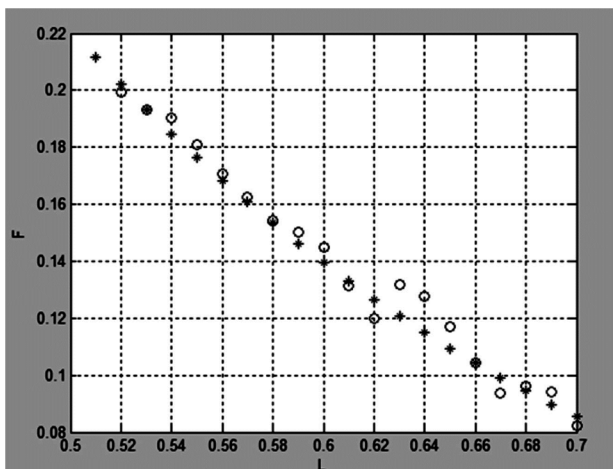


Рис. 3. Зависимость вероятности ложной тревоги F_B от порога L_B для $N = 8$ в обнаружителе с бинарным накоплением (звездочки - аналитика, кружочки - моделирование)

Ниже приводится таблица порогов L_B для бинарного обнаружителя при разных N .

Таблица 3

N	8	16	32
10^{-1}	0.668	0.417	0.266
10^{-4}	1.848	1.096	0.667

Расчет вероятностей правильного обнаружения коррелированного флуктуирующего сигнала в сравниваемых устройствах

Результаты моделирования сравниваемых обнару-

жителей коррелированного флуктуирующего сигнала представлены в виде характеристик обнаружения на рис. 5-7 для вероятности ложной тревоги 10^{-1} и на рис. 8-10 для вероятности ложной тревоги 10^{-4} . Межпериодный коэффициент корреляции обнаруживаемого флуктуирующего сигнала составлял 0,9.

Для верификации формирования коррелированных выборок был произведен расчет характеристик обнаружения однократной череспериодной схемы компенсации (ЧПК), которые сравнивались с аналитическими расчетами. На рис. 4 приведены характеристики обнаружения однократной ЧПК для вероятности ложной тревоги 10^{-1} и 10^{-4} , полученные аналитически и с помощью моделирования. Результаты моделирования хорошо совпадают с аналитическими расчетами.

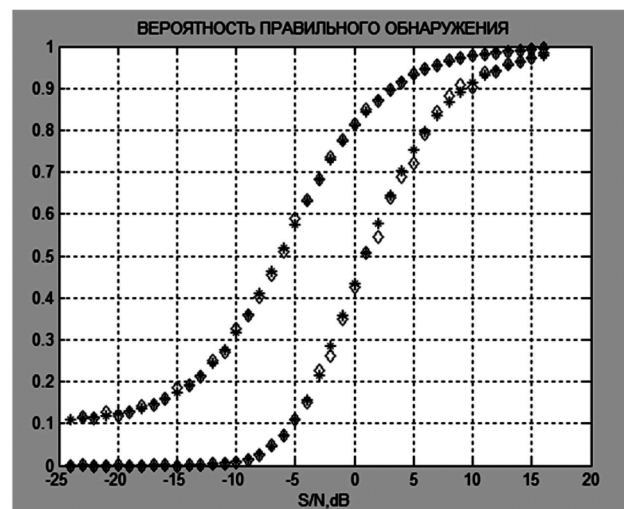


Рис. 4. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе однократной ЧПК от отношения сигнал/шум на входе (верхняя кривая $F=10^{-1}$, нижняя $F=10^{-4}$. Звездочки - аналитика, ромбики - моделирование)

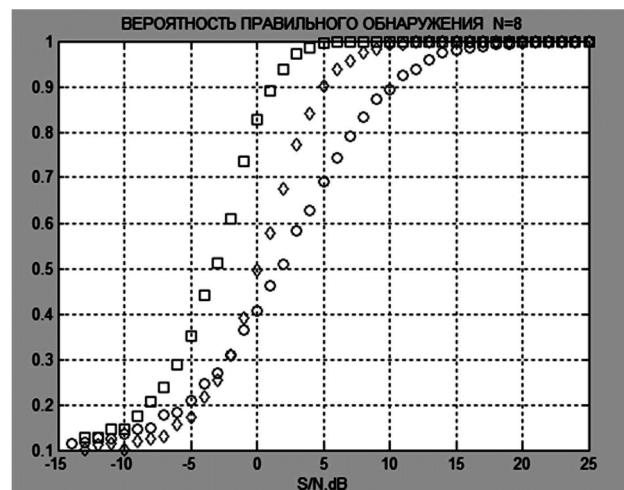


Рис. 5. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе обнаружителей от отношения сигнал/шум на входе для $F=10^{-1}$ $N=8$. (квадратики обнаружитель с умножителем когерентным накопителем, ромбики обнаружитель ОМП, кружочки обнаружитель с бинарным накопителем)

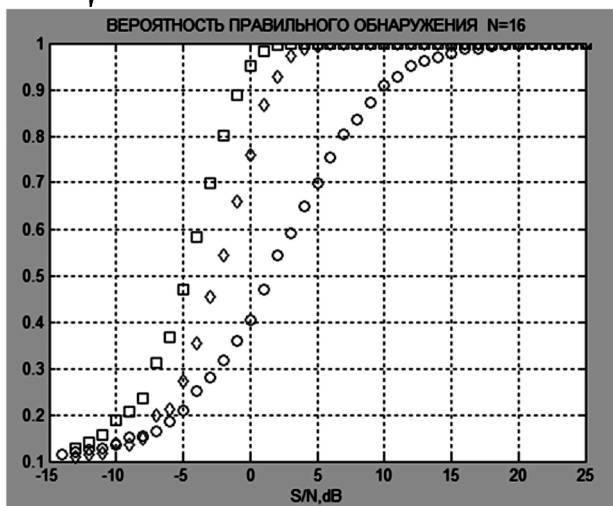


Рис. 6. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе обнаружителей от отношения сигнал/шум на входе для $F=10^{-1}$ $N=16$.
(квадратики обнаружитель с умножителем когерентным накопителем, ромбики обнаружитель ОМП, кружочки обнаружитель с бинарным накопителем)

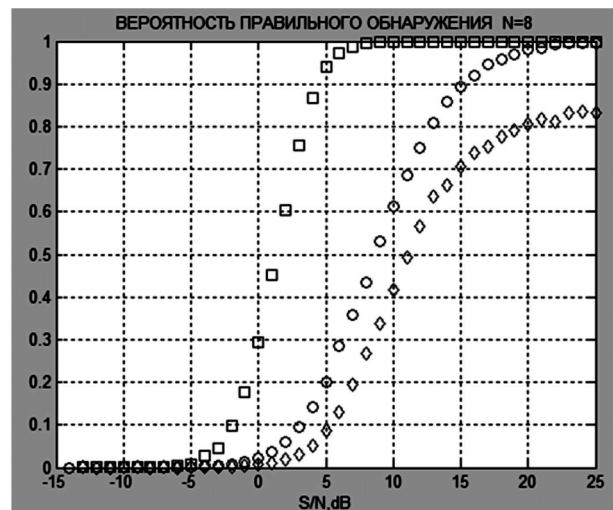


Рис. 8. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе обнаружителей от отношения сигнал/шум на входе для $F=10^{-4}$ $N=8$.
(квадратики обнаружитель с умножителем когерентным накопителем, ромбики обнаружитель ОМП, кружочки обнаружитель с бинарным накопителем)

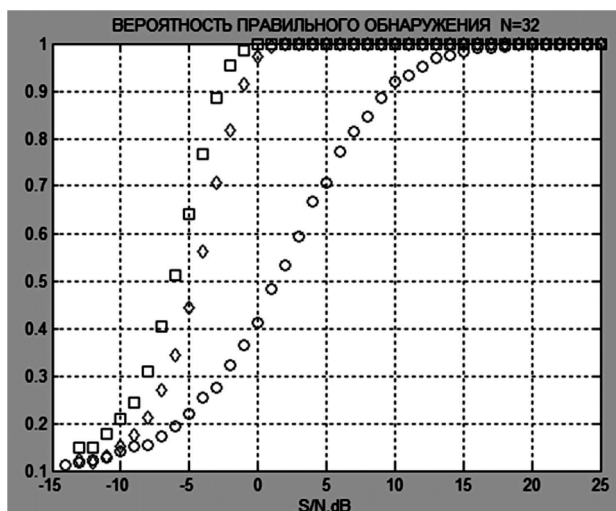


Рис. 7. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе обнаружителей от отношения сигнал/шум на входе для $F=10^{-1}$ $N=32$.
(квадратики обнаружитель с умножителем когерентным накопителем, ромбики обнаружитель ОМП, кружочки обнаружитель с бинарным накопителем)

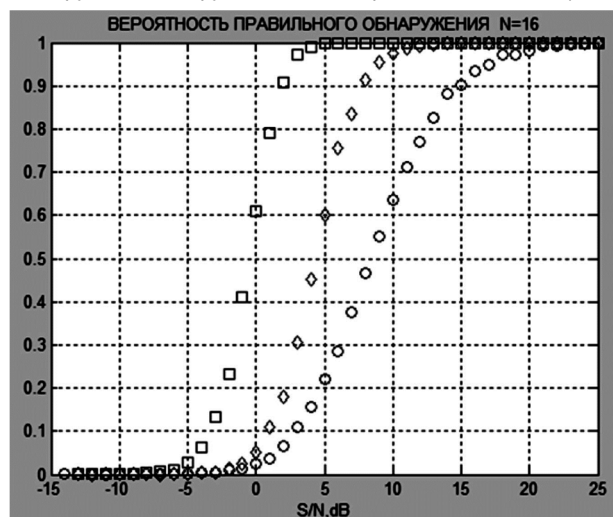


Рис. 9. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе обнаружителей от отношения сигнал/шум на входе для $F=10^{-4}$ $N=16$.
(квадратики обнаружитель с умножителем когерентным накопителем, ромбики обнаружитель ОМП, кружочки обнаружитель с бинарным накопителем)

В табл. 4-6 приводятся пороговые сигналы в дБ при вероятности правильного обнаружения 0,5 для обнаружителя с умножителем и когерентным накоплением, обнаружителем ОМП и обнаружителем с бинарным накоплением, соответственно.

Таблица 4.

N	8	16	32
10^{-1}	-3	-5	-6
10^{-4}	2	-1	-2,5

Таблица 5.

N	8	16	32
10^{-1}	0	-2,5	-5
10^{-4}	8	4	1

Таблица 6.

N	8	16	32
10^{-1}	2,5	2	1
10^{-4}	11	8	7,5

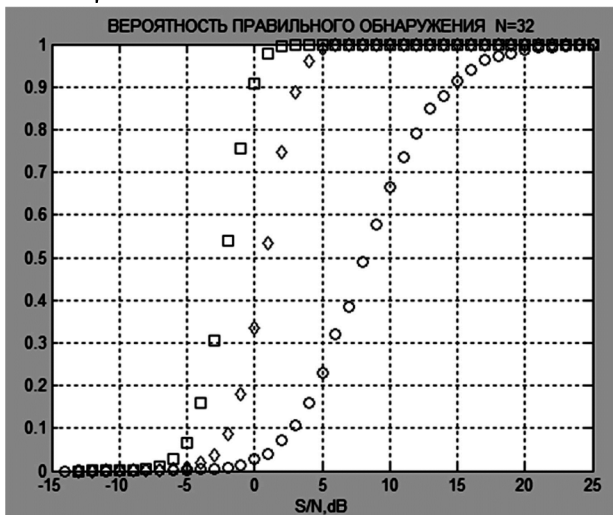


Рис. 10. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе обнаружителей от отношения сигнал/шум на входе для $F=10^{-4}$ $N=32$.

(квадратики обнаружитель с умножителем когерентным накопителем, ромбики обнаружитель ОМП, кружочки обнаружитель с бинарным накопителем)

Заключение

Используя аналитические выражения для распределений на выходе обнаружителя максимального правдоподобия, обнаружителя с когерентным накопителем и умножителя с бинарным накопителем, удалось рассчитать аналитически значения порогов для малых значений вероятности ложной тревоги при малом числе накоплений (от 8 до 32), при котором выходное распределение рассматриваемых обнаружителей существенно отличается от нормального.

Вычисление вероятности правильного обнаружения коррелированного флюктуирующего сигнала произведено методом статистического моделирования, используя МАТЛАБ. Показано, что наибольшей эффективностью в пороговом сигнале для вероятности правильного обнаружения 0,5 и вероятности ложной тревоги 10^{-1} и 10^{-4} обладает обнаружитель с умножителем когерентным накоплением. По сравнению с обнаружителем ОМП этот выигрыш может достигать 3–6 дБ. Такое ухудшение эффективности обнаружителя ОМП можно объяснить необходимостью оценивания дополнительных случайных параметров, входящих в знаменатель формулы алгоритма (1). Это своего рода «плата» за инвариантные свойства алгоритма к изменениям мощности шума на входе, что обеспечивает стабилизацию вероятности ложной тревоги на выходе обнаружителя ОМП. Использование умножителя с бинарным накопителем приводит к большим потерям в пороговом сигнале.

Литература

1. Бартенев В.Г. Выбор амплитудного и когерентного режимов в программируемых РЛС. // Радиотехника. 2007. № 9, – С.57-61.
2. Бартенев В.Г. Применение распределения Уишарта для анализа эффективности адаптивных систем СДЦ // Радиотехника и электроника. 1981. Т. XXVI, № 2, – С. 356-361.
3. Бартенев В.Г., Бартенев М.В. Способ нахождения вероятностных характеристик на выходе нелинейных систем // Цифровая обработка сигналов. 2013. № 4. – С. 42-44.

Уважаемые коллеги!

Приглашаем Вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещению рекламы продукции (услуг) Вашей организации на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы).

Журнал «Цифровая обработка сигналов» издается с 1999 года. Выходит ежеквартально, тиражом – 700 экз. Распространяется по подписке через агентство «Роспечать» в России (индекс 82185), СНГ и странах Балтии (индекс 20630), а также на Конференции: «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA».

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Перечень изданий, рекомендуемый ВАК РФ для публикации результатов научных исследований соискателями ученой степени доктора и кандидата технических наук в области радиотехники, связи, вычислительной техники, электроники, приборостроения, информационных технологий, информационно-измерительных и управляющих систем. По предварительным итогам за 2015 год по рейтингу Science Index базы РИНЦ (3,394) журнал «Цифровая обработка сигналов» занимает 344-ю позицию из почти 3000 представленных изданий. Импакт-фактор журнала за 5-летний период цитируемости составил 0,535!

Планируемые сроки издания отдельных номеров журнала:

- № 1 март 2017 г. Тематический выпуск: «ЦОС в информационно-измерительных и радиолокационных системах».
- № 2 июнь 2017 г. Тематический выпуск по материалам 19-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение-DSPA».
- № 3 сентябрь 2017 г. Тематический выпуск: «Цифровая обработка изображений».
- № 4 декабрь 2017 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиотехнике и системах телекоммуникаций».

Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

- 4-я (внешняя) страница цветной обложки – 25 тысяч рублей.
- 1/2 цветной внутренней полосы – 8 тысяч рублей.

Ждем Ваших предложений.

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора

д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович, телефон 8-903-834-81-81.

Предложения прошу направлять по адресу: E-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru или info@dspa.ru

ОЦЕНКА РАЗРЯДНОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА, ТРЕБУЕМОЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОБРАБОТКИ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Ратынский М.В., д.т.н., начальник сектора АО «ВНИИРТ», e-mail: m3v5r7@inbox.ru;

Кирякмасов А.К., инженер 1-й категории АО «ВНИИРТ», e-mail: brain.nutro2012@gmail.com.

EVALUATION OF PROCESSOR WORD LENGTH REQUIRED FOR SOLVING STOCHASTIC SIGNALS PROCESSING PROBLEMS

Ratynsky M.V., Kiryakmasov A.K.

Processor word length (the number of mantissa bits for floating-point calculations), required for solving four stochastic signals processing problems (detection, enumeration and directions of arrival estimation of signal sources and adaptive space filtering) is evaluated by computer simulation. Critical values of word length are from 10...12 (for directions of arrival estimation) to 19...21 (for enumeration problem).

Key words: word length, estimation, stochastic signals, detection, critical values.

Ключевые слова: разрядность вычислительного устройства, стохастические сигналы, обработка сигналов.

Введение

Решение задач обработки стохастических сигналов представляет интерес для ряда приложений – радиолокации, гидролокации, сейсмологии, связи, радиоастрономии и даже биомедицины [1]. В некоторых приложениях, в частности в радиолокации, ситуация усложняется необходимостью обработки информации в реальном масштабе времени, что во многих случаях требует использования специализированных вычислительных средств на базе сигнальных процессоров, которые могут иметь существенно ограниченную разрядность представления чисел [2]. Насколько нам известно, более или менее обстоятельных оценок требуемой разрядности для рассматриваемого класса задач до настоящего времени получено не было.

Мы рассмотрим четыре задачи в предположении, что узкополосные стохастические сигналы, для которых применимо понятие комплексной огибающей (КО), обрабатываются в РЛС с цифровой ФАР, а именно:

- обнаружение сигналов;
- оценка числа источников сигналов;
- пеленгация источников сигналов;
- адаптивная пространственная фильтрация (АПФ).

Исходная информация для решения задач – прямоугольная матрица Y размера $N \times K$ (обучающий пакет), столбцами которой являются N -мерные комплексные векторы Y_k , $k = 1, \dots, K$, сигналов (КО) с выходов элементов ФАР в K последовательных моментов времени, отстоящих один от другого на интервал дискретизации, соответствующий теореме Котельникова. Для решения задач сигнальной обработки обучающий пакет подвергается последующим преобразованиям, вообще говоря различным для разных задач, что подробнее поясняет-

Методом цифрового моделирования оценена разрядность вычислительного устройства (число разрядов мантиссы при вычислениях с плавающей запятой), необходимая для решения четырех задач обработки стохастических сигналов в РЛС с цифровой ФАР: обнаружение, оценка числа и пеленгация источников сигналов, адаптивная пространственная фильтрация. Критические значения разрядности составляют от 10...12 (в задаче пеленгации) до 19...21 (в задаче оценки числа).

ся в последующих разделах статьи. Для первой и третьей задач вычисления выполняются в действительной арифметике [3], для четвертой – в комплексной, для второй задачи – частично в комплексной, и частично в действительной. Все числа в процессе вычислений представляются в формате с плавающей запятой.

Методика оценки

Оценка требуемой разрядности произведена методом цифрового моделирования с усечением мантисс промежуточных результатов вычислений (для каждой из квадратур в случае комплексных чисел) до требуемого числа разрядов после каждой арифметической операции используемого для решения задачи алгоритма, с перебором числа разрядов в заведомо достаточно широких пределах. Моделирование выполнено на языке VBA в среде Excel, при числе элементов решетки $N = 50 \dots 200$, числе обучающих выборок $K = (1, 5 \dots 5)N$ и интенсивности сигналов от $-\infty$ (отсутствие сигналов) до $30 \dots 40$ дБ относительно собственных шумов в элементе решетки, с расширением в случае необходимости пределов изменения этих параметров. Процедура, реализующая ограничение разрядности мантиссы, приведена в приложении.

В последующих разделах для каждой из рассматриваемых задач дана краткая характеристика используемого для решения задачи алгоритма, определен критерий оценки требуемой разрядности и приведены полученные результаты.

Обнаружение источников сигналов

Задача обнаружения [4] решается посредством сравнения с порогом максимального собственного значения (СЗ) выборочной оценки корреляционной матрицы (КМ), равной (без учета нормировки; верхний индекс H – знак эрмитовой сопряженности)

$$\mathbf{R} = \mathbf{Y}\mathbf{Y}^H. \quad (1)$$

Максимальное СЗ КМ находится степенным методом непосредственно по обучающему пакету $\mathbf{Y}$ без явного формирования КМ [5]. Величина порога рассчитывается по следу КМ (порог пропорционален следу), причем след КМ также находится непосредственно по обучающему пакету $\mathbf{Y}$.

Критическая разрядность мантиссы для задачи обнаружения оказывается равной 16...18. При меньшей разрядности уменьшается рассчитываемая величина следа КМ и, следовательно, значение порога, что ведет к росту вероятности ложной тревоги при отсутствии источников сигналов. Для корректной оценки величины максимального СЗ оказывается достаточно 8 разрядов мантиссы, а вероятность правильного обнаружения (при наличии источников сигналов) практически неизменна при числе разрядов 4...6 и более.

Полученные результаты практически не зависят от числа источников сигналов, их интенсивности, а также от вида решетки (одномерная или двумерная), числа ее элементов и числа обучающих выборок.

Оценка числа источников сигналов

Оценка числа источников получается путем сравнения с порогом СЗ КМ $\mathbf{R}$ по (1) [6]. Для нахождения СЗ комплексная эрмитова матрица $\mathbf{R}$ приводится к действительному треугольному виду унитарными преобразованиями подобия (отражениями Хаусхолдера), сохраняющими спектр матрицы [7], после чего нужное число СЗ находится в соответствии с алгоритмом бисекции (итерационной процедурой деления отрезка пополам) [8]. Оценка порога в вычислительном плане тривиальна и потому не критична к разрядности вычислителя.

Критическая разрядность мантиссы для задачи оценки числа составляет 19...21, причем требования по разрядности существенны для всех трех используемых процедур – формирования КМ, приведения к треугольному виду и бисекции. Уменьшение разрядности ниже критического предела вызывает искажение СЗ, что ведет к ошибкам в оценке числа источников. Наиболее критична ситуация, когда при наличии нескольких источников сигналов имеются сравнительно небольшие сигнальные СЗ, ненамного превышающие шумовые, а также СЗ большей величины: в этих условиях при малой разрядности возрастают старшие шумовые СЗ и снижаются младшие сигнальные, так что никакой выбор порога не позволяет корректно их разделить. В более простых ситуациях (один источник или несколько разрешенных источников примерно одинаковой интенсивности) критическая разрядность составляет 16...18.

В остальном полученные результаты также не зависят от вида решетки, числа ее элементов и числа обучающих выборок.

Пеленгация источников сигналов

Для пеленгации источников сигналов в соответствии с алгоритмом Кейпона [3, 6] производится построение пеленгационного рельефа (ПР) для достаточно густой сетки гипотез, с последующим нахождением его экстремумов (максимумов), координаты которых соответствуют искомым пеленгам. Элементы ПР получаются в результате фильтрации векторов-гипотез настроенным фильтром-ортогонализатором, который формируется при ортогонализации строк обучающего пакета, например, в соответствии с алгоритмом Грама-Шмидта.

К разрядности вычислителя оказываются критичны практически в равной мере процедуры ортогонализации строк пакета и построения ПР (фильтрации векторов-гипотез); критическая разрядность мантиссы равна 10...12 при числе источников сигналов до 10 % от числа элементов решетки и интенсивности до 40...50 дБ относительно собственных шумов в элементе решетки. При меньшей разрядности возрастает «шероховатость» шумового фона ПР, что приводит к появлению ложных пиков ПР, т.е. к появлению ложных пеленгов, не соответствующих реальному положению источников сигналов. По мере уменьшения числа источников и снижения их интенсивности требования к разрядности снижаются, но даже при отсутствии источников требуется не менее 6 разрядов.

Приведенные результаты практически не зависят от вида решетки и числа обучающих выборок.

Адаптивная пространственная фильтрация

Решение задачи АПФ заключается в нахождении адаптивного весового вектора $\mathbf{W}$, равного (без учета нормировки) произведению матрицы, обратной $\mathbf{R}$ по (1), на стандартный опорный вектор $\mathbf{S}$:

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{S}. \quad (2)$$

Практически явного формирования и обращения КМ $\mathbf{R}$ не производится, и задача сводится к ортогонализации строк пакета $\mathbf{Y}$ (например, по Граму-Шмидту) с последующей фильтрацией опорного вектора фильтром-биортогонализатором [6].

Критическая разрядность мантиссы для задачи АПФ в худших случаях не превышает 14...16 (для большинства вариантов взаимного расположения источников она на 2...3 разряда меньше) при интенсивности источников порядка 40 дБ относительно собственных шумов в элементе решетки, причем эта разрядность необходима как для ортогонализации строк обучающего пакета, так и для фильтрации опорного вектора. При уменьшении разрядности ниже критической снижается глубина подавления стохастических сигналов, которая при достаточно большой разрядности ограничивается коэффициентом накопления (числом обучающих выборок – числом K столбцов обучающего пакета) [9].

Требуемая разрядность практически не зависит от вида решетки, числа ее элементов, числа обучающих выборок и числа источников сигналов, но зависит от интенсивности источников, изменяясь на единицу при изменении интенсивности на 6 дБ (чем меньше интенсивность, тем меньше требуемая разрядность, но в любом случае нужно не менее 8...10 разрядов).

Дополнительные замечания

В трех задачах из четырех рассмотренных (а именно – в задачах обнаружения, пеленгации и АПФ) решение выполняется без явного формирования и обращения КМ $\mathbf{R}$, с заменой этих шагов принципиально эквивалентным им нахождением фильтра-ортогонализатора строк обучающего пакета. Такое решение обладает более высокой численной устойчивостью, т.е. требует меньшей разрядности вычислителя, по сравнению с прямым формированием и обращением КМ.

Например, для решения задачи АПФ можно сформировать оценку КМ по (1), найти ее разложение по Холецкому

$$\mathbf{R} = \mathbf{L}\mathbf{L}^H, \quad (3)$$

где $\mathbf{L}$ – нижняя треугольная матрица, и затем найти весовой вектор $\mathbf{W}$, равный в соответствии с (2) и (3)

$$\mathbf{W} = (\mathbf{L}^H)^{-1}\mathbf{L}^{-1}\mathbf{S}, \quad (4)$$

причем $\mathbf{W}$ находится следующим образом. Если ввести обозначение $\mathbf{L}^{-1}\mathbf{S} = \mathbf{X}$, откуда следует $\mathbf{LX} = \mathbf{S}$, из последнего равенства вектор $\mathbf{X}$ получается прямой подстановкой по известным $\mathbf{L}$ и $\mathbf{S}$, и затем аналогично, в соответствии с вытекающим из (4) соотношением $\mathbf{W} = (\mathbf{L}^H)^{-1}\mathbf{X}$, которому соответствует $\mathbf{L}^H\mathbf{W} = \mathbf{X}$, искомый вектор $\mathbf{W}$ получается обратной подстановкой по известным $\mathbf{L}$ и $\mathbf{X}$.

При этом критическая разрядность мантиссы оказывается в полтора – два раза больше, чем в описанном выше алгоритме с ортогонализацией строк пакета $\mathbf{Y}$, при практически одинаковом объеме вычислений. Этот результат согласуется с известными характеристиками точности матричных вычислений [1, 7], и можно полагать, что аналогичная ситуация имеет место и для задач обнаружения и пеленгации.

Заключение

Требуемая разрядность вычислителя в общем случае оказывается зависящей от ряда параметров – числа и мощности источников сигналов, размеров (числа элементов) ФАР, числа обучающих выборок (числа столбцов обучающего пакета $\mathbf{Y}$), хотя в разных задачах влияние этих факторов различно, и в среднем сравнительно невелико, о чем более конкретно сказано в предыдущих разделах статьи.

В качестве ориентировочных оценок требуемой разрядности (числа разрядов мантиссы при вычислениях с плавающей запятой) в первом приближении могут быть использованы значения, приведенные в следующей табл. 1.

Таблица 1. Разрядность вычислителя, требуемая для решения задач обработки стохастических сигналов

Задача	Критическая разрядность мантиссы	Фактор, ограничивающий снизу требуемую разрядность
Обнаружение	16 ... 18	Рост вероятности ложной тревоги
Оценка числа	19 ... 21	Появление ошибок в оценке числа источников
Пеленгация	10 ... 12	Появление ложных пеленгов
АПФ	14 ... 16	Снижение глубины подавления стохастических сигналов

Подчеркнем, что приведенные результаты для задач обнаружения, пеленгации и АПФ соответствуют алгоритмам, использующим ортогонализацию строк обучающих пакетов и отличающимся высокой численной устойчивостью, которые требуют в полтора – два раза меньшей разрядности по сравнению с алгоритмами, основанными на прямом формировании и обращении выборочных оценок КМ.

Приложение

Усечение (ограничение разрядности) мантиссы реализуется следующей процедурой:

```
Function Trunc (A As Single, T As Integer)
As Single
    ' A - число, требующее усечения мантиссы
    ' T - число двоичных разрядов мантиссы
    после усечения
    Dim L As Integer, Ab As Single ' Буферные переменные
    If A = 0 Then
        A = 0
    Else
        L = Int ((Log(Abs(A))) / (Log(2))) + 1
        Ab = Int (Abs(A) * 2^(T - L) + 0.5)
        Trunc = Sgn(A) * (Ab / 2^(T - L))
    End If
End Function
```

Литература

1. Van Trees H.L. Detection, estimation and modulation theory. Part IV. Optimum array processing. New York: Wiley, 2002.
2. Смит С. Цифровая обработка сигналов. М.: Додэка-XXI, 2012.
3. Ратынский М.В., Петров С.В. Реализация алгоритмов обработки стохастических сигналов в действительной арифметике. Цифровая обработка сигналов, 2013, № 4, – с. 22 – 24.
4. Петров С.В. Синтез и анализ алгоритмов обнаружения стохастических сигналов в системах с многоэлементной антенной решеткой. Антенны, 2015, вып.7 (218), – с. 29-36.
5. Ратынский М.В., Петров С.В. Экономичный алгоритм нахождения максимального сингулярного числа в задаче обнаружения случайного сигнала. Цифровая обработка сигналов, 2013, № 2, – с. 35-38.
6. Ратынский М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. М.: Радио и связь, 2003.
7. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. М.: Мир, 1999.
8. Уилкинсон Дж., Райнш К. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. М.: Машиностроение, 1976.
9. Ратынский М.В. Выбор регуляризатора в задаче адаптивной пространственной фильтрации. Успехи современной радиоэлектроники, 2016, № 7, с. 53-63.

СНИЖЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ОШИБОК РАСПОЗНАВАНИЯ СКАНИРОВАННЫХ РУКОПИСНЫХ ТЕКСТОВ

Львович И.Я., д.т.н., заместитель декана факультета информатики Панъевропейского университета, e-mail: komkovvvt@yandex.ru;

Львович Я.Е., д.т.н., президент Воронежского института высоких технологий, e-mail: komkovvvt@yandex.ru;

Мозговой А.А., аспирант Воронежского института высоких технологий, e-mail: komkovvvt@yandex.ru;

Преображенский А.П., д.т.н., профессор Воронежского института высоких технологий, e-mail: app@vvt.ru;

Чопоров О.Н., д.т.н., проректор по научной основе Воронежского института высоких технологий, e-mail: komkovvvt@yandex.ru.

THE DECREASE IN THE NUMBER OF RECOGNITION ERRORS OF SCANNED HANDWRITTEN TEXTS

Lvovich I., Lvovich Ya., Mozgovoï A., Preobragenskiy A., Choporov O.

One of the most popular approaches for handwriting recognition is the representation of entire words in sequences of symbols of the Markov chain. The set extracted from the images of the symbols is analyzed for compliance with a pre-prepared word patterns (model templates). The word whose model has the highest probability of formation of the analyzed sequences recognized the target. The variability of cursive writing words leads to the need of the analysis extracted from the image sequence of characters with models generated for words consisting of different numbers of digits. In the case where the analyzed word different from the word used for the model-only template, model template longer words earns you a mathematical advantage over the model of the shorter words, leading to recognition errors. The paper proposes a solution to the problem based on normalization of the horizontal dimensions of the images of handwritten words.

Key words: OCR, optical recognition, handwriting, HMM.

Ключевые слова: оптическое распознавание, рукописный текст, оконное сканирование, СММ.

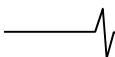
Введение

Распознавание текста на изображениях – очень актуальная тема для исследований, которые позволяют решать ряд научных и прикладных задач. Современные методы распознавания символов используются для решения широкого круга задач, как офисных, так и специализированных, например, распознавание изображений маркировки оборудования и др. Существует много методов для распознавания текста: метод структурных фреймов, метод биоалгоритмов анализа изображений, метод геометрических моментов, метод дескрипторов Фурье, метод вейвлет-преобразования, метод главных компонент, метод шаблонов и др. Однако, вопросы, которые связаны с распознаванием рукописного текста, особенно для систем с большой нагрузкой, исследованы не до конца.

Условно разделив текстовую информацию на печатную и рукописную и проанализировав достижения в области её оптического распознавания, несложно заметить, что качество распознавания печатных символов значительно лучше качества распознавания символов рукописных. Хотя источником информации в обоих случаях является человек, очевидно, что машина лучше оперирует данными, изначально введёнными с клавиатуры.

Одним из популярных подходов, применяемых для распознавания рукописного текста, является представление изображений целых слов в виде последовательностей символов марковской цепи. Набор извлекаемых из изображений символов анализируется на предмет соответствия заранее подготовленным моделям слов (модели-шаблоны). Слово, модель которого обладает наибольшей вероятностью формирования анализируемой последовательности, признаётся искомым. Вариативность написания рукописных слов приводит к необходимости анализа извлекаемой из изображения последовательности символов моделями, сформированными для слов, состоящих из разного количества символов. В случае, когда анализируемое слово отличается от слова, используемого для модели-шаблона только окончанием, модель-шаблон более длинного слова получает математическое преимущество над моделью более короткого слова, что приводит к ошибкам распознавания. В статье предлагается решение описанной проблемы на основе нормирования горизонтальных размеров изображений рукописных слов.

На первый взгляд, это не кажется таким уж удивительным, но если вспомнить, что первые попытки научить машину (далее компьютер) мыслить, в том числе делать индуктивные выводы при анализе образов, были предприняты ещё в пятидесятых годах прошлого века, то разница в результатах становится не такой очевидной. А ведь работа с первой моделью нейросети – перцептроном [2] – была начата Френком Розенблаттом примерно в то же время, что и создание Джоном Маккарти символьного языка программирования Лисп [3]. Оказалось, что значительно проще написать программу,



пользуясь ограниченным набором логически связанных операторов, и «научить» компьютер, например, играть в шахматы лучше ведущих гроссмейстеров, чем «научить» тот же компьютер мыслить хотя бы на уровне, позволяющем однозначно трактовать сочетания нескольких штрихов рукописного текста.

Первый патент на метод оптического распознавания был выдан более восьмидесяти лет назад. С тех пор качество распознавания печатных текстов постоянно улучшается и в данный момент находится на вполне приемлемом уровне. Иначе обстоит дело с распознаванием рукописного текста. Прямое копирование методик, применяемых для печатных символов, не даёт значимого результата, а попытки альтернативных подходов наталкиваются на многочисленные препятствия. Хорошим результатом на сегодня считается преодоление пятипроцентного порога в количестве ошибочно идентифицированных символов. Это равнозначно появлению в каждой строке текста двух-трёх ошибок, что недопустимо по причине больших трудозатрат на их последующее выявление и исправление.

Помимо того, что весь текст можно поделить на рукописный и печатный, рукописный текст, в свою очередь, также делится на две большие категории по методу извлечения из него информации для последующего распознавания. Это распознавание текста в процессе его написания «на лету» и распознавание текста, извлечённого из изображения. И в том и другом случаях могут применяться одинаковые методики, хотя и с разным успехом.

Если провести анализ способов написания рукописного и печатного текстов, то можно убедиться, что они сильно отличаются.

Каждое слово рукописного текста представляет собой комбинацию линий, которые получаются при движении пишущего узла от момента начала его движения по бумаге до момента завершения. Информация, полученная в процессе этого движения: траектория движения, скорость, сила нажатия на пишущий узел (при наличии такой возможности) и т.д. – используется для распознавания написанного текста. Отрезки линий внутри траектории движения могут использоваться вместе с информацией об их длине, либо рассматриваться как отрезки фиксированного размера. Это зависит от подхода, который будет использоваться в дальнейшем для распознавания написанного. Чаще других применяются методы опорных векторов (SVM-based approach) и скрытые марковские модели (СММ). Метод опорных векторов применялся, например, для группы романских [4], арабских [5], тайских [6] языков и арабских цифр [7]. СММ использовались при распознавании тайского [6], английского [8], арабского [9] и многих других языков.

Информация о характере движения пишущего узла позволяет значительно улучшить результаты распознавания, что происходит не только потому, что мы получаем информацию, которая является дополнительной к оптической информации. Улучшению способствует также факт неоднократного прохождения пишущего узла по одной и той же траектории.

Online распознавание слитного рукописного текста

доступно в Windows 7, начиная с версии Home Premium [10]. Также существует ряд узкоспециализированных коммерческих продуктов, предоставляющих такую возможность (например, PenReader [11] компании Paragon Software). Качество получаемого результата позволяет использовать данное программное обеспечение для широкого круга задач.

Online распознавание крайне удачно вписывается в работу современных гаджетов. Мобильные устройства, такие как КПК, коммуникаторы, смартфоны должны удовлетворять двум взаимоисключающим требованиям. С одной стороны, иметь минимальные габаритные размеры, определяемые их «мобильностью», а с другой – размер дисплея этих устройств должен быть как можно больше, что необходимо для удобства их использования. Оставив от всего устройства только сенсорный дисплей, эту типичную для ТРИЗ задачу производители успешно решили [12], правда, при этом пришлось пожертвовать удобством ввода текстовой информации. Текстовую информацию предлагается вводить посредством нажатий на виртуальные кнопки нарисованной клавиатуры.

Обобщив применяемые методы, можно заметить, что в основе каждого из них лежит попытка однозначной идентификации отдельных символов, а не морфем, которые используются только на этапе поиска возможных орфографических ошибок. Если для идентификации печатного символа этот подход обеспечивает вполне приемлемый результат, то в случае с рукописным вводом, когда разделение слова на отдельные символы представляет собой нетривиальную задачу, данный метод, очевидно, ошибочен.

«Оконное» сканирование

Использование для распознавания целых рукописных слов марковского моделирования [13], а именно: лево-правой модели Бакиса [14] – является на сегодня одним из самых популярных подходов. Марковское моделирование предполагает извлечение из изображений рукописных слов последовательностей символов различными способами.

Наиболее популярным способом последовательного извлечения из изображения рукописного слова символов марковской цепи в целях последующего распознавания является оконное сканирование изображения слева-направо с последовательной классификацией попадающих в окно графических элементов [15].

На рис. 1 показано рукописное слово, которое разбивается на четыре части по размеру сканирующего окна, обозначенного пунктирной линией. Стрелкой показано направление сканирования, а именно: слева-направо.

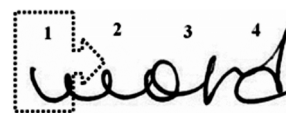


Рис. 1. Оконное сканирование

Размер окна на рисунке показан условно, на практике размер сканирующего окна необходимо выбирать в долях от среднего размера буквы; также, для увеличения эффективности процесса, «скроллинг» необходимо осуществлять с некоторым наложением.

Значительная вариативность в написании рукописных слов [16] и невозможность их ранжирования по количеству символов приводит к необходимости анализа изображения слова с использованием моделей, которые могут быть построены на основе слов, содержащих большее количество букв.

На рис. 2 показано слово, которое идентично предыдущему с разницей в одну последнюю букву. Для извлечения из него символов марковской цепи понадобится проанализировать ещё одно дополнительное «пятое» состояние.



Рис. 2. Более длинное слово

В случае формирования моделей рукописных слов для приведённых на рисунках выше примеров они будут различаться количеством состояний моделей, как показано на рис. 3 (четыре и пять состояний соответственно).

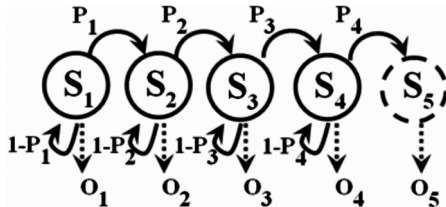


Рис. 3. Дополнительное пятое состояние

Проблема заключается в том, что модели, построенные на основе более длинных слов (в данном случае на основе слова «words»), имеют математическое преимущество перед моделями, построенными на основе слов более коротких (слово «word»). Математическое описание данного эффекта «поглощения» будет показано ниже.

Целью данной работы является демонстрация метода предотвращения ошибок в распознавании слов, отличающихся длиной окончаний.

Эффект «поглощения»

Ниже показана процедура расчёта вероятности соответствия распознаваемого изображения моделям с разницей в одно состояние. В формулах используются следующие обозначения:

$A\{a_{ij}\}$ – матрица вероятностей перехода из одного состояния в другое;

$B\{b(k)\}$ – матрица вероятностей генерирования наблюдаемых символов;

$i = 1, N;$

$j = 1, M;$

N – количество состояний $S_1, S_2, S_3, \dots, S_N$;

M – размер алфавита символов наблюдений (кол-во типов наблюдаемых символов);

$O_1, O_2, O_3, \dots, O_T$ – символы наблюдений;

p_i – вероятность того, что S_i – это начальное состояние модели;

$c(O_l)$ – вероятность того, что последовательность O порождена моделью l .

Формулы (1) и (2) показаны для расчёта вероятности

для модели с четырьмя состояниями [15]:

$$\bar{b}_1(i) = p_i b_i(O_1). \quad (1)$$

$$\bar{b}_{t+1}(j) = \left[\sum_{i=1}^4 \bar{b}_t(i) a_{ij} \right] b_j(O_{(t+1)}). \quad (2)$$

Формулы (3) и (4) показывают дополнительные расчёты, выполняемые для пятого состояния [15]:

$$\bar{b}_1(5) = p_5 b_5(O_1). \quad (3)$$

$$\bar{b}_{t+1}(5) = \left[\sum_{i=1}^5 \bar{b}_t(i) a_{i5} \right] b_5(O_{(t+1)}) > 0. \quad (4)$$

Формулы ниже (5) демонстрируют то, что в рамках данной статьи называется «поглощением» – математическое превосходство моделей больших размерностей.

$$c_1(O|l_4) = \sum_{i=1}^4 \bar{b}_t(i), \quad (5)$$

$$c_2(O|l_5) = \sum_{i=1}^4 \bar{b}_t(i) + \bar{b}_t(5),$$

$$c_2(O|l_5) > c_1(O|l_4).$$

Таким образом, вероятность того, что слово «word» будет распознано как слово «words», а не «word», выше в силу особенностей построения математических выражений.

Если слова небольшой длины можно отсортировать по геометрическим размерам с достаточной уверенностью, то для слов, состоящих из большого количества букв, это становится невозможным в силу того, что слова из девяти букв могут быть одной длины со словами из десяти и даже одиннадцати букв, даже будучи написанными одним почерком или синтезированными из отдельных частей [17].

Нормирование горизонтальных размеров

Для предотвращения «поглощения» авторами предлагается выполнять дополнительное нормирование изображений по ширине с некоторым определённым шагом. Нормировать необходимо не только изображения для распознавания, но и изображения для создания моделей. Равенство количества состояний в анализируемом изображении с размерностью модели гарантирует отсутствие проявления проблемы «взаимного поглощения».

Принцип нормирования с шагом «Step» показан на рис. 4.

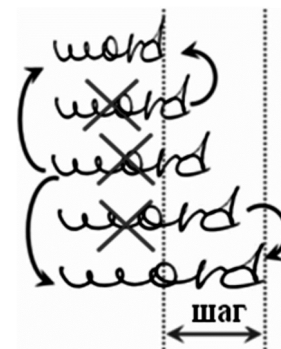


Рис. 4. Приведение длин графических изображений слов к нормированным размерам

Для оценки параметров нормирования нами был выполнен анализ 800 графических изображений рукописных слов, написанных двадцатью различными почерками.

Анализ графиков показал линейную зависимость среднеквадратичного отклонения длины слова от среднего значения его длины. Таким образом, выявлена необходимость увеличения области перекрытия линейных размеров распознаваемых слов несколькими размерами моделей слов. Это необходимо для того, чтобы в определении наилучшей модели участвовало наибольшее количество моделей слов, созданных из рукописных слов, написанных разными почерками.

Результаты анализа приведены на рис. 5.

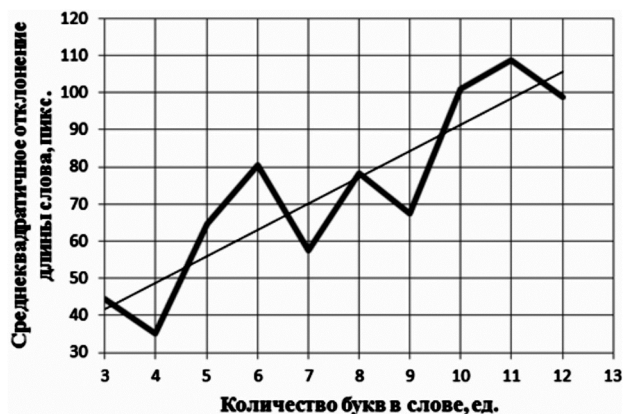


Рис. 5. Зависимость среднеквадратичного отклонения длины слова от среднего значения в зависимости от количества букв в слове

Черная линия – линейная аппроксимация результатов эксперимента, который представлен линией синего цвета. Всего было проведено 50 экспериментов. Величина доверительного интервала составляла ± 4 .

Величина шага нормирования нами была выбрана исходя из средней ширины буквы в 40 пикселей. Авторами предлагается использовать коэффициент увеличения количества создаваемых моделей в зависимости от длины модели. Для слов, состоящих из десяти и менее букв, необходимо создавать две модели с определённым шагом нормирования. Для слов, содержащих до двадцати букв, необходимо создавать четыре модели, увеличивая таким образом диапазон, в котором может оказаться распознаваемое слово в два раза, и т.д.

При проведении эксперимента использовался подход, связанный со скелетизацией, аналогичный представленному в упомянутой ранее работе [15].

Сначала изображение текста мы записали в бинарную матрицу A_{ij} . Максимальные значения i и j определяются размером изображения в пикселях (разрешение изображения 300ppi). Затем определили толщину линий символов. Толщиной будет являться то количество подряд идущих пикселей по горизонтали (единиц матрицы A_{ij}), которое встречается наибольшее число раз. В случае совпадения значений для различных толщин итоговым значением толщины является минимальное. Полученное число уменьшается для гарантированного отсутствия вероятности образования разрывов.

Затем инициализируем нулями массив B_{ij} , который по размерам равен массиву A_{ij} . Далее к изображению мы применили маску с окружностью диаметром S , равным рассчитанной толщине линии. Окружность перемещается последовательно слева-направо и сверху-

вниз с шагом в один пиксель. В случае полного перекрытия маски центральный пиксель окружности заносится в дополнительно организованный массив B_{ij} , в противном случае значение массива остаётся неизменным. В качестве признаков, используемых для описания признаков, использовались пиксели.

В итоге, мы получили массив, который описывает новое изображение, уже подвергнутое утонению, толщина которого определяется заложенной в алгоритм страховочной погрешностью. Размер погрешности был подобран экспериментально в два пикселя [18].

На этапе тестирования использовалось изображение уже выделенного слова. Использовалась база данных изображений русских слов [19]. В ней содержалось 6000 изображений, более 20 видов почерка.

Для извлечения из графического образа символов марковской цепи использовалось преобразование Хафа, которое в основном применяется для выравнивания рукописного текста относительно базовой линии [20]. В нашем случае преобразование использовалось для генерации множества прямых линий из участка изображения, попадающего в одну из пяти областей сканирующего окна.

Извлеченные линии сортируются по углу наклона (0° , 45° , 90° и 135°) и по расположению в области сканирования (1, 2, 3, 4 и 5). Таким образом, получается двадцать видов символов. В терминах СММ – размер алфавита (M) равен двадцати. Из-за нестабильности в количестве генерируемых линий было применено двойное преобразование. Сначала находится функция распределения сгенерированных линий, а затем по этой функции строится последовательность символов фиксированной длины (в эксперименте использовалась последовательность длиной в двадцать символов). Функция распределения линий отражает не только факт заполнения определённой области, но и характер заполнения, в частности, угол наклона элемента изображения.

На рис. 6 приведен пример, используемый для тестирования алгоритма.

121	сто двадцать три
232	двести тридцать два
343	триста сорок три
454	четыреста пятьдесят четыре
565	пятьсот шестьдесят пять
1611	шестеста шестьсот шестнадцать
2076	две тысячи семьдесят шесть
7087	семь тысяч восемьдесят семь
812	восемьсот двенадцать
98'000	девяносто тысяч восемь
913	девятьсот тринадцать
14,9	четырнадцать девять
15,10	пятнадцать десять

Рис. 6. Пример используемый для тестирования алгоритма

Проведённый эксперимент показал значительный эффект от нормирования. В среднем увеличение процента распознавания составило 7,7 процента по сравнению с алгоритмами (нейронными сетями), в которых не использовалась скелетизация.

Заключение

Таким образом, в статье продемонстрирована проблема «поглощения» моделей слов, созданных на основе слов, отличающихся окончаниями. Предложен подход с нормированием горизонтальных размеров с определённым шагом, который применим не только для задач, использующих марковское моделирование. Новым в работе является использование алгоритма нормирования в комбинации с СММ. Положительный эффект может быть получен также при применении для распознавания искусственных нейронных сетей [21].

Для подтверждения эффективности предложенного подхода проведён эксперимент, который показал наличие значительного эффекта от применения предлагаемого нормирования изображений рукописных слов по горизонтальному размеру.

Литература

1. CognitiveForms Paperless excellence [Электронный ресурс] - Режим доступа: http://cognitiveforms.com/ru/products_and_services/Cuneiform
2. Яковлев, С.С. Система распознавания движущихся объектов на базе искусственных нейронных сетей / С.С. Яковлев // ИТК НАНБ. – Минск, 2004. – С. 230-234.
3. Хювенен, Э. Мир Лиспа / Э. Хювенен, И. Сеппянен // в 2-х т. – М.: Мир, – 1990. – 318 с.
4. Bahlmann C. Online handwriting recognition with support vector machines - a kernel approach [Text] / C. Bahlmann, B. Haasdonk, H. Burkhardt // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – Vol. 26. – No. 3. – 2004. – P. 299-310.
5. Bentounsi H. Incremental support vector machines for handwritten Arabic character recognition [Text] / H. Bentounsi, M. Batouche // Proceedings of the International Conference on Information and Communication Technologies. – 2004. – P. 1764-1767.
6. Sanguansat P. Online Thai handwritten character recognition using hidden Markov models and support vector machines [Text] / P. Sanguansat, W. Asdornwised, S. Jitapunkul // Symposium on Communications and Information Technologies. – 2004. – Japan. – October 26-29. – 2004. – P. 492-497.
7. Bin Z. Support vector machine and its application in handwritten numeral recognition [Text] / Z. Bin, L. Yong, X. Shao-Wei // Proceedings of the 15th International Conference on Pattern Recognition. – 2000. – P. 720-723.
8. Shu H. On-Line Handwriting Recognition Using Hidden Markov Models [Text] / Han Shu // Massachusetts Institute of Technology, Department of Electrical Engineering and Computer Science. – February 1. – 1997.
9. Biadisy F. Online Arabic Handwriting Recognition Using Hidden Markov Models [Text] / Fadi Biadisy, Jihad El-Sana, Nizar Habash // The 10th international workshop on frontiers of handwriting recognition. – 2006.
10. Microsoft Windows 7 [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.microsoft.com/rus/dino7/index.html>.
11. Paragon software Многоязычный PenReader 9.0 [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.penreader.com/>.
12. Handwriting on the Go [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://myscript.com/solutions/#mobility-section>.
13. Horst Bunke Recognition of Cursive Roman Handwriting – Past, Present and Future / Horst Bunke // Proceedings of the Seventh International Conference on Document Analysis and Recognition (ICDAR 2003), – 2003, Volume 1, – pp. 448–459.
14. Norris D. Shortlist B: A Bayesian Model of Continuous Speech Recognition / D. Norris // Psychological Review, Vol. 115, No. 2, 2008 – pp. 357–395.
15. Мозговой А.А. Проблемы применения скрытых марковских моделей при распознавании рукописного текста / А.А. Мозговой // В мире научных открытий. 2013. – № 6. – С.186-198.
16. Sangeetha Devi S. Invariant and Zernike Based Offline Handwritten Character Recognition / S. Sangeetha Devi, Dr. T. Amitha // International Journal of Advanced Research in Computer Engineering & Technology (IJARCET) Volume 3 Issue 5, May 2014, pp. 1950-1954.
17. Мозговой А.А. Методика синтеза словаря для задачи автоматического распознавания рукописных слов / А.А. Мозговой // Телекоммуникации. 2014. № 5. –С.3-4.
18. Мозговой А.А. Предварительная обработка изображений символов с целью улучшения качества последующей скелетизации (утонения) [Текст] / А.А. Мозговой // Вестник Воронежского института высоких технологий. – 2013. - № 10. – С. 156-160.
19. Мозговой А.А. Система распознавания рукописного текста с использованием математического аппарата скрытых марковских моделей [Текст] / А.А. Мозговой // Искусственный интеллект. Интеллектуальные системы ИИ-2013, материалы Международной научно-технической конференции (пос. Кацивели, АР Крым, 23 - 27 сентября 2013 года). – Донецьк: ПШ_<Наука_осв_та>. – 2013. – С. 109-111.
20. Louloudis G. Text Line Detection in Unconstrained Handwritten Documents Using a BlockBased Hough Transform Approach / G. Louloudis, B. Gatos, C. Halatsis // Document Analysis and Recognition, 2007. ICDAR 2007. Ninth International Conference on, Volume 2. – pp. 599-603.
21. Vijay Laxmi Sahu Offline Handwritten Character Recognition Techniques using Neural Network / Vijay Laxmi Sahu, Babita Kubde // A Review IJSR Volume 2 Issue 1, January 2013 – pp. 87-94.

ИНТЕРФЕЙСЫ МУЛЬТИПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОРОВ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Букварев Е.А., м.н.с. кафедры «Информационные радиосистемы» Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева, e-mail: bukwarev@nntu.nnov.ru;

Кузин А.А., доцент кафедры «Информационные радиосистемы» Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева, e-mail: kuzin_alex@nntu.nnov.ru;

Рябков А.П., м.н.с. кафедры «Информационные радиосистемы» Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева, e-mail: ryabkov.andrey@mail.ru.

INTERFACES OF MULTIPROCESSOR SYSTEM BASED ON HIGH-PERFORMANCE DIGITAL SIGNAL PROCESSORS¹

Bukvarev E.A., Kuzin A.A., Ryabkov A.P.

Realization of interfaces PCI Express and Ethernet for multiprocessor system based on high-performance digital signal processors designed and produced by JSC PPK Milandr is considered. The selection of chip elements, protocols and packet design, resources distribution and software structure are described.

Key words: digital signal processor, multiprocessor system, integrated module, FPGA, interface PCI Express, interface Ethernet.

Ключевые слова: цифровой сигнальный процессор, мультипроцессорная система, интегрированный модуль, ПЛИС, интерфейс PCI Express, интерфейс Ethernet.

Введение

В настоящее время мультипроцессорные устройства широко используются в радиосвязи, радиолокации, в системах цифровой обработки изображений и речевых сигналов, в системах управления различными комплексами. При этом невозможно представить современное мультипроцессорное устройство без возможности подключения к персональной ЭВМ (ПЭВМ). Мультипроцессорная система обязательно должна быть обеспечена интерфейсом для связи с ПЭВМ, чтобы оператор ПЭВМ имел возможность загружать в мультипроцессорную систему исполняемые программы, отправлять данные на обработку и получать результаты вычислений.

Требуется реализовать поддержку интерфейсов PCI Express и Ethernet для многопроцессорного интегрированного модуля (ИМ) [1, 2] на основе высокопроизводительных процессоров цифровой обработки сигналов (ВПЦОС) [3, 4], разработанных ЗАО «ПКК Миландр».

Интегрированный модуль выполнен по мезонинной технологии (см. рис. 1): к несущей плате можно подключить до пяти плат-субмодулей. Каждый субмодуль со

Рассмотрена реализация интерфейсов PCI Express и Ethernet для многопроцессорной системы на основе высокопроизводительных процессоров цифровой обработки сигналов, разработанных и производимых ЗАО «ПКК Миландр». Описан выбор элементной базы, разработаны протоколы и форматы пакетов для обмена данными, рассмотрено распределение ресурсов мультипроцессорной системы, приведена структура программного обеспечения.

держит четыре ВПЦОС, блок синхронной динамической памяти SDRAM объемом 256 МБ, постоянное запоминающее устройство Flash объемом 64 МБ, а также температурный монитор для измерения температуры кристалла каждого ВПЦОС. Процессоры и память на субмодуле объединяются системной шиной.

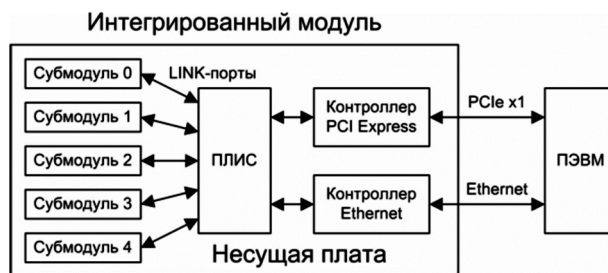


Рис. 1. Структурная схема ИМ

На несущей плате размещена интерфейсная ПЛИС, которая является связующим звеном между субмодулями и ПЭВМ. Для связи ПЛИС с субмодулями предусмотрено два LINK-порта [3] на каждый субмодуль. То есть два из четырех ВПЦОС, входящих в субмодуль, имеют прямую связь с интерфейсной ПЛИС через LINK-порт.

Необходимо выбрать элементную базу для реализации интерфейсов с учетом следующих требований: ИМ должен работать в промышленном (Industrial) диапазоне температур; количество компонентов желательно мини-

¹ Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках договора № 02.G25.31.0061 от «12» февраля 2013 года (в соответствии с Постановлением Правительства Российской Федерации от 9 апреля 2010 г. № 218).

мизировать, так как площадь для монтажа на несущей плате ИМ ограничена.

Строгих требований по пропускной способности нет, поэтому можно ограничиться простой конфигурацией интерфейсов.

Наконец, требуется разработать программное обеспечение для ПЛИС, обеспечивающее надежный канал связи между ПЭВМ и ИМ.

Выбор элементной базы

Будем делать выбор элементной базы, исходя из возможностей современных ПЛИС.

Некоторые современные ПЛИС имеют встроенный блок конечной точки PCI Express (PCI Express Endpoint Block) [5], что позволяет реализовать интерфейс непосредственно на ПЛИС без необходимости применения дополнительных компонентов.

На рис. 2 показаны варианты реализации интерфейса Ethernet. Как видно на рис. 2, все контроллеры разделены на две большие группы – с поддержкой протокола TCP и без поддержки. Использование протокола TCP желательно с целью облегчения задачи организации взаимодействия между ПЭВМ и ИМ на программном уровне.

Для варианта реализации с поддержкой протокола TCP подходят микропроцессор 1986BE1T производства ЗАО «ПКК Миландр», а также контроллер W5300 [6] фирмы WIZnet. Микропроцессор имеет встроенный контроллер Ethernet, а стек протоколов TCP/IP можно реализовать программно. Контроллер W5300 представляет собой аппаратную реализацию стека протоколов от физического (PHY) до транспортного (TCP/IP).

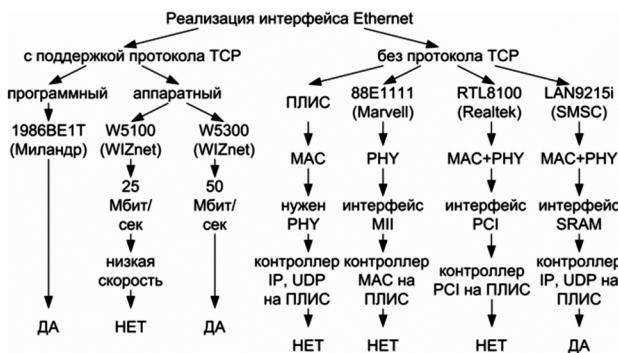


Рис. 2. Варианты реализации интерфейса Ethernet

Для варианта реализации без поддержки протокола TCP подходит контроллер LAN9215i, так как включает в себя MAC и PHY подуровни интерфейса Ethernet, а также позволяет достаточно просто организовать взаимодействие с ПЛИС. Однако в данном случае потребуются реализация протоколов IP и UDP на ПЛИС.

В условиях ограниченной площади монтажа на несущей плате ИМ выбор следует делать между микросхемами W5300 и LAN9215i, так как микропроцессор 1986BE1T занимает достаточно много места. Среди оставшихся двух вариантов выбор идет в пользу контроллера со встроенной поддержкой протокола TCP. Таким образом, для установки на несущей плате ИМ был выбран контроллер Ethernet W5300 фирмы WIZnet.

Для решения задачи реализации интерфейсов

вполне достаточно возможностей ПЛИС бюджетных семейств Spartan-6 (фирма Xilinx) и Cyclone-IV (фирма Altera). Микросхемы обоих семейств имеют встроенные блоки конечной точки PCI Express и все необходимые ресурсы для организации взаимодействия с контроллером Ethernet W5300 и ВПЦОС посредством LINK-портов.

После оценки требуемых логических ресурсов и стоимости микросхем выбор остановился на микросхеме Spartan-6 XC6SLX25T в корпусе FG484.

Реализация интерфейса PCI Express

Обычный интерфейс PCI Express подразумевает подключение платы подчиненного устройства (конечной точки) непосредственно к материнской плате ПЭВМ (корневого комплекса) через соответствующий разъем. В нашем случае необходимо использовать особую, кабельную версию интерфейса PCI Express [5].

Так как строгих требований по пропускной способности нет, то ограничимся наиболее простой конфигурацией интерфейса: будем использовать кабель, состоящий из одной двунаправленной линии PCI Express (x1 или 1-lane), пропускная способность линии в каждом направлении соответствует первому поколению интерфейса (2,5 Гбит/сек).

Структурная схема реализации интерфейса PCI Express показана на рис. 3, где КДФ – компенсатор дрожания фронта тактового сигнала, ЭКВ – эквалайзер.



Рис. 3. Реализация интерфейса PCI Express

Как видно на рис. 3, по кабелю PCI Express (1-lane) проходят три дифференциальные пары: одна пара для передачи на подчиненное устройство тактового сигнала частотой 100 МГц и две пары для передачи данных.

Компенсатор дрожания фронта [7] и эквалайзер [8] предназначены для компенсации искажений сигнала, вносимых кабелем. Адаптер [9] необходим для подключения кабеля PCI Express к ПЭВМ.

Реализация интерфейса Ethernet

Структурная схема реализации интерфейса Ethernet показана на рис. 4, где КП Ethernet – контроллер протокола Ethernet, Т – трансформатор.

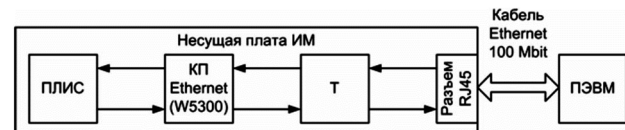


Рис. 4. Реализация интерфейса Ethernet

В качестве КП Ethernet служит рассмотренная ранее микросхема W5300. Необходимые для работы КП Ethernet параметры, IP-адрес и MAC-адрес, задает размещенный в ПЛИС контроллер.

Для подключения к ИМ требуется обычный кабель Fast Ethernet с двумя витыми парами, обеспечивающий

пропускную способность 100 Мбит/сек. Тем не менее, КП Ethernet на базе W5300 обеспечивает пропускную способность 50 Мбит/сек [6].

Плату ИМ можно подключить к маршрутизатору или хабу, тогда работать с ИМ можно удаленно, то есть с любой входящей в сеть ПЭВМ. Следует заметить, что для подключения ИМ непосредственно к ПЭВМ требуется кросс-кабель Ethernet.

Протокол RAMP

Для организации взаимодействия ИМ с ПЭВМ по интерфейсу Ethernet потребовалось разработать специальный протокол, который был назван RAMP (Remote Active Memory Protocol). Протокол RAMP предназначен для организации передачи данных между управляющей ПЭВМ и периферийным устройством и соответствует сеансовому уровню 5 (Session Layer) модели OSI.

В качестве транспорта используется протокол TCP, но также можно использовать любые другие протоколы уровня 4 (Transport Layer), поддерживающие инкапсуляцию пакетов и обеспечивающие гарантированную доставку данных.

Протокол RAMP предполагает разделение адресного пространства периферийного устройства на сегменты размером 8 Гбайт, максимальное количество сегментов – 128. Обмен данными по протоколу RAMP осуществляется пакетами, формат которых приведен в табл. 1.

Таблица 1. Формат пакета протокола RAMP

№ байта	Поле
0	Флаг
1	Контроль
2	Сегмент
3	Адрес
4	
5	
6	
7	Длина
8	
9 ... 65544	Данные

Поле «Флаг» представляет собой константу 0x7E и введено с целью обнаружения начала пакета. Поле «Сегмент» содержит номер сегмента памяти устройства, к которому производится доступ. Поле «Адрес» содержит 32 бита целевого адреса, расположенного в адресном пространстве выбранного сегмента памяти устройства. Этот адрес указывает на первый байт адресуемой области памяти. Адрес последнего байта «Адрес_к» рассчитывается по формуле: «Адрес_к» = «Адрес» + «Длина» – 1. Поле «Длина» характеризует длину блока данных в байтах для информационных пакетов (содержащих данные) или является параметром для служебных пакетов. Поле «Данные» присутствует только в информационных пакетах и представляет собой блок полезных данных. В поле «Контроль» содержится

информация о назначении пакета. Расшифровка поля «Контроль» приведена в табл. 2.

Таблица 2. Расшифровка поля «Контроль»

Поле	Биты	Обозначение	Описание
Контроль	7	R	Зарезервировано
	6	SP	Признак служебного пакета 1 – служебный пакет (поле данных отсутствует) 0 – информационный пакет (содержит поле данных)
	5..4	PT	Тип пакета 00 – ответный пакет 01 – зарезервировано 10 – командный пакет 11 – зарезервировано
	3..0	CMDST	Команда/состояние. Интерпретация зависит от полей SP и PT.

Передача команд и состояния устройств осуществляется служебными пакетами, передача полезных данных выполняется информационными пакетами. Признак служебного пакета указывается с помощью бита SP поля «Контроль».

Управляющая ПЭВМ отправляет командные пакеты на периферийное устройство, в свою очередь расположенный на периферийном устройстве контроллер сегмента проверяет соответствие указанного в командном пакете адреса на корректность и в случае соответствия обрабатывает команду. Затем отправляется ответный пакет: служебный с информацией о состоянии выполнения команды или информационный, если управляющая ПЭВМ запрашивала данные. Тип пакета, командный или ответный, указывается с помощью битов PT поля «Контроль».

Если контроллер сегмента получил от ПЭВМ некорректный командный пакет, формируется ответный служебный пакет с состоянием «недоступная область памяти». Команда или состояние указываются с помощью битов CMDST поля «Контроль».

Разработанный протокол RAMP позволяет организовать удобный доступ к ресурсам ИМ посредством интерфейса Ethernet.

Распределение ресурсов ИМ

Теперь необходимо решить задачу распределения ресурсов ИМ, куда входят пять субмодулей, каждый из которых содержит четыре ВПЦОС, 256 МБ ОЗУ и 64 МБ Flash-памяти. Следует распределить ресурсы ИМ таким образом, чтобы обеспечить полное соответствие адресных пространств для работы по интерфейсам PCI Express и Ethernet. Это позволит исключить возможные ошибки адресации. Распределение ресурсов ИМ показано в табл. 3.

Как видно из табл. 3, ресурсы ИМ разбиты на три сегмента протокола RAMP, причем каждому сегменту соответствует регистр базовых адресов (BAR) интерфейса PCI Express [5].

В сегменте 0 (BAR0) размещаются внутренняя память ВПЦОС, а также память ОЗУ всех пяти субмодулей последовательно друг за другом. Распределение ресурсов одного из субмодулей показано в табл. 4.

Таблица 3. Распределение ресурсов ИМ

	Ethernet	PCI Express	Объем памяти, МБ
Внутренняя память ВПЦОС и ОЗУ			
Субмодуль 0	Сегмент 0	BAR0	24
Субмодуль 1			24
Субмодуль 2			24
Субмодуль 3			24
Субмодуль 4			24
Резерв			8
Всего			128
Память Flash			
Субмодуль 0	Сегмент 1	BAR1	16
Субмодуль 1			16
Субмодуль 2			16
Субмодуль 3			16
Субмодуль 4			16
Резерв			48
Всего			128
Блок регистров ПЛИС			
ПЛИС	Сегмент 2	BAR2	256 Байт

Таблица 4. Распределение ресурсов одного субмодуля в сегменте 0

		Объем памяти, МБ
Субмодуль	ВПЦОС0	4
	ВПЦОС1	4
	ВПЦОС2	4
	ВПЦОС3	4
	Широковещательный 1	4
	Широковещательный 2	4
Всего		24

Выделенный на каждый ВПЦОС объем памяти представляет собой виртуальное адресное пространство. Разработчику ПО ВПЦОС предоставлена свобода выбора при размещении в этом адресном пространстве ресурсов внутренней памяти ВПЦОС и памяти ОЗУ.

Диапазон адресов, обозначенный «Широковещательный» означает, что запрос в эту область относится ко всем процессорам, объединенным системной шиной. В субмодуле может быть одна системная шина, объединяющая четыре ВПЦОС, либо две системные шины, объединяющие по два ВПЦОС.

В сегменте 1 (BAR1) размещаются ресурсы Flash-памяти. Здесь на каждый субмодуль выделено 16 МБ виртуального адресного пространства. Сегмент 2 (BAR2) служит для доступа к блоку регистров ПЛИС. Всего ИМ требует чуть больше 256 МБ в адресном пространстве управляющей ПЭВМ.

Программное обеспечение ПЛИС

Упрощенная структура ПО ПЛИС приведена на рис. 5, где приняты следующие сокращения: СБМ – субмодуль, ПД – передатчик, ПР – приемник, БР – блок регистров, БК – блок коммутации, МХ – мультиплексор, ДМХ – демультиплексор, ФП – формирователь пакетов, ОП – обработчик пакетов, БС – блок сопряжения, КС – контроллер сегмента, КП – контроллер протокола.

ПЭВМ может отправлять на ИМ запросы чтения или записи по интерфейсам PCI Express или Ethernet. В свою очередь ФП преобразуют эти запросы в LINK-пакеты, которые затем проходят через БК на передатчик LINK-порта. Если ПЭВМ делала запрос чтения, то

субмодуль должен отправить ответный LINK-пакет, который с помощью ОП преобразуется в пакет для отправки на ПЭВМ.

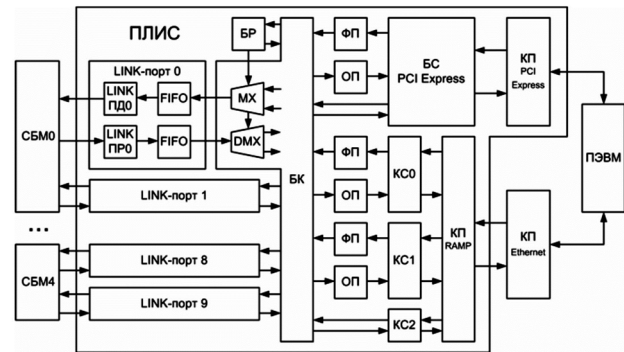


Рис. 5. Структура ПО ПЛИС

Встроенные в БК мультиплексор и демультиплексор исключают возможность доступа к ресурсам субмодулей по двум интерфейсам одновременно. Управляются эти коммутаторы сигналом из БР. В отличие от ресурсов субмодулей, доступ к БР всегда разрешен для обоих интерфейсов. Прежде чем начать работу с ИМ, необходимо выставить соответствующий управляющий бит в блоке регистров, тем самым разрешив работу нужного интерфейса.

Для связи ПЛИС с ВПЦОС предусмотрено десять LINK-портов: по два на каждый субмодуль. В блок LINK-порт входят передатчик (LINK ПД) и приемник (LINK ПР), разработанные в соответствии с документацией на ВПЦОС [3], а также два буфера FIFO для временного хранения LINK-пакетов.

Контроллер протокола PCI Express представляет собой упомянутый ранее встроенный блок конечной точки PCI Express.

Программное обеспечение ПЛИС разработано с учетом того, что некоторые LINK-порты могут не работать по причине плохих контактов. Например, субмодуль может не принимать запросы, субмодуль может принять запрос на чтение и не дать ответ, данные в LINK-пакете могут быть испорчены. Такие ошибки не приведут к сбою системы. В БР предусмотрен специальный регистр для сообщения об обнаруженных неисправностях, что должно помочь выявить и устранить ошибку.

Программное обеспечение для ПЛИС разработано в среде ISE Webpack 14.7, которая не требует платной лицензии для работы с микросхемой Spartan-6 XC6SLX25T.

Формат LINK-пакета

Формат LINK-пакета, используемого для обмена данными между субмодулями и ПЛИС, приведен в табл. 5.

Таблица 5. Формат LINK-пакета

№ слова	Байт 3	Байт 2	Байт 1	Байт 0
0	Тэг	R	Доступ	Тип
1	Адрес			
2	Остаток		Размер	
3	Контрольная сумма		Флаг	
4	Данные			
...				
131				

Первые четыре слова являются заголовком LINK-пакета. Оставшиеся 128 слов пакета (поле «Данные») предназначены для передачи полезных данных. В одном LINK-пакете можно передать до 512 байт полезных данных.

В поле «Тип» указывается назначение пакета, это поле полностью соответствует полю «Контроль» пакета протокола RAMP, рассмотренному в табл. 2. В поле «Доступ» указывается, к какой области памяти осуществляется запрос: к внутренней памяти ВПЦОС (сегмент 0, BAR0) или к Flash-памяти (сегмент 1, BAR1). В поле «Размер» указывается объем полезных данных для передачи по запросу записи или чтения.

Если в запросе чтения объем данных превышает 512 байт, то потребуются отправка нескольких ответных LINK-пакетов. В этом случае поле «Остаток» должно сообщать, сколько полезных данных осталось передать по запросу чтения. Пакеты, относящиеся к одному запросу, должны быть отмечены одинаковым значением в поле «Тэг».

Поле «Флаг» представляет собой константу 0xAA и введено с целью обнаружения пакета в процессе отладки. Чтобы обнаружить искажение данных, для заголовка каждого пакета вычисляется контрольная сумма и помещается в поле «Контрольная сумма». Поля, обозначенные символом «R», не используются и должны быть заполнены нулевыми битами.

Заключение

Проведен анализ элементной базы и сделан оптимальный выбор, учитывающий ограниченную площадь для монтажа на несущей плате ИМ, а также необходимость работы ИМ в промышленном диапазоне температур. Разработан специальный протокол RAMP как надстройка над протоколом транспортного уровня TCP для обеспечения обмена данными между ИМ и ПЭВМ по интерфейсу Ethernet. Разработан LINK-пакет для обмена данными между ПЛИС и ВПЦОС. Выполнено

распределение ресурсов ИМ и обеспечено полное соответствие адресных пространств для работы по интерфейсам PCI Express и Ethernet. Разработано ПО ПЛИС, позволяющее обеспечить надежный канал связи между ИМ и ПЭВМ.

В результате была решена задача обеспечения взаимодействия многопроцессорного ИМ с управляющей ПЭВМ по интерфейсам PCI Express и Ethernet.

Литература

1. Букварев Е.А., Кузин А.А., Приблудова Е.Н., Рындык А.Г. Мультипроцессорный модуль на основе высокопроизводительных процессоров цифровой обработки сигналов. // Цифровая обработка сигналов. – 2015. – №2. – С. 60-64.
2. Букварев Е.А., Букварева Т.В., Кузин А.А. Конструктивное исполнение интегрированного модуля цифровой обработки сигналов. // Датчики и системы. – 2014. – № 11. – С. 23-27.
3. Сигнальный процессор со статической суперскалярной архитектурой 1967BЦ2Ф, K1967BЦ2Ф, K1967BЦ2ФК. Спецификация. URL: http://milandr.ru/uploads/Products/product_294/спец_1967VC2.pdf
4. Мякочин Ю.О. 32-разрядный суперскалярный DSP-процессор с плавающей точкой // Компоненты и технологии. – 2013. – №7. – С. 98-100.
5. PCI Express Base Specification Revision 1.1. URL: <http://www.pcisig.com/specifications/pciexpress/base>
6. High-Performance Internet Connectivity Solution W5300. URL: http://wiznethome.cafe24.com/wpcontent/uploads/wiznethome/Chip/W5300/Documents/W5300_DS_V131E.pdf
7. PCI Express/Jitter Attenuator. URL: <http://www.xilinx.com/products/boards/ml510/datasheets/ics874001.pdf>
8. DS80PCI102 2.5-Gbps / 5.0-Gbps / 8.0-Gbps 1-Lane PCI-Express™ Repeater with Equalization and De-Emphasis. URL: <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/ds80pci102.pdf>
9. PCIe x1 Gen 2 Cable Adapter. URL: http://www.onesystems.com/sites/default/files/pdf/198-pcie_x1_2.0.pdf

НОВЫЕ КНИГИ

Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шлома А.М., Шумов А.П.
Технология OFDM: Учеб. пособие. М.: Горячая линия-Телеком, 2016. – 360 с.



Рассмотрены принципы построения и алгоритмы формирования и обработки сигналов в системах связи с технологией OFDM (ортогонального частотного мультиплексирования), положенные в основу систем: LTE, LTE-Advanced, WiMax и WiFi. Изложены основы распространения радиоволн в каналах подвижной радиосвязи, проанализированы характеристики каналов с замираниями, рассмотрены системные функции канала, основы статистического описания каналов, основные модели каналов систем подвижной связи. Отдельные разделы посвящены темам, связанным с технологией OFDM, таким как: генерация поднесущих, защитный интервал и циклическое расширение, выбор параметров и обработка OFDM сигналов, искажения и рассогласования в системах с OFDM. Рассмотрены вопросы кодирования и модуляции для систем с OFDM. Уделено внимание задачам синхронизации, оцениванию и выравниванию канала, методам решения проблемы высокой пиковой мощности.

Рассмотрены вопросы множественного доступа с ортогональным частотным разделением (OFDMA), совместного использования технологий MIMO и OFDM.

УДК 681.518.22

СПОСОБ РАСЧЁТА ЗНАЧЕНИЯ ОЦИФРОВАННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СИГНАЛА С СИНУСОИДАЛЬНОЙ ПОМЕХОЙ И ИСКАЖЕНИЯМИ ПО АМПЛИТУДЕ (КЛИППИНГОМ АЦП)

Кумаков Ю.А., к.т.н, научный сотрудник Саратовского государственного технического университет им. Ю.А. Гагарина, e-mail: yurakum@inbox.ru.

THE METHOD TO CALCULATE THE TRUE VALUE OF DIGITAL ELECTRIC SIGNAL UNDER A SINUSOIDAL INTERFERENCE WITH DISTORTION AMPLITUDE (ADC CLIPPING)

Kumakov Y.A.

The paper discusses a method to measure the true value of digital electric signal by means of units based on a unipolar analog-to-digital converter (ADC) under conditions of signal's distortion by a sinusoidal disturbance with clipping the peaks. This interference is particularly sensitive when measuring high resistance values. The method can be implemented in microcontrollers of any type using only integer arithmetic and allows one restoring the value of the measured signal in real time with a high accuracy.

Key words: ADC, digital electric signal, method to measure, clipping.

Ключевые слова: искажения сигнала, помехи, клиппинг, АЦП, измерения.

Введение

В современных электронных приборах большинство измерений осуществляется с помощью аналогово-цифровых преобразователей (АЦП), конвертирующих величину напряжения в цифровой код. В ряде случаев на результаты измерений значительное влияние оказывают электромагнитные помехи. Особенно их влияние ощутимо при измерении высоких сопротивлений (от сотен кОм до ГОм). При этом наибольшую проблему создают низкочастотные помехи, главным образом – промышленная помеха 50 Гц, создаваемая электрическими сетями общего пользования с напряжением 220/380 В. Если высокочастотные помехи легко подавляются небольшими RC-фильтрами, то применение RC-фильтров для помех 50 Гц малоэффективно, поскольку существенно увеличивает время измерений и не гарантирует полное удаление помехи. Существенное ослабление помехи с частотой 50 Гц может быть выполнено только фильтрами не менее чем третьего порядка, имеющими наклон АЧХ в полосе заграждения -60 дБ на декаду [1], что существенно усложняет измерительную схему.

В качестве альтернативы схемным фильтрам используют цифровую фильтрацию измеряемого сигнала [2]. В простейшем случае при измерении постоянного сигнала достаточно выполнить большое число измерений сигнала за один период частоты помехи (20 мс для 50 Гц), а затем вычислить их среднее значение. Большинство современных АЦП являются достаточно быстрыми и за указанное время позволяют выполнить несколько десятков или сотен измерений, благодаря чему результат усреднения будет иметь достаточно высокую точность.

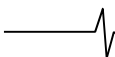
В ряде случаев, например, при измерении высоких

Предложен метод измерения истинного значения цифрового электрического сигнала измерительными устройствами, включающими однополярный аналогово-цифровой преобразователь (АЦП), в условиях его искажения синусоидальной помехой с обрезанием вершин (клиппингом). Данная помеха особенно чувствительна при измерении высоких сопротивлений. Метод может быть реализован на микроконтроллерах любого класса с использованием только целочисленной арифметики и позволяет восстанавливать значение измеряемого сигнала в реальном времени с высокой точностью.

сопротивлений, амплитуда помехи может превышать величину полезного сигнала, в результате чего измеряемые мгновенные значения сигнала будут иметь разные знаки. Если для измерений используется двухполярный АЦП, эта особенность не представляет сложности, так как результат усреднения будет являться корректным. Однако во многих устройствах измерение двухполярного сигнала изначально не требуется, в связи с чем в них применяются более простые и дешёвые однополярные АЦП. Также однополярные АЦП встроены во многие современные микроконтроллеры (МК). Их использование позволяет сократить как стоимость конечного устройства, так и его размеры, поскольку не требуется применение АЦП в виде отдельной микросхемы.

В случаях, когда амплитуда помехи превышает величину полезного сигнала и используется однополярный АЦП, измеренные отрицательные значения напряжения обнуляются. Возникает явление, называемое клиппингом АЦП (от англ. *clipping* – отсечение, обрезка). В таком случае результаты усреднения значений за период будут искажены.

Из рис. 1 видно, что клиппинг нижней части кривой измеряемого сигнала приводит к завышению усреднённого значения сигнала (линии 6 и 3). Чем меньше значение полезного сигнала и чем больше амплитуда помехи, тем эта разница более заметна. Наиболее показателен случай, когда полезный сигнал равен нулю: в таком слу-



чае измеряемый сигнал будет равен $2/\pi = 0,637$ от амплитуды помехи [3], которая на элементах с высоким сопротивлением может достигать нескольких вольт.

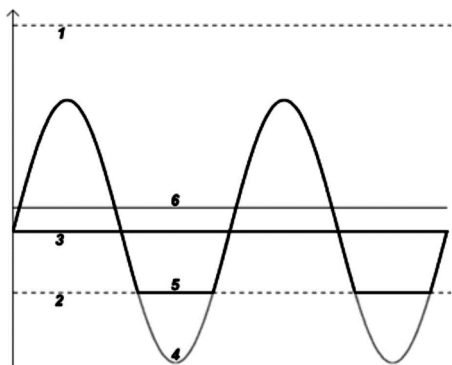


Рис. 1. Влияние клиппинга АЦП на усреднение сигнала

1, 2 – верхний и нижний пределы измерения АЦП;

3 – полезный сигнал;

4 – полезный сигнал с наложением синусоидальной помехи;

5 – измеряемый сигнал с обрезанием помехи (клиппингом) по нижнему пределу измерения АЦП;

6 – усреднённое значение кривой 5

Таким образом, при наличии клиппинга АЦП или возможности его появления использование усреднения значений за период или несколько полных периодов оцифрованной кривой становится невозможным. Бороться с подавлением помехи в таком случае приходится схемными методами (применение фильтров или двухполярных АЦП), что, как уже отмечалось, усложняет реализацию измерительного устройства и может увеличивать время измерений, а также порождает дополнительные погрешности.

В данной работе предлагается способ вычисления значения полезного сигнала, поражённого помехой неизвестной амплитуды, обрезанной клиппингом по нижнему пределу измерения АЦП, исключительно программными методами [4].

Для проведения расчетов рассмотрим фрагмент сигнала, равный по длительности полупериоду помехи, начиная с самой нижней её точки (рис. 2).

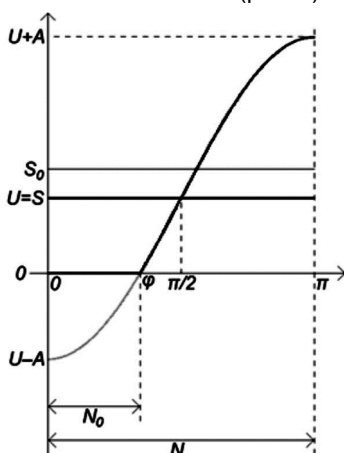


Рис. 2. Фрагмент измеряемого сигнала с помехой, искажённой клиппингом АЦП

Помеха амплитудой A , наложенная на полезный постоянный сигнал U , имеет минимальное значение в фазе $\alpha = 0$, максимальное – в фазе $\alpha = \pi$, а в фазе $\alpha = \pi/2$

равна нулю. Сигнал в таком виде можно описать как $u(\alpha) = U - A \cos \alpha$

Фазу α , при которой исходный сигнал с помехой пересекает ось абсцисс (нижний порог измерения АЦП), обозначим φ . В этой точке $U - A \cos \varphi = 0$, откуда получаем:

$$A = \frac{U}{\cos \varphi} \quad (1)$$

Обозначим усреднённое значение исходного сигнала с помехой как S . За рассматриваемый полупериод оно совпадает с величиной полезного сигнала U .

$$S = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (U - A \cos \alpha) d\alpha = U$$

Усреднённое значение измеряемого обрезанного сигнала обозначим как S_0 . Из рис. 2 видно, что при наличии клиппинга $S_0 > S$. Так как на участке изменения фазы от 0 до φ измеряемый сигнал равен нулю, то верно равенство

$$S_0 = \frac{1}{\pi} \int_{\varphi}^{\pi} (U - A \cos \alpha) d\alpha$$

Вычисляя интеграл и подставляя значение A из формулы (1), получаем:

$$S_0 = \frac{1}{\pi} (U\pi - U\varphi + A \sin \varphi) = \frac{1}{\pi} \left(U\pi - U\varphi + \frac{U}{\cos \varphi} \sin \varphi \right) = U \frac{(\pi - \varphi + \operatorname{tg} \varphi)}{\pi}.$$

Отношение средних величин S и S_0 можно выразить в виде коэффициента:

$$K = \frac{S}{S_0} = \frac{\pi}{\pi - \varphi + \operatorname{tg} \varphi} \quad (2)$$

Видно, что амплитуда помехи A , которая в реальной системе трудно предсказуема и является неизвестной величиной, в этом выражении отсутствует. Это даёт возможность, зная только S_0 и φ , рассчитать исходную величину полезного сигнала $U = S$ как

$$U = S_0 K \quad (3)$$

В случае применения метода для микропроцессорных систем с АЦП обе величины S_0 и φ легко рассчитываются средствами МК по кривой подвергнувшегося клиппингу измеренного сигнала.

Установим, что АЦП производит измерение сигнала с постоянным шагом во времени Δt , таким, что число выборок за полупериод помехи составляет N . При этом число выборок с нулевым результатом, т.е. подвергнувшихся клиппингу, обозначим N_0 (рис. 2).

Величины N , N_0 и φ связаны соотношением:

$$\varphi = \frac{N_0}{N} \pi \quad (4)$$

Очевидно, что если полезный сигнал всегда положителен ($U \geq 0$), то обрезанными клиппингом могут оказаться не более половины точек ($N_0 \leq N/2$, $\varphi \leq \pi/2$).

При практической реализации метода удобнее рассчитывать числа $2N$ и $2N_0$ за полный период помехи, так как при этом отпадает необходимость поиска (расчёта положения) точки $\alpha = 0$ и все измерения можно провести за период помехи в любой его фазе. Длительность пе-

риода $2N$ можно определить по чередованию нулевых и ненулевых отрезков оцифрованной кривой сигнала; $2N_0$ – по числу нулевых точек в одном периоде; S_0 – как среднее всех $2N$ выборок периода (включая нулевые). По полученным значениям с помощью формул (2), (3) и (4) рассчитываются величины φ , K и затем U .

Как отмечено выше, на практике при измерении сигнала основной низкочастотной помехой является синусоидальная с частотой 50 Гц. Рассмотрим применение предлагаемого метода для измерения постоянных сигналов, поражённых такой помехой.

При постоянном периоде помехи и постоянном шаге Δt число выборок $2N$ также является постоянным. Отсюда следует, что величины φ и K зависят только от величины $2N_0$, то есть от числа выборок, равных нулю за время одного периода помехи. Число $2N_0$, а также среднее значение S_0 рассчитываются по любым $2N$ подряд идущим выборкам. При этом каждому возможному значению величины $2N_0$ соответствуют однозначно определённые значения фазы φ и коэффициента K . Это даёт возможность, произведя предварительные расчёты, запрограммировать в МК зависимость K от $2N_0$ в виде таблицы из $N+1$ значений (от 0 до N). Поскольку расчёты в вещественных числах занимают достаточно большое время, такой приём может значительно экономить вычислительные ресурсы МК, что особенно важно при применении недорогих моделей.

Для примера рассмотрим случай, когда АЦП получает выборки с шагом $\Delta t = 200$ мкс. Тогда, учитывая, что период помехи с частотой 50 Гц составляет 20 мс, получаем $2N = 100$. Число $2N_0$ при этом может изменяться от 0 до 50. В табл. 1 показаны величины φ и K для данного случая.

Продemonстрируем работу метода на следующих значениях. Пусть полезный сигнал $U = 0.5$ В поражён помехой 50 Гц с амплитудой $A = 2$ В. При измерении из-за клиппинга АЦП 42 выборки из 100 оказались обнулёнными, а среднее значение сигнала S_0 по всем 100 выборкам вычислено как 0.906721 В, что составляет ошибку измерения более 81%. Согласно таблице, для $2N_0 = 42$ коэффициент K составляет 0.549531. Значение полезного сигнала восстанавливается как $U_{\text{восст}} = S_0 \cdot K = 0.906721 \cdot 0.549531 = 0.498271$. Ошибка измерения исходного сигнала при этом составляет 0.345%.

В случае использования МК, не имеющих вещественной арифметики, удобно свести вычисления к целочисленному виду. Для этого коэффициенты в табл. 1 можно умножить на одну из степеней двойки и округлить до ближайших целочисленных значений. Напряжение при измерениях изначально выражено не в вольтах, а в единицах АЦП, также представленных в виде целых чисел. После выполнения умножения результат делится на ту же степень двойки путём логического сдвига вправо либо отбрасывания младших байтов с округлением.

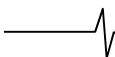
Описанный выше пример применения метода в целочисленном виде выглядит следующим образом. Умножим значения коэффициентов на $2^8=256$ и округлим, получив новый столбец таблицы $K*256$ (табл. 1), значения которого прошиваются в МК. Пусть 10-битный АЦП измеряет напряжения от 0 до 5 вольт, которые

соответствуют значениям АЦП от 0 до 1023. Тогда исходному полезному сигналу 0.5 В соответствует значение 102 единицы АЦП, а среднему напряжению 0.906721 В – 186 единиц АЦП. Последнее значение было получено МК путём усреднения 100 измерений поражённого клиппингом сигнала, выраженных в единицах АЦП, из которых 42 значения оказались нулевыми.

Таблица 1. Значения коэффициентов для случая $2N = 100$ измерений за период помехи

$2N_0$	φ	K	$K*256$
0	0	1	256
1	$\pi/100$	0.999997	256
2	$\pi^*2/100$	0.999974	256
3	$\pi^*3/100$	0.999911	256
4	$\pi^*4/100$	0.999788	256
5	$\pi^*5/100$	0.999585	256
6	$\pi^*6/100$	0.999280	256
7	$\pi^*7/100$	0.998851	256
8	$\pi^*8/100$	0.998275	256
9	$\pi^*9/100$	0.997529	255
10	$\pi^*10/100$	0.996587	255
11	$\pi^*11/100$	0.995422	255
12	$\pi^*12/100$	0.994008	254
13	$\pi^*13/100$	0.992315	254
14	$\pi^*14/100$	0.990310	254
15	$\pi^*15/100$	0.987960	253
16	$\pi^*16/100$	0.985229	252
17	$\pi^*17/100$	0.982079	251
18	$\pi^*18/100$	0.978468	250
19	$\pi^*19/100$	0.974352	249
20	$\pi^*20/100$	0.969682	248
21	$\pi^*21/100$	0.964407	247
22	$\pi^*22/100$	0.958471	245
23	$\pi^*23/100$	0.951812	244
24	$\pi^*24/100$	0.944365	242
25	$\pi/4$	0.936058	240
26	$\pi^*26/100$	0.926814	237
27	$\pi^*27/100$	0.916547	235
28	$\pi^*28/100$	0.905165	232
29	$\pi^*29/100$	0.892568	228
30	$\pi^*30/100$	0.878645	225
31	$\pi^*31/100$	0.863275	221
32	$\pi^*32/100$	0.846327	217
33	$\pi^*33/100$	0.827655	212
34	$\pi^*34/100$	0.807100	207
35	$\pi^*35/100$	0.784487	201
36	$\pi^*36/100$	0.759623	194
37	$\pi^*37/100$	0.732295	187
38	$\pi^*38/100$	0.702267	180
39	$\pi^*39/100$	0.669281	171
40	$\pi^*40/100$	0.633049	162
41	$\pi^*41/100$	0.593250	152
42	$\pi^*42/100$	0.549531	141
43	$\pi^*43/100$	0.501495	128
44	$\pi^*44/100$	0.448704	115
45	$\pi^*45/100$	0.390666	100
46	$\pi^*46/100$	0.326831	84
47	$\pi^*47/100$	0.256583	66
48	$\pi^*48/100$	0.179231	46
49	$\pi^*49/100$	0.093996	24
50	$\pi/2$	0	0

Из табл. 1 следует, что коэффициент $K*256$ для 42 точек равен 141. Умножив рассчитанное среднее на данный коэффициент и разделив на 256, получим вос-



становленное значение сигнала $U_{\text{восст. АЦП}} = 186:141 \div \div 256 = 102$ единиц АЦП. Как видно, ошибка метода в данном случае не превысила величины дискретности АЦП, благодаря чему удалось полностью восстановить корректное значение исходного сигнала. Отметим, что деление на 256 выполняется простым отбрасыванием младшего байта значения с округлением (если старший бит отбрасываемого байта ненулевой, то результат нужно увеличить на 1).

Таким образом, при микроконтроллерной реализации предлагаемого метода достаточно в процессе расчёта среднего значения сигнала посчитать число нулевых точек, извлечь из таблицы целочисленный коэффициент и выполнить единственную операцию умножения двух целых чисел без знака. Для справки, распространённые 8-битные микроконтроллеры серии PIC18 имеют аппаратное умножение 8×8 , а на более простых МК, как, например, PIC16, PIC12, умножение несложно реализовать программным способом. Ввиду этого, предлагаемый метод не требует значительных ресурсов памяти или машинного времени и может легко применяться даже при использовании самых простых моделей МК.

Оценим точность метода при микроконтроллерной реализации и способы её улучшения.

Из табл. 1 видно, что наилучшая точность коррекции (минимальная ошибка восстановления величины исходного сигнала) достигается при использовании коэффициентов из верхней части таблицы, где шаг между коэффициентами в соседних строках небольшой и дискретность вычислений не оказывает большого влияния. В нижней части таблицы шаг между коэффициентами в соседних строках становится сравним со значениями самого коэффициента, что сильно увеличивает погрешность дискретизации. Этот случай будет иметь место в системах, где производится измерение сигналов, близких к нулю, поражённых помехой, амплитуда которой значительно превышает величину полезного сигнала. Для снижения погрешности дискретизации становится очевидной необходимость увеличения числа измерений за период помехи ($2N$), что достигается уменьшением Δt .

Необходимое число выборок за период, при которых метод будет давать приемлемую погрешность при восстановлении величины исходного сигнала, можно определить следующим образом. Для каждого значения $2N$ экспериментально рассчитаем 101 значение ошибки восстановления сигнала, линейно изменяя отношение полезного сигнала к амплитуде помехи от 0.1 (когда амплитуда помехи в 10 раз больше полезного сигнала) до 1 (когда амплитуда помехи равна полезному сигналу). По полученным 101 значению определим среднюю и максимальную относительную погрешности восстановления исходного сигнала для данного $2N$. Вычисленные зависимости погрешностей от числа выборок $2N$ от 50 до 1000 представлены на рис. 3, 4.

Из графиков видно, что для описанного выше случая, когда производится $2N = 100$ выборок за период помехи, средняя относительная погрешность метода составляет около 1.5%, а максимальная – 16.4%. Также видно, что обе погрешности снижаются приблизительно

обратно пропорционально увеличению числа выборок за период. Так, для достижения средней погрешности не более 0.43% и максимальной – не более 5% число выборок за период необходимо увеличить до 400. Для достижения средней и максимальной погрешности соответственно 0.22% и 2.7% за период должно производиться не менее 800 выборок, а 0.18% и 2% – не менее 1000 выборок.

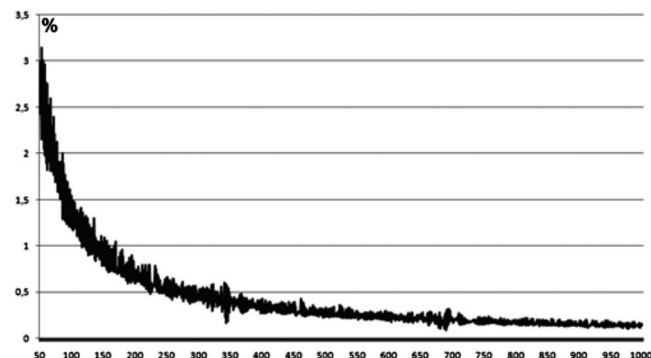


Рис. 3. Зависимость средней относительной погрешности метода от числа выборок за период при вариации соотношения «сигнал/помеха» в диапазоне от 0.1 до 1.

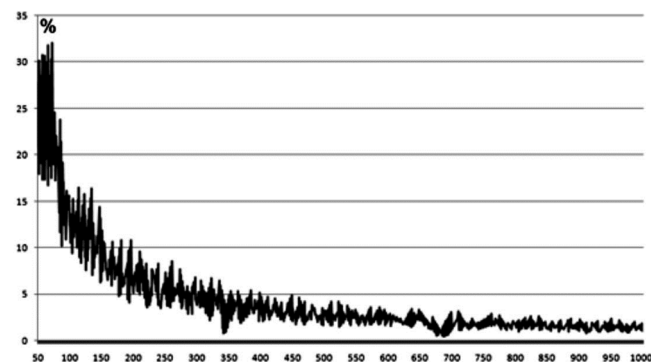


Рис. 4. Зависимость максимальной относительной погрешности метода от числа выборок за период при вариации соотношения «сигнал/помеха» в диапазоне от 0.1 до 1.

Для получения 1000 выборок за период помехи (20 мс) необходим шаг измерения $\Delta t = 20$ мкс, который является обычным для АЦП современных промышленных микроконтроллеров серий PIC24 и dsPIC30. Получение 800 выборок за период (с шагом $\Delta t = 25$ мкс) возможно с помощью более простых микроконтроллеров серий PIC18, PIC16 и даже PIC12. То есть, даже простейший МК способен с помощью предлагаемого метода восстановить напряжение исходного сигнала, поражённого помехой с амплитудой в 10 раз больше полезного сигнала, с точностью не хуже 2.7%.

Для дополнительного увеличения точности метода рекомендуется увеличить разрядность вычислений. Для этого хранить коэффициенты в целочисленном виде можно умноженными не на 256 (столбец $K \times 256$ табл. 1), а, например, на 16384. Такое значение множителя гарантирует, что результат умножения в случае 10-битного АЦП останется трёхбайтным, и в то же время уменьшит погрешность дискретизации при хранении коэффициентов с 0.4 % ($1/256$) до 0.006 % ($1/16384$). (Примечание: данная дополнительная погрешность на рис. 3, 4 не учтена.)

Далее, точность метода может быть существенно

улучшена, если избегать измерений с малыми соотношениями «сигнал/помеха». На рис. 5 представлены экспериментальные графики зависимости относительной погрешности метода от соотношения «сигнал/помеха» для случаев со 100 и 800 выборками за период. Из графиков видно, что форма огибающей графика одинакова для любого числа выборок за период, поэтому можно считать, что относительная погрешность метода возрастает приблизительно обратно пропорционально снижению соотношения «сигнал/помеха».

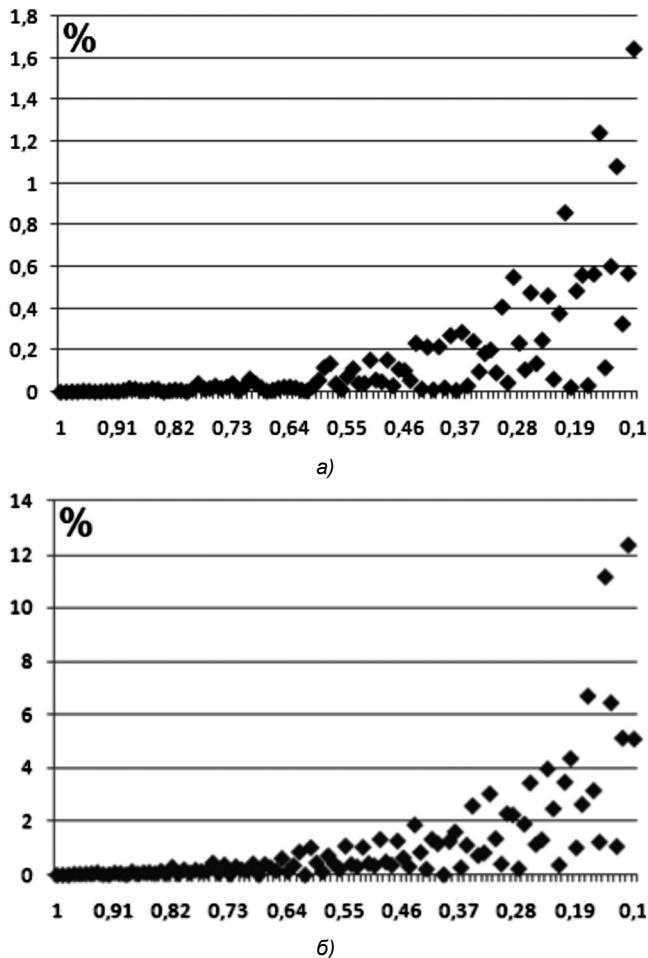


Рис. 5. Зависимость относительной погрешности метода от соотношения «сигнал/помеха» от 0.1 до 1 для $2N = 100$ (а) и $2N = 800$ (б)

Учитывая эти данные, электроизмерительную схему желательно проектировать таким образом, чтобы избежать измерений с малым значением отношения «сигнал/помеха».

Часто при измерениях сигнала применяют различные шунты. Однако увеличение или уменьшение измерительного шунта может не дать требуемого эффекта,

поскольку при этом вместе с изменением полезного измеряемого сигнала будет пропорционально изменяться и величина помехи, улавливаемой шунтом. То же самое будет происходить при использовании усиления сигнала с шунта перед подачей его на АЦП. Очевидно, что оно также приведёт к усилению помехи. В обоих случаях отношение сигнала к амплитуде помехи не изменится.

Для уменьшения отношения сигнала к помехе возможно дополнительное введение в измеряемый сигнал постоянной составляющей, величина которой впоследствии вычитается из измеренного значения. Например, введение постоянной составляющей, равной 0.5 В, при измерении полезного сигнала величиной 0.1 В уменьшит отношение «сигнал/помеха» в 6 раз, что приведёт к снижению максимальной погрешности при коррекции также в 6 или более раз. Также по возможности следует применять пассивную защиту от помех (экранирование с заземлением и т.п.) для снижения амплитуды низкочастотных составляющих помехи.

Резюмируя вышесказанное, отметим, что при реализации метода в МК, пользуясь данными рис. 3-5, можно либо подобрать требуемое число выборок за период помехи для достижения приемлемой погрешности метода, либо, наоборот, рассчитать максимальную погрешность вычислений исходя из числа выборок за период и минимального соотношения «сигнал/помеха», возможно в измерительном тракте.

Предлагаемый метод может найти применение в ходе НИР, ОКР и промышленных измерений. Практическая апробация метода была выполнена на языке ассемблера для микроконтроллеров PIC18 и внедрена в устройстве для измерения высоких сопротивлений.

Из-за использования в формуле тангенса предлагаемый метод получил название «тангенс-корректор».

Литература

1. Денисенко В., Халявко А. Защита от помех датчиков и соединительных проводов систем промышленной автоматизации. // Современные технологии автоматизации. № 1, 2001. – С. 68-75.
2. Прохоренков А.М., Качала Н.М. Цифровая фильтрация сигналов в промышленных системах управления. // Цифровая обработка сигналов. №3, 2008. – С. 32-36.
3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – 9-е изд., перераб. и доп. – М.: «Высшая школа», 1996. – 638 с. // Стр. 82.
4. Программа расчёта значения оцифрованного сигнала с синусоидальной помехой и искажениями по амплитуде (клиппингом АЦП): Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2015612325 / Кумаков Ю.А., Кумаков А.В. Дата регистрации 17.02.2015.

СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ БЕЗКОНДЕНСАТОРНОГО АЦП НА ОСНОВЕ СКЛАДЫВАЮЩИХ УСИЛИТЕЛЕЙ

Кононов В.С., к.т.н., ОАО «Специализированное конструкторско-технологическое бюро электронных систем»,
e-mail: casandra1983@mail.ru.

TECHNIQUE FOR INCREASING PRECISION OF ADC WITHOUT SWITCHED-CAPACITORS USING FOLDING AMPLIFIERS

Kononov V.S.

Ключевые слова: АЦП, безконденсаторное, архитектура, усилитель, складывающийся, точность.

Введение

Аналого-цифровые преобразователи (АЦП) без использования конденсаторов в качестве элементов хранения промежуточной информации в процессе преобразования применяются пока достаточно редко. Основной сферой их применения являются приложения, которые предполагают выполнение преобразований одним АЦП в широком диапазоне частот от нескольких килогерц до 1 ГГц и выше. Известно, что наличие конденсаторов в скоростных АЦП затрудняет их применение на низких частотах из-за влияния токов утечки на зарядовое состояние конденсаторов, емкость которых в таких АЦП относительно невелика.

Причин возникновения и нарастания токов утечки множество. В основном это связано с эффектами старения полупроводниковой структуры и влиянием эксплуатационных факторов [1, 2].

В настоящее время наибольшую известность получила архитектура с трехступенчатым конвейером и с, так называемой, двойной сверткой, которая применяется в 5-разрядных секциях безконденсаторных АЦП на основе трехвходовых складывающих усилителей [1, 3] (рис. 1).

С помощью восьми таких усилителей 24-разрядный термокод, получаемый на выходе первой ступени, дважды свертывается, сначала во второй ступени, а затем в третьей ступени, и преобразуется в 32-разрядный термо-

Рассмотрены основные этапы развития безконденсаторной архитектуры АЦП. Приведены известные и новые способы повышения точности преобразования. Показано, что новый способ, основанный на использовании переменной длительности единичных сигналов термокода, обеспечивает наиболее высокую точность преобразования по сравнению с известными способами.

код на выходе третьей ступени. После этого термокод окончательно преобразуется в двоичный код, который выводится наружу. На этом процесс аналого-цифрового преобразования завершается.

Такой алгоритм в чистом виде обычно не используется, так как в процессе преобразования возникает большое количество ошибок.

Для преодоления отмеченного недостатка в работе [3] предложена архитектура, во второй и третьей ступенях которой авторы используют по одному дополнительному складывающему усилителю. Такой подход позволил свести процесс преобразования во всех ступенях к единому временному интервалу.

В результате основной источник ошибок был устранен, но изменившаяся из-за этого разрядность термокода на выходе третьей ступени с 32 бит до 36 бит создала новые проблемы при его преобразовании в двоичный код.

В работе [4] возникшие проблемы были решены ценой некоторого ухудшения точности преобразования путем усреднения 36-разрядного термокода и считывания только 32 бит такого кода. Не вдаваясь в подробности, отметим, что это стало возможным при соотношении тактовых частот на входе и выходе АЦП: $f_{T_{вх}} / f_{T_{вых}} = 9/8$, что не совсем удобно на практике.

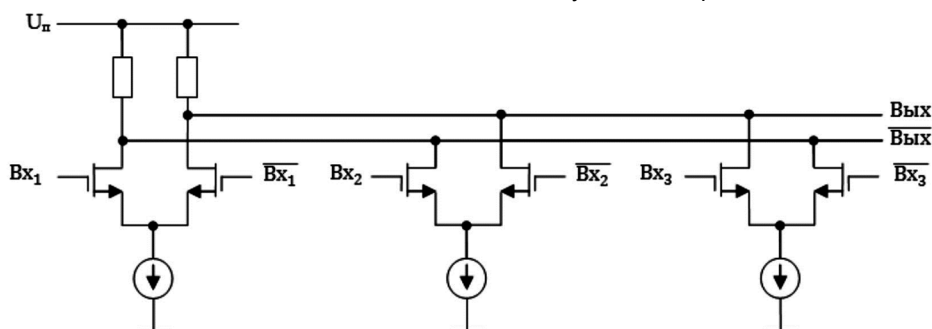


Рис. 1. Складывающий усилитель: U_n – напряжение питания

Для приведения АЦП к единой тактовой частоте на его входе и выходе пришлось использовать встроенный блок ФАПЧ (фазовая автоподстройка частоты), блок-схема которого показана на рис. 2.

Однако, как показали исследования, использование такого блока сталкивается с проблемой устойчивости петли ФАПЧ, нивелирование которой трудно гарантировать. Кроме того, само по себе применение ФАПЧ в АЦП приводит к появлению дополнительного фазового шума, что ухудшает соотношение «сигнал-шум». По этим соображениям пришлось модифицировать безконденсаторную архитектуру без изменения принципа двухступенчатого свертывания, но отказавшись от использования блока ФАПЧ.

В итоге каждый компаратор в первой ступени был дополнен устройством, которое позволяет получать термокод с переменной длительностью единичных сигналов на выходе компаратора (рис. 3).

Всего таких компараторов двадцать два.

Как следует из рис. 4, сигнал с минимальной длительностью, равной периоду сигнала TC_0 , которая в свою очередь в 3 раза меньше типовой длительности, равной периодам сигналов TC_2 - TC_4 , появляется только тогда, когда нарастание входного сигнала (на рис. 4 не

показан) сменяется его спадом или наоборот.

Во второй ступени, как было отмечено выше, используются восемь складывающих усилителей. На выходе каждого такого усилителя находятся три защелки (рис. 5).

Для сохранения высокой точности преобразования с учетом переменной длительности сигналов на выходах первой ступени в схемы управления работой двух нижних защелок на рис. 5 внесены дополнения, назначение которых вытекает из рассмотрения этого рисунка. Сигнал C_i зависит от изменения напряжения на входе АЦП. При нарастании этого напряжения сигнал C_i стремится к нулю, а при спаде – к $U_{п.}$

В третьей ступени также используются восемь складывающих усилителей, но с четырьмя защелками на выходе каждого усилителя.

Модификация третьей ступени проведена аналогичным образом. В результате на выходе этой ступени в отличие от рассмотренных в работах [3, 4] случаев сразу появляется 32-разрядный термокод, который преобразуется в выходной двоичный код без потери точности. При этом тактовые частоты на входе и выходе АЦП сохраняются одинаковыми. Иногда между ними устанавливается четное соотношение, например, при использовании многопортового выходного интерфейса.

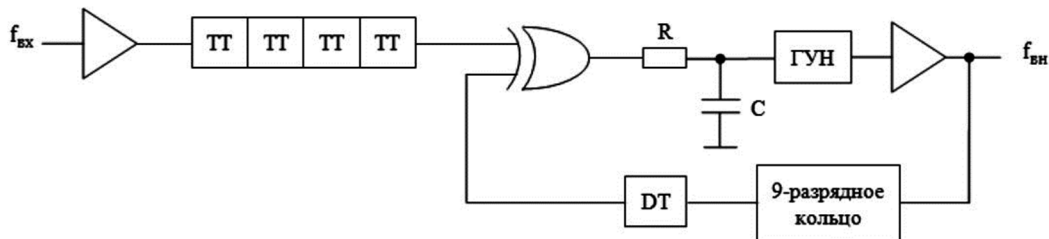


Рис. 2. Блок-схема ФАПЧ: ТТ и ДТ – Т- и D-триггеры; ГУН – генератор управляемый напряжением; R и C – параметры зарядовой помпы

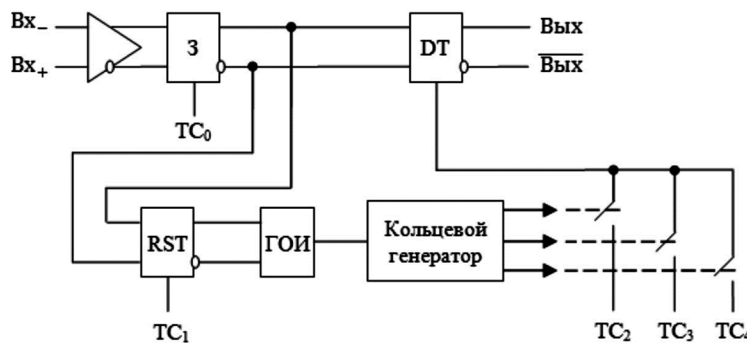


Рис. 3. Компаратор с устройством формирования термокода:

3 – защелка; RST – триггер RS типа; ГОИ – генератор одиночных импульсов; B_{x+} и B_{x-} – аналоговые входы; $B_{вых}$ и $\overline{B_{вых}}$ – цифровые выходы; TC_0 – TC_4 – тактовые сигналы

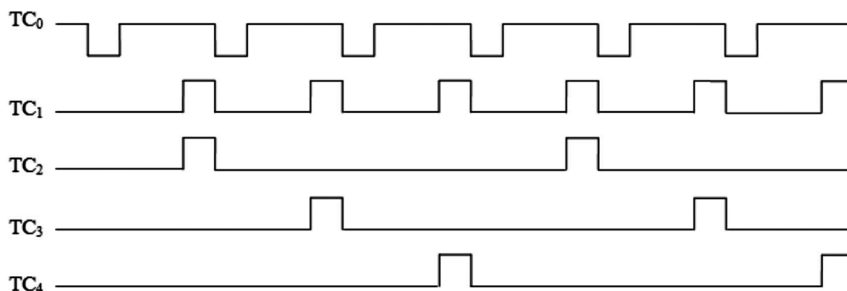
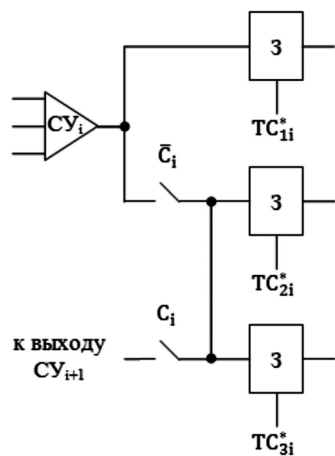
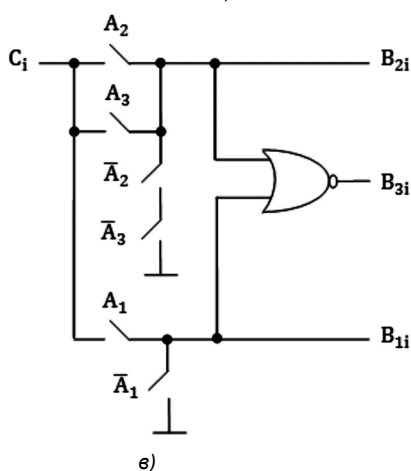


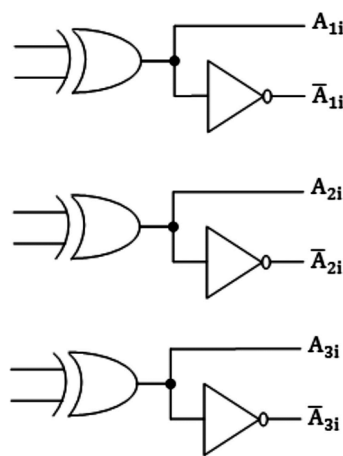
Рис. 4. Временная диаграмма тактовых сигналов



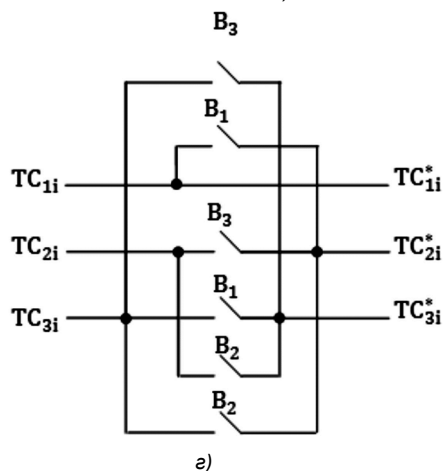
а)



б)



в)



г)

Рис. 5. Модифицированные схемы управления защелками на выходе i -го складывающего усилителя (CU_i): $TC_1, TC_2, TC_3, TC_{1i}^*, TC_{2i}^*, TC_{3i}^*$ – тактовые сигналы

На основе описанного способа разработана модель 12-разрядного КМОП-АЦП с программируемым выходным интерфейсом (4 КМОП-порта или 2 LVDS-порта). При использовании КМОП-технологии с проектными нормами 0,18 мкм каждый КМОП-порт обеспечивает частоту следования выходного кода до 125 МГц, а каждый LVDS-порт – до 500 МГц. В итоге частота преобразования в КМОП-режиме достигает 500 МГц, а в LVDS-режиме – до 1 ГГц. При этом статические и динамические характеристики такого АЦП находятся в пределах стандартных требований.

Заключение

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы:

1. Использование термокода с переменной длительностью единичных сигналов в каждой ступени преобразования в 5-разрядной секции АЦП обеспечивает непосредственное получение 32-разрядного кода и, в итоге, более высокую точность преобразования по сравнению с известными способами.

2. Предложенный способ не требует использования процедуры ФАПЧ, которая вносит ошибки преобразования при согласовании тактовых частот внутри конвейера и на выходе АЦП и ухудшает соотношение «сигнал-шум».

3. Разработанная на основе предложенного способа модель АЦП обеспечивает устойчивое преобразование и высокую точность в широком диапазоне частот от единиц килогерц до 1 ГГц.

Литература

1. Rudy van de Plassche. CMOS integrated analog-to-digital and digital-to-analog converters [Text] / Rudy van de Plassche. – Kluwer academic publishers, 2003. – 588 p.
2. Анашин В.С. Ионизирующие излучения космического пространства и их воздействие на бортовую аппаратуру космических аппаратов [Текст] / В.С. Анашин, В.В. Бодин, В.Ф. Герасимов [и др.]; под науч. ред. докт. техн. наук, проф. Г.Г. Райкунова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 256 с.
3. Taft R.C. A 1.8-V 1.6-GSample/s 8-b Self-calibrating Folding ADC with 7.26 ENOB at Nyquist frequency [Text] / R.C. Taft and al // IEEE Journal of Solid-state Circuits. – 2004. – vol. 39. – №12, p. 2107–2115.
4. Рембеза С.И. Высокоскоростной безконденсаторный КМОП-АЦП с интерполирующими защелками и реверсируемым тактированием [Текст] / С.И. Рембеза, В.С. Кононов // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2012. – Т. 8. – №2, С. 23-26.