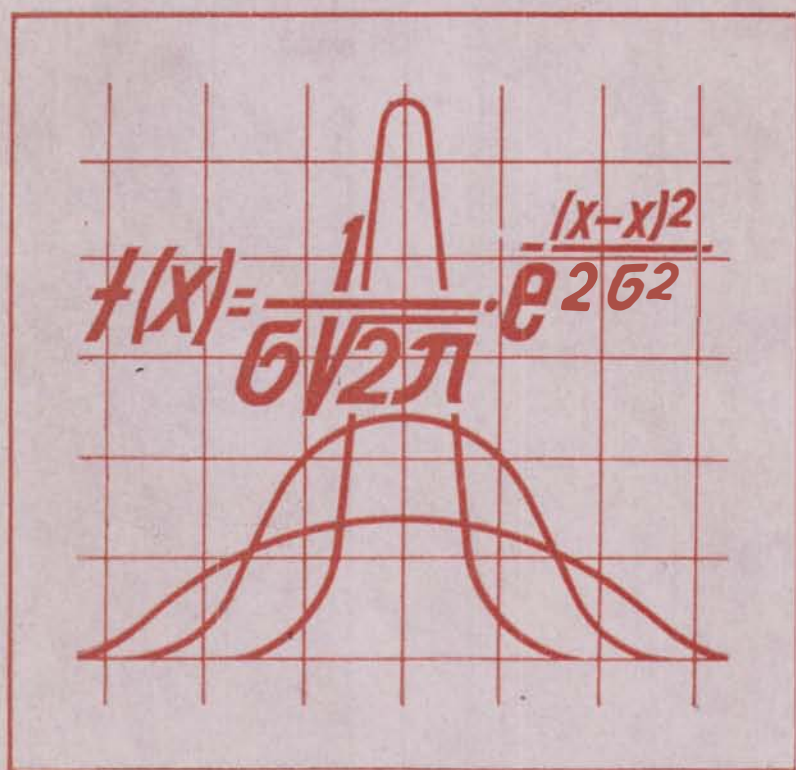


236

Н. Л. ДОБРЕЦОВ, В. В. ЗУЕНКО, В. В. ШЕЛЯКИН

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ГЕОЛОГИИ



АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ТРУДЫ ИНСТИТУТА ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ
В ы п у с к 236

ACADEMY OF SCIENCES OF THE USSR
SIBERIAN BRANCH

TRANSACTIONS OF INSTITUTE OF GEOLOGY AND GEOPHYSICS
I s s u e 236

N. L. Dobretsov,
V. V. Zuenko, M. L. Shemyakin

THE STATISTICAL METHODS USED IN GEOLOGY



PUBLISHING HOUSE "NAUKA"
SIBERIAN BRANCH
Novosibirsk · 1974

Н. Л. Добрецов,
В. В. Зуенко, М. Л. Шемякин

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ГЕОЛОГИИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
Новосибирск · 1974

Рассматриваются некоторые вопросы применения математических методов в геологии, приводятся примеры использования статистических методов и расчетов на ЭЦВМ при решении конкретных геологических задач. Эти задачи связаны с изучением алмазных месторождений Якутии, минералогическими и петрографическими исследованиями, а также созданием автоматизированных систем обработки геологической информации. В отдельной главе рассмотрены элементы геометрической теории диаграмм состояния многокомпонентных систем.

Работа представляет интерес для широкого круга геологов, геофизиков, а также студентов геологических факультетов, применяющих в своих исследованиях математические методы.

Ответственный редактор

доктор геол.-мин. наук пр

In recent years the computational mathematics and Electronic Digital Computers are widely applied in geological and geophysical investigations. This work deals with some problems on application of the mathematical methods in geology. Some examples using statistical methods and calculations on Electronic Digital Computer in solving the certain geological problems and setting up the automated systems for geological data processing as well are considered here. These problems are connected with studying the diamond deposits in Yakutia and with mineralogical and petrochemical investigations.

The special chapter of this work are devoted to the application of a graph theory for the construction of state diagrams.

Editor-in-chief prof.

N. L. Dobretsov

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая монография, по существу, — избранные главы о применении статистических (и других математических) методов в геологии, а не учебник и не методическое руководство. Материал отражает те направления и работы, которые выполнены в Институте геологии и геофизики и в лаборатории геологии и геофизики (в содружестве с алмазной лабораторией ЦНИГРИ) Новосибирского государственного университета под руководством и при участии авторов книги. Отдельные параграфы написаны большим коллективом исследователей, авторство которых отмечено в оглавлении.

В главе I рассматриваются методические вопросы, связанные с практикой массовых геологических работ. В § 1 кроме обсуждения некоторых дискуссионных вопросов приведен обзор методов и программ, используемых в нашем коллективе. Дополнением к этому разделу может служить сборник программ для статистической обработки геологической информации, выпущенный в ИГУ (см. [35] к гл. I). Важным моментом, от которого зависит эффективность внедрения математических методов в геологию (и особенно в производство), является создание информационно-поисковых систем и автоматизированных систем (§ 2 и 3), причем предлагаемые элементы автоматизированной системы приспособлены главным образом для обработки графических материалов (карт изолиний и т. д.). Наконец, в § 4 разобран пример, важный для решения прогнозных и оценочных задач, — выбор перспективных площадей с помощью анализа тренда (на примере алмазоносных площадей).

Следующая глава II, посвященная законам распределения геологических величин, также иллюстрируется примерами, связанными с изучением алмазных месторождений. Кроме обзора литературы и краткого разбора предложенных моделей подчеркивается важность и перспективность модельного подхода. Полученные результаты имеют практическую ценность не только для алмазных, но и для других месторождений.

В главе III рассмотрены элементы геометрической теории диаграмм состояния многокомпонентных систем, основанные на теории графов. Эта глава отражает и другие (нестатистические) подходы к решению геологических задач, требующие квалифицированной помощи математиков и программистов. В § 11 этой главы приведены алгоритм и программа, необходимые для практического использования предложенного метода.

Заключительная глава IV иллюстрирует использование статистических методов в конкретных минералогических и петрохимических иссле-

дованиях. В § 12 на определенном геологическом материале проверяются некоторые петрохимические модели и предположения. Петрохимическое исследование белых слюд (§ 13) продолжает серию проводимых под руководством акад. В. С. Соболева работ, сочетающих статистический и парагенетический подходы при обобщении материалов по породообразующим минералам. В § 14 рассматриваются возможности использования корреляционного анализа при интерпретации К-Аг датирования.

Все приведенные материалы показывают, что вычислительная математика и ЭЦВМ все шире применяются в геологических исследованиях и, вероятно, уже скоро станут рабочими методами каждого геолога.

Авторы благодарны акад. В. С. Соболеву, консультации и поддержка которого сыграли большую роль в проводимых исследованиях, заведующему алмазной лабораторией А. Д. Харькиву, содружество с которым на всех этапах было плодотворным, а также Н. А. Чернецкой, К. А. Казанской, М. Н. Николаевой, И. Ю. Колокольцевой за помощь в расчетах и оформлении работы.

ПРИНЯТЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

A — коэффициент асимметрии	α — уровень значимости
$b_{y/x}$ — оценка коэффициента регрессии	β — вероятность ошибки второго рода
$b_{(y/x)z}$ — оценка частного коэффициента регрессии	$\beta_{y/x}$ — коэффициент регрессии
b^2 — оценка дисперсии в логнормальном распределении	$\beta_{(y/x)z}$ — частный коэффициент регрессии
$\bar{C}$ — оценка среднего в логнормальном распределении	p — плотность вероятности
$D_{(x)}$ — дискриминантная функция	R — сводный коэффициент корреляции
E — коэффициент эксцесса	r — оценка коэффициента корреляции
F — отношение оценок дисперсии	$r_{(xy)(z)}$ — оценка частного коэффициента корреляции
$\hat{f}$ — число степеней свободы	$\Theta^*(t)$ — площадь под кривой распределения Стьюдента
H_0 — нулевая гипотеза	λ — критерий Колмогорова — Смирнова
H_1 — альтернативная гипотеза	μ_h — центральные моменты h -го порядка
h — порядок момента	λ, μ — параметры отрицательного биномиального распределения (см. § 8)
K — критерий однородности для пуассоновского распределения	ν, α — параметры биномиального и гамма-распределений (см. § 7, 8)
k — число разрядов группировки, число частиц	ν_i — частоты
M_h — моменты h -го порядка	ξ_i — отклонение
m_h — начальные моменты h -го порядка	σ — стандартное отклонение
	σ^2 — дисперсия
Me — медиана	$G(x)$ — гамма-распределение
Mo — мода	ε — относительная неточность
N — объем совокупности	$\eta_{y/x}$ — корреляционное отношение
n — объем выборки	$\Theta(u)$ — площадь под кривой нормального распределения
n_i — частоты	τ — критерий принадлежности варианты к совокупности
P — вероятность, давление	η — преобразованная доля вариант
s — оценка стандартного отклонения	χ^2 — критерий Пирсона
s^2 — оценка дисперсии	$\Psi(P)$ — функция, обратная интегралу вероятности
s_x — оценка стандартной ошибки среднего значения	$\varkappa$ — параметры пуассоновского распределения (число алмазов в единице объема, см. § 8)
$s_{\bar{c}}$ — то же, для логнормального распределения	$!$ — факториал
T — сумма рангов, температура	$ $ — знакомодуля (абсолютного значения)
$T\Delta$ — критерий Вилкоксона для сопряженных пар	$\Phi(u)$ — интеграл вероятности
t — аргумент распределения Стьюдента, критерий Стьюдента	
u — аргумент нормального распределения	
v — коэффициент вариации	
V — объем (проб и др.)	
x_i — значения вариант	
$\bar{X}$ — оценка среднего значения	
z — преобразованный коэффициент корреляции	

ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ

§ 1. НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ
СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И ЭВМ В ГЕОЛОГИИ

Математические (и главным образом статистические) методы уже давно и довольно интенсивно применяются в геологии, хотя во многих случаях и не удалось достичь необходимого эффекта. Причины могут быть разные — организационного, методического, идейно-научного характера. В этом кратком обзоре мы коснемся главным образом методических вопросов.

Условия использования математических методов в геологии дискутировались во многих работах [7, 14, 19, 20, 36]. Здесь целесообразно отметить только один вывод, прозвучавший в большинстве цитированных работ: параллельно с развитием общетеоретической базы геологии и разработки общих методов решения ее задач необходимо применять математические методы и для решения ближайших задач практического и теоретического характера.

В настоящее время в производственно-геологических службах накопилось и продолжает накапливаться огромное количество разнородной информации, которая эффективно используется лишь в очень небольшой мере. Поэтому даже предварительная статистическая обработка такой информации с целью ее систематизации и подготовки к решению практических задач в автоматизированном или полуавтоматизированном виде на основе широкого использования ЭВМ является очень важной задачей (см. § 2, 3). Не менее существенное значение имеет само решение практических и теоретических задач при максимальном использовании поступающей информации, что с учетом объема и разнородности сведений эффективно только при использовании математических методов и ЭВМ.

Существует мнение [18, 19, 48], что внедрение математических методов в геологию и эффективное их использование сдерживается из-за недостатков понятийной базы и «языка» геологии. Иногда это справедливо, однако ситуация в разных областях геологических наук совершенно различная и говорить о геологии вообще нецелесообразно. Остановимся на одном примере. В работах Ю. А. Воронина [17, 19] утверждалось, что понятия «минерал», «классификация минералов» и другие минералогические определения не удовлетворяют требованиям формальной логики. В данном случае смешаны недостатки некоторых классификаций, играющих учебно-вспомогательную роль, и действительное состояние дела. При необходимости (для формальной формулировки математических и физических моделей, применения ЭВМ и т. д.) минералогические и петрологические понятия легко переводятся в термодинамические (или другие физико-математические). Например, «минерал» определяется как любая природная твердая фаза, где оговорки «природная» (а не искусственная) и «твердая» (а не жидкая или аморфная) нужны лишь для удобства единого модельного (петрологического и кристаллохимического) подхода, а понятие «фаза» полностью аналогично таковому в термодинамике (см., например, [59]). Конкретизация этого понятия применительно к петрологии рассмотрена в статье [66]. Понятие о минералах, как о фазах, о составных частях системы, однородных в физико-химическом смысле, введено давно (см., например, [5, 23, 55, 62]) и практически успешно используется. В названных работах сформулирован

и главный критерий выделения «минеральных видов» — наличие между ними разрыва смесимости.

Отметим также, что в основе выделения и описания минерального вида лежит кристаллохимическая модель его структуры, построенная по определенным правилам. Наиболее полно структуру минерала отражают рентгенограммы. «Классификационной» задачей теоретической минералогии и кристаллохимии можно считать уточнение имеющихся и построение общих моделей, включающих ранее полученные модели как частные случаи. Существующие же табличные классификации минералов либо пытаются предварительно систематизировать эти модели, либо носят упрощенный «учебно-вспомогательный» характер, либо, наконец, преследуют задачу диагностики минералов по косвенным (не кристаллохимическим) признакам.

Приведенные рассуждения позволяют предположить, что подобная ситуация существует и в геохимии, петрологии, геологии рудных месторождений и других разделах геологии, где широко применяется модельный подход. Там, где такой подход не развит, не удастся удовлетворительно (в содержательном смысле) сформулировать основные понятия. Иными словами, создается впечатление, что внедрение математических методов затруднительно в тех разделах геологии, где условия применения других научных методов (физических, химических) непросты и где «царствует» только метод аналогии (строго говоря, ненаучный в смысле своей предсказательности).

Кажется очевидным, что модельный * подход — основной путь развития теоретической геологии. Будут ли это модели стохастические (вероятностно-статистические), или другие математические, или физико-химические, или механические и т. д., определяется в основном спецификой объектов и кругом решаемых задач (см., например, [30, 40]). При построении таких моделей необходимая формализация геологических понятий производится в процессе построения моделей. Из удачных, как нам кажется, примеров построения стохастических моделей можно привести работы А. Б. Вистелиуса и его сотрудников о модели слоеобразования [13], о концепции идеальных гранитов [16]. В статье Н. С. Маковской [34] используется стохастическая модель дробления частиц и сложная пуассоновская модель для решения задачи о распределении алмазов в кимберлитах.

Среди практических задач современной геологии главное значение имеют прогнозные и оценочные задачи:

- 1) что и где искать (выбор перспективных площадей);
- 2) как искать (выбор поисковых признаков, эффективной системы поисков и разведки и т. д.);
- 3) как различать рудные (перспективные) участки по косвенным признакам;
- 4) как предсказать вероятное содержание (запасы).

Имеющийся у нас опыт связан с исследованиями алмазоносных кимберлитовых трубок Якутии, причем основное внимание было уделено третьей и четвертой из перечисленных выше задач. Однако сами методы и алгоритмы применимы, конечно, для большинства видов полезных ископаемых.

На настоящем этапе исследователи вынуждены ограничиться далеко не оптимальным вариантом: использовать уже готовую, накопленную и очень разнородную по характеру и качеству данных информацию и применять известные (в некотором смысле стандартные) математические методы. На этом пути, как показывает опыт, можно еще многое сделать, хотя более перспективен, естественно, путь, при котором исходные дан-

* Причем преимущественно построение динамических (наиболее предсказательных) моделей.

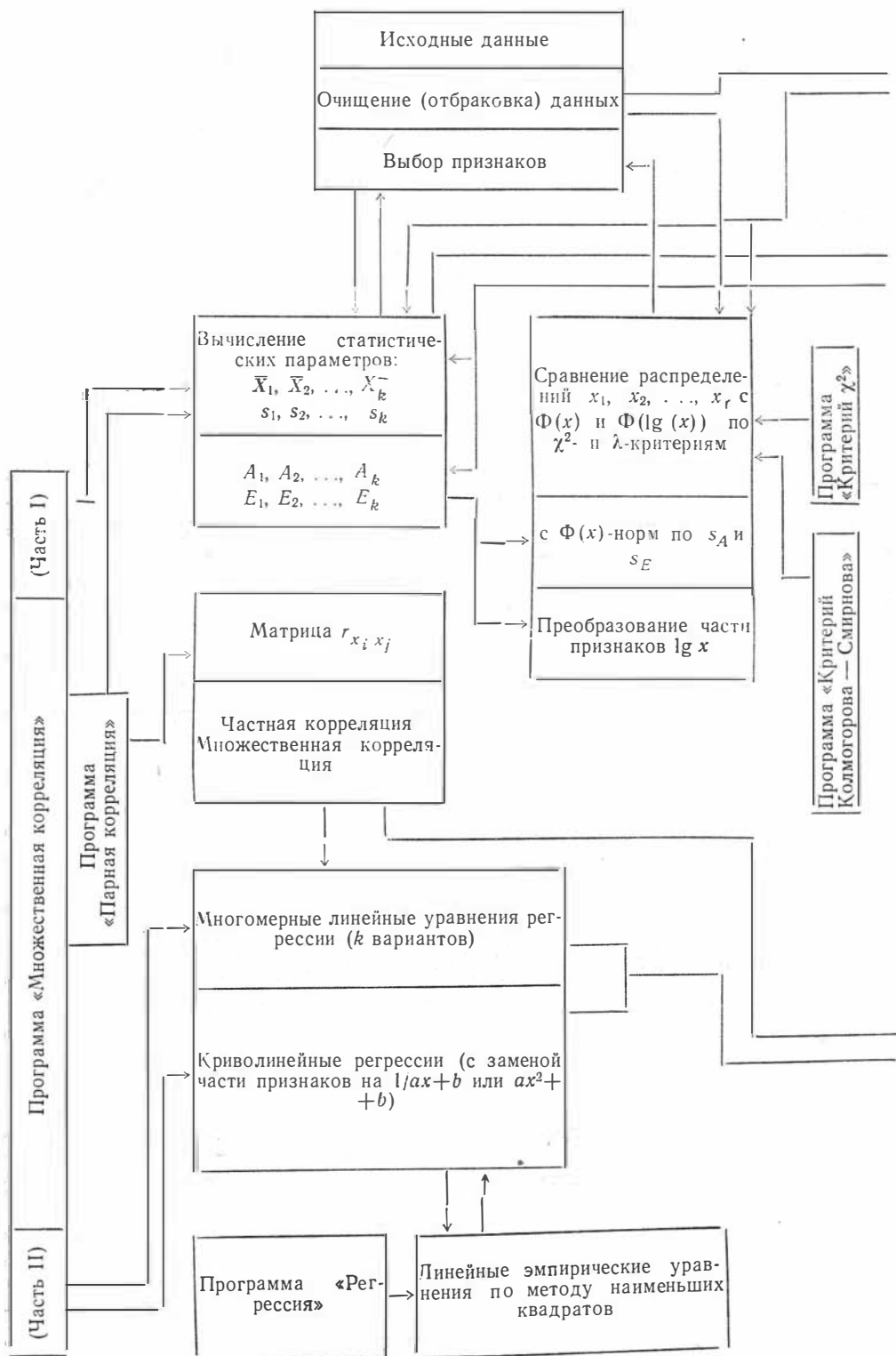
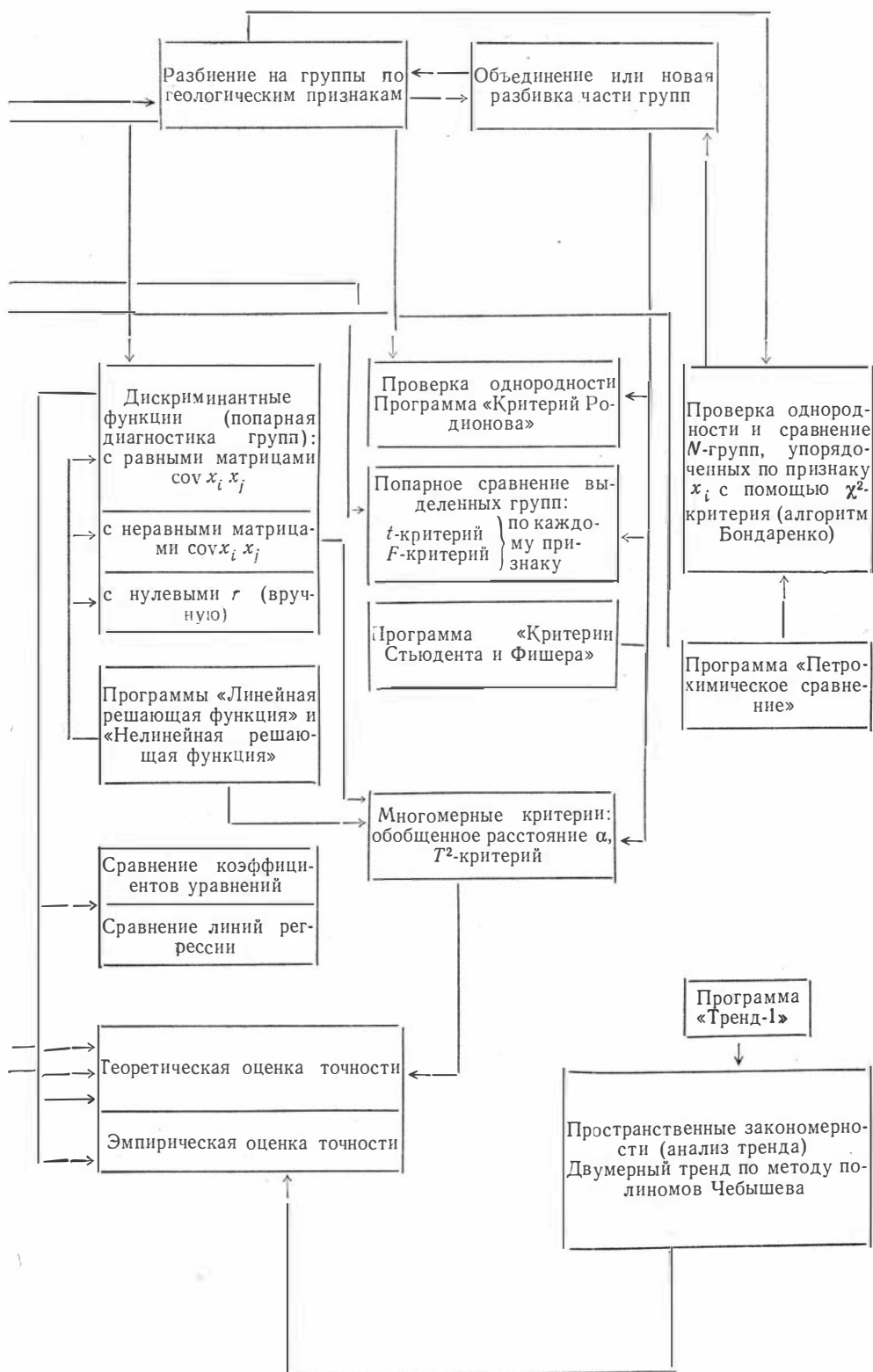


Рис. 1. Взаимосвязь статистических методов и



привязка к ним программ для ЭВМ.

ные планируются, собираются и готовятся специально для поставленной задачи, в ряде случаев с добавлением экспериментальных исследований, а также разрабатываются новые математические модели.

Способы и критерии выбора оптимальных математических моделей и методов для решения указанных задач, строго говоря, не разработаны. Поэтому приходится опираться лишь на свой опыт, массовый и числовой (хотя и разнородный) характер имеющейся информации и геологические представления об особенностях месторождений полезных ископаемых. С учетом этого для решения поставленных задач с успехом могут использоваться методы многомерного статистического анализа.

Первая и третья задачи с формальной точки зрения сводятся к диагнозу, или диагностической классификации [18]. Здесь, как показывает наш опыт, достаточно эффективны дискриминантные функции, введенные Фишером еще в 1937 г. и использованные А. Б. Вистелиусом [11, 14] задолго до широкого обсуждения задач «распознавания образов» в геологии [6, 20]. При применении дискриминантных функций и других статистических методов распознавания не обязательно требуется знать априорные вероятности, как иногда неверно утверждается [19, 20]. Как и в теории игр, наряду с критериями, основанными на априорных вероятностях, могут быть использованы «минимаксные» и другие критерии.

Задачи распознавания объектов с разным содержанием полезного ископаемого по косвенным признакам в наших примерах решались главным образом с помощью линейных дискриминантных функций для случаев равных и неравных ковариационных матриц, а также диагональных при $r_{ij}=0$ [28].

Для оценки содержаний полезного ископаемого по косвенным признакам использовались многомерные линейные, реже криволинейные регрессии. Наконец, для выявления пространственных закономерностей распределения полезного ископаемого (алмазоносности) применялся анализ тренда (см. § 4). Для решения других, более частных задач используется практически весь арсенал математической статистики, особенно статистические критерии (проверка гипотез) и корреляционный анализ.

Обзор применявшихся статистических методов, их взаимосвязь и последовательность операций, привязка к ним различных программ для ЭВМ изображены в графической форме на рис. 1. Характеристика названных здесь статистических методов дана в многочисленных специальных руководствах [1, 7, 9, 17, 36, 64]. Программы и пояснения к ним опубликованы в специальных сборниках [20, 35].

Приведенная на рис. 1 последовательность операций и программ может быть использована по частям (при решении конкретных задач) или целиком как цепочка программ, соединенная управляющей программой, для полуавтоматической обработки геологических данных. Обозначим символами следующие программы*:

- P_1 — «Парная корреляция»
- P_2 — «Множественная корреляция», часть I
- P_3 — То же, часть II
- P_4 — «Регрессия»
- P_5 — «Критерий Колмогорова — Смирнова»
- P_6 — «Критерий χ^2 »
- P_7 — «Критерий Стюдента и Фишера»
- P_8 — «Линейная решающая функция»
- P_9 — «Нелинейная решающая функция»
- P_{10} — «Энтропия-ЗМГ»
- P_{11} — «Петрохимическое сравнение объектов»
- P_{12} — «Критерий Родионова»
- P_{13} — «Тренд-1»
- P_{14} — «Автокорреляция»

* Программы P_1 — P_7 , P_{10} — P_{14} опубликованы в работе [35]; P_8 , P_9 —в работе [20].

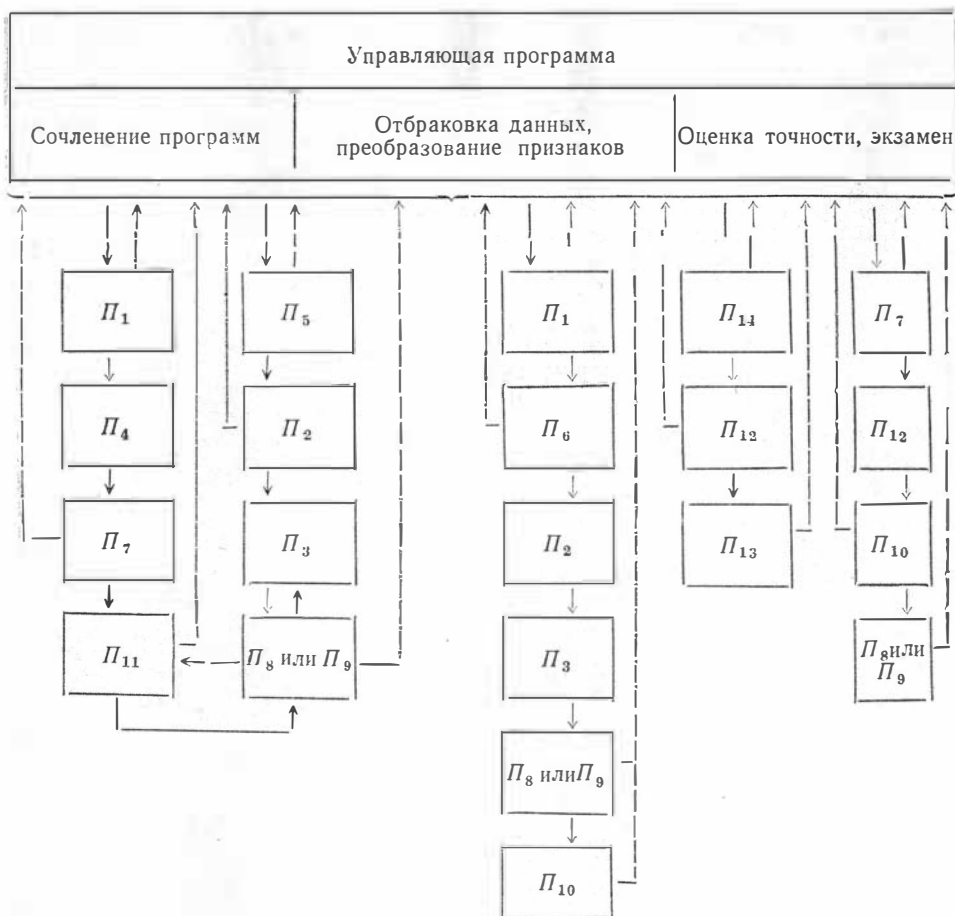


Рис. 2. Схема возможных цепочек программ к ЭВМ для автоматизированной обработки геологических данных.

Тогда в соответствии с рис. 1 можно составить цепочки программ (рис. 2).

Специально отметим, что большое значение имеют предварительные вспомогательные операции — очищение и отбраковка данных, выбор и преобразование признаков. Очищение и отбраковка осуществляются главным образом по геологическим соображениям, полноте и качеству сведений, а также с учетом статистических данных (отбраковка резко выделяющихся значений). Выбор признаков связан с двумя обстоятельствами. Во-первых, экспериментальная точность и пределы колебаний заставляют отбрасывать некоторые признаки еще на предварительной стадии исследования. Например, если колебания MnO в породах не выходят за пределы точности рядовых химических анализов, то, очевидно, использовать такой признак нецелесообразно. С другой стороны, по мере решения регрессионных и классификационно-диагностических задач важно отыскать наилучшую комбинацию признаков, которая дает оптимальное решение. Поэтому на предварительных стадиях и для теоретического анализа необходимо использовать по возможности все признаки, а затем для решения практических задач всякое уменьшение числа признаков считается желательным.

Если нет строгих критериев для выбора признаков, то можно применить эмпирический подход, основанный на содержательных обстоятельствах (геологические соображения, качество измерения и «стои-

мость» признака). Оценка закона распределения и преобразование признаков важны с методической точки зрения, так как большинство статистических методов и критериев основано на нормальном распределении, хотя многие из них эффективны и при других распределениях, ибо нечувствительны

можно проводить с помощью параметров A и E (программы P_5 , P_7) и критериев λ и χ^2 (программы P_5 , P_6). Для тех переменных, распределение которых сильно отклоняется от нормального, используется преобразование вида $\lg x$, $\sqrt{x}$, $\frac{1}{x}$. В программе P_3 такие преобразования

предусмотрены внутри программы. Преобразованные переменные также проверяются на нормальность.

Если линейные уравнения дают неудовлетворительную точность, а преобразование части переменных тоже не дает желаемого результата, можно вычислить криволинейные регрессии подбором полиномов Чебышева 2, 3, 4-й степени. Однако использование более сложных зависимостей целесообразно только тогда, когда выборки достаточно многочисленны, не вызывает сомнения их качество и имеются геологические предпосылки для обоснования более сложных (чем линейные) зависимостей. Другие необходимые пояснения к операциям и программам даны в сборниках [20, 35].

Теоретическая и эмпирическая оценка точности всех полученных уравнений — регрессионных, дискриминантных, трендовых — является главным критерием для отбраковки того или иного уравнения или решения. Эмпирическая оценка включает подстановку в регрессионные уравнения исходных данных и вычисление средней эмпирической ошибки. Кроме того, для дискриминантных и регрессионных уравнений проводится экзамен — подстановка в уравнение части данных, не использованных при вычислении уравнений. При близости обеих эмпирических ошибок друг к другу и к теоретической ошибке результаты считаются хорошими.

Наиболее существенный момент статистических методов (по сравнению с эвристическими) — возможность теоретического предсказания «ошибки» при заданной вероятности (или, наоборот, вычисление вероятности для заданной ошибки). Соответствующие методы теоретических оценок разобраны в названных методических руководствах.

Примеры успешного (с геологической точки зрения) использования приведенных методов достаточно многочисленны [14]. Сошлемся здесь и на наш опыт. В частности, можно назвать комплекс задач, связанный с обработкой статистических данных по породообразующим минералам, чему посвящена серия монографий ([31, 44, 46, 47, 65], см. также § 13). Другим примером являются разнообразные петрохимические задачи — по петрохимии магматических пород ([4, 26, 51—53, 58], см. § 12), по петрохимии метаморфических пород [32, 38, 45, 60]. Наконец, практическое значение имеют уже упоминавшиеся работы применительно к проблемам алмазности ([34, 35, 39], см. также § 4—8).

Приведенный обзор не претендует на исчерпывающее объяснение проблемы. Он понадобился главным образом для того, чтобы сформулировать следующие выводы и практические рекомендации.

1. При решении «ближних» задач практического и теоретического характера в разных областях геологии необходимо всемерно развивать применение вероятностно-статистических методов, добиваться того, чтобы каждый активно работающий геолог включил в арсенал повседневных рабочих методов известные уже приемы, алгоритмы и программы, примеров использования которых уже достаточно. В тех случаях, когда поступающая информация носит массовый и числовой характер (в минералогии, петрографии, литологии, геохимии, в ряде областей геофизики, при поисках и разведке полезных ископаемых и т. д.), применение этих методов и программ наиболее очевидно. Проблема эффективного и мас-

сового их использования связана прежде всего либо с организационными мерами — переподготовкой кадров, организацией ИПС, созданием сети ЭВМ и т. д., либо с повышением качества поступающей информации.

2. При решении «дальних» задач намечаются два взаимосвязанных направления:

а) дальнейшая разработка теоретических предпосылок, особенно развитие модельного подхода (см., например, [130]), с необходимой формализацией в процессе модельных разработок;

б) создание автоматизированной системы обработки геологических данных (включая информационно-поисковые системы и оперативно-решающие цепочки типа изображенных на рис. 2 или «цепочек» в § 3) и автоматической системы управления (АСУ). В этих двух системах необходимо различать научный (познавательный) и прикладной (производственный) аспекты.

§ 2. ЭЛЕМЕНТЫ ИНФОРМАЦИОННО-ПОИСКОВОЙ СИСТЕМЫ (ИПС) ДЛЯ ОБРАБОТКИ ГЕОЛОГО-ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ДАННЫХ

В настоящее время для более эффективного использования геологической информации отчетливо проявляется тенденция к автоматизации процессов обработки данных и созданию информационной службы по геологии. В связи с этим возникает необходимость системотехнического подхода к организации обработки данных «в системе» с учетом комплекса задач, реализуемых на ЭВМ, т. е. создание эффективной ИПС. При проведении базовых исследований, которые должны закончиться разработкой действующих автоматизированных систем, очень важны вопросы, связанные с методами обработки информации, способами ее сбора, хранения и извлечения. Значительная часть геологических данных практически не используется ввиду невозможности их отыскать и переработать при решении научных и производственных проблем. Полное использование накопленного материала зависит от быстроты внедрения в практику современных средств и методов хранения и анализа информации путем создания ИПС по геологии. В этой связи должны быть решены две основные проблемы:

1. Стандартизация и унификация форм хранения информации с целью облегчения ее использования для ИПС, а также для переработки уже имеющихся данных.

2. Разработка методов хранения и переработки информации на ЭЦВМ.

Унификация форм геологической отчетности открывает широкие возможности для совместного анализа всей информации на ЭЦВМ, позволяет не только значительно облегчить традиционные методы обработки, но и во много раз уменьшить затраты труда на сбор исходных данных. В ряде научно-исследовательских организаций — ВНИГНИ (Москва), ВНИГРИ (Ленинград), ЗапСибНИГНИ (Тюмень) и других — проводятся исследования по стандартизации форм сбора и хранения фактического материала в области геологии нефти и газа. Разработаны первичные носители информации на перфокартах с двухрядной краевой перфорацией. На их базе созданы тематические и региональные массивы, которые подробно описаны в работах М. Д. Белонина, С. Н. Тесаква, Н. А. Гольдиной [2, 25, 63].

Проблема хранения, поиска и обработки больших объемов информации на ЭЦВМ сводится к следующему:

1. Кодирование информации.

2. Запись и хранение информации на запоминающих устройствах ЭЦВМ.

3. Поиск информации и выдача ее в соответствующем виде на печать или в запоминающие устройства ЭЦВМ для дальнейшего использования.

4. Создание специализированной системы математического обеспечения.

Нами разработана информационно-поисковая система, которая обеспечивает хранение информации и извлечение ее с магнитной ленты (МЛ) для централизованной оперативной многовариантной обработки больших массивов исходных данных с помощью алгоритмов распознавания образов и аппарата математической статистики. Система позволяет оперативно в любой последовательности и объеме извлекать массивы исходных данных для реализации различных видов обработки.

Система включает:

а) таблицу соответствий № 1: $\langle \text{наименование объектов} \rangle - \langle \text{номера объектов} \rangle$;

б) таблицу соответствий № 2: $\langle \text{наименование признаков} \rangle - \langle \text{номера признаков} \rangle$;

в) программы, обеспечивающие следующие операции (в соответствии с которыми названы программы): «Разметка», «Запись», «Перепись», «Печать матрицы», «Обмен», «Транспонирование матриц»;

г) магнитные ленты;

д) массивы исходных данных на перфокартах.

Приведем краткое описание основных процедур системы.

1. Для матриц исходных данных $A[1:k, 1:l]$, где k — количество объектов, l — количество признаков на каждом объекте, составляются таблицы соответствий № 1 и 2. После анализа количеств объектов и признаков определяются ограничители на число зон и длину зоны. Затем с помощью программы «Разметка» проводится разметка магнитной ленты, при этом $\langle \text{номер зоны} \rangle := \langle \text{номер объекта} \rangle$ и $\langle \text{номер ячейки в зоне} \rangle := \langle \text{номер признака на объекте} \rangle$.

2. С помощью программы «Запись» исходные данные с перфокарт записываются на магнитную ленту. Здесь возможны два режима: режим записи — данные записываются со всеми имеющимися признаками последовательно по объектам; режим дозаписи — корректировка записанной в первом режиме информации, дополнение ее новыми признаками.

3. При работе с массивами чисел порядка десятков тысяч отсчетов необходима многоэтапная проверка. Программа «Печать матриц» позволяет выдавать на АЦПУ информацию в виде матрицы из k любых заданных объектов-строк и l признаков-столбцов для проверки и редактирования исходных данных, а также для долговременного хранения их в качестве документа.

4. Программа «Перепись» позволяет дублировать материалы с одной магнитной ленты на другую. При этом возможны три режима: универсальный — из массива k зон в любом заданном порядке выбираются зоны и переписываются на МЛ «Дубль», образуется новая таблица соответствий номеров объектов номерам зон; получение МЛ «Дубль», эквивалентной основной, как частный случай универсального режима; получение МЛ, где материал «сжимается» по зонам, т. е. из зон, выбранных произвольно, формируется массив зон с номерами от 0001 до k с шагом 0001.

5. Программа «Транспонирование матриц» позволяет переписать информацию с эталонной МЛ на МЛ «Дубль», причем информация на МЛ «Дубль» будет записана по «признакам»: $\langle \text{номер зоны} \rangle := \langle \text{номер признака} \rangle$ и $\langle \text{номер ячейки в зоне} \rangle := \langle \text{номер объекта} \rangle$. Иначе говоря, осуществляется следующая процедура: если $N_1[1:k]$ — номера зон объектов, предназначенных для транспонирования признаков, $L[1:l]$ — номера признаков на объектах (т. е. ячеек в зонах), предназначенных для транспонирования, и $N_2[1:k]$ — номера зон после транспонирования, то

для любого i из всех $N_1[1:k]$ зон извлечется i -й признак и запишется в i -ю зону МЛ «Дубль» длиной k .

6. Программа «Обмен» позволяет по заданным $N[1:k]$, $L[1:l]$, где N — массив номеров зон-объектов, L — массив номеров признаков на объектах, формировать на магнитных барабанах (МБ) БЭСМ-4 массивы исходных данных для счета по конкретным программам.

Перейдем к техническому описанию программного обеспечения ИПС. Лента может быть размечена по любой программе, удовлетворяющей поставленным требованиям. Размер зоны, в которую записывается информация по программе «Запись», должен быть не менее 320_{10} кодов.

Комплекс программ, обеспечивающих функционирование ИПС, объединяет общая форма подготовки входных параметров. Это так называемые граничные пары — массив чисел, попарно обозначающих начальный и конечный номера объектов (зон или ячеек в зонах), для кусочно-непрерывной выборки последних с шагом 0001 внутри одной граничной пары. Другими словами, для $\sum_{i=1}^N k_i$, где N — общее количество номеров k , характеризующих таблицами соответствий № 1 или 2, составляется массив граничных пар в машинных кодах в денормализованном виде:

000	0000	k_{i+0}	0000
000	0000	k_{i+l}	0000
000	0000	k_{j+0}	0000
000	0000	k_{j+m}	0000

Здесь $l=0, 1, 2, \dots, l$; $m=0, 1, 2, \dots, m$; $j-(i+l) > 1$.

Программа «Запись» в режимах записи и дозаписи осуществляет следующие операции: ввод массивов «граничных пар» по таблице соответствий № 1 и 2 и организацию записи признаков объектов в заданную зону по заданным адресам.

Перфокарты готовятся в восьмеричной системе счисления в денормализованном виде в разрядах 13—24 ячейки БЭСМ-4. При этом в ЭВМ вводится следующая информация:

I. Границы интервалов записываемых (или корректируемых) зон.

II. Границы интервалов адресов внутри зон для записи признаков.

Колода перфокарт с числовым материалом, пробитым в десятичной системе счисления и разделенным контрольными суммами по зонам, комплектуется в соответствии с последовательностью ввода числового материала в машину в порядке, определяемом границами интервалов записываемых (корректируемых) зон.

Для режима дозаписи каждому массиву корректируемых признаков одного объекта предшествует массив II границ адресов, если последние отличаются от объекта к объекту.

Программа «Перепись» осуществляет следующую операцию: имеем записанную на МЛ информацию в k зонах. В качестве исходной информации для переписи зон с МЛ-0 на МЛ-1 задается размер переписываемой зоны в восьмеричном коде в разрядах 1—12 ячейки. Задаем граничными парами адреса зон, подлежащих переписи. Принцип составления информации в виде граничных пар тот же. Задаем также граничными парами адреса зон МЛ-1, в которые переписываем исходную информацию с МЛ-0.

Программа «Печать матриц» печатает на АЦПУ информацию с МЛ в виде матрицы $X_{k,l}$, где k — строка-зона, l — столбец-признак.

Размер ячейки матрицы 27 мм по горизонтали (10 знаков), 9,44 мм по вертикали (2 строки АЦПУ).

Если числа отрицательные, то печатается —, в противном случае подразумевается +. Печататься могут числа от —9999,9999 до +9999,9999. Четвертая цифра округлена, если пятая цифра больше или равна 5.

Программа «Обмен» готовит информацию для счета по алгоритмам распознавания. Формирование массивов путем выборки из заданных объектов-зон заданных признаков выполняется заданием граничных пар номеров зон и адресов признаков $M[k_{i+0}:k_{i+n}]$ и $L[l_{j+0}:l_{j+n}]$.

Размер зоны задается восьмеричным кодом в разрядах 1—12 строки.

Результирующий массив записывается на магнитный барабан в нулевую четверть и хранится там в качестве исходных данных при работе алгоритмов распознавания, обеспечивая оперативную выборку исследуемых признаков.

Для исследования двух массивов одновременно второй массив, сформированный программой «Обмен», записывается в первую четверть МБ. Каждый раз после записи сформированного массива последний выдается на узкую ленту в десятичном виде для контроля за результатом работы программы.

Ограничения на массивы исходных данных:

а) количество кодов в массивах граничных пар M и L не должно превышать 120_{10} в каждом, в противном случае происходит программный останов в ячейке 2214, который можно ликвидировать, уменьшив количество кодов в массивах M или L и повторив ввод данного массива пуском с пульта, при этом $k\Sigma$ должна быть правильной;

б) размер формируемого массива признаков не должен превышать 2000_{10} кодов; ограничение накладывается размером оперативной запоминающей памяти ЭВМ.

Для программы «Транспонирование матриц» исходная информация записана в k зонах по l кодов на МЛ. Выборка зон с МЛ и признаков из зон производится по граничным парам, принцип задания которых тот же, что и в программах «Запись» и «Обмен».

Размер зоны МЛ задается восьмеричным кодом в разрядах 1—12 строки.

Информация с МЛ в зависимости от количества кодов, определяемого произведением

$$\Sigma = [(k_{i+m} - k_{i+0}) + (k_{j+n} - k_{j+0}) + \dots + (k_{l+h} - k_{l+0})] \times \\ \times [(l_{i+m} - l_{i+0}) + (l_{j+n} - l_{j+0}) + \dots + (l_{l+h} - l_{l+0})],$$

распределяется на МБ-0, МБ-1 и т. д.

Число кодов в массивах L и M не должно превышать 120_{10} в каждом. Число кодов в транспонируемой матрице ограничено количеством барабанов, открытых для записи. При расчете количества МБ, необходимых для записи, нужно учитывать, что зона l_j из $k_{\max}$ кодов, не входящая на МБ-0, целиком переносится на МБ-1.

§ 3. ЭЛЕМЕНТЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ГЕОЛОГО-ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УПРАВЛЯЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ

Необходимость автоматизации процессов обработки геолого-геофизической информации требует создания комплекса связанных между собой программ к ЭВМ, позволяющих решать те или иные задачи [41, 49, 56]. Сейчас имеются программы, позволяющие автоматизировать некоторые этапы обработки и графического представления геолого-геофизических экспериментальных данных. Назовем их базисными.

В зависимости от начальных данных и конечных требований при об-

работке геолого-геофизической информации на ЦВМ нужны те или иные цепочки базисных программ, связанных стыковочными программами с целью избежания ручной перекодировки информации от одной программы к другой. Если в этих цепочках много одинаковых базисных программ, то целесообразнее вместо нескольких стыковочных программ в каждом звене иметь одну управляющую программу, а группы базисных программ оформить процедурами. В этом случае для получения нужного результата требуется ввести начальные данные и номер цепочки, которую нужно использовать.

В качестве примера приведем описание разработанной нами управляющей программы для численного и контурного отображения геолого-геофизической информации. Назовем базисными программами следующие:

P_1 — получение значений функции в узлах треугольной сетки по ее значениям в узлах неравномерной сетки [35];

P_2 — получение значений функции в узлах прямоугольной сетки по ее значениям в узлах треугольной сетки [35];

P_3 — получение последовательности точек изолиний функции по ее значениям в узлах треугольной сетки [35];

P_4 — получение последовательности точек изолиний функции по ее значениям в узлах прямоугольной сетки [24];

P_5 — получение значений функции в узлах размельченной прямоугольной сетки по ее значениям в узлах крупной прямоугольной сетки [24];

P_6 — получение гладкой линии по последовательности точек контурной линии [8];

P_7 — получение аппроксимирующей поверхности по значениям функции в узлах неравномерной сетки [54];

P_8 — получение прямоугольной сетки по известной аппроксимирующей поверхности.

Из этих базисных программ, которые в совокупности образуют библиотеку, можно получить в зависимости от начальных результатов и конечных требований несколько цепочек.

1. Цепочки, оканчивающиеся треугольной сеткой:

1.1. P_1 . Программа, которая из значений функции в узлах неравномерной сетки дает значения функции в узлах треугольной сетки, т. е. область определения функции покрывается треугольной сеткой.

2. Цепочки, оканчивающиеся прямоугольной сеткой:

2.1. P_2 . Значение функции в узлах прямоугольной сетки строится по значению функции в узлах треугольной сетки;

2.2. P_1P_2 . Требуется по значениям функции в узлах неравномерной сетки получить ее значение в узлах прямоугольной сетки. Это выполняет цепочка из двух программ: P_1 строит треугольную сетку, P_2 из треугольной сетки строит прямоугольную;

2.3. P_5 . Вычисляется значение функции в узлах размельченной прямоугольной сетки по ее значениям в узлах крупной прямоугольной сетки;

2.4. P_8 . Получается прямоугольная сетка по известному аналитическому виду поверхности;

2.5. P_7P_8 . По значениям функции в узлах неравномерной сетки строится аппроксимирующая поверхность и затем по ней вычисляются значения функции в узлах прямоугольной сетки.

3. Цепочки базисных программ, оканчивающихся «изолиниями»:

3.1. P_3 . По значениям функции в узлах треугольной сетки вычисляются последовательности точек изолиний функции;

3.2. P_4 . По значениям функции в узлах прямоугольной сетки вычисляются последовательности точек изолиний функции;

3.3. P_6 . Получается последовательность точек изолинии без изломов по последовательности точек изолинии функции;

3.4. P_3P_6 . Строится последовательность точек изолиний без изломов по значениям функции в узлах треугольной сетки двумя этапами: сначала P_3 вычисляет последовательность точек, лежащих на изолинии, затем P_6 определяет промежуточные точки;

3.5. P_4P_6 . Из значений функции в узлах прямоугольной сетки вычисляется последовательность точек изолинии без изломов. Это выполняется цепочка из двух программ: первая вычисляет последовательность точек изолинии, вторая находит промежуточные точки;

3.6. P_1P_3 . По значениям функции в узлах неравномерной сетки строится последовательность точек изолиний этой функции. Программа P_1 строит сначала треугольную сетку, т. е. вычисляет значения функции в узлах треугольной сетки, затем работает программа P_3 ;

3.7. $P_1P_3P_6$. По значениям функции в узлах неравномерной сетки вычисляются последовательности точек изолиний без изломов;

3.8. $P_7P_8P_4$. Сначала P_7 вычисляет аппроксимирующую поверхность, затем P_8 строит по ней прямоугольную сетку и P_4 вычисляет последовательность точек изолинии.

3.9. $P_7P_8P_4P_6$. Дополнение к 3.8. Программа P_6 вычисляет промежуточные точки изолинии;

3.10. P_8P_4 . По известному аналитическому виду поверхности строятся последовательности точек изолинии. Предварительно P_8 строит прямоугольную сетку;

3.11. P_5P_4 . По значениям функции в узлах прямоугольной сетки строятся последовательности точек изолинии без изломов.

Цепочки программ под номерами 3.3; 3.4; 3.5; 3.7; 3.9; 3.11 позволяют получить координаты точек изолиний без изломов для графопостроителя, который вычертит изолинии.

4.1. Программа P_8 дает возможность получить аналитическое выражение аппроксимирующей поверхности.

В зависимости от начального и конечного состояния пользователем выбирается любая из пронумерованных цепочек программ. Управляющая программа стыкует, исходя из выбора цепочки, соответствующие базисные программы, вводит нужные величины и выводит вычисленную информацию, заканчивая работу цепочки.

Управляющая программа может работать в следующих режимах: 1) загрузка программ на магнитное запоминающее устройство — МЗУ; 2) выдача информации о любой программе или о всех вместе; 3) счет по программам (рис. 3).

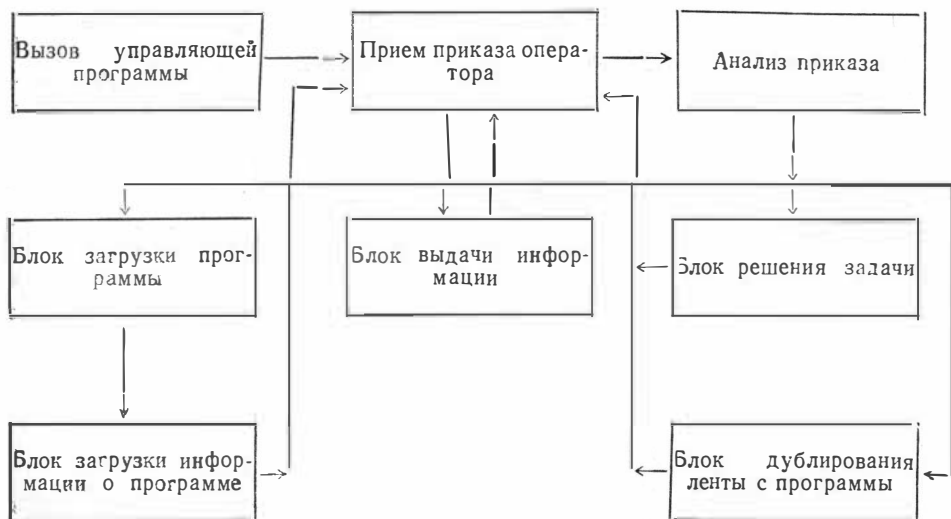


Рис. 3. Блок-схема управляющей программы.

1. Режим загрузки программ на МЗУ.

Режим состоит из ввода самой программы и записи ее на МЗУ и ввода информации об этой программе. Информация о программе должна содержать название программы, ее характеристики и особенности, если нужно, ссылки на более полное описание, инструкцию по вводу и выводу и другие данные, важные по мнению ее автора. Как сама программа, так и информация к ней записывается на МЗУ, а в управляющей программе содержатся адреса, где они записаны, и их длина.

2. Режим выдачи информации о любой программе.

Пользователь программ может затребовать информацию о любой базисной программе, содержащейся в библиотеке, или перечне всех программ, кроме того, пользователь может получить программу вместе с информацией о ней на перфокарты или перфоленду.

3. Режим счета по программам.

Пользователь указывает программу или номер цепочки для счета, управляющая программа вызывает ее и передает ей управление. В случае возникновения какого-либо события управляющая программа должна его обработать, после счета программы или цепочки управляющая программа находится в режиме ожидания указаний.

Кратко рассмотрим содержание операций, выполняемых базисными программами $П_1, П_6$ в нашем примере.

Значения функции в узлах треугольной сетки по ее значениям в узлах неравномерной сетки могут быть получены двумя методами, которые основаны на противоположных принципах. В первом методе имеется группа точек, лежащих внутри области с границей, заданной на граничных точках в виде ломаной. Граница в ходе построения постепенно сжимается, переходя на внутренние точки и оставляя за собой построенные треугольники. Процесс длится до тех пор, пока граница не будет состоять из трех отрезков, составляющих треугольник. На этом процесс заканчивается. При втором методе построение начинается с любого треугольника внутри области. Стороны этого треугольника становятся начальной границей, каждая сторона в границе является основой для построения нового треугольника. При этом методе граница, которая разделяет две области — с построенными треугольниками и еще не построенными, постепенно расширяется, пока не достигнет максимальных размеров.

Рассмотрим первый метод. Из отрезков границы выбирается базисный отрезок и смежный с ним такой, чтобы на них можно было построить треугольник, который назовем начальным. Далее проверяется возможность построения лучшего (в смысле, поясненном ниже) треугольника на выбранном базисном отрезке. Для этого строятся четырехугольники, тремя вершинами которых являются вершины начального треугольника, а четвертой — последовательно все остальные точки, исключая слишком удаленные от базисного отрезка. В получаемых четырехугольниках сравниваются суммы противоположных углов, и через те углы, сумма которых больше, проводится диагональ, разбивающая четырехугольник на два треугольника. Если при этом одним из них окажется начальный треугольник, то он и берется для последующего анализа, в противном случае используется треугольник, построенный на базисном отрезке и анализируемой точке. Таким образом проверяются все точки, и в результате получается треугольник, внутри которого нет точек (из числа заданных) и который учитывает возможность построения треугольников с менее острыми углами на соседних точках. Полученный треугольник запоминается, затем проверяется, какие его стороны находятся в границе, а каких нет. Отрезки треугольника, которые есть в границе, из нее исключаются, в которых нет — включаются. Потом выбирается новый базисный отрезок. Перебирая таким образом отрезки, мы будем постепенно передвигать границу внутрь области, на которой опреде-

лены точки, пока вся область не покроеется треугольниками и не останется ни одной точки, которая не служит одной из вершин треугольника.

При построении треугольной сетки вторым способом требуется взять любую точку области, найти ближайшую к ней и построить отрезок, взяв его за базисный, затем найти такую точку, чтобы треугольник, построенный на ней и базисном отрезке, учитывал возможность построения на соседних точках треугольника с менее острыми углами. Метод поиска подобного треугольника такой же, как и при первом способе. Стороны этого треугольника становятся границей области, внутри которой построены треугольники. Из этой границы берется любой отрезок, который назовем базисным, и вне области, занятой треугольниками, отыскивается точка, которую можно использовать для построения треугольника на базисном отрезке. Если такая точка найдется, то строится треугольник, все его стороны проверяются на наличие их в границе. Отрезки, которые в границе есть, из нее исключаются, а те, которых нет, вносятся в границу. Если же такой точки нет, то базисный отрезок из границы исключается. Процесс построения треугольников длится, пока есть отрезки в границе.

Алгоритм вычисления значений функции в узлах равномерной прямоугольной сетки по значениям функции в узлах треугольной сетки следующий. Пусть на плоскости задана неравномерная треугольная сетка и известны значения некоторой функции в вершинах треугольников. Требуется вычислить значение этой функции в узлах равномерной прямоугольной сетки.

Имеем узлы равномерной прямоугольной сетки

$$x_i = x_0 + ih_1; \quad y_p = y_0 + ph_2, \quad (1.1)$$

где $i=0, 1, \dots, m$; $p=0, 1, \dots, n$; узлы треугольной сетки

$$x_j = k_j; \quad y_j = k_{1j}; \quad z_j = k_{2j}, \quad (1.2)$$

где $j=1, 2, 3, \dots, l$; k, k_1, k_2 — массивы координат вершин треугольников. Первые три значения $j=1, 2, 3$ относятся к первому треугольнику, вторые три значения $j=4, 5, 6$ — ко второму треугольнику и т. д. Выбрав какой-то узел прямоугольной сетки x_i, y_i , нужно найти треугольник, в который этот узел попадает. Для этого должны выполняться следующие условия:

$$\frac{(y_p - y_{j+1})(x_j - x_{j+1})}{\sqrt{(x_j - x_{j+1})^2 + (y_j - y_{j+1})^2}} - \frac{(x_i - x_{j+1})(y_j - y_{j+1})}{\sqrt{(x_j - x_{j+1})^2 + (y_j - y_{j+1})^2}} \geq 0; \quad (1.3)$$

$$\frac{(y_p - y_j)(x_{j+2} - x_j) - (x_i - x_j)(y_{j+2} - y_j)}{\sqrt{(x_{j+2} - x_j)^2 + (y_{j+2} - y_j)^2}} \geq 0; \quad (1.4)$$

$$\frac{(y_p - y_{j+2})(x_{j+1} - x_{j+2}) - (x_i - x_{j+2})(y_{j+1} - y_{j+2})}{\sqrt{(x_{j+1} - x_{j+2})^2 + (y_{j+1} - y_{j+2})^2}} \geq 0. \quad (1.5)$$

Если условия (1.3—1.5) выполняются, это означает, что узел прямоугольной сетки лежит внутри (или на границах) треугольника с вершинами под номерами $j, j+1, j+2$. Тогда по формулам линейной интерполяции координата z_{ip} в узле с номером i, p примет вид

$$z_{ip} = z_j + \frac{(x_i - x_j)(y_{j+2} - y_j)(z_{j+1} - z_j) + (x_{j+1} - x_j)(y_p - y_j)(z_{j+2} - z_j)}{(x_{j+1} - x_j)(y_{j+2} - y_j) - (x_{j+2} - x_j)(y_{j+1} - y_j)} \cdot \\ \cdot \frac{(x_i - x_j)(y_{j+1} - y_j)(z_{j+2} - z_j) - (y_p - y_j)(z_{j+1} - z_j)(x_{j+2} - x_j)}{(x_{j+1} - x_j)(y_{j+2} - y_j) - (x_{j+2} - x_j)(y_{j+1} - y_j)}.$$

Меня номера i, j , найдем значения функции z в узлах равномерной прямоугольной сетки.

Рассмотрим метод построения последовательности точек изолиний для треугольной сетки. Будем считать, что даны числовые величины геолого-геофизической функции в узлах треугольной сетки. Значения функции меняются линейно на сторонах треугольника, т. е. изолиния данного веса либо не имеет общих точек со сторонами треугольника, либо пересекает две его стороны, причем каждую сторону в одной точке. Требуется построить последовательность точек изолинии в соответствии с перемещением карандаша при ее вычерчивании. В качестве точек последовательности определим точки пересечения изолинии со сторонами элементарных ячеек сетки.

Допустим, поиск изолинии данного веса начнем с некоторой элементарной ячейки сетки, которая задана тройкой чисел i, j, k , обозначающих вершины треугольника. Проверим, заключено ли значение веса изолинии между каждой из трех пар чисел ij, ik, jk . Если изолиния пересекает какую-либо пару сторон треугольника, например ij, ik , вычислим координаты точек пересечения изолинии с этими сторонами способом, аналогичным для прямоугольной сетки [21]. Так как сторона ik треугольника ijk служит стороной треугольника ikl , смежного с ijk , то, найдя точки пересечения изолинии с отрезком ik в треугольнике ijk , определяем треугольник, в котором следует искать точки со значением веса изолинии. Это треугольник ikl . Иначе говоря, нужно найти такую тройку чисел, чтобы один из индексов равнялся i , другой k , а так как пара точек ik принадлежит только двум треугольникам, то вновь найденный треугольник будет единственным.

Предположим, на сторонах треугольника найдены точки изолинии, причем одна из точек лежит на границе области. Будем считать ее первой точкой последовательности, а точки, получаемые по мере построения, расположим в требуемом порядке от одного конца незамкнутой изолинии до другого. Если же среди найденных двух точек пересечения изолинии со сторонами треугольника граничных точек нет, то, условно считая эту пару точек в треугольнике первыми двумя точками искомой последовательности, продолжим поиск точек изолинии до границы. Перенумеруем найденные точки последовательности в обратном порядке и произведем построение до тех пор, пока не найдем второй граничной точки, которой завершим построение изолинии. Пусть в процессе построения последовательности координат точек изолинии найдена точка, координаты которой совпадают с координатами первой точки, тогда изолиния замкнутая. В том случае, когда точек изолинии данного веса не найдено, рассмотрим следующую ячейку треугольной сетки. Последовательно анализируя все ячейки треугольной сетки, построим требуемые последовательности точек изолиний.

Для получения последовательности точек изолиний функции по ее значениям в узлах прямоугольной сетки с целью вычерчивания карт изолиний достаточно получить последовательности точек пересечения изолиний с линиями сетки. Задача при этом состоит в том, чтобы по значениям функции, заданным в узлах сетки, получить набор семейств последовательностей точек изолинии, построенной в соответствии с перемещением карандаша от начальной точки последовательности ко второй и т. д. через все точки изолинии, причем для незамкнутой изолинии начальной считается граничная точка области, для замкнутой — любая.

Предположим, что ни одно значение функции в узлах сетки не совпадает со значением изолинии и что значение функции между узлами сетки вдоль сторон ячейки, а также вдоль полудиagonalей меняются линейно.

Рассмотрим схему построения последовательности точек пересечения изолинии с линиями сетки. Любую линию будем сначала искать

в ячейках первого ряда, затем второго и т. д. Поиск точки пересечения стороны ячейки с изолинией сводится к сравнению заданного значения искомой изолинии со значениями на концах соответствующей стороны ячейки: $z_A < z_\eta < z_B$ или $z_A > z_\eta > z_B$, где z_A, z_B — значения функции на концах стороны, z_η — вес изолинии. Если выполнилось какое-либо из соотношений, то построим отрезок, который нужно отложить вдоль стороны, чтобы получить координаты искомой точки пересечения. Так же находят координаты точки пересечения изолинии с другой стороной ячейки.

Как только найдена первая точка пересечения изолинии со стороной ячейки, проверяем условие принадлежности ее границе области. Если точка принадлежит границе, называем ее первой точкой искомой последовательности. Найдем следующую точку. Если она относится к границе области, то искомая последовательность, состоящая из двух точек, получена. В противном случае это — промежуточная точка последовательности.

Теперь пусть первая найденная точка не относится к границе области. Каждую следующую точку искомой последовательности будем также проверять на принадлежность границе. Если точка уже найденного ряда чисел оказалась на границе, перенумеровываем точки в обратном порядке. Заканчивается эта последовательность, согласно определению незамкнутой изолинии, некоторой точкой, лежащей на границе области. Если вновь найденная точка искомой последовательности не принадлежит границе, проверяем ее на совпадение с первой точкой. Если это условие выполняется, имеем замкнутую изолинию. Если точка не лежит на границе и не совпадает с первой, то это — просто промежуточная точка последовательности и надо переходить к поиску следующей точки.

Получив всю последовательность точек изолиний, возвращаемся в ячейку, с которой начиналось построение. Снова находим точки пересечения каждой стороны ячейки изолиний данного веса. Если вновь полученная точка совпадает с каким-либо элементом полученной последовательности точек, переходим к анализу остальных сторон. Если не получено точек, отличающихся от точек последовательности, производится анализ сторон следующей по номеру ячейки. Если же новые точки получены, значит, через данную ячейку проходят другие изолинии того же веса, и с этой ячейки, которая вновь становится первой, начинается построение новой последовательности.

Может случиться, что в ячейке найдены четыре точки, в которых функция принимает значение, соответствующее изолинии данного веса. Назовем такую ячейку «особой»: для проведения изолиний в пределах ячейки нужно вычислить значение функции в центре ячейки, которое следует считать вспомогательным узлом сетки, и найти следующие элементы последовательности точек изолинии в пределах треугольника, образованных сторонами ячейки и полудиagonалями, соединяющими центр ячейки с ее вершинами. Подобные действия для построения последовательностей точек изолиний будем производить до тех пор, пока не проанализируем всю область.

Значения функции в узлах более мелкой прямоугольной сетки определяем так. В узлах равномерной прямоугольной сетки заданы значения некоторой функции z , требуется найти значения этой функции в узлах более мелкой сетки. Обозначим шаг сетки по оси x через h_1 , по оси y через h_2 . Тогда координаты узлов сетки примут вид (x_m, y_n)

$$x_m = x_0 + mh_1, \quad m = 0, 1, \dots, k;$$

$$y_n = y_0 + nh_2, \quad n = 0, 1, \dots, l.$$

Величина z_{mn} — значение функции z в узле с координатами (x_m, y_n) . Требуется получить значение z в узлах сетки, шаг которой по x равен

h_1/p , а шаг по y составляет h_2/q , где p и q — целые числа. Эту задачу разобьем на два этапа: а) вычисление значения z на вертикальных линиях крупной сетки через шаг h_2/q ; б) вычисление значений функции по всей мелкой сетке.

Возьмем любую из вертикальных линий крупной сетки с координатой x_m . Тогда по значениям функции z в точках y_n, z_{mn} ($n=0, 1, \dots, l$) можно между каждой парой точек y_n, y_{n+1} найти аналитическое выражение функции z , например методом, описанным в работе [1]. Используя этот метод, вычисляем значение функции z через шаг h_2/q на вертикальных линиях. Выполнив пункт «а», определяем значение функции z по всей мелкой сетке. Алгоритм аналогичен методу нахождения z по вертикальным линиям через шаг h_2/q . В этом случае используется значение функции z на горизонтальных линиях через шаг h_1 . Число таких горизонтальных линий $q \cdot l + 1$. Как и в пункте «а», на горизонтальных линиях лежат точки с координатами x_m, z_{m+1} ($n_1=0, 1, \dots, l \cdot q; m=0, 1, \dots, k$), через каждую пару точек проводится гладкая линия способом, описанным выше, и вычисляется значение z через шаг h_1/p . Прделав это для всех горизонтальных линий (они отстоят на шаг h_2/q), получим значение функции z_{m+1} ($n_1=0, 1, \dots, l \cdot q; m_1=0, 1, \dots, k \cdot p$), т. е. значение в размельченной сетке.

Построение контурных линий с помощью ЦВМ и графических устройств — важный элемент системы отображения геолого-геофизической информации [8, 35]. Примерами контурных линий могут быть изолинии гравитационного или магнитного поля, тектонические нарушения, структурные границы, границы районирования и т. д. Методы, рассмотренные ниже, позволяют по полученным на ЦВМ опорным точкам контурных линий получить последовательность точек, по которым может быть вычерчена контурная линия с помощью графического устройства.

Пусть через несколько пронумерованных точек на плоскости требуется провести гладкую линию с наименьшим количеством перегибов. Между каждой парой точек допускается не более одного перегиба. Рассмотрим три метода построения контурных гладких линий — полиномами третьей степени, дугами окружностей и отрезками прямых и дугами. При всех этих способах строят линию между каждой парой точек, гладкая стыковка осуществляется заданием производных в каждой точке.

В работах [8, 35] описаны приемы определения производных в каждой точке. В нашем случае мы зададим производную другим способом. Ломаная линия, построенная на точках, через которые нужно провести гладкую линию, в каждой точке имеет угол. За наклон касательной к строящейся линии возьмем перпендикуляр к биссектрисе, которая делит этот угол пополам.

Во всех трех методах построение гладкой линии между каждой парой точек происходит в новой системе координат, ось абсцисс которой параллельна линии, соединяющей эту пару точек.

При построении гладкой линии полиномами третьей степени, вычислив производные для пары точек, между которыми ведется построение, в новой, повернутой системе координат, а также переведем координаты обеих точек в новую систему, имеем четыре уравнения для четырех неизвестных коэффициентов полинома. В новой системе координат всегда есть решение для коэффициентов полиномов, притом единственное. Зная коэффициенты полинома, через любой заданный шаг можем вычислить промежуточные точки гладкой линии и преобразованиями обратного поворота перевести их в старую систему координат. Последовательным перебором всех пар точек строится вся контурная линия.

При построении гладкой линии дугами окружностей, как и при построении полиномами третьей степени, производные и координаты пары точек, между которыми проводится гладкая линия, переводятся в новую систему координат. В зависимости от соотношений производных в новой

системе координат выбираются промежуточные и дополнительные точки, цель которых свести построение между каждой новой парой точек к варианту, когда производные в этих точках имеют разные знаки. При таком расположении из первой точки с наклоном, совпадающим с заданным, проводится дуга ко второй точке. Подобная дуга проводится из второй точки к первой. Радиус этих дуг подбирается так, чтобы они имели точку стыковки и в этой точке одинаковую касательную, параллельную оси абсцисс. Из этих условий путем несложных вычислений можно определить радиусы обеих дуг, координаты точки стыковки и координаты центров обеих дуг. Вычисляя промежуточные точки через заданный шаг, приводим их в старую систему координат.

Метод построения линии отрезками прямых и дугами окружностей основан на скруглении углов ломаной. Производя поворот в новую систему координат, строим гладкую линию. Обозначим пару точек, между которыми строим линию, соответственно номерами 1 и 2. Из точки 1 вдоль касательной отложим отрезок так, чтобы проекция отрезка на прямую, соединяющую точки 1 и 2, была положительна. Конец отрезка обозначим точкой 3. Точно так же из точки 2 по касательной отложим отрезок, но его проекция на ту же прямую отрицательна. Конец отрезка обозначим точкой 4. Точки 3 и 4 соединим. Длина отрезка принимается равной пятой части расстояния между точками 1 и 2. Затем из точки 3 к точке 4 и из точки 4 к точке 3 откладываем по отрезку, полученные точки обозначим соответственно номерами 5 и 6. Теперь осталось точки 1 и 5 соединить дугой так, чтобы касательные к дуге в точках совпадали с направлением прямых через точки 1, 3 и 3, 5 соответственно. Такой же дугой соединяются точки 6 и 2. Таким образом, контурная линия между точками 1 и 2 представляет две дуги, соединенные отрезком прямой. Вычисляя через заданный шаг точки этой линии, обратным поворотом находим координаты точек в старой системе координат. Производя подобные вычисления между каждой парой точек, строим всю линию.

Все алгоритмы и основанные на них программы являются по сути своей эвристическими. В основном эти алгоритмы предназначены для автоматизации графического вывода из ЦВМ геологической информации. Они могут быть также использованы и как самостоятельные задачи, однако в каждом конкретном случае для этого нужно специальное обоснование.

§ 4. АНАЛИЗ ТРЕНДА. ВЫБОР ПЕРСПЕКТИВНЫХ ПЛОЩАДЕЙ (на примере алмазности)

При изучении любых геологических характеристик приходится сталкиваться с их систематическими изменениями по площади. Учет этой изменчивости играет существенную роль при интерпретации полученных результатов, имеет большое экономическое значение, позволяя определять оптимальные варианты поисков и разведки, эксплуатации тех или иных полезных ископаемых. Эту изменчивость по площади можно наглядно представить на карте с помощью изолиний. Однако очень часто истинная картина изменчивости искажается, затушевывается локальными флуктуациями.

В настоящее время для выяснения закономерности пространственного изменения различных геологических величин (выделения систематических изменений от локальных флуктуаций) используются математические методы, в частности анализ тренда [11, 33, 35, 36, 42, 50, 61]. Анализ тренда «можно определить как процедуру, с помощью которой каждая карта результатов наблюдений разделяется на две или более части: некоторые из этих частей связаны с изменениями, отражающими

тенденции в поведении признака по всей закартированной территории, другие же части характеризуют случайные флуктуации, несущественно влияющие на систематическую изменчивость» [50, стр. 252]. Можно выделить два случая тренд-анализа. В первом случае используются взвешенные скользящие средние, во втором — аппроксимация наблюдений тем или иным аналитически заданным классом функций от независимых переменных [11].

В большинстве случаев анализ тренда основан на подборе полинома соответствующей степени с помощью метода наименьших квадратов. Если обозначить единичный результат наблюдения в точке с координатами x_i и y_j через $u(x_i, y_j)$, то рассматриваемая модель имеет вид

$$u(x_i, y_j) = u_{\text{сист}} + u_{\text{сл}} = u_{\text{расч}} + u_{\text{ост}},$$

где $u(x_i, y_j)$ — результат наблюдения в точке с координатами x_i, y_j ; $u_{\text{расч}} = f(x, y)$ — систематическая составляющая (тренд); $u_{\text{ост}}$ — случайная компонента.

Функция $f(x, y)$ подбирается таким образом, чтобы подавить $u_{\text{сл}}$ и выделить систематическую тенденцию. Используя полученное аналитическое выражение функции $f(x, y)$, вычисляем значения тренда в точках наблюдения и строим поверхность тренда и карту аномалий (отклонений от построенной поверхности).

Ниже излагаются результаты использования этого метода для анализа площадного изменения алмазонасности в россыпях и выделения перспективных алмазонасных участков.

Исследуемая территория расположена в Западной Якутии, где известны кимберлитовые трубки. Алмазонасными являются, во-первых, пролювиальные отложения нижнеюрского (рэт-лейасового) возраста, во-вторых, современные аллювиальные отложения. Рассмотрим фактические материалы и задачи отдельно для этих двух случаев.

Пролувиальные россыпи имеют сложные очертания и заполняют локальные эрозионно-тектонические депрессии доюрского рельефа, приуроченные, как предполагают, к зонам разломов. Размер площади депрессий колеблется от нескольких до многих десятков километров. Источником алмазов в этих россыпях естественное всего было бы предполагать расположенную в непосредственной близости от них кимберлитовую трубку. Однако неясно, имелись ли другие источники питания россыпей, в частности, есть ли в районе еще нескрытые или необнаруженные коренные источники алмазов. Для этого необходимо было изучить основные пространственные закономерности распределения алмазов в нижнеюрских отложениях в плане и попытаться определить наиболее перспективные участки (в смысле обнаружения дополнительных источников питания алмазами, если они существуют).

При решении задачи нами было предположено, что алмазонасные пролювиальные отложения доразмыта залегают на всей (или на большей части) исследуемого района. Для всей территории были вычислены

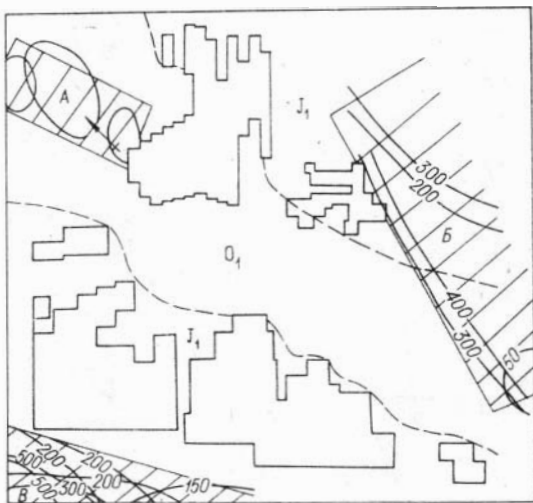


Рис. 4. Схема расположения исходных данных и выделенных перспективных участков А, Б, В.

уравнения и отстроены в изолиниях поверхности тренда. При этом для поиска максимумов естественно было использовать полиномы высоких степеней (выше 3-й). В то же время слишком высокая степень не оправдывалась из-за качества и количества материала. Как будет показано далее, оптимальной оказалась 4-я степень.

Фактический материал для анализа представлял собой план с нанесенными значениями алмазности (в условных единицах) в 192 участках алмазносных россыпей (рис. 4). Сами участки образованы путем объединения нескольких проб с примерно равными содержаниями, среднее значение которых приписывалось геометрическому центру данного участка. Результаты исследований в определенной степени зависят не только от точности опробования, но и от способа разбиения и объединения проб. Однако полученные данные (в частности, совпадение одного из максимумов с трубкой) показывают, что такого рода погрешности, вероятно, невелики.

Поверхности тренда алмазности были построены для всего района в целом и отдельно для северной и южной частей исследуемой площади. Последнее было сделано для выяснения возможности существования отдельных источников питания для каждой из них и для проверки устойчивости тренда. Кроме того, устойчивость тренда проверялась просчетом множества вариантов с различным числом точек по разным программам. Правильность решения контролировалась положением максимума в районе кимберлитовой трубки.

На рис. 5, а, б; 6 приводятся только наиболее характерные из построенных поверхностей тренда, хотя закономерности «поведения» алмазности в той или иной мере повторяются на всех трендах.

Во всех случаях поверхности тренда описывались полиномами четвертой степени (иногда в оптимальный вариант уравнения входили не все члены полинома данной степени, а только часть из них). Выбор оптимального варианта в программе [33] предусматривался исходя из минимума среднеквадратической ошибки и контролировался по обеим программам [33, 35] совпадением одного из максимумов с кимберлитовой трубкой и устойчивостью тренда (при разных вариантах счета).

Как видно из рис. 5 и 6, во всех вариантах поверхности имеют довольно сложный вид с максимумами и минимумами. Для всех характерны одни и те же тенденции, т. е. наличие двух или трех максимумов и двух направлений минимумов (одно — широтное, другое — меридиональ-

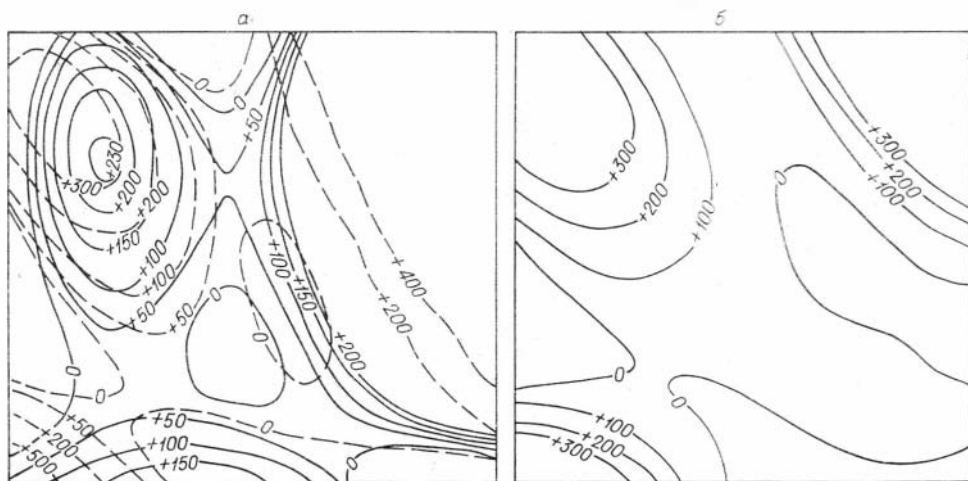


Рис. 5. Поверхности (четвертого порядка) тренда алмазности.

а — вычисленные по 76 точкам (сплошная линия — по программе В. Н. Синяева [33], пунктирная — по программе В. С. Зуенко [35]); б — по всем точкам по программе В. С. Зуенко [35].

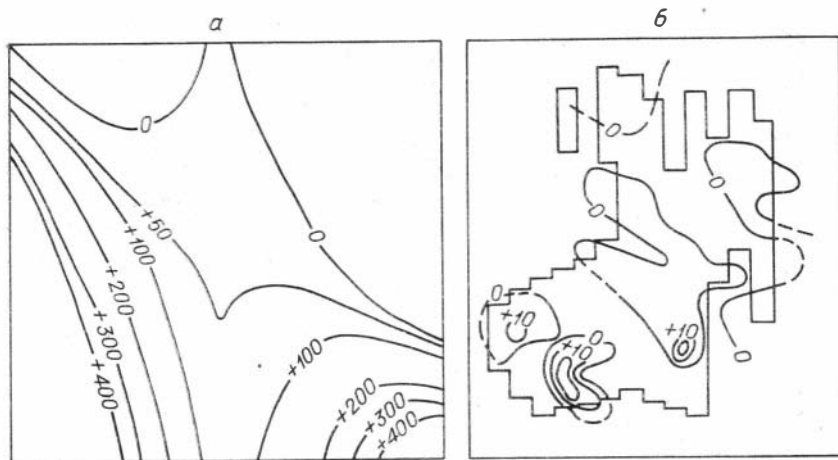


Рис. 6. Поверхность (четвертого порядка) тренда алмазонасности для северной части района (а), вычисленная по программе В. Н. Синяева [33], и схема аномалий (б).

ное), разделяющих эти максимумы. Расхождение трендов касается в основном участков, где нет или недостаточно точек опробования. Максимумы на участках, где россыпи сейчас отсутствуют, но могли быть (т. е. размыты), указывают на возможные источники питания россыпей.

Один из отчетливых максимумов (северо-западный, рис. 5) располагается в районе кимберлитовой трубки (участок А на рис. 4). Это совпадение подтверждает правильность исходных предположений и расчетов, а также тот вывод, что одним из главных источников питания этих россыпей была данная трубка. При этом следует заметить, что первые варианты расчетов были сделаны тогда, когда нам не были даны координаты трубки, а почти точное совпадение максимума с трубкой позволило, так сказать, «переоткрыть» ее.

Еще один максимум намечается к востоку — юго-востоку от первого. Он выражен несколько различно на разных трендах, но если сопоставить все тренды, его можно локализовать более определенно (участок Б на рис. 4).

Кроме того, к югу — юго-западу от первого максимума отмечается третий максимум (участок В на рис. 4), который с некоторыми смещениями по горизонтали повторяется на всех трендах. Наличие дополнительных максимумов — важный результат настоящих исследований. Они могут указывать на дополнительные источники питания и в любом случае являются «ориентиром» для поисков коренных месторождений (трубок или жил) либо богатых россыпей.

Более перспективен с точки зрения возможности обнаружения дополнительных коренных источников алмазов участок Б, так как здесь имеются некоторые благоприятные геологические условия. Все положения максимумов на рис. 4 и 5, несмотря на смещение их в меридиональном направлении, совпадают с зоной расположенного здесь субмеридионального разлома.

Для оценки и более точной локализации максимума в участке В требуются новые данные, прежде всего пробы алмазонасности к югу от изученной площади, а также дополнительные геологические исследования*.

Изолинии аномалий характеризуют точность тренда, а также те аномальные участки, значения алмазонасности в которых значительно отклоняются от поверхности тренда. Особый интерес представляют участки

* Последние работы на участке В подтвердили правильность сделанных прогнозов.

наиболее резко отклоняющихся аномалий. На рис. 6, б приводится карта аномалий для северной части исследуемой территории. Здесь выделяются три положительные аномалии, располагающиеся в краевых частях площади распространения нижнеюрских отложений. Они могут указывать, скорее всего, на местные ловушки при образовании нижнеюрских галечников (ибо коррелируются с гранулометрией и другими свойствами осадочных пород). Характерно, что большие отрицательные аномалии (кроме одной точки в южной части района) отсутствуют. Это может служить дополнительным указанием на природу положительных аномалий.

Таким образом, проведенные исследования дали возможность выделить три направления сноса и наметить три максимума — перспективные участки А, Б, В, наиболее отчетливый из которых совпадает с расположенной в районе трубкой либо (на большинстве трендов) смещен несколько к северо-западу от нее. Два других направления сноса алмазов в нижнеюрские отложения с востока и юго-юго-запада могут указывать на дополнительные коренные источники алмазов, один из которых на участке В уже открыт.

Исходный материал для выявления основных тенденций распределения алмазов в современных аллювиальных россыпях содержал около 400 проб алмазоносности, усредненных по профилям на 150-километровом участке одной из рек района. В нижней половине участка в бортах долины реки, протекающей среди терригенно-карбонатных отложений ордовика, вскрываются траппы (долериты), а в верхней половине боковые притоки реки размывают континентальные отложения юры, часть из которых алмазоносны.

По геологическим данным, результатам корреляционного анализа и неоднородности распределения алмазов (по критерию Родионова) алмазоносные аллювиальные отложения довольно четко подразделяются на два отрезка, которые мы в дальнейшем будем называть верхним и нижним. Для верхнего отрезка наиболее характерны примерно периодические вариации алмазоносности с полупериодом около 3—5 км, а для нижнего периодичность вообще не выражена (если и имеется, то отличается большим периодом и слабой амплитудой). Наиболее отчетливо периодичность проявляется в автокорреляционной функции верхнего отрезка. Как видно из рис. 7, автокорреляционные функции алмазоносности для верхнего отрезка (рис. 7, а) имеют вид периодической, слабо затухающей кривой. Для нижнего отрезка (рис. 7, б) кривые иные: коэффициенты автокорреляции становятся незначимыми уже при $l=1$ или 2 (т. е. величины здесь статистически независимы) и остаются незначимыми (или близкими к уровню значимости) при всех l .

Данные кривые, согласно теории случайных функций [22], можно интерпретировать следующим образом. В верхней части профиля они соответствуют сумме двух случайных процессов: $k=k_1+k_2$. Первому процессу отвечает монотонно убывающая кривая k_1 , второму — кривая k_2 , имеющая периодический характер. Второй процесс (кривая k_2) не проявлен (или слабо проявлен) в нижней части профиля. Логично связать второй процесс с поступлением алмазов сбоку вследствие размыва алмазоносных нижнеюрских отложений, которые в нижней половине профиля менее развиты и слабо алмазоносны. По-видимому, маловероятно ожидать в пределах нижнего отрезка реки богатые коренные источники.

Одной из причин периодичности может быть закономерное меандрирование русла и всей долины реки. Однако «периодичность» меандра не очень выражена, а длина прямолинейных участков, т. е. «полупериода», колеблется от 1 до 7 км, и, что более существенно, меандрирование резко не меняется и в нижней части участка, где характер кривой алмазоносности иной. Более правильным кажется предположение о периодиче-

ском боковом поступлении дополнительных алмазов из ложков, размывающих (или размывавших) нижнеюрские отложения.

Для проверки предположения о боковом привносе и вероятном его направлении были построены площадные тренды алмазоносности для верхней части меандрирующей долины реки и прилегающей территории. Правда, обоснованность этих трендов недостаточная (по причине относительно малого изменения поперечной к долине координаты), но мы рассматривали их лишь как вспомогательный материал для независимой проверки предположения о боковом привносе.

Тренды, вычисленные по двум разным программам [33, 35], оказались сходными, достаточно закономерными и согласующимися с геологическими соображениями. Они свидетельствуют о том, что, во-первых, снос осуществлялся как с запада, где известны коренные и древние россыпные источники алмазов, так, вероятно, и с северо-востока, где также распространены нижнеюрские отложения, что указывает на возможность обнаружения «богатых» участков в этих отложениях или даже коренных источников алмазов на правобережье реки. Во-вторых, привнос с запада, судя по положению изолиний, происходит одновременно из нескольких источников, которыми служат реликты алмазоносных нижнеюрских отложений, расположенные севернее известных кимберлитовых трубок.

Анализ автокорреляционных функций и поверхностей тренда алмазоносности аллювиальных россыпей в сопоставлении с геологическими данными показал, таким образом, для верхней части участка существенный боковой привнос алмазов в аллювиальные россыпи из нижнеюрских отложений лево- и правобережья реки. Соответственно этому для верхней части долины существенное влияние на алмазоносность россыпей оказывают боковые притоки, размывающие (или размывавшие) нижнеюрские отложения. Для правобережной части реки возможно нахождение богатых участков в нижнеюрских отложениях или даже дополнительного коренного источника (трубки).

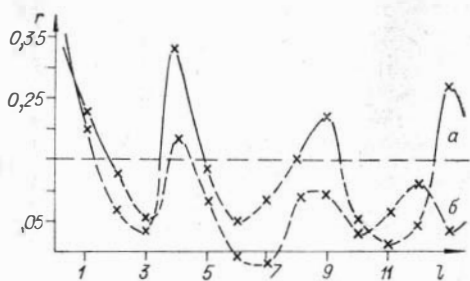


Рис. 7. Автокорреляционные функции алмазоносности (а — для верхнего участка; б — для нижнего участка).

ЛИТЕРАТУРА

1. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. М., Физматгиз, 1963, 500 с.
2. Аронов В. И., Невельская Э. Я. Реализация ИПС в геологии на ЭЦВМ. — В кн.: Математические методы и ЭЦВМ в геологии. М., 1971, с. 5—14 (Тр. ВНИГНИ, вып. 103).
3. Белоусов А. Ф., Кутюлин В. А., Фролова В. М. Линейные корреляции породообразующих элементов в базальтах и вопросы их петрогенетического истолкования. — В кн.: Ассоциации вулканогенных пород и вулканические структуры. Новосибирск, «Наука», 1973, с. 34—35.
4. Белоусов А. Ф., Кочкин Ю. Н., Полякова З. Г. Вулканические комплексы рифея и нижнего палеозоя Горного Алтая, Горной Шории и Салаирского края. М., «Наука», 1969, 283 с.
5. Болдырев А. К. Курс описательной минералогии. Вып. 1. М., 1926, 263 с.
6. Бонгард М. М., Губерман Ш. А., Извекова М. Л., Рябых О. И. Решение геологических задач с помощью программ распознавания. — «Сов. геол.», 1966, № 7, с. 106—113.
7. Бондаренко В. Н. Статистические решения некоторых задач геологии. М., «Недра», 1970, с. 246.
8. Борискин А., Головкин В. А., Клемберг Н. А., Кривоуцкий В. С. и др. Моделирование на ЭВМ обработки геолого-геофизической информации. Программы «Контур», «График», «Символ». Новосибирск, 1971, 202 с.

9. Боровко Н. Н. Статистический анализ пространственных геологических закономерностей. М., «Недра», 1971, с. 172.
10. Будняк А. А., Петренко А. И., Сигорский В. П. Автоматизация ввода и вывода геолого-геофизической информации для ЭЦВМ.— «Тр. Украинского геолого-разв. ин-та», 1968, вып. 22, с. 123—136.
11. Вистелиус А. Б. О минеральном составе тяжелой фракции песков нижнего отдела продуктивной толщи Апшеронского полуострова, чокрака Южного Дагестана и аллювия Волги.— «Докл. АН СССР. Новая серия», 1950, т. 71, № 2, с. 367—370.
12. Вистелиус А. Б. Проблемы математической геологии.— «Геол. и геофиз.», 1962, № 12, с. 3—9; 1963, № 7, с. 3—16, № 12, с. 3—10.
13. Вистелиус А. Б., Фейгельсон Т. С. К теории слоеобразования.— «Докл. АН СССР», 1965, т. 164, № 1, с. 158—160.
14. Вистелиус А. Б. Математическая геология (состояние, перспективы).— В кн.: А. Б. Вистелиус и др. Матем. геология. Реферат. указатель. Л., изд. библи. АН СССР, 1969, с. 11—56.
15. Вистелиус А. Б. и др. Математическая геология. Реферат. указатель. Л., изд. библи. АН СССР, 1969, 246 с.
16. Вистелиус А. Б., Романова М. А. Концепция идеальных гранитов и ее использование при съемочных, петрографических и поисковых работах. Л., «Наука», 1972, с. 4—47.
17. Воронин Ю. А., Гольдина Н. А. Пример совместного упрощенного математико-логического разбора геологических классификаций.— «Геол. и геофиз.», 1965, № 2, с. 83—91.
18. Воронин Ю. А., Гольдина Н. А., Иванов М. Н., Титов А. А. Краткие результаты анализа некоторых геологических классификаций.— В кн.: Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики. Новосибирск, 1964, с. 105—109.
19. Воронин Ю. А., Ионина Н. А., Каратаева Г. Н. и др. Геология и математика. Новосибирск, «Наука», 1967, 254 с.
20. Воронин Ю. А., Алабин Б. К., Гольдин С. В. и др. Геология и математика. Новосибирск, «Наука», 1970, 223 с.
21. Герасимова О. И., Зуенко В. В., Зуенко В. С. и др. Автоматический вывод геолого-геофизической графической информации из ЭЦВМ. Новосибирск, 1968, 84 с.
22. Гихман И. И., Скороход А. В. Введение в теорию случайных процессов. М., «Наука», 1965, 655 с.
23. Годлевский М. Н. Уточнение понятия о минералах.— «Зап. Всерос. минерал. об-ва. Серия 2», 1937, т. 266, вып. 1, с. 107—116.
24. Гольвин В. А., Романенко Ю. А., Шемякина К. А., Шемякин М. Л. Моделирование на ЭВМ обработки геолого-геофизических полей. Программа «Изолиния-3». Новосибирск, 1971, 130 с.
25. Гольдина Н. А., Богомякова Е. Д., Волков А. М., Волков Э. Я. Информационно-поисковые системы по геологии нефти и газа.— «Тр. ЗапСибНИГНИ», Тюмень, 1972, вып. 57, с. 1—108.
26. Гольдин С. В., Кутюлин В. А. К петрохимии траппов казанского и кузьмовского комплексов западной окраины Сибирской платформы.— «Сов. геология», 1964, № 12, с. 133—139.
27. Гусев Ю. М., Каратаев Г. И., Соловьев О. А., Черный А. В., Авраменко В. И., Захарова Т. Л. О выявлении локальных поднятий в осадочном чехле платформ по результатам регрессионного анализа гравитационных и магнитных аномалий.— В кн.: Вопросы обработки геолого-геофизических данных на ЭЦВМ. Новосибирск, «Наука», 1967, с. 19—33.
28. Демина М. Е., Калинин О. М. О происхождении обломочных минеральных ассоциаций в ант-сеноманских отложениях Юго-Западного Приуралья и Примугоджарья.— В кн.: Вопросы математической геологии. Л., 1968, с. 68—89.
29. Добрецов Н. Л. Глаукофансланцевые и эклогит-глаукофансланцевые комплексы СССР. Новосибирск, «Наука», 1974, 428 с.
30. Добрецов Н. Л. Общий модельный подход при выделении и классификации геологических формаций.— «Геол. и геофиз.», 1972, № 12, с. 74—84.
31. Добрецов Н. Л., Кочкин Ю. Н., Кривенко А. П., Кутюлин В. А. Породообразующие пироксены. «Наука», М., 1971, 454 с.
32. Добрецов Н. Л., Арнаутков Н. А., Пономарева Л. Г. К геохимии глаукофанового метаморфизма.— «Геохимия», 1967, № 8, с. 936—946.
33. Добрецов Н. Л., Зуенко В. В., Минорин В. Е., Синяев В. Н., Харькив А. Д., Шемякин М. Л., Шуклин В. Н. Применение анализа тренда для выяснения площадных закономерностей и прогнозирования алмазности.— «Докл. АН СССР», 1971, т. 200, № 6, с. 1403—1406.
34. Добрецов Н. Л., Зуенко В. В., Харькив А. Д. Факторы и типы алмазности кимберлитовых трубок Якутии (на основании статистической обработки данных).— «Геол. и геофиз.», 1972, № 7, с. 31—39.
35. Добрецов Н. Л., Зуенко В. В., Шемякин М. Л. и др. Программы к ЭВМ для статистической обработки геологической информации. Новосибирск, 1972, 248 с.
36. Добрецов Н. Л., Маковская Н. С. Применение вероятностно-статистических методов в геологии. Новосибирск, 1967, 123 с.

37. Добрецов Н. Л., Пономарева Л. Г. Парагенетические типы и зависимость состава метаморфических пироксенов от составов и условий образования вмещающих их пород.— «Сов. геология», 1964, № 12, с. 39—57.
38. Добрецов Н. Л., Пономарева Л. Г. Геохимия глаукофанового метаморфизма.— В кн.: Тр. Междунар. геохим. конгресса. М., 1972, с. 300—315.
39. Добрецов Н. Л., Харьков А. Д., Шемякин М. Л. Применение многомерного статистического анализа для решения прогнозных задач на примере алмазности кимберлитов.— «Геол. и геофиз.», 1966, № 8, с. 15—22.
40. Дударев А. Н., Кудрявцев В. А., Меламед В. Г., Шарапов В. Н. Теплообмен в магматогенных процессах. Новосибирск, «Наука», 1972, 140 с.
41. Дядюра В. А., Будняк А. А., Петренко А. И. Автоматическое построение геофизических карт и графиков.— В кн.: Геофизические исследования на Украине. Киев, 1969, с. 181—190.
42. Зуенко В. В., Маковская Н. С., Харьков А. Д., Чернецкая Н. А. Распределение алмазов на глубоких горизонтах одной из кимберлитовых трубок Якутии.— «Геол. и геофиз.», 1973, № 4, с. 7—14.
43. Каратаев Г. И. Корреляционная схема геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. Новосибирск, 1966, 135 с.
44. Кебезинкас К. Б. Статистический анализ хлоритов и их парагенетические типы. М., «Наука», 1965, 135 с.
45. Кебезинкас К. Б., Хлестов В. В. Сравнение химизма метаморфических пород различных температурных ступеней.— «Геол. и геофиз.», 1970, № 10, с. 21—25.
46. Кебезинкас К. Б., Хлестов В. В. Статистический анализ минералов группы эпидота. М., «Наука», 1971, 310 с.
47. Костюк Е. А. Статистический анализ и парагенетические типы амфиболов метаморфических пород. М., «Наука», 1970, 312 с.
48. Косыгин Ю. А., Воронин Ю. А., Соловьев В. А. Опыт формализации некоторых тектонических понятий.— «Геол. и геофиз.», 1964, № 1, с. 23—37.
49. Крамак В. С., Перфильев Л. Г. Программное обеспечение устройства «Атлас». Алма-Ата, 1968, 54 с.
50. Крамбейн У., Грейбилл Ф. Статистические модели в геологии. М., «Мир», 1969, 396 с.
51. Кутолин В. А. Статистическое изучение химизма базальтов разных формаций. М., «Наука», 1969, 142 с.
52. Кутолин В. А., Волохов И. М., Каратаева Г. Н. К оценке возможности определения формационной принадлежности гипербазитов по петрохимическим данным.— «Геол. и геофиз.», 1966, № 5, с. 87—93.
53. Кутолин В. А. Проблемы петрохимии и петрологии базальтов. Новосибирск, «Наука», 1972, 208 с.
54. Литвиненко О. К., Мелихов В. Р., Русьянов Ю. Г., Рукин М. Д. Применение электронных цифровых вычислительных машин в гравиразведке.— «Матер. ОНТИ ВИЭМС», 1969, вып. 3, № 40, 66 с.
55. Лодочников В. Н. Главнейшие породообразующие минералы. М., Гостоптехиздат, 1938, 228 с.
56. Ляшенко В. Ф. Программирование для цифровых вычислительных машин М-20, БЭСМ-3М, БЭСМ-4, М-220. М., «Сов. радио», 1967, 432 с.
57. Маковская Н. С. О применении моделей дробления частиц А. Ф. Филиппова и А. Н. Колмогорова к изучению распределения размеров кристаллов алмаза в кимберлитах.— «Тр. ЦНИГРИ» (в печати).
58. Налетов Б. Ф., Изох Э. П. Петрохимия гранитоидных формаций Западного Казахстана. Новосибирск, «Наука» (в печати).
59. Пригожин И., Дефэй Р. Химическая термодинамика. Новосибирск, «Наука», 1966, 509 с.
60. Ревердатто В. В. Об изохимической природе контактового метаморфизма (на примере Харловского габбрового массива, Алай и гранитного массива Кот-Бель, Памир).— «Геол. и геофиз.», 1970, № 5, с. 53—63.
61. Романова М. А. Современные песчаные отложения Центральных Каракумов и проблема поисков погребенных структур.— «Сов. геология», 1964, № 12, с. 70—89.
62. Соболев В. С. Понятие вида в минералогии.— «Минерал. сб. Львовского геол. об-ва при Гос. ун-те», 1947, № 1, с. 5—9.
63. Тесаков С. Н., Коготкова Е. А., Аверкин В. Д. Разработка типовых форм сбора и хранения информации по залежам нефти и газа.— «Тр. ВНИГНИ», 1971, вып. 103, с. 28—45.
64. Урбах Ю. В. Биометрические методы. М., «Наука», 1964, 415 с.
65. Ушакова Е. Н. Биотиты метаморфических пород. М., «Наука», 1971, с. 346.
66. Хлестов В. В., Добрецов Н. Л. К проблеме термодинамического равновесия в метаморфических и метасоматических породах.— «Изв. АН СССР. Серия геол.», 1967, № 8, с. 85—91.

ВЫБОРОЧНЫЕ И МОДЕЛЬНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ
(ВЕРОЯТНОСТЕЙ) ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН§ 5. КРАТКИЙ ОБЗОР ПО РАСПРЕДЕЛЕНИЯМ СОДЕРЖАНИЙ
ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ И МИНЕРАЛОВ В ГОРНЫХ ПОРОДАХ

Вопросы распределения химических элементов и минералов в геологических объектах, особенно в магматических образованиях и рудах, в последние 20 лет широко дискутировались в отечественной и зарубежной литературе.

Изучение распределений химических элементов и минералов в геологических совокупностях может служить средством проверки гипотез о механизме данного геохимического или геологического процесса. При этом постановка вопроса такова: строится стохастическая модель геохимического процесса накопления некоторого элемента или модель формирования некоторого геологического объекта. Из этих моделей, как следствие, выводятся функции распределения элементов и содержащих их минералов. Далее проверяется соответствие наблюдаемых частотных кривых с теоретически выведенными распределениями. Если такое соответствие существует, говорят, что построенная модель не противоречит данным наблюдений. По мнению А. Б. Вистелиуса [16, стр. 11], «основным объектом исследования математической геологии являются функции распределения вероятностей надлежащим образом выбранных характеристик».

Существующая литература, касающаяся распределений содержаний химических элементов и минералов в магматических породах и рудах, четко делится на две категории.

Первая категория включает работы, посвященные специальному изучению частотных распределений содержаний химических элементов и минералов с целью выявления каких-либо тенденций и закономерностей внутри большого множества разнообразных кривых, сглаживающих частотные гистограммы, а также с целью классификации этих кривых и подбора для них соответствующей «нормальной» трансформации. Лишь некоторые из этих работ сопровождаются модельными построениями, касающимися либо существа геологического и геохимического процесса, либо процесса измерения геологических величин.

Вторую категорию составляют работы, изучающие частотные распределения лишь попутно, в связи с решением каких-либо конкретных геологических задач. Такие работы дают большое количество примеров соответствия или несоответствия частотного распределения какого-либо элемента некоторому простому теоретическому распределению, чаще всего нормальному или логнормальному.

«Все эти чисто описательные попытки решения задачи не только проводились вопреки широко известному факту о том, что одно и то же наблюдаемое распределение может одинаково хорошо аппроксимироваться совершенно различными законами распределения, но даже при полном игнорировании специфики сбора материала». «Здесь абсолютно необходимо введение стохастического моделирования» [16, стр. 26, 47]. «В основном в описательном плане делаются тщетные, и тщетные в принципе, попытки решить проблему Н. К. Разумовского — насколько характерно логнормальное распределение для низких концентраций химических элементов в земной коре» [16, стр. 46].

В работах первой категории разными авторами были высказаны различные соображения относительно возможного вида теоретической функции распределения элементов.

К. В. Обри [60], З. В. Джизба [61] и Д. М. Шоу [68] обратили внимание на то, что концентрации элемента в минерале или породе при выражении их в процентных величинах могут изменяться лишь в замкнутом интервале — $(0, 100\%)$ или $(a, b\%)$, где $0 \leq a < b \leq 100\%$. Следовательно, теоретическая кривая плотности распределения содержаний элементов должна быть сосредоточена в этом интервале: она должна либо обращаться в нуль на его концах, либо иметь одну или обе крайние ординаты в качестве своих асимптот. Таким образом, кривые плотности, непрерывные на всей числовой оси, могут служить моделью для распределения содержаний элементов лишь в усеченном варианте. Однако они могут оказаться подходящими для приближения истинной теоретической функции распределения более простой кривой, удобной для использования в приложениях. Такое приближение кривыми, непрерывными на $0, \infty$, возможно, например, для редких элементов.

Многие авторы полагают, что кривые, непрерывные на всей числовой оси, могут служить моделью для распределения не самих концентраций элементов, а некоторых функций от них. В качестве наиболее простых таких функций предлагаются

$$y = \frac{x}{1-x} \quad [61, 67]; \quad y = \frac{x-a}{b-x} \quad [7],$$

где x — концентрация элемента.

Процентное выражение концентраций элементов ведет к возникновению замкнутых систем случайных величин: сумма процентов в каждом анализе минерала или породы должна равняться 100. В связи с этим нужно ожидать, что для данной системы случайных величин, иначе говоря, для данного набора химических элементов, входящих в состав изучаемого минерала или породы, мы будем иметь самые различные по характеру асимметрии кривые плотности распределения — от положительно асимметричных до отрицательно асимметричных [60]. То же разнообразие будет, видимо, обнаруживаться и в отношении эксцесса кривых.

Совокупность химических элементов, входящих в состав изучаемого минерала или породы, можно рассматривать как координаты многомерной случайной величины (или компоненты случайного вектора), находящиеся в корреляционной зависимости между собой. Поэтому, как правило, изучение лишь частных распределений отдельных элементов не будет характеризовать распределение всей совокупности элементов в целом. К изучению распределений элементов необходимо привлечь многомерный теоретико-вероятностный и статистический анализ.

Д. А. Родионов [38, 40], опираясь на центральную предельную теорему теории вероятностей, пришел к выводу, что распределение содержаний элемента в породе зависит от распределения его между минералами породы. Если элемент в равных долях содержится в нескольких минералах породы, его выборочное распределение будет хорошо аппроксимироваться нормальной кривой. Если элемент содержится лишь в одном минерале породы (что характерно для некоторых редких элементов, входящих в состав аксессуарных минералов), его распределение будет в значительной мере определяться распределением минерала или представлять собой произведение функций распределения содержаний элемента в минерале и минерала в породе. При этом Д. А. Родионов на основании обработки обширного фактического материала указывает, что как распределение содержаний минералов в породе, так и распределение содержаний элементов в минерале обычно не противоречит логнормальному закону. Д. А. Родионов объясняет этот факт особенностями

процесса кристаллизации минералов, который, по его мнению, подчиняется в общих чертах закону пропорционального эффекта. Д. А. Родионов приводит примеры [39, 40], когда в метасоматически измененных породах распределение содержания элемента может хорошо описываться трехпараметрическим логнормальным распределением вида $\Lambda(x-a, \mu, \sigma^2)$ или $\Lambda(a-x, \mu, \sigma^2)$, что объясняется привнесом этого элемента в процессе метасоматического замещения породы. Распределение вида $\Lambda(a-x, \mu, \sigma^2)$ может быть также обусловлено изоморфизмом элементов в кристаллической решетке минерала, если сумма этих элементов в породе практически постоянная.

Ю. В. Прохоров рассматривает примеры, в которых распределение содержаний акцессорных минералов является неограниченно делимой функцией и хорошо приближается логнормальной кривой [37]. В другой статье Ю. В. Прохоров с соавторами [6] обосновывает возможность возникновения приближенного логарифмически-нормального распределения содержаний как следствие использования процентных величин от результатов наблюдений, распределенных приближенно нормально.

В ходе обсуждения возможных функций распределения содержаний химических элементов и минералов в горных породах, особенно при рассмотрении статей Л. Х. Арена [57, 58 и др.], различные исследователи предложили несколько моделей, приводящих к логнормальному, нормальному или более сложным распределениям. Приведем их краткое изложение.

Модель пропорционального эффекта. Модель была предложена Кептейном и ван Увеном в 1903 и 1916 гг. для целей биологии. Далее она приводилась в книгах Г. Крамера [28] и Дж. Ачисона и Дж. Брауна [59], а в ходе дискуссии обсуждалась Р. Л. Миллером и Е. Д. Гольдбергом [64], А. Б. Вистелиусом [69], Д. М. Шоу [68], Ф. П. Агтебергом [55, 56], а также З. В. Джизбой [61] и Дж. Роджерсом и Дж. Адамсом [67], внесшими некоторые некоторые дополнения. Применительно к геологической тематике [66] она может быть изложена следующим образом.

Масса элемента накапливается под действием «импульсов» (или «пульсаций»), которые рассматриваются как независимые случайные величины. В момент t_k масса элемента равна x_k (она создана действием k последовательных импульсов). Приращение массы элемента Δx_{k+1} в момент t_{k+1} пропорционально величине импульса в этот момент e_{k+1} и значению массы элемента в предшествующий момент x_k :

$$\Delta x_{k+1} = e_{k+1} G(x_k), \quad (\text{II.1})$$

где $G(x_k)$ — некоторая функция от x_k . Отсюда

$$\Delta x_{k+1} / G(x_k) = e_{k+1}. \quad (\text{II.1a})$$

Суммарное действие n импульсов может быть записано следующим образом:

$$e_1 + e_2 + \dots + e_n = \sum_{k=1}^n \frac{\Delta x_{k+1}}{G(x_k)}. \quad (\text{II.1б})$$

Если отдельный импульс e_k достаточно мал, а число их велико, то сумма таких импульсов в пределе может быть описана нормальной случайной величиной

$$E = \int \frac{dx}{G(x)}. \quad (\text{II.1в})$$

В простейшем случае $G(x) = x$ и $\lg x$ нормально распределены.

Таким образом, эта модель приводит к логнормальному распределению массы элемента в пределах некоторого геологического объекта.

В связи с тем, что содержания химических элементов выражаются в процентных величинах и, следовательно, x_{k+1} ($k=1, 2, \dots$) не может увеличиваться беспредельно, З. В. Джизба, а позднее Дж. Роджерс и Дж. Адамс указывают, что величина случайного приращения Δx_{k+1} должна быть пропорциональна не только значению x_k , но и величине «дополнения» $(1-x_k)$, т. е. $G(x) = x(1-x)$. В этом случае модель приводит к логнормальному распределению величин $\lg \frac{x}{1-x}$. Новая переменная

$y = \frac{x}{1-x}$ изменяется от $-\infty$ до $+\infty$, в то время как x при использовании процентов изменяется в пределах $(0; 1)$ и не может быть описана каким-либо теоретическим распределением, непрерывным на $-\infty, +\infty$.

Для редких элементов величина $(1-x)$ очень близка к 1 и $\lg \frac{x}{1-x} \approx \lg x$. Следовательно, модель пропорционального эффекта в форме, предложенной З. В. Джизбой, приводит к логнормальному распределению редких элементов. Для породообразующих элементов мы имеем так называемое распределение S_b , изученное Н. Л. Джонсоном. При содержаниях, близких к 1, это распределение характеризуется отрицательной асимметрией, при средних содержаниях оно симметрично.

Н. Н. Боровко [7], имея в виду, что пределы содержаний химических элементов могут не достигать 0 и 1, предлагает трансформацию вида

$$y = \frac{x-a}{b-x}.$$

Ф. П. Агтерберг [56], считает, что допустимы и более общие трансформации, в частности функция $G(x)$ в модели может иметь вид $G(x) = a+bx$ или $G(x) = a+bx+cx^2$ и т. д. При этом для эмпирического определения подходящей функции $G(x)$ Ф. П. Агтерберг предложил простой метод с использованием вероятностной бумаги.

Модель А. Б. Вистелиуса. А. Б. Вистелиус посвятил ряд статей построению модели распределения рассеянных элементов в магматических образованиях (модель нормального распределения с различными параметрами в разных точках объекта [12, 13, 69]). Основные допущения модели сводятся к следующему.

Геохимический процесс в каждый отдельный момент времени дает концентрации элементов «в условиях центральной предельной теоремы». Иначе говоря, если рассматривать процесс выделения элемента из флюида или раствора и предполагать, что этот процесс завершился одновременно во всех точках, то концентрации элемента в пределах участка с однородными физико-химическими условиями будут распределены нормально, независимо от размеров объекта. Эти распределения А. Б. Вистелиус называет «локальными». Для них характерна положительная корреляция между средним значением и дисперсией. Если локальные распределения характеризуют разные стадии процесса накопления элемента в разных точках объекта, то «обобщенное» распределение определяется положительной асимметрией.

С течением времени изменения физико-химических условий геохимического процесса ведут к изменениям средних концентраций $\bar{x}_n$ и дисперсий σ_n^2 отлагаемого элемента, так что количества элемента x_n , накопленные последовательно к моментам $n=1, 2, \dots$, характеризуются одним типом распределения (нормальным), но разными параметра-

ми. Иначе говоря, случайные величины x_n , центрированные своими математическими ожиданиями $\bar{x}_n$ и нормированные среднеквадратичными отклонениями σ_n , будет характеризоваться нормальным распределением

$$P(x_n < x_0) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_0} e^{-\frac{(x_n - \bar{x}_n)^2}{2\sigma_n^2}} dx_n. \quad (11.2)$$

При подстановке $\frac{x_n - \bar{x}_n}{\sigma_n} = t_n$ получаем

$$P(t_n < z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{t_n^2}{2}} dt_n. \quad (11.2a)$$

Пользуясь этой основной предпосылкой и вводя дополнительное предположение о том, что $\bar{x}_n$ и σ_n^2 линейно зависят от n , А. Б. Вистелиус получает выражение для вероятности того, что все способное к выделению количество элемента потеряно флюидом между n -й и $(n+1)$ -й единицами времени, т. е. находит функцию распределения n времени выделения элемента и выражает ее через статистические характеристики n . Полученный результат без каких-либо изменений переносится на величину $x = f(n)$ количества выделившегося за время n элемента при условии, что $f(n)$ — монотонная непрерывная функция. В конечном итоге функция распределения x имеет следующий вид:

$$P(x < x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^a e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (11.3)$$

Здесь

$$a = \frac{x_0 - v_1 + \frac{t_0}{2}}{\sqrt{t_0 x_0 + \left(\mu_2 - v_1 t_0 - \frac{3}{4} t_0^2\right)}};$$

v_1, μ_2 — соответственно первый начальный и второй центральный выборочные моменты x ; t_0 — вещественный корень уравнения $7t^3 + 12\mu_2 t - 4\mu_3 = 0$, где μ_3 — третий выборочный центральный момент x . Выведенное распределение характеризуется положительной асимметрией. Соответствие предложенной схемы с данными наблюдений было проверено при изучении распределения фосфора в гранитоидах Экваториальной Африки [12].

Прочие модели. Иногда, по-видимому преимущественно в осадочных образованиях и, возможно, в кимберлитовых или туфогенных breccиях, порода может быть представлена как случайная смесь зерен или ячеек из нескольких зерен [56, 61]. Такое представление позволяет вывести функции распределения содержаний минералов и элементов из урновой схемы. Урновая схема приводит к гипергеометрическим распределениям, плотность которых в пределе удовлетворяет дифференциальным уравнениям, известным под названием семейства кривых Пирсона. В случае процентных измерений распределение элементов и минералов описывается первым типом пирсоновских кривых — бета-распределением [61]. Если размеры проб, в которых определяется содержание минерала, достаточно малы по сравнению с общим объемом опробованного тела, то гипергеометрическое распределение зерен минералов может быть заменено биномиальным. В этой ситуации

Вероятности $P_1, P_2, \dots, P_s$, отвечающие указанным значениям вектора ξ , определяются кристаллохимическими и физико-химическими условиями изоморфизма. Сделанное выше предположение о полной однородности условий минералообразования имеет в виду неизменность этих вероятностей в пределах исследуемого объекта.

Для частного случая изовалентного изоморфизма (при исключении из рассмотрения дефектных структур) суммарное состояние узлов, заполняемых изоморфными элементами в данной позиции, можно рассматривать как сумму большого числа независимых случайных векторов ξ . Тогда распределение чисел узлов, заполненных элементами $a_1, a_2, \dots, a_s$, может быть аппроксимировано нормальным s -мерным распределением с параметрами, определяемыми вектором вероятностей

$$P = \begin{pmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_s \end{pmatrix}. \text{ Следовательно, при неизменном «вероятностном режиме»}$$

процесса минералообразования изоморфные элементы с одинаковой валентностью при довольно общих предположениях характеризуются многомерным нормальным распределением. С этих позиций мы изучили небольшой (50×50 м), петрографически однородный, почти нацело мономинеральный участок геденбергитовых скарнов (месторождение Верхнее из Тетюхинской группы свинцово-цинковых месторождений). Опробование проводилось по сетке 1×1 м. Изучению подверглись элементы Mg, Fe⁺², Mn в геденбергитах.

Проведенный эксперимент и расчеты показали [31], что дисперсии содержаний изоморфных элементов, обусловленные вероятностным характером изоморфного замещения согласно вышеизложенной схеме (т. е. в предположении полной однородности физико-химических условий минералообразования), находятся в пределах аналитической ошибки. В то же время дисперсии содержаний изоморфных элементов, наблюдаемые на исследованном участке, значительно превышают дисперсию аналитической ошибки. С помощью двухфакторного дисперсионного анализа на участке выявляется статистическая неоднородность химических составов геденбергитов. Следовательно, даже в пределах небольшого и петрографически однородного участка горных пород полная однородность физико-химических условий минералообразования не выдерживается и стохастическое моделирование геохимических процессов уже в пределах таких участков следует проводить при допущении переменного «вероятностного режима». Это допущение приводит к моделям с переменными параметрами. Примером модели последнего типа является вышеизложенная модель А. Б. Вистелиуса.

Таким образом, распределение содержания химических элементов и минералов в горных породах и рудах изучается в связи с решением следующих проблем:

- 1) эффективное применение методов математической статистики для решения геологических задач;
- 2) повышение точности оценки запасов минерального сырья по данным разведочного опробования;
- 3) проверка гипотез о механизме формирования конкретных геологических объектов.

При решении первой и частично второй из названных проблем обычно достаточно приближенно проверить непротиворечие распределения выборочных данных какому-либо простому теоретическому распределению — нормальному, логнормальному, распределению Вейбулла. Однако получение более точных результатов и проверка гипотез о механизме формирования конкретных геологических объектов требуют предварительного построения стохастических моделей при контроле за непротиворечивостью генетических представлений.

В литературе накопился большой фактический материал по изучению частотных кривых распределения содержания химических элементов и минералов в горных породах, что позволило выявить факторы, существенно влияющие на характер этих кривых (процентная система измерения, распределение элемента между минералами породы, корреляция между исследуемыми компонентами) [11, 13, 15].

Предложены модели достаточно общего характера, в некоторой мере объясняющие особенности наблюдаемых статистических кривых. При этом модель пропорционального эффекта и модели Ю. В. Прохорова позволяют объяснить частое соответствие выборочных распределений содержаний элементов и минералов с логнормальной кривой. Для изучения распределения алмазов в кимберлитовых трубках представляет интерес модель случайной смеси зерен [56, 61] и модель А. Б. Вистелиуса. Первая приводит к пуассоновскому распределению содержаний редких элементов и минералов в горных породах, вторая впервые использует схему с перемешанными параметрами.

Особую важность приобретают вопросы распределения полезного компонента в рудах при оценке месторождений по данным разведочного опробования. В следующих параграфах эти вопросы рассмотрены на примере алмазных месторождений. В частности, для коренных алмазных месторождений распределение веса и чисел кристаллов алмазов в кимберлитах может быть использовано для выбора оптимального объема пробы и рациональной плотности разведочной сети, а распределение содержаний алмазов — для получения достаточно эффективных оценок алмазоносности и ее изменчивости (см. § 6).

Как известно, среднееарифметическое значение не является наилучшей оценкой содержания компонента в условиях асимметричного распределения, что нередко служит одной из причин существенных отклонений эксплуатационных содержаний от разведочных. Первым этапом улучшения оценок может быть подбор подходящих простых теоретических функций распределений, хорошо сглаживающих выборочные гистограммы разведочных данных. Такая работа была проделана для некоторых коренных алмазных месторождений (см. § 6), что позволило существенно приблизить разведочные оценки к данным промышленной отработки. Возникающие при этом трудности связаны с необходимостью использования разных теоретических кривых для распределения содержаний алмазов в пробах разного размера и в месторождениях, различающихся уровнем алмазоносности и крупностью кристаллов. В результате при разведке каждого нового месторождения мы не имеем априорной информации для выбора представительного размера пробы и оптимальной плотности разведочной сети. Поэтому дальнейшие работы, касающиеся точности оценок алмазных месторождений, требуют построения распределения содержаний алмазов в кимберлитах на основе вероятностного моделирования процесса образования этого минерала и формирования кимберлитовых тел (см. § 7 и 8).

§ 6. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЫБОРОЧНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ АЛМАЗОНОСНОСТИ КОРЕННЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ И РАСЧЕТА ВЕЛИЧИНЫ ПРОБ

Выборочные распределения в настоящее время широко используются при обработке данных разведки месторождений многих полезных ископаемых, в частности, для установления характера распределения полезного компонента и расчета величины проб. Применительно к коренным месторождениям алмазов есть опубликованные работы А. А. Малаева [32], Д. А. Зенкова [24], Ю. Ф. Гриценко [20], в кото-

рых рассматривалась изменчивость статистических параметров распределений содержаний алмазов (средних значений, дисперсий, коэффициентов вариаций и др.) в различных выборках и рациональная величина проб. Мы продолжили эти работы.

Использование аппарата математической статистики (в частности, выборочных распределений) эффективно лишь в системе независимых (или слабо зависимых) испытаний. В условиях зависимых величин для эффективной обработки разведочных данных следовало бы применять громоздкие методы теории случайных функций. Поэтому в качестве предварительных исследований производилась оценка силы связи между содержаниями алмазов в соседних пробах с помощью коэффициента автокорреляции. Коэффициенты автокорреляции определялись по натуральным значениям и по логарифмам содержаний по формуле

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\overline{y^2} - \bar{y}^2)(\overline{x^2} - \bar{x}^2)}}, \quad (\text{II.4})$$

где x и y — значения содержаний (логарифмов содержаний) в соседних пробах. Черточка означает среднее из содержаний, произведений содержаний, квадратов содержаний.

Результаты выполненных расчетов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Коэффициент автокорреляции в разных пробах

Группа месторождений*	Расстояние между выработками, м	Значение коэффициента автокорреляции		Значимость связи
		расчетное r	табличное для уровня значимости $q=0,05$; $r_{0,05}$	
По валовым пробам горных выработок				
Первая	30	0,33	0,55	Незначимая
Вторая	40	0,24	0,23	Значимая, очень слабая
По керновым пробам скважин				
Первая	10	0,28	0,16	Значимая, слабая
Вторая	20	0,09	0,11	Незначимая

* Группа 1 — преобладают мелкие кристаллы; группа 2 — преобладают крупные кристаллы.

Кроме того, коэффициенты автокорреляции для секционных керновых проб вычислены упрощенным способом с помощью построения в логарифмическом масштабе полей корреляции (рис. 8). Значение r находилось по формуле из работы [27]:

$$r = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2}\right), \quad (\text{II.5})$$

где N_1 — суммарное число точек в I и III квадрантах; N_2 — во II и IV квадрантах.

Во всех рассмотренных случаях связь между содержаниями алмазов в соседних пробах либо отсутствует, либо очень слабая ($r=0,24—0,28$), практически незначимая. По секционным керновым пробам скважин коэффициенты автокорреляции ниже, чем по валовым пробам горных выработок; для месторождения второй группы ниже (при равном содержании), чем для месторождений первой группы. При рас-

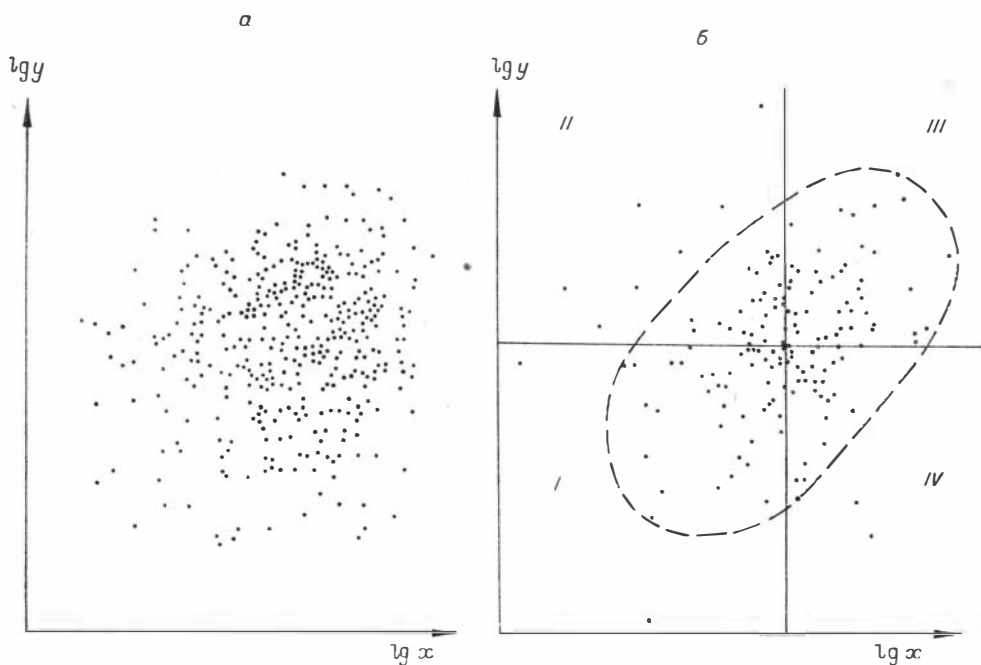


Рис. 8. Поля корреляции логарифмов содержаний алмазов по пробам скважин (а — для кимберлитов с крупными алмазами; б — для кимберлитов с мелкими алмазами).

стоянии между скважинами 20—30 м связь между содержаниями и логарифмами содержаний ($r=0,04-0,26$) не устанавливается ни в первой, ни во второй группе месторождений. Только для одного из кимберлитовых тел с мелкими алмазами слабая зависимость логарифмов содержаний ($r=0,28$) проявилась при расстоянии между скважинами 10 м (см. рис. 8, б). Из рис. 8, а видно, что при расстоянии между скважинами 20 м для месторождений второй группы зависимость логарифмов содержаний по секционным пробам соседних скважин не устанавливается. Только при объединении секционных проб в «сквозные» для одного из высокоалмазоносных тел второй группы коэффициент автокорреляции логарифмов содержаний достиг 0,47.

Для одного из месторождений первой группы проверено наличие корреляции между соседними пробами по вертикальным сечениям скважин. Коэффициенты автокорреляции рассчитаны для шести скважин, число проб для каждой скважины 25—60. Значения коэффициентов автокорреляции находятся в интервале от +0,19 до -0,17 и во всех случаях незначимы.

Незначимая автокорреляция логарифмов содержаний и натуральных значений содержаний не отрицает существование в месторождениях закономерной направленной изменчивости алмазоносности вообще, но, как отмечает П. Л. Каллистов [26], свидетельствует о подавляющем влиянии случайной составляющей изменчивости содержаний. Особенно велика роль случайной изменчивости при использовании керновых мелкообъемных проб.

Исходя из изложенного, мы считаем возможным при исследованиях характера распределения алмазов и расчетах рационального веса проб использовать обычные формулы математической статистики.

Гистограммы содержаний алмазов по пробам имеют всегда положительную асимметрию. Характер распределений зависит от величины проб. С увеличением веса проб или, как отмечает Д. А. Зенков [24],

при переходе от секционных проб к сквозным и пробам сечений асимметрия распределений уменьшается. Наиболее асимметричные распределения содержаний наблюдаются по секционным кернам пробам (80—160 кг), близкие к симметричным — по крупным (20—100 т) валовым пробам горных выработок. Гистограммы содержаний алмазов по натуральным значениям и по логарифмам приведены для одного из кимберлитовых тел на рис. 9.

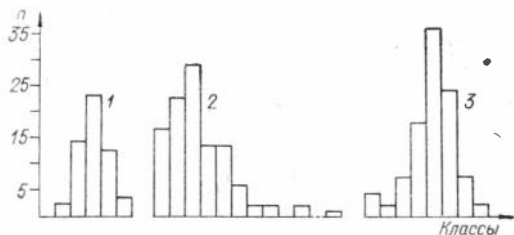


Рис. 9. Гистограммы содержаний по валовым пробам шурфов (1), секционным пробам скважин (2) и логарифмов содержаний по секционным пробам скважин (3).

С увеличением уровня алмазоносности кимберлитовых тел и уменьшением крупности алмазов асимметрия распределений содержаний по пробам одинакового веса уменьшается, и наоборот.

Для эмпирических распределений содержаний алмазов по различным месторождениям были проверены в качестве теоретических моделей нормальное, логнормальное, пуассоновское и показательное распределения. Пуассоновское распределение проверялось с помощью трансформации $y = \sqrt{x}$ (упрощенная проверка); показательное распределение $f(x) = \alpha e^{-\alpha x}$ — путем вычисления среднего параметра α из оценок первых шести центральных моментов эмпирического распределения. Обе эти модели отвергнуты по критерию согласия χ^2 для всех изученных эмпирических распределений содержаний алмазов.

Большинство асимметричных эмпирических распределений содержаний алмазов, в частности по мелкообъемным кернам пробам, согласуется по критерию χ^2 с логнормальной моделью (нормальное распределение логарифмов содержаний)*. Для близких к симметричным распределений содержаний (по крупным валовым пробам горных выработок) ряда кимберлитовых тел, согласно критерию χ^2 , может быть принята гипотеза нормального распределения. Значения коэффициентов асимметрии A и эксцесса E по этим выборкам не превышают допустимых для нормально распределенных случайных величин при уровне значимости 0,01:

$$t_A = \frac{A}{S_A} = 1,31 - 3,0; \quad t_E = \frac{E}{S_E} - 3 = 0,0 - 3,0,$$

где S_A и S_E — средние квадратичные ошибки коэффициентов асимметрии и эксцесса.

Наконец, существует часть эмпирических распределений содержаний, для которых отвергается как нормальная, так и логнормальная теоретическая модель. При этом обычно логнормальное распределение отклоняется по критерию χ^2 из-за появления «лишних» проб с низкими значениями логарифмов содержаний. Изучение исходных данных опробования позволило установить, что лишние пробы приходятся зачастую на приконтактные, обогащенные ксенолитами вмещающих пород участки месторождений. Вероятно, в таких случаях имеет место смешение двух совокупностей, одна из которых (с меньшим средним содержанием) представляет приконтактные пробы.

Мощность обогащенных ксенолитами приконтактных зон в кимберлитовых телах с глубиной быстро уменьшается, и их влиянием на

* Нулевая гипотеза принималась или отвергалась при уровнях значимости 0,05 и 0,01.

распределения, по-видимому, можно пренебречь, т. е. принять логнормальную модель. Сравнение фактического содержания с логарифмической его оценкой свидетельствует о допустимости использования последней в подобных случаях. Следует также отметить, что для достаточно большого числа наблюдений, которым мы обычно располагали, критерий χ^2 оказался излишне чувствительным. Он отвергал использование логнормального распределения даже тогда, когда логарифмические оценки показывали значение среднего содержания, более всего отвечающее фактическому. Очевидно, для практических целей целесообразно пользоваться менее строгим критерием (например, критерием Колмогорова — Смирнова) или методом проверки с применением вероятностной бумаги.

Известно, что наиболее эффективные оценки средних значений какого-либо признака получаются при учете характера его распределения.

В нормальных выборках оценки среднего и других параметров распределений осуществлялись по обычным формулам:

$$\text{для среднего содержания } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}; \quad (II.6)$$

для дисперсии

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}; \quad (II.7)$$

для стандарта (среднеквадратичного отклонения)

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}; \quad (II.8)$$

для коэффициента вариации

$$v = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 \%, \quad (II.9)$$

где x_i — частные значения признака (содержания по пробам); n — число наблюдений (проб).

В асимметричных выборках по ядерным пробам, для которых было принято логарифмически нормальное распределение содержаний, расчет параметров производился на основании логнормальной модели и для сравнения по обычным формулам нормального распределения.

Оценки среднего содержания, дисперсии и коэффициента вариации при использовании логнормальной модели вычислялись по следующим формулам:

для среднего содержания

$$\bar{C} = 10^{\lg \bar{x} + 1,1513 s_{\lg}^2}, \quad (II.10)$$

где $\lg \bar{x}$ — среднее арифметическое логарифмов содержаний;

$s_{\lg}^2 = \frac{\sum (\lg x_i - \lg \bar{x})^2}{n - 1}$ — дисперсия логарифмов содержаний;

для дисперсии

$$b^2 = \bar{C}^2 (10^{2,3026 s_{\lg}^2} - 1); \quad (II.11)$$

для коэффициента вариации

$$v' = \sqrt{10^{2,3026 s_{\lg}^2} - 1}. \quad (II.12)$$

Сравнение оценок среднего содержания, вычисленных по формулам (II.6) и (II.10) для логнормальных распределений, свидетельствует о следующем. Среднее арифметическое значение содержаний $\bar{X}$ в большинстве случаев ниже оценки $\bar{C}$. Разница между этими оценками среднего увеличивается с возрастанием дисперсии s^2 и коэффициента вариации v . При значении коэффициента вариации до 60—70% различия в нормальной и логарифмической оценках среднего незначительны и составляют 0,1—5,0%. При значениях v более 60—70% разница в оценках среднего содержания уже значительная. Так, для одного из месторождений второй группы с v в 83% среднее арифметическое содержание оказалось ниже оценки $\bar{C}$ на 10—14%, причем оценка $\bar{C}$ наиболее близка к фактическому содержанию алмазов.

Полученные результаты согласуются с замечанием Д. А. Родионова [40] о большей вероятности занижения содержания по средней арифметической оценке для положительно асимметричных распределений и увеличении разницы между оценками $\bar{X}$ и $\bar{C}$ с увеличением дисперсии и коэффициента вариации.

Подтверждается на примерах месторождений алмазов и известное положение о сближении значений обычной средней арифметической и логарифмической оценок содержаний при возрастании числа проб. При большом числе керновых проб (в выборках $n=100$ и более) разница между оценками $\bar{X}$ и $\bar{C}$ обычно меньше 5—10%.

Д. А. Родионов [40] показывает, что дисперсия s_C^2 оценки $\bar{C}$ в случае логнормального распределения меньше дисперсии средней арифметической оценки; это позволяет считать первую более надежной. Дисперсии s_C^2 и b_x^2 рассчитываются по формулам

$$s_C^2 = \frac{\bar{C}^2}{n} \cdot 5,3 s_{lg}^2 \left(1 + 2,65 s_{lg}^2 \right); \quad (\text{II.13})$$

$$b_x^2 = \frac{\bar{C}^2}{n} \left(10^{2,3026 s_{lg}^2} - 1 \right). \quad (\text{II.14})$$

Мы определяли эти оценки дисперсий и среднеквадратичные отклонения s_C , b_x для асимметричных распределений содержаний алмазов. В изученных случаях при большом числе наблюдений расхождения в оценках дисперсий среднего содержания по формулам (II.13) и (II.14) оказались небольшими, оценка b_x^2 редко превышала s_C^2 на 10%. Однако для выборок с коэффициентами вариации более 60—70% расхождение между этими оценками заметно увеличивалось. При этом относительная погрешность оценки $\bar{X} \left(p_x = \frac{b_x}{\bar{X}} \cdot 100\% \right)$ превышала относительную погрешность оценки $\bar{C} \left(p_{\bar{C}} = \frac{s_{\bar{C}}}{\bar{C}} \cdot 100\% \right)$ на 3—5%.

Таким образом, при достаточно большом коэффициенте вариации (v более 60—70%) содержаний алмазов оценка среднего $\bar{C}$, вычисленная через логарифмы содержаний, более эффективна и ближе к фактическому значению.

Логарифмическую оценку среднего содержания необходимо применять при небольшом числе наблюдений и наличии богатых проб, тогда отпадает необходимость в специальном ограничении последних. При применении очень простого способа логарифмической оценки среднего содержания $\bar{C}$ с помощью логвероятностной бумаги расхождения с оценкой $\bar{C}$, вычисленной по логарифмам содержаний обычным способом, не превышали 7%.

Дисперсии b^2 и коэффициенты вариации v' содержаний алмазов, вычисленные по формулам (II.11) и (II.12), сравнивались с соответствующими оценками дисперсии s^2 и коэффициента вариации v , вычисленными по формулам (II.7) и (II.9) нормального распределения. Во всех рассмотренных асимметричных распределениях содержаний алмазов наблюдались соотношения $b > s$ и $v' > v$, причем разница между ними возрастала с уменьшением величины проб.

Существенные различия в оценках, например, для коэффициента вариации, возникают по данным мелкообъемного кернового опробования (табл. 2, столбцы 6 и 7). По-видимому, для асимметричных распределений, согласующихся с логнормальным распределением, обычные оценки дисперсий s^2 и коэффициентов вариации v содержаний являются заниженными по сравнению с фактическими значениями.

Таблица 2

Коэффициент вариации (%) содержаний* по пробам разного веса						
Группа месторождений по крупности алмазов	Относительный уровень алмазоносности	Оценки v для проб (вес проб в т)				Оценки v' для проб 0,15—0,2 т
		100	15—20	7—10	0,15—0,2	
Первая	Средний	—	30—35	40—50	55—65	60—70
Вторая	Низкий	—	70	80	130	200
	Средний	30—35	40—50	50—60	80—95	130—150
	Высокий	—	35—40	—	70—80	100—110

* Средние значения по некоторым изученным месторождениям.

Для определения оптимального размера проб при опробовании коренных алмазных месторождений изучалась величина и изменчивость дисперсий, коэффициентов вариации содержаний и анализировалась погрешность p_x определения среднего. Результаты исследований показывают, что с увеличением веса (размера) проб дисперсии и коэффициенты вариации содержаний уменьшаются. С уменьшением уровня алмазоносности и увеличением крупности алмазов в кимберлитовых породах коэффициент вариации возрастает. Изменчивость коэффициента вариации содержаний в зависимости от крупности содержания алмазов и величины проб иллюстрируется табл. 2 и рис. 10.

Очевидно, что при сравнении месторождений (блоков) по степени изменчивости содержаний алмазов необходимо учитывать содержание, крупность алмазов и основываться на пробах одинакового (близкого) веса.

Оптимальный вес проб изучался применительно к буровой разведке. Графики на рис. 10 построены для секционных и «сквозных» проб разного размера, полученных путем объединения секционных проб.

Коэффициент вариации содержаний и дисперсия увеличиваются с уменьшением веса (размера) керновых проб неравномерно. При достаточно большом весе проб изменение

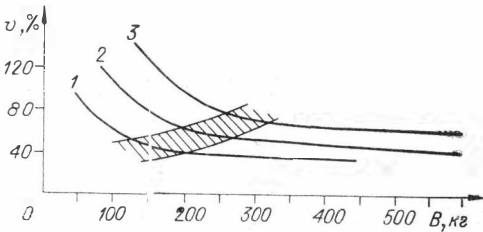


Рис. 10. Зависимость коэффициента вариации v и содержаний алмазов от веса проб B (1 — кимберлиты с мелкими алмазами; 2, 3 — кимберлиты с крупными алмазами).

этих параметров происходит медленно, при малом — быстро. Вес проб, ниже которого коэффициент вариации и дисперсия содержаний начинают резко возрастать, можно принять за оптимальный. Заштрихованная на рис. 10 полоса — зона оптимального веса проб. Для изученных кимберлитовых тел оптимальный вес керновых проб колеблется от 150 до 350 кг. При этом вес проб для месторождений с разными содержаниями и крупностью алмазов различный. Уровень алмазности кимберлитов, для которых построены кривые 1 и 2, одинаковый (близкий). Кимберлиты, для которых построена кривая 3, более алмазны. Из рис. 10 видно, что рациональный вес проб возрастает с увеличением крупности (кривые 1 и 2) кристаллов и уменьшением содержания (кривые 2 и 3) алмазов.

§ 7. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ ДРОБЛЕНИЯ ЧАСТИЦ А. Н. КОЛМОГорова и А. Ф. ФИЛИПОВА для ИЗУЧЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗМЕРОВ КРИСТАЛЛОВ АЛМАЗОВ В КИМБЕРЛИТАХ

В § 5 отмечалось, что изучение распределений содержаний химических элементов и минералов в геологических совокупностях может быть средством проверки гипотез о механизме данного геохимического или геологического процесса. В настоящем параграфе показывается, что изучение распределения размеров кристаллов алмазов может служить источником новой информации о процессах алмазообразования и формирования кимберлитовых тел.

В литературе о происхождении алмазов наиболее обоснованными являются следующие представления.

1. Алмазы кристаллизовались из расплава в условиях высоких давлений и температур на большой глубине в пределах верхней мантии Земли. Основная масса кристаллов формировалась в достаточно стабильной обстановке, возможно, при относительно медленной эволюции условий кристаллизации и (или) при отсутствии полного выравнивания концентрации углерода в магматическом очаге. Алмазы, кристаллизовавшиеся в условиях динамической среды, например, после начала быстрого подъема расплава: кубические кристаллы, комбинационные формы куба, октаэдра и ромбододекаэдра, окрашенные оболочки октаэдров и октаэдрических многогранников, различные поликристаллические сростки — составляют небольшую долю кристаллов и характеризуются небольшими размерами.

2. В условиях быстрого подъема расплава кимберлитовой магмы алмазы выносились к поверхности Земли. При выносе кристаллы алмазов подвергались массовому дроблению, которое, таким образом, носило эпигенетический характер. Основываясь на том, что преобладающая часть сколов является скульптурированной [9, 54], можно предполагать, что дробление алмазов происходило в основном до формирования трубки взрыва, т. е. при транспортировке алмазов по глубинному разлому. Взрывы, формировавшие полость кимберлитовой трубки, сопровождалась, скорее, высвобождением кристаллов алмазов из полустывшего кашеобразного расплава и в значительно меньшей степени — их дроблением с образованием нескульптурированных сколов.

Указанные выводы сделаны на основании литературных данных главным образом по кристалломорфологии алмазов [3, 4, 17—19, 34, 35, 53, 54] с привлечением материалов по геологии и минералогии кимберлитов и результатов экспериментальных работ [43—45, 63 и др.]. В частности, выводы о преимущественно стабильных условиях кристаллизации алмазов сделаны на основании следующих фактов.

1. Большая часть алмазов Якутской алмазонасной провинции однотипна морфологически и представлена серией октаэдров и комбинаци-

онных форм со ступенчато-пластинчатым антискелетным характером развития граней [35]. При этом различная толщина пластинок, слагающих грани разных алмазов, приводит к существенному разнообразию в их внешнем облике — от тонкослоистых до ясно- и грубослоистых и кристаллов с полицентрически растущими гранями. Ю. Л. Орлов все эти алмазы относит к одной, первой (обычной), разновидности. М. А. Гневушев выделяет среди них три разновидности, однако это разделение основано преимущественно на характеристике твердых включений и их ассоциаций.

2. Для всех кимберлитовых трубок отмечается резкое количественное преобладание одного, двух или трех морфологических типов алмазов из указанной серии октаэдров и комбинационных форм. Сумма остальных типов алмазов при этом невелика. Например, в одной из трубок плоскогранные кристаллы, кристаллы с занозистой штриховкой и кристаллы с полицентрически растущими гранями составляют более 80% всех алмазов, в соседней трубке кристаллов с полицентрически растущими гранями насчитывается примерно 68%.

3. Между степенью распространения того или иного морфологического типа и величиной его кристаллов существует тесная зависимость, а именно преобладающие в данной кимберлитовой трубке алмазы немногих (2—3) морфологических типов оказываются и наиболее крупными [17]. Следовательно, при кристаллизации алмазов благоприятные условия создавались только для этих типов алмазов, другие типы находились в «угнетенном» состоянии и представлены в трубках редкими и мелкими кристаллами.

Выводы об эпигенетическом характере массового дробления кристаллов алмазов основываются на данных описания скульптировки сколов. Те исследователи, которые рассматривают скульптировку как результат регенерации, описывают ее как довольно деликатный и непродолжительный процесс, который лишь орнаментировал сколы и трещины своеобразными узорами, но не восстанавливал сколотые участки до конца, как бы далеко ни зашел процесс залечивания [19, 54]. Таким образом, алмазы дробились в условиях, когда рост (восстановление) кристаллов мог носить лишь ограниченный характер.

Выводы об относительно стабильных условиях кристаллизации алмазов и об эпигенетическом характере массового дробления кристаллов допускают возможность представить распределение размеров зерен алмазов как смесь двух распределений: с одной стороны, целых кристаллов, с другой — дробленых. При этом если вероятность для кристалла быть раздробленным не зависит от его размера, то распределение размеров целых алмазов можно отождествлять с распределением их размеров при кристаллизации в магматическом очаге.

Исследователи, занимавшиеся изучением алмазов в кимберлитах, отмечают, что 50—70% всех камней являются дроблеными [9 и др.]. При керновом опробовании скважин — основном виде опробования как при детальной, так и при эксплуатационной разведке алмазных месторождений — дробленые кристаллы составляют более 70%. Увеличение доли дробленых алмазов в керновых пробах (по сравнению, например, с валовыми) связано с тем, что керновые пробы непредставительны для характеристики крупных алмазов, так как основная масса кристаллов в них попадает в класс ($-4 + 0,5$), а более крупные кристаллы встречаются редко. С другой стороны, соотношение целых и нарушенных алмазов закономерно меняется в различных классах крупности, поскольку при дроблении мелкие классы пополняются обломками и доля целых кристаллов в них соответственно уменьшается.

Большая доля дробленых кристаллов в выборках керновых проб позволяет заключить, что при изучении характера распределения размеров алмазов по этим пробам дробление можно рассматривать как

основной генерирующий процесс. В связи с этим к изучению применены модели дробления частиц А. Н. Колмогорова и А. Ф. Филиппова [30, 49].

В моделях А. Н. Колмогорова и А. Ф. Филиппова при достаточно общих предположениях получены предельные распределения размеров частиц при неограниченном продолжении дробления. При этом под размером понимается любая характеристика частицы — диаметр, вес, масса или энергия. Для трех различных схем, которые могут быть рассмотрены при изучении процессов дробления частиц, получены различные предельные распределения.

1. Вероятность дробления частицы не зависит от ее размера, т. е. $p(x) = \text{const}$. В этой схеме получено логнормальное предельное распределение частиц.

2. Вероятность дробления частицы возрастает с увеличением ее размера по закону $p(x) = x^n$. Эта схема приводит к гамма-распределению случайной величины $u = (t+1)x^n$.

3. Вероятность дробления частицы увеличивается с уменьшением ее размера по закону $p(x) = x^n$, $n < 0$. В такой схеме распределение размеров частиц не может приближаться ни к какому предельному закону: происходит «распыление» частиц первоначальной массы.

Указанные результаты получены при следующих предположениях относительно вида исходного распределения размеров частиц: в начальный момент ($t=0$) имеется конечное или счетное число частиц, сумма их масс конечна (т. е. $M_0 < \infty$), распределение по размерам произвольное [30, 49].

В применении к дроблению алмазов зависимость вероятности дробления частицы от ее размера может быть самой различной. Однако любую такую зависимость можно приблизить с той или иной точностью при помощи закона $p(x) = x^n$ путем подбора n .

Для проверки изучены эмпирические распределения веса кристаллов алмазов как в пределах малых участков трубки (например, в одной валовой пробе или в совокупности керновых проб, принадлежащих одной скважине, — «локальные» распределения), так и по всей площади месторождения. Для всех выборок было проверено согласие с гипотезами логнормального и гамма-распределения с помощью критерия χ^2 .

При проверке гипотезы гамма-распределения

$$G(x) = \frac{\alpha^v}{\Gamma(v)} \int_0^x t^{v-1} e^{-\alpha t} dt \quad (\text{II.15})$$

параметры α (масштабный) и v (формы кривой) определялись методом моментов. Для «локальных» распределений гамма-закон принимается в выборках керновых проб с уровнем значимости 0,05 (в каждой из четырех выборок, табл. 3) при исключении единичных находок особо крупных кристаллов. При включении в выборку крупных кристаллов гипотеза гамма-распределения отвергается. Такой результат, по-видимому, связан с тем, что крупные кристаллы в большинстве случаев целые, ненарушенные и не отвечают теоретическому распределению, выведенному из модели дробления.

Для валовых проб шурфов (при исключении единичных крупных кристаллов) гипотеза гамма-распределения принимается с уровнем значимости 0,01; при уровне значимости 0,05 вычисленное значение χ^2 превышает соответствующее табличное значение.

Наконец, для валовых проб подземных горных выработок гипотеза гамма-распределения отвергается при любом уровне значимости. Эти пробы включают большое количество крупных неповрежденных кри-

Сравнение выборочных распределений веса кристаллов алмазов с логнормальным и гамма-распределениями при помощи критерия χ^2 в пробах разного размера

Распределение	Расчетные и табличные статистики	Керновое опробование скважин				Валовое опробование		
		1	2	3	4	шурф	подземные выработки	
							1	2
Логнормальное	1) $t_A = \frac{A}{S_A}$	0,18	4,44	1,17	3,91	2,65	28,49	3,44
	2) $t_E = \frac{E}{S_E}$	0,06	2,46	—0,55	0,98	0,09	154,27	16,41
	3) $\chi^2_{\text{расч}}$	1,98	7,51	5,20	<u>17,83</u>	<u>15,66</u>	<u>2288,40</u>	<u>55,21</u>
	4) $\chi^2_{0,05}$	11,07	9,49	11,07	11,07	11,07	15,51	15,51
	5) $\chi^2_{0,01}$	15,09	13,28	15,09	15,09	15,09	20,09	20,09
Гамма	6) v	1,20	0,88	1,55	1,07	0,96	0,58	0,52
	7) α	0,30	0,46	0,57	0,44	0,12	0,06	0,06
	8) $\chi^2_{\text{расч}}$	6,81	4,12	0,94	10,18	14,90	<u>187,30</u>	<u>26,28</u>
	9) $\chi^2_{0,05}$	9,49	9,49	9,49	12,59	11,07	16,92	15,51
	10) $\chi^2_{0,01}$	13,3	13,28	13,28	16,81	15,09	21,67	20,09
Число наблюдений		86	196	133	224	302	2542	2151

Примечание. 1, 2 — значения t_A и t_E для эмпирических распределений логарифмов весов кристаллов; 3—5 — расчетные и табличные значения χ^2 для сравнения эмпирических распределений логарифмов веса кристаллов с нормальным распределением; 6, 7 — оценки параметров v (формы кривой) и α (масштабный) гамма-распределений, вычисленные методом моментов; 8—10 — расчетные и табличные значения χ^2 для сравнения эмпирических распределений веса кристаллов с гамма-распределением. Подчеркнуты $\chi^2_{\text{расч}} > \chi^2_{0,01}$.

таллов, и, чтобы получить теоретическое распределение весов алмазов в этих пробах, необходимо помимо дробления рассмотреть вероятностную модель кристаллизации алмазов в магматической камере.

Гипотеза логнормального распределения веса кристаллов алмазов отвергается в валовых пробах шурфов и подземных горных выработок с уровнем значимости 0,01. В выборках керновых проб гипотеза логнормального распределения принимается с уровнем значимости 0,05 в трех выборках из четырех.

В настоящем исследовании мы отвергли гипотезу логнормального распределения веса алмазов в пользу гамма-распределения на том основании, что эта гипотеза с учетом ее отклонения в шурфовой пробе не может быть принята с уровнем значимости 0,05 даже при увеличении ошибки второго рода от 0,1, в то время как гипотеза гамма-распределения принимается с этим уровнем значимости при ошибке второго рода 0,05 (с учетом шурфовой пробы). Следует отметить, что окончательный выбор между логнормальным и гамма-распределением веса алмазов можно сделать лишь при дальнейших статистических исследованиях на более полном материале. К тому же видимо, для разных трубок альтернатива логнормальное распределение — гамма-распределение будет решаться то в ту, то в другую сторону. При большом содержании в пробах целых, неповрежденных, кристаллов (около 50%) обе гипотезы, по-видимому, следует отклонить.

Принятие гамма-гипотезы распределения веса алмазов в выборках керновых проб позволяет сделать следующие выводы (исходя из моделей дробления частиц А. Н. Колмогорова и А. Ф. Филиппова).

1. Природное дробление алмазов носило многоактный* характер, поскольку генерируемое им распределение близко к предельному, полученному в модели А. Ф. Филиппова при неограниченном продолжении дробления. В связи с этим, допуская взрывной характер природного дробления, следует предполагать серию взрывов, причем становлению каждой фазы многофазной кимберлитовой трубки соответствовало по крайней мере несколько взрывов. При невзрывном дроблении (например, раздавливание под действием больших напряжений) процесс должен характеризоваться относительно большой продолжительностью.

2. Для природного дробления кристаллов алмазов можно принять схему [2] модели А. Ф. Филиппова, в которой вероятность дробления кристалла находится в прямой зависимости от его размера.

3. Зависимость между размером (весом) кристалла и вероятностью для него быть раздробленным можно оценить линейным законом $p(x) = x$ (x — относительный вес кристалла). Последнее означает, что с течением времени природный процесс дробления алмазов медленно затухает.

Отметим, что при измельчении кимберлитовых брекчий в мельничных установках дробление алмазов с течением времени, напротив, становится все более интенсивным. Данные промышленных испытаний позволяют принять для процесса дробления в мельницах закон $p(x) = x^n$, $n < 0$ (т. е. вероятность дробления кристалла алмаза увеличивается с уменьшением его размера). Таким образом, природное дробление алмазов и дробление в мельницах, по-видимому, подчиняются различным схемам в моделях А. Н. Колмогорова и А. Ф. Филиппова. Дробление алмазов в мельницах применительно к нашим данным (детальная разведка), вероятно, незначительно искажает распределение веса алмазов, генерируемое в процессе природного дробления.

Как видно из табл. 3, гамма-распределение веса кристаллов алмазов в выборках керновых проб, принадлежащих одной скважине («локальные» распределения), характеризуется определенным разбросом значений параметра γ . Поэтому необходимо выяснить, будет ли (при таком разбросе значений параметра) гамма-распределение веса алмазов выдерживаться в выборке, соответствующей всей площади месторождения, или распределение веса алмазов в этой выборке следует строить по принципу смеси.

Проверка приемлемости гипотезы гамма-распределения для всей площади трубки проведена на материале пяти экспериментальных проб весом 2,5 т из участков, соответствующих различным этапам внедрения кимберлитов в полость трубки, или из участков, в разной степени засоренных ксеногенным материалом. Гипотеза гамма-распределения в этой выборке с очень низким уровнем значимости $q = 0,0005$ (при исключении пяти особо крупных кристаллов): $\chi^2_{расч} = 24,98 < 26,02 = \chi^2_{0,0005}$. Такой результат, несомненно, связан со значительным разбросом значений параметра γ по площади месторождения.

Для алмазов из экспериментальных проб проведено подробное кристалльное описание морфологии, сохранности и качества камней. Описание выполнено старшим минералогом Батуобинской комплексной экспедиции В. Р. Захаровой. В связи с этим мы имеем возможность проверить справедливость гипотезы гамма-распределения для дробленных алмазов.

* Под актом дробления понимается дробление частиц одной генерации. Дробление дочерней частицы представляет собой следующий акт процесса.

Из указанных выше пяти экспериментальных проб исключены целые и слегка поврежденные алмазы. Проверка гамма-гипотезы в этой выборке показала, что она может быть принята с уровнем значимости 0,001 ($\chi^2_{\text{расч}} = 21,07$, $\chi^2_{0,001} = 22,46$). Следовательно, в выборке дробленых камней гамма-распределение веса кристаллов принимается с более высоким уровнем значимости, чем в общей выборке дробленых и целых алмазов, несмотря на исключение в последней особо крупных кристаллов. Подобный результат свидетельствует, по-видимому, об адекватности теоретических моделей дробления частиц А. Н. Колмогорова и А. Ф. Филиппова природному дроблению алмазов.

Детальными геологическими и петрографическими исследованиями, проведенными сотрудниками алмазной лаборатории ЦНИГРИ, на месторождении выделены три фазы внедрения кимберлитов в полость трубки. При этом породы первой и второй фаз внедрения представлены кимберлитовыми брекчиями и занимают основную площадь месторождения. Кимберлиты третьей фазы слагают небольшое дайкообразное тело (менее двадцатой части площади месторождения) в юго-восточной половине трубки и в отличие от кимберлитов первой и второй фаз характеризуются небольшим содержанием обломков ксенолитов (до 5%) и полосчатой структурой. Сохранность алмазов в породах третьей фазы существенно лучше, чем в породах первой и второй фаз,— больше целых кристаллов и меньше обломков и осколков. Эти особенности кимберлитовых пород третьей фазы позволяют предположить для них значительно менее интенсивное дробление, чем для пород первой и второй фаз. Проверку данного предположения можно провести путем изучения распределения веса дробленых кристаллов в породах третьей фазы. Последние охарактеризованы шестью экспериментальными пробами. Вычисленное значение χ^2 при проверке гамма-гипотезы в выборке дробленых алмазов из проб равно 60,00, и гамма-гипотезу следует отвергнуть. Логнормальное распределение веса алмазов в выборке было проверено на логарифмически-вероятностной бумаге. Точки выборочного распределения не укладываются в 95%-ную доверительную зону теоретической прямой, и гипотеза логнормального распределения также должна быть отвергнута. Таким образом, для выборки дробленых алмазов из пород третьей фазы отклоняются оба предельных распределения, вероятных в моделях А. Н. Колмогорова и А. Ф. Филиппова. Можно, следовательно, с уверенностью сказать, что дробление алмазов в породах третьей фазы было действительно менее продолжительным или менее интенсивным, чем в породах первой и второй фаз, не «прошло до конца» и не привело к предельному распределению веса алмазов. По-видимому, такой характер дробления алмазов в кимберлитах третьей фазы обусловлен более поздним их внедрением, когда последние порции кимберлитовой магмы поднимались по уже сформированному и расширенному каналу.

Изучение распределений размеров кристаллов алмазов в кимберлитах с использованием моделей дробления частиц позволяет сделать следующие выводы, касающиеся генезиса алмазных коренных месторождений.

1. Природное дробление алмазов при формировании коренных месторождений носило многоактный характер. Допуская взрывной характер дробления, следует предполагать достаточно большую серию взрывов; при невзрывном дроблении (например, раздавливание под действием больших напряжений) процесс должен характеризоваться относительно большой продолжительностью.

2. Природное дробление и дробление алмазов в мельницах характеризуются различными тенденциями на протяжении всего процесса: природное дробление медленно затухает с течением времени, в то

время как дробление в мельницах, по-видимому, напротив, становится все более интенсивным.

3. Первые фазы внедрения кимберлитового материала в полость трубы характеризовались более интенсивным дроблением, которое «прошло до конца» и привело к предельному распределению веса кристаллов алмазов; внедрение последней фазы сопровождалось менее интенсивным (или менее продолжительным) дроблением, так что распределение веса алмазов в породах этой фазы не отвечает предельному в моделях дробления частиц.

§ 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА КРИСТАЛЛОВ АЛМАЗА В КИМБЕРЛИТАХ

Распределение числа кристаллов алмазов в кимберлитах может быть получено из модели случайной смеси зерен, изложенной в § 5. Особенности кимберлитовых пород — брекчиевая текстура, обломочный характер большей части алмазов, оплавленные и обломанные зерна пироба и нередко других минералов, обычно небольшое количество кимберлитового цемента, а в некоторых случаях признаки более позднего образования цемента, например, как продукта гидротермальных отложений — позволяют рассматривать тяжелую фракцию этих пород как случайную смесь зерен или агрегатов зерен. В этом случае, как указывалось в § 5, для редких минералов имеем распределение Пуассона

$$P_k = e^{-\kappa V} \frac{(\kappa V)^k}{k!}, \quad (\text{II.16})$$

где κ — плотность алмазов в кимберлитах (число кристаллов алмазов в единице объема).

Распределению Пуассона подчиняются многие явления в природе, зависящие от интервала времени или области пространства. Основные допущения закона Пуассона сводятся к следующему:

1) вероятность иметь k частиц в какой-либо определенной области пространства зависит только от площади или объема пространства и не зависит от расположения области;

2) распределение частиц в пространстве случайно и взаимно независимо, а также независимо от их размеров;

3) в любой области пространства вероятность появления двух или более частиц в объеме V одинакова и имеет более высокий порядок малости, чем V .

В применении к распределению числа кристаллов алмазов в кимберлитовой трубке первое и третье допущения закона Пуассона включают требования однородности. При этом первое допущение предполагает однородность в смысле одинаковой вероятности p_k появления k кристаллов алмазов в одинаковых объемах кимберлитов в любом участке месторождения (иначе говоря, требование неизменного «вероятностного режима» для числа кристаллов алмазов в месторождении). Третье допущение предполагает однородность в том смысле, что в различных точках месторождения практически одинаково невозможно появление двух или более кристаллов алмазов в бесконечно малом объеме кимберлитов. Второе допущение закона Пуассона обозначает, что в непересекающихся объемах кимберлитов числа кристаллов алмазов взаимно независимы. Опыты показали, что допущение выдерживается в случае тщательного перемешивания материала, что, по-видимому, имело место при формировании кимберлитовых трубок.

Обсуждение первой и третьей предпосылок показывает, что они предъявляют достаточно строгие требования к однородности распределения числа кристаллов алмазов в кимберлитах. Из наших предыдущих исследований (см. § 5) известно, что строгая однородность физико-химических условий минералообразования, обуславливающая постоянный «вероятностный режим» этого процесса, не выдерживается в геологических совокупностях. Тем не менее мы сочли необходимым проверить пуассоновское распределение в качестве модели для распределения числа кристаллов алмазов в участках месторождения, более или менее однородных по алмазоносности.

Такие участки были выделены при детальном статистическом изучении распределения алмазоносности в плане исследуемой трубки с помощью различных статистических методов — дисперсионного анализа, критерия однородности Родинона, анализа тренда и др. [33]. Гипотеза пуассоновского распределения проверена отдельно в богатых и бедных участках, блоках, зонах и горизонтах трубки (всего 15 выборок) по данным кернового опробования. Число наблюдений (проб) в выборочных совокупностях колебалось от 178 до 492. Проверка показала, что расхождение выборочных распределений с теоретической кривой Пуассона весьма существенно вследствие увеличения доли проб с малым числом кристаллов. Для 54 экспериментальных проб, обработанных по специальной методике в Институте геологии Якутского филиала СО АН СССР с целью извлечения мелких кристаллов (до размера 0,1 мм), расхождение выборочного распределения с пуассоновской кривой гораздо меньше, чем для керновых проб, но все равно значительно превышает допустимые пределы ($\chi^2_{\text{расч}} = 25,33$; $\chi^2_{\text{табл}} = 11,07$) при уровне значимости 0,05).

Мы связали этот результат с неодинаковым значением параметра λ пуассоновского распределения в пределах проверенных выборок. В соответствии с этим все перечисленные выше выборки были проверены на однородность параметра λ . Для проверки использовался критерий однородности, рекомендуемой в условиях пуассоновского распределения с неизвестным параметром [65]:

$$K = \frac{\sum_i k_i^2}{\bar{k}} - \sum_i k_i, \quad (II.17)$$

где k_i — число кристаллов алмазов в i -й пробе; $\bar{k} = \frac{\sum_i k_i}{n}$; n — число проб в выборке.

При нулевой гипотезе ($\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = \lambda$) статистика распределена приблизительно как χ^2 с $n-1$ степенями свободы. Расчетные значения статистики K во всех выборках очень велики — порядка 6000—15000, в то время как табличные значения χ^2 для чисел степеней свободы порядка 200—240 при уровне значимости $q=0,05$ заключены в пределах 224—278. Таким образом, во всех проверенных выборках гипотеза однородности параметра λ отвергается. В этих условиях следует предположить, что параметр λ в распределении Пуассона меняет свое значение в каждой точке месторождения.

Алмазные коренные месторождения характеризуются чрезвычайно сложным распределением полезного компонента как в плане кимберлитовых трубок, так и на глубине. Различные аспекты алмазоносности коренных месторождений рассматриваются в ряде работ [8, 10, 21, 23, 25, 29, 52, 33].

Исследования с применением различных статистических методов позволили установить, что изменение алмазоносности в теле трубки

связано с двумя основными факторами: 1) различной алмазоносностью кимберлитов разных фаз внедрения; 2) наличием участков и зон с повышенным содержанием ксеногенного материала. Эти факторы обуславливают существование значимой положительной корреляции алмазоносности с «ультрасновными» элементами MgO , FeO , а также с H_2O^+ и отрицательной с Al_2O_3 , CaO , TiO_2 , K_2O , S , CO_2 . Дополнительными факторами могут служить содержания разных ксенолитов, степень вторичных изменений, дополнительные источники алмазов в месторождении (алмазоносные эклогиты и, возможно, пироповые перидотиты [5, 36, 46]).

Совместное действие всех указанных факторов привело к сложной картине распределения алмазов в плане месторождения.

Прежде всего на месторождении выделяются два блока с повышенным содержанием алмазов — северо-западный и юго-восточный. Блоки разделяются зоной пониженной алмазоносности с интенсивным засорением кимберлитов ксеногенным материалом. Кроме того, низкие содержания алмазов отмечаются вблизи контактов трубки по всему контуру месторождения.

По результатам детальных петрографических исследований, проведенных в алмазной лаборатории ЦНИГРИ, северо-западный блок трубки сложен в основном кимберлитовыми породами первой фазы и смесью кимберлитов первой и второй фаз внедрения, юго-восточный блок — преимущественно породами второй фазы внедрения и включает небольшое дайкообразное тело, состоящее из собственно кимберлитов. Статистическими критериями устанавливается более или менее однородный характер распределения содержаний алмазов в северо-западном блоке и резко неоднородный — в юго-восточном. При более детальном изучении в обоих блоках и в средней зоне обогащения кимберлитов ксенолитовым материалом на фоне низких и средних содержаний алмазов выделяются участки с повышенными содержаниями, вытянутые преимущественно вкострости трострирования трубки. В этих участках (зонах), в свою очередь, могут быть выделены «рудные столбы». Последние, как отмечает И. К. Шалаев [52], обнаруживают четкую выдержанность на глубину.

Таковы особенности распределения алмазов в плане исследуемого месторождения. Подробнее эти результаты изложены в работах [33, 52].

Учсть описанные закономерные изменения алмазоносности в плане исследуемого месторождения в формуле p_k распределения числа кристаллов алмазов чрезвычайно сложно. Фактически наложение нескольких, одновременно действующих и разных по знаку факторов не позволяет нам контролировать изменение признака. В этой ситуации удобно воспользоваться методом рандомизации. Метод заключается в том, что параметр κ рассматривается как случайная величина и новое распределение представляет собой смесь распределений вила

$$g_k = \int_{-\infty}^{+\infty} p_k(\kappa) \text{ и } (\kappa) d\kappa, \quad (II.18)$$

где $p_k(\kappa)$ — пуассоновская плотность числа кристаллов алмазов со случайным параметром κ (меняющимся в каждой точке месторождений); $u(\kappa)$ — плотность рандомизированного параметра κ . Рандомизация широко используется в теории случайных функций при изучении непрерывных процессов в тех ситуациях, когда иной подход требует сложных вычислений.

Существуют многочисленные примеры [28, 48], когда в условиях, аналогичных описанным, хорошее соответствие выборочного и тео-

ретического распределений достигается при выборе гамма-распределения в качестве

$$u(x) = \frac{\lambda^\mu}{\Gamma(\mu)} e^{-\lambda x} x^{\mu-1} (\lambda > 0; \mu > 0), \quad (\text{II.19})$$

где λ и μ — соответственно параметры масштабный и формы кривой.

Гамма-распределение легко поддается обработке и имеет подходящий ряд для x (от 0 до ∞). Если $\mu=1$, гамма-распределение вырождается в показательное распределение. В теории очередей гамма-распределение используется в ситуации, когда изменения признака носят характер, промежуточный между закономерным и случайным [62]. У. Кохрэн указывает, что модель, в которой параметр в распределении Пуассона подчиняется гамма-распределению, является общей альтернативой, против которой следует оценивать пуассоновскую нулевую гипотезу [62].

Учитывая данные соображения, мы выберем гамма-распределение в качестве $u(x)$ без соответствующих модельных построений. Формула (2.18) принимает вид

$$g_k = \int_0^\infty \frac{\lambda^\mu}{\Gamma(\mu)} e^{-\lambda x} x^{\mu-1} e^{-x} \frac{x^k}{k!} dx = p^\mu (1-p)^k \frac{\Gamma(k+\mu)}{k! \Gamma(\mu)}, \quad (\text{II.20})$$

где $p = \frac{\lambda}{\lambda+1}$. Распределение (II.20) называется отрицательным биномиальным и относится к классу сложных пуассоновских распределений.

Мы проверили гипотезу отрицательного биномиального распределения числа кристаллов алмаза в 11 выборках, составленных для различных участков и горизонтов трубки (и всей трубки в целом) по данным кернового опробования и результатам обработки экспериментальных проб. Параметры μ и λ оценивались методом моментов. Сравнение выборочных распределений с теоретической кривой с помощью критерия χ^2 приведено в табл. 4, из которой видно, что вычисленные значения статистики χ^2 преимущественно невелики и не превышают соответствующих табличных значений при уровне значимости $q=0,05$. Лишь для трех выборок значение χ^2 выше соответствующего табличного значения при $q=0,05$, но ниже последнего при $q=0,01$. Гипотеза отрицательного биномиального распределения во всей совокупности выборок может быть принята с уровнем значимости $q=0,05$ при ошибке второго рода $\beta=0,1$.

Математическое ожидание и дисперсия отрицательного биномиального распределения определяются выражениями

$$m = \frac{\mu}{\lambda}; \quad \sigma^2 = \frac{\mu}{\lambda} + \frac{\mu}{\lambda^2}. \quad (\text{II.21})$$

Отсюда следует, что в отличие от обычного биномиального распределения для отрицательного биномиального распределения $\sigma^2 > m$.

Для отрицательного биномиального распределения требование однородности, обязательное для закона Пуассона, не выдерживается. Иначе говоря, в случае отрицательного биномиального распределения вероятность иметь k частиц в какой-либо определенной области пространства зависит не только от площади или объема пространства, но и от расположения области. Это и позволяет использовать отрицательный биномиальный закон для описания распределения числа кристал-

Сравнение распределений числа кристаллов алмазов с отрицательным биномиальным распределением с помощью критерия χ^2

Номер выборки	Место выборки	Расчетные значения χ^2	Табличные значения		Число наблюдений	Число степеней свободы
			$\chi^2_{0,05}$	$\chi^2_{0,01}$		
1	Горизонт I	7,04	9,49	13,3	202	4
2	Горизонт II	2,45	11,1	15,1	242	5
3	Богатые участки, горизонт I+II	15,55	12,6	16,8	215	6
4	Бедные участки, горизонт I+II	3,67	7,81	11,3	229	3
5	Вся площадь трубки, горизонт I+II	6,68	11,07	15,09	485	5
6	Горизонт III	4,08	12,6	16,8	252	6
7	Горизонт IV	12,59	12,6	16,8	240	6
8	Блок 2, горизонт III+IV	13,04	12,6	16,8	178	6
9	Блок 3, горизонт III+IV	19,7	19,7	24,7	314	11
10	Вся площадь трубки, горизонт III+IV	15,77	12,6	16,8	492	6
11	Экспериментальные пробы, горизонт I	0,53	7,81	11,3	54	3

лов алмазов в кимберлитах при наличии в месторождении закономерных изменений алмазности. Поскольку (по результатам наших исследований, см. § 5) строгая однородность физико-химических условий минералообразования, обуславливающая постоянный «вероятностный режим» процесса, не выдерживается даже в малых по площади петрографически однородных участках геологических объектов, отрицательное биномиальное распределение, по-видимому, всегда будет лучше описывать распределение числа кристаллов алмазов в кимберлитах, чем пуассоновское, даже при отсутствии значимого тренда.

Второе допущение закона Пуассона обязательно и для отрицательного биномиального распределения. Однако при наличии в месторождении закономерных изменений алмазности оно, вообще говоря, является существенным упрощением фактически наблюдаемой картины. Мы полагаем, такое упрощение допустимо по следующим причинам:

1) в исследуемом месторождении коэффициенты автокорреляции между содержаниями алмазов в соседних пробах незначимы как при керновом, так и при валовом опробовании (см. § 6). Этот результат можно, по-видимому, распространить и на числа кристаллов алмазов, хотя специальных исследований не проводилось;

2) закономерные изменения распределения алмазов в месторождении чрезвычайно сложны, так что переход к случайным распределениям, очевидно, вполне целесообразен.

Третье требование закона Пуассона выдерживается и для отрицательного биномиального распределения, но при нестационарных процессах оно формулируется несколько иначе: вероятность появления двух или более частиц в некотором объеме пространства имеет более высокий порядок малости, чем вероятность появления по крайней мере одной частицы [50]. По сравнению с законом Пуассона здесь отсутствует требование однородности. Иначе говоря, появление двух или бо-

лее кристаллов алмаза в достаточно малом объеме кимберлитов практически не возможно и в случае отрицательного биномиального распределения, но вероятность этого события может быть различной в разных участках месторождения.

Таким образом, отрицательное биномиальное распределение, также как и пуассоновское, возможно интерпретировать как «модель редких событий», но для неоднородной совокупности.

Перечисленные допущения отрицательного биномиального распределения обуславливают его принадлежность к сложным пуассоновским распределениям и определяют следующие его свойства:

1) при суммировании отрицательно-биномиальных случайных величин с плотностями $g_k(\mu_1)$ и $g_k(\mu_2)$ новое распределение имеет плотность $g_k(\mu_1 + \mu_2)$. В применении к распределению числа кристаллов алмаза это означает, что с увеличением размера пробы V меняются его параметры, но не тип распределения;

2) отрицательно-биномиальное распределение является безгранично делимым* и порождается процессами со стационарными независимыми приращениями. Последнее означает, что среднее $\bar{x}$ и дисперсия σ^2 числа кристаллов меняются прямо пропорционально объему пробы;

3) при $\mu \rightarrow \infty$, т. е. при увеличении математического ожидания и дисперсии, отрицательное биномиальное распределение сходится к нормальному. Этот эффект можно проследить при изучении распределений числа кристаллов алмаза с различным значением параметра μ . Гистограммы, приведенные на рис. 11, построены по пробам одинакового размера. При $V \rightarrow \infty$ отрицательное биномиальное распределение также сходится к нормальному.

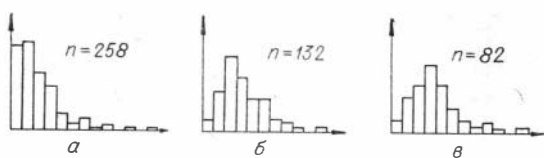


Рис. 11. Гистограммы числа кристаллов алмаза по данным эксплуатационной (а, б) и детальной (в) разведки трубок «Мир» и «Айхал»; n — число наблюдений (меняется слева направо в пропорции 1 : 2 и 3 : 3, 4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Анфилов В. Н. Дифференциальное уравнение соосаждения элементов-примесей в открытых системах.— В кн.: Математические методы геохимических исследований. М., «Наука», 1966, с. 49—60.
2. Анфилов В. Н., Белов Б. И., Трошин Ю. П. О поведении изоморфных примесей в процессе сокристаллизации в открытых системах.— «Геохимия», 1966, № 2, с. 246—249.
3. Бартошинский З. К. Сравнительная характеристика алмазов из различных алмазных районов Западной Якутии.— «Геол. и геофиз.», 1961, № 6, с. 40—50.
4. Бартошинский З. К. Об особенностях алмазов из некоторых кимберлитовых тел со «столбчатым» строением.— «Минерал. сб. Львовского ун-та», 1968, № 22, вып. 1, с. 54—59.
5. Бобриневич А. П., Смирнов Г. И., Соболев В. С. Ксенолит экогита с алмазами.— «Докл. АН СССР», 1959, т. 126, № 3, с. 637—640.
6. Большев Л. Н., Прохоров Ю. В., Родионов Д. А. О логарифмически нормальном законе в геологии.— «Теория вероятностей и ее применение», 1963, т. VIII, вып. 1.
7. Боровко Н. Н. Обобщенный логнормальный закон распределения содержаний химических элементов в породах и рудах.— «Геохимия», 1964, № 3, с. 282—288.
8. Боткунов А. И. Некоторые закономерности распределения алмазов в трубке «Мир».— «Зап. Всес. минерал. об-ва», 1964, т. 93, с. 424—435.
9. Боткунов А. И. Сохранность (целостность) кристаллов алмазов из трубки «Мир».— «Зап. Всес. минерал. об-ва», 1967, т. 96, № 3, с. 312—315.

* Распределение Ψ безгранично делимо, если при каждом k его можно представить как распределение суммы $z_1 + z_2 + \dots + z_k$ независимых случайных величин с одним и тем же распределением [48].

10. Боткунов А. И. Количественное распределение ксенолитов вмещающих пород в теле трубки «Мир». — В кн.: Ксенолиты и гомеогенные включения. М., «Наука», 1969, с. 59—63.
11. Вистелиус А. Б. О распределениях вероятностей — ответ Дмитриевскому. — «Изв. АН СССР. Серия геол.», 1952, т. 1, с. 155—156.
12. Вистелиус А. Б. Фосфор в гранитоидах Тянь-Шаня. — «Геохимия», 1962, № 2, с. 116—133.
13. Вистелиус А. Б. Проблемы математической геологии. Модели процессов и парагенетический анализ. — «Геол. и геофиз.», 1963, № 7, с. 3—16.
14. Вистелиус А. Б. Проблемы математической геологии. Случайный процесс. — «Геол. и геофиз.», 1963, № 12, с. 3—10.
15. Вистелиус А. Б. Вероятность и статистические задачи геологии. — «Тр. Четвертого Всес. матем. съезда. 1961». Т. 2. Л. «Наука», 1964, с. 329—335.
16. Вистелиус А. Б. Математическая геология (состояние, перспективы). — В кн.: А. Б. Вистелиус и др. Матем. геология. Реферат указатель. Л., изд. библ. АН СССР, 1969, с. 11—56.
17. Гневушев М. А. Алмазы и их образование в природе (на примере отечественных месторождений). Автореф. докт. дисс. Л., ВСЕГЕИ, 1972.
18. Гневушев М. А. Бартошинский З. В. К морфологии якутских алмазов. — В кн.: Матер. по геологии полезных ископаемых Якутии. М., Изд-во АН СССР, 1959, с. 74—92 (Тр. Якутского фил. АН СССР. Сер. геол., сб. № 4).
19. Гневушев М. А., Бартошинский З. В. Несколько замечаний по поводу статьи Ю. А. Орлова. «К доказательству образования округлых кристаллов алмаза в процессе растворения». — «Минерал. сб. Львовского ун-та», 1966, № 20, вып. 2, с. 306—312.
20. Гриценко Ю. Ф. Методика экспериментального определения минимального объема пробы алмазоносных кимберлитов. — «Разведка и охрана недр», 1960, № 10, с. 5—15.
21. Добрецов Н. Л., Зуенко В. В., Харьков А. Д. Факторы и типы алмазоносности кимберлитовых трубок Якутии (на основании статистической обработки данных). — «Геол. и геофиз.», 1972, № 7, с. 31—39.
22. Добрецов Н. Л., Кочкин Ю. Н., Кривенко А. П., Кутюлин В. А. Породообразующие пироксены. М., «Наука», 1971, 454 с.
23. Добрецов Н. Л., Харьков А. Д., Шемякин М. Л. Применение многомерного статистического анализа для решения прогнозных задач на примере алмазоносности кимберлитов. — «Геол. и геофиз.», 1966, № 8, с. 15—22.
24. Зенков Д. А. Изменение статистических показателей содержаний компонентов в связи с методами исследования при разведке. — «Разведка и охрана недр», 1961, № 9, с. 13—21.
25. Зуенко В. В., Маковская Н. С., Харьков А. Д., Чернецкая Н. А. Распределение алмазов на глубоких горизонтах одной из кимберлитовых трубок Якутии. — «Геол. и геофиз.», 1973, № 4, с. 714.
26. Каллистов П. Л. Изменчивость оруденения и плотность наблюдений при разведке и опробовании. — «Сов. геология», 1956, № 53, с. 118—151.
27. Карльс Э. Методика количественной оценки месторождений урана. М., Атомиздат. 1966, 351 с.
28. Крамер Г. Математические методы статистики. М., ИЛ, 1948, 631 с.
29. Ковальский В. В., Зольников Г. В., Маршинцев В. К., Никишов К. Н. Алмазы. — В кн.: Строение земной коры Якутии и закономерности размещения полезных ископаемых. М., «Наука», 1969, с. 309—319.
30. Колмогоров А. Н. О логарифмически-нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении. — «Докл. АН СССР», 1941, т. 31, № 2, с. 99—101.
31. Маковская Н. С. О распределении содержаний изоморфных элементов в минералах. — «Геол. и геофиз.», 1969, № 10, с. 63—72.
32. Малаев А. А. О методике опробования коренных месторождений алмазов. — «Изв. вузов. Геология и разведка», 1960, № 12, с. 67—77.
33. Минорин В. Е., Маковская Н. М., Харьков А. Д. Изменчивость алмазоносности и ее влияние на методику разведки кимберлитовых тел. — «Тр. ВНИГРИ» (в печати).
34. Орлов Ю. Л. Морфология алмаза. М., Изд-во АН СССР, 1963, 235 с.
35. Орлов Ю. Л. Минералогия алмаза. М., «Недра», 1973, 223 с.
36. Пономаренко А. И., Серенко В. П., Лазыко Е. Е. Первые находки алмазоносных эклогитов в кимберлитовой трубке «Удачная». — «Докл. АН СССР», 1973, т. 209, № 1, с. 188—190.
37. Прохоров Ю. В. К вопросу о логнормальном распределении в геохимических задачах. — «Теория вероятностей и ее применение», 1965, т. X, № 1, с. 194—187.
38. Родионов Д. А. К вопросу о функциях распределения содержаний элементов в изверженных горных породах. — «Докл. АН СССР», 1961, т. 141, № 3, с. 719—722.
39. Родионов Д. А. Трехпараметрические распределения содержаний элементов в породах. — «Геохимия», 1963, № 2, с. 179—184.
40. Родионов Д. А. Функции распределения содержаний элементов и минералов в изверженных горных породах. М., «Наука», 1964, 102 с.
41. Рябчиков И. Д. Влияние степени неравновесности процесса кристаллизации на поведение элемента-примеси. — «Геохимия», 1960, № 4, с. 345—354.

42. Рябчиков И. Д. Поведение изоморфных примесей при кристаллизации в многокомпонентной системе.— «Геохимия», 1962, № 12, с. 1046—1054.
43. Соболев В. С. Условия образования месторождений алмазов.— «Геол. и геофиз.», 1960, № 1, с. 7—22.
44. Соболев В. С., Добрецов Н. Л., Соболев Н. В. Классификация глубинных ксенолитов и типы верхней мантии.— «Геол. и геофиз.», 1972, № 12, с. 37—42.
45. Соболев Н. В. Ксенолиты эклогитов из кимберлитовых трубок как обломки вещества верхней мантии.— В кн.: Кора и верхняя мантия Земли. М., «Наука», 1968, с. 119—126.
46. Соболев Н. В., Боткунов А. И., Кузнецова И. К. Алмазопносный эклогит с обогащенным кальцем гранатом из трубки «Мир» (Якутия).— «Геол. и геофиз.», 1969, № 4, с. 125—127.
47. Трошин Ю. П., Белов Б. И., Трошина Г. М. Законы распределения концентраций элементов-примесей в минералах гидротермальных рудных тел (регулярный процесс).— В кн.: Математические методы геохимических исследований. М., «Наука», 1966, с. 31—38.
48. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1, 2. М., «Мир», 1967 (т. 1 — 498 с.; т. 2 — 752 с.).
49. Филиппов А. Ф. О распределении размеров частиц при дроблении.— «Теория вероятностей и ее применение», 1961, т. 6, вып. 3, с. 299—318.
50. Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания. М., Физматгиз, 1963, 235 с.
51. Четвериков Л. И. Закон распределения частот содержания минерального компонента в теле полезного ископаемого.— «Сов. геология», 1964, № 7, с. 92—102.
52. Шалаев И. К., Владимиров Б. М. Структурно-текстурная классификация кимберлитов и особенности строения трубки «Мир». — «Науч. тр. Иркутского НИИ редких и цветных металлов», 1972, вып. 24.
53. Шеманин В. И., Евдокимова Е. И. Скульптуры регенерации на сколах кристаллов алмаза.— «Зап. Всес. минерал. об-ва», 1961, № 4.
54. Шеманин Е. И., Шеманин В. И. Регенерация поверхностей сколов на кристаллах алмаза.— «Зап. Всес. минерал. об-ва», 1964, т. 93, № 3, с. 348—352.
55. Agterberg F. P. The Skew Frequency-Curve of Some Ore Minerals.— "Geol. en. Mijnbouw", 1961, v. 4, p. 149—162.
56. Agterberg F. P. Statistical Techniques for Geological Data.— "Tectonophysics", 1964, v. 1, 3, p. 233—255 (bibliogr. p. 250—251).
57. Ahrens L. H. The Lognormal Distribution of the Elements.— "Geochim. et Cosmochim. Acta", 1954, I — v. 5, № 2, p. 49—73; II — v. 6, № 2—3, p. 121—131.
58. Ahrens L. H. Element Distributions in Specific igneous Rocks-VIII.— "Geochim. et Cosmochim. Acta", 1966, v. 30, № 1, p. 109—122.
59. Aitchison J., Brown J. A. C. The Lognormal Distribution. Cambridge, Univ. Press, 1957, p. 176.
60. Aubrey K. V. Frequency-Distribution of Elements in Igneous Rocks.— "Geochim. et Cosmochim. Acta", 1956, v. 9, № 1—2, p. 83—89.
61. Jizba Z. V. Frequency-Distribution of Elements in Rocks.— "Geochim. et Cosmochim. Acta", 1959, v. 16, № 1—3, p. 79—82.
62. Kendall G. D. G. Stochastic Processes occurring in the theory of queues and their analysis by the method of the imbedded Markov Chain.— "Ann. Math. Stat.", 1953, v. 24, p. 338—354.
63. Meyer H. O. A Chrome Pyrope on Inclusion Diamond.— "Science", 1968, v. 160, p. 1446.
64. Miller R. L., Goldberg E. D. The Normal Distribution in Geochemistry.— "Geochim. et Cosmochim. Acta", 1955, v. 8, № 1—2, p. 53—62.
65. Potthoff R. F., Whittinghill M. Testing for Homogeneity. II. The Poisson Distribution.— "Biometrika", 1966, v. 53, № 1—2, p. 183—190.
66. Rogers J. J. W. Geologic Interpretation of Frequency Distribution. 21th Internat. Geol. Congress, 1960, part 21. Copenhagen, 1960.
67. Rogers J. J. W., Adams J. A. S. Lognormality of Thorium Concentrations in the Couway Granite.— "Geochim. et Cosmochim. Acta", 1963, v. 27, p. 775—783.
68. Shaw D. M. Element Distribution Laws in Geochemistry.— "Geochim. et Cosmochim. Acta", 1961, v. 23, p. 116—134.
69. Vistelius A. B. Skew Frequency Distribution and Fundamental Law of the Geochemical Processes.— "J. Geol.", 1960, v. 68, № 1, p. 1—22.

ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ДИАГРАММ СОСТОЯНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМ

В главе рассматриваются не традиционные статистические методы, а новый подход, основанный на теории графов. Однако, учитывая оригинальность, новизну и важность для петрологии предлагаемой методики, мы сочли необходимым включить эту главу в монографию. Можно предполагать, что эта глава явится вкладом в создание в петрологии статистики фазовых диаграмм, о которой писал А. Б. Вистелиус.

Приложение правила фаз к описанию процессов в природных и искусственных системах привело к созданию специальных геометрических моделей — диаграмм состояния. Искушенный читатель, вероятно, согласится с тем, что сам процесс построения диаграммы достаточно полной системы трудоемок и по содержанию не является работой химической или геологической. Интерес представляет готовая диаграмма и возможность использовать ее для расчетов. В этой главе сделана попытка найти подходящий способ получения диаграммы с той целью, чтобы поручить эту работу программистам.

§ 9. ОБЩИЕ ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ПАРАГЕНЕТИЧЕСКИХ ДИАГРАММ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМ

Используемый в петрологической литературе метод Ф. Скрейнмакера — Д. С. Коржинского [6, 13] построения диаграмм состояния сводится к представлению химических систем симплициальными комплексами и изучению их изменения при изменении «внешних» параметров, не входящих в $k+1$ факторов, определяющих размерность комплексов. В первой части задачи каждому минералу ставится в соответствие точка k -мерного проективного пространства, каждой ассоциации из $l+1$ минералов ($l \leq k$) — l -мерный симплекс, каждой фации — совокупность симплексов (симплициальный комплекс). Эти симплициальные комплексы — триангуляции полиэдра составов системы, и исходными данными для их определения служит матрица составов, каждая строка в которой является записью формулы минерала, т. е. строкой однородных проективных координат точки — минерала A^i ($i=0, \dots, \phi$) k -мерного проективного пространства; базисом его являются компоненты системы:

$$A = ((a_{ij})) (j=0, \dots, k; i=0, \dots, \phi). \quad (\text{III.1})$$

Вторая часть задачи сводится к нахождению «областей устойчивости» каждой минеральной ассоциации (симплекса) и фации (симплициального комплекса) в n -мерном пространстве «внешних» факторов ($T, P_{\text{общ}}, P_i$ и т. д.), при этом, согласно правилу фаз, равновесию группы $(n+k+1-t)$ минералов соответствует подпространство размерности t ($t=0, 1, \dots, n$), т. е. равновесию $n+k+1$ минералов отвечает точка в этом пространстве, $n-k$ минералов — линия и т. д., устойчивости $k+1$

минералов — объем размерности* n . Здесь исследуются многомерные или плоские конфигурации [3, 5, 16]. Конфигурация диаграммы состояния (относительное расположение пучков) определяется снова матрицей (III.1).

Наша цель — показать один из путей получения всех элементов диаграммы, одинаковый при любых количествах минералов, компонентов и внешних факторов равновесия. В работах [7, 8, 9] была показана возможность использования для этих целей аппарата теории графов. При таком подходе имеет место следующая диаграмма отображений:



Из диаграммы видно, что решать все вопросы геометрии полиэдра составов системы можно, не прибегая к построениям соответствующей геометрической модели. Возникает возможность избежать многомерных конструкций, использовать некоторые известные алгоритмы теории графов, и решение принимает вид, приемлемый для получения программ, необходимость в которых тем больше, чем больше числа k , n и Φ .

Некоторые операции над графами, необходимые для получения элементов парагенетических диаграмм, показаны на примере, взятом из петрологии низкотемпературных метаморфических сланцев [9]. Матрица (III.1) отражена в табл. 5.

Таблица 5

Матрица составов

Минерал	$1/2\text{Al}_2\text{O}_3$	FeO	MgO	CaO	Индексы минералов
Тальк (Та)	0,0	0,0	1,0	0,0	A^1
Хлорит (Хл)	2,7	1,8	2,5	0,0	A^2
Стильпномелан (Ст)	2,0	3,0	2,0	0,0	A^3
Эпидот (Эп)	2,0	0,0	0,0	2,0	A^4
Актинолит (Акт)	0,2	1,0	3,8	2,0	A^5
Пумпеллиит (Пу)	1,3	0,3	0,7	2,0	A^6
Магнетит (Мг)	0,0	1,0	0,0	0,0	A^7

Рассмотрим только наиболее распространенные ассоциации в породах, постоянно содержащих кварц, альбит, мусковит и гематит, т. е. систему из четырех виртуальных компонентов и семи минералов.

Для $k+1$ - определителей $D\{i_0, \dots, i_k\}$, составленных из строк с номерами $i_0, i_1, \dots, i_k$ матрицы (III.1), найдем функцию *sgnum*:

$$\begin{aligned}
 sg(i_0, \dots, i_k) &= +1, \text{ если } D\{i_0, \dots, i_k\} > 0; \\
 sg(i_0, \dots, i_k) &= -1, \text{ если } D\{i_0, \dots, i_k\} < 0; \\
 sg(i_0, \dots, i_k) &= 0, \text{ если } D\{i_0, \dots, i_k\} = 0.
 \end{aligned}$$

Составляя всевозможные произведения пар значений $sg \neq 0$, согласно [7], составим матрицу смежности графа G_{Φ}^k , где $\Phi+1$ — число точек A^i (минералов), а k — размерность пространства. Матрица

* Обычная запись правила фаз $n=k+2-\Phi$ не соответствует приведенным соотношениям, так для удобства последующего рассмотрения число компонентов обозначено $(k+1)$.

смежности в нашем примере для графа G_7^3 отражена в табл. 6. Сильным ребрам в ней соответствуют $(+1)$, слабым (-1) . Терминология, касающаяся графа, заимствована из работы [4]. Особенность использования графа заключается в том, что все элементы искомой диаграммы читаются в нем по $k+1$ -минеральным дивариантным ассоциациям, которые проставлены в вершинах графа. Например, вершина 1 с индексами 1234 представляет ассоциацию из минералов A^1, A^2, A^3, A^4 (см. табл. 5), вершина 2 с индексами 1235 — ассоциацию A^1, A^2, A^3, A^5 и т. д. Вершины с индексами, например, 1237 быть не может, потому что определитель из строк с этими номерами в табл. 5 равен нулю и ассоциация A^1, A^2, A^3, A^7 моновариантна, т. е. соответствует не вершине, а подграфу. Всего для табл. 5 получается 34 вершины в графе, т. е. 34 четырехминеральные ассоциации.

Свойства данного графа определяются свойствами сочетаний, групп перестановок и отношением смежности, а ребра его в этом смысле не являются независимыми друг от друга, т. е. далеко не всякий граф с двумя типами ребер можно реализовать неотрицательной матрицей. Приведем некоторые его особенности.

1. Граф не изменяется при переходе от одного базиса пространства к другому и при перестановке строк матрицы (III.1), что очевидно, если вспомнить свойства строки грассмановых координат [14].

2. Число неизоморфных графов для каждого k и ϕ конечно. Это следует из того, что число различных по знакам строк грассмановых координат заданной длины конечно.

3. Степень вершин графа (число ребер, исходящих из вершины) не больше $(k+1)(\phi-k)$ и, кроме того, не меньше $\phi-k$, если число вершин в нем равно числу сочетаний $C_{\phi+1}^{k+1}$. В самом деле, с вершиной $i_0, \dots, i_k$ могут быть смежны вершины $i_0, \dots, i_{t-1}, i_{t+1}, \dots, i_k, g (t=0, \dots, k)$, всего $k+1$, а величина g может быть взята любая из $\phi-k$ вершин индексов, не вошедших в $i_0, \dots, i_k$.

4. Граф связан. Более того, докажем следующую лемму.

Лемма. Две вершины удалены друг от друга на расстояние $*t$ тогда и только тогда, когда среди их индексов есть точно $k-t+1$ общих.

Каждое ребро графа соответствует замене одного индекса. Поэтому, если две вершины имеют точно $k-t+1$ общих индексов, то, чтобы получить из индексов одной вершины индексы другой, нужно произвести не меньше $k+1-(k-t+1)=t$ замен, каждой из которых соответствует свое ребро. Поэтому расстояние между этими вершинами не может быть меньше t .

Предположим теперь, что расстояние между ними больше t . Это означает, что число нулевых $(k+1)$ -определителей так велико, что в графе не существует ни одного маршрута, индексы вершин которого состоят только из индексов взятых двух вершин. Докажем, что такой маршрут всегда существует.

Пусть индексы двух вершин будут $i_0, \dots, i_k$ и $j_0, \dots, j_k$. Соответствующие им определители должны подчиняться следующему квадратичному соотношению [14]:

$$D\{i_0, \dots, i_k\} \cdot D\{j_0, \dots, j_k\} = \sum_{t=0}^k D\{i_0, \dots, i_{t-1}, j_t, i_{t+1}, \dots, i_k\} \cdot D\{j_0, \dots, j_{t-1}, i_t, j_{t+1}, \dots, j_k\} \quad (\text{III.2})$$

* Расстоянием между двумя вершинами называется число ребер самого короткого пути между ними.

Сильные произведе- ния

Наблюдая за индексами, видим, что в графе есть хотя бы пара вершин, одна из которых $(i_0, \dots, i_{t-1}, j, i_{t+1}, \dots, i_k)$ смежна с первой из данных, а вторая $(i_0, \dots, i_{t-1}, j, i_{t+1}, \dots, j_k)$ — с другой (и обе содержат только индексы $i_0, \dots, i_k, j_0, \dots, j_k$). Иначе правая часть равенства (III.2) и, следовательно, левая были бы равны нулю и в графе не было бы вообще либо вершины $j_0, \dots, j_k$, либо $j_0, \dots, j_k$, либо их обеих.

Рассмотрим теперь квадратичное соотношение для новой пары вершин $i_0, \dots, i_{t-1}, j, i_{t+1}, \dots, i_k$ и $j_0, \dots, j_k$. Придем к существованию двух вершин: $i_0, \dots, i_{t-1}, j, i_{t+1}, \dots, i_{q-1}, j_r, i_{q+1}, \dots, i_k$ и $j_0, \dots, j_{r-1}, i_q, j_{r+1}, \dots, j_k$, одна из которых смежна с $i_0, \dots, i_{t-1}, j, i_{t+1}, \dots, i_k$ и, следовательно, удалена от $i_0, \dots, i_k$ на расстояние два. Продолжая рассуждения для новой пары вершин, одна из которых $j_0, \dots, j_{r-1}, i_q, j_{r+1}, \dots, j_k$ уже три индекса на индексы второй, причем те индексы, которые не содержатся в первой. Последнее обстоятельство объясняется тем, что определители с одинаковыми строками равны нулю и сразу же исключаются из правых частей равенств (III.2). Таким образом, получим с помощью этих равенств маршрут, содержащий не больше t ребер. Следовательно, расстояние между данными вершинами точно t .

Пусть теперь расстояние между двумя вершинами равно t . Если бы они имели общих индексов больше $k-t+1$, то, согласно только что доказанному, между ними существовал бы маршрут короче t , т. е. получим противоречие с допущением $l=t$. Если бы общих индексов было меньше, чем $k-t+1$, то t ребер оказалось бы недостаточно для обмена остальными индексами, так как расстояние было бы больше t .

Следствие: расстояние между вершинами графа не может быть больше $k+1$.

5. Все максимальные полные подграфы могут быть только двух видов: сильные произведения двух полных слабых подграфов, т. е. каждая вершина одного полного слабого подграфа сильно смежна с каждой вершиной другого (рис. 12, а); слабые произведения двух полных сильных подграфов, т. е. каждая вершина одного из последних слабо смежна с каждой вершиной другого (рис. 12, б).

Рис. 12. Сильные произведения двух полных слабых подграфов (а) и слабые произведения двух полных сильных подграфов (б).

В самом деле, по определению смежности полные подграфы могут порождать две ситуации: индексация их вершин производится сочетаниями по $k+1$ из $k+2$ индексов или добавлениями к каким-либо k индексам по одному из оставшихся $k+1$ индексов. В первом случае соответствующие вершинам определители являются коэффициентами линейной зависимости точек A^i [10]:

$$\sum_{i=0}^k D\{i_0, \dots, i_{t-1}, j, i_{t+1}, \dots, i_k\} \cdot A^i = D\{i_0, \dots, i_k\} \cdot A^j. \quad (\text{III.3})$$

Ясно, что произведение $sg(i_0, \dots, i_k) \cdot sg(i_0, \dots, i_{t-1}, j, i_{t+1}, \dots, i_k) = -1$ ($t=0, \dots, k$) является на множестве этих определителей отношением эквивалентности и делит их на два множества, порождающие в G_Φ^k слабые подграфы.

Во втором случае при определении ребра можно ограничиться только тождественной перестановкой. На первом месте в каждом опре-

делителе можно поставить k общих для всех строк в одинаковом порядке, а на последнем разместить строки, которыми эти определители должны отличаться. Ясно, что произведение $sg(i_0, \dots, i_k) \cdot sg(i_0, \dots, i_{k-1}, j) = +1$ ($j \neq i_0, \dots, i_{k-1}$) является отношением эквивалентности и порождает в графе два полных сильных подграфа. Может оказаться, что один из них пуст, т. е. в графе G_Φ имеем максимальный (по отношению смежности вообще) полный сильный подграф. По теореме Д. Гейла [17] он определяет элемент границы выпуклого полиэдра, натянутого на точки A^i .

Рассмотрим теперь выпуклый полиэдр $[K_\Phi^k]$ — полиэдр составов, натянутый на точки A^i ($i=0, \dots, p$), и множество k -симплексов $A^{i_0}, \dots, A^{i_k}$, которые можно натянуть на точки набора. Для построения триангуляции, согласно определению симплицциального комплекса, нужно набирать k -симплексы так, чтобы они не имели общих точек, кроме общих граней.

Множество k -симплексов полиэдра задается графом. Индексы его вершин являются индексами вершин k -симплексов. Если какой-либо определитель $D\{i_0, \dots, i_k\}$ равен нулю, то вершины $A^{i_0}, \dots, A^{i_k}$ зависимы и, следовательно, k -симплекса образовать не могут. Поэтому по определению графа нет ни одного k -симплекса, который не был бы в нем представлен.

Если ранг матрицы составов оказывается меньше k , то порядок определителей, стоящих в вершинах графа, должен быть равен рангу. Тогда выбираются любые независимые столбцы (число их должно быть равно рангу) и строится граф матрицы, составленной из них.

Отношение смежности задает отношение инцидентности симплексов. Если две вершины в графе смежны, то соответствующие симплексы имеют общую гипергрань. Матрица графа свидетельствует о наличии общих граней меньшей размерности. Именно по лемме два симплекса имеют общий $(t-1)$ -мерный симплекс, если расстояние между соответствующими вершинами графа равно $k-t+1$. С помощью алгоритма из работы [4] можно найти матрицу расстояний графа G_Φ^k и тем определить отношение инцидентности на множестве k -симплексов, не прибегая для этого к помощи индексации вершин графа. Таким образом, мы пришли к выводу, что всякий маршрут длины l (из числа тех, по которым измеряется расстояние) является представлением $(k-l)$ -мерного симплекса полиэдра ($l=0, \dots, k+1$).

В нашем примере между вершинами 1 и 19, например, расстояние $t=3$, следовательно, они должны иметь один общий минерал ($k-t+1=1$). Из табл. 5 и 6 видно, что это так.

Для того чтобы определить, пересекаются или нет два k -симплекса, можно воспользоваться теоремой Д. Гейла [17]. Для того чтобы попасть в ее условия, можно каждую строку A^i в A разделить, например, на последнюю компоненту $a_{i,k}$. Согласно работе [14], получим строку $k+1$ -определителей, эквивалентную первой, и поэтому граф не изменится. Приходим к выводу, что если вершины $i_0, \dots, i_k$ и $i'_0, \dots, i'_{k-1}, i_{t+1}, \dots, i_k, j$ слабо смежны, то k -симплексы $A^{i_0}, \dots, A^{i_k}$ и $A^{i'_0}, \dots, A^{i'_{t-1}}, A^{i_{t+1}}, \dots, A^{i_k}$ не имеют общих точек, кроме гиперграни $A^{i_0}, \dots, A^{i_{t-1}}, A^{i_{t+1}}, \dots, A^{i_k}$, если сильно смежны, то пересекаются больше, чем по гипергрань и не могут одновременно войти в один симплицциальный комплекс. Поэтому всякой триангуляции полиэдра $[K_\Phi^k]$ в графе соответствует максимальный слабый подграф [8]. Обратное не всегда верно.

Перейдем к построению конфигурации диаграммы.

Каждая моновариантная реакция (элемент системы пересечений [8]) определяется полным максимальным подграфом типа «а», т. е. сильным произведением (см. рис. 12, а). Равенство (III.3) при этом является уравнением этой реакции. Два таких подграфа с общей вершиной входят в один невариантный пучок, так как число входящих в них фаз складывается из $k+1$ минералов общей вершины и двух минералов, которыми эти реакции отличаются. Каждый из слабых подграфов сильного произведения дает множество $(k+1)$ -минеральных ассоциаций, которые находятся в одном поле. Например, 1-е сильное произведение в табл. 7 имеет слабые подграфы 3—13 и 2—7—23 (см. табл. 6). Это значит, что ассоциации 3 и 13 находятся в одном поле, а 2, 7, 23 — в другом. Соответствующая реакция является границей между первыми двумя полями (рис. 13).

Две моновариантные реакции не могут образовать дивариантное поле, если они имеют по слабому ребру в одном и том же подграфе типа «б», т. е. слабом произведении (см. рис. 12, б). В самом деле, по свойству слабого произведения концы этих слабых ребер сильно смежны и, следовательно, не могут войти в один слабый подграф, представляющий триангуляцию. В графе G_k^b найдем все максимальные полные подграфы, не различая ребер, т. е. учитывая только факт смежности вершин. Для этого можно воспользоваться алгоритмом из работ [4, 15], или последовательным удалением вершин. Последнее означает перебор комбинации вершин 1—34 из табл. 6 так, чтобы все выбранные вершины были попарно смежны.

Находим все элементы табл. 7, в верхнем входе которой стоят слабые произведения, а в левом входе — сильные. На пересечении i -й строки и j -го столбца ставим -1 , если эти подграфы имеют общее слабое ребро; $+1$, если сильное ребро; нуль, если они не имеют ни одного общего ребра (например, на пересечении 1 и 3 в табл. 7 ребро 2—7 слабое, см. табл. 6). На основании этой таблицы составим табл. 8 для сильных произведений. В ней на пересечении i -й строки и j -го столбца ставим $+1$, если эти сильные произведения в табл. 7 имеют по -1 хотя бы в одном и том же столбце; -1 , если у них одна общая вершина и для них не существует ни одного столбца, имеющего в пересечении с ними по -1 ; во всех остальных случаях ставим нули. Табл. 8 можно рассматривать как матрицу смежности нового графа, применив опять алгоритм из работы [4], для того чтобы найти все максимальные полные подграфы, каждая пара вершин которых слабо смежна. Определены подграфы: 1—3, 1—6, 1—14, 1—20, 2—11, 2—12, 2—17, 2—18, 3—11, 3—13, 4—7, 3—10, 4—9, 4—12, 4—13, 5—7, 5—10, 5—18, 5—20, 6—10, 6—17, 6—21, 7—15, 7—21, 8—9—10, 8—14, 8—19, 9—15, 11—14, 11—16, 12—15, 12—16, 13—14, 13—15, 16—17, 16—18, 17—19, 18—21, 19—20, 20—21. Получены все поля дивариантных равновесий. Разложить поля по пучкам можно, помня, что каждая реакция входит ровно в два поля одного пучка, для чего допустимо использовать нахождение простых циклов в графе табл. 8 [4]. Вручную это проще сделать по индексам минералов из табл. 5, 6. Например, пучок без A^1 (Ta) включает все ассоциации с 20 по 34 в табл. 6. В табл. 7 этими ассоциациями образуются реакции с 16 по 21. Следовательно, из вышеперечисленных последние 6 полей образуют пучок. Поле 8—10 принадлежит трем пучкам. Дополнительные поля получаются при наложении полей пучков. Однако их можно получить и обработкой табл. 7. При вычерчивании диаграммы по обе стороны от каждой линии пишем вершины слабых подграфов соответствующего сильного произведения так, чтобы они имели по одной вершине, общей с другой линией. Например, в поле 1—6 (см. рис. 13) для линии 1 пишем 2, 7,

Таблица 7

Матрица инцидентности сильных и слабых произведений

[illegible]

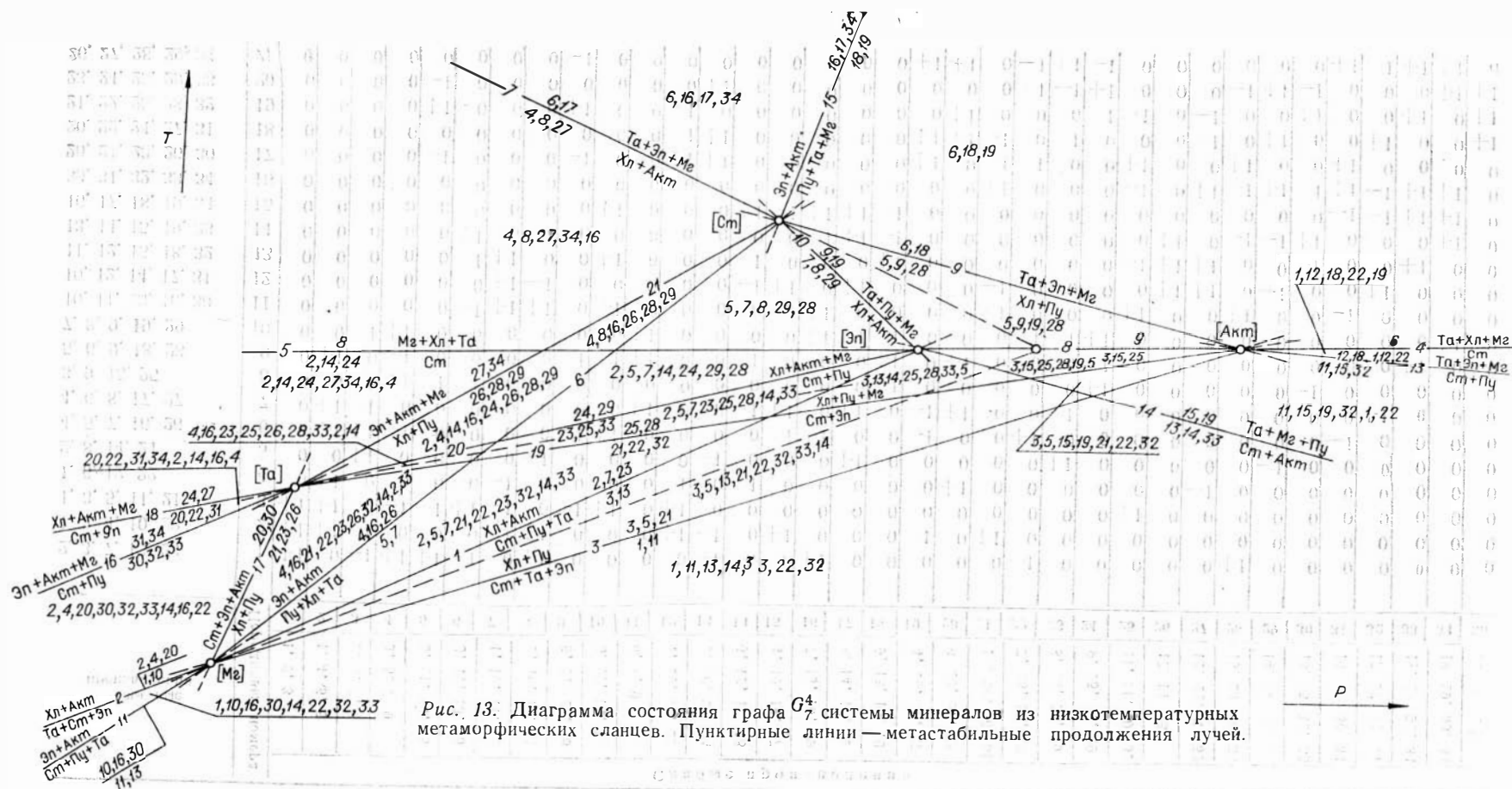


Рис. 13. Диаграмма состояния графа G_7^4 системы минералов из низкотемпературных метаморфических сланцев. Пунктирные линии — метастабильные продолжения лучей.

23, а для линии 6 — слабый подграф 5, 7, потому что эти подграфы имеют одну общую вершину 7. Фация каждого поля включает $k+1$ -минеральные ассоциации моновариантных линий, входящих в его границы (не всегда только их). Например, поле 1—6 является областью устойчивости ассоциаций с номерами (см. табл. 6) 2, 5, 7, 21, 22, 23, 32.

Указанным способом можно распределить $k+1$ -минеральные ассоциации по дивариантным полям в каждом из пучков. Для того чтобы легче было собрать их в диаграмму, можно рассматривать поля с точки зрения принадлежности неинвариантных точек линиям, т. е. объединения полей в одну дивариантную область. Любые две реакции, не входящие в один пучок, но пересекающиеся в неинвариантных точках одну и ту же линию, имеют точно одну общую k -минеральную ассоциацию. В табл. 7 эти реакции представлены сильными произведениями, для которых существует один и только один столбец, не имеющий в пересечении ни с одним из них нулей. Если оба элемента равны $+1$ и обозначают ребра из разных сильных полных подграфов, то для полей можно найти одну триангуляцию полиэдра составов, т. е. они могут быть объединены. В остальных случаях они не могут образовывать одной области. Например, поля 1—3 и 1—14 налагаются, поскольку 3-е и 4-е сильные произведения дают в пересечении с одним и только одним 6-м столбцом по $+1$, т. е. сильные ребра из разных сильных подграфов 6-го слабого произведения. Поэтому стабильные части полей налагаются. Для полей 1—20 и 20—21 реакции 1 и 21 в 22-м столбце имеют по -1 . Поля не образуют одной области дивариантного равновесия, а для полей 18—21 и 7—21 реакции 7 и 18 в табл. 7 имеют больше, чем в одном столбце пар элементов, не равных нулю. Это говорит о том, что они входят в один пучок ($A^1, A^2, A^3, A^4, A^5, A^7$) и поля там не образуют. Поэтому поля 18—21 и 7—21 не могут образовывать одной области дивариантного равновесия (разделяются 5-й линией). Все это позволяет по выписанным полям составить чертеж диаграммы.

Для того чтобы написать реакции в обычном виде (см. рис. 13), нужно из табл. 6 взять индексы, общие для всех вершин слабого подграфа, и отбросить индексы, общие вообще для всех вершин графа этой реакции. Например, 1-я реакция может быть написана так: группа ассоциаций 2, 7, 23 имеет общие индексы 2, 5; другая группа 3 и 13—1, 3, 6 (см. табл. 6). Получаем взаимомключающие ассоциации $A^2A^5 = A^1A^3A^6$, т. е. по табл. 5 $Xл + Акт = Та + Ст + Пу$. На диаграмме показаны только стабильные пучки. При ориентации этой диаграммы относительно осей T и P линия разложения стильномелана принята горизонтальной (не зависящей от P), а остальные линии с участием высоководных минералов ($Xл$, $Пу$, $Ст$) по возможности слабо наклонены, так как соответствующие реакции должны больше зависеть от температуры, а не от давления.

Вследствие упрощения системы из-за большого количества фаций некоторые реакции с участием талька не отвечают природным наблюдениям. В высокотемпературной части пара $Та - Xл$ (в присутствии мусковита) вытесняется биотитом, в области высоких давлений — глаукофаном (в присутствии альбита). Тем не менее полученная диаграмма представляет интерес для петрологии низкотемпературных метаморфических сланцев.

Наиболее трудоемким при решении указанным методом является составление графа (матрицы смежности), для чего составлена программа (см., например, [2]). Развитие этого способа позволит решать и другие задачи, встречающиеся в литературе по многокомпонентным системам, например деление полей на стабильные и нестабильные множества (по табл. 7), изучение систем с переменными составами минералов и т. д.

§ 10. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИАГРАММ СОСТОЯНИЯ ДЛЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ РЕАКЦИЙ В МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМАХ

В физико-химическом анализе многокомпонентных систем часто оказываются полезными сведения о термодинамических соотношениях протекающих в них реакций.

Пусть для системы с $\phi+1$ фазами (соединениями) $A^0, A^1, \dots, A^\phi$, образуемыми $k+1$ инертными компонентами и n подвижными, построена диаграмма состояния. В ней каждое стабильное состояние определяется теми реакциями, которым соответствуют линии границы области его существования. Они определяют химизм в каждой точке полиэдра составов $[K_\phi^k]$ системы.

Прежде всего, речь здесь пойдет о том, чтобы все моновариантные реакции упорядочить по зависимостям вида

$$\begin{aligned} \sum_i \alpha_i A^i &= \sum_j \alpha_j A^j + (\Delta z)^1; \\ + \sum_k \beta_k A^k &= \sum_t \beta_t A^t + (\Delta z)^2; \\ \hline \sum_r \gamma_r A^r &= \sum_q \gamma_q A^q + (\Delta z)^1 + (\Delta z)^2, \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

где $(\Delta z)^1, (\Delta z)^2$ — приращения термодинамического потенциала системы в результате обмена. А. С. Бережным [1] такие реакции были названы сопряженными. В. Н. Радищев [12] назвал первые реакции реакциями низшей ступени, а третью — реакцией высшей ступени. Если первые две (или больше) реакции нельзя представить в виде суммы других реакций, то они называются реакциями первой ступени, а составы, определяемые соединениями правых частей, — секущими элементами первой ступени. Но для систем несолевых, т. е. не поддающихся классификации В. П. Радищева, понятие ступени становится некорректным. Одна и та же реакция может быть получена суммированием разного количества других реакций одного порядка. Однако сравнить реакции все-таки можно. Рассмотрим этот процесс на примере, взятом из предыдущего параграфа.

Среди всех триангуляций полиэдра составов выберем одну, например определяемую пересечением трех полей: 1) Эп, Акт, Мг $\rightarrow$ Хл, Пу; Хл, Акт, Мг $\leftarrow$ Ст, Пу; 2) Та, Хл, Мг $\rightarrow$ Ст; Хл, Акт, Мг $\leftarrow$ Ст, Пу; 3) Эп, Акт, Мг $\rightarrow$ Хл, Пу; Эп, Акт $\leftarrow$ Пу, Хл, Та.

Триангуляция состоит из восьми трехмерных симплексов, т. е. тетраэдров, обозначенных в табл. 6 номерами 2, 4, 16, 14, 24, 26, 28, 29. Они получены объединением записанных в поле трехмерных симплексов каждой из формирующих его реакций.

Нерв (схема) этой триангуляции показан на рис. 14. Он является одним из слабых подграфов графа [8]. Найти их можно, не прибегая к понятию поля. Это важно уметь в тех случаях, когда число внешних параметров больше двух. Реакции, определяющие триангуляцию полиэдра составов, т. е. стабильное состояние системы, назовем образующими. Если даже число внешних параметров больше двух, то найти их можно из следующих соображений.

Каждая реакция геометрически может быть представлена двумя пучками k -симплексов. Любой из этих пучков задается в графе полным максимальным слабым подграфом. С другой стороны, два пучка объе-

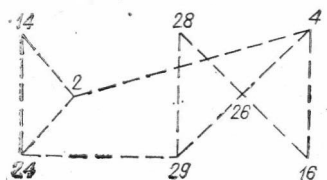


Рис. 14. Нерв триангуляции.

диняются одной реакцией, если они составляют в графе сильное произведение. В том случае, когда один из них целиком входит в нерв триангуляции, эту реакцию можно отнести к числу образующих. Например, реакция $0,4 \text{ Ta} + 2 \text{ Хл} + 4,5 \text{ Мг} \rightarrow 2,7 \text{ Ст}$ представлена в графе G_{Φ}^k по табл. 7 сильным произведением $8-2,14,24$ (рис. 15, а). Послед-

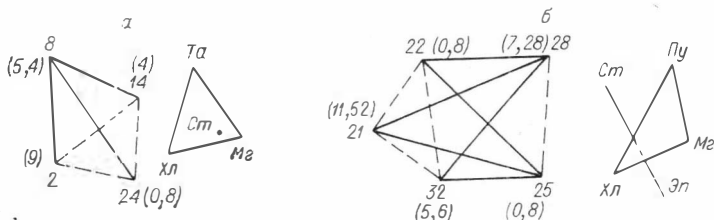


Рис. 15. Реакция, входящая (а) и не входящая (б) в число образующих.

ний подграф целиком входит в нерв (рис. 14). Следовательно, эту реакцию можно отнести к образующим. Реакция $5,6 \text{ Хл} + 0,8 \text{ Пу} + 11,52 \text{ Мг} \rightarrow 7,28 \text{ Ст} + 0,8 \text{ Эп}$ представлена по табл. 6 сильным произведением $25,28-21,22, 32$ (рис. 15, б). В нерв (см. рис. 14) входит только одна 28-я вершина из первого подграфа, 25-го тетраэдра в триангуляции нет. Поэтому эта реакция не входит в систему образующих, т. е. не входит в границу поля устойчивости рассматриваемого парагенезиса. Сразу же обнаружилась и стабильная часть реакции. Она определяется общим с нервом 25-м симплексом пучка $\{25, 28\}$, т. е. ассоциацией $\text{Хл} + \text{Пу} + \text{Мг}$ по табл. 5 и 6. Точно так же находятся стабильные части всех остальных реакций. Если же ни один из k -симплексов реакции не входит в нерв, то реакция может оказаться метастабильной. Например,

Таблица 9

Моновариантные реакции

Реакции	A^1 (Та)	A^2 (Хл)	A^3 (Ст)	A^4 (Эп)	A^5 (Акт)	A^6 (Пу)	A^7 (Мг)
B^1	-0,40	-2,00	+2,70	0	0	0	-4,50
B^2	0	+16,80	-22,24	0	+0,80	-0,80	+35,92
B^3	0	+2,80	0	-22,24	-7,28	+29,52	-6,616
B^4	-6,616	-0,32	0	+7,74	+4,14	-11,88	0
B^5	0	+5,60	-7,28	-0,80	0	+0,80	+11,52
B^6	0	+22,40	-29,52	-0,80	+0,80	0	+47,44
B^7	0	+9,52	-6,616	-35,92	-11,52	+47,44	0
B^8	-35,92	+9,40	-7,74	0	+9,00	-9	0
B^9	-11,52	+5,40	-4,14	-9,00	0	+9	0
B^{10}	-47,44	+14,80	-11,88	-9,00	+9,00	0	0
B^{11}	-9,52	0	-0,32	+9,40	+5,40	-14,80	0
B^{12}	-29,52	+3,60	0	-5,40	+5,40	0	-11,88
B^{13}	-2,80	0	0	+2,20	+1,40	-3,60	-0,32
B^{14}	-7,28	+1,40	0	-5,40	0	+5,40	-4,14
B^{15}	-22,24	+2,20	0	0	+5,40	-5,40	-7,74
B^{16}	-22,40	0	+3,60	-4,00	+4,00	0	-14,8
B^{17}	0	0	-2,80	+16,80	+5,60	-22,40	+9,52
B^{18}	+5,60	0	-1,40	+4,00	0	-4,0	+5,40

Примечание. Перед минералами нестабильных частей реакций стоит знак минус.

Таблица 10
Матрица зависимости реакций

Реакция	B^1	B^2	B^3
B^1	202,3840	0	0
B^2	0	202,3840	0
B^3	0	0	202,3840
B^4	3347,43136	406,3878	-70,4340
B^5	0	66,2480	-7,2800
B^6	0	268,6320	7,2800
B^7	0	60,2056	326,8720
B^8	18174,0832	2276,8200	0
B^9	5828,65920	745,2900	81,9000
B^{10}	24002,7424	3022,1100	81,9000
B^{11}	4816,73920	587,6780	-85,5400
B^{12}	14935,9392	1813,2660	49,1400
B^{13}	1416,6880	171,9900	-20,0200
B^{14}	3683,3888	447,1740	49,1400
B^{15}	11252,5504	1366,0920	0
B^{16}	11333,5040	1343,1600	36,4000
B^{17}	0	25,4800	-152,8800
B^{18}	-2833,3760	-331,2400	-36,4000

Примечание. Последние четыре столбца для всех реакций состоят из нулей.

Смысл этих преобразований в том, что мы записываем реакции в новой базе, т. е. вместо просто талька в нее входит $(-2,5 \text{ Ta})$, вместо хлорита $[(\text{Хл} + (-2,5 \text{ Ta}) - 9,25 \text{ Акт})] \cdot [202,384 - 68,74 (\text{Ст} - 6,75 \text{ Ta} + 27,8 \text{ Акт})]$ и т. д. Две последние реакции метастабильны, и разделение знаками в них условно. Они включены в табл. 9, чтобы можно было определить их зависимость от первых в алгебраическом смысле.

В полученной матрице по верхней диагонали стоит отличное от единицы число 202,384 только потому, что иначе при сравнении реакций получаются иррациональные числа, т. е. часть чисел табл. 10 на 202,384 не делится. Согласно этой матрице независимыми в алгебраическом смысле являются только первые три реакции. Все остальные — линейные комбинации от первых. Например, для четвертой реакции имеем

$$202,384 B^4 = 3347,43136 B^1 + 406,3878 B^2 - 70,434 B^3;$$

для пятой

$$202,384 B^5 = 66,248 B^2 + 7,28 B^3 \text{ и т. д.}$$

Обозначив $(\Delta z)^i$ приращение термодинамического потенциала для реакции B^i , находим

$$(\Delta z)^4 = 1/202,384 (3347,43136 (\Delta z)^1 + 406,3878 (\Delta z)^2 - 70,434 (\Delta z)^3);$$

$$(\Delta z)^5 = 1/202,384 (66,248 (\Delta z)^2 + 7,28 (\Delta z)^3) \text{ и т. д.}$$

По полученным сведениям можно вести расчет формирования составов. Для иллюстрации возьмем наугад точку $F(1,1,1,2)$ полиэдра составов, т. е. содержащую 20% $1/2 \text{ Al}_2\text{O}_3$, 20% FeO , 20% MgO ,

реакция $5,6 \text{ Ta} + 4 \text{ Эп} + 5,4 \text{ Mg} \rightleftharpoons 1,4 \text{ Ст} + 4 \text{ Пу}$ в графе представлена сильным произведением 12,18—11,15,32. Ни один из этих симплексов не входит в нерв. Реакция метастабильна.

Все реакции сведены в табл. 9, в ней вначале поставлены образующие. Каждую строку табл. 9 можно рассматривать как вектор $\phi + 1$ -мерного пространства. Элементарными преобразованиями столбцов [8] приводим верхнюю часть матрицы к диагональному виду, стараясь справа получить как можно больше нулевых столбцов. Получим табл. 10. Под элементарными преобразованиями столбцов понимаются: умножение всех компонент столбца на одно и то же число; сложение столбца с другими, которые перед этим тоже можно умножить на подходящее число. Например, в табл. 9 первое преобразование может заключаться в умножении первого столбца на $(-2,5)$, второго — сначала в сложении с полученным первым и т. д.

40% СаО. Рассматривая точку как вектор четырехмерного векторного пространства, можно переписать ее координаты относительно любых других четырех независимых точек полиэдра составов по правилам перехода от одной базы к другой [10]. Напишем координаты точек, в которых протекают первые три реакции:

$$2,7 \text{ Ст} = t_2(5,4; 8,1; 5,4; 0);$$

$$22,24 \text{ Ст} + 0,8 \text{ Пу} = t_3(45,52; 69,12; 24,9088; 1,6);$$

$$2,8 \text{ Хл} + 29,52 \text{ Пу} = t_4(45,936; 13,896; 27,664; 59,04).$$

Четвертой точкой новой базы может быть либо любой из компонентов, либо любая другая точка системы, независимая от первых трех. Пусть это будет $1/2(\text{Al}_2\text{O}_3) = t_1(1,0,0,0)$.

Формула перехода от старых координат точки к новым в матричной форме по А. Г. Курошу [10] выглядит следующим образом:

$$(\dot{f}_0, \dot{f}_1, \dots, \dot{f}_k) T^{-1} = (f_0, f_1, \dots, f_k),$$

где T^{-1} — обратная к T матрица; $f_0, f_1, \dots, f_k$ — старые координаты,

а $\dot{f}_0, \dot{f}_1, \dots, \dot{f}_k$ — новые координаты точки F .

В нашем случае

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5,4 & 8,1 & 5,4 & 0 \\ 45,52 & 69,12 & 24,9088 & 1,6 \\ 45,936 & 13,896 & 27,664 & 59,04 \end{bmatrix}.$$

По правилам из работы [10] вычисляем обратную матрицу

$$T^{-1} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0,62 & -0,14 & 0,03 & -0,0008 \\ -0,072 & 0,39 & -0,046 & 0,00125 \\ -0,60 & -0,15 & 0,014 & 0,016 \end{bmatrix}.$$

Тогда $(1,1,1,2) T^{-1} = (-0,89; -0,05; 0,01; 0,03)$.

Следовательно, в точке F идет реакция.

$$B^F = -0,89 \text{ } 1/2\text{Al}_2\text{O}_3 - 0,05 B^{-1} + 0,01 B^2 + 0,03 B^3.$$

Наряду с этим получено и приращение ее термодинамического потенциала для минерального состава в точке F , определяемого триангуляцией:

$$(\Delta z)^F = -0,05(\Delta z)^1 + 0,01(\Delta z)^2 + 0,03(\Delta z)^3.$$

При переходе от одного парагенезиса к другому изменяется направление реакций, т. е. в строках табл. 9 знаки меняются на обратные. В силу характера их преобразований по абсолютной величине полученные в табл. 10 коэффициенты не изменятся, иными станут только знаки. Поэтому для нового парагенезиса (триангуляции полиэдра составов) вычисления повторять не нужно, следует выделить по его нерву систему образующих реакций для определения его области устойчивости в диаграмме состояния.

Множество реакций системы можно найти по графу G_{Φ}^k . Для того чтобы получить коэффициенты перед минералами, в матрице смежности графа можно добавить строку или столбец, элементами которых являются абсолютные значения определителей, соответствующих его вершинам (см. рис. 15, а, б). Эти определители все равно приходится считать при составлении графа. Коэффициент, стоящий при вершине, нужно ставить с минералом, которым отличаются от взятой все остальные вершины сильного произведения. Например, на рис. 15, а от 28-й вершины все остальные отличаются третьим минералом — Ст (см. табл. 6). Следовательно, коэффициент 7,28 нужно ставить при A^3 (см. табл. 9). Отношение этих определителей равно отношению гиперобъемов симплексов триангуляции, определяемых номерами строк, входящих в каждый из определителей. Таким образом, ввести их в матрицу смежности полезно и с этой точки зрения.

Можно сделать заключение, наконец, что граф G_{Φ}^k является компактным и полным носителем информации о геометрии полиэдра составов и диаграммы, так что любой вопрос допустимо решать соответствующей обработкой матрицы смежности графа. Преимущество такого описания диаграмм состоит в возможности машинного построения их и, следовательно, в избавлении специалистов от этой технической работы.

§ 11. АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ МАТРИЦЫ СМЕЖНОСТИ СИМПЛИЦИАЛЬНОГО ГРАФА

В настоящем параграфе предлагается алгоритм составления матрицы смежности графа G_m^n [8], с помощью которого можно описать в комбинаторном смысле геометрию выпуклого полиэдра, в частности геометрическую модель физико-химической системы, и исследовать свойства этой системы. Другими словами, алгоритм дает возможность с помощью графа перейти от алгебры к логическим описаниям операций проективного пространства.

Описание комбинаторной структуры полиэдра с помощью графов приведено в работе [9]. Самым трудоемким процессом оказывается составление матрицы смежности симплицального графа. Алгоритм этого процесса разработан Л. С. Давыдовой [2], но при решении сложных задач требуется такой объем машинной памяти, который не в состоянии обеспечить большинство ЭЦВМ.

Авторам настоящего раздела удалось построить более эффективный алгоритм, требующий меньшего объема памяти ЭЦВМ. Кроме того, в результате решения получены не только элементы матрицы смежности основного графа [8], который является матрицей сравнения знаков определителей, как это сделано у Л. С. Давыдовой, но и значения этих определителей, что дает возможность полнее описывать результаты исследования заданной физико-химической системы.

АЛГОРИТМ ПОЛУЧЕНИЯ ГРАФА

Исходные данные. Минералогическая или химическая система задается матрицей составов $A = ((a_{ij}))$, где $i=0, \dots, n$; $j=0, \dots, m$, причем $m > n$.

Матрица A определяет полиэдр составов. Каждая строка матрицы, т. е. каждое соединение, может быть представлено как точка n -мерного пространства в проективных координатах.

Результат решения. Получены элементы r_{ij} матрицы смежности R основного графа G_m^n , где $i, j=1, \dots, c$, и значения детерминантов матриц, отвечающих симплексам разбиения полиэдра составов.

Описание алгоритма.

1. Формируется матрица поадресации $МП$. Элементы матрицы поадресации $МП$ представляют собой номера строк подматриц B_r . Число элементов в строке $МП$ равно порядку подматрицы B_r , т. е. n .

Элементы $(r+1)$ -й строки $МП$ находятся следующим образом: элементы r -й строки матрицы $МП$ следует сложить с элементами f_i , определяемыми особым образом и записанными строками. Первая строка матрицы $МП$ представляет собой числа натурального ряда от 1 до n . Прибавляемая к ней строка элементов f_i состоит из нулей. Следующая строка f_i образуется по предыдущей путем прибавления 1 к последующему элементу f_i до тех пор, пока этот последний элемент не станет равен $k+1$, где $k=m-n$. В этом случае к предыдущему элементу f_{i-1} прибавляется 1, и значение $f_{i-1}+1$ присваивается всем последующим элементам данной строки. Затем повторяется процесс прибавления 1 к последнему элементу f_i и т. д.

2. Полученная матрица поадресации $МП$ позволяет составить все возможные подматрицы B_r , которые формируются по матрице A комбинированием ее строк. Номер i -й строки подматрицы B_r равен элементу f_i r -й строки матрицы поадресации $МП$.

3. После формирования подматриц B_r следует подсчет значений их определителей D_r по стандартной программе, алгоритм которой здесь не приводится.

4. Формируется матрица смежности R . Каждые две $(n \times n)$ подматрицы B_r считаются смежными, если они отличаются одной строкой, т. е. если остальные $n-1$ строк у них одинаковы. Остальные пары подматриц считаются несмежными.

Для отыскания смежных пар будем осуществлять перебор номеров строк подматриц B_r , представленных элементами строк матрицы поадресации $МП$, введя предварительно понятие коэффициента совпадения ks .

Если значение i -элемента r -й строки совпадает со значением j -элемента q -й строки матрицы поадресации $МП$ ($МП_{ri} = МП_{qj}$), это означает, что строка i подматрицы B_r и строка j подматрицы B_q одинаковы. В данном случае считаем коэффициент совпадения ks на 1 больше его предыдущего значения, полученного при сравнении строк $МП_r$ и $МП_q$. Если $ks \neq n-1$ (сравниваемые подматрицы отличаются более чем одной строкой, т. е. несмежны), то в матрице R на пересечении строк и столбцов с номерами r и q записывается нуль. Если $ks = n-1$, складываем номера отличающихся строк. При нечетной сумме $i+j$ произведение знаков определителей подматриц B_r и B_q умножается на -1 , при четной сумме на $+1$. Результат перемножения записывается как элемент $R_{r,q}$ искомой матрицы смежности на пересечении соответственно строк и столбцов с номерами r и q .

ПРОГРАММА (ДЛЯ АЛЬФА-ТРАНСЛЯТОРА)

начало заменить идентификатор 'm' на ' ' идентификатор 'n' на ' ' идентификатор 'c' на ' ' идентификатор 'e' на ' '; конец отладки начало целый $i, j, k, l, p, r, q, p1, q1, p2, q2, ks, v, mT, qs, ps$; вещественный s, t, h целый массив $f[1:m], МП[1:c, 1:m], R[1:c]$; массив $A[1:n, 1:m], B[1:m, 1:n], D[1:c], D1[1:c]$; процедура $МПП$; начало для $i := 1, \dots, m$ цикл $МП[r, 1] := i + f[i]; r := r + 1$; если $r = c + 1$ то на Q ; конец; ввод A ; $k := n - m$; $mT := m \times (m + 1) / 2$; для $i := 1, \dots, m$ цикл $f[i] := 0$; $l := m$; $r := 1$; $M := ММП$; $f[l] := f[l] + 1$; если $f[l] \neq k + 1$ то на M ; $M1:l := l - 1$; $f[l] := f[l] + 1$; для $i := 1, \dots, m - l$ цикл $f[l + 1] := f[l]$; $МПП$; если $f[l] = k$ то на $M1$ иначе начало $l := m$; $f[l] := f[l] + 1$; на M конец; $v := 0$ для $r := 1, \dots, c$ цикл начало для $i := 1, \dots, m$ цикл для

$j := 1, \dots, m$ цикл $B[i, j] := A[МП[r, i], j]$; $D[r] := DET(B, m)$; если $abs(D[r]) > \varepsilon$ то начало $v := v + 1$; $D1[v] := D[r]$; $МП[v,] := МП[r,]$; вывод $(D1[v])$ конец конец; N : начало $l := 1$; $R[1] := 0$; для $j := 1, \dots, s-1$ цикл начало $l := l + 1$; $ps := qs := 0$; для $p := 1, \dots, m$ цикл начало для $q := 1, \dots, m$ цикл начало если $МП[1, p] = МП[i+j, q]$ то начало $qs := qs + q$; на $M2$ конец конец; $p1 := p$; $ps := ps + 1$; $M2$: если $ps = 2$ то начало $q := 0$; на L конец конец; $q1 := mT - qs$; $p := p1 + q1$; $q := entier(p/2 + 0,1)$; $j := q + q$; если $q \neq p$ то $s := -1$ иначе $s := 1$; $q := sign(D1[i] \times D1[i+j] \times s)$; $L: R[l] := q$; конец конец; вывод (R) ; если $i \neq 3$ то начало $i := i + 1$; на N конец конец *

ЛИТЕРАТУРА

1. Бережной А. С. Многокомпонентные системы окислов. М., 1970, 544 с.
2. Давыдова Л. С. Алгоритм получения основного графа на ЭЦВМ. — В кн.: Геометрические преобразования и их технические приложения, 1972, с. 26—29 (Тр. МАИ, вып. 250).
3. Доливо-Добровольский В. В. Типы инвариантных точек физико-химических систем и геометрия порядка. — В кн.: Очерки физико-химической петрологии. Т. II. М., 1970, с. 281—286.
4. Зыков А. А. Теория конечных графов. Новосибирск, 1969, 544 с.
5. Кожухова Е. А. Вопросы двойственности в образовании полиэдрических конфигураций. — В кн.: Геометрические преобразования и их технические приложения. М., 1972, с. 22—25. (Тр. МАИ, вып. 250).
6. Коржинский Д. С. Физико-химические основы анализа парагенезисов минералов М., Изд-во АН СССР, 1957, 184 с.
7. Краева А. Г. О комбинаторной геометрии многокомпонентных систем. — «Геол. и геофиз.», 1970, № 7, с. 121—123.
8. Краева А. Г. Вопросы комбинаторной геометрии выпуклых полиэдров в приложениях к физико-химическому анализу многокомпонентных систем. Автореф. канд. дисс. М., 1970, 24 с.
9. Красва А. Г., Добрецов Н. Л., Лазарева С. С. Построение парагенетических диаграмм с помощью графов. — «Докл. АН СССР», 1973, т. 210, № 3, с. 441—444.
10. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. М., 1963, 432 с.
11. Мак-Кракен Д. Программирование на алголе. М., «Мир», 1967, 184 с.
12. Радищев В. П. К теоретическому изучению многокомпонентных систем. — «Изв. СФХА АН СССР», 1953, т. 22, с. 33—62.
13. Скрейнмакерс Ф. А. Нонвариантные, моновариантные и дивариантные равновесия. М., 1948, 215 с.
14. Ходж В., Пило Д. Методы алгебраической геометрии. Т. I. М., ГИИЛ, 1954, 462 с.
15. Buriaga H. Алгоритм нахождения всех полных подграфов графа. — "Biul. WAT J. Dabrowskiego", 1973, v. 22, № 4, p. 71—79.
16. Zen E.-an. Construction of pressure-temperature diagrams for multicomponent systems after the method of Schreinermakers — a geometric approach. — "U. S. Geol. Surv. Bull.", 1966, № 1225, p. 56.
17. Gale D. On the number of faces a convex polytope. — "Can. J. Math.", 1964, v. 16, № 1, p. 12—17.

НЕКОТОРЫЕ КОНКРЕТНЫЕ ПРИМЕРЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ В МИНЕРАЛОГИИ И ГЕОХИМИИ

Важной областью применения статистических методов является статистическая минералогия и петрохимия (см. § 1). Приводимые далее конкретные примеры иллюстрируют различные подходы, возможные в этой области исследования. В § 12 рассмотрена петрохимия гранитоидов пестрого состава на конкретном оригинальном материале. Существенный момент в данном случае — предварительное построение корреляционно-геохимической модели, с которой и сравниваются эмпирические материалы. Другим примером построения корреляционной модели и ее проверки на эмпирическом материале является работа А. Ф. Белоусова и др. [3] по петрохимии базальтоидов. По-видимому, построение хотя бы простейших моделей и их проверка на эмпирическом материале должны стать общей схемой прикладных исследований такого направления. В § 14 корреляционный анализ использован для интерпретации результатов К-Аг датирования. Здесь приведена гипотеза о независимости содержания K_2O и К-Аг дат и сделана попытка интерпретации полученных результатов.

Пример, рассмотренный в § 13, характеризуется сочетанием парагенетического и статистического подходов. Статистические приемы (сравнение средних, дисперсий, коэффициентов корреляции) не содержат ничего оригинального. Главное — предварительное выделение парагенетических групп и использование полученных оценок для диагностики, а в ряде случаев и количественной градуировки природных процессов минералообразования. Такие же подходы использованы в монографиях по породообразующим пироксенам, гранатам, амфиболом, биотитам и хлоритам (см. § 1).

§ 12. ПЕТРОХИМИЯ ГРАНИТОИДОВ ПЕСТРОГО СОСТАВА

(корреляционно-петрохимическая модель)

Настоящий раздел посвящен изучению петрохимии гранитоидов пестрого состава как возможного источника информации о закономерностях их образования и выявлению тех признаков, которые можно было бы использовать как типоморфные. Решение этой задачи может быть осуществлено как путем формального сравнения гранитоидных комплексов разных формационных типов, так и на основе построения петрохимической модели изучаемой формации. Формальное направление, опирающееся на многомерный статистический аппарат дискриминантных функций, хотя и сулит в конечном счете высокую эффективность и надежность суждений о петрохимическом сходстве или различии, предъявляет жесткие требования к точности классификации магматических комплексов по формационным типам. При таком методическом подходе суждение о петрохимическом облике формационного типа может считаться надежным только в той степени, в какой число изученных комплексов представляет (количественно) генеральную совокупность магматических комплексов данного формационного типа.

С другой стороны, модельный подход позволяет исследовать сопряженность между петрохимией и основными признаками формации и в случае установления такой сопряженности лишний раз убедиться в достоверности приписываемых формации взаимосвязей слагающих ее элементов (например, интрузивных фаз). Кроме того, соответствие модельных и эмпирических закономерностей позволяет характеристике одного конкретного представителя формационного типа возводить в ранг формационной характеристики. Идя по этому пути, мы в качестве типичного примера выбрали ундинский гранитоидный комплекс в Восточном Забайкалье. Принадлежность его к формационному типу гранитных батолитов пестрого состава была ранее доказана одним из авторов [7].

ПЕТРОХИМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГРАНИТОИДОВ ПЕСТРОГО СОСТАВА

Остановимся на обсуждении петрохимической модели гранитоидов пестрого состава. К числу основных особенностей сложно построенных гранитных батолитов пестрого состава, являющихся следствием возникновения пород этих батолитов на месте залегания в результате магматического замещения вмещающих толщ, по мнению Ю. А. Кузнецова [24], относится многообразие петрографических типов пород от габбро и сиенитов с образованием различных переходных по составу и структуре гибридных разновидностей и отсутствие у промежуточных членов комплекса индивидуализированных тел выдержанного состава. Петрохимическая модель в соответствии с этими особенностями должна характеризоваться, во-первых, непрерывностью петрохимических пород и, во-вторых, сопряженностью составов гранитоидов с составом вмещающих толщ. Непрерывность только тогда служит признаком данного формационного типа, когда характеризует генеральную совокупность гранитоидов пестрого состава конкретного магматического комплекса, что может быть установлено при случайном либо специально организованном площадном опробовании. Сопряженность составов гранитоидов и вмещающих толщ является следствием в конечном счете обменных реакций между расплавом и вмещающими породами.

Следует отметить, что в условиях, препятствующих свободному разделению летучих компонентов и при незначительном градиенте температур во вмещающих породах, механизм взаимодействия расплава с твердой породой вне зависимости от того, интродировал этот расплав или образовался на месте как следствие прохождения сквозьмагматических растворов, принципиально не должен различаться в обоих этих случаях и с наибольшим приближением может быть описан на основе модели гибридных процессов*. Под гибридизмом вообще А. Н. Заварицкий [15] подразумевает усвоение магмой чужеродной твердой породы. Родственный и ксеногибридизм отвечают случаям гибридизации расплава соответственно магматическими и осадочными породами.

Рассмотрим петрохимические особенности основных типов гибридизации гранитного расплава (табл. 11).

Карбонатный тип ассимиляции описан В. В. Ляховичем [26] на примере гранитов Боксана. В местах соприкосновения гранитов с известняками здесь отмечаются следы активного их взаимодействия, выражающиеся в образовании гранатовых и пироксеновых скарнов в известняках и примерно 30-метровой зоны эндоконтактовых изменений в гранитах. В. В. Ляхович выделяет следующие особенности измененных гранитов:

* Следует отметить, что эти признаки могут быть объяснены и иначе, например синтаксисом (смещением) гранитной и базальтоидной магмы на глубине (см. статью Н. Л. Добрецова в журнале «Геология и геофизика», 1971, № 4). *Прим. ред.*

Главные типы ассимиляции пород гранитным расплавом (по Абдуллаеву [1])

Тип ассимиляции	Элементы, привносимые в кислую магму
Карбонатный	Ca
Железо-магнезиальный	Fe, Mg, Ca
Алюмосиликатный:	
основные породы	Fe, Mg, Ca, Al
кислые породы	$\pm Na, \pm K, Li, Al$

1) чрезвычайное непостоянство в количественном соотношении основных породообразующих минералов. При среднем содержании в неизменном граните 2—6% биотита в некоторых эндоконтактных разностях оно достигает 20%; плагиоклаз то существенно преобладает над анортоклазом, то наоборот, хотя в среднем породы эндоконтакта характеризуются превосходством плагиоклаза над анортоклазом (40 и 25%), в то время как в неизменных гранитах преобладает анортоклаз (31 и 34%);

2) появление в эндоконтактных гранитах нехарактерного для них диопсида (до 9%) и кальциевого граната;

3) повышение основности плагиоклаза до 40-го и даже 80-го номера при среднем для эндоконтакта 28—35 по сравнению с 21—25 из центра массива.

Таким образом, контаминация гранитов известняками приводит в основном к двум минералогическим последствиям: образованию железо-магнезиально-кальциевых силикатов и повышению основности плагиоклазов и общему увеличению их количества при уменьшении роли калиевого полевого шпата. Именно эти особенности контаминированных известняками гранитоидов явились отправным моментом широко известной ассимиляционной гипотезы происхождения щелочных пород по Дэли. Главной реакцией, допускаемой этой гипотезой, замечает А. Н. Заварицкий [17], служит десиликация щелочных полевошпатовых молекул с образованием силикатов извести. Констатация этого едва ли не все, что может дать ассимиляционная гипотеза Дэли для понимания контаминированных гранитов, так как полная ассимиляция, происходя в глубине магматической камеры, может осложняться диффузионной или гравитационной дифференциацией и т. п. факторами, а главное не оставляет свидетельств последовательности прохождения процессов. Поэтому в качестве петрохимической модели ассимиляции известняков лучше всего принять типичные примеры эндоконтактных изменений гранитов на контакте с известняками. Цитированная работа В. В. Ляховича примечательна тем, что в ней описывается случай контаминации гранитоидов только карбонатами без добавления железо-магнезиальных компонентов.

На петрохимической диаграмме (рис. 16) нанесены пересчитанные по методу А. Н. Заварицкого [16] два анализа неизменных гранитов Боксана и два анализа гранитов из контакта с известняками по В. В. Ляховичу. Каждый анализ измененных гранитов характеризует определенную тенденцию изменения химизма при гибридном. Кальциплетовая тенденция (см. рис. 16, анализ 3) устанавливается по резкому увеличению параметра s . Для нее также характерно близкое к неизменным гранитам значение a и некоторое уменьшение параметра b при небольшой величине характеристики c' и увеличении натровости. Кальций входит преимущественно в полевые шпаты. В данном конкретном примере произошло, вероятно, и некоторое поглощение глинозема, так что в общем случае увеличение характеристики s должно происходить в меньшем масштабе. Необходимое количество глинозема для связывания Са в плагиоклазы мобилизуется за счет щелочных полевых шпатов — известь вытесняет щелочи, главным образом калий. Об этом

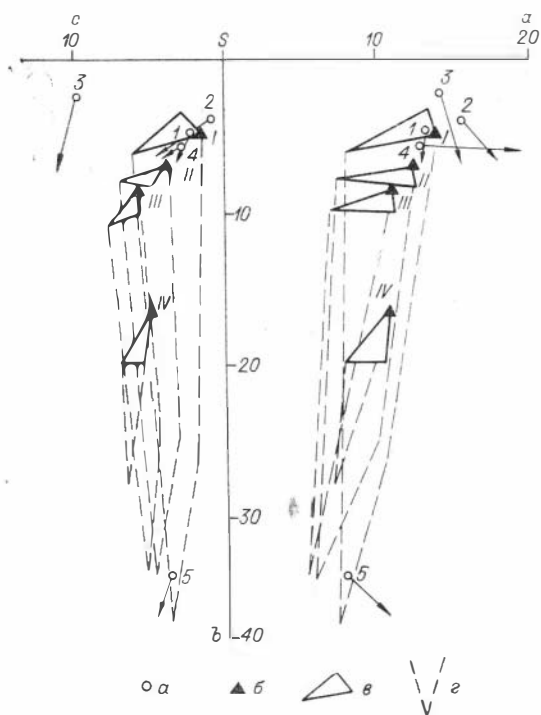


Рис. 16. Петрохимическая диаграмма карбонатного и железо-магнезиального типов ассимиляции.

a — реальные составы: 1, 2 — неизменные граниты Боксана; 3, 4 — эндоконтактные гибридные граниты Боксана; 5 — авгитовый диорит горы Магнитной; 6 — средние составы гранитоидов: I — нормальный гранит, II — гранодиорит, III — кварцевый диорит (по Беусу, Ситнину), IV — диорит (по Дзели); *в* — области возможных составов при карбонатной ассимиляции; *г* — области составов при железо-магнезиальной ассимиляции.

свидетельствует резкое понижение содержания K_2O (до 1,2%) в гибридных гранитах.

Типичность полевошпатовой модели ассимиляции извести подтверждается многочисленными примерами эндоконтактных изменений гранита в соседстве с известняками. Д. С. Коржинский [22, стр. 259] по этому поводу пишет: «Пусть мы имеем магму нормальной щелочности, которая после затвердевания дала бы нормальный биотитовый гранит... Растворение в такой магме извести приведет прежде всего к возрастанию в гибридной породе количества олигоклаза за счет ортоклаза, а затем и к полному исчезновению последнего... В силу этих процессов магма будет обогащаться калием, который при отсутствии известняков осаждался бы вместе с другими компонентами магмы в составе ортоклаза и биотита. По мере ассимиляции извести происходит также обогащение магмы натрием, поскольку глинозем осаждается в виде основных плагиоклазов, чем освобождается часть натрия нормального для гранита олигоклаза».

При реализации кальциево-щелочной тенденции уменьшение параметра *b* связано с существенно магнезиальным характером силикатов в гибридной породе и выносом железа, в результате чего часть железа не входит в состав породообразующих минералов. Реальность и распространенность этого отмечает Х. М. Абдуллаев [1, стр. 160]: «Ассимилированная кислой магмой известь способствует выделению из этой магмы свободных окислов железа».

Фемиплетовая тенденция (см. рис. 16, анализ 4), обозначающая увеличение характеристики *b*, отличается тем, что ассимилированный кальций идет в основном на построение темноцветных минералов. Реализация этой тенденции приводит к незначительному увеличению параметров *b* и *c* и столь же незначительному уменьшению параметра *a*. Соотношение щелочей в породе практически не меняется. Чрезвычайно высокое значение *c'* обусловлено наличием в породе кальциевого граната и диопсида. Степень увеличения параметра *b* определяется концентрациями железа и магния в неизменном гранитном расплаве. Отсюда ясно, что в случае чисто карбонатной ассимиляции железо и магний гранитов являются пределом, ограничивающим образование темноцветных минералов. Рассматриваемые эндоконтактные гибриды Боксана по составу отвечают плагиоклазитам и лейкократовым гранодиоритам, а отнюдь не диоритам и габбро. Рассмотрим этот аспект более подробно. Средние составы гранитоидов, по А. А. Беусу и

А. А. Ситнину [4], насыщен кальцием: а) до полного связывания всего магния в роговую обманку состава $(K_{0,17}Na_{0,20}Ca_{1,96})_{2,33} \cdot Mg_{2,53}Mn_{0,05}F_{1,74}^{+2} \times F_{0,69}^{+3})_{5,01} \cdot (OH)_2 Fe_{0,03}^{+3} Al_{1,18} [Ti_{0,05} Si_{6,75} O_{22}]^{\cdot}$ характерную для биотит-роговообманковых диоритов ундинского комплекса; б) до полного замещения известью калия полевых шпатов. На петрохимическую диаграмму рис. 16 нанесены основные характеристики средних составов гранитондов и варианты их насыщения кальцием при условии сохранения массы расплава.

Приведенные расчеты подтверждают справедливость ранее сделанных выводов и при разной основности исходных расплавов. Так, при ассимиляции известняков гранитным расплавом, по составу отвечающим среднему составу нормальных гранитов, образуется гибридная порода, близкая к гранитам. Изменения обнаруживаются в увеличении или уменьшении параметра b , увеличении c и уменьшении a . Ассимиляция известняков гранодиоритовым, кварцево-диоритовым и диоритовым расплавами приводит к образованию гибридов, близких к исходным составам, с теми же различиями, что и в случае гранитов, хотя характеристика b изменяется только в большую сторону и в тем большей степени, чем основнее исходный расплав. Таким образом, ассимиляция кислыми и средними расплавами извести не может привести к образованию пород, принципиально отличающихся по содержанию темноцветных минералов от пород исходных расплавов, и тем более к образованию целой гаммы переходных гибридов от гранитов до габбро включительно.

В качестве петрохимических критериев чисто карбонатной ассимиляции можно рекомендовать наличие избыточного CaO , повышенное значение характеристики c и пониженное значение a . Как видно из рис. 16, параметр a изменяется в больших пределах, нежели c . Дополнительные характеристики петрохимической системы А. Н. Заварицкого также могут служить показателями карбонатной ассимиляции. Повышенные значения m' , n и наличие c' определяются поглощением извести и выносом калия и железа. С этой целью могут также использоваться корреляционные зависимости между окислами и петрохимическими характеристиками, рассчитанные по выборкам эндоконтактовых разностей гранитов. Для карбонатной ассимиляции вероятные корреляционные комплексы, выводимые на основании расчетов привнос — вынос, показаны на рис. 17.

Железо-магнезиальный тип ассимиляции охватывает главным образом ассимиляцию карбонатных пород, богатых железом и магнием. Как и при карбонатной ассимиляции, петрографические признаки промежуточных стадий процесса ассимиляции часто отсутствуют. От гибридизации магматическими породами основного состава этот тип ассимиляции отличается избыточным содержанием железа, магния и кальция и, возможно, механизмом взаимодействия. Привнос Fe , Mg , с одной стороны, и Ca , с другой — может быть из разных источников (например, ассимиляция известняков в условиях диффузионного привноса Fe и Mg).

Гибридные процессы проходят, в общем, по типу карбонатной ассимиляции, однако наличие избыточных концентраций железа и магния делают возможным образование значительного количества темноцветных минералов. На диаграмме рис. 16 пунктирной линией ограничены области значений основных петрохимических характеристик возможных составов гибридных пород при железо-магнезиальном типе ассимиляции. При расчете этих полей исходили из предпосылок, что, во-первых, вся свободная кремнекислота (кварц) связывается с Fe и Mg в салит нормативного состава и, во-вторых, калиевый полевой шпат вытесняется роговой обманкой и салитом. Правомерность таких построений, как

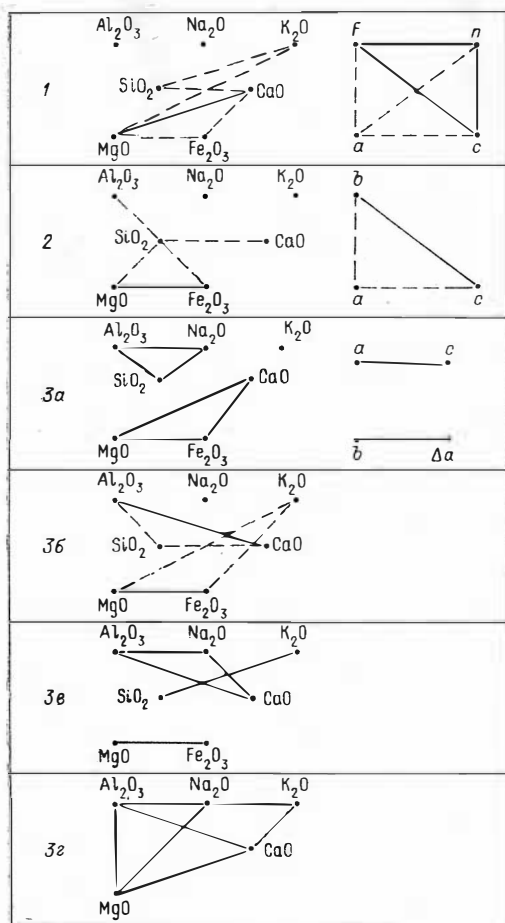


Рис. 17. Вероятные корреляционные комплексы для различных типов ассимиляции.

1 — карбонатный; 2 — железо-магнезиальный; 3 — алюмосиликатный (а — для диоритов; б — для кварцевых диоритов; в — для гранодиоритов; г — для гранитов). Сплошные линии — положительные связи; пунктир — отрицательные связи.

возможности известково-щелочных расплавов возрастают по мере увеличения их кислотности. Более кислые расплавы способны дать и более меланократовые гибриды. Поля значений параметра a для всех разновидностей первичных известково-щелочных гранитоидов и гибридных пород при железо-магнезиальной ассимиляции перекрываются, в то время как на плоскости значений bSc гибриды гранитных расплавов хорошо отделяются от гибридов кварцево-диоритовых и диоритовых расплавов. В этом заключается одно из петрохимических отличий железо-магнезиальной ассимиляции от чисто карбонатной, при которой поля фигуративных точек возможных гибридных пород на петрохимической диаграмме не перекрываются. Другим важным, вероятно, основным петрохимическим признаком железо-магнезиальной ассимиляции являются anomalously высокие значения характеристики b на фоне менее значительных против средних составов начальных расплавов повышения c и понижения a , причем $c \leq 8$, $a \geq 5$. Если рассматривать отклонения составов железо-магнезиально-карбонатных гибридов от соответствующих им средних составов известково-щелочных пород по

и при карбонатной ассимиляции, подтверждается хорошо изученными геологическими примерами. Типичными представителями железо-магнезиальных гибридов, на наш взгляд, являются диопсидовые диориты, описанные А. Н. Заварицким [17] в окрестностях горы Березовой. Здесь между лейкократовыми гранитами и известняками, иногда вблизи от рудных залежей магнетита, залегают диопсидовые и авгитовые диориты и меланократовые пироксен-роговообманковые породы. Для диопсидовых диоритов, как отмечает А. Н. Заварицкий, наиболее типично исчезновение кварца даже в лейкократовых разностях и резко подчиненное плагиоклазу и диопсиду количество калиевого полевого шпата, который в более меланократовых разностях утрачивается вовсе. Анализ гибридного авгитового диорита [17, стр. 242] на диаграмме рис. 16 попадает в поле наиболее основных представителей железо-магнезиальных гибридов гранитного расплава, что согласуется с геологическими данными.

Из диаграммы рис. 16 следует также, что при железо-магнезиальной ассимиляции не отвергается возможность получения гибридных пород разнообразного состава от гранитов до габбро. Ассимиляционные

Дэли, то, например, для кварцевых диоритов горы Магнитной [17] устанавливается аномально высокая щелочность и железистость, а для авгитовых диоритов — низкие, как у гранитов, значения s и высокис, как у габбро, величины b и n . Железистость авгитовых диоритов колеблется в пределах от габбро до гранитов по Дэли.

Алюмосиликатный тип ассимиляции пород основного состава соответствует нормальному гибридизму, по А. Н. Заварицкому. Если бы температуры плавления габброидов не превышали температур гранитного расплава при одинаковых R_{H_2O} в них, то в результате расплавления ксенолитов габбро получались бы какие-то промежуточные по составу расплавы, лежащие на одной прямой, проведенной через составы гранита и габбро. В действительности же происходит усвоение гранитным расплавом твердой горной породы в результате действия петрогенетических процессов, закономерно сменяющихся во времени. Их длительность и энергоемкость, вероятно, весьма значительны, в результате чего сплошь и рядом видны следы процессов усвоения ксенолитов гранитоидами. Ранее [6] был описан типичный случай прямого нормального (по номенклатуре А. Н. Заварицкого) гибридизма в ундинских гранитоидах. Напомним основные особенности этого типа гибридизма в свете обсуждаемых в данном разделе проблем.

В окрестностях Фатимовска высится скальный останец, вытянутый в меридиональном направлении на 300 м. Южная часть останца сложена роговообманковыми габбро-диоритами, северная — гранодиоритами и гранитами. С юга на север по петрографическим признакам выделяются следующие зоны: габбро-диоритов, роговообманково-биотитовых диоритов, кварцсодержащих роговообманково-биотитовых и биотитовых диоритов, кварцевых диоритов, гранодиоритов и гранитов и дайка гранитов второй интрузивной фазы. Химические анализы основных разновидностей пород гибридного ряда, будучи нанесенными на петрохимическую диаграмму А. Н. Заварицкого, выявляют некоторые их особенности.

Вариационная линия, соединяющая фигуративные точки отдельных разновидностей на плоскости s , находится между вариационными линиями естественных известково-щелочных ассоциаций типов Пеле и Лассен-Пик и параллельна им. Таким образом, в тенденции изменения параметра s рассматриваемый гибридный ряд не отличается от естественных известково-щелочных ассоциаций. Иначе проходит вариационная линия на плоскости aSb . Здесь она может быть разделена на два участка. Первый, включающий фигуративные точки габбро-диорита, роговообманкового диорита и кварцсодержащего диорита, точно параллелен оси b , т. е. пересекает вариационные линии естественных известково-щелочных ассоциаций, проходящих, как известно, под острым углом к оси b . Так, по значению характеристики a габбро-диориты являются более щелочными, чем тип Этны, роговообманковые диориты попадают уже на кривую Йеллоустонского парка, а кварцсодержащие диориты менее щелочные, нежели тип Лассен-Пика. Таким образом, отмечается прямо пропорциональная зависимость между значениями характеристик b и $\Delta a = a_{\text{гбб}} - a_{\text{изв.-щел.}}$. Петрографически эта особенность выражается в том, что рассматриваемые породы сложены, по существу, двумя генетически не связанными ассоциациями минералов: ксеногенной ассоциацией андезита с роговой обманкой, почти всегда характеризующейся призматическо-зернистыми либо псевдоофитовыми структурами, и расплавной ассоциацией кварца, калиевого полевого шпата и биотита (встречающихся и порознь), замещающих ксеногенные минералы. Валовое увеличение вновь образованных минералов не сопровождается снижением числа темноцветных компонентов породы и уменьшением основности плагиоклаза. Принимая во внимание структурные и петрохимические особенности пород ряда габбро-диорит-кварц-

содержащий диорит, можно предположить, что, во-первых, все разновидности этого ряда представляют собой измененные в разной степени базальто-диабазы и, во-вторых, что это изменение происходило без расплавления пород.

Второй участок вариационной линии габбро-диорит — гранит охватывает анализы кварцевых диоритов, гранодиоритов, гранитов и на плоскости cSb имеет вид, в общем, обычный для вариационных линий естественных известково-щелочных ассоциаций. В этом проявляется сходство с естественными рядами, кристаллизовавшимися из расплава. Но есть и различие, заключающееся в том, что породы рассматриваемого участка кварцевый диорит — гранит характеризуются крайне неравномерным распределением породообразующих минералов, в результате чего проекция вариационной линии на плоскость aSb имеет вид ломаной кривой, секущей почти все известково-щелочные ассоциации. Это находит объяснение в предположении, что кварцевые диориты, гранодиориты и граниты образовались из расплава, контаминированного в разной степени. Петрохимические отличия гибридных диоритов этого ряда от средних составов по Дэли заключаются в некотором увеличении значений b , в пересыщенности алюминием, в преобладании натрия над калием и магния над железом, как в габброидах.

Анализ количественной оценки изменения содержания отдельных компонентов в породах разного состава в единице объема (рис. 18) показал, что между габбро-диоритами и гранитами существовал обмен. Процесс шел с привносом кремнекислоты и щелочей (преимущественно калия) и выносом из габбро-диоритов кальция, железа, магния. Характеристические корреляционные комплексы породообразующих окислов, выведенные на основании расчетов привнос — вынос, показаны на рис. 17.

Суммируя особенности пород описываемого гибридного ряда с наибольшей вероятностью можно предположить, что они произошли в результате взаимодействия гранитного расплава с ксенолитом основной породы, по составу и структуре близкой к базальтам. Захваченные магмой базальтовые глыбы не расплавлились, а претерпели последовательные изменения, вызванные ее термальным и химическим воздействием. Вначале основную роль играли процессы метаморфизма, затем метасоматоз, селективного плавления и дезинтеграции.

Первичную стадию изменения ксенолита можно схематически разделить на два этапа, обусловленные соответственно привносом Na и K. В условиях прогрева до температур 600—700° и при повышенном химическом потенциале Na в магматическом флюиде, пропитывающем ксенолит, парагенезис основного плагиоклаза с пироксеном сменяется парагенезисом олигоклаза с роговой обманкой. Смена парагенезисов происходит без существенной перекристаллизации, в результате чего роговообманковые габбро-диориты унаследовали общий характер структуры базальтов. На следующем этапе изменения базальтов, связанном с увеличением химического потенциала K, образовались биотит-роговообманковые диориты. При этом (см. корреляционные комплексы) концентрации Al и Na не изменяются; заметный привнос кремнекислоты отмечается только в наиболее кислых разностях, магний, кальций и железо выносятся.

Присутствие в ксенолите флюидной фазы, насыщенной компонентами расплава, способствовало перекристаллизации породы, а местами и выборочному плавлению. На последующих стадиях благодаря увеличению масштабов выборочного плавления заметную роль начинают играть и процессы дезинтеграции измененных пород ксенолита. В условиях все увеличивающегося привноса калия и кремнекислоты испытывают изменения не только феррические минералы (вынос Mg и Fe,

связанный с привнесом К), но и плагиоклазы (деанортитизация — вынос Са и Al). Появляются калиевый полевой шпат и кварц, замещающие все другие минералы. В магму в большом числе попадают (выносятся из ксенолита) уже отдельные ксенокристы измененных пород. Особенно это типично для кварцевых диоритов и гранодиоритов, в которых новообразование калиевого полевого шпата (корреляционный комплекс $K_2O - SiO_2$) сопровождается убыванием плагиоклаза (комплекс $Na_2O - Al_2O_3 - CaO - Na_2O$) и железо-магнезиального компонента. К числу эндоконтактовых гибридов должны быть отнесены кварцевые диориты и гранодиориты. Роговообманковые габбро-диориты и биотит-роговообманковые диориты являются экзоконтактовыми гибридами.

Алюмосиликатная ассимиляция кислых пород в силу близости их составов и температур плавления к гранитоидным магмам происходит при преобладающей роли избирательного плавления, так что состав контаминированных частей расплава будет аддитивно зависеть от состава и соотношения реагирующих компонентов.

Наибольшим колебаниям подвержены кремнекислота, глинозем и щелочи, и в зависимости от их соотношения основность породы может повышаться или понижаться.

ПЕТРОХИМИЯ ГРАНИТОИДОВ УНДИНСКОГО КОМПЛЕКСА

На северо-западе Восточного Забайкалья широко распространены средне-верхнепалеозойские гранитоиды, слагающие крупный Ундино-Шилкинский батолит. В районе Газимурского Завода И. Н. Тихомиров [34] в составе этих гранитоидов выделяет три интрузивных комплекса: 1) среднепалеозойский раннеорогенный кручининский комплекс габбро и диоритов; 2) более молодой среднепалеозойский газимурозаводский комплекс синорогенных полосчатых гранитов, гранодиоритов и кварцевых диоритов; 3) позднеорогенный каменноугольный верхнеундинский комплекс, к которому относится Ундинский плутон, являющийся крайним юго-западным окончанием Ундино-Шилкинского батолита. Массив сформировался как ядерный геосинклинальный плутон в подзоне центрального прогиба палеозойской геосинклинали Восточного Забайкалья [19]. Слагающие плутон породы обнажены в корродированном ядре Ундинского антиклинория и по периферии плутона трансгрессивно перекрыты морскими отложениями октаганской и верхнегазимурской свит нижне-среднеюрского возраста. О характере экзо- и эндоконтактовых процессов можно судить лишь на основании изучения взаимоотношений гранитоидов с ксенолитами вмещающих пород, а ундуляция

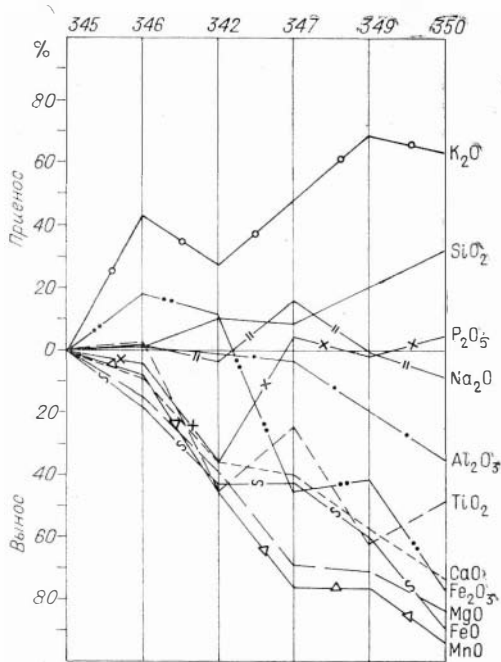


Рис. 18. Изменения содержания окислов в единице объема при алюмосиликатной ассимиляции пород основного состава.

345 — габбро-диорит; 346 — роговообманковый диорит; 342 — биотитовый кварцсодержащий диорит; 347 — кварцевый диорит; 349 — гранодиорит; 350 — гранит.

шарнира Ундинской антиклинали позволяет наблюдать на дневной поверхности как более насыщенные слабо переработанными ксенолитами апикальные части плутона, так и более глубинные фации с меньшим содержанием сильно измененных ксенолитов. Комплекс представлен двумя резко различными группами пород:

1. Гранитоиды пестрого состава — порфировидные граниты, гранодиориты, адамеллиты, плагиограниты, кварцевые диориты, диориты, тесно связанные постепенными переходами друг с другом. В них чрезвычайно широко распространены крупные и мелкие ксенолиты нижне-среднепалеозойских осадочных образований и магматических пород основного состава (долериты, габбро, габбро-диориты). Параксенолиты представлены мраморизованными известняками, двуслюдяными, андалузитовыми и кордиеритовыми кристаллическими сланцами, гнейсами, кварцитами, ороговикоподобными песчаниками. Ортоксенолиты встречаются чаще параксенолитов и по размерам не превышают первых сотен квадратных метров. Основная масса их связана с порфировидными гранитами и гранодиоритами серий постепенных по характеру контактов и по петрографическим и структурным особенностям разностей. Останцы метаморфизованных осадочных пород чаще образуют крупные, до нескольких квадратных километров по площади, блоки, контрастно отделяющиеся от окружающих их гранитоидов. Постепенные переходы к гранитам характерны для небольших ксенолитов ороговикоподобных песчаников.

2. Биотитовые и лейкократовые граниты, адамеллиты. Эти породы прорывают гранитоиды пестрого состава и отличаются от них четко выраженной штоко- или дайкообразной формой тел и постоянством состава.

Возрастные взаимоотношения названных двух основных групп обычно не вызывают сомнений. Более сложно устанавливается последовательность образования отдельных разновидностей в группе гранитоидов пестрого состава. Традиционные схемы расчленения предусматривают выделение последовательных интрузивных фаз, начиная с габброидов и кончая порфировидными гранитами. Детальное изучение минералогии, петрографии и геохимии пород ундинского комплекса позволило нам в качестве наиболее вероятной гипотезы принять, что, во-первых, габброиды и граниты не являются членами единого эволюционного ряда и кристаллизовались на разных тектоно-магматических этапах; интрузия основных пород предшествовала образованию гранитоидов и должна быть отнесена к более раннему, ниже-среднепалеозойскому интрузивному комплексу. И, во-вторых, гранитоиды пестрого состава формировались в один этап в результате взаимодействия гранитного расплава с вмещающими толщами песчаников, сланцев и известняков, пронизанных телами габброидов.

При формировании пестрых гранитоидов ундинского комплекса вещество ксенолитов претерпело три последовательных этапа преобразования: метаморфизм, метасоматоз и дезинтеграцию. Метаморфизм пород, вмещающих ундинские гранитоиды, носит прогрессивный характер с образованием ассоциаций минералов, типичных для амфибол-роговиковой фации контактового метаморфизма, по В. В. Ревердатто [30]. В непосредственной близости от гранитов в кварцево-полевошпатовых роговиках видны следы плавления, выражающиеся в образовании мелких изометричных изолированных участков крупнозернистого гранита гипидиоморфнозернистой структуры. Метасоматическое замещение ксенолитов и их дезинтеграция устанавливаются в основном при алюмосиликатной гибридизации гранитов основными магматогенными породами и рассмотрены выше.

Для выяснения петрохимических особенностей гранитоидов Ундинского массива совершенно недостаточно располагать анализами только

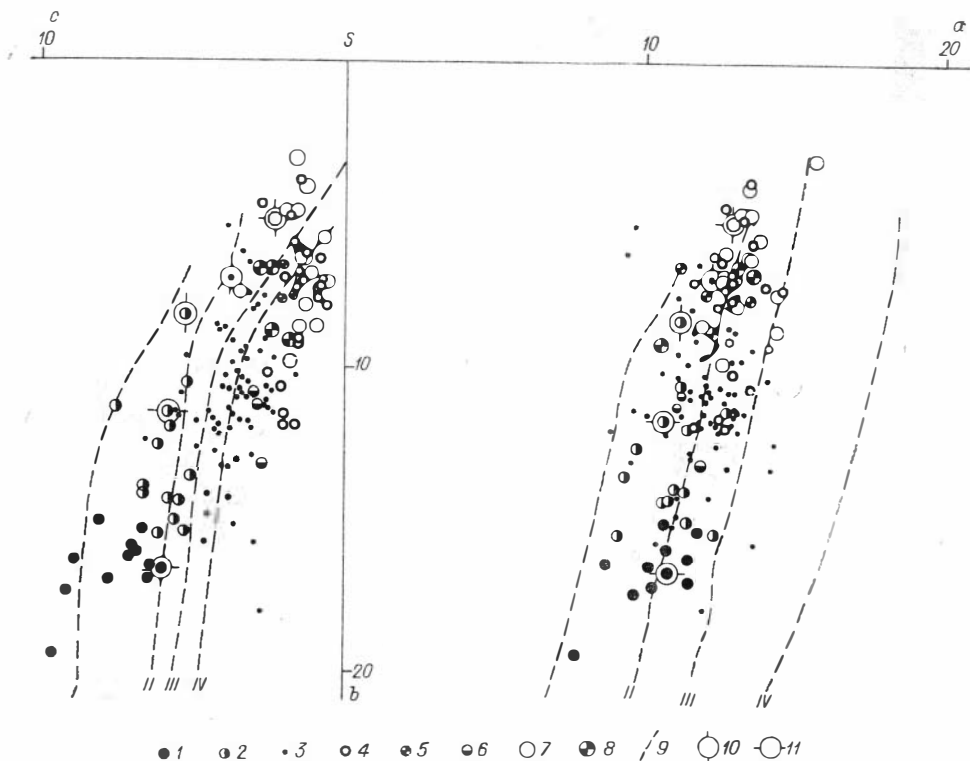


Рис. 19. Петрохимическая диаграмма гранитоидов ундинского комплекса.

1 — диориты; 2 — кварцевые диориты; 3 — гранодиориты; 4 — порфировидные граниты первой интрузивной фазы; 5 — адалеллиты первой интрузивной фазы; 6 — плагиограниты первой интрузивной фазы; 7 — граниты второй интрузивной фазы; 8 — адалеллиты второй интрузивной фазы; 9 — вариационные линии естественных известково-щелочных ассоциаций по А. Н. Заварицкому (I — тип Пеле; II — тип Лассен-Пик; III — тип Йеллоустонского парка; IV — тип Этны); 10 — средние составы пород по А. А. Беусу, А. А. Ситнину; 11 — средние составы пород по Дзю.

наиболее типичных разновидностей. Разнообразие петрографического состава пород настолько велико, что едва ли не каждый штучный образец характеризуется своими особенностями состава и структуры. Применение квантометрического метода определения химического состава пород позволяет значительно расширить число анализируемых образцов, сохраняя разумные пропорции между стоимостью решения и значимостью поставленной задачи. Достаточная надежность квантометрического метода при петрохимических исследованиях установлена ранее при комплексном изучении метаморфизма глаукофановых сланцев Камчатки Н. Л. Добрецовым и др. [13]. Непосредственно на квантометре определялось содержание семи главных породообразующих компонентов, а именно: кремния, титана, алюминия, железа, марганца, магния и кальция. Доля закисного железа и п. п. п. обычно уточняются химическими методами. Щелочи определялись на пламенном фотометре. Подготовка проб, контрольных образцов и методика их анализа на квантометре подробно изложены в работе Н. В. Арнаутова и др. [2]. Эти же исследователи в лаборатории ИГиГ СО АН СССР проанализировали приводимые в настоящей работе образцы ундинских гранитоидов из нашей коллекции. Для анализа отбирались 2—3-килограммовые штучные образцы однородного состава и структуры. Группировка анализов, согласно петрографической номенклатуре, проведена путем сравнения химического состава пород со средними составами гранитоидов Советского Союза, по данным А. А. Беуса, А. А. Ситнина [4]. Одним из достоинств предлагаемого этими авторами способа классификации является возможность с 95%-ной вероятностью по соотношению Ca, Na, K

Результаты квантометрического определения химического состава пород ундинского комплекса и основные петрохимические характеристики
А. Н. Заварицкого

Номер пробы	SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	MnO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	П. п. п.	Σ	a	c	b	S	n	t	Q	a/c	F	α
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
<i>Диориты</i>																					
5-2	54,0	0,98	21,40	7,20	0,22	3,00	5,60	3,72	1,87	2,9	100,89	11,4	7,1	16,3	65,1	75,1	1,3	0,31	1,6	54,8	0,38
5-11	52,0	0,98	21,30	8,90	0,27	3,80	7,10	3,00	1,77	2,0	101,12	9,7	9,2	17,4	63,7	72,0	1,4	1,31	1,1	54,2	0,32
5-91	54,0	0,84	17,30	9,00	0,33	3,80	5,80	3,44	1,72	2,1	98,33	10,7	7,0	16,0	66,3	75,2	1,2	4,09	1,5	54,5	0,43
5-151	55,0	0,96	19,20	8,00	0,28	3,40	7,70	3,30	2,03	0,7	100,57	10,7	8,1	15,1	66,1	71,2	1,3	2,83	1,3	54,3	0,40
5-153	56,0	0,82	18,50	9,00	0,28	3,60	5,50	3,36	1,74	1,3	100,10	10,3	6,9	16,1	66,7	74,6	1,1	5,88	1,5	55,8	0,40
5-167	52,0	0,74	19,00	8,60	0,26	5,30	9,00	2,42	1,32	2,6	101,24	7,7	9,6	19,5	63,2	73,6	1,1	1,45	0,8	45,0	0,28
5-168	55,0	0,40	18,80	7,20	0,22	4,20	8,70	3,05	1,09	1,5	100,16	8,7	8,9	16,4	66,0	81,0	0,5	5,73	1,0	46,4	0,33
5-193	55,0	0,80	18,80	11,60	0,32	2,80	5,20	3,59	2,16	0,8	101,07	11,4	6,5	17,0	65,1	71,6	1,1	1,01	1,7	67,7	0,44
5-223	56,0	1,00	18,30	9,60	0,29	3,60	5,70	3,88	2,03	0,9	101,30	11,8	6,7	15,4	66,1	74,4	1,3	2,06	1,8	57,4	0,47
5-340	55,0	0,74	16,10	8,70	0,28	3,60	6,50	3,33	1,52	4,6	100,37	10,1	6,4	16,6	66,9	76,9	1,0	7,21	1,6	55,0	0,44
5-341	55,0	0,86	18,20	9,90	0,29	4,20	6,30	3,40	1,77	0,8	100,72	9,9	7,0	20,8	62,2	74,5	1,2	2,33	1,4	17,6	0,41

Кварцевые диориты

5-78	60,0	0,70	17,60	7,30	0,26	2,30	4,60	3,35	2,55	1,2	99,86	11,4	5,8	12,0	70,8	66,6	0,9	13,06	2,0	61,6	0,47
5-92	63,0	0,53	15,90	6,20	0,13	2,40	5,00	3,48	2,32	1,8	100,76	11,2	5,2	10,6	73,3	69,5	0,6	18,52	2,2	56,6	0,52
5-93	60,0	0,72	19,00	6,50	0,20	2,70	4,50	3,50	1,96	1,4	100,48	10,6	5,5	14,4	69,4	73,1	0,9	12,05	1,9	54,9	0,47
5-94	63,0	0,66	14,60	7,40	0,19	3,63	5,00	2,79	2,19	1,1	100,56	9,3	5,1	13,6	72,0	65,9	0,8	20,31	1,8	50,7	0,48
5-138	58,0	0,74	17,80	9,30	0,26	3,10	5,50	3,68	1,82	0,5	100,70	11,0	6,7	13,9	68,3	75,4	0,9	7,83	1,5	60,2	0,45
5-140	60,0	0,74	18,20	8,30	0,28	3,00	5,10	3,00	1,67	0,7	100,99	9,1	6,2	15,5	69,2	73,2	0,9	14,03	1,4	58,3	0,37
5-170	60,0	0,60	19,10	6,70	0,19	2,86	4,70	3,42	2,11	1,0	100,68	10,7	5,8	14,4	69,2	71,1	0,8	11,27	1,8	54,2	0,41
5-271	58,0	0,72	16,50	7,90	0,31	3,30	6,20	3,48	2,38	1,0	99,79	11,4	5,6	15,0	68,0	69,0	0,9	7,58	2,0	54,7	0,50
5-300	57,0	0,78	20,50	7,10	0,22	2,20	5,95	4,06	2,18	1,2	101,19	12,6	7,6	11,4	68,4	73,9	1,0	3,96	1,7	62,0	0,44
5-337	61,0	0,62	17,20	6,90	0,23	2,87	5,00	3,19	1,73	1,5	100,24	9,8	6,2	12,6	71,4	73,7	0,8	17,16	1,6	54,8	0,41
5-338	58,0	0,74	19,20	8,50	0,26	2,80	5,40	3,80	1,85	0,4	100,95	11,3	6,7	14,1	67,9	75,7	1,0	6,62	1,7	60,5	0,43

Кальцилотовые гранодиориты

5-20	64,0	0,56	17,60	5,80	0,16	1,90	4,25	4,51	1,33	0,5	100,61	11,9	5,2	9,7	73,3	83,8	0,6	17,6	2,3	60,6	0,50
5-33	62,0	0,70	16,60	6,90	0,19	3,10	4,50	3,60	2,18	1,3	101,07	11,2	5,5	11,6	71,7	71,5	0,8	15,4	2,0	52,9	0,50

5-59	67,0	0,44	16,80	5,50	0,15	1,70	3,60	3,23	1,38	0,7	100,50	8,9	4,3	12,1	74,8	78,0	0,5	27,4	2,1	62,0	0,40
5-61	62,0	0,52	20,50	6,30	0,17	1,60	3,80	3,81	1,96	1,5	102,16	11,0	4,3	14,9	69,5	74,7	0,6	12,5	2,4	66,5	0,41
5-69	60,0	0,70	16,30	7,80	0,30	2,25	4,00	4,31	2,42	2,2	100,28	13,3	4,5	11,5	70,6	73,0	0,9	10,0	2,9	63,6	0,59
5-79	62,0	0,52	17,20	8,70	0,24	2,20	3,70	3,44	2,55	—	100,55	11,2	4,5	14,0	70,3	67,2	0,6	13,8	2,5	66,6	0,49
5-97	61,0	0,62	19,90	5,90	0,18	2,30	3,80	3,20	2,42	1,4	100,72	10,4	4,6	15,8	69,2	66,8	0,8	12,9	2,3	56,4	0,40
5-127	63,0	0,54	18,20	6,75	0,12	1,80	3,60	4,13	1,76	0,6	100,50	11,5	4,3	12,8	71,4	78,1	0,6	15,3	2,7	65,4	0,48
5-133	62,0	0,46	18,50	7,10	0,22	1,60	4,00	4,40	1,82	0,5	100,60	12,4	4,9	11,7	71,0	78,6	0,5	12,5	2,5	69,1	0,50
5-144	64,0	0,60	17,60	5,20	0,20	2,40	3,50	4,05	1,94	1,0	100,49	11,6	4,2	11,9	72,3	76,1	0,7	17,3	2,7	52,2	0,50
5-159	63,0	0,58	18,80	5,10	0,18	1,80	3,60	3,90	2,51	—	99,47	12,2	4,4	11,7	71,8	70,2	0,7	14,8	2,8	58,9	0,49
5-183	61,0	0,88	18,10	7,20	0,21	2,40	4,00	4,10	2,31	1,0	101,20	12,4	4,9	12,6	70,2	73,0	1,1	10,7	2,5	60,2	0,51
5-219	56,0	0,70	21,60	6,70	0,19	2,20	5,20	4,65	2,47	0,6	100,31	14,3	6,6	12,5	66,6	74,1	0,9	2,0	2,2	60,6	0,48
5-227	62,0	0,65	17,70	6,70	0,20	2,30	4,40	4,20	1,92	0,7	100,77	12,1	5,4	10,9	71,6	76,9	0,8	13,5	2,2	59,5	0,51
5-230	65,0	0,54	16,10	5,95	0,22	1,85	3,46	3,77	3,15	0,9	100,94	12,8	4,2	8,7	74,2	64,5	0,6	18,6	3,0	61,9	0,60
5-269	61,0	0,72	18,10	6,90	0,26	2,20	4,50	3,78	2,41	0,7	100,57	12,0	5,6	11,5	70,9	70,4	0,9	12,4	2,2	61,3	0,49

Нормальные гранодиориты

5-4	66,0	0,44	14,70	4,80	0,15	2,00	2,80	3,44	2,35	1,9	98,58	11,1	3,4	9,6	75,9	69,0	0,5	26,3	3,2	54,8	0,56
5-5	65,0	0,50	18,40	4,60	0,16	1,80	3,50	3,44	2,26	1,3	100,96	10,7	4,2	12,2	73,0	69,8	0,6	20,4	2,5	56,3	0,44
5-29	65,0	0,56	17,50	5,70	0,22	1,60	3,20	4,10	2,37	0,8	101,05	12,2	3,8	10,8	73,1	72,4	0,6	17,9	3,2	64,3	0,53
5-44	65,0	0,48	17,30	5,70	0,17	1,50	2,90	3,65	2,55	0,7	99,95	11,6	3,5	11,8	73,2	68,5	0,5	19,8	3,3	65,7	0,51
5-46	66,0	0,54	16,50	5,30	0,18	1,60	3,20	3,68	2,13	1,2	100,33	11,1	3,8	10,4	74,7	72,4	0,6	23,3	2,9	62,6	0,51
5-57	66,0	0,40	16,80	4,30	0,12	1,60	3,10	3,92	1,95	1,5	99,69	11,4	3,7	9,9	74,9	75,3	0,4	23,3	3,0	57,6	0,51
5-66	67,0	0,54	16,00	5,23	0,20	2,20	3,10	3,45	1,90	1,4	101,02	10,1	3,7	11,6	74,6	73,4	0,6	25,4	2,7	54,6	0,48
5-89	66,0	0,48	16,50	5,10	0,15	1,45	2,60	3,28	3,02	1,6	100,18	11,5	3,1	11,0	74,4	62,3	0,5	22,9	3,7	64,0	0,52
5-104	63,0	0,54	18,90	5,20	0,18	1,20	3,10	3,60	3,49	1,0	100,21	12,9	3,8	11,4	71,9	61,1	0,6	14,1	3,4	68,6	0,51
5-161	65,0	0,46	19,10	4,70	0,15	1,33	3,40	3,65	3,28	—	101,07	12,5	4,0	10,7	72,7	62,8	0,5	16,3	3,1	64,1	0,50
5-164	65,0	0,40	18,20	3,70	0,14	1,30	3,30	3,47	3,69	1,7	100,90	13,0	4,0	8,8	74,2	58,8	0,5	18,4	3,2	59,0	0,53
5-178	66,0	0,52	16,80	5,20	0,21	1,90	2,90	3,75	2,67	1,1	101,05	11,9	3,4	10,9	73,8	68,1	0,6	20,4	3,4	58,0	0,54
5-194	66,0	0,54	15,00	6,10	0,20	2,00	3,50	3,39	2,94	0,4	100,07	11,7	4,2	8,8	75,3	63,7	0,6	23,0	2,8	60,6	0,58
5-195	67,0	0,22	15,60	4,80	0,15	1,50	2,80	3,59	3,54	0,9	100,10	13,0	3,4	7,8	75,9	60,6	0,2	22,4	3,8	61,8	0,62
5-198	66,0	0,52	16,20	6,40	0,20	1,90	3,00	2,92	2,34	1,0	100,48	9,6	3,6	13,1	73,7	65,5	0,6	24,6	2,7	63,0	0,45
5-199	64,0	0,36	17,60	4,30	0,11	1,20	2,70	3,60	3,83	1,4	99,10	13,6	3,3	9,4	73,7	58,8	0,4	16,8	4,1	64,4	0,57
5-213	63,0	0,58	18,50	6,50	0,19	1,60	3,20	3,85	3,33	—	100,75	13,1	3,8	12,0	71,1	63,7	0,7	12,1	3,4	67,2	0,54
5-214	55,0	0,60	17,60	5,30	0,21	1,70	2,90	3,92	3,09	1,3	101,62	12,8	3,5	10,8	72,9	65,8	0,7	16,6	3,7	61,2	0,56
5-216	69,0	0,74	17,70	7,60	0,21	2,80	3,30	4,67	2,55	2,1	100,67	14,2	4,1	13,3	68,5	73,6	0,9	4,6	3,5	57,8	0,59
5-217	66,0	0,36	17,50	4,90	0,14	1,00	3,10	4,21	2,28	1,0	100,49	12,5	3,7	9,2	74,6	73,7	0,4	20,5	3,3	71,2	0,54
5-243	74,0	0,22	14,30	3,40	0,12	0,70	2,90	3,50	1,43	0,4	100,97	9,4	3,4	6,3	81,0	78,8	0,2	39,7	2,7	71,0	0,51

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
5-253	62,0	0,60	18,10	7,80	0,28	2,00	3,20	3,85	2,63	—	100,46	12,1	3,8	14,2	69,8	69,0	0,7	11,6	3,2	66,3	0,51
5-260	63,5	0,38	19,00	4,30	0,80	1,25	2,80	5,00	2,17	1,5	100,08	14,1	3,4	10,4	72,1	77,8	0,5	12,7	4,2	63,5	0,56
5-274	62,0	0,50	19,60	4,80	0,20	1,70	3,00	3,70	1,85	1,0	98,35	10,8	3,6	15,2	70,4	75,2	0,6	15,7	3,0	58,8	0,41
5-296	72,0	0,20	14,20	2,60	0,11	1,00	3,20	3,19	1,93	1,4	99,83	9,7	3,8	5,4	81,1	71,5	0,2	38,9	2,5	56,8	0,52
5-328	61,0	0,68	18,20	7,23	0,23	1,90	3,30	3,64	3,23	1,5	100,91	12,7	4,0	13,3	70,0	63,1	0,8	10,5	3,2	65,8	0,52
5-354	67,0	0,42	16,70	5,80	0,20	1,10	2,90	3,48	2,92	—	100,52	11,6	3,4	10,2	74,8	64,4	0,5	22,8	3,4	72,7	0,53

Кальцитоховые гранодиориты

5-28	66,0	0,36	19,00	3,74	0,12	1,10	2,40	3,66	3,49	0,5	100,37	14,4	1,5	8,8	75,3	49,6	0,3	20,2	9,4	75,7	0,65
5-30	66,0	0,42	17,10	4,60	0,13	1,50	2,70	4,02	2,86	0,7	100,03	12,8	3,2	9,8	74,2	68,1	0,5	19,6	3,9	60,8	0,57
5-40	70,0	0,30	16,70	3,05	0,15	0,80	2,50	3,27	3,33	1,0	101,10	11,6	2,9	8,1	77,3	59,9	0,3	28,4	3,9	65,8	0,54
5-54	67,0	0,44	15,60	4,50	0,13	1,50	2,30	3,68	2,75	1,5	99,40	11,9	2,8	9,6	75,7	67,0	0,5	24,7	4,3	60,2	0,58
5-55	64,0	0,56	16,80	6,60	0,15	1,65	2,60	3,71	2,42	1,7	100,19	11,6	3,1	12,9	72,4	70,0	0,6	18,6	3,7	66,9	0,52
5-58	71,0	0,18	15,30	3,60	0,09	0,80	2,30	3,11	3,20	0,5	100,08	11,2	2,7	7,7	78,4	59,6	0,2	31,9	4,1	69,4	0,56
5-60	70,0	0,24	17,20	3,00	0,13	0,70	1,40	2,87	4,37	1,5	101,41	12,0	1,6	10,3	76,0	49,9	0,3	26,2	7,4	68,4	0,55
5-129	68,0	0,34	17,70	4,05	0,14	0,90	2,00	3,50	4,15	—	100,78	13,2	2,3	9,8	74,6	56,2	0,4	20,5	5,6	69,4	0,58
5-130	67,0	0,32	18,20	4,90	0,11	1,00	2,10	3,45	3,92	—	101,00	12,7	2,4	11,5	73,3	57,2	0,4	18,7	5,2	71,2	0,54
5-131	66,0	0,48	17,30	6,10	0,21	1,30	2,60	3,45	3,75	—	101,19	12,6	3,1	11,1	73,2	58,3	0,5	18,0	4,1	70,3	0,56
5-156	69,0	0,50	14,50	6,00	0,25	1,20	2,20	3,28	3,36	—	100,29	11,7	2,6	9,1	76,6	59,7	0,5	27,0	4,5	71,6	0,62
5-162	65,0	0,46	18,00	6,30	0,16	1,20	2,70	3,59	3,51	—	100,92	12,7	3,2	11,8	72,3	60,8	0,5	16,2	4,0	72,6	0,54
5-196	65,0	0,46	18,10	5,70	0,19	1,30	2,60	3,59	3,38	0,7	101,02	12,5	3,1	12,0	72,4	61,7	0,5	16,7	4,0	68,9	0,53
5-221	68,0	0,32	16,10	4,25	0,10	1,10	2,40	3,59	3,62	0,5	99,98	12,9	2,9	8,0	76,2	60,1	0,4	23,7	4,5	66,1	0,61
5-275	70,0	0,44	15,20	5,00	0,21	1,60	2,20	3,55	1,65	0,7	100,55	9,7	2,5	11,4	76,3	76,6	0,5	30,5	3,8	61,2	0,50
5-284	68,0	0,30	18,30	4,10	0,15	0,80	2,20	3,66	3,08	—	100,59	12,0	2,6	11,1	74,3	64,4	0,3	22,0	4,7	72,1	0,51
5-286	63,0	0,22	15,60	4,15	0,15	7,60	2,35	3,48	3,42	0,5	100,47	11,9	2,7	18,0	67,5	60,7	0,3	8,6	4,4	21,6	0,60
5-288	62,0	0,36	15,90	4,20	0,23	7,10	2,60	3,64	4,27	0,5	100,80	13,6	3,0	15,8	67,6	56,4	0,4	5,0	4,5	23,0	0,67
5-301	68,0	0,39	18,50	3,50	0,17	1,20	2,10	3,52	4,00	—	101,38	12,9	2,4	10,8	73,9	57,2	0,4	19,6	5,3	59,6	0,55
5-349a	72,0	0,24	15,20	3,20	0,11	0,75	2,20	3,55	3,03	—	100,28	11,8	2,6	6,6	79,0	64,0	0,2	31,9	4,6	68,3	0,60
5-350a	67,0	0,38	16,90	5,40	0,13	1,50	2,70	3,84	2,74	0,9	101,49	12,0	3,2	10,6	74,2	68,0	0,4	21,0	3,8	64,5	0,55
5-351	69,0	0,28	17,20	4,10	0,10	1,00	2,13	3,33	3,20	—	100,34	11,5	2,5	10,7	75,4	61,3	0,3	25,3	4,6	67,4	0,52

Фемилетовые граниты первой интрузивной фазы

5-111	66,0	0,42	15,10	6,70	0,15	1,60	1,70	3,44	3,61	1,1	99,82	12,5	2,0	11,6	73,8	59,2	0,5	20,5	6,2	67,9	0,63
5-126	67,0	0,32	17,60	5,00	0,14	0,90	1,80	3,60	4,17	0,5	101,03	13,5	2,1	10,8	73,7	56,7	0,4	18,3	6,4	73,7	0,59
5-205	66,0	0,34	14,70	9,10	0,20	1,00	1,70	3,07	4,30	—	100,41	12,7	2,0	11,9	73,4	52,0	0,4	19,5	6,3	82,1	0,66

5-206	70,0	0,20	15,20	4,80	0,11	1,40	1,35	2,92	3,23	0,4	99,61	10,6	1,6	11,9	75,9	57,9	0,2	29,1	6,8	63,4	0,55
5-212	68,0	0,34	16,30	4,80	0,20	0,73	1,30	3,65	4,54	1,0	100,86	14,1	1,5	9,3	75,1	55,0	0,4	20,3	9,2	76,8	0,67
5-255	73,0	0,08	12,80	6,05	0,11	0,20	0,55	2,90	4,56	0,6	100,85	12,4	0,6	8,0	79,0	49,1	0,1	32,6	19,4	93,8	0,76
5-289	72,0	0,31	15,20	5,35	0,15	1,00	1,35	3,55	4,10	—	101,01	12,8	1,5	9,1	76,6	56,8	0,3	25,9	8,4	73,0	0,68
5-302	67,0	0,50	15,80	5,80	0,21	1,60	2,15	3,64	3,65	—	100,35	12,9	2,5	10,2	74,4	60,2	0,6	20,3	5,1	64,7	0,63

Нормальные граниты первой интрузивной фазы

5-102	69,0	0,26	14,80	4,80	0,16	0,50	1,35	3,11	5,10	—	99,08	14,0	1,6	7,3	77,2	48,1	0,3	24,8	8,7	82,9	0,72
5-113	73,0	0,24	13,30	3,70	0,16	0,50	1,10	2,87	4,42	0,9	100,19	12,3	1,3	6,3	80,1	49,7	0,2	34,4	9,5	78,9	0,71
5-128	73,0	0,22	13,10	4,40	0,09	0,60	1,20	2,48	4,54	0,6	100,23	11,6	1,4	7,2	79,9	45,4	0,2	35,2	8,2	78,7	0,69
5-182	72,0	0,20	15,00	3,30	0,12	0,50	1,30	3,42	4,10	0,5	100,44	12,9	1,5	6,9	78,6	55,9	0,2	29,9	8,5	76,9	0,67
5-200	70,0	0,32	14,70	4,40	0,15	0,75	1,70	3,25	4,31	0,7	100,28	13,1	2,0	7,1	77,8	53,4	0,3	27,4	6,5	74,8	0,68
5-207	74,0	0,18	13,40	2,73	0,13	0,50	1,30	3,45	4,45	—	100,14	13,5	1,5	3,9	81,1	54,1	0,2	33,6	8,9	73,4	0,78
5-218	72,0	0,18	13,70	4,00	0,10	0,40	1,50	3,05	4,80	0,9	100,63	13,3	1,8	5,1	79,8	49,1	0,2	31,2	7,5	83,5	0,74
5-234	70,0	0,30	13,80	3,60	0,15	0,75	2,30	3,25	3,82	—	97,97	12,7	2,8	4,7	79,8	56,4	0,3	31,5	4,5	70,8	0,69
5-290	72,0	0,18	14,60	3,60	0,14	0,70	1,50	3,64	4,21	0,4	100,97	13,6	1,7	5,9	78,8	56,8	0,2	28,6	7,7	72,2	0,72

Кальцитоховые граниты первой интрузивной фазы

5-65	73,0	0,08	15,10	2,20	0,08	0,25	0,60	2,72	5,21	1,6	100,84	12,9	0,7	7,2	79,2	44,2	0,1	31,8	18,5	81,6	0,67
5-163	74,0	0,06	14,30	2,60	0,12	0,10	0,70	3,59	3,60	0,5	99,57	12,5	0,8	6,5	80,2	60,2	0,1	34,5	15,4	92,9	0,68
5-185	71,0	0,10	17,00	2,10	0,09	0,25	0,80	3,42	5,38	—	100,14	14,6	0,9	7,4	77,0	49,1	0,1	23,9	15,7	80,9	0,67
5-252	72,0	0,14	12,80	5,60	0,12	0,30	0,70	2,80	4,85	—	99,31	12,7	0,8	7,4	79,1	46,7	0,2	31,8	15,5	90,4	0,77
5-282	72,0	0,14	14,60	3,85	0,11	0,40	0,80	3,33	4,25	0,4	99,88	12,9	0,9	7,8	78,3	54,4	0,2	30,0	13,9	82,9	0,69

Плагiogраниты первой интрузивной фазы

5-84	68,0	0,36	15,40	6,35	0,12	1,70	2,50	4,57	1,10	—	100,10	11,2	2,9	10,9	74,9	86,3	0,4	24,4	3,8	65,4	0,56
5-114	66,0	0,70	14,20	6,50	0,18	2,20	2,40	3,96	1,74	2,2	100,08	11,1	2,9	11,3	74,7	77,6	0,8	24,4	3,9	59,9	0,59
5-249	67,0	0,22	18,10	4,10	0,15	2,40	2,30	4,55	1,69	0,8	101,31	11,8	2,6	13,2	72,4	80,4	0,2	18,4	4,4	46,3	0,51

Адамеллиты первой интрузивной фазы

5-356	70,0	0,26	15,50	4,10	0,13	0,80	1,70	4,55	2,76	—	100,20	13,5	2,0	7,8	76,7	71,5	0,3	24,5	6,8	72,1	0,66
5-360	72,0	0,26	13,80	4,90	0,12	0,80	1,50	3,48	3,35	—	100,21	12,0	1,8	7,6	78,6	61,2	0,3	31,5	6,9	75,6	0,68

Нормальные граниты второй интрузивной фазы

5-36	74,0	0,16	14,50	3,40	0,13	0,16	0,60	2,40	5,75	—	101,10	12,8	0,7	7,2	79,3	38,8	0,2	32,3	18,6	91,5	0,70
5-70	72,5	0,22	14,80	3,60	0,14	0,30	0,80	2,48	4,88	0,5	100,22	11,9	0,9	8,6	78,5	43,6	0,2	32,3	12,9	85,8	0,63

Окончание табл. 12

Окончание табл. 12

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
5-77	73,0	0,20	13,20	4,10	0,13	0,50	1,20	2,60	4,35	—	99,79	12,3	1,4	6,2	80,1	41,8	0,2	34,1	8,7	80,5	0,72	
5-109	74,0	0,16	13,45	2,40	0,11	0,50	1,10	3,60	4,23	0,8	100,35	13,5	1,3	4,1	81,1	56,4	0,2	33,8	10,5	70,8	0,78	
5-115	72,0	0,24	13,80	3,85	0,14	0,60	1,70	3,45	4,17	0,5	100,45	13,3	2,0	5,0	79,7	55,7	0,2	30,9	6,6	75,4	0,74	
5-120	65,0	0,50	16,30	6,00	0,22	1,10	2,90	3,50	4,62	—	100,14	14,4	3,5	7,6	74,5	53,5	0,6	16,5	4,1	73,4	0,66	
5-157	74,0	0,12	16,10	2,00	0,10	0,10	1,00	3,45	4,19	—	101,06	12,8	1,1	7,0	79,0	55,6	0,1	31,3	11,2	91,0	0,63	
5-220	74,0	0,05	14,10	3,10	0,07	0,20	0,60	2,75	5,77	—	100,64	13,7	0,7	5,8	79,9	42,0	0,1	31,7	19,7	88,7	0,76	
5-224	68,0	0,24	17,00	3,70	0,07	0,60	1,30	3,34	5,15	0,7	100,10	14,4	1,5	8,8	75,3	49,6	0,3	20,2	9,4	75,7	0,65	
5-244	72,0	0,18	14,80	3,60	0,13	0,55	1,30	3,42	4,54	0,7	101,22	13,5	1,5	6,4	78,6	53,1	0,2	28,6	8,9	76,8	0,71	
5-245	72,0	0,06	15,10	2,50	0,08	0,20	1,35	2,73	7,02	—	101,04	15,7	1,6	3,2	79,5	46,4	0,1	25,9	9,8	86,3	0,80	
5-246	73,0	0,13	14,30	2,83	0,10	0,30	1,30	2,90	5,10	—	99,96	13,3	1,5	5,0	80,1	46,4	0,1	32,2	8,7	82,6	0,72	
5-280	71,0	0,24	15,70	3,10	0,16	0,50	1,10	3,40	4,27	—	99,47	13,1	1,3	8,0	77,6	54,8	0,2	27,7	10,2	75,8	0,65	
5-292	72,0	0,12	14,30	3,90	0,05	0,40	1,10	2,44	5,87	—	100,18	13,4	1,3	6,4	78,9	38,7	0,1	29,8	10,4	83,1	0,72	
5-303	72,0	0,14	14,60	3,80	0,16	0,40	1,20	3,40	3,98	0,4	100,08	12,7	1,4	7,2	78,7	56,5	0,2	30,6	9,1	82,8	0,68	
5-304	70,0	0,14	18,00	2,90	0,09	0,50	1,60	3,48	3,85	0,5	101,05	12,6	1,8	9,9	75,7	57,9	0,1	24,4	6,8	74,6	0,55	

Адамеллиты второй интрузивной фазы

5-18	73,0	0,20	16,40	2,90	0,12	0,35	1,60	3,55	2,40	—	103,53	10,6	1,8	9,3	78,2	69,3	0,2	33,2	5,8	80,7	0,51
5-90	73,0	0,14	15,20	2,50	0,07	0,60	2,00	3,75	2,37	0,9	103,53	11,2	2,3	6,7	79,7	70,6	0,1	34,7	4,8	67,8	0,57
5-119	69,5	0,32	15,50	4,80	0,12	0,90	2,00	3,60	3,12	—	91,83	12,0	2,4	8,9	76,7	63,7	0,3	27,0	5,1	72,9	0,60
5-137	70,0	0,28	16,00	3,30	0,03	0,25	2,00	3,92	3,75	—	101,78	13,6	2,4	6,8	77,2	61,4	0,3	24,9	5,8	63,7	0,66
5-169	69,0	0,32	15,00	4,20	0,12	1,00	2,30	3,75	3,23	1,2	103,12	12,8	2,8	6,8	77,6	63,8	0,4	27,0	4,6	68,0	0,64

Адамеллиты второй интрузивной фазы

и Al отнести конкретный анализ в область составов одного из типов гранитоидов. В табл. 12 приведены результаты квантометрического анализа пород ундинского комплекса, а на петрохимической диаграмме (рис. 19) по основным петрохимическим характеристикам системы А. Н. Заварицкого показаны фигуративные точки этих анализов.

Породы первой интрузивной фазы. К названным породам относятся как продукты кристаллизации интрузивных расплавов, так и их эндоконтактные гибриды.

Диориты. Распространены преимущественно в фации апикальных частей plutона. Выходы их на дневную поверхность образуют иногда крупные поля. Однако это не индивидуализированные тела выдержанного состава, а пестрая смесь ксенолитов, диоритов и гранодиоритов при преимущественном распространении диоритов. Во взаимном расположении отдельных разностей четко выражена следующая закономерность: относительно кислые породы всегда являются внешней окаймляющей зоной, внутри которой находятся более основные. В фации относительно глубоких частей plutона диориты образуют изолированные участки в гранитах и гранодиоритах и постепенно в них переходят.

Т а б л и ц а 13

Диориты. Корреляционные матрицы окислов и петрохимических характеристик А. Н. Заварицкого ($n=11$, $r_{0,05}=0,602$, $r_{0,01}=0,735$; приведены $|r| > r_{0,05}$)

a		SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	MnO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	П. п. п.	Окислы	$\bar{X}$	s
c	—0,776								0,690			SiO ₂	54,45	1,30
b										0,800		TiO ₂	0,83	0,16
S			—0,888									Al ₂ O ₃	18,81	1,46
n						0,791						Fe ₂ O ₃	8,88	1,19
t					—0,774							MnO	0,28	0,03
Q				0,615	0,624	—0,611		0,741	—0,809	—0,724		MgO	3,75	0,64
a/c	0,918	—0,955							—0,839	—0,713		CaO	6,64	1,25
F			—0,771	0,659						0,689		Na ₂ O	3,32	0,38
α	0,826	—0,935						0,938				K ₂ O	1,73	0,30
Характеристики	a	c	b	S	n	t	Q	a/c	F	α		П. п. п.	1,84	1,13
$\bar{X}$	10,21	7,59	16,96	65,23	74,56	1,13	3,11	1,39	51,15	0,39				
s	1,16	1,10	1,65	1,47	2,60	0,23	2,18	0,30	11,96	0,06				

Диориты представлены 11 образцами (см. табл. 12), которые сложены преимущественно андезином (50—80%) и роговой обманкой (15—30%). В образцах 5-91, 5-153, 5-193, 5-223, 5-340 и 5-341 присутствует биотит (5—15%). В табл. 13 приведены результаты статистической обработки анализов диоритов и их петрохимических характеристик по А. Н. Заварицкому, коэффициентов железистости $F = \text{Fe}^{+2} + \text{Fe}^{+3} / \text{Fe}^{+2} + \text{Fe}^{+3} + \text{Mg} \cdot 100$ и коэффициентов агпаитности $\alpha = \text{Na} + \text{K} / \text{Al}$.

На петрохимической диаграмме (см. рис. 19) фигуративные точки диоритов образуют рои, вытянутый по осям, a и c меньше, нежели по оси b . Среднее значение b совпадает со средним диоритом по Дэли. Минимальное и максимальное значения b исследуемых диоритов не по меланократовости это типичные диориты. Однако по железистости устанавливается весьма значительная вариабельность. Все анализы диоритов по величине F разделяются на четыре группы (см. табл. 12): $F = 17,6$ (обр. 5-341); $F = 45-46$ (обр. 5-167, 5-168); $F = 54-57$ (обр. 5-2; 5-11; 5-91; 5-151; 5-153; 5-167; 5-168; 5-193; 5-223; 5-340; 5-341); $F = 67,7$ (обр. 5-193). Нетрудно убедиться, что эти группы перекрывают всю область железистости известково-щелочного ряда: первая группа близка к ультраосновным породам, вторая — к габбро-диоритам, третья соответствует кварцевым диоритам и гранодиоритам, четвертая — гранитам. Правомерность поиска аналогов среди продуктов кристаллизации известково-щелочных магм, а не собственно щелочных подтверждается и тем, что в описываемой выборке устанавливается значимая отрицательная корреляция (см. табл. 13) между F и b , характерная только для пород нормальной щелочности. Особенности изменения железистости ундинских диоритов не согласуются с предположением об их образовании из единой диоритовой магмы. Обратный алюмосиликатный гибризм основных магм также не может привести к образованию высокожелезистых диоритов. С другой стороны, понижение железистости гибридных пород, возникших при ассимиляции гранитной магмой известняков и высокомагнезиальных ксенолитов, явление обычное (см. выше, а также [20, 31]).

По среднему значению a диориты ундинского комплекса близки к диоритам по Дэли. Разброс значений a захватывает область от габбро до гранодиоритов.

Фигуративная точка среднего диорита по Дэли на плоскости cSb попадает правее всего ряда точек ундинских диоритов, т. е. анализы исследованных диоритов по c превышают диориты по Дэли. Биотит-роговообманковые диориты (c от 6,37 до 7,05) отличаются по c от роговообманковых (c от 7,14 до 9,63), хотя те и другие по c ближе всего к габбро и габбро-норитам. Налицо четко выраженная кальциплетовая тенденция, что позволяет рассматривать, как вероятное, предположение о карбонатной ассимиляции.

Среднее значение коэффициента агпаитности также присуще скорее габбро, нежели диориту. Значение α изменяется от 0,28 до 0,47, т. е. в пределах от ультраосновных пород до диоритов. Уменьшение коэффициента агпаитности против среднего для диоритов по Дэли определяется повышенной глиноземистостью ундинских диоритов. В отдельных анализах эта разница достигает 5 вес. %, так что весьма вероятно, что диориты кристаллизовались из расплава, значительно ассимилировавшего глинозем. К числу пересыщенных глиноземом относятся анализы 5-2, 5-153, 5-193 и 5-341, в которых избыток алюминия (a') колеблется от 6 до 27 при среднем значении 13. Остальные образцы пересыщены кальцием (c') в среднем в тех же пределах, что и диориты по Дэли.

Анализ корреляционных матриц ундинских диоритов по методу ветвящихся связей [27] позволил выделить корреляционные группы основных породообразующих окислов и петрохимических характеристик

(рис. 20). Рассмотрим корреляционный комплекс полевошпатовых петрохимических характеристик (табл. 14).

Анализ табл. 14 подтверждает прежде всего важное значение соотношения полевых шпатов как результирующего фактора различных направлений изменения химизма сиалической части пород: коэффициенты корреляции между отношением a/c и c , a , α устойчивы при элиминировании любого из этих трех аргументов. С другой стороны, частные коэффициенты корреляции позволили выяснить, что в образцах с постоянным соотношением глинозема и щелочей (α) корреляция между a и c исчезает. Так как элиминирование a не меняет корреляции между α и c , можно считать, что связь между a и c отсутствует в образцах с постоянным содержанием алюминия. Это не походит на явление чистой карбонатной ассимиляции, при которой алюминий лишь перераспределяется между полевыми шпатами. В данном случае очевидно, что кальциплетовая тенденция реализуется параллельно с изменением (увеличением) содержания алюминия. Корреляционный комплекс основных породообразующих окислов диоритов показывает, что количество кальция возрастает параллельно с увеличением магния. Этот параллелизм сохраняется и в отношении щелочей: калий и натрий отрицательно коррелируются с магнием и кальцием. Расчет частных коэффициентов корреляции первого порядка для группы CaO , MgO , K_2O и Na_2O показал, что лишь $r_{\text{Na, Ca, K}}$ остается значимым. Это свидетельствует о парагенетическом характере изменения концентраций этих окислов. При элиминировании значений любого из них изменится и направленность петрохимических процессов.

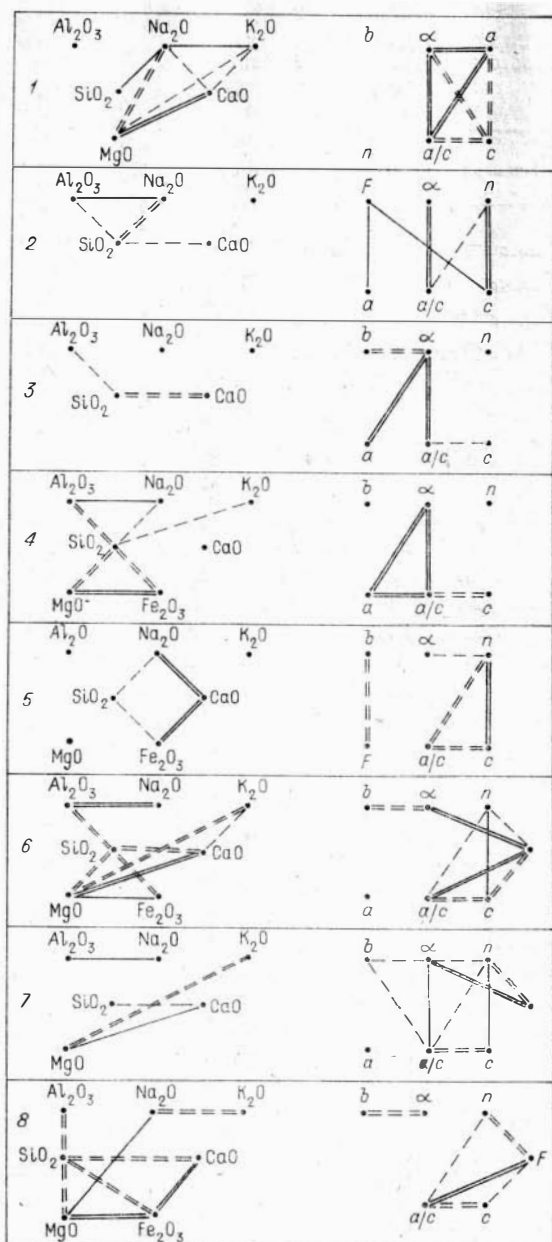


Рис. 20. Корреляционные комплексы пород ундифференцированного комплекса.

1 — диориты; 2 — кварцевые диориты; 3 — кальциплетовые гранодиориты; 4 — гранодиориты; 5 — кальциплетовые гранодиориты; 6 — порфиroidные граниты первой интрузивной фазы; 7 — фемиплетовые эвпорфировые граниты первой интрузивной фазы; 8 — граниты второй интрузивной фазы. Сплошные линии — положительные связи; пунктир — отрицательные связи; двойные линии — $r_{xy} > 0,05$; одинарные линии — $r_{xy} > 0,01$.

Таблица 14

Частные коэффициенты корреляции первого порядка для полевошпатового комплекса петрохимических характеристик диоритов

Незначимые	Значимые
$r_{\alpha a, c} = 0,45$	$r_{a/c, c, a} = -0,96$
$r_{\alpha a, a/c} = 0,25$	$r_{a/c, c, \alpha} = -0,64$
$r_{\alpha c, a/c} = -0,39$	$r_{a/c, a, c} = -0,78$
$r_{\alpha a/c, c} = 0,46$	$r_{a/c, a, \alpha} = 0,73$
$r_{\alpha c, \alpha} = 0,00$	$r_{a/c, \alpha, a} = 0,81$
	$r_{\alpha c, a/c} = 0,91$
	$r_{\alpha c, a} = -0,82$

Таким образом, диориты ундинского комплекса характеризуются ярко выраженной кальциплетовостью, широким колебанием железистости и агпаитности и недостатком калия. Эти их особенности — следствие того, что, скорее всего, диориты возникли в результате сложной карбонатно-алюмосиликатной ассимиляции гранитной магмы.

Кварцевые диориты. Чаше всего встречаются в фации апикальных частей плутона, где служат вмещающей средой для изолированных небольших участков основных пород и алюмосиликатных параксенолитов. Кварцевые диориты — основная переходная разность от апикальных к бо-

лее глубинным гранитоидам. В областях преимущественного развития последних кварцевые диориты чаще слагают изолированные участки, по площади выхода не превышающие первые сотни квадратных метров и не имеющие видимой связи с породами основного состава. Переходы к гранодиоритам и порфиоровидным гранитам постепенные, что устанавливается по тесной перемежаемости небольших участков кварцевых диоритов с гранитами и гранодиоритами и по увеличению количества микроклина в самих кварцевых диоритах.

Исследованные образцы состоят из олигоклаза, роговой обманки, кварца, биотита и микроклина. Важной петрохимической особенностью кварцевых диоритов является их фемиплетовость (табл. 15). Это очевидно при сравнении средних составов кварцевых диоритов по А. А. Беусу, А. А. Ситнину [4] — фигуративные точки всех исследованных образцов на петрохимической диаграмме попадают ниже точек среднего. Кварцевые диориты по Дэли, отличающиеся от среднего по А. А. Беусу и А. А. Ситнину более высоким значением b , также значительно лейкократовее кварцевых диоритов ундинского комплекса. Значения других главных петрохимических характеристик попадают в следующие области известково-щелочных пород по Дэли: a — от кварцевых габбро до гранодиоритов; c , за исключением образца 5—300, соответствуют диоритам, кварцевым диоритам; α — от габбро до кварцевых диоритов; n — от кварцевых габбро до кварцевых диоритов. В среднем же ундинские кварцевые диориты почти полностью отвечают кварцевым диоритам по Дэли, отличаясь большей меланократовостью, не достигающей однако уровня диоритов по Дэли, повышенной железистостью, как у гранодиоритов по Дэли, и пересыщенностью алюминисм. Избыток алюминия (a'), устанавливающийся в образцах 5-93, 5-140, 5-170, 5-300, 5-337, 5-338, колеблется в пределах от 8 до 25 при среднем значении 16. В остальных преимущественно роговообманковых (без обр. 5-300) кварцевых диоритах характеристика c' принимает значения от 1 до 14 при среднем значении 8, что соответствует кварцевым диоритам по Дэли. Среднее значение коэффициента агпаитности попадает в интервал между габбро и диоритами. Другой характерной чертой петрохимии кварцевых диоритов ундинского комплекса является разнонаправленное изменение петрохимических характеристик у большей части (8 из 11) исследованных образцов, когда по значению одной характеристики/порода может быть отнесена к основным, а по величине другой — к кислым гранитоидам. Наиболее типичен в этом отношении образец 5-300, который по величине a и F точно совпадает со средним значением гранодиоритов, а по c и α попадает в группу габбро.

Т а б л и ц а 15

Кварцевые диориты. Корреляционные матрицы окислов и петрохимических характеристик А. Н. Заварницкого ($n=11$, $r_{0,05}=0,602$, $r_{0,01}=0,735$; приведены $|r| > r_{0,05}$)

<i>a</i>		SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	MnO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	П. п. п.	Окислы	$\bar{X}$	<i>s</i>
<i>c</i>			—0,784	—0,721		—0,662		—0,623	—0,740			SiO ₂	59,82	1,90
<i>b</i>					0,628	0,710					—0,632	TiO ₂	0,69	0,07
<i>S</i>		—0,626							0,694			Al ₂ O ₃	17,78	1,61
<i>n</i>		0,738				0,729					—0,898	Fe ₂ O ₃	7,46	0,90
<i>t</i>		0,723		—0,838							—0,653	MnO	0,23	0,05
<i>Q</i>	—0,714	—0,744		0,909		—0,812						MgO	2,83	0,41
<i>a/c</i>		—0,654			—0,642							CaO	5,18	0,51
<i>F</i>	0,614	0,734					—0,627					Na ₂ O	3,43	0,34
α								0,869				K ₂ O	2,07	0,27
Характеристики	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>S</i>	<i>n</i>	<i>t</i>	<i>Q</i>	<i>a/c</i>	<i>F</i>	α		П. п. п.	1,07	0,40
$\bar{X}$	10,76	6,04	13,40	69,80	71,56	0,86	12,04	1,79	57,14	0,45				
<i>s</i>	0,99	0,71	1,48	1,67	3,23	0,11	4,99	0,20	3,46	0,04				

Корреляционные комплексы кварцевых диоритов (см. рис. 20) полностью не совпадают ни с одной из гибридных моделей. Некоторое сходство обнаруживает корреляционный комплекс окислов с корреляционной матрицей теоретического гранитоидного расплава, эволюционирующего при изменении давления в присутствии воды [11]. Элементами сходства является отрицательная корреляция SiO_2 с Na_2O , Al_2O_3 с SiO_2 и положительная Al_2O_3 с Na_2O . Различие заключается в незначимости связей с K_2O . Однако отмеченного сходства еще недостаточно для суждения о чисто магматическом происхождении кварцевых диоритов в силу вероятности аналогичных связей в породах иного генезиса. Так, отрицательная корреляция Al и Si устойчива во всех кислых породах, кристаллизовавшихся из расплава [10]. Обусловлена же эта корреляция изоморфизмом Al и Si в алюмосиликатах и должна проявляться во всех богатых алюмосиликатами породах независимо от их генезиса. В такой же мере неоднозначны для петрологических реконструкций и другие стехиометрические корреляции данного комплекса. Устанавливаемый в кварцевых диоритах комплекс связей между окислами, скорее всего, отражает неравномерное распределение в них плагиоклаза. Корреляция SiO_2 с CaO незначима при элиминировании Na_2O . Незначимость общего парного коэффициента корреляции Na_2O с CaO может быть следствием совместного выражения двух противоположных тенденций: отрицательной корреляции Na и Ca на основании стехиометрических закономерностей и положительной в силу однонаправленного изменения их концентраций при вариациях в содержании плагиоклаза. Так как корреляционный комплекс $\text{Al}_2\text{O}_3 - \text{SiO}_2 - \text{Na}_2\text{O}$ парагенетический (элиминирование любого окисла делает незначимой связь между двумя другими), то неоднородность распределения плагиоклаза можно объяснить контаминацией расплава его ксенокристаллами. В результате должно произойти заметное обогащение системы алюминием, кальцием и менее значительное натрием, что и имеет место.

Корреляция петрохимических характеристик кварцевых диоритов вскрывает наличие зависимостей между железистостью пород и их щелочностью, а также составом плагиоклаза и соотношением щелочей. Железистость только на $\sim 40\%$ определяется щелочностью и отражает смену роговой обманки биотитом в более щелочных разностях. Частный коэффициент корреляции F и s при элиминировании a незначим. Увеличение натровости составов пород с более высоким содержанием полевошпатовой извести отличает кварцевые диориты от продуктов кристаллизации гранитоидных расплавов. Известно, что в системах с вполне подвижным поведением щелочей (магматических расплавах) состав плагиоклаза, сосуществующего с калишпатом, линейно зависит от соотношения щелочей. Д. С. Коржинский [22, стр. 260] отмечает, что «чем богаче альбитовой молекулой этот плагиоклаз, тем выше в магме отношение концентрации натрия к концентрации калия». Для пересыщенных алюминием составов, в которых характеристика s однозначно отражает количество анортита, петрохимически зависимость состава от соотношения щелочей должна выражаться в линейной обратной функциональной зависимости s от n . Квадрат коэффициента корреляции s с n в этом случае можно интерпретировать как вес доли плагиоказовых зерен (или их частей), находящихся в равновесии с расплавом. Положительная же корреляция n и s — следствие одинакового по знаку изменения концентраций Na и Ca — может отражать лишь колебания количества плагиоклаза.

Таким образом, абсолютные значения петрохимических параметров, особенности их распределения и характер взаимосвязи убедительно свидетельствуют в пользу гибридного характера кварцевых диоритов, возникших при сочетании алюмосиликатного и железо-магнетитового типов контаминации гранитного расплава.

Гранодиориты. Породы в виде небольших по площади выходов, не превышающих несколько десятков квадратных метров, участков тесно перемежаются с порфировидными гранитами и диоритами. В областях развития апикальных частей плутона гранодиориты являются преобладающей разностью кислых гранитоидов и во много раз по пространенности уступают диоритам. В более глубинных частях плутона выходы гранодиоритов образуют как относительно крупные поля, так и небольшие зонки в гранитах. Исследованные образцы гранодиоритов по формам нахождения среди других пород массива могут быть объединены в следующие группы (см. табл. 12):

1. Поля преимущественно гранодиоритового состава. Сюда относятся образцы 5-28, 5-29, 5-30, 5-33, 5-46, 5-54, 5-58, 5-59, 5-60, 5-61, 5-159, 5-194, 5-227, 5-230, 5-243, 5-253, 5-269, 5-284, 5-286, 5-288, 5-301, 5-328, 5-274, 5-275.

2. Шлировидные обособления в гранитах, часто хорошо фиксируемые благодаря обогащенности биотитом. Это образцы 5-4, 5-5, 5-79, 5-20, 5-40, 5-44, 5-55, 5-57, 5-66, 5-69, 5-127, 5-144, 5-156.

3. Участки неоднородностей в гранитах без выраженных границ. К данной группе относятся образцы 5-129, 5-130, 5-131, 5-133, 5-161, 5-162, 5-164, 5-195, 5-196, 5-198, 5-199, 5-213, 5-214, 5-216.

4. Внешние зоны ксенолитов габбро-диоритового состава в порфировидных гранитах. Это образцы 5-89, 5-183, 5-349а, 5-350а, 5-351.

5. В составе гигантозернистых участков гибридных пород невыясненного происхождения в гранитах. К этой группе принадлежат образцы 5-97, 5-104.

Для всех гранодиоритов очень характерна чрезвычайная неоднородность состава и структуры даже в пределах одного образца, что придает породам своеобразную пятнистость. Под микроскопом гранодиориты обнаруживают структуры, близкие к гранитному типу. Основными пороодообразующими минералами являются плагиоклаз, кварц, микроклин и биотит. Роговая обманка в шлифах встречена только в образцах 5-54, 5-58, 5-79, 5-144, 5-213, 5-219, 5-227.

По петрографическим и минералогическим особенностям гранодиориты разных форм залегания не различаются. Проверка значимости различий групповых средних петрохимических характеристик по критерию Стьюдента показала, что выборка «неоднородности в гранитах» отличается от других более высокой общей щелочностью и меньшей натровостью. Фигуративные точки гранодиоритов сильно разбросаны по петрохимической диаграмме (см. рис. 19). Они попадают в области всех главных известково-щелочных ассоциаций и по количеству фемических компонентов перекрывают интервалы от лейкократовых гранитов до меланократовых диоритов.

Учитывая важность для гранитоидов количества полевошпатовой извести как классификационного признака и петрохимическое сходство естественных выборок, все анализы гранодиоритов по величине c разделены на три группы: кальциплетовую ($c > 4,2$), нормальную ($4,2 > c > 3,1$) и кальциптоховую ($c < 3,1$). Петрохимические группы (их статистики приведены в таблицах 16—18) не совпадают с выборками по условиям залегания гранодиоритов и различаются по химическому составу (значимость различий проверена по критерию Стьюдента). От кальциплетовых к нормальным и кальциптоховым гранодиоритам увеличиваются средние значения SiO_2 и K_2O и уменьшаются средние Al_2O_3 , Fe_2O_3 , CaO и Na_2O . Эти колебания происходят в пределах между гранодиоритами по Дэли и гранодиоритами по А. А. Беусу и А. А. Ситнину. Исключение составляет глинозем, среднее содержание которого во всех петрохимических типах выше мирового и континентального, а также SiO_2 и K_2O в кальциплетовых гранодиоритах. Их средние содержания здесь ниже норм для гранодиоритов и приближаются к квар-

Кальциплетовые гранодиориты. Корреляционные матрицы окислов и петрохимических характеристик А. Н. Заварицкого ($n=16$, $r_{0,05}=0,497$, $r_{0,01}=0,623$; приведены $|r| > r_{0,05}$)

<i>a</i>		SiO	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	MnO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	П. п. п.	Окислы	$\bar{X}$	<i>s</i>
<i>c</i>			-0,585	-0,602				-0,728				SiO ₂	62,19	2,32
<i>b</i>							0,681	0,505				TiO ₂	0,61	0,11
<i>S</i>		-0,535	-0,622									Al ₂ O ₃	18,10	1,47
<i>n</i>						0,558						Fe ₂ O ₃	6,53	0,92
<i>t</i>	0,528	0,557		-0,554						0,541		MnO	0,20	0,04
<i>Q</i>	-0,755	-0,617		0,909		-0,672						MgO	2,10	0,38
<i>a/c</i>		-0,620										CaO	3,99	0,46
<i>F</i>												Na ₂ O	3,94	0,42
α	0,696		-0,718					0,627				K ₂ O	2,16	0,45
Характеристики	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>S</i>	<i>n</i>	<i>t</i>	<i>Q</i>	<i>a/c</i>	<i>F</i>	α		П. п. п.	0,85	0,54
$\bar{X}$	11,83	4,84	12,12	71,21	73,56	0,73	14,17	2,46	61,13	0,49				
	1,18	0,63	1,70	1,91	4,89	0,15	5,05	0,30	4,52	0,05				

Нормальные гранодиориты. Корреляционные матрицы окислов и петрохимических характеристик А. Н. Заварицкого ($n=27$, $r_{0,05}=0,381$; $r_{0,01}=0,487$ приведены $|r| > r_{0,05}$)

a		SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	MnO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	П. п. п.	Окислы	$\bar{X}$	s
c			-0,732	-0,730	-0,658		-0,559		-0,455	-0,385		SiO ₂	65,28	2,97
b				0,439	0,792		0,725					TiO ₂	0,47	0,13
S	-0,578		-0,848						0,447			Al ₂ O ₃	17,13	1,48
n							0,653					Fe ₂ O ₃	5,24	1,20
t		0,391	0,781	-0,810					0,619			MnO	0,20	0,13
Q	-0,766		-0,692	0,926		-0,733						MgO	1,59	0,44
a/c	0,772	-0,513					-0,486					CaO	3,07	0,24
F												Na ₂ O	3,70	0,43
α	0,597		-0,436					0,599				K ₂ O	2,66	0,63
Характеристики	a	c	b	S	n	t	Q	a/c	F	α		П. п. п.	1,04	0,59
$\bar{X}$	11,87	3,69	10,68	73,75	68,12	0,55	20,05	3,23	62,65	0,52				
S	1,31	0,28	2,22	2,82	5,83	0,16	7,59	0,43	5,01	0,04				

Кальцитовые гранодиориты. Корреляционные матрицы окислов и петрохимических характеристик А. Н. Заварицкого ($n=22$, $r_{0,05}=0,423$, $r_{0,01}=0,537$; приведены $|r| > r_{0,05}$)

<i>a</i>		SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	MnO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	П. п. п.	Окислы	$\bar{X}$	<i>s</i>
<i>c</i>					-0,452		-0,641	-0,522	-0,480			SiO ₂	67,32	2,57
<i>b</i>					0,788	0,564		0,448	0,445			TiO ₂	0,36	0,10
<i>S</i>	-0,432		-0,899									Al ₂ O ₃	16,84	1,26
<i>n</i>		0,556				0,453		0,540				Fe ₂ O ₃	4,57	1,05
<i>t</i>		0,547			0,423							MnO	0,15	0,04
<i>Q</i>	-0,584		-0,792	0,924								MgO	1,71	1,85
<i>a/c</i>		-0,852			-0,692	-0,432			0,655			CaO	2,33	0,30
<i>F</i>			-0,718	0,686			0,608					Na ₂ O	3,51	0,24
<i>α</i>					-0,458							K ₂ O	3,34	0,64
Характеристики	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>S</i>	<i>n</i>	<i>t</i>	<i>Q</i>	<i>a/c</i>	<i>F</i>	<i>α</i>		П. п. п.	0,51	0,54
$\bar{X}$	12,24	2,68	10,71	74,36	61,22	0,40	21,56	4,74	63,42	0,57				
<i>s</i>	0,83	0,45	2,56	2,87	6,24	0,12	6,75	1,32	13,97	0,04				

цевым диоритам. Пересыщенность алюминием хорошо фиксируется и по характеристике a' . При равенстве дисперсий групповые средние значения значимо увеличиваются от $\bar{a}'=15$ в кальциплетовых до $\bar{a}'=26$ в нормальных и $\bar{a}'=31$ в кальциптоховых гранодиоритах. С увеличением средних значений s значимо увеличивается преобладание натрия над калием в связи с большей скоростью уменьшения средних концентраций калия. Нетрудно заметить, что тенденция в изменении химизма групп гранодиоритов в связи с изменением средней основности почти совпадает с закономерностями диаграммы привнос — вынос (см. рис. 18) при алюмосиликатной ассимиляции пород основного состава.

Другой, хорошо фиксируемой особенностью гранодиоритов является существенный и разнонаправленный разброс значений петрохимических характеристик. На рис. 19 разнонаправленность проявляется в том, что фигуративные точки гранодиоритов на плоскости aSb располагаются между вариационными линиями I и III , а на плоскости cSb в основном правее линии III . Групповые средние значения еще ярче отражают эту тенденцию. Так, если по средним значениям a и s кальциплетовые и нормальные гранодиориты соответствуют гранодиоритам по Дэли, то кальциптоховые, по a будучи типичными гранодиоритами, по s попадают в группу диоритов. По групповым средним значениям b и α ундинские гранодиориты соответствуют кварцевым диоритам, а по железистости — гранитам.

Непостоянство состава гранодиоритов ундинского комплекса отражается в размахе значений петрохимических характеристик. Пределы колебаний полевошпатовой извести охватывают интервал от диоритов до гранодиоритов по Дэли в кальциплетовых и от гранодиоритов до гранитов по Дэли в кальциптоховых гранодиоритах. Следует отметить, что оба образца гибридных гранодиоритов невыясненного происхождения отличаются наибольшими значениями s среди гранодиоритов ундинского комплекса. Количество щелочей во всех группах изменяется от значений, свойственных габбро-диабазам, до величин, характерных для сиенитов и аляскитов. Максимальные значения n всех групп также попадают в область габбро-диабазов. Наиболее калиевые гранодиориты соответствуют гранодиоритам по Дэли в кальциплетовых разностях, щелочноземельным гранитам в группе нормальных гранодиоритов, аплитам и сиенитам в кальциптоховых гранодиоритах. Во всех петрохимических группах величины b и F изменяются от гранитов до диоритов по Дэли, значения α — от габбро до гранодиоритов.

Корреляционные комплексы окислов кальциплетовых и нормальных гранодиоритов (см. рис. 20) являются как бы частями более сложной ассоциации корреляционных связей, обнаруживающей сходство с корреляционными комплексами карбонатного, железо-магнезильного и алюмосиликатного типов ассимиляции, хотя параметрические отличия этих типов гранодиоритов от типовых средних свидетельствуют, скорее, в пользу алюмосиликатного гибризма. В кальциплетовых гранодиоритах устанавливаются лишь отрицательные зависимости кремнекислоты с глиноземом и известью, что может отражать как стехиометрические, так и количественно-минералогические закономерности. В нормальных гранодиоритах значима отрицательная корреляция SiO_2 с K_2O , что отличает их от продуктов кристаллизации теоретического гранитного расплава и сближает с карбонатными гибридами. Все корреляционные связи между окислами кварцевых диоритов сохраняются в нормальных либо кальциплетовых гранодиоритах. Корреляционные комплексы петрохимических характеристик кальциплетовых и нормальных гранодиоритов характеризуются отсутствием зависимостей между составом плагиоклаза и соотношением щелочей. В кальциптоховых гранодиоритах, так же как и в кварцевых диоритах, эта зависимость устанавливается, но отражает колебания количеств плагиоклаза,

Порфи́ровидные граниты. Порфи́ровидность обусловлена наличием крупных разноориентированных вкрапленников микроклина. Основная масса состоит из микроклина, незонального плагиоклаза (№ 25—30), кварца и биотита. По особенностям распределения породообразующих минералов выделяются однородные слабопорфи́ровидные и неоднородные эвпорфи́ровые граниты. В первых породообразующие минералы распределены равномерно. Структура основной массы средне- и мелкозернистая. Замещение плагиоклаза микроклином выражено слабо. В неоднородных эвпорфи́ровых гранитах число и размеры вкрапленников сильно варьируют. Структура основной массы неравномерно-зернистая. Текстура пятнистая вследствие неравномерного распределения породообразующих минералов: со скоплениями идиоморфных кристаллов плагиоклаза и биотита, в интерстициях которых находятся мелкие ксеноморфные зерна микроклина и кварца, соседствуют участки, где микроклин является как бы мезостазисом, включающим резорбированные плагиоклазы. Колебания в содержаниях кварца и биотита наряду с особенностями распределения полевых шпатов приводят к тому, что состав основной массы эвпорфи́ровых гранитов изменяется от гранитов до гранодиоритов, адамеллитов и плагиогранитов.

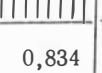
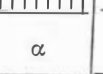
Выходы однородных гранитов образуют поля относительно выдержанного состава. Ксенолиты для них не характерны. Взаимоотношения их с другими гранитоидами первой интрузивной фазы определяются разно проявленными постепенными переходами. Эвпорфи́ровые неоднородные граниты — наиболее распространенная разновидность. В виде относительно небольших участков, насыщенных реликтами переработанных ксенолитов и разнообразными гибридными породами, они распространены повсеместно среди гранитоидов первой интрузивной фазы.

Все порфи́ровидные граниты относятся к петрохимическому типу нормальных гранитов. Анализы эвпорфи́ровых неоднородных пород разделены на две выборки: фемиплетовую и кальциптоховую. Единственным отличием фемиплетовых эвпорфи́ровых гранитов от нормальных слабопорфи́ровидных служит величина характеристики b . У первых она изменяется от 4 до 7,3 при $\bar{b}=6$, а у последних — от 8 до 12 при $\bar{b}=10$, что сближает их с гранодиоритами — кварцевыми диоритами по Дэли. Кальциптоховые разности отличаются от слабопорфи́ровидных нормальных гранитов характеристиками c и F , пределы колебаний и средние значения которых попадают в интервал аляскитов. Все порфи́ровидные граниты пересыщены глиноземом. Степень пересыщенности возрастает от однородных нормальных гранитов ($\bar{a}'=28$) к фемипловым ($\bar{a}'=34$) и кальциптоховым ($\bar{a}'=56$), достигая в последних уровня аляскитов. Разброс величин петрохимических характеристик и его разнонаправленность проявляются в порфи́ровидных гранитах в меньших масштабах, нежели в гранодиоритах. Максимальные значения a во всех гранитах соответствуют аляскитам. Минимальные увеличиваются от фемиплетовых (уровень кварцевых диоритов) к однородным нормальным (уровень гранодиоритов) и кальциптоховым (уровень гранитов) гранитам. В интервале от диоритов до гранодиоритов по Дэли изменяется характеристика b в фемипловых гранитах. Значения остальных петрохимических характеристик колеблются между средними нормальных гранитов и аляскитов.

Показанные на рис. 20, б корреляционные комплексы вычислены по всем анализам порфи́ровидных гранитов. Расчет коэффициентов корреляции в отдельных выборках порфи́ровидных гранитов показал, что в кальциптоховых значимые связи не устанавливаются, в однородных гранитах значимы только отрицательные корреляции b с α и η с F . Статистики эвпорфи́ровых фемиплетовых гранитов приведены в табл. 19. Все связи между окислами и большинство связей между петрохимическими характеристиками фемипловых гранитов сохраня-

Таблица 19

Эвпорфировые граниты первой интрузивной фазы. Корреляционные матрицы окислов и петрохимических характеристик А. Н. Заварицкого ($n=8$, $r_{0,05}=0,707$, $r_{0,01}=0,834$; приведены $|r| > r_{0,05}$)

a		SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	MnO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	П. п. п.	Окислы	$\bar{X}$	s
c			-0,765					-0,811				SiO ₂	68,62	2,55
b						0,767	0,726	0,901	0,746			TiO ₂	0,31	0,12
S		-0,891	-0,740						0,737			Al ₂ O ₃	15,34	1,29
n		0,726										Fe ₂ O ₃	5,95	1,34
t		0,915		-0,816								MnO	0,16	0,04
Q		-0,828		0,929		-0,848		0,784		-0,863		MgO	1,05	0,44
a/c		-0,904	-0,752	0,871	-0,781	-0,790	0,735					CaO	1,49	0,44
F					-0,962			0,820				Na ₂ O	3,35	0,31
α			-0,785		-0,717			0,788	0,834			K ₂ O	4,02	0,45
Характеристики	a	c	b	S	n	t	Q	a/c	F	α		П. п. п.	0,45	0,41
$\bar{X}$	12,69	1,74	10,34	75,22	55,87	0,35	23,32	8,46	74,44	0,65				
s	0,96	0,53	1,37	1,77	3,47	0,14	4,91	4,32	9,39	0,06				

Порфиroidные граниты первой интрузивной фазы. Корреляционные матрицы окислов и петрохимических характеристик А. Н. Заварицкого ($n=22$, $r_{0,05}=0,423$, $r_{0,01}=0,537$; приведены $|r| > r_{0,05}$)

<i>a</i>		SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	MnO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	П. п. п.	Окислы	$\bar{X}$	<i>s</i>
<i>c</i>			—0,765	—0,550	—0,638	—0,642	—0,700	—0,625				SiO ₂	70,73	2,55
<i>b</i>					0,549	0,767	0,803	0,794				TiO ₂	0,23	0,12
<i>S</i>			—0,859						0,563			Al ₂ O ₃	14,68	1,77
<i>n</i>		0,474				0,547	0,535					Fe ₂ O ₃	4,48	1,61
<i>t</i>		0,780	0,503	—0,686	0,446		0,536	0,588	0,436			MnO	0,14	0,04
<i>Q</i>		—0,465	—0,681	0,903		—0,691		0,687		—0,623		MgO	0,68	0,43
<i>a/c</i>		—0,873			—0,465	—0,742				—0,453		CaO	1,31	0,48
<i>F</i>		—0,681			—0,516	—0,624		0,723				Na ₂ O	3,23	0,34
α			—0,712	0,660	—0,469	—0,426	0,519		0,564			K ₂ O	4,33	0,55
Характеристики	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>S</i>	<i>n</i>	<i>t</i>	<i>Q</i>	<i>a/c</i>	<i>F</i>	α		П. п. п.	0,46	0,45
$\bar{X}$	12,91	1,54	7,89	77,66	53,20	0,25	27,96	9,86	78,02	0,68				
<i>s</i>	0,85	0,58	2,28	2,37	4,83	0,13	5,45	4,42	8,17	0,05				

ются в общей выборке порфировидных гранитов (табл. 20). Корреляционный комплекс этой объединенной выборки состоит из двух подкомплексов: $K_2O-MgO-CaO$ и остальных коррелирующихся окислов. Первый подкомплекс, появляющийся за счет фемиплетовых гранитов, встречается в модели карбонатной ассимиляции и в диоритах. Второй полностью совпадает с комплексом коррелирующихся окислов железо-магнезиальной модели ассимиляции и в той или иной степени отмечается для кварцевых диоритов, кальцитопховых и нормальных гранодиоритов. В порфировидных гранитах и в выборках однородных и фемиплетовых их разновидностей впервые для гранитоидов ундинского комплекса устанавливается отрицательная корреляция железистости с соотношением щелочей, что свидетельствует об относительной равновесности порфировидных гранитов, так как зависимость соотношения железа и магния от соотношения щелочей принадлежит к числу особенностей магматических расплавов [22]. С другой стороны, о неполной равновесности порфировидных гранитов свидетельствует отсутствие отрицательной корреляции между n и c . В однородных гранитах связь между этими характеристиками незначима, а в фемиплетовых корреляционный комплекс $\alpha-a/c-n-c$ аналогичен таковому в кварцевых гранитоидах ундинского комплекса, несут следы ассимиляции.

Для фемиплетовых гранитов более вероятно проявление карбонатного и железо-магнезиального типов гибридизма. Вытесняемый при этом калий в результате локальной миграции в зоны повышенной глинистости связывался в микроклин, формируя аляскитоподобные кальцитопховые граниты. Однородные нормальные граниты наименее изменены ассимиляционными процессами, но и у них обнаруживаются особенности железо-магнезиального и алюмосиликатного типов гибридизма.

Плагiogраниты и адамеллиты. Из трех изученных образцов плагiogранитов образцы 5-84 и 5-249 (см. табл. 12) представляют маломощные ветвящиеся инъекционные внедрения в неизмененных ксенолитах габбро. Полевыми наблюдениями принадлежность этих плагiogранитов к ундинскому комплексу не установлена. Образец 5-114 и оба образца адамеллитов являются переходными разностями от фемиплетовых эвпорфировых гранитов к кварцевым диоритам и гранодиоритам. Наши адамеллиты отличаются от адамеллитов по А. А. Бейсу, А. А. Ситнину слабо выраженной фемиплетовостью. По сравнению со средними показателями для плагiogранитов Советского Союза плагiogраниты ундинского комплекса имеют несколько пониженную общую щелочность и более чем в 2 раза увеличенные характеристики b .

Породы второй интрузивной фазы. К породам данной фазы относятся продукты кристаллизации остаточных гранитоидных расплавов.

Нормальные граниты. По структурным и минералогическим свойствам названные граниты аналогичны слабопорфировидным гранитам первой интрузивной фазы, но отличаются от них морфологией слагаемых ими тел. Это небольшие штоки, дайки и жилы, прорывающие нормальные граниты. Описываемые породы относятся к петрохимическому типу нормальных гранитов и как по средним значениям петрохимических параметров (табл. 21), так и по интервалам их вариаций не отличаются от слабопорфировидных однородных гранитов. Корреляционный комплекс окислов гранитов второй фазы обнаруживает сходство с комплексом кальцитопховых гранодиоритов ($CaO-Fe_2O_3$) и порфировидных гранитов ($Al_2O_3-SiO_2-MgO-Fe_2O_3$). Положительная корреляция MgO с Na_2O и отрицательная корреляция Na_2O с K_2O присущи только гранитам второй фазы. Отрицательная связь между щелочами, так же как и отрицательная корреляция n с F , сближает эти граниты с продуктами кристаллизации магматических расплавов.

Граниты второй интрузивной фазы. Корреляционные матрицы окислов и петрохимических характеристик А. Н. Заварицкого ($n=16$, $r_{0,05}=0,497$, $r_{0,01}=0,623$; приведены $|r| > r_{0,05}$)

a		SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	MnO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	П. п. п.	Окислы	$\bar{X}$	s
c			-0,781	-0,634	-0,700		-0,830	-0,824				SiO ₂	71,78	2,34
b					0,800	0,768	0,869	0,761				TiO ₂	0,18	0,10
S		-0,606	-0,737									Al ₂ O ₃	15,00	1,27
n						0,600	0,782	0,649				Fe ₂ O ₃	3,42	0,89
t		0,792		0,661			0,580	0,534				MnO	0,12	0,04
Q	-0,568	-0,735		0,909		-0,641		0,856	0,504			MgO	0,43	0,23
a/c		-0,809			-0,550	-0,533			0,504			CaO	1,26	0,51
F		-0,600			-0,626	-0,532		0,699		-0,680		Na ₂ O	3,08	0,43
α			-0,931	0,697								K ₂ O	4,86	0,84
Характеристики	a	c	b	S	n	t	Q	a/c	F	α		П. п. п.	0,26	0,30
$\bar{X}$	13,34	1,48	6,64	78,53	49,04	0,19	28,89	10,36	80,98	0,69				
s	0,89	0,64	1,71	1,81	7,08	0,11	4,78	3,87	6,27	0,06				

Гранитоиды. Корреляционные матрицы окислов и петрохимических характеристик А. Н. Заварицкого ($n=135$, $r_{0,05}=0,170$, $r_{0,01}=0,220$; приведены $|r| > r_{0,05}$)

<i>a</i>		SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	MnO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	П.п.п.	Окислы	$\bar{X}$	<i>s</i>
<i>c</i>	—0,561		—0,900	—0,754	—0,347	—0,621	—0,787	—0,906	—0,280	0,653	—0,525	SiO ₂	65,91	5,55
<i>b</i>	—0,560	0,754		0,653	0,379	0,609	0,670	0,835	0,304	—0,685	0,486	TiO ₂	0,43	0,23
<i>S</i>	0,984	—0,853	—0,937		0,214	0,421	0,433	0,641	0,416	—0,513	0,268	Al ₂ O ₃	16,62	1,92
<i>n</i>	—0,504	0,634	0,526	—0,532		0,277	0,246	0,324		—0,240		Fe ₂ O ₃	5,35	5,80
<i>t</i>	—0,426	0,890	0,788	—0,877	0,574		0,477	0,544	0,317	—0,454	0,319	MnO	0,17	0,08
<i>Q</i>	0,186	—0,813	—0,845	0,965	—0,466	—0,853		0,743		—0,573	0,436	MgO	1,62	1,25
<i>a/c</i>	0,496	—0,764	—0,613	0,661	—0,676	—0,704	0,616			—0,738	0,511	CaO	2,94	1,69
<i>F</i>	0,478	—0,674	—0,722	0,713	—0,582	—0,612	0,642	0,729		—0,475		Na ₂ O	3,52	0,47
<i>α</i>	0,731	—0,844	—0,817	0,785	—0,673	—0,754	0,677	0,765	0,648		—0,464	K ₂ O	3,11	1,18
Характеристики	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>S</i>	<i>n</i>	<i>t</i>	<i>Q</i>	<i>a/c</i>	<i>F</i>	<i>α</i>		П. п. п.	0,77	0,73
$\bar{X}$	12,03	3,46	10,53	73,95	63,41	0,51	20,42	5,19	66,23	0,56				
<i>s</i>	1,35	1,95	3,43	4,38	11,48	0,31	9,44	3,98	12,38	0,11				

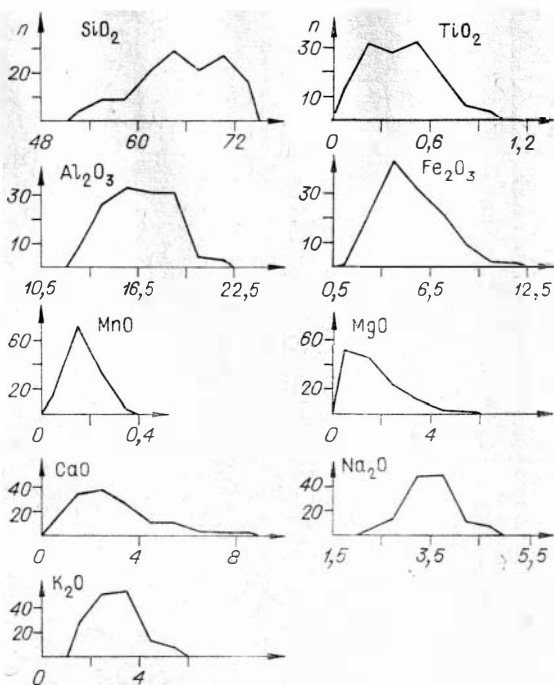


Рис. 21. Полигоны распределения окислов (вес. %) в гранитоидах ундинского комплекса.

Однако, как и в порфировидных гранитах, связь n и c не устанавливается.

Адамеллиты. Слагают штоки и дайки подобно нормальным гранитам. Петрохимические особенности те же, что и у адамеллитов первой интрузивной фазы.

* * *

Итак, гранитоиды ундинского комплекса образуют непрерывный петрохимический ряд известково-щелочных пород от диоритов до гранитов.

Свойство непрерывности выражается в наличии переходных петрохимических разновидностей между любыми крайними точками области существования составов пород ундинского комплекса и подтверждается уни-

модальным характером полигонов распределения окислов (рис. 21).

Другое проявление непрерывности — разнонаправленное изменение петрохимических характеристик большинства индивидуальных анализов и всех групповых средних, придавшее породам черты разных петрохимических типов. Основным петрогенетическим фактором, обусловившим возникновение непрерывности изменения составов пестрых гранитоидов, были процессы ассимиляции и гибридизма, что установлено на основании сравнения петрохимических параметров и их корреляционных комплексов в реальных петрохимических совокупностях с моделями наиболее вероятных типов ассимиляции.

К числу параметрических особенностей пород ундинского комплекса относятся: 1) пересыщенность известью части диоритов; 2) пересыщенность алюминием наиболее железистых диоритов и всех остальных пород; 3) обогащенность железом и в меньшей степени магнием в ряду кварцевый диорит — гранит.

Корреляционные комплексы петрохимических параметров в большинстве случаев обнаруживают сходство с разными гибридными моделями и дают важную петрохимическую информацию о степени неравновесности составов пород.

Выявленные петрохимические особенности позволяют с уверенностью отнести ундинский комплекс к формационному типу гранитоидов пестрого состава.

Статистики всей изученной совокупности химических анализов пород ундинского комплекса (табл. 22) могут оказаться полезными при сравнительном петрохимическом анализе гранитоидов разных формаций.

§ 13. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ БЕЛЫХ СЛЮД ГЛАУКОФАНСЛАНЦЕВЫХ ТОЛЩ

Проблемы генезиса глаукофансланцевых поясов имеют большое значение для решения глобальных проблем геологии, поскольку есть основания рассматривать эти пояса как древние, глубоко эродированные аналоги современных глубоко-водных желобов и сейсмических «зон Бениоффа» [12]. Сторонники «тектоники плит» трактуют их как зоны поддвигания океанических плит под континенты [45 и др.]. Для выяснения происхождения этих поясов, в частности P — T -условий метаморфизма, первостепенное значение имеет изучение минералогии глаукофансланцевых толщ, которое до недавних пор представляло большие трудности из-за тонкозернистости минералов, наличия в них зональности и многочисленных включений. Использование микрозонда (рентгеноспектрального микроанализа) открывает здесь новые большие возможности [12, 14, 38, 45 и др.].

Одним из наиболее «информативных» минералов в глаукофансланцевых и других низкотемпературных толщах являются белые слюды, поскольку они здесь широко распространены и обнаруживают закономерные вариации состава с изменением условий метаморфизма [40, 43, 61 и др.]. В то же время для глаукофансланцевых поясов на территории СССР материалов о белых слюдах практически нет. Наши исследования в какой-то степени восполняют этот пробел и вместе с другими опубликованными данными позволяют установить вариации состава слюд в зависимости от состава пород и условий метаморфизма (особенно давления) и соответственно уточнить специфику метаморфизма глаукофансланцевых и глаукофанзеленосланцевых (переходных) толщ (рис. 22).

ИССЛЕДОВАННЫЕ МИНЕРАЛЫ

Наши анализы белых слюд из глаукофансланцевых толщ СССР (табл. 23) выполнены на микрозонде MS-46 (за исключением двух химанализов) по методике, изложенной в работах [14, 32]. Часть анализов из Южного Урала была опубликована ранее [14], большинство анализов новые. Для всех анализов белых слюд в соответствии с теоретической формулой добавлено 4,5—5,0% H_2O , а все железо представлено чаще как Fe_2O_3 , но в некоторых случаях как FeO в соответствии с рассчитанной кристаллохимической формулой, в которой должно быть $Mg + Fe^{+2} \approx Si - 3$ и $Si - 3 + Mg + Fe^{+2} = 3 - (Al + Fe^{+3})$. При таких предположениях сумма анализа колеблется от 98,3 до 100,75 (кроме анализа 167a). Качество анализов контролировалось по вышеуказанным соотношениям в кристаллохимической формуле и по сумме катионов (без учета воды), которая составляет 6,88—7,10, как и в лучших химанализах слюд. Лишь в химанализе 166 (не микрозондовом), сумма катионов 6,83.

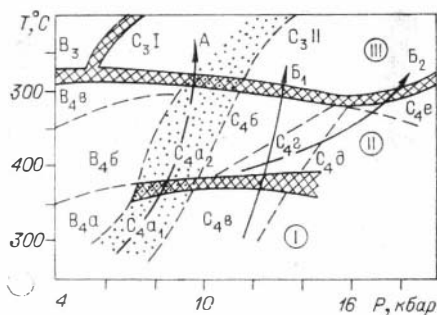


Рис. 22. Схема субфаций низкотемпературного метаморфизма.

В₄ — фация зеленых сланцев (субфации: а — пумпелинит-стильпномелановая; б — актинолит-эпидотовая; в — биотит-мусковитовая); С₄ — глаукофансланцевая фация (субфации: а₁ — альбит-актинолит-лавсонитовая; а₂ — кроссит-актинолитовая; б — хлорит-эпидот-глаукофановая; в — лавсонит-пумпелилит-глаукофановая; г — эпидот-лавсонит-глаукофановая; д — жадеит-кварцевая; е — альмандин-лавсонитовая); С₃ I; С₃ II — фации дистеновых сланцев и гранат-глаукофановая; В₃ — фация андалузит-ставролит-мусковитовая. Двойная штриховка — границы температурных зон I, II и III; пунктир — остальные границы субфаций. Точками показаны переходные условия глаукофанзеленосланцевого метаморфизма. Стрелками с буквами — примеры метаморфической зональности: А — глаукофанзеленосланцевый тип; Б₁, Б₂ — глаукофансланцевый тип (Б₁ — Санбогава, Альпы и др.; Б₂ — Пенжинский пояс, Калифорния и др.).

Окислы и катионы	621в	167а	557в	166	829	85/2	173	183а	166б	158	38
SiO ₂	50,9	49,6	53,7	54,25	50,4	50,62	46,4	52,41	47,8	51,8	49,9
TiO ₂	—	—	—	1,03	—	0,40	0,04	—	0,20	0,06	1,00
Al ₂ O ₃	23,2	21,5	22,1	20,84	25,6	27,08	32,3	24,69	30,6	22,8	26,3
Fe ₂ O ₃	3,69	3,94	1,80	1,80	1,54	0,86	—	2,25	4,0	—	2,4
FeO	—	—	2,18	4,71	3,86	1,16	3,13	—	—	3,86	—
MnO	0,03	0,18	0,16	0,06	—	сл	0,03	—	0,02	0,02	—
MgO	5,47	5,69	4,51	3,45	2,10	3,65	0,17	4,46	3,00	3,09	3,50
CaO	0,03	0,02	0,04	0,98	—	0,45	0,04	0,62	—	0,05	—
Na ₂ O	0,08	0,26	0,29	0,54	0,05	0,94	1,15	0,09	0,30	0,41	0,60
K ₂ O	11,3	11,1	9,53	7,95	11,5	9,82	10,60	11,00	9,50	11,8	10,90
H ₂ O ⁺	(4,5)	(5,0)	(4,5)	4,77	(5,0)	5,45	(5,0)	(4,5)	(4,5)	(4,5)	(5,0)
Сумма	99,20	97,33	98,61	100,38	100,05	100,03	98,86	100,12	99,92	99,39	99,60
F	23,6	26,8	31,8	50,0	37,2	24,4	88,1	21,4	40,0	38,5	25,5
% «селадонита»	49	53	60	61	42	45	17	48	24	55	36
Si	3,45	3,46	3,60	3,63	3,41	3,46	3,16	3,52	3,22	3,55	3,36
Ti	—	—	—	0,05	—	0,02	—	—	—	—	0,05
Al	1,86	1,77	1,75	1,64	2,04	2,04	2,60	1,92	2,43	1,84	2,09
Fe ⁺ ₃	0,18	0,20	0,09	0,09	0,08	0,05	—	0,12	0,21	—	0,12
Fe ⁺ ₂	—	—	0,14	0,26	0,20	0,06	0,15	—	—	0,20	—
Mn	—	0,02	0,01	—	—	—	—	—	—	—	—
Mg	0,55	0,60	0,45	0,34	0,21	0,34	0,02	0,44	0,30	0,32	0,35
Ca	—	—	—	0,07	—	0,03	—	0,04	—	—	—
Na	0,01	0,03	0,03	0,07	0,01	0,11	0,14	0,02	0,08	0,04	0,09
K	0,98	1,00	0,81	0,68	0,99	0,80	0,91	0,94	0,81	1,03	0,94
Сумма	7,03	7,08	6,88	6,83	6,94	6,91	6,98	7,00	7,04	6,98	7,00

Примечание. Образцы 621в, 167а, 557в, 166, 829 — Пенжинский пояс, Северо-Западная Кам-Южный Урал; образец 4а — Чарский пояс, Северо-Восточный Казахстан; образцы 71-3, 71-6 — атба фенгиты. Значения SiO₂ в скобках определены по разности, H₂O в скобках — теоретические содержания Ассоциации минералов

Анализы белых слюд из тонкозернистых пород даже на микрозонде представляют некоторые трудности, но химанализы в большинстве случаев оказались совсем неудовлетворительными из-за того, что не удавалось освободиться от тонких сростаний и включений. В микрозондовых анализах белых слюд наибольшие ошибки возможны для Si и K, поэтому мы использовали лишь данные с устойчивыми отсчетами и иногда анализы контролировали повторной съемкой. Все же некоторые содержания SiO₂ пришлось определить по разности (100% — Σ остальных окислов).

Кроме двух парагонитов, все исследованные слюды относятся к ряду мусковит — селадонит. К чистому мусковиту близка слюда образца 97 из метасоматической лавсонит-клиноцоизит-мусковит-хлоритовой породы из серпентинитах (см. табл. 23 и работу [14]). Остальные анализы по сравнению с мусковитом обеднены Al и обогащены Si, Mg, Fe. Наиболее бедны Al, богаты Si, Mg и Fe слюды образцов 166 и 557в из Пенжинского пояса. В них содержание Si составляет 3,60—3,63%, а (Mg+Fe⁺₂) — около 0,60% содержаний «селадонитово-

из глаукофансланцевых толщ

182	96а	532в	41	316	97	4а	71-3	71-6	506а	173*	166*б
49,9	47,73	(51,3)	51,8	(51,9)	(45,0)	(50,0)	50,9	53,5	49,95	(51,0)	47,0
0,08	0,55	—	0,92	0,75	—	0,18	0,21	—	0,10	—	—
26,2	28,60	25,9	26,5	24,4	38,7	29,3	25,6	24,8	26,60	33,2	37,7
—	2,10	3,00	2,81	—	—	0,55	1,34	—	2,00	3,1	0,7
2,55	—	—	—	2,75	—	4,01	—	1,33	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	0,10	—	0,03	—	—
2,9	5,00	4,12	3,45	3,55	0,60	0,60	3,96	3,56	4,16	0,2	0,1
—	0,02	—	—	0,04	0,02	—	0,07	—	0,03	0,04	—
0,44	0,10	0,14	0,24	0,25	0,14	0,10	0,33	0,45	0,13	7,2	8,0*
11,2	10,9	11,2	10,5	11,2	11,1	11,0	11,1	11,2	11,96	0,5	0,3
(5,0)	(5,0)	(4,5)	(4,5)	(5,0)	(4,5)	(4,5)	(5,0)	(4,5)	(4,5)	(4,5)	(4,5)
98,27	100,06	100,16	100,72	99,84	100,46	100,14	98,61	100,34	99,46	99,74	98,3
30,2	16,7	26,7	29,8	28,0	—	80,0	15,0	16,7	19,0	—	—
42	32	41	44	48	0	32	43	50	35	—	—
3,42	3,20	3,41	3,41	3,52	2,95	3,35	3,43	3,56	3,26	3,27	3,05
—	0,03	—	0,04	0,03	—	0,01	0,01	—	—	—	—
2,21	2,26	2,03	2,06	1,96	3,06	2,31	2,04	1,95	2,12	2,51	2,89
—	0,10	0,15	0,14	—	—	0,03	0,07	—	0,10	0,15	0,03
0,13	—	—	—	0,16	—	0,22	—	0,07	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,30	0,50	0,41	0,33	0,26	0,02	0,06	0,40	0,35	0,42	0,03	0,01
—	—	—	—	—	—	—	0,01	—	—	0,04	—
0,06	0,02	0,02	0,03	0,02	0,01	0,02	0,05	0,07	0,02	0,89	1,01
0,98	0,93	0,95	0,88	0,98	0,94	0,94	0,96	0,95	1,03	0,06	0,02
7,10	7,04	6,97	6,89	6,93	6,98	6,94	6,97	6,93	6,95	6,95	7,01

чатка; образцы 85/2, 173, 183а, 166б, 158, 38, 182, 96а, 534в, 41, 316, 97, 506а — максютовский комплекс, шинский комплекс, Южный Тянь-Шань. Звездочкой (*) отмечены анализы парагонита, остальные — ния. Содержание Na₂O в парагоните 166б исправлено, в оригинале [14] по ошибке напечатано 8,8%. см. в табл. 24 и 25.

го» компонента, входящего по схеме $2Al \rightleftharpoons SiR^{+2}$. Подобные содержания Si и R^{+2} необходимо учитывать при разработке рациональной классификации слюд. Наиболее высокое содержание Na в слюдах образцов 173 и 85/2 из максютовского комплекса, причем в образце 173 проанализированы обе сосуществующие слюды. Использование микронзонда позволило обнаружить также тонкие сростания фенгита и парагонита в образце 166б. Их можно трактовать как продукты распада натрийсодержащего фенгита (аналогичного обр. 173), так как слюды образца 166б из того же комплекса, что и слюды образца 173, но по сравнению с ними гораздо ближе к чистым K- и Na-слюдам. На микронзонде удалось также в большинстве образцов проанализировать сосуществующие минералы — они отмечены в табл. 24 и 25 кружками.

Помимо анализов, приведенных в табл. 23, из литературы было собрано дополнительно около 90 анализов белых слюд из глаукофансланцевых толщ. Всего в нашем распоряжении оказалось более 120 анализов K-слюд (мусковитов и фенгитов) и 6 анализов парагонитов. При дальнейшей статистической обработке были исключены слюды из

Ассоциации метабазитов

Минерал	Глаукофанзеленосланцевый тип																						
	I зона								II зона				III зона										
	S-15B	S-77B	S-33G	14	77B	367	160B	244 A	S-75B	S-30G	S-31G	535Д	S-97G	S-63G	S-64S	S-96P	S-63 A	1	4	G-209	G-206	829	97
Кварц	+	+	+						+	+	+	Сл	+	+	+	+	+	+	+				
Хлорит	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	+		+	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕			+	⊕	⊕	+
Na-амфибол	+	⊕			⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	+		⊕		⊕	⊕			⊕	+	⊕	
Ca-амфибол		⊕	⊕						⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕		⊕		
Эпидот	⊕	⊕	⊕	⊕	+	+	+	+	⊕	⊕	⊕	+	⊕	⊕	+	⊕	⊕	+	+				+
Гранат																							
Альбит	⊕	⊕	⊕	+	+	+	+	+	⊕	⊕	⊕	+	+	⊕	⊕	⊕	⊕	+	+			+	
Лавсонит				+	+	+	+	+							⊕	⊕	⊕			+	⊕	⊕	+
Моноклинный пироксен					⊕	⊕	⊕	⊕												+	⊕	⊕	
Пумпеллиит				⊕																+			
Стильпномелан					⊕	⊕		⊕													⊕	+	
Парагонит																							
Карбонат	+	+	+						+		+	+	+	+	+	+	+			+	+		+
Рутил	+	+	+										+	+		+	+			+	+	+	
Сфен	+	+	+						+	+	+	+	+	+	+	+	+			+		+	
Магнетит																		+	+	+		+	
Гематит																							
Литературный источник	45	45	45	42	42	42	42	42	45	45	45	55	45	45	45	45	45	52	52	45	45	*	*

Минералы	Глаукофансланцевый тип																											
	II—III зона						III зона								IV зона													
	GRS	50-GZ-60	G-50	SL0-5	159	TP	E-4	E-13	E-16	LM-3	LH-14	2	4a	316	158	175A	BM-28	LH-3	1724	25/18	1 час.А	71-6	71-3	182	38	96a	85/2	41
Кварц							+	+	+	+				+								+	+	+	+	+		
Хлорит	⊕	⊕	⊕	+	⊕	+	+	⊕	(+)	⊕		(+)		(+)	⊕	⊕						+	+	+	+	(+)		
Na-амфибол	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	+	+	+	+	⊕	+	+	⊕		+	⊕	⊕	⊕	⊕	+		+	
Ca-амфибол	⊕	⊕	⊕				+		+						⊕			⊕										+
Эпидот		+					⊕	⊕	⊕	⊕	+			⊕	⊕	+		⊕	+	(+)			+		+	+	+	+
Гранат		⊕	⊕	+	+		⊕		⊕	⊕		+	+		+	+	+	⊕	⊕	⊕	+	⊕	⊕	⊕	+	⊕	⊕	+
Альбит								+	+		+	+	+	+						(+)								+
Лавсонит				+	+											+												
Моноклинный пи- роксен									+					+		+	⊕	+	+	⊕	⊕	+	+	+	+	+	+	+
Пумпеллиит		+	⊕																									
Стильпномелан	+	+	+		+																							(+)
Парагонит										+									+									
Карбонат	⊕							+						+		+			+		+					+		
Рутил		+									+	+		+				+		+				+	+	+	+	+
Сфен	+	+	⊕	+	+	+	+	+	+							+		⊕								+	+	+
Магнетит	+		+	+	+	+																						
Гематит										+						+												
Литературный ис- точник	45	45	45	45	45	45	44	44	44	54	54	60	*	*	*	45	37	54	5	25	25	*	*	*	*	*	*	*

Примечание. Во всех образцах присутствует К-слюда (фенгит), в образце LM-3 — хлоритонд, в образцах 4, E-4, 175A — пирит, в образцах 1, 4, 50-Gz-60, 159, 535Д, E-16 — апатит (апатит и Fe-рудные минералы, возможно, содержатся как примеси в других образцах). В образце 535Д присутствует зеленый биотит, окислы железа. Знак + означает, что минерал присутствует, знак (+) соответствует вторичным минералам, знак ⊕ — проанализированные минералы, звездочка (*) — наши данные.

Ассоциации метapelитов

Глаукофанзеленосланцевый тип

Минерал	Глаукофанзеленосланцевый тип																						
	I зона				II зона								III зона										
	S-1bs	456-1	456-2	456-3	129	34	81	78	S-29ss	362B	362A	535E	66	62	102	110	S-93p	S-94s	S-93s	S-69p	S-70s	3p	11050
Хлорит	⊕	⊕	⊕	⊕					⊕	+	+	+	+	⊕			⊕		⊕	⊕	⊕		
Альбит	⊕	+	+	+	+	+	+	+	⊕	Сл.	+						⊕	⊕	⊕	⊕	⊕		+
Стильпномелан	+								+												+		
Na-амфибол																		⊕					
Эпидот	⊕	+	+	+	+				+	Сл.	+	+				+	+	⊕				+	
Гранат													+	+	+	+	⊕		⊕	⊕	⊕		+
Хлоритоид												+			+	+							
Карбонат	+				+		+			+	+	+	+			+	+	+	+	+	+		
Сфен	+								+	+							+	+	+	+	+		
Рутил							+					+								+	+		
Магнетит																							
Литературный источник	45	42	42	42	41	41	41	41	45	57	57	57	41	41	41	41	45	45	45	45	45	58	36

Глаукофансланцевый тип

Минерал	Глаукофансланцевый тип																																				
	I зона		II зона			III зона (кварциты)						III зона																									
	167a	621B	557B	166	E-15a	351	E-2	E-7	E-2017	1к	2	1чс	251	451	532в	1666	506a	173	183a	10	4	8	E-11	LH-15	PM-6	LH-10	LM-8	LM-5	LH-5	Mo2	3V	6V	7V	9V	10V		
Хлорит	⊕	+	⊕	+	⊕			+										⊕	⊕	+	+	+	⊕	+	+	+	+	+	⊕	+	+	+	⊕	+	⊕		
Альбит	+	+	+		+										+								+		+	+		+	+	+	+		+	+	+	+	
Na-амфибол			+			+	⊕	⊕	⊕	+	+	+	+	+		⊕		+		+	+	+			+		+		+		+	+	+	+	+		
Эпидот	+	+	+		⊕		⊕		⊕	+					+						+	+	+				+		+				+	+	+	+	+
Гранат							⊕	+	⊕			+		+	+	+	+									+	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	+	+	+	+	+	
Хлоромеланит, жа- дент	⊕					?		⊕	⊕	+		+	+	+	+	+		+		+																	
Хлоритоид																								⊕	⊕	+		⊕	⊕				+				
Карбонат	+	+	+	+	+															+		+	+														
Сфен					+		+														+		+				+										
Рутил																											+	⊕					+		+		
Магнетит																								+	+												
Гематит	+	+	+	+			+			+	+																					+	+	+	+	+	
Парагонит								+					+			⊕		+													+						
Литературный ис- точник	*	*	*	*	44	28	49	44	49	50	56	25	25	25	*	*	*	*	*	43	43	43	44	54	54	54	54	54	54	54	60	60	60	60	60	60	

Примечание. Во всех образцах присутствует К-слюда (фенгит) и кварц (кроме образцов LH-15, LH-10, LH-5, LM-8, LM-2, PM-6, 6-V и 7-V из зоны III), в образцах S-94, S. 166, E-15a — следы Са-амфибола; в образце 557в — лавсонит; в образцах E-15a, 362A, 8 — пирит; в образцах 11050, E-15a, E-2, E-7, E-2017, E-11 — апатит (апатит и Fe-рудные минералы, возможно, содержатся как примесь и в других образцах), в образцах 3V, 251 — калиевый полевой шпат. Знак + означает, что минерал присутствует, знак (⊕) соответствует вторичным минералам, знак ⊕ — проанализированные минералы, звездочка (*) — наши данные.

Средние содержания ($\bar{X}$) и среднеквадратичные отклонения (s) катионов в разных парагенетических типах фенгитов

Поро- ды	Тип мета- морфизма	Зоны	Пара- метры	Si	Ti	Al	Fe+3	Fe+2	Mn	Mg	Ca	Na	K	Σ	n
Метабазиты	Глаукофанзелено- сланцевый	I	$\bar{X}$	3,38	0,003	1,88	0,24	0,04	—	0,35	0,002	0,01	0,92	6,83	9
			s	0,05	0,006	0,15	0,09	0,04	—	0,05	0,004	0,004	0,04	—	
		II	$\bar{X}$	3,29	—	2,02	0,24	0,09	—	0,39	0,014	0,03	0,88	6,95	4
			s	0,08	0,01	0,15	0,08	0,04	—	0,05	0,01	0,01	0,04	—	
		I+II	$\bar{X}$	3,35	0,007	1,92	0,24	0,03	—	0,36	0,006	0,02	0,91	6,84	13
			s	0,08	0,01	0,15	0,08	0,04	—	0,05	0,01	0,01	0,04	—	
		III	$\bar{X}$	3,19	0,02	2,40	0,18	0,02	—	0,20	0,009	0,11	0,85	6,98	7
			s	0,18	0,007	0,14	0,04	0,02	—	0,11	0,01	0,04	0,09	—	
		Σ	$\bar{X}$	3,29	0,01	2,10	0,22	0,03	—	0,31	0,007	0,05	0,89	6,91	20
			s	0,15	0,01	0,28	0,07	0,03	—	0,11	0,001	0,05	0,07	—	
	Глаукофансланцевый	II+II— —III	$\bar{X}$	3,37	0,01	2,06	0,10	0,08	—	0,36	0,01	0,06	0,88	6,93	9
			s	0,08	0,02	0,18	0,06	0,07	—	0,10	0,01	0,05	0,08	—	
		III	$\bar{X}$	3,38	0,02	2,00	0,13	0,13	0,003	0,31	0,02	0,08	0,86	6,92	9
			s	0,09	0,02	0,17	0,08	0,06	0,007	0,14	0,05	0,05	0,09	—	
		IV	$\bar{X}$	3,32	0,02	2,20	0,10	0,04	—	0,32	0,01	0,14	0,89	7,04	13
			s	0,14	0,02	0,21	0,04	0,04	—	0,09	0,02	0,16	0,07	—	
		Σ	$\bar{X}$	3,36	0,02	2,10	0,11	0,08	0,001	0,33	0,02	0,10	0,88	7,00	31
			s	0,12	0,02	0,21	0,07	0,06	—	0,12	0,04	0,12	0,08	—	
			$\bar{X}$	3,35	—	2,00	0,19	0,03	—	0,36	—	0,02	0,93	6,88	3

Металлиты	Глаукофанзеленосланцевый	II	$\bar{X}$	3,37	0,02	2,04	0,19	0,06	—	0,32	0,04	0,06	0,79	6,89	8
			s	0,06	0,01	0,15	0,10	0,04	—	0,10	0,03	0,02	0,06	—	
		I+II	$\bar{X}$	3,36	0,02	2,03	0,19	0,05	—	0,33	0,03	0,05	0,83	6,89	11
			s	0,07	0,01	0,16	0,09	0,04	—	0,09	0,03	0,02	0,08	—	
		III	$\bar{X}$	3,33	0,03	2,22	0,13	0,05	0,002	0,24	0,02	0,11	0,80	6,93	10
	s		0,11	0,01	0,15	0,08	0,04	0,004	0,02	0,03	0,05	0,08	—		
	Σ	$\bar{X}$	3,35	0,02	2,12	0,16	0,05	0,001	0,29	0,03	0,08	0,82	6,92	21	
		s	0,09	0,01	0,44	0,09	0,04	0,003	0,10	0,03	0,05	0,08	—		
	Глаукофансланцевый	II+I	$\bar{X}$	3,49	0,01	1,82	0,16	0,08	0,01	0,44	0,02	0,05	0,85	6,92	5
			s	0,06	0,01	0,14	0,09	0,03	0,007	0,03	0,01	0,02	0,05	—	
III (Fe-фен-гиты)		$\bar{X}$	3,37	0,03	1,93	0,31	0,05	0,01	0,33	0,01	0,05	0,85	6,94	6	
		s	0,06	0,01	0,14	0,09	0,03	0,007	0,03	0,01	0,02	0,05	—		
III		$\bar{X}$	3,30	0,02	2,16	0,15	0,09	—	0,29	0,03	0,09	0,82	6,95	25	
	s	0,09	0,01	0,18	0,05	0,05	—	0,08	0,05	0,04	0,07	—			
Σ	$\bar{X}$	3,33	0,01	2,10	0,18	0,07	0,003	0,32	0,02	0,08	0,83	6,94	36		
	s	0,12	0,01	0,22	0,09	0,05	0,006	0,10	0,03	0,04	0,08	—			
По химическим анализам в целом			$\bar{X}$	3,32	0,02	2,13	0,16	0,13	0,002	0,30	0,03	0,11	0,81	66	
			s	0,12	0,02	0,22	0,09	0,05	0,006	0,11	0,04	0,08	0,07		—
По [40]			$\bar{X}$	3,08	0,03	2,56	0,12	0,07	—	0,15	0,01	0,09	0,87	361	
			Mo	3,06	0,03	2,64	0,06	0,05	—	0,10	—	0,06	0,86		—
			s	0,19	0,02	0,17	0,09	0,04	—	0,10	0,02	0,06	0,11		—

гипербазитов (в том числе обр. 97) и некоторые анализы (например, слюды образцов S-17P, G-213 из работы [45]), которые не соответствовали вышеприведенным критериям в формуле — соотношению Si, Mg и Fe или содержанию Ca, K и сумме катионов (допускались анализы, если $6,80 \leq \Sigma_{кат} \leq 7,10$). Всего в табл. 23—25 и на рис. 23—28 использовано 110 анализов фенгитов, из них 66 анализов — химические, остальные — микрозондовые, преимущественно из низкотемпературных зон.

ПАРАГЕНЕТИЧЕСКИЕ ГРУППЫ

Все слюды были разбиты на две большие группы — из метабазитов (метабазальтоидов и туфов) и из метапелитов (в глаукофан-сланцевых толщах это в основном «полупелиты» — метатерригенные сланцы с повышенным содержанием Ca). Отдельно была выделена группа феррифенгитов, богатых Fe^{+3} , из кварцитов и метасоматических пород с гематитом, эгириновым пироксеном или рибекитом. Кроме того, все слюды были отнесены к двум разным типам метаморфизма: I — глаукофанзеленосланцевому (переходному); II — глаукофансланцевому. К первому, как видно из рис. 22, отнесены лавсонит-альбитовая и эпидот-глаукофановая (глаукофанзеленосланцевая) субфации (фации по [42, 45]), в которых типичные лавсонит-глаукофановые и жадеитсодержащие породы отсутствуют. Ко второму типу отнесены лавсонит-глаукофановые субфации $C_{4в}$, г жадеитсодержащая $C_{4д}$ и гранат-глаукофановая фация C_3 II (включая эклогиты). Можно оспаривать некоторые оценки T и P на рис. 22, но само различие этих типов по давлению у большинства исследователей не вызывает сомнений. Наконец, в обоих типах были выделены сквозные температурные зоны, отвечающие примерно субфациям C_4 а, в, д (I зона), C_4 б, г, е (II зона), C_3 I и C_3 II (III зона), эклогитам (условно IV зона). Например, в районе Коту-Бизан пояса Санбогава в Японии [49] это зоны I—IV, в районе Бесси того же пояса [36] — соответственно зоны А (I), В (II), С+D (III), Е (IV). Эта схема поясняется рис. 22 и табл. 24, 25, в которых приведены также ассоциации всех проанализированных образцов. Из сравнения ассоциаций видно существо принятых подразделений, поскольку каждой из них соответствуют специфические ассоциации (не считая многовариантные «сквозные» ассоциации). Значение некоторых ассоциаций и ассоциирующих минералов будет обсуждено далее.

Для всех парагенетических групп, выделенных в табл. 24, 25, и некоторых обобщенных типов слюд рассчитаны средние составы (табл. 26) и построены графики на рис. 23—28, сравнение которых позволяет оценить влияние условий метаморфизма и состава пород на состав К-слюд.

В фенгитовых слюдах, как уже отмечалось на основании природных [21, 23, 39, 40, 43, 48, 61] и экспериментальных данных [29, 46, 47, 58], показателем условий их образования служат две группы параметров: 1) содержание Na и сумма $Na+K$; 2) содержание $(Mg+Fe^{+2})$ или коррелирующегося с ними Al либо Si и соотношение Mg, Fe^{+2}, Fe^{+3} .

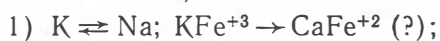
ИЗОМОРФИЗМ В ФЕНГИТАХ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

Коэффициенты корреляции между катионами (табл. 27) подтверждают преимущественную независимость этих двух групп компонентов: в большинстве случаев K и Na не коррелируют с Al, Fe и Mg , а между K и Na, K и Ca, Mg и Al, Si и Al во всех случаях обнаруживается значимая отрицательная связь, нередко сильная (до $-0,92$ для пары $Si-Al$, до $-0,76$ для пары $Mg-Al$, до минус $0,7-0,8$ для пары $K-Ca$). Исключения составляют отрицательные связи Na и Si , наиболее отчетли-

вые в метабазитовых слюдах, и Mg и Na в метапелитовых слюдах, а также в слюдах из метабазитов глаукофанзеленосланцевого типа. Эти связи, наиболее сильные в глаукофанзеленосланцевом типе, могут отражать противоположную зависимость содержания Na и (Si, Mg) от температуры. Для Fe^{+2} и Fe^{+3} связи слабые, что и следовало ожидать, поскольку значительная часть анализов определена на микрозонде, где железо разделено условно или совсем не разделено. В группах, где преобладают химанализы (1, 5, 6 в табл. 27), устанавливаются отрицательные связи Fe^{+3} с Al или Fe^{+3} с Fe^{+2} , а также Fe^{+2} с Mg. В метапелитовых слюдах намечаются связи Fe^{+2} с Na (+) и K(—). В группе 6 связи Fe^{+3} с Ca, Na и K могут быть объяснены загрязнением примесей эпидота и амфибола.

Для проверки связей Fe^{+2} и Fe^{+3} и для учета влияния микрозондовых анализов отдельно были вычислены коэффициенты корреляции только для доброкачественных химанализов, приведенные в первых строчках в табл. 27. Они показывают, что Fe^{+3} обнаруживает наиболее сильную отрицательную связь с Al и слабую положительную связь с K, а Fe^{+2} — только слабую положительную связь с Si, как и Mg. В химанализах ослабевают также связи Na (вследствие загрязнения).

Таким образом, коэффициенты корреляции, приведенные в табл. 27, не противоречат следующим изоморфным замещениям, предполагавшимся и ранее в фенгитовых слюдах ([21, 44, 50, 51, 54 и др.]; подчеркнуты главные изоморфные замещения):



М. Макнамара [55] и С. П. Кориковский [21] придавали также большое значение дефициту щелочей (в формуле $\text{Na} + \text{K} < 1,0$) и предполагали дефектный изоморфизм типа $\text{Al}^{+3}\text{R}^{+1} \rightarrow \text{Si}^{+4}\square$ (см. [21], стр. 79—83). В таком случае следует ожидать положительную корреляцию K (и суммы K+Na) с Al и отрицательную — с кремнием. Однако такой корреляции ни в нашей выборке (кроме слабой связи Si—K в химанализах, см. табл. 27), ни в выборке С. П. Кориковского [21, рис. 10] не обнаруживается. Более того, во всех микрозондовых анализах, как наших (см. табл. 23), так и по литературным данным, дефицита щелочей не отмечается: сумма $\text{K} + \text{Na} + \text{Ca}$ колеблется в пределах точности анализов от 0,90 до 1,07 и в среднем составляет по данным табл. 23 (без химанализов) 0,992, по литературным материалам 0,987. Такое же систематическое расхождение между микрозондовыми и химическими анализами (по данным Ю. Г. Лаврентьева, Л. Н. Поспеловой, Е. Н. Ушаковой и др.) устанавливается и для биотитов. Учитывая отсутствие корреляции дефицита щелочей с Si и Al, можно заключить, что такой дефицит в химанализах чаще всего объясняется примесями, от которых трудно освободиться (особенно от послынных вростков гидратированной «выветрелой» слюды с оксидом H_2O , которая, как и вростки парагонита, в микрозондовых анализах иногда устанавливается), либо особенностями определения щелочей на пламенном фотометре в процессе химического анализа.

Мы не можем принять классификацию слюд, предложенную в работах [21, 50], поскольку приведенные в них конечные члены — фенгит и феррифенгит — содержат лишь 0,5 R^{+2} и 3,5 Si в формуле. В глаукофансланцевых толщах, как уже отмечалось, нередко устанавливаются более высокие содержания R^{+2} и Si (анализы 158, 166, 167а и 557в в табл. 23). Поэтому более приемлема классификация Фостера — Эрнста [43, 54, 58, 61 и др.], в которой конечными членами приняты чистый мусковит $\text{KAl}_2(\text{AlSi}_3)\text{O}_{10}(\text{OH})_2$ и «селадониты» состава $\text{K}(\text{Mg}, \text{Fe}^{+2})(\text{Al},$

Коэффициенты корреляций между катионами в фенгитах из глаукофансланцевых толщ

Катионы	Si	Al	Fe ⁺³	Fe ⁺²	Mg	Ca	Na
K	0. (−0,29)	0. —	0. +0,28	0. —	0. —	0. −0,53	0. —
	1. —	1. —	1. —	1. −0,55	1. —	1. −0,70	1. —
	2. —	2. —	2. —	2. −0,59	2. —	2. −0,51	2. −0,51
	3. —	3. —	3. —	3. −0,52	3. —	3. −0,51	3. −0,52
	4. +0,61	4. —	4. —	4. —	4. —	4. (−0,30)	4. −0,54
	5. —	5. —	5. —	5. —	5. —	5. −0,77	5. (−0,26)
	6. —	6. —	6. −0,60	6. —	6. —	6. −0,81	6. −0,66
Na	0. —	0. +0,29	0. —	0. —	0. —	0. —	
	1. (−0,29)	1. +0,38	1. —	1. +0,43	1. −0,42	1. —	
	2. −0,44	2. —	2. —	2. +0,32	2. −0,59	2. —	
	3. —	3. —	3. —	3. —	3. —	3. —	
	4. −0,64	4. +0,81	4. −0,49	4. —	4. −0,81	4. +0,40	
	5. −0,31	5. —	5. —	5. —	5. —	5. —	
	6. −0,33	6. −0,49	6. +0,70	6. —	6. +0,49	6. +0,61	
Ca	0. —	0. −0,30	0. —	0. —	0. —		
	1. —	1. —	1. —	1. +0,37	1. −0,48		
	2. (+0,26)	2. —	2. —	2. +0,37	2. —		
	3. +0,35	3. —	3. —	3. +0,33	3. —		
	4. (−0,29)	4. —	4. −0,29	4. +0,37	4. (−0,37)		
	5. —	5. —	5. —	5. —	5. —		
	6. —	6. −0,62	6. +0,43	6. —	6. —		
Mg	0. +0,39	0. −0,65	0. —	0. —			
	1. +0,34	1. −0,61	1. —	1. −0,35			
	2. +0,51	2. −0,48	2. —	2. −0,37			
	3. +0,56	3. −0,48	3. —	3. −0,34			
	4. +0,70	4. −0,76	4. —	4. —			
	5. —	5. −0,56	5. (+0,28)	5. (−0,30)			
	6. —	6. −0,65	6. (+0,32)	6. −0,51			
Fe ⁺²	0. (+0,24)	0. —	0. —				
	1. —	1. —	1. —				
	2. —	2. —	2. —				
	3. —	3. —	3. —				
	4. —	4. —	4. —				
	5. +0,29	5. —	5. −0,32				
	6. +0,45	6. —	6. −0,49				
Fe ⁺³	0. —	0. −0,41					
	1. —	1. −0,36					
	2. —	2. —					
	3. —	3. —					
	4. —	4. —					
	5. —	5. —					
	6. −0,63	6. —					
Al	0. −0,81						
	1. −0,925						
	2. −0,39						
	3. (−0,28)						
	4. −0,59						
	5. −0,78						
	6. −0,44						

0. $n=66$; $r_{05}=0,241$; $MnFe^{+3}=+0,48$
 1. $n=22$; $r_{05}=0,423$; $MnFe^{+2}=+0,54$
 2. $n=36$; $r_{05}=0,328$; $MnFe^{+3}=+0,51$
 3. $n=25$; $r_{05}=0,396$; $MnFe=$ нет
 4. $n=20$; $r_{05}=0,444$; $MnFe=$ нет
 5. $n=32$; $r_{05}=0,348$; $MnFe^{+3}=+0,54$; $MnMg=+0,47$
 6. $n=19$; $r_{05}=0,456$; $SiMn=-0,63$; $MnFe^{+3}=+0,63$; $MnMg=+0,53$

0 — слюды в целом по химанализам; 1, 2, 3 — слюды из метapelитов глаукофанзеленосланцевого (1), глаукофансланцевого (2) типа и зоны III (3); 4, 5, 6 — слюды из metabазитов глаукофанзеленосланцевого (4), глаукофансланцевого (5) типа и зоны III (6).

$Fe^{+3}Si_4O_{10}(OH)_2$. Наибольшие значения имеет «глиноземистый» селадонит $K(Mg, Fe^{+2})AlSi_4O_{10}(OH)_2$ с преобладанием Mg над Fe^{+2} , тогда как вхождение Fe^{+3} можно выразить еще одним конечным членом — ферримусковитом $KFe_2^{+3}(AlSi_3O_{10})(OH)_2$. Промежуточные члены, содержащие от 20 до 80% селадонитового компонента, следует называть

фенгитами. Конечные члены (фенгиты и феррифенгит), согласно [21, 50], содержат лишь 50% селадонита, тогда как в природе и по экспериментальным данным [59, 61] его содержание достигает 65—70%. В табл. 23 содержание селадонита подсчитано как среднее из трех величин: $(\text{Si}-3,0) \cdot 100$; $(\text{Mg}+\text{Mn}+\text{Fe}^{+2}) \cdot 100$; $0,5(3,0-\text{Al}-\text{Fe}^{+3}) \cdot 100$.

СОДЕРЖАНИЕ Na в ФЕНГИТАХ

Содержание Na, как видно из табл. 26, во всех средних составах возрастает при переходе к более высокотемпературным зонам — от зоны I к зонам II, III и IV. Однако средние содержания Na мало показательны, так как функцией температуры являются только максимальные содержания Na в фенгите, определяемые равновесием с парагонитом [29, 46, 47]. Таких слюд (в парагенезисе с парагонитом) в нашем распоряжении шесть (2 из метабазитов, 4 из метапелитов), однако и в других слюдах в равновесии с альбитом содержание Na может быть сколь угодно близким к максимальному содержанию Na (в равновесии с парагонитом). Поэтому мы построили суммарный график для слюд из метабазитов и метапелитов (рис. 23).

Кроме фенгитов, ассоциирующихся с парагонитом, на график нанесены и другие слюды с высоким содержанием Na по следующим правилам. Интервалы зон (по вертикальной оси) для всех зон приняты одинаковыми. В каждой более высокотемпературной зоне наносились анализы с содержанием Na, равным или большим максимальных содержаний Na в предыдущей зоне. Если таких анализов в зоне оказывалось много (зона III на рис. 23), то они располагались по диагонали с учетом содержания Na в парагонитовых ассоциациях.

Полученные таким образом кривые предельных содержаний Na в слюдах из метапелитов (рис. 23, а) и из метабазитов (рис. 23, б)* совпадают. При сопоставлении с экспериментальной кривой [29, 46] они дают температуры, указанные на рис. 23 и хорошо совпадающие с оценками температур на рис. 22. Поскольку эти оценки совершенно независимы, то кривые на рис. 23 следует считать принципиально правильными. Подчеркнем, что эти кривые практически не зависят от состава и давления, так как совпадают для глаукофансланцевого и зеленосланцевого типов метаморфизма, для метапелитов и метабазитов (в частности, пары с парагонитом, отмеченные в табл. 24 и 25 и на рис. 23 в зоне III, встречаются также и в зоне II, примерно одинаково и в метабазитах, и метапелитах). Поправка на фенгитовый компонент по сравнению с мусковитами в экспериментальной системе [46, 47] неизвестна, но, как показывает рис. 23, по-видимому, она невелика в противоположность мнению автора работы [54]. Это дает возможность по максимальным содержаниям Na в фенгитах и мусковитах, равновесных с альбитом, оценивать нижний предел** температуры равновесия. Такая оценка по изученным слюдам (см. табл. 23) дает в Пенжинском поясе $T \geq 450^\circ$ (обр. 166), в максютовском комплексе $T \geq 500-550^\circ$ (обр. 173, а также обр. 2 в табл. 25 из работы [25]), в мусковитизированных эклогитах максютовского комплекса — более 600° (обр. 25/18 в табл. 24).

* Правая кривая на рис. 23, б, намеченная по одной точке (№ G-209 из работы [45]), дает неточные результаты: возможно, в этом анализе завышено содержание Na.

** В ассоциации без парагонита содержание Na (и соответственно температура) может быть только ниже истинного содержания; в ассоциации с парагонитом, как показывает обр. 1666, возможно занижение оценки температуры вследствие распада твердого раствора.

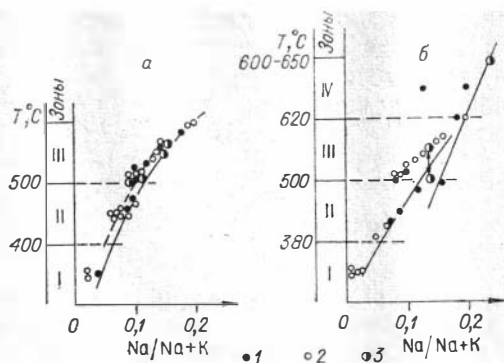


Рис. 23. Максимальное содержание Na в фенгитах разных зон и вероятные оценки температур. а — в метапелитах; б — в metabазитах; 1 — слюды глаукофансланцевого типа; 2 — слюды глаукофанзеленосланцевого типа; 3 — слюды в ассоциации с парagonитом.

практически постоянно (плаггиоклаз № 0—5, только в зоне III встречается плаггиоклаз № 10—14), а содержание Na в слюдах колеблется сильно. Это не удивительно, так как пара мусковит — альбит (плаггиоклаз) многовариантна и содержание Na в ней может заметно изменяться независимо от температуры [21].

СОДЕРЖАНИЕ СЕЛАДОНИТОВОГО КОМПОНЕНТА (ФЕНГИТОВОСТЬ СЛЮД)

Содержание Al, Si, Mg, Fe определяется, как уже отмечалось, вхождением селадонитового компонента по схеме $2Al \rightleftharpoons SiR^{+2}$ (табл. 26 и рис. 24). Содержание Al отражает наиболее полно суммарную примесь других компонентов к мусковиту, так как кроме вышеприведенного замещения возможно вхождение ферримусковита по схеме $Al \rightleftharpoons Fe^{+3}$ и биотита по схеме $2Al \rightleftharpoons 3Mg$.

Рассмотрим сначала изменение средних содержаний указанных катионов. Как видно из табл. 26 и рис. 24, содержание Al закономерно убывает, а содержание Si и Mg увеличивается с уменьшением температуры (при переходе от зон IV, III к зонам II, I) и ростом давления. Последнее проявляется в том, что в одноименных зонах и породах в глаукофансланцевом типе (при более высоких давлениях, см. рис. 22) содержание Al в слюдах ниже, а Si и Mg выше, чем в глаукофанзеленосланцевом типе (при более низком давлении). Температурная зависимость наиболее отчетлива для Al, причем самое сильное увеличение содержания Al с ростом T устанавливается в metabазитовых слюдах глаукофанзеленосланцевого типа. Для Al имеется лишь одно отклонение — в зонах II и III в metabазитах глаукофансланцевого типа содержание Al практически одинаково. Подобное отклонение объясняется тем, что анализов из зоны II всего четыре (причем в двух из них из Калифорнии [45] содержание Al, по-видимому, завышено), и к ним добавлено пять анализов слюды из тектонических включений в Калифорнии [45], которые по ассоциациям являются переходными между зонами II и III (обр. от GRS до 159 в табл. 24).

Изменения содержаний Mg и Si менее закономерны. Различия по содержанию Mg между зонами I и II в большинстве случаев незначимы, и лишь при переходе к зоне III, когда исчезает хлорит*, устанавли-

* Большая часть хлорита в зоне III, кроме метапелитов глаукофанзеленосланцевого типа, возможно, вторичная.

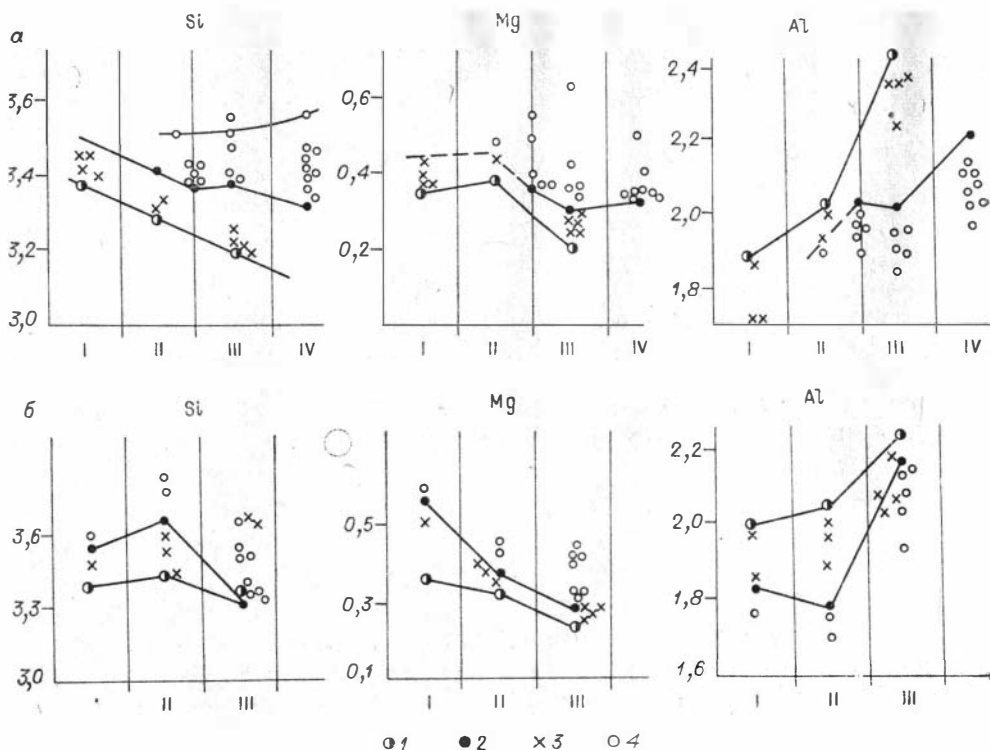


Рис. 24. Содержания катионов Si, Mg и Al (в формульных единицах) в фенгитах из метабазитов (а) и метапелитов (б).

1, 2 — средние содержания катионов в глаукофанзеленосланцевом (1) и глаукофансланцевом (2) типе; 3, 4 — содержания катионов выше среднего (Si, Mg) и ниже среднего (Al) в глаукофанзеленосланцевом (3) и глаукофансланцевом (4) типе; I—IV — зоны метаморфизма.

вается его довольно резкое убывание (на 0,10—0,16 в кристаллохимической формуле). Содержание Si в слюдах убывает с ростом температуры в метабазитах глаукофанзеленосланцевого типа и метапелитах глаукофансланцевого типа (от зоны II к зоне III) и не меняется в двух других случаях (табл. 26 и рис. 24).

Изменения среднего содержания Fe^{+3} и Fe^{+2} наименее показательны. Это связано как с условностью разделения Fe^{+2} и Fe^{+3} в микрондочных анализах и низким содержанием Fe^{+2} , так и с противоречивым поведением Fe^{+2} и Fe^{+3} . Содержание Fe^{+3} убывает вместе с Al, а содержание Fe^{+2} растет вместе с Mg при вхождении по схеме $2\text{R}^{+3} \rightarrow \text{R}^{+2}\text{Si}$. Наоборот, Fe^{+3} растет, а Fe^{+2} убывает при возрастании окислительных условий вследствие замещения типа $\text{Fe}^{+3} \rightarrow \text{Al}$ или $2\text{Fe}^{+3} \rightarrow \text{Fe}^{+2}\text{Si}$. В результате среднее содержание Fe^{+2} почти не меняется и составляет 0,04—0,08 в формуле (табл. 26), кроме зоны III в метабазитах. Здесь в слюдах глаукофанзеленосланцевого типа содержание Fe^{+2} понижено (0,02), а глаукофансланцевого типа повышено (0,13) (различие по t -критерию значимо, $t=4,8$) при незначимом различии по содержанию Fe^{+3} (0,16 и 0,13). В целом же в метабазитовых слюдах глаукофанзеленосланцевого типа содержание Fe^{+3} и степень окисления выше, чем в глаукофансланцевом. В метапелитовых слюдах они равны.

Однако колебания Si, Mg и Al в разных парагенезисах в пределах зон и в суммарных совокупностях значительные и перекрывают друг друга, как видно из рис. 24—27. На рис. 25 кроме корреляции между Al_2O_3 и $\Sigma\text{FeO} + \text{MgO}$ отражено различие низкотемпературных слюд зон I и II от более высокотемпературных. Первые в целом беднее Al и богаче ΣFeO и MgO и располагаются в основном ниже и левее

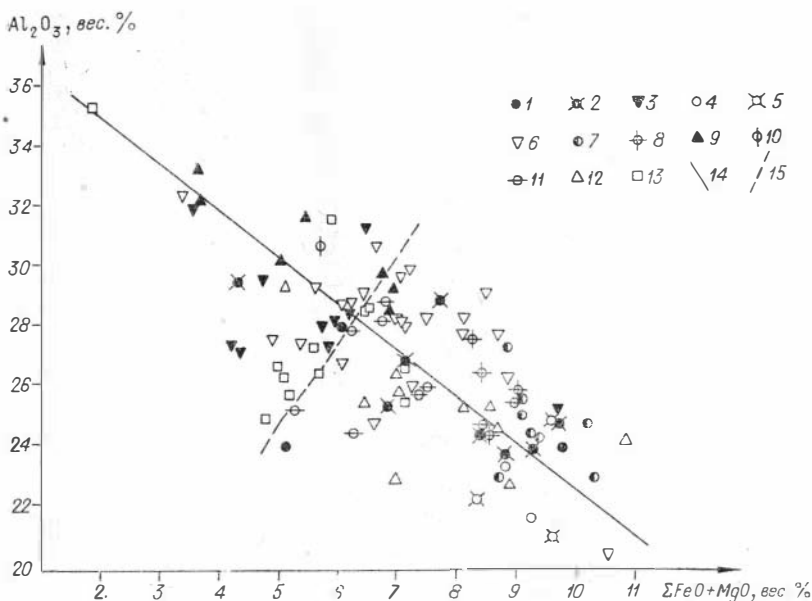


Рис. 25. Соотношение Al_2O_3 и $\Sigma FeO+MgO$ в фенгитах.

1-6 — фенгиты из метapelитов глаукофанзеленосланцевого (1 — зона I; 2 — зона II; 3 — зона III) и глаукофансланцевого (4 — зона I; 5 — зона II; 6 — зона III) типа; 7-13 — фенгиты из метабазитов глаукофанзеленосланцевого (7 — зона I; 8 — зона II; 9 — зона III) и глаукофансланцевого (10 — зона I; 11 — зона II; 12 — зона III; 13 — зона IV) типа; 14 — линия корреляции Al_2O_3 и $\Sigma FeO+MgO$; 15 — линия, разделяющая низкотемпературные слюды от высокотемпературных.

пунктирной линии (кроме двух анализов). Однако в этом же поле имеется много анализов высокотемпературных слюд.

По соотношению ΣFeO (пропорционально доле железистого селадонита и ферримусковита) и Al_2O_3 (обратно пропорционально суммарному содержанию селадонита) в метapelитовых слюдах уверенно различаются слюды глаукофансланцевых поясов (поле B на рис. 26) от других слюд. Поле A соответствует ставролитовой зоне дистен-силлиманитового типа метаморфизма, сюда же попадает большинство слюд из андалузит-силлиманитового типа и из изверженных пород и пегматитов; это собственно мусковиты. В поле B находятся проанализированные слюды из альмандиновой зоны дистен-силлиманитового типа, но много

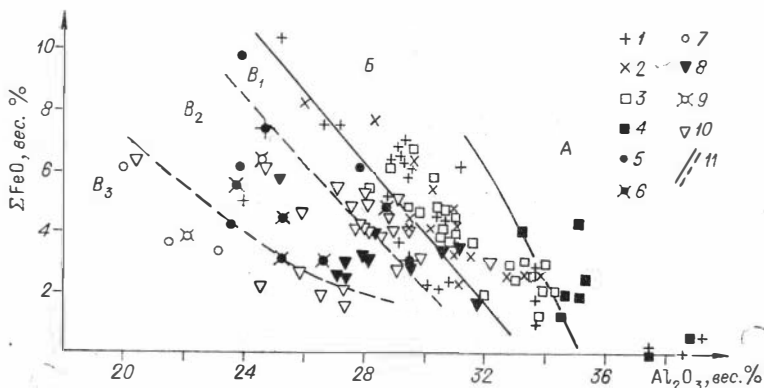


Рис. 26. Соотношение ΣFeO и Al_2O_3 в фенгитах и мусковитах из метapelитов.

1 — зона I, 2 — зона II, 3 — зона III, 4 — зона IV, дистен-силлиманитовый тип; 5 — зона I, 6 — зона II, 7 — зона III, глаукофанзеленосланцевый тип; 8 — зона I, 9 — зона II, 10 — зона III, глаукофансланцевый тип; 11 — линии, отделяющие поля составов слюд A-B, характерные для различных типов метаморфизма.

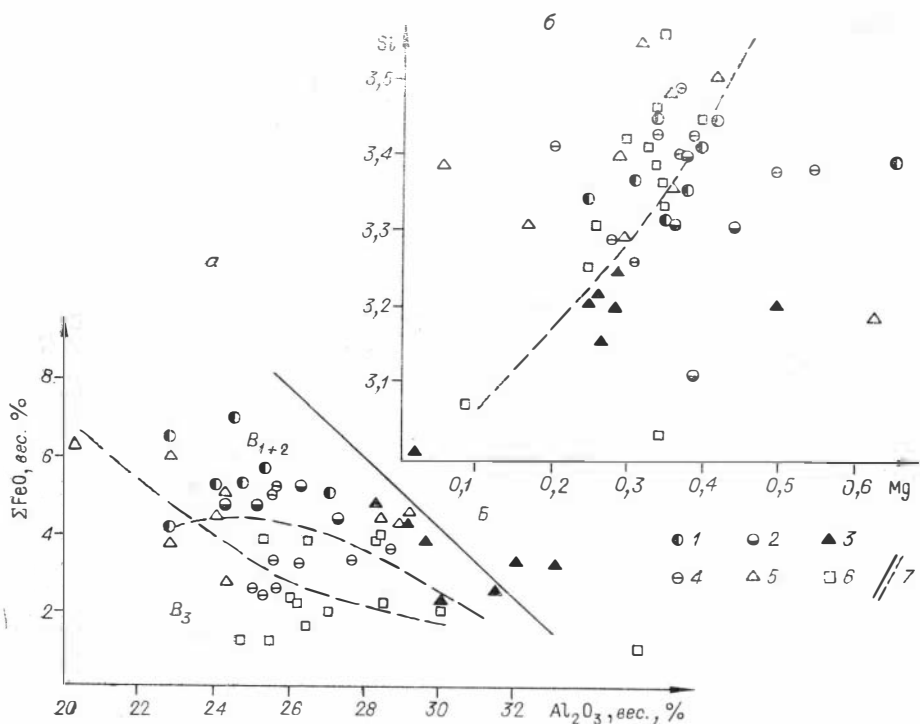


Рис. 27. Соотношение ΣFeO и Al_2O_3 (а) и Si и Mg (б) в формульных единицах в фенгитах из метабазитов.

1 — зона I, 2 — зона II, 3 — зона III, глаукофанзеленосланцевый тип; 4 — зона II, 5 — зона III, 6 — зона IV, глаукофансланцевый тип; 7 — линии, отделяющие поля составов слюд B_1 , B_2 , B_3 .

и более низкотемпературных слюд. Это слюды переходные от мусковитов к типичным фенгитам. Наконец, в поле B попадают все метапелитовые слюды глаукофансланцевых поясов (кроме одного анализа вблизи пограничной линии), причем в переходной области B_1 присутствуют также слюды из хлоритовой зоны дистен-силлиманитового типа, а в области B_3 — только слюды глаукофансланцевого типа. Таким образом, последовательность зон A , B , B_1 , B_2 , B_3 (уменьшение Al и одновременно доли железистой составляющей) отражает в основном последовательное уменьшение давления.

В метабазитовых слюдах указанные различия менее отчетливы (рис. 27, а), в частности за пределы поля B попадают уже три анализа слюд глаукофанзеленосланцевого типа, и граница поля B_3 (верхний пунктир) отличается от границы в метапелитах (нижний пунктир) более пологим характером (т. е. поле B_3 в метабазитах выделено по ΣFeO). Зато в метабазитовых слюдах в противоположность метапелитам намечается различие между глаукофансланцевым и глаукофанзеленосланцевым типом по соотношению Si и Mg (рис. 27, б), последние при том же содержании Si беднее Mg и, кроме трех анализов, располагаются ниже и правее пунктирной диагональной линии.

Еще более отчетливые результаты дают предельные содержания Si , Mg и Al (рис. 24), а также Mg и NaO (рис. 28). На рис. 24 нанесены повышенные значения Si и Mg (выше средних значений) и пониженные значения Al (ниже средних значений) в слюдах соответственно глаукофанзеленосланцевого и глаукофансланцевого типов. И для метапелитов, и для метабазитов отчетливо устанавливается, что максимальные значения Si и Mg и минимальные значения Al в слюдах глаукофанзеленосланцевого типа не переходят за линию средних значений глаукофансланцевого типа. Исключение составляет зона III

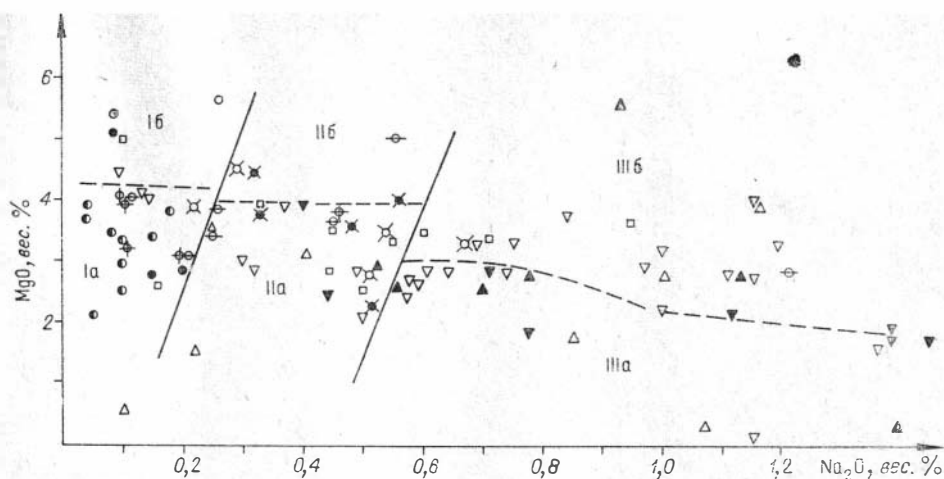


Рис. 28. Соотношение MgO и Na_2O в фенгитах; I—III — зоны метаморфизма. Усл. обозн. см. на рис. 25.

в метапелитах по содержанию Si (так как содержание Si здесь часто не бывает предельным) и зона II по содержанию Al (вследствие малого числа анализов и возможных ошибок по содержанию Al в микронзондовых анализах из Калифорнии в работе [45]). На рис. 28 по соотношению MgO (пропорциональному содержанию магнезиального селадонита) и Na_2O (пропорциональному парагониту) отчетливо выделяются слюды из зон I, II и III (+IV), а в пределах каждой зоны выше пунктирной линии (16, II6, III6) располагаются только анализы слюд глаукофансланцевого типа. В каждой зоне имеется лишь по одному исключению (вблизи пограничной линии), и только анализ G-209 (табл. 24) по содержанию Na_2O сильно отклоняется к зоне III, хотя по ассоциации с пумпеллинитом и лавсонитом он относится к более низкотемпературным зонам. Мы уже упоминали о нем в связи с обсуждением роли $Na/(Na+K)$ (рис. 23); возможно, этот анализ ошибочен.

Максимальное содержание MgO (селадонита) на рис. 28 соответствует ассоциации с хлоромеланитом (или магнезиорибекитом) в присутствии альбита (обр. 167а, 621 в табл. 25) или без него (обр. GRS, TP, 96а, BM-28 в табл. 24), что отвечает точке 7 либо интервалу между точками 7 и 8 на рис. 29, или ассоциации с биотитом и калишпатом (обр. 3P в табл. 25) либо стильпномеланом, альбитом и хлоритом (обр. S-16 s), что отвечает точкам 1 или 3, 4 на рис. 29.

Максимальное содержание Na и Mg обнаруживается в анализе 2 (табл. 24) в ассоциации с альбитом, парагонитом и кросситом, что соответствует слиянию точек 6 и 7 на рис. 29.

Минимальные содержания селадонитового компонента устанавливаются в ассоциации с хлоритоидом и гранатом (обр. LM-3, LH-14 в табл. 24), что соответствует точке 5 на рис. 29, или в породах без хлорита и альбита (обр. 1, 4, 4а, 97 в табл. 24, 535E, S-69p в табл. 25). Во всех остальных случаях в паре с альбитом и (или) хлоритом содержание селадонита может колебаться очень сильно (рис. 29), что обуславливает нахождение слюд с минимальным содержанием Mg или максимальным содержанием Al (рис. 23—28) из глаукофансланцевого типа в поле слюд другого типа.

Если обратиться к экспериментальным данным [59], то предельное содержание селадонита определяется разложением фенгита на калишпат и две слюды — более чистый мусковит и биотит (или хлорит, монтмориллонит, стильпномелан). Им соответствуют ассоциации 1, 2, 3

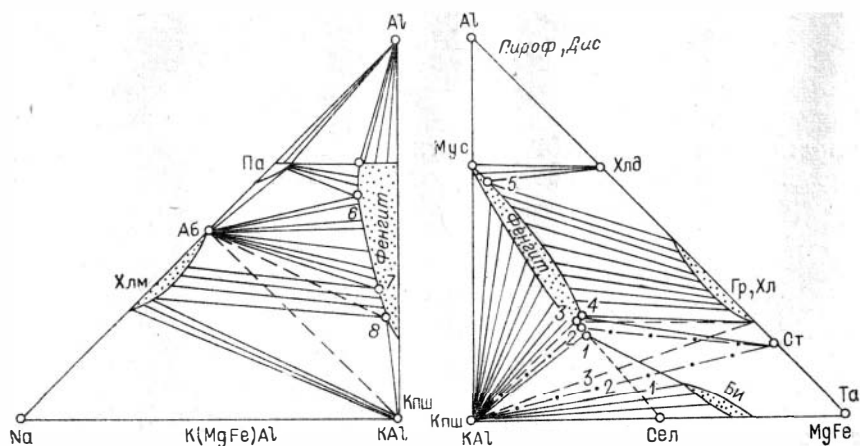


Рис. 29. Фазовые равновесия фенгита с другими магнезиально-железистыми минералами. Предельные составы фенгита в равновесиях 1—8 см. в тексте. (Хлм — хлоромеланит; Аб — альбит; Па — парагонит; Пироф — пиррофиллит; Дис — дистен; Хлд — хлоритоид; Гр — гранат; Хл — хлорит; Ст — стильпно-мелан; Та — тальк; Би — биотит; Сел — селадонит; Кпш — калиевый полевой шпат; Мус — мусковит).

на рис. 29. Это разложение зависит от T , P и железистости фенгита. Такая предельная ассоциация с калишпатом в глаукофансланцевых поясах встречается редко — нам она известна в Альпах (обр. 3Р в табл. 25) и в максютовском комплексе на Южном Урале. Однако в ассоциации с хлоритом ($\pm$ кварц, альбит) содержание селадонита может сколь угодно близко приближаться к предельному, особенно если в породе присутствует еще одна магнезиально-железистая слюда (стильпно-мелан, тальк, биотит) или хлоромеланит (эгирин-авгит), магнезиорибекит. Эти Na—Fe-минералы определяют более высокий потенциал Na, чем в обычных парагенезисах с альбитом, благодаря чему часть Al извлекается из фенгита и связывается с Na, а оставшаяся слюда относительно обогащается ферримусковитом и селадонитом. Эти вопросы требуют специального обсуждения, а пока мы можем заключить, что max (Mg, Fe, Si) и min (Al) в любой зоне могут быть достаточно близки к предельным значениям при определенных T и P , которые известны из экспериментальных данных [59, 61]. В частности, экспериментально найденные предельные изолинии для Si (в сочетании с изолиниями Na) изображены на рис. 30 и могут использоваться для совместной оценки T и P по максимальным значениям Na и Si в слюдах данной зоны.

Так, в Пенжинском поясе содержание Si достигает 3,60—3,63, что при температуре 450—400° (см. выше по Na) отвечает давлению не менее 10—11 кбар. Эта оценка соответствует содержанию жадеита (50—60%) в пироксене в ассоциации с кварцем [12, 28]. В максютовском комплексе содержание Si в слюдах достигает 3,55 (обр. 158 в табл. 23), что при температуре 550° (см. по Na) соответствует давлению 13—14 кбар. Эта независимая оценка подтверждается находками жадеита в ассоциации с кварцем и алмандином и составами пар омфацинт — гранат [12, 14].

В дальнейшем требуется, по-видимому, экспериментально исследовать предельные содержания Mg и Al при разных T и P , поскольку использовать Mg и Al удобнее, чем Si; кроме того, судя по средним цифрам (табл. 26 и рис. 23) и максимальным содержаниям, зависимости для Mg и Al должны быть несколько иные, чем для Si. Для глаукофансланцевого типа они больше будут зависеть от давления, чем от температуры.

Как видно из рис. 26, очень перспективно экспериментально исследовать соотношение Al_2O_3 и ΣFeO в слюдах в предельных парагенезисах, тем более что общая железистость слюд достаточно хорошо определяется по показателю преломления [21], а содержание R^{+3} (фенгитовость) — по параметру b решетки [40]. Соотношение Ng и b в низкотемпературных слюдах имеет большое диагностическое значение и требует постановки специальных статистических исследований.

* *
*

Обобщая материал § 13, сформулируем выводы.

1. Приведены 23 новых анализа белых слюд из глаукофансланцевых толщ СССР, выполненные на рентгеновском микроанализаторе (табл. 23), из них две пары — сосуществующие парагонит и мусковит (одна пара из которых — результат распада твердого раствора). В пяти слюдах содержание селадонита (Si, Mg, Al) $\geq 50\%$.

2. Проведено статистическое исследование (в сочетании с парагенетическим анализом) состава белых слюд на основе оригинальных и литературных данных (всего 109 фенгитов с ассоциациями, табл. 24, 25). В частности, корреляционный анализ подтвердил существование изоморфных замещений трех типов и не подтвердил предполагаемый многими авторами дефектный изоморфизм. Дефицит щелочей ($K+Na < 1$) не обнаруживается в микронзондовых анализах. В качестве

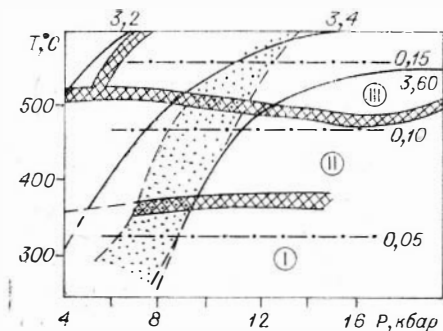


Рис. 30. Определение температуры и давления по особенностям состава белых слюд. Сплошная линия — предельные содержания Si (в формульных единицах) по Вельде [61]; штрих-пунктир — предельные содержания Na, экстраполированные по Эйгстеру и Йодеру [46]; I—III — зоны метаморфизма.

конечных членов удобнее всего принять мусковит $KAl_2(AlSi_3)O_{10}(OH)_2$, «глиноземистый» селадонит $K(Mg, Fe^{+2})AlSi_4O_{10}(OH)_2$ и ферримусковит $KFe^{+3}(AlSi_3O_{10})(OH)_2$.

3. Содержание Na в слюдах колеблется при одной и той же температуре от минимального в ассоциации с калишпатом до максимального в ассоциации с парагонитом. В природных слюдах из глаукофансланцевых толщ содержания Na часто близки к максимальным, которые растут с повышением температуры. Содержания Na в слюдах, максимальные в каждой зоне, могут быть с успехом использованы для оценки температуры.

4. Содержание селадонита (т. е. Si и Mg, обратно пропорциональные содержанию Al) в данной зоне минимальное в ассоциации с высокоглиноземистыми минералами (Хлд+Пироф, Дис или Гр; Па+Пироф, Дис; см. рис. 29) и максимальное в ассоциации с калишпатом и вторым Fe—Mg-минералом (биотитом, или стильпномеланом, или гранатом, или хлоромеланитом, кросситом). В этих парагенезисах максимальное содержание селадонита убывает с ростом T и снижением P . Хотя парагенезисы с калишпатом редки, многие слюды в ассоциации с хлоритом и стильпномеланом (гранатом) или хлоромеланитом, кросситом содержат примесь селадонита, близкую к максимальной, что позволяет по ним (в совокупности с max Na) оценивать T и P . Такие оценки в Пенжинском поясе дают $T=400-450^\circ$, P не менее 10—11 кбар, в максютовском комплексе на Южном Урале — $T=500-550^\circ$, P не менее 13 кбар.

5. Независимо от конкретных оценок T и P , используя в слюдах содержания Al ниже средних, а Si и Mg выше средних значений (табл. 26 и рис. 24), а также соотношения ΣFeO и Al_2O_3 (диаграмма Батлера; рис. 26 и 27) и Na_2O и MgO (рис. 29), можно уверенно различать разные температурные зоны и, что особенно важно, разные режимы давлений (глаукофанзеленосланцевый переходный и глаукофансланцевый высоких давлений типы метаморфизма). Для этой же цели могут быть использованы дискриминантные функции.

§ 14. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА ПРИ ИНТЕРПРЕТАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ К-Аг ДАТИРОВАНИЯ

Значительный объем исследований, проводимый по радиологическому датированию различных пород и минералов, открывает большие возможности использования статистических методов при интерпретации получаемых результатов. Наиболее простым в данном случае является применение корреляционного анализа, позволяющего, в частности, рассмотреть вопрос о зависимости содержания калия от К-Аг возраста. Обычно предполагается, что эти величины независимы. Любые отклонения от независимости — своего рода аномалии и требуют специального рассмотрения.

В качестве примера приведем результаты расчетов выборочных коэффициентов корреляции содержания калия и К-Аг возраста для некоторых минералов (табл. 28). Все расчеты производились вручную

Таблица 28

Средние содержания ($\bar{X}$), среднеквадратичные отклонения (s) и коэффициенты корреляции (r) К и К-Аг возраста в минералах изверженных горных пород

Минерал	Количество проб	К, %		К-Аг даты, млн. лет		r
		$\bar{X}$	s	$\bar{X}$	s	
Биотит из щелочных пород Тувы	22	6,77**	1,010	325**	82,91	—0,17
Биотит из гранитов Тувы	21	6,32**	1,080	418***	136,60	—0,305
Биотит из Pz_1 гранитов Тувы	15	5,95**	1,110	464**	102,20	—0,174
Биотит из гранитов Алтая	109	6,03***	1,210	320***	81,60	—0,382*
в том числе Pz_3	79	5,94***	1,474	307***	89,00	—0,409*
Pz_2	27	5,66**	1,202	320**	55,10	—0,386*
Биотит из гранитов	151	5,59**	1,423	353,8?	126,10	—0,107
Нефелин из щелочных пород Тувы	16	4,55***	0,815	363**	81,20	—0,341
Нефелин, Онтарио	16	4,78**	0,104	1052***	46,50	+0,685*
Нефелин, Кольский полуостров	22	4,88***	1,447	475**	64,47	—0,48*
Калиевый полевой шпат из щелочных пород Тувы	13	5,21**	2,060	253**	63,85	—0,458
Роговая обманка из диоритов	10	0,76**	0,184	2837**	442,30	+0,84*
Мусковит из гранитов	14	7,78**	0,950	301**	130,00	+0,02
Мусковит из пегматитов	21	7,20**	0,730	398**	138,90	+0,26

* Значимые величины коэффициента корреляции при $\alpha=0,05$.

** Распределения согласуются или близки к нормальному закону.

*** Распределения согласуются или близки к логнормальному закону.

с выборочным контролем на ЭВМ М-220 Вычислительного центра СО АН СССР, а материал брался из различных литературных источников. Из табл. 28 видно, что между содержанием калия и К-Аг возрастом значимые величины (при $\alpha=0,05$) получаются только в шести случаях из 14. По наиболее представительным выборкам биотита устанавливается доминирование отрицательной связи, причем обращает на себя внимание, что для одних районов (Тува) величины коэффициентов корреляции оказываются незначимыми, для других (Алтай) — значимыми. Более

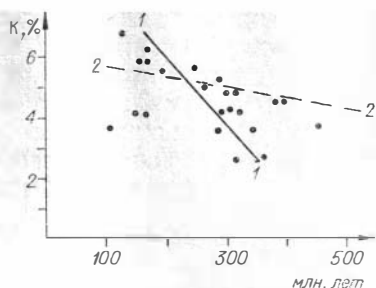


Рис. 31. Зависимость содержания К и К-Аг дат в нефелиновых сениитах Тувы (23 пробы).

1—1 — линия регрессии (по радиологическим данным); 2—2 — схематизированная вариационная линия содержания К в разновозрастных нефелиновых сениитах (по геолого-петрохимическим данным).

сложная зависимость получается у нефелина из пород различных районов. Роговая обманка и мусковит характеризуются положительными коэффициентами корреляции, значимыми (при $\alpha=0,05$) только для роговой обманки.

Различие связей между возрастом и содержанием К в разных минералах, по-видимому, отражает степень их устойчивости к влиянию вторичных процессов, нарушающих истинное соотношение изотопов. Это связывается главным образом с особенностями структур К-содержащих минералов. Не случайно, очевидно, по характеру корреляционных связей и увеличению энергии активаций Аг обнаруживается сходный ряд биотит — мусковит — нефелин — амфибол. Другими

словами, для биотита с наименьшей энергией активации примерно 50—100 ккал/моль [8] более благоприятной оказывается тенденция существенного «омоложения» возраста в более богатых калием разновидностях (К и Аг, вероятно, перераспределяются легче всего с выносом Аг). При хлоритизации биотита может происходить как «омоложение», так и «удревнение» возраста [18]. Мы рассмотрели два примера хлоритизированных биотитов — из гранитов Алтая ($\bar{X}=3,33\%$ К; $n=22$; $r=-0,41$ при $r_{0,005}=0,42$) и Казахстана ($\bar{X}=2,42\%$ К; $n=33$; $r=+0,13$ при $r_{0,005}=0,34$). В обоих случаях отмечена несущественная связь К и возраста, хотя в биотитах Алтая обращает на себя внимание сохранение близкой к значимой отрицательной корреляции, как и в неизмененных биотитах.

Мусковит с энергией активации около 90 ккал/моль [33] характеризуется незначимой зависимостью между К и возрастом. Нефелин в отличие от биотита лучше удерживает Аг [35, 53]. Корреляционные связи К и возраста получаются и положительные, и отрицательные; энергия активации Аг составляет 116 ккал/моль [9]. Самая высокая энергия активации у роговой обманки — 150—200 ккал/моль [18], и корреляция К и возраста сильная, положительная.

Интерпретация результатов К-Аг датирования с применением корреляционного анализа дает наиболее интересные данные при комплексном изучении зависимости содержания калия и К-Аг возраста как пород в целом, так и отдельных, слагающих их минералов. Рассмотрим это на примере комплексов нефелинсодержащих пород Тувы. Приводимые в табл. 28 основные породообразующие минералы (нефелин, биотит и микроклин-пертит) не имеют значимых связей К и К-Аг возраста, между тем в нефелиновых сениитах между ними обнаруживается значимая отрицательная корреляционная связь, равная $-0,502$ (закон распределения К и К-Аг дат — нормальный). Уравнение линейной регрессии, связывающее эти величины, имеет вид

$$t=467,2-43,4 K,$$

где t — абсолютный возраст, млн. лет; К — содержание калия, % (рис. 31).

Для объяснения подобной зависимости рассмотрим средние химические составы разновозрастных нефелиновых сениитов Тувы, среди которых выделяются две группы — нежнепалеозойская (карадырский комплекс) и верхнепалеозойская (коргеретабинский комплекс), а также

нефелиновые сиениты Восточно-Саянского и Прибайкальского щелочных поясов (табл. 29). Сопоставление их по t -критерию показывает, что составы нижнепалеозойских нефелиновых сиенитов довольно близки между собой из районов с различной степенью достоверности геологического и радиологического датирования. От нижнепалеозойских к мезозойским нефелиновым сиенитам существенно возрастает роль K_2O . При сопоставлении линии регрессии, связывающей содержание K и K -Аг дат, с линией, соединяющей содержание K (после пересчета из K_2O) в разновозрастных нефелиновых сиенитах, оказывается, что эти линии довольно близки между собой (рис. 32). Следовательно, причины появления отрицательных корреляционных связей в нефелиновых сиенитах в какой-то мере объясняются возрастающей ролью K в более молодых по возрасту породах. Интересно отметить, что наклоны линии регрессии и схематизированных вариационных линий, показывающих содержание K в разновозрастных нефелиновых сиенитах, оказываются параллельными таким же линиям и по гранитоидам, и по порфирам, и по гранит-порфирам Тувы (рис. 32). Граниты характеризуются значимым отрицательным коэффициентом корреляции $-0,416$ (209 проб) и уравнением регрессии, связывающим K -Аг возраст и содержание K : $t=409,6-33 K$. Содержание K в них вынесено по четырем разновозрастным комплексам (чжаргалантскому, R ; таннуольскому, Pz ; бреньскому, Pz_3 ; танзекскому, Mz) с использованием 165 силикатных анализов. Порфиры и гранит-порфиры имеют коэффициент корреляции $-0,42$ (22 пробы), уравнение регрессии для них примет следующий вид: $t=382,9-35,7 K$. Содержание K вынесено по тоджинскому (O) и баянкольскому (D) комплексам с использованием 23 силикатных анализов. Параллельное расположение вариационных кривых K в разновозрастных различных типах рассматриваемых пород и параллелизм

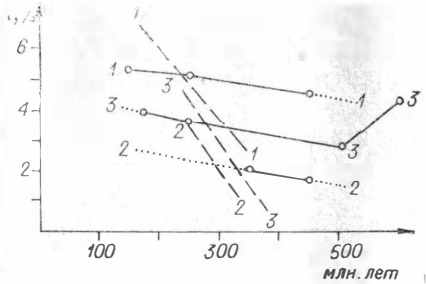


Рис. 32. Линия регрессии K и K -Аг дат (сплошные линии — по радиологическим данным, прерывистые — по геолого-петрохимическим данным); 1 — нефелиновые сиениты; 2 — порфиры, гранит-порфиры; 3 — граниты.

Таблица 29

Средние химические составы ($\bar{X}$) и среднеквадратичные отклонения (s) разновозрастных нефелиновых сиенитов

Окислы	Юго-Восточная Тува (Pz_1)		Северо-Восточная* Тува (Pz_1)		Восточный Саян (Pz_1)		Забайкалье (Pz_1)		Юго-восточная Тува (Pz_3)		Забайкалье (Mz)	
	$\bar{X}$	s	$\bar{X}$	s	$\bar{X}$	s	$\bar{X}$	s	$\bar{X}$	s	$\bar{X}$	s
SiO_2	54,71	3,12	56,11	2,15	53,83	4,26	57,01	1,88	56,65	4,69	59,10	1,5
TiO_2	0,64	0,51	0,65	0,33	0,53	0,52	0,36	0,34	0,53	0,41	0,33	0,18
Al_2O_3	20,07	2,41	20,22	1,46	20,21	5,14	22,25	2,11	21,00	1,89	20,83	1,04
Fe_2O_3	2,60	1,57	2,53	1,21	3,20	0,31	2,98	2,08	1,65	1,21	3,36	0,85
FeO	4,45	2,10	3,4	1,20	3,89	0,65	2,16	1,07	3,47	1,96	2,43	0,61
MnO	0,12	0,08	0,18	0,09	0,10	0,45	0,10	0,09	0,08	0,07	0,08	0,07
MgO	0,45	0,55	0,91	0,75	0,32	0,37	0,67	0,79	0,52	0,63	0,34	0,19
CaO	3,83	2,50	2,08	0,87	5,25	0,17	2,13	1,71	3,11	2,44	1,35	0,56
Na_2O	7,97	1,28	7,42	1,22	7,36	1,62	7,18	2,15	6,99	1,74	6,12	1,2
K_2O	5,15	1,10	5,21	0,72	5,31	1,91	5,15	2,48	5,95	1,23	6,07	0,64
n	39		24		26		20		24		35	

* По В. И. Коваленко и Э. И. Пополитову.

линий регрессий позволяют установить две важные особенности. Прежде всего в эволюции гранитов, порфиров и нефелиновых сиенитов намечается тенденция примерно одинакового увеличения содержания К (за исключением докембрийского чжаргалантского гранитоидного комплекса), а именно 0,25—0,35% на 100 млн. лет (по петрохимическим данным) и 2,5—3% (по радиологическим). Кроме того, в пределах одного региона наблюдается хорошо сопоставимое «омоложение» К-Аг возрастов различных пород, т. е. уменьшение отношения радиогенных изотопов в различных по содержанию калия породах получается довольно пропорциональным.

Приведенные некоторые примеры использования корреляционного анализа в К-Аг геохронологии показывают, что между содержанием калия и К-Аг возрастом существуют связи различной силы и направления. Объяснить подобные связи лучше всего при комплексном исследовании их зависимости как в породах, так и в породообразующих минералах с использованием других геологических материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдуллаев Х. М. Генетическая связь оруденения с гранитоидными интрузиями.— В кн.: Собр. соч. Т. III. Ташкент, «Наука», 1964, 460 с.
2. Арнаут Н. В., Зеркалова М. И., Киреева А. Д. Квантометрический анализ горных пород и почв алюмосиликатного состава.— «Геол. и геофиз.», 1968, № 10, с. 128—132.
3. Белоусов А. Ф., Кутюлин В. А., Фролова В. М. Линейные корреляции породообразующих элементов в базальтах и вопросы их петрогенетического истолкования.— В кн.: Ассоциации вулканических пород и вулканические структуры (Тр. Ин-та геологии и геофизики СО АН СССР, вып. 182). В печати.
4. Беус А. А., Ситнин А. А. Распределение элементов в гранитоидах.— В кн.: Проблемы геохимии. К 70-летию акад. А. П. Виноградова. М., «Наука», 1965, с. 429—435.
5. Васильевская Е. Д., Казак А. П. Глаукофановые сланцы Чарского антиклинория в Восточном Казахстане.— «Геол. и геофиз.», 1971, № 3, с. 145—149.
6. Василенко В. Б. Петрографо-минералогические особенности гибридности в гранитоидах Удинского массива (Восточное Забайкалье).— «Геол. и геофиз.», 1963, № 11, с. 58—69.
7. Василенко В. Б. Петрографо-минералогические особенности гранитоидов Удинского массива и вопросы их расчленения (Восточное Забайкалье). Автореф. канд. дисс. Новосибирск, 1964, 31 с.
8. Герлинг Э. К., Петров Б. В., Кольцова Т. В. Сравнительное изучение энергии активации выделения аргона и энергии дегидратации в амфиболах, диоритах и биотитах.— «Геохимия», 1966, № 4, с. 379—389.
9. Герлинг Э. К., Морозова И. М., Спринцсон В. Д., Виноградов Д. П. Применение нефелина в К-Аг геохронологии.— «Геохимия», 1969, № 12, с. 1419—1423.
10. Груза В. В. Линейные парагенезисы главных породообразующих элементов девонских кислых эффузивов Алтае-Саянской складчатой области и опыт их генетической интерпретации.— «Сов. геология», 1964, № 12, с. 27—38.
11. Давиденко И. В. О связи химического состава и условий образования гранитоидов.— В кн.: Проблемы магматизма Балтийского щита. Л., «Наука», 1971, с. 127—136.
12. Добрецов Н. Л. Глаукофансланцевые и эклогит-глаукофансланцевые комплексы СССР. Новосибирск, «Наука», 1974, 428 с.
13. Добрецов Н. Л., Арнаут Н. П., Пономарева Л. Г. К геохимии глаукофанового метаморфизма.— «Геохимия», 1967, № 8, с. 936—946.
14. Добрецов Н. Л., Лаврентьев Ю. Г., Поспелова Л. Н., Соболев Н. В., Соболев В. С. Особенности минералогии и генезиса эклогит-глаукофансланцевых комплексов (на примере Южного Урала).— «Геол. и геофиз.», 1971, № 7, с. 3—15.
15. Заварицкий А. Н. Петрография Бердяшского плутона.— В кн.: Избр. тр. Т. II. М., Изд-во АН СССР, 1958, с. 349—666.
16. Заварицкий А. Н. Пересчет химических анализов изверженных горных пород. М., Госгеолтехиздат, 1960, 156 с.
17. Заварицкий А. Н. Гора Магнитная и ее месторождения железных руд.— В кн.: Избр. тр. Т. III. М., Изд-во АН СССР, 1961, с. 7—629.
18. Кляровский В. М. Геохронология горных областей юго-западной части обрамления Сибирской платформы. Новосибирск, «Наука», 1972, 258 с.
19. Козеренко В. Н. Геологическое строение юго-восточной части Восточного Забайкалья. Львов, 1956, 310 с.

20. Колтев-Дворников В. С. Явления гибридизации на примерах некоторых гранитных интрузий палеозоя Центрального Казахстана.—*Тр. Ин-та геол. наук. Серия петрограф.*, 1953, вып. 148 с. 112—155.
21. Кориковский С. П. Изменение состава мусковит-фенгитовых слюд при метаморфизме.— В кн.: Фазовые равновесия и процессы минералообразования. Очерки физико-химической петрологии. Т. III. М., «Наука», 1972, с. 71—95.
22. Коржинский Д. С. Принцип подвижности щелочей при магматических явлениях.— В кн.: Академику Д. С. Белянкину к 70-летию со дня рождения. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1964, с. 242—261.
23. Котов Н. В., Милькевич Р. И., Турченко С. И. Палеотермометрия мусковитсодержащих метаморфических пород по данным рентгеновского и химического изучения мусковитов.—*Докл. АН СССР*, 1969, т. 184, № 5, с. 1180—1182.
24. Кузнецов Ю. А. Главные типы магматических формаций. М., «Недра», 1964, 289 с.
25. Ленных В. И. Региональный метаморфизм докембрийских толщ Западного склона Южного Урала и хребта Урал-Тау. Свердловск, 1968, 67 с.
26. Ляхович В. В. Эндоморфное изменение молодых гранитов Боксана в контакте с известняками.—*Тр. Ин-та геол. наук. Серия петрограф.*, 1953, вып. 148, с. 70—91.
27. Миллер Р., Кан Дж. Статистический анализ в геологических науках. М., Мир, 1965, 482 с.
28. Пономарева Л. Г. Глаукофановые сланцы и ассоциирующие с ними породы Пенжинского края (Северо-Западная Камчатка). Автореф. канд. дисс. Новосибирск, 1968, 27 с.
29. Попов А. А. Составы мусковитов и парагонитов, синтезированных при температурах 350—500°.—*«Геохимия»*, 1968, № 2, с. 131—144.
30. Ревердатто В. В. Фации контактового метаморфизма. М., «Недра», 1970, 271 с.
31. Рудник В. А. Петрохимические критерии фациально-формационного анализа горных пород.— В кн.: Вопросы петрохимии. Л., 1969, с. 66—72.
32. Соболев Н. В., Лаврентьев Ю. Г., Поспелова Л. Н., Соболев Е. В. Хромовые пиропы из алмазов Якутии.—*Докл. АН СССР*, 1969, т. 189, № 1, с. 162—165.
33. Старик И. Е. Ядерная геохронология. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1961, 630 с.
34. Тихомиров И. Н. Интрузии каменноугольного возраста в бассейне среднего течения р. Газимур (Восточное Забайкалье).— В кн.: Матер. по петрологии гранитоидов Забайкалья. М., Госгеолтехиздат, 1962, с. 16—22.
35. Шанин Л. Л., Кононова В. А., Иванов И. Б. О применении нефелина в K-Ar геохронологии.—*Изв. АН СССР. Серия геол.*, 1967, № 5, с. 19—30.
36. Валпо S. Petrologic studies on Sanbagawa crystalline schists in the Bessi-Iino District. Central Sikoku, Japan.—*"J. of the Fac. of Sci, Univ. Tokyo"*, 1964, v. XV, p. 3, 203—319.
37. Bearth P. Über Eklogite, Glaukophanschiefer und metamorphe Pillowlaven.—*"Schweiz. Miner. Petr. Mitteil."*, 1959, v. 39, p. 267—286.
38. Brown E. H. The greenschist facies in part of Eastern Otago, New Zealand.—*"Contr. Min. Petrol."*, 1967, v. 14, № 4, p. 259—292.
39. Butler B. C. M. Chemical study of minerals from the Moine schists of the Ardnamurchan area, Argyllshire, Scotland.—*"J. Petrol."*, 1967, v. 8, № 2, p. 233—267.
40. Cipriani C., Sassi F. P., Scolari A. Metamorphic white micas: definition of paragenetic fields.—*«Schweiz. Min. and Petr. Mitt.»*, 1971, B. 51, H. 1, p. 259—302.
41. Chatterjee N. B. Phase Equilibria in the Alpine metamorphic Rocks of the Dora-Maire massif.—*"Neues Jahrb."*, 1971, B. 114, H. 2, p. 181—210.
42. De Roever E. W. F. Lawsonite-albite-facies metamorphism Near Fuscaldo, California (Southern Italy). Its geological significance and petrological aspects. Amsterdam, 1972, 171 p.
43. Ernst W. G. Significance of phengitic micas from low-grade schists.—*"Amer. Min."*, 1963, v. 48, № 11—12, p. 1357—1373.
44. Ernst W. G. Petrochemical study of coexisting minerals from low-grade schists, Eastern Shikoku, Japan.—*"Geochim. et Cosmochim. Acta"*, 1964, v. 28, № 11, p. 1631—1668.
45. Ernst W. G., Seki Y., Onuki H., Gilbert M. C. Comparatime Study of low-grade metamorphism in the California Coast Ranges and the Outer metamorphic belt of Japan.—*"Geol. Soc. of Amer. Mem."*, 1970, № 124, 276 p.
46. Eugster H. P., Yoder H. S. The join muscovite-paragonite.—*"Annual Rept. Direct. Geophys. Lab. Carnegie Inst. Year Book."*, 1955, v. 55, p. 124—126.
47. Iiyama J. T. Etude des reactions d'echange d'ions Na—K dans la serie muscovite-paragonite.—*"Bull. Soc. Franc. mineral. et cristallogr."*, 1964, t. 87, № 4, p. 532—541.
48. Iwasaki M. Colorless glaucophane and associated minerals in quartzose schists from Eastern Sikoku, Japan.—*"J. Geol. Soc. Japan."*, 1960, v. 66, № 781, p. 566—574.
49. Iwasaki M. Metamorphic rocks of the Kotu—Bizan area, Eastern Sikoku.—*"J. Fac. Sci. Univ. Tokyo"*, 1963, sect. 2, v. 15, p. 1—90.
50. Kanechira K., Banno Sh. Ferriphengite and aegirinjadeite in crystalline schist of the Iimori district, Kii peninsula.—*"J. Geol. Soc. Japan."*, 1960, v. 66, № 781, p. 654—659.
51. Kuroda Y., Ogura Y. Discovery of spotted schists from the northern Abukuma Plateau and its significance.—*"J. Jap. Assoc. Min. Pet. Econ. Geol."*, 1960, v. 44, p. 287—291.

52. **Kuroda Y., Ogura Y.** Epidote-amphibolites from the Northeastern Abukuma Plateau, Japan.—"Sci. Reports of the Tokyo Kyoiku Daigaku", 1963, sect. C., № 80, p. 245—268.
 53. **Macintyre R. M., York D., Gittins J.** The K-Ar characteristics of nepheline.—"Earth and Planet Sci Lett", 1969, № 2, p. 132—137.
 54. **Makanjola A. A., Howie R. A.** The mineralogy of the glaucophane schists and associated rocks from l'île de Groix, Brittany, France.—"Contr. Min. Petrol.", 1972, v. 35, № 2, p. 83—118.
 55. **MacNamara M.** The lower greenschists facies in the Scottish Highlands.—"Geol. For. Forh.", 1965, v. 87, № 522, p. 347—389.
 56. **Miyashiro A.** Common occurrence of muscovite rich in iron and magnesium in glaucophanitic metamorphic terrains.—"J. Geol. Soc. Japan.", 1962, v. 68, № 799, p. 234—235.
 57. **Nicolas A.** Le complexe Ophiolites-schistes lustres entre Dora Mairer et Grand Paradis (Alpes piémontaises). T. 2, Nantes, 1966, 299 p.
 58. **Plas L Van der.** Petrology of the northern Adula region. Switzerland.—"Leidsche Geol. Meded.", 1959, v. 24, p. 415—602.
 59. **Velde B.** Phengite micas: synthesis, stability and natural occurrence.—"Amer. J. Sci", 1965, v. 263, № 10, p. 886—913.
 60. **Velde B.** Etude mineralogique d'une eclogite de Fay-de-Bretagne (Loir-Altantique).—"Bull. Soc. Franc. mineral. et cristallogr.", 1966, t. 89, p. 80—102.
 61. **Velde B.** Si⁴⁺ content of natural phengites.—"Contrib. Min. Petrol.", 1967, v. 14, № 3, p. 250—258.
-

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Принятые математические обозначения	7
Глава I. Вопросы методики	
§ 1. Некоторые особенности применения статистических методов и ЭВМ в геологии. <i>Н. Л. Добрецов, В. В. Зуенко, М. Л. Шемякин</i>	8
§ 2. Элементы информационно-поисковой системы (ИПС) для обработки геолого-геофизических данных. <i>В. И. Берилко, Т. А. Горохова, И. И. Деревянкина, Т. А. Янушевич</i>	15
§ 3. Элементы автоматизированной системы обработки геолого-геофизической информации с использованием управляющей программы. <i>Н. А. Осипов, М. Л. Шемякин</i>	18
§ 4. Анализ тренда. Выбор перспективных площадей (на примере алмазоносности). <i>В. В. Зуенко, Н. Л. Добрецов, В. Е. Минориц, В. Н. Щукин</i>	26
Литература	31
Глава II. Выборочные и модельные распределения частот (вероятностей) геологических величин	
§ 5. Краткий обзор по распределениям содержаний химических элементов и минералов в горных породах. <i>Н. Л. Добрецов, Н. С. Маковская</i>	34
§ 6. Использование выборочных распределений для оценки алмазоносности коренных месторождений и расчета величины проб. <i>В. Е. Минорин, Н. С. Маковская</i>	41
§ 7. Использование моделей дробления частиц А. Н. Колмогорова и А. Ф. Филиппова для изучения распределения размеров кристаллов алмазов в кимберлитах. <i>Н. С. Маковская</i>	48
§ 8. Распределение числа кристаллов алмаза в кимберлитах. <i>Н. С. Маковская</i>	54
Литература	59
Глава III. Элементы геометрической теории диаграмм состояния многокомпонентных систем	
§ 9. Общие задачи и методы построения парагенетических диаграмм многокомпонентных систем. <i>А. Г. Краева, Н. Л. Добрецов</i>	62
§ 10. Использование диаграмм состояния для термодинамических расчетов реакций в многокомпонентных системах. <i>А. Г. Краева</i>	72

§ 11. Алгоритм формирования матрицы смежности симплициального графа. С. С. Лазарева, Э. А. Ключева, Т. М. Блинчик	76
Литература	78
Глава IV. Некоторые конкретные примеры статистических исследований в минералогии и геохимии	
§ 12. Петрохимия гранитоидов пестрого состава (корреляционно-петрохимическая модель). В. Б. Василенко, Л. Д. Холодова	79
§ 13. Статистическое исследование белых слюд глаукофан-сланцевых толщ. Н. Л. Добрецов, Ю. Г. Лаврентьев, Л. Г. Пономарева, Л. Н. Пospelова	113
§ 14. Использование корреляционного анализа при интерпретации результатов К-Аг датирования. В. Б. Дергачев	133
Литература	136

CONTENTS

Preface	5
Chapter I. Some Aspects of methods	
§ 1. Some peculiarities on the Use of Statistical Methods and Computers in Geology. <i>N. L. Dobretsov, V. V. Zuenko, M. L. Shemyakin</i>	8
§ 2. Elements of the Information — Retrieval System (IRS) for Geological and Geophysical Data Processing. <i>V. I. Berilko, T. A. Gorokhova, I. I. Derevyankina, T. A. Yanushevich</i>	15
§ 3. Elements of the Automated System for Geologic and Geophysic Data Processing. <i>N. A. Osipov, M. L. Shemyakin</i>	18
§ 4. Trend Analysis. The Choice of the Perspective Areas (on the Example of the Diamond fields). <i>V. V. Zuenko, N. L. Dobretsov, V. E. Minorin, V. N. Cshukin</i>	26
Literature	31
Chapter II. Sampling and model distribution of the frequencies of the geological values;	
§ 5. The Short Review concerning the Distributions of the Content of Chemical Elements and Minerals in Rocks. <i>N. L. Dobretsov, N. S. Makovskaya</i>	34
§ 6. The Application of Sampling Distributions for the Estimate of the Diamond of the Primary Deposits and the Calculation of Sample Value. <i>V. E. Minorin, N. S. Makovskaya</i>	41
§ 7. The Use of A. N. Kholmogorov's and A. F. Filipov's crushing Models for Studying of the Distribution of the Diamond Crystal Dimensions in the Kimberlites. <i>N. S. Makovskaya</i>	48
§ 8. Distribution of the Diamond Crystal Number in the Kimberlites. <i>N. S. Makovskaya</i>	54
Literature	59
Chapter III. Elements of Geometrical theory of state diagrams for multicomponent system.	
§ 9. General Problems and Construction Methods for the Paragenetic Diagram of Multicomponent Systems. <i>A. G. Kraeva, N. L. Dobretsov</i>	62
§ 10. Application of State diagrams to thermodynamic calculation of reactions in a multicomponent systems. <i>A. G. Kraeva</i>	72

	§ 11. Algorithm of formation of Contiguity Matrix of Simplicial Graph. <i>S. S. Lazoreva, E. A. Klyueva and T. M. Blinchik</i>	76
Literature		78
Chapter IV. Some specific examples of statistic studies in mineralogy and geochemistry		
	§ 12. Petrochemistry of granitoids of varied composition (correlational-petrochemical model). <i>V. B. Vasilenko, L. D. Cholodova</i>	79
	§ 13. Statistic Study of the White Micas of Glaucothane-schist terranes. <i>N. L. Dobretsov, Yu. G. Lavrent'ev, L. G. Ponomareva and L. N. Pospelova</i>	113
	§ 14. Application of Correlational Analysis to Interpretation of K-Ar datings. <i>V. B. Dergachev</i>	133
Literature		136

*Николай Леонтьевич Добрецов
Виктор Владимирович Зуенко
Марк Леонидович Шемякин*

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ГЕОЛОГИИ

Ответственный редактор
Николай Леонтьевич Добрецов

Редактор Л. Н. Спиридонова
Художественный редактор В. И. Шумаков
Технический редактор А. М. Вялых
Корректоры В. В. Бухалова, В. К. Михайлова

Сдано в набор 14 июня 1974 г. Подписано в печать 15 октября 1974 г. МН-01357. Формат 70×108¹/₁₆.
Бумага типографская № 2. 9 печ. л., 12,6 усл. печ. л., 11,5 уч.-изд. л. Тираж 2830 экз.
Заказ 116. Цена 78 коп.

Издательство «Наука», Сибирское отделение, 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18.
4-я типография изд-ва «Наука», 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.