А. Б. Сосинский

Mathematical English

Учебник английского
для математиков

Издательство МЦНМО
2017

УДК 811.111 (075.8)+510
ББК 81.2Англ.-9+22.1
С66

Сосинский А. Б.

С66 Mathematical English : Учебник английского для математиков. — М.: МЦНМО, 2017. — 88 с.

ISBN 978-5-4439-1242-4

Эта небольшая книга предназначена в первую очередь студентам, изучающим математику, а также любым математикам, желающим повысить свой уровень владения современным английским математическим языком.

ББК 81.2Англ.-9+22.1

ISBN 978-5-4439-1242-4

Оглавление

Предисловие

Эта небольшая книга предназначена в первую очередь студентам, изучающим математику в российских вузах, а также любым математикам, желающим повысить свой уровень владения современным английским математическим языком. Успешно проработав ее, вы сможете писать математические статьи и книги на приличном английском и даже переводить математические статьи с русского на английский на уровне, близком к профессиональному. Для этого не требуется изначально хорошо владеть языком, нужен лишь минимальный общий словарный запас, умение понимать статьи по математике на английском (пусть со словарем), знание терминологии и, главное, готовность активно использовать свои математические мозги (а не дурные гуманитарные привычки, возникшие при многолетнем изучении «Moscow English») для освоения языка.

С книгой можно работать систематически как с учебником (при этом обязательно следует выполнять задания), но можно ею пользоваться как справочником (обращаясь в основном к Приложениям I и II). Однако в этом случае я настоятельно рекомендую пользователям сначала ознакомиться с принципами, на которых основана эта книга.

Эти принципы кратко изложены в первой главе, которая, в отличие от последующих, написана не по-русски, а на simple English, и служит своеобразной проверкой вашей готовности: если окажется, что вы испытываете большие трудности в ее понимании, то, прежде чем работать с этой книгой, вам необходимо повысить уровень понимания английского по другим источникам.

Лекции, составляющие основное содержание книги, читались третьекурсникам математического факультета Высшей школы экономики в весеннем семестре 2015 г. в рамках обязательного курса «Mathematical English». Текст каждой лекции (в электронном виде) вывешивался в день прочтения на сайте матфака ВШЭ. Кроме этого, студентам выдавались (в бумажном виде) тексты, необходимые для выполнения домашних заданий. Они тоже включены в книгу.

Занятие, проведенное после седьмой лекции, происходило в формате, отличном от лекционного, и в какой-то степени напоминало секционное заседание международной конференции: устные математические доклады у доски, заинтересованные слушатели, ведущий заседание высококвалифицированный chairman. (Однако тема этого «заседания» — основы линейной алгебры — была выбрана элементарной, далекой от «международного уровня».) Роль chairman'а взял на себя профессор ВШЭ Айан Маршалл. Его чувство юмора и очаровательный британский акцент добавили жизни этому занятию. В книге, к сожалению, воспроизвести это занятие невозможно. Вместо этого в ней имеется глава, где даются советы, как делать доклады и читать лекции.

В курсе было всего 8 занятий, 7 из них — лекции. Курс заканчивался письменным двухчасовым экзаменом, на котором было три задания: (1) перевести на английский одностраничный кусок недавней статьи из российского математического журнала; (2) расставить артикли в английском математическом тексте, в котором артикли, а также места, где можно поставить артикль, были заменены многоточиями; (3) написать сочинение (объемом примерно 300 слов) про возникновение неевклидовой геометрии. Я был удивлен тем, что студенты в целом хорошо справились с этими заданиями, пришлось поставить гораздо больше пятерок, чем обычно. В частности, неожиданно оказалось, что больше половины студентов безошибочно или почти безошибочно расставили артикли, хотя считается, что это могут делать только носители языка.

Кроме текстов лекций, в распоряжении слушателей курса были два приложения (эти приложения также воспроизведены в книге). Одно касается предлогов и союзов и состоит из примеров ситуаций, в которых те или иные союзы и предлоги должны использоваться. Другое приложение (не обязательное для изучения) — перепечатка моей (неопубликованной) статьи про семантику артиклей английского языка. В книге же имеется четыре приложения: кроме упомянутых двух, есть сводка основных шаблонов (Приложение I) и ответы-комментарии к заданиям (Приложение IV).

Автор благодарен Сергею Львовскому за тщательное и умное редактирование, Марии Быковой, Вадиму Радионову и, наконец, заинтересованным слушателям курса во ВШЭ, чьи замечания помогли изложить текст более доходчиво.

Chapter 1
Main Principles

1.1. Prerequisites

The prerequisites for this course are a solid knowledge of mathematics (in Russian) and some knowledge of mathematical terminology in English. No advanced knowledge of the English language is required: writing or speaking correct English is not a prerequisite, you should only be able to *understand simple texts*, such as the one in this chapter, possibly with the help of a dictionary.

The goal of the course is to teach you to write and speak mathematical English.

To do this, you must understand, first of all, that English, unlike Russian, is not a grammatical language—correct English cannot be obtained by following a finite set of grammatical rules,

good mathematical English comes from usage

i.e., from using only those *standard constructions* that native English speaking mathematicians ordinarily use.

Are there many such constructions? Actually very few are needed to produce a good text—this is a wonderful property of *mathematical* English, a linguistic fact that makes our approach to teaching that language simple and efficient.

You will never master mathematical English if you don't follow the *main rule*:

never translate from Russian!

In order to produce a good mathematical text in English, *never* begin by expressing your mathematical thoughts in Russian, first clarify to yourself what it is you want to say *mathematically*, and then express it using the English constructions that you are familiar with. Even when you are in fact performing a translation of a Russian mathematical text, **don't translate**—first understand mathematically what the author wants to say, then express it in your own words, by means of those English constructions that you are sure of. To do that, you need to have a collection of standard expressions in your memory. I call these expressions clichés.

1.2. Clichés and parts of speech

By a *cliché* (*шаблон* in Russian) I mean a fixed text with variable entries (i.e., blank spaces to be filled in by words, expressions or formulas of the appropriate type). Here is an example:

For any [ ] there exists a [ ] such that [ ].

By filling in the empty spaces (specifying the variable entries), we can obtain the following sentences:

For any $\varepsilon > 0$ there exists a $\delta > 0$ such that

$$|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon.$$

For any braid $b \in B_n$ there exists a sequence of braid generators $b_{i_1}, \dots, b_{i_k}$ such that $b = b_{i_1} \cdot \ldots \cdot b_{i_k}$.

as well as many other popular mathematical statements.

In order to obtain a syntactically correct sentence from a cliché, we need to fill in the empty spaces by the appropriate *type of variable*. In our study of mathematical English, we will consider six types of variables, which we call *parts of speech*. Our parts of speech are completely different from the parts of speech of traditional grammar (which are nouns, verbs, adjectives, adverbs, pronouns, conjunctions, prepositions, just as in Russian). We list them below with their abbreviations (without giving any formal linguistic definition) followed by typical examples.

Objects (*obj*): Banach space, $f(x)$, $\varepsilon > 0$, the Abelian group G, a second order differential equation solved w.r.t.[1] the highest derivative, ...

Modifiers (*mod*): continuous, twice differentiable, singular, normal, positive definite, irreducible, small, discrete, noncontradictory, ...

Properties (*prop*): continuity, smoothness, Lebesgue integrability, Jordan measurability, infinite differentiability, ...

References (*ref*): Theorem 1, the previous lemma, Gauss' proof, the Poincaré conjecture, Hilbert's 10th Problem, Definition 3.1, ...

Links (*link*): and, or, if, such that, whenever, when, which, ...

Openers (*opener*): Then, Therefore, Without loss of generality we can assume that, Suppose that, This means that, ...

[1] Аббревиатура *w.r.t.* расшифровывается как *with respect to* и используется преимущественно в неформальных текстах, например, на доске при математических докладах или лекциях. Другая аббревиатура, часто появляющаяся на докладах, — *s.t.*, она означает *such that*; используя оборот «There exists a ... such that ...», англоязычный докладчик на доске наверняка напишет «$\exists$... s.t. ...».

In some clichés, there are empty spaces that must be filled not by parts of speech, but by mathematical statements, e.g. formulas or sentences constructed from other clichés, so that our constructions can be, in a sense, recursive. Empty spaces for formulas or statements (which are not parts of speech!) will be denoted by the word *claim*. In particular, claims often appear in empty spaces on both sides of links in clichés such as

$$[claim]\ \textbf{and}\ [claim] \quad \text{or} \quad [claim]\ \textbf{whenever}\ [claim].$$

1.3. Example: a simple mathematical text

To see how much mathematics can be correctly expressed by using a very small number of clichés, let us now carefully read the following mathematical text (an introduction to the theory of smooth manifolds).

In this short text, as in all mathematical texts, the correct use of articles (the, a, an) is extremely important—incorrect use of an article often makes the text misleading, difficult to understand, or even self-contradictory. For example, if an English speaking mathematician reads the sentence "Let $\mathbb{Z}$ be a set of integers" he will be very annoyed (and possibly stop reading further), because in mathematics the symbol $\mathbb{Z}$ always denotes the set of *all* integers, while the sentence in quotation marks means "Пусть $\mathbb{Z}$ — подмножество множества целых чисел". In the above sentence, the article "the" should be used instead of "a", so that it will read "Let $\mathbb{Z}$ be the set of integers".

In the text that follows, all the articles are used correctly, but I will not explain why. We shall study the use (i.e., the semantics) of articles in the next chapter.

Definition. A *manifold* is a pair $(M, \mathcal{A})$, where M is a topological space and $\mathcal{A}$ is an atlas; here the *atlas* $\mathcal{A}$ is a set $\mathcal{A} = \{\phi_\alpha \colon U_\alpha \to \mathbb{R}^n\}$ such that

(i) $U_\alpha \subset M$ is an open set;

(ii) $\phi_\alpha \colon U_\alpha \to \mathbb{R}^n$ is a homeomorphism;

(iii) $\bigcup_{\alpha \in J} U_\alpha = M$.

Examples. (1) M is $\mathbb{R}^n$ and $\mathcal{A} = \{\mathrm{id} \colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n\}$.

(2) M is the sphere $\mathbb{S}^n$ and $\mathcal{A} = \{p_i \colon \mathbb{S}^n \setminus n_i \to \mathbb{R}^n,\ i = 1, 2\}$; here p_1 and p_2 are stereographic projections, n_1, n_2 are the South and North poles.

Definitions. Suppose that $(M, \mathcal{A})$ is a manifold and $\alpha, \beta \in J$; then $\phi_\alpha \circ \phi_\beta^{-1} =: t_{\alpha,\beta}$ is a *transition function.*

Further, $(M, \mathcal{A})$ is a *smooth manifold* if

$$t_{\alpha,\beta} \in C^\infty(\mathbb{R}^n) \quad \forall \alpha, \beta \in J,$$

where $C^\infty(\mathbb{R}^n) := \{f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n \mid f$ is an infinitely differentiable map$\}$.

Suppose that $(M, \mathcal{A})$ is a smooth manifold; a *smooth embedding* is a map $h\colon M \to \mathbb{R}^n$ such that $h \circ \phi_\alpha^{-1}\colon \phi_\alpha(U_\alpha) \to h(U_\alpha)$ is a diffeomorphism $\forall\alpha$.

THEOREM 1 (Whitney, 1921). *Suppose that M is a smooth manifold and* $\dim M = n$. *Then there is a smooth embedding $h\colon M \to \mathbb{R}^{2n}$.*

Analyzing this text, we see that—amazingly—all its sentences are obtained from three clichés (basically, from only one cliché), namely:

$[obj]$ **is** $[obj]$; $[objs]$ **are** $[objs]$; $[ref]$.

with the help of only four links (*where, and, such that, if*) and four openers (*here, suppose that, then, further*)!

1.4. Basic clichés

To conclude this chapter, let us list ten more basic clichés, which we will constantly use in what follows.

consider $[obj]$

Consider the 2-dimensional vector space over $\mathbb{F}_7$.

for any $[obj]$**,** $[claim]$

For any $x \in \mathbb{R}$, the function e^x is positive.

let $[obj]$ **be** $[obj]$ or $[mod]$

Let A be a linear operator in Banach space.
Let the operator A be compact.

$[ref]$ or $[prop]$ **implies** $[ref]$ or $[prop]$

Differentiability implies continuity.
Theorem 7.3 implies the Poincaré Conjecture.

$[ref]$ or $[prop]$ **implies that** $[claim]$

Eq. (3.4) implies that the solution is unique.

there exists a $[obj]$ **such that** $[claim]$

There exists a point $x \in \mathbb{D}^2$ such that $f(x) = x$.

if $[claim]$**, then** $[claim]$

If $f\colon \mathbb{D}^2 \to \mathbb{D}^2$ is continuous, then there exists a point $x \in \mathbb{D}^2$ such that $f(x) = x$.

there exists a unique $[obj]$ **such that** $[claim]$

There exists a unique point $x \in \mathbb{R}$ such that $e^x = 17$.

$[obj]$ **is called** $[mod$ or $obj]$ **if** $[claim]$

A group G is called Abelian if $gh = hg$ for all $g, h \in G$.
A topological space X is called Hausdorff if X satisfies the axiom T_2.

denote by $[symbol]$ **the** $[obj]$

Denote by $\mathbb{C}P^2$ the complex projective plane.

the set of all $[objs]$ **is a** $[obj]$ **w.r.t.** $[obj]$
The abbreviation "w.r.t." stands for "with respect to".

The set of all translations of the plane is an Abelian group w.r.t. the composition operation.

When the above clichés are used, a "claim" can be a mathematical formula or several mathematical formulas separated by the words ("links") *where, for, and, whenever, for all.* For example,

$w = (az + b)/(cz + d)$ for $ac - bd \neq 0$.
$\mathrm{Stab}(x) = \{g \in G \mid xg = x\}$, where $x \in X$.

are claims.

* * *

Exercise 1.1. Write a one-page (approximately 300 words) introduction to group theory using *only* constructions based on the clichés that were listed above.

Глава 2
Как написать простой математический текст

Назовем математический текст простым (simple), если каждая его фраза получена заполнением переменных полей одного шаблона (из тех 11 шаблонов, что были в первой главе) подходящими «частями речи». Цель настоящей главы — научить вас правильно писать простые математические тексты.

Для этого мы начнем с примера того, *как надо* это делать, а именно, проанализируем хорошо выполненное упражнение (состоявшее в том, чтобы написать одностраничный текст о начальных понятиях теории групп, пользуясь только шаблонами, перечисленными в конце предыдущей главы). После этого мы поговорим о том, *как не надо*, и приведем ряд примеров ошибок, характерных для русскоязычных авторов английских математических текстов. В заключение главы мы попробуем разобраться в смысле артиклей и научиться их правильно расставлять в простых математических текстах.

2.1. Простой математический текст: как надо

Текст ниже — домашнее задание (Ex. 1.1, с. 11), выполненное одним из слушателей курса, на котором основана эта книга. В этом тексте «постоянные слова» использованных шаблонов выделены жирным шрифтом. (При этом в шаблоне [*ref*], например в заголовке «Binary operations», нет постоянных слов, и потому в тексте в этих шаблонах нет никаких выделений.)

§1. Binary operations

Definition. A map $*\colon S \times S \to S$ **is called** a *binary operation* on the set S. **Denote by** $s_1 * s_2$ **the** image of the pair (s_1, s_2), $s_1 * s_2 := *(s_1, s_2)$.

Examples. (1) The addition of real numbers **is** a binary operation.

(2) The multiplication of complex numbers **is** a binary operation.

(3) **Let** $C(X)$ **be** the set of continuous maps of the topological space X into X; then the composition of maps $(f, g) \mapsto f \circ g$ **is** a binary operation.

(4) Let λ be the map $\lambda\colon (x,y) \mapsto \log(xy)$; here x and y are positive real numbers; then λ is not a binary operation, because the function $\log(x)$ is not positive if $x < 1$.

DEFINITION. A binary operation $*$ on a set S is called *associative* if

$$(a * b) * c = a * (b * c) \quad \text{for all } a, b, c \in S.$$

The operation $*$ is called *commutative* if

$$a * b = b * a \quad \text{for all } a, b \in S.$$

EXAMPLES. (1) The addition of real numbers is associative and commutative.

(2) The composition of continuous maps is associative and not commutative.

§2. ABSTRACT GROUPS

Let G be a set with a binary operation $*$. Then the pair $(G, *)$ is called a *group* if

(i) there exists a unique element $e \in G$ such that

$$e * g = g * e = g \quad \text{for all } g \in G;$$

(ii) for any $g \in G$ there exists a unique element $g^{-1} \in G$ such that

$$g * g^{-1} = g^{-1} * g = e;$$

(iii) the operation $*$ is associative.

Let $(G, *)$ be a group; then the element e is called the *unit element* or the *neutral element*, the element g^{-1} is called the *inverse element* to the element g, and the operation $*$ is often called *multiplication* or *product*. A group is called *commutative* or *Abelian* if

$$g * h = h * g \quad \text{for all } g, h \in G.$$

EXAMPLES. (1) The set of all complex numbers with respect to addition is an Abelian group;

(2) the set of all positive real numbers with respect to multiplication is an Abelian group;

(3) the set of all bijections S_n of a finite set $\{a_1, \dots, a_n\}$ with respect to composition is a group; the group S_n is called the *permutation group* on n elements; the group S_n is not an Abelian group.

Следует отметить, что автор текста позволил себе немного отступить от условий задания: он пользовался двумя шаблонами, которых не было в основном списке; именно, это шаблоны

[*obj*] **is not** [*mod* или *obj*]

[*obj*] **is often called** [*obj* или *mod*]

Для очистки совести добавим их к основному списку. Отметим также, что автор использовал совсем небольшой набор вводных выражений (openers), именно *then, here*, и соединяющих словечек (links), именно *and, or, because*.

Выполненная работа показывает, что небольшого списка основных общих шаблонов хватает, чтобы без труда писать элементарные тексты по общей алгебре. При этом нужно пользоваться своими математическими мозгами, чтобы уложить то, что вы хотите сказать, в рамки разрешенных общих оборотов. (Впрочем, самый последний из шаблонов нашего списка вряд ли можно считать общим — это очень специфичный шаблон, который используется только при введении алгебраических структур на множестве; он часто встречается только в алгебраических текстах. Подобные «специфические» шаблоны имеются во всех разделах математики, мы их тоже будем изучать в этой книге.)

2.2. Как не надо: примеры типичных ошибок

Перейдем к списку типичных ошибок, появляющихся при написании текстов и при переводах с русского. Их источник — постыдная привычка переводить слова, вместо того чтобы переводить смысл.

Еще одно общее замечание о пословном переводе: английский математический язык очень лаконичен и плохо переносит пустословие (часто встречающееся в русском языке). Так, начало фразы «В задаче о нахождении решений уравнения 5-го порядка представляется необходимым...» (цитирую из уважаемого учебника по алгебре) следует выразить по-английски так: «To solve 5th degree equation, one must. . . » (33 печатных знака вместо 69!). Здесь пропали слова-паразиты «В задаче о» (не несущие никакой информации), отглагольное существительное «нахождение решения» заменилось активным глаголом «find» и пассивный оборот «представляется необходимым» — на активный идиоматический оборот «one must».

Список ошибок мы даём в виде конкретных примеров, сразу на английском языке. Вы легко восстановите русский оригинал каждой фразы (если он был) пословным обратным переводом. Сразу после примера мы поясняем, в чём состоит ошибка.

Терминологию нужно знать, а не искать в словаре!

1) Let v be a proper vector of the operator A.

Никаких *proper vectors* по-английски не бывает, а бывают *eigenvectors*, а также *eigenvalues.*

2) A Mersenne number is a simple number of the form ...

Нужно не *simple*, а *prime.* Но зато простая группа переводится как *simple group.*

3) Let K be a compact in $\mathbb{R}^n$.

Слово *compact* — всегда прилагательное! Здесь нужно *compact set*, или *compact subset*, или *compactum.*

4) The elder coefficient is nonzero.

Вместо *elder* (буквальный перевод слова старший) нужно *leading.*

5) W_1 is the space of generalized functions.

Англоязычные математики как правило не используют выражения *generalized functions,* которое встречается в основном в статьях, переведённых с русского. Здесь лучше *distributions.*

6) The space X is linearly connected.

Такого термина не существует: вместо *linearly* здесь нужно *path.*

7) The definition of multiplication is correct.

Слово *correct* означает правильно, а не корректно. Нужно: *The product is well defined.*

8) Consider the algebraic manifold V.

По-английски нет никаких *algebraic manifolds.* Нужно *variety.*

9) The operator A is positively defined.

Здесь *positively defined* — это пословный перевод с русского (переводить нужно не слова, составляющие термин, а его смысл!), а нужно *positive definite.*

Let требует инфинитива!

10) Let G is an Abelian group.

Позорная, но часто встречающаяся ошибка: вместо *is* здесь необходимо *be.*

11) Let B has a singularity at the point p.

Вместо *has* здесь необходимо *have.*

После can и must нельзя ставить to!

12) Now we can to prove Theorem 3.5.

Не нужен *to*.

13) To establish Lemma 2.1, we must to prove (2.5).

Не нужен второй *to*!

Долой русские запятые!

14) Take any element $x \in X$, such that $x > x_0$.

Запятая лишняя (это грубая смысловая ошибка!).

15) Suppose G is the group, that was considered in §2.

Опять лишняя запятая.

Не нагромождайте of'ы!

16) Therefore we must suppose that there is the necessity of generalization of the method of bifurcation diagrams of V. I. Arnold.

Нельзя так много *of*'ов и столько бессодержательных существительных! Нужно проще, например: *Hence V. I. Arnold's bifurcation diagram method must be generalized.* Заметим, что исходная русская фраза (которая лично мне очень не нравится) вполне характерна для наших математических текстов и у большинства читателей раздражения не вызовет: «Таким образом, мы приходим к выводу о необходимости обобщения метода бифуркационных диаграмм В. И. Арнольда».

17) The set of prime elements of the subgroup H of the group of bijections of the set S of all finite sequences is finite.

Фразу нужно радикально перестроить, например так:

> Consider the subgroup H of the group of bijections of S, where S is the set of all finite sequences; then the set of prime elements of H is finite.

Берегитесь коварного which!

18) Now we use the singular homology theory of the space $\Lambda^k(X)$ which will be constructed in Section 3.

Which — это что? Что будет *constructed* — теория или само пространство $\Lambda^k(X)$? Если по-русски было котор**ая** — значит, теория, и тогда вместо *which* можно написать *; this theory* (обратите внимание на точку с запятой!), а если котор**ое** — *; this space.*

19) F is equal G.

Нужно: *F is equal to G* или *F equals G*.

20) On Fig. 3.

Нужно: *In Fig. 3*.

21) The function f is discontinuous in the point $x = 0$.

Вместо *in* нужно *at*.

2.3. Пунктуация в английском языке

В отличие от русского, в английском языке нет жестких правил для расстановки запятых и других знаков препинания. Есть, однако, такой общий принцип:

> Запятые ставятся или не ставятся для удобства читателя и для того, чтобы облегчить понимание текста по ходу его чтения.

(В русском языке не так; несколько утрируя, можно сказать, что русские правила пунктуации преследуют совсем другую цель — показать читателю, что автор владеет этими правилами.)

Тем не менее, упомянутый выше общий принцип нельзя трактовать как «как хочешь, так и ставь». Из него следует несколько общепринятых конкретных предписаний.

1. При перечислении более двух однородных членов между ними ставятся запятая, в том числе перед последним из них, даже если ему предшествует союз *and*.

Вот несколько примеров:

The points A, B, C, and D lie on the same quadric.

Обратите внимание, что в русском тексте последнюю запятую ставить нельзя!

Both groups G and H are amenable.
The surfaces $\mathbb{R}P^2$, $\mathbb{S}^2$, and $\mathbb{S}^2\#\mathbb{R}P^2$ are nonorientable, orientable, and nonorientable, respectively.

2. После вводных выражений (openers в нашей терминологии) перед главными подлежащим и сказуемым ставится запятая, за исключением тех случаев, когда opener оканчивается словом *that*.

Примеры:

> Therefore, the group G is solvable.
> It follows that the group G is solvable.

3. В математических текстах тире используется очень редко, и только для отделения самостоятельной вставки от основного текста; для избежания же повтора тире никогда не используется вместо глагола, в таких случаях ставится запятая.

Примеры:

> An infinite finitely generated group has infinitely many subgroups, a finite group, finitely many.

Здесь вместо второй запятой нельзя ставить «русское тире».

> Supermanifolds—whatever their dimension—are always complicated objects.

Здесь вместо двух тире можно поставить запятые, но это несколько изменит смысл фразы: вставка *whatever their dimension* потеряет свою акцентированность, смысл фразы будет равносилен смыслу более «вялой» фразы *Supermanifolds of any dimension are always complicated objects.*

В заключение этого параграфа остановимся на (довольно тонком!) правиле, связанном с выделением/невыделением в запятых так называемых restrictive/nonrestrictive clauses. Начнем с двух примеров.

> For $n \geq 5$, the homology groups of a compact n-manifold that may be triangulated can be computed by using simplicial homology theory.

> The homology groups of a compact 2-manifold, which can always be triangulated, can be computed by using simplicial homology theory.

Почему во второй фразе придаточное предложение *which can always be triangulated* выделено запятыми, в то время как *that may be triangulated* в первой фразе так не выделено? Дело в том, что в первой фразе придаточное предложение *сужает класс* (restricts the class) рассматриваемых многообразий, в то время как во второй соответствующее придаточное рассматриваемый класс многообразий не сужает. При этом если убрать придаточное предложение в первой фразе, получим ложное высказывание (неверно, что все n-мерные многообразия триангулируемы, и потому нельзя сосчитать их симплициальные гомологии), в то время как во второй фразе придаточное сообщает дополнительную информацию о 2-мерных многообразиях (а именнно то, что они все триангулируемы), *не сужая* при этом класс этих многообразий, так что удаление этого придаточного не влияет на истинность высказывания.

Следует также отметить, что nonrestrictive clauses начинаются со слова *which* (после запятой), в то время как restrictive clauses начинаются (без запятой) со слова *that*. Второе утверждение этого предписания, невзирая на то, что оно явно указано в правилах для авторов, составленных Американским математическим обществом, часто нарушается, особенно, если следующее слово — *is* (что разумно, ибо основной смысл словосочетания *that is* — это «то есть»).

Стандартная формулировка соответствующего правила на английском языке звучит так:

> Restrictive clauses are never set off in commas, while nonrestrictive clauses are always set off in commas.

Это правило довольно трудно для понимания и не имеет аналогов в русском языке. Ведь по-русски перед словом «которые» *всегда* ставится запятая, невзирая на то, что это слово имеет два совсем разных смысла: «которые все» и «те которые»! Но автор спешит успокоить читателя: по моему опыту, американские студенты, даже очень хорошие, тоже достаточно плохо понимают это правило и часто ошибаются в подобных ситуациях. (Впрочем, работающие математики очень редко это правило нарушают, однако часто пишут *which* (без запятой) вместо *that*, вопреки приведенным выше указаниям на этот счет.)

2.4. Простейшее использование артиклей

В английском языке имеется *три* артикля единственного числа: *the*, *a* и *пустой артикль*, который в текстах не виден (это пустой символ), а мы будем обозначать его значком □. Артикль накладывает смысловую нагрузку на следующее за ним существительное. Именно:

I. Артикль **the** значит, что это *тот самый* или *единственный такой*;

II. Артикль **a** значит, что это *некоторый, один из таких*;

III. Пустой артикль □ значит, что это *единственный в своем роде, уникум.*

Вот несколько примеров.

> Let G be **a** nilpotent group. Let $\mathbb{Z}$ be **the** infinite cyclic group with one generator. Consider **the** set H of all homomorphisms of **the** group $\mathbb{Z}$ to **the** group G. Let h be **an** element of H.
>
> □ Grothendieck defined **the** notion of □ scheme, which is now **a** fundamental concept in □ algebraic geometry.

В английском языке имеется два артикля множественного числа, именно **the** и множественный неопределенный артикль, который «выражается» пустым символом (мы его будем обозначать символом $\square^*$):

IV. Артикль **the** значит, что это *все*, *все такие* или *весь список таких*.

V. Артикль $\square^*$ значит, что это *какие-то*, *некоторые из таких*.

Заметим, что у уникумов нет множественного числа, так что вопрос об артикле множественного числа для них не стоит.

Вот три примера использования артиклей множественного числа.

The eigenvalues of the operator A are positive.

We will consider only $\square^*$ smooth functions.

$\square^*$ Polynomials can have no real roots, but **the** polynomials of odd degree have at least one real root.

Замечание 1. Здесь и далее мы не рассматриваем ситуации, в которых происходит семантическое замещение артикля другими словами, как например в предложениях

This dog is brown. George's mother died. I chose some color.

(Здесь слова *this* и *George's* замещают два артикля **the**, а слово *some* замещает артикль **a**.)

Естественно, в тех случаях, когда происходит замещение артикля, никакой настоящий артикль не ставится.

Замечание 2 (важное!). Нужно понимать, что правила I–V не следует воспринимать как полную и непротиворечивую систему аксиом для выбора артиклей. Эти правила иногда противоречат друг другу: бывают ситуации, когда одновременно применимы два или даже три из этих правил и каждое правило требует выбрать свой артикль. В этих ситуациях смысловая нагрузка, которая накладывается выбором артикля на следующее за ним существительным, не сильно зависит от этого выбора: здесь речь идёт о нюансах смысла.

В приведенных выше примерах рассматриваются простые ситуации, в которых применимо лишь одно из правил и выбор другого артикля резко меняет смысл фразы или делает ее несуразной. Примеры ситуаций, в которых нет такой однозначности (они часто встречаются для артиклей множественного числа), мы будем разбирать позднее. Впрочем, уже сейчас можно отметить, что артикль *the* перед словом *polynomials* в последнем примере многие англоязычные математики могут и пропустить. А пока мы должны научиться правильно выбирать артикли в простых («однозначных») случаях.

К выбору артиклей, в том числе артиклей множественного числа, мы постоянно будем возвращаться в последующих главах. Кроме того, в приложении III приводится статья автора по поводу смысла артиклей не только в математике: примеры берутся из литературных (в том числе поэтических) источников.

* * *

Задание 2.1. Для каждого из ходовых шаблонов, указанных в первой главе, придумайте по два предложения (из разных областей математики), основанных на этом шаблоне. Артикли выбирайте в соответствии с указаниями выше.

Глава 3
Разнообразим математический текст

В этой главе мы будем учиться разнообразить строение отдельных фраз и разнообразить математический текст в целом.

3.1. Строение английской фразы

Но сначала подчеркнем, что порядок слов и групп слов внутри английской фразы намного жестче, чем по-русски. Типичная английская математическая фраза средней длины выстраивается так:

$$[\textit{opener}]\ [\textit{subject}]\ [\textit{verb}]\ [\textit{direct complement}]\ [\textit{other complements}].$$

Вот пример:

> [Therefore,] [the group $\mathbb{Z}_6$] [contains] [a subgroup isomorphic to $\mathbb{Z}_3$] [generated by the element $\overline{2}$].

В частности, в английском языке крайне нежелательно отделять подлежащее от сказуемого или менять их местами (что по-русски часто можно сделать), и особенно плохо звучит отделение прямого дополнения от глагола. Так, в предыдущем примере концовка фразы в виде

> [Therefore,] [the group $\mathbb{Z}_6$] [contains] [the generated by the element $\overline{2}$] [subgroup isomorphic to $\mathbb{Z}_3$].

совершенно недопустима, а вот по-русски звучит нормально (в чем можно убедиться пословным обратным переводом). Вот другой, часто встречающийся в плохих переводах, пример:

> Consider now the variety V_2.

Здесь для нормального (английского!) звучания, нужно переставить первые два слова. Вот еще один пример:

> The set $\{v_1, \ldots, v_n\}$ generates in the complex case the required subalgebra.

Здесь выражение *in the complex case*, отделяющее глагол от его прямого дополнения, стоит не на месте — его нужно переставить в конец фразы или в самое ее начало.

3.2. Часто встречающиеся шаблоны

Перейдем теперь к основной цели этой главы — научиться разнообразить математические тексты. Начнем с небольшого списка начал фраз (напоминаю, что начало фразы — opener — это одна из наших частей речи), а затем приведем список часто встречающихся шаблонов, сгруппированных в соответствии с их смысловым назначением.

Вводные выражения (openers)

so	now	then	here
hence	therefore,	it follows that	obviously,
clearly,	for example	it is easy to show that	in this case,
note that	let us note that	in view of the above,	further
in fact,	actually,	in addition,	first
secondly,	however,	nevertheless,	in particular,
thus	we have	in this article (chapter, section)	

without loss of generality, we may assume that

Обратите внимание, что в некоторых случаях opener завершается запятой, в других — запятая не ставится.

Введение обозначений (notation)

denote [*obj*] **by** [*symb*]

Denote the projective space by $\mathbb{R}P^3$.

let us denote [*obj*] **by** [*symb*]

Let us denote the hyperbolic plane by $\mathbb{H}^2$.

by [*symb*] **we denote** [*obj*]

By $\mathrm{GL}(n)$ we denote the group of nondegenerate linear operators in $\mathbb{R}^n$.

for [*obj*] **we use the notation** [*symb*]

For the convex hull of X we use the notation $\mathrm{Conv}(X)$.

[*symb*] **stands for** [*obj*]

$\mathrm{Tor}(G)$ stands for the subgroup of finite order elements of G.

(Имейте в виду, что существительное *notation* очень редко используется во множественном числе, например, «введем обозначени*я*» переводится как let us introduce the notation.)

[*obj*] **is called** [*mod* или *obj*]

A subgroup satisfying this condition is called normal.

[*obj*] **is called** [*mod* или *obj*] **if** [*claim*]

A transformation is called isometric if it preserves distances.

[*obj* или *symb*] **is defined as** [*obj*]

The half interval $[a, b)$ is defined as $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$.

let us define [*obj*] **as** [*obj*]

Let us define the integral $\int_a^b f(x)\,dx$ as the limit of integral sums as $\delta \to 0$.

define [*obj*] **as** [*obj*]

Define the sphere $\mathbb{S}^2$ as $\mathbb{S}^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.

we call [*obj*] [*mod*] **if** [*claim*]

We call a manifold C^r-smooth if all its transition functions are C^r-smooth.

Формулировка теорем

if [*claim1*], **then** [*claim2*]

If the surface M is orientable and $\chi(M) = 2$, then M is the sphere $\mathbb{S}^2$.

suppose that [*claim1*]**; then** [*claim2*]

Suppose that the Lefschetz number $\lambda(f)$ is nonzero; then f has a fixed point.

let [*claim1*], **let** [*claim2*], **and let** [*claim3*]**; then** [*claim4*]

Let the function f be continuous on $[a, b]$, let $f(a) < 0$, and let $f(b) > 0$; then there exists a point $\zeta \in [a, b]$ such that $f(\zeta) = 0$.

if [*claim*], **then** [*obj*] **possesses the following properties:**
1° [*claim1*];
2° [*claim2*];
3° [*claim3*]

If α is an element of the Möbius group, then α possesses the following properties:
1° α preserves angles;
2° α preserves cross ratios;
3° α takes circles and straight lines to circles or straight lines.

[*claim1*] **if and only if** [*claim2*]. Или короче: [*claim1*] **iff** [*claim2*].

A 3-manifold M is the sphere $\mathbb{S}^3$ if and only if $\pi_1(M) = 0$.

[*claim*] **is a necessary and sufficient condition for** [*obj*] **to be** [*obj* или *mod*]

$H_0(X) = \mathbb{Z}$ is a necessary and sufficient condition for X to be path connected.

if [*claim*]**, then the following conditions are equivalent:**
1° [*claim1*];
2° [*claim2*];
3° [*claim3*]

If Γ is a graph, then the following conditions are equivalent:
1° Γ is a tree;
2° $\chi(\Gamma) = 1$;
3° there is a unique path joining any two points of Γ.

for [*obj*] **to be** [*mod* или *obj*]**, it is necessary and sufficient that** [*claim2*]

For a linear operator $A = (a_{ij})$ to be nondegenerate it is necessary and sufficient that $\det(a_{ij}) \neq 0$.

Доказательства (proofs)

we have [*claim*]

We have $P(a) = \neg\left(\exists a\, \exists b\, (S(a,b) \to T(x))\right)$.

we obtain [*claim*]

We obtain $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$.

it follows that [*claim*]

It follows that the sequence (*) is exact.

by assumption, [*claim*]

By assumption, the function ϕ is uniformly continuous.

using [*ref*]**, we obtain** [*claim*]

Using the Fubini theorem, we obtain $\iint_Q f(x,y)dS = \int_a^b (\int_c^d f(x,y)dy)dx$.

since [*claim*]**, it follows that** [*claim*]

Since the diagram (*) is commutative and its rows are exact, it follows that $H^p(X,\mathbb{Z})$ is isomorphic to $H_{n-p}(X,\mathbb{Z})$.

it remains to prove that [*claim*]

It remains to prove that f is upper semi-continuous.

all the assumptions of [*ref*] **hold**

All the assumptions of Lemma 2 hold.

it is readily verified that [*claim*]

It is readily verified that M is a del Pezzo variety.

the proof is by induction on [*obj*]

The proof is by induction on the dimension n of $\mathbb{R}P^n$.

we argue by contradiction

assume the converse

this is a contradiction; the proof of [*ref*] **is complete**

This is a contradiction; the proof of the theorem is complete.

we will consider several cases

[*ref*] **is proved**

The main theorem (Theorem 3) is proved.

this concludes the proof of [*ref*]

This concludes the proof of the Reidemeister lemma.

Q.E.D.

* * *

Задание 3.1. Для каждого шаблона, упомянутого в этой главе, приведите два примера его использования — один из алгебры или анализа, другой из геометрии или топологии. Это — несложное задание, если у вас имеются достаточно широкие познания в разных разделах математики.

Задание 3.2. Переведите на английский язык страницу текста (см. ниже) о непрерывных отображениях топологических пространств из книги В. А. Рохлина и Д. Б. Фукса «Начальный курс топологии. Геометрические главы», используя *только* приведенные в первых двух главах шаблоны и вводные выражения и обращая особое внимание на артикли. Имейте в виду, что это трудное задание — для того чтобы передать смысл этого текста, используя только ограниченный набор шаблонов, требуется не столько языковая культура, сколько математическая: нужно до конца понять логику математического смысла текста и преобразовать изложение в логически равносильное, не боясь порой изменять порядок частей текста и даже порядок следования формул.

§ 1. Непрерывные отображения

1. Отображение топологического пространства X в топологическое пространство Y называется *непрерывным*, если прообраз любого открытого подмножества пространства Y является открытым подмножеством пространства X. Равносильное условие: прообразы замкнутых множеств замкнуты.

Отображение $f\colon (X, A) \to (Y, B)$ называется *непрерывным*, если непрерывно отображение $\operatorname{abs} f\colon X \to Y$.

Полезное замечание: отображение $f\colon X \to Y$ непрерывно, если прообразы открытых множеств некоторой базы пространства Y открыты.

2. Очевидно, что если отображения $f\colon X \to Y$ и $g\colon Y \to Z$ непрерывны, то и их композиция $g \circ f\colon X \to Z$ непрерывна. Ясно также, что тождественное отображение $\mathrm{id}_X\colon X \to X$ непрерывно для всякого пространства X.

Из определения относительной топологии видно, что если отображение $f\colon X \to Y$ непрерывно и A, B — такие множества в X, Y, что $f(A) \subset B$, то и отображение $\operatorname{ab} f\colon A \to B$ непрерывно. В частности, сужение $f|_A\colon A \to Y$ непрерывного отображения $f\colon X \to Y$ на любое подмножество A пространства X непрерывно. Например, включение подпространства в пространство есть непрерывное отображение.

3. Ясно, что если Γ — фундаментальное покрытие пространства X, то из непрерывности сужений $f|_A$ с $A \in \Gamma$ следует непрерывность отображения $f\colon X \to Y$. Равносильная формулировка: пусть Γ — фундаментальное покрытие пространства X, и пусть для каждого множества $A \in \Gamma$ задано непрерывное отображение $f_A\colon A \to Y$, и $f_A(x) = f_B(x)$, если $x \in A \cap B$ $(A, B \in \Gamma)$; тогда отображение $f\colon X \to Y$, определенное формулой

$$f(x) = f_A(x) \quad \text{при } x \in A \ (A \in \Gamma),$$

непрерывно.

4. Непрерывное отображение называется *открытым*, если образы открытых множеств открыты, и *замкнутым*, если образы замкнутых множеств замкнуты.

Очевидно, композиция открытых отображений открыта, а композиция замкнутых отображений замкнута.

Глава 4
Ing-овые конструкции, наречия, артикли

В этой главе мы продолжаем учиться разнообразить наши выразительные средства, для чего рассмотрим ing-овые конструкции и наречия, а в заключение главы опять вернемся к семантике артиклей.

4.1. Конструкции с ing

Вот несколько ing-овых шаблонов; они обычно ставятся в начале фразы, но иногда появляются и в середине (и тогда обязательно выделяются запятыми!):

using [*ref, obj*], **we obtain** [*claim*]
following [*ref*], **let us prove that** [*claim*]
setting [*claim1*] **in** [*ref*], **we obtain** [*claim2*]
putting [*claim1*] **in** [*ref*], **we can write** [*claim2*]
taking [*obj*] **for** [*obj*], **we can prove that** [*claim*]
identifying [*obj*] **and** [*obj*], **we obtain** [*claim*]
choosing [*obj*], **we can write** [*claim*]
gathering like terms in [*ref*], **we obtain** [*claim*]

4.2. Наречия

Наречия (adverbs) почти всегда ставятся *перед* глаголом (за исключением глагола *is*). Вот наречия, наиболее часто встречающиеся в математических текстах:

easily	obviously	clearly	immediately	readily	always
usually	sometimes	never	directly	entirely	naturally
sufficiently	necessarily	additionally	partly		

Вот несколько типичных примеров их использования:

There **always** exists [a maximum of a continuous function on a compact set].

[Lemma 2.3] **readily** implies [the theorem].

We **obviously** have [$2 + 2 = 1 \pmod 3$].

We **sometimes** denote [the unimodular complex numbers] by [$\mathbb{S}^1$].

[The theorem] is **entirely** [proved].

[Using] [Eq. (2.3)], we **immediately** [obtain] [the lemma].

4.3. Поясняющие фразы

В математических текстах встречаются поясняющие фразы, как бы дополняющие семантику глагола. Чаще всего встречаются такие выражения, как

after some manipulations	by direct calculation
from the induction hypothesis	by gathering like terms

Они ставятся после глагола или в начале фразы и иногда (не всегда!) выделяются запятыми. Примеры:

After some manipulations, we obtain Eq. (3.6).

Formula (2.3) is proved by direct calculations.

Gathering like terms, we obtain a system of linear equations.

4.4. Существительные становятся прилагательными

В английском языке существительное магически превращается в прилагательное (не меняя своего написания!), если его поставить перед другим существительным. Вот несколько примеров:

line segment, intersection point, Pascal line, vector space, identity transformation, box dimension, dimension theory, Möbius symbol, homology theory, Goodstein sequence, equivalence relation, cohomology group, path integral, Cauchy sequence, Fourier series.

К сожалению, нет точного общего правила, когда такие перестановки делать можно, или нельзя, или можно как делать, так и не делать. Здесь все определяет usage. Например, никто не говорит *group of cohomology* или *series of Fourier*, однако все говорят *range of a function* (и в грамотных текстах вы никогда не встретите *function range*), и часто встречается как *theory of relativity*, так и *relativity theory*.

4.5. Еще раз — подробнее — об артиклях

Как уже говорилось, в английском языке имеется *три* артикля единственного числа: **the, a** и *пустой артикль*, который в текстах не виден (этой пустой символ), а мы будем его обозначать значком □. Артикль указывает на статус следующего за ним существительного (объекта), т. е. на *отношение* (в данном контексте) этого слова к множеству всех объектов с тем же названием. Важно понимать, что артикль определяется не самим существительным, а смыслом существительного *в данном контексте.*

• Артикль **the** означает, что следующее за ним существительное было ранее зафиксировано или что в данном контексте это существительное — однозначно определенный элемент множества объектов с тем же названием (таким образом, артикль **the** имеет два разных смысла).

• Артикль **a** означает, что следующее за ним существительное является (ранее не зафиксированным) элементом множества объектов с тем же названием.

• Пустой артикль □ означает, что следующее «за ним» существительное является единственным элементом одноэлементного множества объектов с таким названием; такими существительными являются имена собственные, названия наук или разделов математики, а также атрибуты (например, степень полинома, порядок уравнения, радиус окружности).

Эти формальные пояснения можно выразить гораздо проще в виде следующих правил:

I. **the** значит, что это *тот самый*, т. е. *ранее упомянутый*, или *единственный такой*;

II. **a** значит, что это *некоторый*, *один из таких*;

III. □ значит, что это *единственный в своем роде*, *уникум.*

Поясним, как используются эти правила, на примере текста по математической физике.

> Let M be **a** (*некоторое*) 3-manifold. Let $k\colon \mathbb{S}^1 \hookrightarrow M$ be **a** (*некоторое*) smooth embedding. Then **the** (*единственное такое, так как M и k были ранее зафиксированы*) set $k(\mathbb{S}^1)$ is called **a** (*один из*) knot in **the** (*то самое*) manifold M or **a** (*одна из*) Wilson line. For any knot in **a** (*некотором*) 3-manifold, □ Witten (*уникум — имя*

собственное) defined **an** (*один из*) isotopy invariant, now known as **the** (*единственный такой*) Jones–Witten number of **the** (*ранее упомянутый*) knot. When **the** (*то самое*) manifold M is **the** (*единственная такая*) 3-sphere, **the** (*ранее упомянутое*) Jones–Witten number is equal to **the** (*единственное такое*) value of **the** (*единственный такой*) Jones polynomial of $\square$ (*атрибут*) degree n.

Перейдем теперь к артиклям множественного числа. Их два, а именно: **the** и множественный неопределенный артикль, который «выражается» пустым символом (мы его будем обозначать символом $\square^*$). Они используются в соответствии с правилами:

IV. **the** значит, что это *все*, *все такие* или *весь список таких*;

V. $\square$***** значит, что это *какие-то*, *некоторые из таких*.

Вот примеры.

We will consider only $\square^*$ (*некоторые*) associative rings. **The** (*все*) rings that we shall study will appear in $\square^*$ (*в некоторых*) exact sequences.

4.6. Тонкая семантика артиклей

Этот раздел можно пропустить при первом чтении: он предназначен для тех, кто как следует овладел выбором артиклей в простых (однозначных) ситуациях, описанных выше.

Мы уже говорили, что правила I–V не следует воспринимать как полную и непротиворечивую систему аксиом для выбора артиклей: бывают ситуации, когда одновременно применимы два или даже три из этих правил, и каждое правило требует выбрать свой артикль (т. е. правила противоречат друг другу). В таких ситуациях чаще всего смысловая нагрузка, которая накладывается выбором артикля на следующее за ним существительное, не сильно зависит от этого выбора — речь идёт о нюансах смысла.

Вот примеры с артиклями единственного числа (правила I, II, III).

Let M be a manifold with **a** (*с некоторой*) boundary.
Let M be a manifold with $\square$ (*атрибут*) boundary.
Let M be a manifold with **the** (*с единственной такой*) boundary ∂M.

Эти три фразы очень близки по смыслу, и на русский язык они переводятся совершенно одинаково: «Пусть M — многообразие с краем». Очень близки по смыслу и следующие две фразы.

Using □ (*название науки*) Bass–Serre theory, we will...
Using **the** (*единственную такую*) Bass–Serre theory, we will...

Последняя из этих фраз имеет точно такой же смысл, как фраза

Using **the** (*единственную такую*) theory of Bass–Serre, we will...

И здесь все три фразы одинаково переводятся на русский язык.

Еще стоит отметить случаи, когда на практике большинство англоязычных математиков (которые, разумеется, не знают никаких «правил выбора артиклей») выбирают не тот артикль, который диктуется правилами IV и V. Так, во фразе

The space X/G of the orbits is compact

большинство из них опустят второе **the**, несмотря на то, что X/G — это пространство *всех* орбит. (Конечно, здесь можно было бы сказать, что слово *orbit* — атрибут в выражении *space of orbits*, но эта трактовка притянута за уши.) Такой выбор отчасти связан с тем, что еще более естественно это утверждение сформулировать проще, а именно:

The orbit space X/G is compact.

При этом вопрос, все или не все орбиты, уже не возникает.

* * *

Задание 4.1. Вставьте вместо многоточий артикли (the, a, an[1], □, □*) в страницу текста ниже.

8.1.2. *Affine transformations.* ..... transformation of $\overline{\mathbb{C}}$ onto itself of ..... form $z \mapsto az + b$, $\infty \mapsto \infty$, where $a, b \in \mathbb{C}$ and $a \neq 0$, is called *affine*. In particular, if $a = 1$, then ..... corresponding affine transformation is ..... parallel translation (by ..... vector OB, where B is ..... point of ..... complex plane corresponding to ..... complex number b).

8.1.3. Theorem. *Affine transformations take ..... straight lines to ..... straight lines, ... circles to ..... circles, and preserve ..... angles and ..... cross ratios.*

Proof. Denoting $a = re^{i\varphi}$, $r > 0$, we can write

$$z \mapsto e^{i\varphi}z \mapsto r(e^{i\varphi}z) \mapsto (re^{i\varphi}z) + b = az + b,$$

[1] Часто говорят, что артикль *a* заменяется на *an*, когда следующее слово начинается с гласной; это неточно: *a* заменяется на *an*, когда следующее слово начинается с гласного *звука*. Например, нужно *an n-dimensional space*, а не *a n-dimensional space*, *a unified approach*, а не *an unified approach.*

which shows that any affine transformation is ..... composition of ..... rotation (by ..... angle φ), ... homothety (with coefficient r), and ..... parallel translation (by ..... vector b). This implies the theorem, because ..... rotations, ... homotheties, and ..... translations obviously possess all four of the properties asserted by ..... theorem. The least obvious of these facts is that ..... homotheties preserve ..... cross ratio, but this follows immediately from ..... fact that homothety in ..... plane of ..... complex variable is multiplication by ..... real number (which will cancel out in each of ..... fractions of ..... cross ratio).

8.1.4. *Linear-fractional transformations.* ..... transformation of $\overline{\mathbb{C}}$ given on $\mathbb{C} \setminus \{-d/c\}$ by

$$z \mapsto \frac{az+b}{cz+d}, \quad \text{where } ac - bd \neq 0, \tag{8.2}$$

which takes ..... point $-d/c$ to ∞ and ∞ to a/c is called *linear-fractional.*

..... set of all linear-fractional transformations forms ..... group, called ..... *Möbius group* and denoted by Möb.

Indeed, the fact that ..... composition of two linear-fractional transformations is ..... linear-fractional transformation can be shown as follows: substitute $(a_1z + b_1)/(c_1z + d_1)$ for z in ..... expression $(az + b)/(cz + d)$, which yields (after some manipulations)

$$\frac{(aa_1 + bc_1)z + (ab_1 + bd_1)}{(ca_1 + dc_1)z + (cb_1 + dd_1)}; \tag{8.3}$$

but this expression is of ..... same form as (8.2), so ..... composition is indeed linear-fractional.

Глава 5
Тексты по базовой математике

С формальной точки зрения современная математика основана на теории множеств (аксиоматика Цермело — Френкеля), а также на логике (исчисления предикатов) и на арифметике (аксиомы Пеано). Однако практика далека от этих оснований, и с языковой точки зрения можно сказать, что современные математические тексты строятся на «наивной теории множеств», на «неформальной арифметике» и на «неформальной логике». Настоящая глава посвящена конструкциям, используемым в этих трех ситуациях. В конце главы мы остановимся на союзах и предлогах, с тем, чтобы понять, когда те или иные такие «связывающие словечки» (links) используются в математических текстах.

5.1. Наивная теория множеств

Вот как передаются по-английски основные символы теории множеств:

$x \in X$	x belongs to X
$X \ni x$	X contains the element x
$A \subset B$	A is contained in B
$B \supset A$	B contains A
$A \cap B = \ldots$	the intersection of A and B is ...
$A \cup B = \ldots$	the union of A and B is ...
$A \sqcup B = \ldots$	the disjoint union of A and B is ...
$\{x \in X \mid \mathcal{P}(x)\}$	the set of all x in X such that $\mathcal{P}(x)$ holds
$\bigcup\limits_{i=1}^{n} X_i \ \left(\bigcap\limits_{i=1}^{n} X_i\right)$	the union (intersection) of all X_i from 1 to n

5.2. Неформальная арифметика

Здесь под арифметикой мы понимаем не только теорию чисел ($\mathbb{N}$), но и другие разделы математики, где речь идет о четырех арифметических операциях, как, например, теорию вещественных чисел или теорию колец, полей и групп. Вот связанные с этим основные термины:

$A+B$	A plus B; sum of A and B
$A-B$	A minus B; difference between A and B
$A \times B$ или $A \cdot B$	A times B; product of A and B
$A=B$	A equals B; A is equal to B
A/B	A over B; ratio of A and B
(X,Y)	the pair (X,Y)
$(X_1,\ldots,X_n)$	the n-tuple (или the string) $(X_1,\ldots,X_n)$
$\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$	residues modulo n
$k \equiv l \bmod n$	k equals l modulo n

Напомним также, что дробь — это *fraction*, а ее числитель и знаменатель — это *numerator* и *denominator* соответственнно. Далее, правая (левая) часть равенства — это *right-hand* (*left-hand*) *side.*

В теории чисел, да и в математике вообще, часто применяется принцип математической индукции. Вот несколько часто используемых при этом шаблонов.

we will prove [*ref*] **by induction on** n

the proof is by induction on n

to establish the base of induction, we must show that [*claim*]

the base of induction follows from [*ref*]

now let us perform the induction step

by the induction hypotethis, we have [*claim*]

we have shown that [*claim*]**, therefore** [*ref*] **follows by induction.**

5.3. Неформальная логика

Мы уже видели, как читаются те или иные логические символы:

& или $\wedge$ **and**; $\vee$ **or**; $\neg\mathcal{P}$ **not** $\mathcal{P}$ или **the negation of** $\mathcal{P}$;

$\rightarrow$ или $\Rightarrow$ **implies (that)**; $\forall$ **for all**; $\exists$ **there exists**;

При рассуждении от противного используются следующие обороты:

We argue by contradiction; suppose that [*claim*].

The proof is by *reductio ad absurdum*; **suppose that** [*claim*].

Assume the converse; then [*claim*].

We have arrived at a contradiction; [*ref*] **is proved**.

Contradiction; [*ref*] **is proved**.

Обычный логический прием при доказательствах — разбор случаев — преодолевается с помощью следующих шаблонов:

Let us consider several cases.
Case 1 [*claim1*] (далее разбор первого случая)
Case 2 [*claim2*] (далее разбор второго случая) и т. д.

In the proof, we consider two (three, four, ...) cases ...

В математической логике, как и во всей математике, можно делать замену переменных; в логике это одно из правил вывода, которое обозначается специальным символом. В обычной (не в формальной) математике в таких случаях используются следующие шаблоны.

Substitute [*obj1*] **for** [*obj2*] **in** [*ref*]

Substituting [*obj1*] **for** [*obj2*] **in** [*ref*], **we obtain** [*claim*]

Replace [*obj2*] **by** [*obj1*] **in** [*ref*]

Replacing [*obj2*] **by** [*obj1*] **in** [*ref*, **we obtain** [*claim*]

Обратите внимание на то, что в первых двух шаблонах заменяемая переменная [*obj2*] стоит второй, а заменяющая [*obj1*] — первой, в то время как в третьем и четвертом шаблонах — наоборот.

5.4. Союзы и предлоги

Приведем несколько часто встречающихся примеров употребления «связывающих словечек» (links) *of, to, in, by, as, for, with, from, under* и других, выполняющих в английском языке функцию падежей, союзов и предлогов в русском.

at the point x	в точке x
replace x **by** y	заменить x на y
substitute y **for** x	заменить x на y
change x **to** y	заменить x на y
x belongs **to** X	x принадлежит X
X depends **on** a	X зависит от a
X is independent **of** a	X не зависит от a
vector field **on** M^n	векторное поле на M^n
a_n tends **to** A **as** $n \to \infty$	a_n стремится к A при $n \to \infty$
extend f **to** X	продолжить f на X
restrict f **to** A	ограничить f на A
f ranges **over** X	f пробегает X
under the map f	при отображении f
polynomial **in** x	полином относительно x
function **of** the variable x	функция переменной x
system **of** equations	система уравнений

Расширенный список таких шаблонов приводится в приложении II.

* * *

Задание 5.1. Напишите короткий текст (300–400 слов) с определениями векторного пространства, базиса, суммы подпространств, линейных операторов. Следите за правильностью употребления артиклей, не забывайте разнообразить текст вводными выражениями, поясняющими фразами и наречиями.

Глава 6
Тексты с формулами, геометрия; местоимения

В этой главе мы остановимся на двух (в некотором смысле стилистически противоположных) типах текстов — тексты с большим количеством выключных формул и тексты по геометрии. Поговорим также о местоимениях.

6.1. Тексты с большим количеством формул

В текстах по анализу, особенно по дифференциальным уравнениям, обычно содержится много выключных формул и мало слов между ними. Такие тексты встречаются иногда и в алгебре, в комбинаторике, в алгебраической топологии. Чаще всего в них встречаются выражения:

we have	we obtain	we see that	we can write	
this implies	we find that	it follows that	we conclude that	we get

после которых ставится (выключная) формула. (Последнее выражение — *we get* — уместно в устной речи, но его следует избегать в формальных математических текстах.) Перед формулами также используются вводные слова и выражения, особенно часто следующие:

hence therefore, so, thus, consequently, further,

Обратите внимание на то, что после *hence* мы не поставили запятую, а после остальных вводных слов — поставили (так обычно поступают в хороших математических текстах, хотя и не всегда — мы уже отмечали, что жестких правил пунктуации в английском языке нет).

В текстах с большим количеством выключных формул часто используются шаблоны с ing-овыми конструкциями, например

Using [*ref*], **we see that** ...

Substituting [*obj*] **into** [*ref*], **we obtain** ...

Setting [*claim*] **in** [*ref*], **we obtain** ...

Integrating by parts, we find that ...

Очень популярным является оборот

since [*claims*]**, it follows that** [*claims*];

здесь после **since** мы поставили слово *claims* во множественном числе потому, что чаще всего этот оборот используется, когда перечисляется *несколько* утверждений перед **it follows that**. В текстах с большим количеством формул часто попадаются и более короткие шаблоны:

[*ref*] **implies that** [*claim*];

[*ref*] **yields** [*ref* или *claim*].

В элементарном анализе (calculus) строение текста совсем другое, в таких текстах используются в основном базисные обороты (см. раздел 1.4), а также несколько специфических оборотов, которые мы проиллюстрируем конкретными примерами:

$F(x)$ tends to A as x tends to 0.

The slope of the tangent $F(x)$ at the point x_0 is $F'(x_0)$.

Subdivide the closed interval $[a, b]$ into smaller intervals $[a, a_1]$, $[a_1, a_2]$, $\ldots$, $[a_n, b]$ and choose a point $\xi_i \in [a_{i-1}, a_i]$ in each.

А вот несколько выражений, которые не получаются пословным переводом соответствующих русских слов:

implicit function theorem	chain rule
closed (open) interval	n-th term (of a series)
least upper bound (or supremum)	jump discontinuity
greatest lower bound (or infimum)	power series

6.2. Элементарная геометрия

Особый стиль текстов по элементарной геометрии связан с традиционным отношении к геометрии, сохранившимся с времен Евклида. Для древних греков геометрия была только одна, и стереометрия была, в сущности, физикой окружающего нас пространства. Поэтому в текстах по элементарной геометрии выражение *in space* пишется без артикля — ведь пространство одно, множество всех пространств (с точки зрения Евклида) состоит из одного элемента, это уникум. Когда речь идет о планиметрии, говорят *on the plane*, здесь артикль **the** говорит о том, что рассматривается та самая плоскость, в которой развивается вся планиметрия. Стоит заметить, что использование предлога **in** в случае пространства и **on** в случае плоскости тоже связано с их физическим восприятием.

Однако стилистическое отличие элементарной геометрии от остальных математических текстов намного глубже, чем при выборе артиклей к словам плоскость и пространство. Артикли, как правило, опускаются при других геометрических терминах, например:

Altitude AH of triangle ABC divides side BC in the ratio $2:3$.

Здесь пропущены артикли перед словами *triangle, side* и *altitude*. (Впрочем, артикль **The** перед *altitude* в начале фразы можно и поставить — так звучит лучше.) Отсутствие этих артиклей можно объяснить исходя из философии мира идей Платона. Так, треугольник общего вида — это уникальный идеальный объект, витающий в платоновском мире идей, и когда мы доказываем теорему про такой треугольник, мы доказываем ее про эту сущность, а не про ее материальные реализации, а сущность общего треугольника одна и неповторима, так же как и сущность высоты треугольника. Про это вычурное философское объяснение можно и позабыть, но следует помнить о том, что артикли в подобных случаях опускаются.

Теперь перечислим несколько часто встречающихся описаний геометрических образов, с тем чтобы их зафиксировать и запомнить используемые при этом предлоги.

the straight line passing through (the) points A and B

the line joining (the) points A and B

Здесь и ниже артикль в скобках ставится, если и только если соответствующие объекты (в данном случае *points*) были упомянуты ранее. Существительное «прямая» иногда переводится выражением *straight line*, но прилагательное *straight* часто опускается; при этом если в доказательстве или конструкции слово «прямая» несколько раз повторяется, то в первый раз естественно написать *straight line*, а дальше просто *line*.

the circle of radius r centered at O

the parallel to l passing through A

the intersection point of (the) lines l and m

the lines l and m intersect at (можно и in) the point A

the rotation by $90°$ about (или around) O

the homotethy of center O and coefficient (или ratio) t

the parallel translation (или shift) by a (the) vector $\vec{v}$

6.3. Современная геометрия и топология

В основном современные геометрические и топологические тексты используют главные обороты, которые мы уже встречали ранее (в частности, в разделе 1.4). С точки зрения терминологии, одни и те же слова (термины) можно найти в топологических и геометрических текстах, поэтому мы здесь объединяем эти две науки. Вот несколько специфических терминов, которые могут вызвать затруднения у русскоязычных математиков.

Много разных переводов (зависящих от контекста) имеют термины «пучок» и «расслоение»; так:

пучок сфер (расслоение со слоем сфера) — sphere bundle
тензорный пучок (тензорное расслоение) — tensor bundle
касательный пучок (т. е. касательное расслоение) — tangent bundle
пучок электронов — electron beam
пучок света — beam of light
пучок прямых (в проективном пространстве) — pencil of lines
расслоение Хопфа — Hopf bundle или Hopf fibration
расслоение в смысле Серра — Serre fibration
локально-тривиальное расслоение — fiber bundle
векторное расслоение — vector bundle
локально свободный пучок — locally free sheaf

Много разных значений имеет и слово «связность» (опять-таки в зависимости от контекста), например:

линейная связность — path connectedness
связность (топологического) пространства — connectedness of a (topological) space
компонента связности — connectivity component
аффиная связность — affine connection

Слово «пленка» переводится как *film* в теории минимальных поверхностей, но в теории гомологий этот термин не используется, и удобное выражение «пленка, натянутая на цикл c» приходится честно переводить как *chain whose boundary is the cycle c.*

В английском языке слово *boundary* имеет два совершенно разных значения (в общей топологии и в топологии многообразий):

manifold with boundary — многообразие с краем
boundary of a domain in $\mathbb{R}^n$ — граница области в $\mathbb{R}^n$
boundary point — граничная точка, точка края (в зависимости от контекста)

Русскоязычные математики часто ошибаются при переводе некоторых геометрико-топологических терминов, в частности:

слово «карта» (на многообразии) переводят как *map* вместо правильного *chart*;

слово «букет» переводят как *bouquet* вместо более употребительного *wedge sum*;

слово «оснащение» переводят как *rigging* вместо правильного *framing*;

выражение «факторпространство» часто переводят как *factor space* вместо правильного *quotient space*.

В заключение этого раздела приведем несколько специфических геометрико-топологических шаблонов.

attach [*obj1*] **to** [*obj2*] **by** [*obj3*]

cut [*obj1*] **along** [*obj2*]

glue [*objs*] **along their boundaries**

partition [*obj*] **into** [*objs*]
(здесь *partition* — это глагол, означающий «разбить»)

the [*obj1*] **spans** [*obj2*]
(здесь *spans* означает «натянут на»)

the [*obj1*] **defines a metric on** [*obj2*]

6.4. Местоимения

В английском языке, как и в русском, имеется много разновидностей местоимений (pronouns), но, к счастью, они, как правило, переводятся своими словарными эквивалентами. Но и здесь не обходится без тонкостей: мы уже говорили про **which** и **that** (о запятых при них см. раздел 2.3 главы 2), а сейчас поговорим про **this** и **it**.

Можно сформулировать такое правило использования этих местоимений:

> Местоимение **it** обычно замещает математический *объект*, в то время как **this** замещает *утверждение*.

Вот два примера:

> We have obtained the Euler gamma function; **it** often appears in number theory...
>
> Thus we have proved that the expression in formula (1) gives the Euler gamma function; **this** fact can be used in number theory...

В этих фразах нельзя заменить **it** на **this** или **this** на **it**. Впрочем, в первой фразе без ущерба для смысла **it** можно заменить на this function. Заметим также, что **it** в математических фразах не обязательно замещает объект, это местоимение появляется в совсем другом качестве в таких расхожих выражениях, как

it is not true that   или   it can be shown that.

6.5. Союзы

Союзов в английском языке тоже очень много, но иногда при переводе с русского их не хватает. Так, союзы «притом» и «при этом» не имеют адекватных английских аналогов. Русскоязычные переводчики обычно их переводят как *furthermore* или *moreover*, что меняет смысл (в обратном переводе получается «более того»). Наилучший выход из положения — поставить точку с запятой и затем слово **here**.

Нет точного перевода и у союза «а», приходится писать **but** (слишком сильно), **and** (слишком слабо), **while** или **whereas** (слишком тяжеловесно).

В других случаях, как правило, можно обходиться словарными эквивалентами. Кроме того, стоит обратить внимание на «парные союзы» (correlative conjunctions):

either — or   **neither — nor**   **both — and**   **not only — but also**

аналоги которых в русском языке не получаются словарным переводом каждого союза из пары. В английских математических текстах они достаточно часто используются и придают логически элегантное строение английской фразе.

* * *

Задание 6.1. Напишите короткий текст (300–400 слов) по топологии, геометрии или элементарной геометрии, используя при этом обороты приведенные в этой главе, в том числе *not only ..., but also* и *since ..., it follows that*; пусть в вашем тексте будет побольше местоимений и союзов, парочка ing-овых оборотов и вообще те слова и выражения, приведенные выше, к которым вы не очень привыкли.

Глава 7
Прикладная математика

Андрей Николаевич Колмогоров говорил автору, что нет такой науки — прикладной математики, бывают лишь приложения математики. На лингвистическом уровне это выражается в том, что в приложениях используются в основном те же самые обороты (шаблоны), что и в обычной математике. При этом, конечно, запас терминов расширяется за счет слов, взятых из той предметной области, к которой данная математика прикладывается.

Тем не менее среди приложений есть особые области, в которых возникает определенная языковая специфика, относящаяся не только к лексике, но и к строению фраз. К этим областям относится, в первую очередь, теория вероятности и математическая статистика, а также теория информации, кодирование и криптография, теория алгоритмов и сложность. Отметим, что мы не рассматриваем физику и информатику (computer science) как приложения математики — мы считаем, что это самостоятельные дисциплины, и в этой книге не касаемся их вовсе.

В этой короткой главе мы приводим, для каждой из этих областей, несколько примеров специфических оборотов.

7.1. Вероятность и статистика

Теория вероятностей стала частью математики (а именно, разделом теории меры), когда А. Н. Колмогоров поставил ее на аксиоматический фундамент. (До этого такие ученые, как Пуанкаре, который указывал на порочный круг в самом определении вероятности события, вообще не считали ее настоящей наукой.) Таким образом, большая часть современных статей и книг по вероятности и статистике в языковом отношении мало отличаются от других разделов анализа. Однако ряд конструкций, связанных с бросанием костей и монет, а также с выбором представителей из некоторой совокупности, нельзя выразить с помощью наших основных шаблонов. Приведем несколько примеров соответствующих шаблонов.

A pair of dice is rolled [three times]**; what is the probability** [that a total of 13 dots or less] **turned up?**

A die was thrown [7 times]**; what is the probability that it came up** [with six dots only once]**?**

A coin is tossed [4 times]**; what are the chances that the result will be** [heads–tails–tails–heads]**?**

A coin came up [heads 72 times in a row]**; what is the probability that** [it is not a fair coin]**?**

A box contains [25 red balls and 32 blue ones]**;** [six balls] **are taken out without replacement; what are the chances that** [three or more] **are red?**

A sample of [five TV sets] **was randomly chosen from a shipment of** [500 TV sets]**, and** [one of the sets] **turned out to be defective; can we conclude that the probability of** [a TV set] **from that shipment being defective is** [more than 5 %]**?**

A representative sample of [the population of New York] **must contain** [at least 2000 people]**.**

7.2. Теория информации

Здесь большинство специфических оборотов связано с передачей или со сжатием информации. Например:

[A 10 digit binary number] **is sent through** [a channel with white noise]**.**

[Entropy] **quantifies** [the amount of uncertainty involved in the value of a random variable]**.**

[The data] **must be reconstructed** [exactly]**.**

[Data compression] **allocates** [bits needed to reconstruct the data]**.**

[The rate of a source of information] **is related to** [how well it can be compressed]**.**

[It is always possible to] **transmit with** [arbitrarily small block error]**.**

7.3. Кодирование и криптография

Классическая теория кодирования, основанная на алгебраической геометрии над конечным полем, использует обычные математические шаблоны, но когда речь идет о криптографических приложениях, появляются и некоторые специфические обороты. Часть из них приводится в предыдущем разделе, но есть и другие примеры.

[Codes using the one-time pad] **are not vulnerable to** [such brute force attacks]**.**

[How many pennies] **can be packed** [into a circle on a tabletop]**.**

[These codes] **offer more protection against** [noise] **than** [an equivalent block code]**.**

[Such algorithms] **are hard to break** [by any adversary]**.**

[These secure schemes] **cannot be broken** [even with unlimited computing power]**.**

7.4. Алгоритмы и сложность

Основные отрицательные результаты теории алгоритмов (существование неразрешимых массовых проблем) — это естественные продолжения результатов из математической логики, алгебры, топологии, и потому не требуют специальных оборотов. Однако с тех пор, как в этой тематике появились оракулы, не говоря уже лично о самом Мерлине, дело осложнилось. Вот примеры.

[This type of random oracle] **produces** [a bit string of infinite length]**.**

How should [Merlin] **convince** [King Arthur] **that** [the given string] **belongs to** [the language L]**?**

If [the oracle] **plays optimally, then** [his winning chance $W(x)$] **depends on** [the string x only]**.**

[Merlin] **feeds** [the string x] **into** [a Turing machine]**.**

7.5. Другие приложения

На самом деле в других прикладных областях тоже можно найти специфические обороты. Исходя из принципа «нельзя объять необъятное», мы на этом завершаем эту главу, предоставив читателю продолжить поиск таких оборотов в работах по его специальности.

* * *

Задание 7.1. Пролистайте несколько статей по вашей специальности и выпишите несколько оборотов, не укладывающихся в основные шаблоны, приведенные выше. В каждом из этих оборотов поменяйте несколько слов или выражений так, чтобы шаблон сохранился, а содержание (смысл) изменился.

Глава 8
Околоматематические тексты

В этой главе речь пойдет не о математических текстах (типа определение, теорема, доказательство), а о текстах *про* математику — разного рода разговорах о том, что мы будет делать, как и почему, зачем это нужно, что было раньше, кто и как это придумал и т. п. Используя терминологию из математической логики, можно сказать, что вместо математики мы будем заниматься *метаматематикой*. Такие тексты ближе к гуманитарным и используют огромное количество различных оборотов — перечислить их все не представляется возможным. Все же мы попробуем привести некий минимальный набор наиболее часто встречающихся шаблонов, разбив их по их служебным функциям в тексте, т. е. на обороты, встречающихся в аннотациях (8.1), в предисловиях и введениях (8.2), в замечаниях и комментариях (8.3) и, наконец, в благодарностях (8.4).

При создании текстов этого типа нужно помнить, что также как в непосредственно математических текстах, пословный перевод русских выражений и идиом приводит к катастрофическим результатам.

В этой главе мы будем приводить шаблоны не в обычном виде (т. е. в виде текста с переменными полями с указанием типа переменного поля, обрамленными квадратными скобками), но в виде обычного текста с разными вариантами (варианты заключаются в фигурные скобки), а на месте переменных полей мы будем вписывать не названия типа переменной, а конкретные примеры заполнения данного переменного поля.

8.1. Аннотации

Чаще всего в аннотациях (abstract) к статьям используются следующие обороты.

In this [paper], **we prove** {**study, construct, develop, consider, survey, generalize**} [the main facts of TQFT].

This [article] **is devoted to** {**deals with, is concerned with, describes**} [a new approach to thermodynamics].

In the present article [polynomial knot invariants] **are defined {generalized, studied, considered}**.

In the second {third, ...} part of [this survey], **we develop** [the theory of ...].

8.2. Предисловия и введения

В предисловии (foreword или preface) к книге и во введении (introduction) к статье или главе книги можно обойтись следующими характерными оборотами.

This [paper] **is an introduction to {a systematic study of}** [the Painlevé equations].

This [book] **introduces** [the notion of ...] **and develops** [new methods ...].

In this [survey], **we study** [recent results in analytic number theory] **as well as** [...].

The purpose of [this chapter] **is to** [study the ...].

This [book] **is based on the lectures on** [Banach spaces] **that the author gave at** [MIT] **in** [1999].

This [survey article] **was written while the author was** [an invited professor at ...].

An important feature of this [chapter] **is** [the systematic use of Lie algebras].

I have tried to make this [paper] **self-contained**.

Prerequisites for reading this [book] **are** [basic linear algebra and ...].

The [book] **contains many problems {has two appendices} and** [...].

The origin of [topology] **lies in the work of** [Poincaré, Riemann, ...].

[Complex analysis] **was developed in {acquired its modern form in} the seminal work of** [...].

[This] **will be the object of another publication.**

We will study [the general case] **in subsequent publications**.

[Here the proofs] **are at the physical level of rigor.**

The paper is organized as follows. In Section 1, we....

8.3. Комментарии и замечания

Комментарии и замечания (remarks) в статьях и книгах могут быть самыми разнообразными, в них попадаются обороты, приведенные выше в этой главе, а также следующие конструкции.

It was [Emil Artin] **who first** [defined the braid group].

[This proof] **first appeared in** [the remarkable work of ...].

There are several proofs of [...]

Our approach to [this problem] **follows the work of** [...].

We don't know who invented {first proved} [this theorem].

Our treatment of [this subject] **is based on** [...].

[The computation of areas] **goes back to** [the Ancient Greeks].

The first substantial achievement in [the theory of integral equations] **is due to** [von Neumann]**, who** [first showed that ...].

[This] **was known to mathematicians since the time of** [Gauss].

[These results] **were immediately noticed by** [Hermite]**, who** [...].

[Functional analysis] **has many applications, in particular to** [...].

[Our proof] **follows the seminal paper by** [Gelfand and Graev].

[This theorem] **is the main connection between** [...] **and** [...].

[The Temperley–Lieb algebra] **is a main ingredient of {is a classical object in}** [...].

The following problem {This problem} remains open.

8.4. Благодарности

А вот типичные благодарности (acknowledgments), как физическим лицам, так и организациям — грантодателям, институтам, университетам.

I am grateful to [my research advisor professor Ivanov] **for setting the problem and valuable discussions.**

I would like to thank [Ivan Ivanov] **for valuable advice {for supplying the proof of** [Lemma 7.1]**}**.

I am grateful to [prof. Petrov]**, who read the first draft of** [this paper] **and pointed out several errors.**

My thanks go to [Professor Sidorov]**, who indicated** [...].

Part of this work was carried out when the author [was a visiting professor at the IHES]; **I am grateful for the hospitality and the excellent working conditions.**

This research was partially supported by [the RFBR grant No. ...].

[The authors] **acknowledge the support of** [the NSF grant #...].

[The first-named author] **was supported by** [...].

* * *

Задание 8.1. Представьте себе, что вам предстоит срочно написать статью по последней вашей работе, придумайте ее название, напишите аннотацию, введение и благодарности.

Глава 9
Доклады и лекции

Математику, плохо владеющему английским языком, непросто выступать на международных конференциях. Еще трудней, особенно в первый раз, читать курс лекций в каком-нибудь американском университете мало что знающим и ничего не умеющим, но придирчивым студентам.

В этой главе автор пытается объяснить читателю, как преодолеть возникающие при этом трудности.

9.1. Доска и мел, доска и проектор или презентация?

Подавляющее большинство математиков предпочитает классические доклады — мелом по доске. Такие доклады проще слушать, их можно записать. Однако это не значит, что вам обязательно нужно сделать именно такой доклад.

Если у вас с английским дело обстоит совсем плохо — ужасный акцент, бедный словарный запас, дурная привычка строить фразы пословным переводом с русского — и вы до доклада не успеете проработать настоящую книгу, то у вас только один выход — сделать презентацию в одной из версий PowerPoint или с помощью LaTeX'а. Текст должен состоять из простых коротких фраз. При этом обязательно нужно попросить коллегу, хорошо знающего английский язык, отредактировать ваш текст. Категорически нельзя прокручивать презентацию страница за страницей, при каждом нажатии кнопки должна появляться только одна короткая фраза, одна формула или один рисунок. Желательно, чтобы буквы были большого размера; не бойтесь отдельные слова и фразы выделять цветом, ставить слова и формулы в рамки и т. п. Во время показа, когда вы выводите очередную фразу на экран, имеет смысл ее проговаривать, но нет необходимости делать это громко (чтобы не мешать слушателям читать появившийся текст); не следует читать формулы, вместо этого можно громко произнести стандартную фразу типа

We obtain the equation   или   We have the relation.

Полностью обходиться только доской и мелом не следует и в тех случаях, когда в вашем докладе присутствуют громоздкие формулы или сложные рисунки. Если при этом вы умеете не очень плохо говорить про математику по-английски, то следует чередовать рассказ на доске с подключениями проектора для показа сложных формул или рисунков. На доске следует выписывать основные формулировки, используя логические значки ($\forall$, $\exists$, $\to$, $\vee$, &) и стандартные сокращения типа Thrm, Def., Lm., s.t., w.r.t., iff, Eq., и т. п.). Ни в коем случае не следует писать на доске такие ненужные фразы, как *We need the following lemma* (достаточно написать *Lemma* или *Lm.*) или *Let us begin with definitions* (напишите *Def.* 1).

9.2. Практические советы

В вашем случае лучше сделать короткой вводную часть доклада и сразу перейти к сути дела. Доклады обычно начинают со стандартной фразы

I am grateful to the organizers for the invitation

и, если вы рассказываете о совместной работе, хорошо сразу это озвучить, сказав This is joint work with. . . , и написать инициалы и фамилии соавторов в алфавитном порядке, добавив в конце свои инициалы, например, так:

S. Avvakumov, O. Karpenkov, A.S.,

после чего можете сформулировать постановку задачи или сказать, какую теорию вы развиваете или обобщаете. Имея в виду, что ваш английский язык не очень хорош (иначе вы бы не читали эту книгу), я не советую в начале доклада объяснять мотивировку вашего исследования — лучше это сделать в середине, скажем после формулировки основных результатов, тогда это будет легче сделать.

Начиная рассказывать суть дела, хорошо заранее знать, что, как и где на доске вы будете писать и какие куски написанного можно будет стирать, а какие оставлять для дальнейшего пользования. Из-за дефектов вашей речи вам придется фиксировать важные вещи в *письменном виде* на доске. При этом это следует делать максимально лаконично, в формулировках избегать ненужных слов и выражений, пользоваться стандартными сокращениями, логической и математической символикой.

Если вы делаете не доклад у доски, а компьютерную презентацию, очень советую для оживления вашего выступления в какой-то момент отойти от экрана, подойти к доске и что-то разъяснить, написав формулу или нарисовав картинку или схему. Такой эпизод следует тщательно подготовить заранее, но при этом он должен выглядеть как экспромт. Удачный настоящий экспромт получится, если вам во время доклада зададут вопрос, вы поймете этот вопрос и ответите на него у доски, нарисовав что-то или написав формулу.

Но вопросы из зала во время доклада — это бич российских математиков: как правило, наши докладчики вопросы понимают плохо. В таких случаях не нужно нервничать, а спокойно попросить:

Would you repeat the question? Louder, please.

Если после повторения вопроса вы по-прежнему его не понимаете, вы легко выйдете из неприятного положения, сказав (спокойно):

That's a good question.
I'll answer it after the talk—I am running out of time now.

А после доклада подзовите задавшего вопрос к доске и там уж попробуйте разобраться.

Если во время доклада вы ссылаетесь на результаты других авторов, в том числе классиков, обязательно пишите при этом их фамилии на доске (иначе при вашем произношении слушатели не поймут, о ком речь). Впрочем, такие известные и легко произносимые фамилии как Weierstrass, Cauchy, Perelman можно не писать, но вот Euler или Kleene вы скорее всего так исказите, что их не узнают.

Если вы показываете что-то на экране через проектор, имеет смысл пользоваться лазерной указкой — это позволит вам не проговаривать то, что написано или нарисовано на экране, и привлечь внимание к ключевым моментам доклада без помощи английского языка.

Я не советую рассказывать анекдоты или шутить — скорее всего, у вас это получится плохо. Однако желательно, чтобы ваш доклад не был слишком сухим или формальным: недаром же доклады на конференциях по-английски называются не reports, а talks! Чтобы оживить ваше выступление, полезно обзавестись двумя-тремя неформальными часто повторяемыми выражениями, типа *this guy here* или *this thing here* (при этом вы указываете на кусок формулы на доске или на экране), не бойтесь иногда вставлять короткие неформальные комментарии вроде

nope, that ain't gonna work

или

yeah, we then get this crazy formula.

Оживлять экранные презентации тоже можно (и нужно!), например, вставляя в текст смешные картинки, фотографии ваших соавторов или конкурентов, мультфильмы.

Имейте в виду, что в большинстве западных стран неукоснительно соблюдается регламент (особенно на colloquium talks), в отличие от России, выпрашивать дополнительные пять минут у chairman'а — это дурной тон. Поэтому планируйте доклад так, чтобы концовка не скомкалась и основное вы успели проговорить до того, как chairman скажет

You have two minutes left!

Хорошо завершить доклад на мажорной ноте — чеканной заранее заготовленной фразой, а потом уже произнести (или высветить на экране) банальное

Thank you for your attention!

9.3. Лекции

Читать лекции по-английски гораздо труднее, чем делать научные доклады, особенно если речь идет об общеобразовательных лекциях по математике для большого потока студентов нематематических специальностей, ну, скажем, лекций по пресловутому Calculus'у в одном из американских liberal arts colleges. Здесь дело не только в языковых трудностях и низком уровне студентов, но и в принципиально ином их менталитете и совсем другом отношении к профессуре.

Успешная проработка этой книжки недостаточна для того, чтобы хорошо читать такие лекции. (Впрочем, если перед каждой лекцией составить ее текст только из коротких фраз, построенных на основных шаблонах, и просто произносить этот текст, то в итоге может получиться неплохо, при условии, что ваша речь будет живой, т. е. не будет понятно, что вы декламируете выученный наизусть текст.)

Поэтому я настоятельно советую, когда вам в первый раз предложат читать лекции студентам (undergraduates), решительно от них отказаться, объяснив, что в первый семестр вы сможете читать лекции только аспирантам (graduate students), а большие потоковые лекции сможете читать только в следующем семестре. Лекции небольшой группе аспирантов читать гораздо легче, чем большой слабой аудитории. Если так и будет решено, в течение первого семестра имеет смысл регулярно посещать потоковый лекционный курс одного из коллег, что позволит вам понять, что это такое и как это делается.

* * *

Задание 9.1. Представьте себе, что завтра вам предстоит сделать доклад по последней вашей работе, придумайте и запишите первые вводные фразы, изобразите на доске первые нужные записи и напишите две-три заключительные фразы вашего «доклада».

Задание 9.2: Основное! Подведите итог работы над этой книгой: составьте список из 40-50 шаблонов, заполните их терминами по вашей специальности, добавьте к ним небольшой список полезных для вас вводных выражений (openers), несколько нужных вам acknowledgements и, если такие найдутся, два-три шаблона, появляющихся в работах ваших конкурентов, но не указанных в этой книге. Получившиеся листочки сложите в красивую папку. Когда наступит черед написать статью или книгу, достаньте эту папку, пролистайте ее и — с уверенностью в успехе — начинайте писать.

Приложение I
Список математических шаблонов

Для тех читателей, которые обратились к этому приложению, не прочитав основные разделы книги, отмечу, что, как правило, предложения английского математического языка можно строить, заполняя пустые поля «шаблонов» (стандартных оборотов) соответствующими «частями речи» (*obj, mod, prop, ref, claim*) и комбинируя шаблоны с помощью так называемых связок (*links*). Поэтому я советую хотя бы просмотреть первые две главы (где объясняется, что такое шаблон, часть речи, и поясняется, как обращаться со связками и с артиклями).

Начинающему читателю я настоятельно рекомендую твёрдо усвоить основные шаблоны (их всего 12, см. раздел 1.4), по своему усмотрению выписать и освоить ещё штук 10–20 и, пролистав пару статей по своей специальности, отобрать из них ещё штук 10. С полученным списком из 30–40 шаблонов стоит немного поупражняться (комбинировать их с помощью связок) и добавить выбранный по вкусу список вводных выражений (минимальный список содержится в главе 3). После этого можно начинать писать текст своих статей на этой основе. При этом надо не переводить, а пересказывать русский текст, а ещё лучше сразу писать по-английски из головы или по черновым формулам и чертежам.

1. Основные шаблоны

Эти шаблоны используются постоянно во всех математических текстах. В обычных англоязычных статьях они составляют от 60 до 70 процентов оборотов. Комбинируя их, можно в принципе выразить практически любую математическую семантику. Поучительно, что почти все основные шаблоны пословно не переводятся или плохо переводятся на русский — это чисто английские идиомы. В наших шаблонах мы, как правило, не указываем артикли; читателя, не владеющего этим искусством, мы отсылаем к разделам об артиклях в главах 2 и 4. Впрочем, правильно расставить артикли помогают приведённые после каждого шаблона примеры применения этих шаблонов.

(1) [*obj*] **is** [*obj* или *mod*]

The function f is continuous.
The set R is a ring.

(2) **consider** [*obj* или *ref*]

Consider the 2-dimensional vector space over $\mathbb{F}_7$.
Consider the Sobolev space W_1^p.

(3) **for any** [*obj* или *claim*]

For any pair of distinct points P, Q in $\mathbb{R}P^2$, there exists a unique line containing P and Q.

(4) **let** [*obj*] **be** [*obj* или *mod*]

Let ω be a sesquilinear form on M.
Let the operator A be orthogonal.

(5) [*ref* или *prop*] **implies** [*ref* или *prop*]

Lemma 7.3 implies the Cauchy–Kovalevskaya theorem.
Continuity implies integrability.

(6) **there exists a** [*obj*] **such that** [*claim*]

There exists an isometry $h\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ such that $f(A) = A'$ and $f(B) = B'$.

(7) **if** [*claim*]**, then** [*claim*]

If $f\colon \mathbb{D}^2 \to \mathbb{D}^2$ is continuous, then there exists a point $x \in \mathbb{D}^2$ such that $f(x) = x$.

(8) **there exists a unique** [*obj*] **such that** [*claim*]

There exists a unique intersection point of any two distinct lines in $\mathbb{R}P^2$.

(9) [*obj*] **is called** [*mod* или *obj*] **if** [*claim*]

A ring R is called associative if $(ab)c = a(bc)$ for all $a, b, c \in R$.
The map $s\colon B \to E$ is called a section of π if $\pi \circ s = \mathrm{id}$.

(10) **denote by** [*symbol*] **the** [*obj*]

Denote by $\mathbb{C}P^n$ the complex n-dimensional projective space.

(11) [*claim*] **if and only if** [*claim*]

A second degree curve is generic if and only if the invariant I_2 is nonzero.
A closed 3-manifold M is the sphere $\mathbb{S}^3$ if and only if $\pi_1(M) = 0$.

(12) [*obj*] **has the form** [*claim*] или [*obj*]

The simplest parabola has the form $y = x^2$.
The second Markov move has the form $b \mapsto bb_n^{\pm 1}$, where $b \in B_n$.

2. Формулировка определений

[*obj*] **is called** [*mod* или *obj*]

Subgroups satisfying this condition are called normal.

[*obj*] **is called** [*mod* или *obj*] **if** [*claim*]

A transformation is called isometric if it preserves distances.

[*obj* или *symb*] **is defined as** [*obj*]

The half interval $[a, b)$ is defined as $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$.

let us define [*obj*] **as** [*obj*]

Let us define the integral $\int_a^b f(x)dx$ as the limit of integral sums as $\delta \to 0$.

define [*obj*] **as** [*obj*]

Define the sphere $\mathbb{S}^2$ as $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.

we call [*obj*] [*mod*] **if** [*claim*]

We call a manifold C^r-smooth if all its transition functions are C^r-smooth.

3. Формулировка теорем

if [*claim1*], **then** [*claim2*]

If the surface M is orientable and $\chi(M) = 2$, then M is the sphere $\mathbb{S}^2$.

suppose that [*claim1*]; **then** [*claim2*]

Suppose that the Lefschetz number $\lambda(f)$ is nonzero; then f has a fixed point.

let [*claim1*], **let** [*claim2*], **and let** [*claim3*]; **then** [*claim4*]

Let the function f be continuous on $[a, b]$, let $f(a) < 0$, and let $f(b) > 0$; then there exists a point $\zeta \in [a, b]$ such that $f(\zeta) = 0$.

if [*claim*], **then** [*obj*] **possesses the following properties:**
1° [*claim1*];
2° [*claim2*];
3° [*claim3*]

If α is an element of the Möbius group, then α possesses the following propertixes:
1° α preserves angles;
2° α preserves cross ratios;
3° α takes circles and straight lines to circles or straight lines.

[*claim1*] **if and only if** [*claim2*] или короче: [*claim1*] **iff** [*claim2*]

A 3-manifold M is the sphere $\mathbb{S}^3$ if and only if $\pi_1(M) = 0$.

[*claim*] **is a necessary and sufficient condition for** [*obj*] **to be** [*obj* или *mod*]

$H_0(X) = \mathbb{Z}$ is a necessary and sufficient condition for X to be path connected.

if [*claim*]**, then the following conditions are equivalent:**
1° [*claim1*];
2° [*claim2*];
3° [*claim3*]

If Γ is a graph, then the following conditions are equivalent:
1° Γ is a tree;
2° $\chi(\Gamma) = 1$;
3° there is a unique path joining any two points of Γ.

for [*obj*] **to be** [*mod*] или [*obj*]**, it is necessary and sufficient that** [*claim*]

For a linear operator $A = (a_{ij})$ to be nondegenerate it is necessary and sufficient that $\det(a_{ij}) \neq 0$.

4. Доказательства

we have [*claim*]

We have $P(a) = \neg\left(\exists a\,\exists b\,(S(a,b) \to T(x))\right)$.

we obtain [*claim*]

We obtain $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$.

it follows that [*claim*]

It follows that the sequence (*) is exact.

by assumption, [*claim*]

By assumption, the function ϕ is uniformly continuous.

using [*ref*], **we obtain** [*claim*]

Using the Fubini theorem, we obtain $\iint_Q f(x,y)dS = \int_a^b (\int_c^d f(x,y)dy)dx$.

since [*claim*], **it follows that** [*claim*]

Since the diagram (*) is commutative and its rows are exact, it follows that $H^p(X,\mathbb{Z})$ is isomorphic to $H_{n-p}(X,\mathbb{Z})$.

[*ref*, *prop*] **implies that** [*claim*, *prop*]

Differentiability implies continuity.
The last inequality implies that $r(x) \sim O(x^2)$.

it remains to prove that [*claim*]

It remains to prove that f is upper semi-continuous.

all the assumptions of [*ref*] **hold**

All the assumptions of Lemma 2 hold.

it is readily verified that [*claim*]

It is readily verified that M is a del Pezzo variety.

the proof is by induction on [*obj*]

The proof is by induction on the dimension n of $\mathbb{R}P^n$.

we argue by contradiction

assume the converse

this is a contradiction; the proof of [*ref*] **is complete**

This is a contradiction; the proof of the theorem is complete.

we will consider several cases

[*ref*] **is proved**

The main theorem (Theorem 3) is proved.

this concludes the proof of [*ref*]

This concludes the proof of the Reidemeister lemma.

Q.E.D.

5. Благодарности

I am grateful to [my research advisor professor Ivanov] **for setting the problem and for valuable discussions.**

I am grateful to [prof. Petrov]**, who read the first draft of** [this paper] **and pointed out several errors.**

Part of this work was carried out when the author [was a visiting professor at the IHES]; **I am grateful for the hospitality and the excellent working conditions.**

This research was partially supported by [the RFBR grant No. ...]**.**

[The first named author] **was supported by** [...]**.**

Приложение II
Союзы и предлоги

Это приложение — сводка использования союзов и предлогов (conjunctions and prepositions) в математических текстах. Перевод этих словечек, разумеется, зависит от контекста, и мы приводим контексты, наиболее употребительные в математических текстах. В самом начале (см. II.0) мы перечисляем наиболее ходовые примеры, а затем группируем примеры переводов по предлогам

of, to, in, by, on, for, with, from, at, over, under, into, onto, along, as.

Возможно, вам имеет смысл выписать те из этих конструкций, которые чаще всего встречаются в текстах по вашей специальности. Разумеется, при этом общематематические термины (которыми я здесь пытался ограничиться) можно заменить на их частные конкретизации (например, map $\to$ epimorphism, set $\to$ variety, structure $\to$ metric и т. п.); эти и подобные замены не влекут за собой изменений предлогов.

Во второй части этого приложения для удобства читателей мы приводим их переводы в обратную сторону (с русского на английский).

0. Список самых ходовых конструкций с предлогами

at the point x	в точке x
replace x **by** y	заменить x на y
substitute y **for** x	заменить x на y
change x **to** y	заменить x на y
x belongs **to** X	x принадлежит X
X depends **on** a	X зависит от a
X is independent **of** a	X не зависит от a
vector field **on** M^n	векторное поле на M^n
a_n tends **to** A **as** $n \to \infty$	a_n стремится к A при $n \to \infty$
extend f **to** X	продолжить f на X
restrict f **to** A	ограничить f на A
f ranges **over** X	f пробегает X
under the map f	при отображении f
polynomial **in** x	полином относительно x

function **of** the variable x	функция переменной x
system **of** equations	система уравнений

1. Of

Наиболее употребительный предлог; обычно переводится с применением родительного падежа; иногда переводится предлогами *из*, *от*, *с*, *при* и др.

function **of** x	функция переменной x
a solution **of** equation (2.1)	решение уравнения (2.1)

Допустимо также *solution* **to** (2.1)

the set **of** all x	множество всех x
one **of** the sets	одно из множеств
the class **of** functions	класс функций
a subset **of** $\mathbb{R}^n$	подмножество пространства $\mathbb{R}^n$

Осторожно: переводить *a subset of* X как «подмножество X» опасно: по-русски это выражение имеет два разных смысла! Здесь нужно «подмножество множества». Аналогичные предостережения относятся и к другим примерам с **of**. В дальнейшем мы помечаем «угаданные» слова следующими кавычками: « ».

closure **of** X	замыкание «пространства» X
neighborhood **of** x	окрестность «точки» x
subdivision **of** M	подразделение «PL-многообразия» M
the sum **of** a and b	сумма a и b
the center **of** the circle	центр окружности
an equation **of** order n	уравнение порядка n
systems **of** equations	системы уравнений
a group **of** transformations	группа преобразований

Допустимо и *transformation group*, но не *equation system* и не *point neighborhood*; инверсии такого рода следует делать, только если вы их встречали в текстах англоязычных авторов.

angle **of** rotation	угол поворота
circle **of** center O and radius r	окружность радиуса r с центром O
consists **of** all points	состоит из всех точек
the mapping f **of** D	отображение f «области» D

transpose **of** the matrix	транспонированная матрица
complex conjugate **of** z	«число», комплексно сопряженное «числу» z

Приведем конструкции, где вместе с **of** используются и другие предлоги:

of dimension 2 **over** $\mathbb{C}$	размерности 2 над $\mathbb{C}$
extension **of** ϕ **by** the identity on A	продолжение ϕ тождественным отображением на A
coefficient **of** x_3 **in** $p(x)$	коэффициент при x_3 в $p(x)$
rotation **of** F **about** x	вращение «фигуры» F вокруг «точки» x
defined **on** all **of** X	определено на всем X
take H in place **of** G	возьмем H в качестве G
image **of** A **under** f	образ «множества» A при «отображении» f

2. To

Переводится разнообразно: дательным падежом, а также предлогами *к, на, в, с* и др.

x belongs **to** the subgroup $H \subset G$	x принадлежит подгруппе $H \subset G$
change x **to** y	заменим x на y
x is equal **to** y	x равен y

Допустимо и «x equals y», но категорически нельзя «x equals **to** y»!

x corresponds **to** y	x соответствует y
f takes x **to** y	f отображает x в y
x_n tends **to** 0	x_n стремится к 0
x maps **to** y	x отображается в y
l_1 is parallel **to** l_2	l_1 параллельна l_2
assign $H^*(M)$ **to** each M	каждому M поставим в соответствие $H^*(M)$
relatively **to** the topology τ	относительно топологии τ
l is tangent **to** S	l касается S
all primes up **to** 97	все простые числа вплоть до 97
attach a handle **to** M	приклеить ручку к M
restrict the map f **to** N	ограничить отображение f на N
extend the map f **to** W	продолжить отображение f на W
12 is relatively prime **to** 25	12 взаимно просто с 25

Приведем примеры употребления предлога **to** в сочетании с другими предлогами:

sum **from** 1 **to** n	сумма от 1 до n
integrate **from** a **to** b	интегрируем от a до b
f is a map **of** X **to** Y	f — отображение X в Y
f is a map **from** X **to** Y	f является отображением из X в Y
consider the sum **from** 1 **to** n	рассмотрим сумму от 1 до n
the application **of** the lemma **to** this situation	применение леммы к этой ситуации
extend f **to** all **of** X **by** the identity	продолжим f на все N тождественным отображением,
the contribution **of** K **to** the ...	вклад K в ...

3. By

Переводится творительным падежом, а также предлогами *на, через, по, посредством*.

$H^*(X)$ is determined (defined) **by** X	$H^*(X)$ определяется «пространством» X
denote $\pi_2(X, Y)$ **by** A	обозначим $\pi_2(X, Y)$ через A
x_n is majorized (bounded above) **by** x	x_n ограничена сверху «числом» x
f and g differ **by** $C = \text{const}$	f и g отличаются на $C = \text{const}$
the homomorphism f^* induced **by** f	гомоморфизм f^*, индуцированный «отображением» f
dividing (multiplying) **by** x	деля (умножая) на x
ϕ is given **by** (2.3)	ϕ получается из «формулы» (2.3)
X is generated **by** $e_1, \ldots, e_n$	X порождается «векторами» $e_1, \ldots, e_n$
by construction (definition, assumption)	по построению (определению, условию)
f is approximated **by** f_n	f аппроксимируется «последовательностью» f_n
A is permuted **by** σ	A переставляется «подстановкой» σ
Lemma 1 is obtained (proved) **by** induction	лемма 1 получается (доказывается) по индукции
rotation **by** the angle $\pi/3$	поворот на угол $\pi/3$
by putting (setting) $x = 1$	полагая $x = 1$,
by the theorem, ...	по теореме, ...

Далее несколько конструкций, где предлог **by** появляется с другими предлогами:

extend f **by** the identity **to** f_1	продолжим «отображение» f тождественно до отображения f_1
the extension **of** M **by** H	расширение «модуля» M посредством «модуля» H
A is moved **by** finite number **of** shifts	A переносится конечным числом сдвигов
X is mapped **by** f **to** Y	X отображается посредством f в Y.

4. In

Чаще всего (но не всегда!) переводится предлогом *в*.

x is contained **in** X	x содержится в X
M lies (is embedded) **in** $\mathbb{R}^n$	M лежит (вложено) в $\mathbb{R}^n$
a polynomial **in** x	полином относительно x
A is everywhere dense **in** X	A всюду плотно в X
X is compact **in** the weak topology	X компактно в слабой топологии
in the case (ii)	в случае (ii)
in the space (group, ...)	в пространстве (группе, ...)
A intersects B **in** a plane	A пересекает B по плоскости
symmetry **in** the plane	отражение относительно плоскости
represent **in** the form	представить в виде
differentiation (integration) **in** t	дифференцирование (интегрирование) по t

Но здесь лучше сказать *differentiation with respect to t*.

domain **in** $\mathbb{R}^n$	область в $\mathbb{R}^n$
take x **in** place **of** y	возьмем x вместо y
the multiplier **in** the second term	множитель второго члена

Вот конструкции, в которых **in** используется совместно с другими предлогами:

polynomial **of** degree n **in** x, y	полином степени n от x, y
in transverse position with respect to M	трансверсально относительно «многообразия» M
in the sense **of** distributions	в смысле обобщенных функций

5. On

Почти всегда переводится предлогом *на*, иногда *о, с, по, от*.

points **on** the curve	точки на кривой
points **on** the boundary	точки на границе
depends **on**	зависит от
projection **on**	проекция в

Обратите внимание, что «в», а не «на»; чтобы получилось «на», нужно не «on» а «onto»!

the identity **on**	тождество на
function **on** the domain	функция на области
metric (topology, structure, ...) **on**	метрика (топология, структура, ...) на
theorem **on** implicit functions	теорема о неявной функции

Чаще говорится *implicit function theorem*, а вообще «теорема о» обычно переводится как *theorem about*.

graph **on** n vertices	граф с n вершинами
terms **on** the diagonal	члены, стоящие по диагонали

6. For

Почти всегда переводится предлогом *для*, иногда родительным падежом, предлогами *при, относительно, к*.

boundedness condition **for** the function	условие ограниченности для функции
a basis **for** the space	базис пространства
solved **for** y	разрешенное относительно y
the inverse **for** f	обратное к f

Чаще говорится *the inverse* **of** f.

the problem **for** H	задача для H
X_n is compact **for** all n	X_n компактно для всех n
substitute x **for** y in (2.1)	заменим y на x в (2.1)

Это можно сказать и так: replace y by x in (2.1); обратите внимание на порядок букв x и y!

7. Over

Переводится предлогами *над, по, на*, винительным падежом.

f ranges **over** $\operatorname{Im} f$	f пробегает $\operatorname{Im} f$
n runs **over** all even integers	n пробегает все четные числа
integrating **over** M	интегрируя по M
vector space **over** $\mathbb{R}$	векторное пространство над $\mathbb{R}$
summing **over** all n	суммируя по всем n
cone **over** X	конус над X
affine scheme **over** F	аффинная схема на F
fibration (bundle) **over** B	расслоение над B
module **over** the ring R	модуль над кольцом R
linearly independent **over** $\mathbb{C}$	линейно независимы над $\mathbb{C}$
continuous **over** all **of** X	непрерывна на всем X

8. Under

Обычно переводится предлогами *при, под, по*.

under the actions of G	под действием G
under the condition	при условии
group **under** multiplication	группа по умножению
under the map (morphism)	при отображении (морфизме)
invariant **under** shifts	инвариантно при сдвигах
the point P lies **under** the plane Π	точка P лежит под плоскостью Π

Under встречается и вместе с другими предлогами:

X projects **on** P **under** p	X проектируется на P при «отображении» p
a maps **to** b **under** f	a отображается в b при «отображении» f
the image **of** X **under** f	образ «пространства» X при «отображении» f

9. From

Переводится предлогами *из, от*.

follows **from**	следует из
subtracting **from**	вычитая из

moving away **from** the point	двигая от точки
bounded **from** above	ограничено сверху
results **from** the paper [3]	результаты из статьи [3]
determined **from** initial data	определенное из начальных данных
functions **from** the space	функции из пространства.

А вот и **from** с другими предлогами:

at the distance **of** h **from** X	на расстоянии h от X
integrate **from** a **to** b	интегрируем от a до b

10. With

Переводится творительным падежом, а также предлогами *с, на.*

equipped **with** a metric	снабженное метрикой
supplied **with** a norm	снабженное нормой
coincides **with**	совпадает с
identified **with**	отождествленный с
put into correspondence **with** the group	поставить в соответствие с группой
angle of $60°$ **with** the plane	угол $60°$ с плоскостью
take the product **with** X	взять произведение на X
intersection **of** M **with** N	пересечение M с N
arcs **with** small diameters	дуги малых диаметров
subspaces **with** finitely many components	подпространства с конечным числом компонент
fibration **with** fiber F and base B	расслоение со слоем F и базой B

11. As

Переводится словами *при, как*, выражениями *в виде, в качестве.*

as $n \to \infty$	при $n \to \infty$
regarded **as** a function	рассматриваемая в качестве функции
considered **as** a function	рассматриваемая как функция
viewed **as** a function	рассматриваемая как функция
expressed **as**	выраженная в виде
as any other function	как и любая другая функция

12. At

Переводится предлогами *в, на*.

at time t	в момент времени t
at infinity	на бесконечности, в бесконечности
at the point	в точке
has **at** most two solutions	имеет не более двух решений

13. Into

Переводится предлогами *в, на*.

decomposition **into** the product	разложение в произведение
divided **into** two classes	разбито на два класса
partitioned **into**	разбито на
f maps X **into** Y	f отображает X в Y

14. Onto

Употребляется, когда нужно подчеркнуть, что рассматривается сюръективное отображение, и тогда переводится предлогом *на*.

the homeomorphism of $(0,1)$ **onto** $\mathbb{R}$	гомеоморфизм интервала $(0,1)$ на $\mathbb{R}$
projection $(x,y) \to (x,0)$ **of** $\mathbb{R}^2$ **onto** the x-axis	проекция $(x,y) \to (x,0)$ плоскости $\mathbb{R}^2$ на ось абсцисс

Обратите внимание, что выражение *projection on*, как правило, используется, когда проекция может быть не сюръективной.

15. Along

Переводится словами *вдоль, по направлению*, изредка творительным падежом.

x moves **along** the curve	x двигается вдоль кривой
is directed **along** ...	направлен вдоль ...
derivation **along**	производная по направлению
pullback **along** the projection	отображение, индуцированное проекцией

16. Перевод в обратную сторону

Для удобства поиска часть предыдущего списка теперь представлена в обратную сторону, с русского на английский. Читателю следует иметь в виду, что систематическое изучение этой второй части вредно (оно развивает «русскоязычное мышление» по отношению к английским предлогам), эту часть следует использовать только как справочный материал.

Начнем с падежей — они переводятся посредством предлогов.

(1) Родительный падеж («кого-чего»)

Обычно переводится предлогом **of**, реже **to**.

класс функций	class **of** functions
функция переменной x	a function **of** x
окрестность точки x	a neighborhood **of** x

Другие примеры с **of** см. в разделе 1 выше.

l касается S	l is tangent **to** S
относительно метрики	with respect **to** the metric
дуги малых диаметров	arcs with small diameters или arcs **of** small diameter

(2) Дательный падеж («кому-чему»)

Обычно переводится предлогом **to**.

x принадлежит X	x belongs **to** X
y соответствует x	y corresponds **to** x

(3) Творительный падеж («кем-чем»)

Обычно переводится предлогом **by**, реже **with**.

$H^*(X)$ определяется пространством X	$H^*(X)$ is determined **by** the space X
$\{a_i\}$ ограничено числом M	$\{a_i\}$ is bounded **by** M
снабженное метрикой	equipped **with** a metric
продолжение f тождеством вне X	extention **of** f **by** the identity outside X
гомоморфизм, индуцированный f	the homomorphism induced **by** f

(4) Предлог *в*

Обычно переводится предлогом **in**, а также **into**, **to**, **by**, **on**.

x содержится в X	x is contained **in** X
f отображает X в Y	f maps X **into** Y
f отображает x в y	f takes x **to** y
в случае II	**in** case II
представить в виде	represent **in** the form

(5) Предлог *на*

Обычно переводится предлогом **on**, а также **to**, реже **onto**, **into**, **by**.

точки на кривой	points **on** the curve
метрика на пространстве	metric **on** the space
заменить на	replace **by**
поворот на угол α	rotation **by** the angle α
отображение на всё Y	map **onto** Y
продолжение на X	extension **to** X
ограничение f на A	restriction **of** f **to** A
разбить на два класса	partition **into** two classes.

(6) Предлог *для*

Обычно переводится предлогом **for**.

задача для когомологий	the problem **for** cohomology
G_n — абелева для всех n	G_n is Abelian **for** all n.

(7) Предлог *над*

Обычно переводится предлогом **over**.

конус над X	cone **over** X
расслоение над B	fiber bundle **over** B
модуль над кольцом	module **over** the ring

(8) Предлог *при*

Переводится очень разнообразно: **as**, **at**, **for**, **under**.

$a_n \to 0$ при $n \to \infty$	$a_n \to 0$ **as** $n \to \infty$
образ при отображении	image **under** the map
при условии	**under** the condition
f определено при $x > 0$	f is defined **for** $x > 0$
коэффициент при x_3	the coefficient **at** x_3

(9) Предлог *из*

Обычно переводится предлогами **from** и **of**.

отображение из X в Y	map **from** X to Y
вычитая из	subtracting **from**
состоит из точек	consists **of** (the) points
одно из множеств	one **of** the sets

(10) Предлог *с*

Обычно переводится предлогом **with**, реже **to**, **on**.

угол с прямой	angle **with** the line
совпадает с	coincides **with**
взаимно просто с	relatively prime **to** или coprime **to**
граф с n вершинами	graph **on** n vertices

Приложение III
Семантика английских артиклей

Как и большинство естественных носителей английского языка, я долго считал правильность употребления артиклей в английских текстах или в устной речи следствием языковой интуиции, не поддающейся формализации. Эту расхожую точку зрения во мне поколебала работа над машинным переводом математических текстов — оказалось возможным дать достаточно простую и четкую сводку правил, позволяющую профессионалам правильно расставлять артикли в монографиях и научных статьях по математике (см. [Sos-91], [Sos-92]). Пытаясь понять, почему аналоги и обобщения этих правил нельзя перенести на более широкий корпус английских текстов (например, на все «научные»), я, к своему удивлению, обнаружил, что более экономная сводка правил (чем та, что сформулирована в [Sos-91, § 10]) благополучно управляет выбором артиклей *во всех рассмотренных мною текстах*, даже гуманитарных и литературных. Главная цель этой статьи — сформулировать эти правила и показать на примерах, как они работают.

Подчеркнем, что описанные ниже (в § 4) правила являются семантическими и могут с успехом применяться *только при достаточно глубоком понимании смысла рассматриваемого текста*. При этом правила не всегда однозначно говорят, какой артикль нужен в данном месте — для этого может потребоваться знание широкого контекста (не только текстового контекста, но, если можно так выразиться, может потребоваться и «внетекстовый» контекст). В частности, если в хорошем английском повествовании убрать артикли и попросить носителя языка их снова расставить, то результат скорей всего будет отличаться в некоторых местах от оригинала — артикли несут семантическую информацию, которая далеко не всегда восстанавливается из контекста. В научных текстах (в особенности математических) квалифицированный англоязычный специалист почти всюду «правильно» восстановит артикли, хотя наверняка найдутся такие места, где разные специалисты

Настоящее приложение — перепечатка моей статьи, написанной 28 лет тому назад, но так и не опубликованной. В ней излагаются правила использования артиклей в английском языке, притом не только в математических текстах, но и во всех текстах вообще. Думаю, что разбор этой статьи, особенно разбор приведенных в ней примеров, будет полезен читателям этой книги.

предпочтут разные артикли. В гуманитарных же текстах такая неоднозначность встречается гораздо чаще (несколько ярких примеров приводятся ниже в § 3).

Основой предлагаемого подхода является простая контексно-семантическая классификация существительных, появляющихся в английских текстах — она описана в § 2. Мне хотелось бы надеяться, что эта классификация имеет и некоторый самостоятельный лингвистический интерес, тем более, что она переносится без труда на французский язык и даже — в какой-то мере — на «безартиклевый» русский[1].

Статья организована следующим образом. В §§ 1–2 содержатся некоторые предварительные замечания и основные определения. В § 3, который можно опустить при первом чтении, обсуждаются некоторые семантические тонкости. Собственно правила описаны в § 4, а § 5 состоит из примеров, показывающих, как их применять.

§ 1. Артикли the, a и □

Нам удобно считать, что в английском языке имеется не два, а три артикля единственного числа — **the**, **a** и «пустой артикль» □. Прежде чем пояснить, что такое □, — две оговорки.

Во-первых, слово «артикль» по умолчанию означает здесь артикль единственного числа; в тех случаях, когда будут рассматриваться артикли множественного числа, будет использоваться термин *множественный артикль.*

Во-вторых, мы в дальнейшем будем избегать тех ситуаций, в которых происходит семантическое замещение артикля другими словами, как, например, в предложениях

(1) This dog is brown.
(2) George's mother died.
(3) I chose some color.

(Здесь слова *this* и *George's* замещают два артикля **the**, а слово *some* замещает артикль **a**.)

Теперь об артикле □. Пустой артикль — невидимый символ (в устной речи — неслышимый звук), выполняющий определенную семантическую функцию и «находящийся» там, где мог бы стоять другой артикль. Однако пустой артикль не следует путать с отсутствием артикля: артикль может отсутствовать в результате замещения, а также когда требуется неопределенный артикль во множественном числе.

[1] Через двадцать пять лет после написания этой статьи я узнал, что лингвистам подобная классификация уже известна (см., например, [Heim-89]).

Дело в том, что артикль **a** во множественном числе тоже выражается пустым символом, но несет совсем другую семантическую нагрузку. Пример:

(4) This is a book. These are books.

Разумеется, здесь перед *books* «находится» не пустой артикль, а множественный неопределенный артикль, также «выраженный» пустым символом.

Мы пока не дали точного определения пустого артикля, так как не указали какую именно «семантическую функцию» он выполняет. Более точное определение появится позже, а пока мы ограничимся примерами.

(5) □ John Keats is a great poet.
(6) □ Jogging is good for your health.
(7) My field of □ expertise is □ topology.

§ 2. Три семантические категории

Речь здесь пойдет не о разбиении на категории отдельно взятых существительных, но о разбиении *вхождений* существительных (т. е. существительных, поставленных в определенное место конкретной фразы) на три семантические категории. При этом речь пойдет не только о существительных, состоящих из одного слова, но и о составных существительных, т. е. о существительных вместе с их непосредственным окружением (о том, что по-английски называется noun phrase).

Артикли **a**, **the** и □ определяются семантической категорией того существительного (или составного существительного), к которому они приставлены. Мы будем называть эти категории категориями представителей, индивидуумов и уникумов соответственно.

Представитель — это вхождение имени (названия) или описания денотата существительного (о котором идет речь в данной фразе) в ситуации, когда денотат этого имени ранее не был зафиксирован. В частности, когда в некоторой фразе утверждается принадлежность чего-либо к определенному классу, то соответствующее существительное относится к категории представителей. Например:

(8) This dog is a *fox terrier.*
(9) Extramarital sex is a *sin.*
(10) Is Marxism a *serious philosophy*?

Не следует думать, что артикль **a** соответствует квантору $\forall$ (для всех), и значит — это всегда неопределенный, не конкретный объект. В предложении

(11) A *rain drop* fell on my neck

капля дождя, о которой говорится, вполне конкретна (та самая капля, что в данный момент упала на шею рассказчика). Однако существительное *drop* (точнее, составное существительное *rain drop*) — это представитель, ибо оно еще не зафиксировано. Ведь истинная семантика этой фразы такова: *Некоторая капля дождя упала на мою шею*, или, выражаясь формально математически, *Одна из множества капель дождя упала на мою шею.*

Если же сказать

(12) The *rain drop* fell on my neck,

то носитель английского языка захочет спросить What rain drop?, подозревая, что об этой капле что-то должно было быть сказано раньше.

Индивид — это вхождение имени (названия) или описания фиксированного денотата существительного (или составного существительного). Фиксированным он может быть, во-первых, потому, что был упомянут ранее. Например:

(13) He saw a dog. The *dog* barked at him.
(14) The *method* described in §3 can be applied to this problem.

Индивид может также быть зафиксирован контекстом, т. е. быть однозначно определен данным ему в этой же фразе описанием. Например:

(15) This dog is the *fox terrier* that we can saw yesterday.
(14) Extramarital sex is the *most common of all sins.*
(15) Is Marxism the *philosophy* of your party?
(16) The *rain drop* that fell оп my neck was cold.

(Читателю мы советуем сравнить эти четыре предложения с похожими предложениями (8)–(11) выше.)

Наконец, индивидом может быть обобщенный (не конкретный, как бы типовой) элемент некоторого класса.

(17) Among the larger cats, the *tiger* is the most ferocious.
(18) This is typical of the *man in the street.*

Уникум □ — это вхождение имени (названия) или описания денотата существительного, который существует только в единственном экземпляре. Например:

(19) I'm crazy about □ *Marilyn Monroe.*
(20) □ *V. I. Lenin*, living in □ *Geneva*, criticized □ *logical positivism.*

Не следует думать, что любое употребление имени собственного представляет собой уникум. Читателю предлагается поразмыслить над следующими примерами:

(21) □ *Hamlet* was superbly played by □ *Olivier*.
(22) The *Hamlet* played by □ *Barrault* was nervous and extraverted.
(23) □ *Scofield* played a noble and introverted *Hamlet*.

Авторам и редакторам научных статей полезно знать, что добавление номера к названию превращает это название в уникум. Например, в предложении

(24) This proves *Theorem 2.1*

Theorem 2.1 представляет собой уникум, в то время как в похожей фразе

(25) This proves the *theorem*

слово *theorem* является индивидом.

Другая достаточно часто встречающаяся в научных текстах разновидность уникумов — это *атрибуты*, т. е. присущие некоторым существительным специфические характеристики, такие как радиус окружности, концентрация смеси, скорость движения:

(26) a circle of radius 1; a mixture of high concentration; a blast off at supersonic velocity.

§ 3. Тонкая семантика артиклей

В этом параграфе мы изучаем изменения смысла некоторых текстов в результате замены одного артикля другим. В рассмотренных здесь примерах речь идет не о правильности употребления артиклей, а о семантической добавке, связанной с их присутствием. Таким образом, мы обращаем внимание на семантические различия (порой довольно тонкие) между представителями, индивидуумами и уникумами.

Рассмотрим следующее предложение:

(27) Soon the Concorde reached supersonic speed.

Обратим сначала внимание на пустой артикль □, «стоящий» перед словосочетанием *supersonic speed*. Артикль □ нам сообщает, что *supersonic speed* — это уникум, т. е. речь идет об уникальном явлении — сверхзвуковой скорости как таковой. Если же мы вместо пустого артикля поставим здесь артикль **a**, то фраза будет означать, что самолет достиг одну из возможных сверхзвуковых скоростей. Наконец, если мы скажем здесь *the supersonic speed*, то это будет выражать убеждение в том, что — вопреки законам физики — имеется только одна конкретная сверхзвуковая скорость (быть может, упомянутая ранее).

Перейдем теперь к артиклю **the** в этом предложении. Этот артикль нам сообщает, что речь идет не о каком-то там Конкорде, а о вполне конкретном самолете Конкорд, именно о том, в котором летит автор (об этом самолете, возможно, раньше говорилось). Если же мы заменим **the** на **a**, то фраза приобретает смысл лишь в следующем довольно странном контексте: летело несколько Конкордов, и какой-то из них достиг сверхзвуковой скорости. При замене **the** на □, получается другая семантика, тоже вызывающая некоторое недоумение — обычный самолет возвышается до ранга уникума, автор как бы одушевляет эту машину, считая, что имя *Concorde* описывает самолет, существующий в единственном экземпляре. Если нашу фразу с артиклем □ или **a** вместо **the** в разговоре произнесет человек, плохо владеющий английским, то его англоязычный собеседник решит, что в выборе артикля произошла ошибка.

Рассмотрим теперь более длинный текст, чтобы в нем проследить, к каким изменениям в смысле приводит замена артиклей. (Для удобства ссылок после каждого артикля в квадратных скобках указывается его номер.)

> [1] Mel used the [2] private elevator, which operated by □ [3] passkey only, to descend from the [4] tower to the [5] administrative mezzanine. Though his own office suite was silent, with [6] stenographers' desks cleared and [7] typewriters covered, the [8] lights had been left on. He entered his own interior office. From a [9] closet, near the [10] wide mahogany desk he used in □ [11] daytime, he took out a [12] heavy topcoat and fur-lined boots. [A. Hailey, "Airport".]

В этом тексте однозначно определяются лишь артикль [1], и, пожалуй, [4], [5] (любая их замена приводит к несуразному тексту). Займемся другими. Артикль **the** [2] сообщает нам, что здесь имеется ровно один частный лифт (замена на **a** будет означать, что таких лифтов несколько). Если пустой артикль □ [3] заменить на **a**, то мы как бы конкретизируем универсальный ключ (*passkey*), в то время как автор не хотел обращать наше внимание на этот ключ как на предмет, а только описывал принцип функционирования лифта, говоря о ключе как об уникальном принципе функционирования; как и в предыдущем случае, разница в смысле в результате этой замены невелика. Следующие два артикля **the** [4], [5] сообщают нам, что имеется одна башня и один мезонин. Интересны следующие два артикля [6], [7]; разумеется, это — множественные артикли, которые мы здесь избегаем; замена их на множественный артикль **the** мало меняет смысл, лишь подчеркивая, что *все* столы отчищены и *все* машинки зачехлены, в то время как автор говорил о каких-то столах и машинках, не гарантируя прибранность всех. При этом автор сообщает нам, что все лампы горели (множественный артикль **the** [8]). Следующие артикли нам поясняют, что имеется несколько шкафов (**a** [9]) и что Мел пользуется единственным письменным столом (**the** [10]). Выбор артикля □ [11] связан с тем, что слово *daytime* не имеет осмысленного множественного числа; впрочем, здесь артикль **the** тоже хорошо звучит и в сущности мало меняет смысл фразы. Напротив, последний артикль (**a** [12]) нельзя заменить на **the**, иначе мы будем считать, что об этом пальто раньше что-то уже говорилось.

В заключение этого параграфа мы разберем семантический вклад артиклей в нескольких (очень знаменитых) строчках английской поэзии.

For he's a jolly good fellow. (R. Burns)

Здесь — самое обычное использование артикля **a**; оно сообщает нам, что герой этой застольной песни — один из множества веселых парней. Если здесь поставить артикль **the**, то адекватным русским переводом будет что-то вроде *Ибо он — тот самый или единственный такой веселый парень*, в то время как он всего лишь один из них, притом ни о каком веселом парне до того не говорилось.

The devotion to something afar
From the sphere of our sorrow (P. B. Shelley)

Первый **the** означает, что речь идет не о каком-то преклонении (*devotion*), а о преклонении перед чем-то далеким; второе **the** — аналогично. Пустой артикль □ перед *something* здесь очень нужен, подчеркивая уникальность и возвышенность чего-то далекого; прозаическое объяснение — отсутствие осмысленного множественного числа у слова *something*.

The Assyrian came down like the wolf on the fold (G. G. Byron)

В этой замечательной строке все три **the** выделяют довольно редкую разновидность индивида — типового (сравните с примером (17)). Особенно эффектно первое **the** — оно, как и слово *Assyrian* — в единственном числе!

Последний наш пример касается пустого артикля.

For destruction ice
Is also great
And would suffice. (R. Frost)

Второй пустой артикль (перед *ice*) подчеркивает, что речь идет о льде вообще, а вот в первом пустом артикле (перед *destruction*) содержится весь пафос концовки этого замечательного стихотворения — уничтожение вообще, уничтожение всего.

§ 4. Правила выбора артикля

Применять эти правила можно при редактировании переводов и других текстов, написанных людьми, плохо владеющими английским языком и/или предметной областью, а также при написании собственных текстов на английском. В любом случае, для успешного применения правил необходимо не только понимание самих правил, но и понимание глубинной семантики самого текста. Кроме того, следует помнить, что правила — это не аксиомы, они могут давать противоречивые указания (одно велит ставить **the**, другое **a**) — в этом случае выбор артикля равносилен оказанию предпочтения одному правилу над другим, а это уже зависит от того оттенка смысла, который автор текста предпочитает передать читателю.

Основной принцип (наверное, уже понятый тем, кто прочитал §§ 1–2 этой статьи) состоит в следующем:

(0) Артикль **a**, **the** и □ ставятся перед представителем, индивидуумом и уникумом соответственно.

При этом имеются в виду только ситуации, где существительное (оно может быть составным) находится в единственном числе и при нем не происходит замещения (см. § 1).

Основной принцип полезен, только если мы умеем определять, к какой семантической категории (представитель, индивид, уникум) относится соответствующее существительное. Тем читателям, которые испытывают сложности в идентифицировании определенной выше категории существительных, предлагается забыть про основной принцип и пользоваться следующими тремя правилами.

(I) Артикль **a** перед существительным означает «один из» или «некоторый», т. е. этот артикль говорит нам, что следующее за ним существительное не было ранее зафиксировано.

(II) Артикль **the** перед данным существительным означает «тот самый» или «единственный такой», т. е. этот артикль говорит нам, что существительное было ранее зафиксировано или однозначно определяется контекстом.

(III) Пустой артикль □ перед существительным означает, что это существительное единственное в своем роде, например — имя собственное или слово, не имеющее множественного числа.

К этим правилам мы добавим еще одно правило, касающееся артиклей множественного числа.

IV) Артикль **the** перед существительным множественного числа означает «все» или «весь список».

Применение этих правил в деле проще, чем понимание их общих абстрактных формулировок (я надеюсь, что читатель в этом убедится, прочитав следующий параграф). Более того, эти три правила можно заменить простым рецептом, в большинстве случаев достаточным для правильного выбора артикля:

> Если в русском переводе вставка «какой-то» (или «какая-то», или «какое-то») не меняет смысла фразы, то в английском тексте на место, соответствующее вставке, можно поставить артикль **a**; иначе можно поставить **the** (смысл которого — «тот самый»), разве что соответствующее существительное не имеет множественного числа, и тогда лучше «поставить» пустой артикль □.

§ 5. Пример

Рассмотрим нижеследующий текст, который является началом рассказа (для удобства ссылок места для вставки артиклей пронумерованы).

> I came out of [1] front door of my house at 7 am. Locking [2] door, I wondered when I would see [3] house again. Outside, [4] cold wind was blowing and I raised [5] fur collar of my coat. [6] blue Ford raced up [7] street, and I recognized [8] driver—it was [9] Nancy. [10] Nancy, who was supposed to be in [11] London on [12] business trip or [13] something.

Здесь все артикли однозначно восстанавливаются из текста и из информации о том, что этот текст — начало рассказа (а значит, ничто раньше не было упомянуто). Именно:

[1] **the** дверь однозначно определена контекстом (у дома автора может быть только одна *front door*) (II)
[2] **the** только что упомянутая дверь (II)
[3] **the** дом тоже был упомянут (II)
[4] **a** холодных ветров бывает много, а этот ранее не упоминался (I)
[5] **the** у пальто автора может быть только один воротник (II)
[6] **A** голубых фордов много, а этот ранее не упоминался (I)
[7] **the** улица перед домом, наверно, только одна (II)
[8] **the** водитель конкретной машины — один (II)

[9] □ *Nancy* — имя конкретного человека (III)
[10] □ *Nancy* — имя конкретного человека (III)
[11] □ *London* — название города (III)
[12] **a** Нэнси, видимо, была в одной из множества служебных командировок (ранее не упомянутых) (I)
[13] □ *something* — слово без множественного числа (III)

Теперь мы предлагаем читателю применить рецептурное правило к этому же тексту и убедиться в совпадении своего результата с нашим. После этого дополнительной проверкой освоения правил может послужить просмотр примеров (1)–(29) с точки зрения правил (I)–(III) и рецептурного правила.

Библиография

[Heim-89] *Heim Irene*, The Semantics of Definite and Indefinite Noun Phrases. New York: Garland Pub., 1988.

[Sos-91] *Сосинский А. Б.*, Шаблоновые грамматики и компьютерный перевод математических текстов. ВИНИТИ, Научно-техническая информация, 1991. № 1, С. 22–27.

[Sos-92] *Сосинский А. Б.*, Как написать математическую статью по-английски. Минск: Изд-во Софус Ли, 1992.

Приложение IV
Разбор заданий

Exercise 1.1 (с. 11). Разбор хорошо выполненного варианта этого задания проделан в начале второй главы. Разумеется, текст вашего варианта задания бессмысленно сравнивать с текстом, разобранным в книге, но вы можете проверить свой собственный текст самостоятельно. Для этого достаточно подчеркнуть постоянную часть (т. е. все фиксированные слова каждого использованного шаблона) и проверить, что между этими словами действительно стоят переменные слова (или словосочетания) нужного типа (т. е. части речи, предписанные соответствующими шаблонами). Если ваш текст выдержит такую проверку, можете себе поставить пятёрку.

Задание 3.2 (с. 26). Это трудное задание, вообще переводить чужой текст намного сложней, чем сразу писать свой по-английски, а в данном случае искусственное требование использовать лишь дюжину отобранных шаблонов дополнительно осложняет дело. Ниже приведены два текста: первый — это отлично выполненное одним студентом ВШЭ задание (в нем строго соблюдается требование ограничиться основными шаблонами), а второй — перевод, выполненный без этого ограничения высококлассным профессиональным переводчиком. Второй текст более литературный и ближе к оригиналу, зато первый — сухо и логически проще (ближе к канонам формальной математики) выражает смысл оригинала.

§1. Continuous maps (первый вариант перевода)

1. A map of a topological space X to a topological space Y is called *continuous* if the preimage of any open subset of Y is an open subset of X. Equivalent condition: preimages of closed sets are closed.

A map $f\colon (X,A)\to(Y,B)$ is called *continuous* if the map $\operatorname{abs} f\colon X\to Y$ is continuous.

Useful remark: a map $f\colon X\to Y$ is continuous if the preimages of all the open sets of a base of Y are open.

2. Obviously, if the maps $f\colon X\to Y$ and $g\colon Y\to Z$ are continuous, then their composition $g\circ f\colon X\to Z$ is continuous. For any space X, the identity map $\mathrm{id}_X\colon X\to X$ is continuous.

The definition of relative topology implies that if the map $f\colon (X,A)\to (Y,B)$ is continuous, then the map $\operatorname{ab} f\colon A\to B$ is continuous. In particular, if $f\colon X\to Y$ is continuous, then for any subset $A\subset X$, the restriction $f|_F\colon A\to Y$ is continuous. For example, the inclusion of a subspace into a space is continuous.

3. Obviously, if Γ is a fundamental cover of X, then the continuity of the restrictions $f|A$, $A\in\Gamma$, implies the continuity of the map $f\colon X\to Y$. Equivalent formulation: if Γ is a fundamental cover of the space X and for any $A\in\Gamma$ there exists a map $f_A\colon A\to Y$ such that $f_A(x)=f_B(x)$ for $x\in A\cap B$ $(A,B\in\Gamma)$, then the map $f\colon X\to Y$,

$$f(x)=f_A(x)\quad \text{for } x\in A\ (A\in\Gamma),$$

is continuous.

4. A continuous map is called *open* if the images of open sets are open, and *closed*, if the images of closed maps are closed.

Obviously, the composition of open maps is open and the composition of closed maps is closed.

§1. Continuous maps (второй вариант перевода)

1. A map of a topological space X to a topological space Y is called *continuous* if the preimage of any open subset of Y is an open subset of X. Equivalent condition: preimages of closed sets are closed.

A map $f\colon (X,A)\to (Y,B)$ is called *continuous* if the map $\operatorname{abs} f\colon X\to Y$ is continuous.

Useful remark: a map $f\colon X\to Y$ is continuous if the preimages of all the open sets of a base of Y are open.

2. Clearly, the composition $g\circ f\colon X\to Z$ of two continuous maps $f\colon X\to Y$ and $g\colon Y\to Z$ is continuous and the identity map $\mathrm{id}_X\colon X\to X$ of any space X is continuous.

It follows from the definition of relative topology that if the map $f\colon (X,A)\to (Y,B)$ is continuous, then so is the map $\operatorname{ab} f\colon A\to B$. In particular, the continuity of $f\colon X\to Y$ implies, for any subset $A\subset X$, that of the restriction $f|_F\colon A\to Y$. For example, the inclusion of a subspace into a space is continuous.

3. Clearly, if Γ is a fundamental cover of X, then the continuity of the restrictions $f|A$, $A\in\Gamma$, implies that of the map $f\colon X\to Y$. Equivalent formulation: if for any $A\in\Gamma$, where Γ is a fundamental cover of X, there exists a map $f_A\colon A\to Y$ such that $f_A(x)=f_B(x)$

for all $x \in A \cap B$ $(A, B \in \Gamma)$, then the map $f\colon X \to Y$ given by

$$f(x) = f_A(x) \quad \text{for } x \in A \ (A \in \Gamma),$$

is continuous.

4. A continuous map is called *open* if the images of open sets are open, and *closed*, if the images of closed maps are closed.

Obviously, the composition of open maps is open and the composition of closed maps is closed.

Интересно, что в пунктах 1 и 4 «профессиональный» перевод совпадает слово в слово с переводом, выполненным по нашим правилам студентом, плохо владеющим обычным английским языком.

Задание 4.1 (с. 32). В приведенном ниже решении, в тех случаях, когда есть две возможности, приводятся оба допустимых варианта, разделенные косой чертой «/».

8.1.2. *Affine transformations.* **A** ransformation of $\overline{\mathbb{C}}$ onto itself of **the** form $z \mapsto az + b$, $\infty \mapsto \infty$, where $a, b \in \mathbb{C}$ and $a \neq 0$, is called *affine.* In particular, if $a = 1$, then **the** corresponding affine transformation is **the** parallel translation (by **the** vector OB, where B is **the** point of **the** complex plane corresponding to **the** complex number b).

8.1.3. Theorem. *Affine transformations take* □* *straight lines to* □* *straight lines,* □* *circles to* □* *circles, and preserve* □* *angles and* □* *cross ratios.*

Proof. Denoting $a = re^{i\varphi}$, $r > 0$, we can write

$$z \mapsto e^{i\varphi} z \mapsto r(e^{i\varphi} z) \mapsto (re^{i\varphi} z) + b = az + b,$$

which shows that any affine transformation is **the** composition of **the** rotation (by **the** angle φ), the homothety (with coefficient r), and **the** parallel translation (by **the** vector b). This implies **the** theorem, because □* rotations, □* homotheties, and □* translations obviously possess all four of **the** properties asserted by **the** theorem. The least obvious of these facts is that □* homotheties preserve **the**/ □ cross ratio, but this follows immediately from **the** fact that homothety in **the** plane of **the**/**a** complex variable is multiplication by **a** real number (which will cancel out in each of **the** fractions of **the** cross ratio).

8.1.4. *Linear-fractional transformations.* **The** transformation of $\overline{\mathbb{C}}$ given on $\mathbb{C} \setminus \{-d/c\}$ by

$$z \mapsto \frac{az + b}{cz + d}, \quad \text{where } ac - bd \neq 0 \tag{8.2}$$

that takes **the** point $-d/c$ to ∞ and ∞ to a/c is called *linear-fractional.*

The set of all linear-fractional transformations form **a** group, called **the**/□ *Möbius group* and denoted by Möb.

Indeed, the fact that **the** composition of two linear-fractional transformations is **a** linear-fractional transformation can be shown as follows: substitute $(a_1 z + b_1)/(c_1 z + d_1)$ for z in **the** expression $(az + b)/(cz + d)$, which yields (after some manipulations)

$$\frac{(aa_1 + bc_1)z + (ab_1 + bd_1)}{(ca_1 + dc_1)z + (cb_1 + dd_1)}; \tag{8.3}$$

but this expression is of **the** same form as (8.2), so **the** composition is indeed linear-fractional.

Задание 9.2 (с. 55). Только сам читатель может с пользой для себя выполнить это задание, а для разных читателей хорошо выполненные задания будут выглядеть совсем по-разному. При этом хорошо выполненное задание 9.2 означает, что вы не зря работали с этой книгой.

Учебное пособие

Алексей Брониславович Сосинский

MATHEMATICAL ENGLISH
Учебник английского для математиков

Подписано в печать 15.10.2017 г. Формат 60×90/16.
Гарнитура Computer Modern. Печать офсетная. Печ. л. 5,5.
Тираж 2000 экз. Заказ №

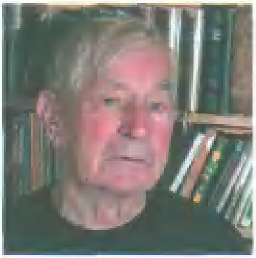
Издательство Московского центра
непрерывного математического образования.
119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел. (499) 241-08-04.

Отпечатано в типографии ООО «Принт сервис групп»,
тел./факс: (499) 785-05-18, e-mail:3565264@mail.ru, www.printsg.ru
105187, г. Москва, ул. Борисовская, д. 14, стр. 6.

А. Б. Сосинский

Mathematical English

Учебник английского для математиков



Алексей Брониславович СОСИНСКИЙ, автор этой книги, родился в 1937 году во Франции, в семье участника Белого движения. Учился в университете в США, в 1957 году приехал в СССР. Окончил механико-математический факультет МГУ, защитил диссертацию и вел научную работу в области топологии. Много лет работал в научно-популярном математическом журнале «Квант», был одним из основателей Независимого Московского университета, преподавал на мехмате МГУ и на факультете математики ВШЭ.

Эта книга, основанная на большом переводческом опыте автора (как и его более раннее пособие «Как написать математическую статью на английском»), будет незаменимым пособием для всех молодых российских математиков, которым предстоит научиться грамотно и понятно писать по-английски математические тексты.

ISBN 978-5-4439-1242-4

9 785443 912424 >