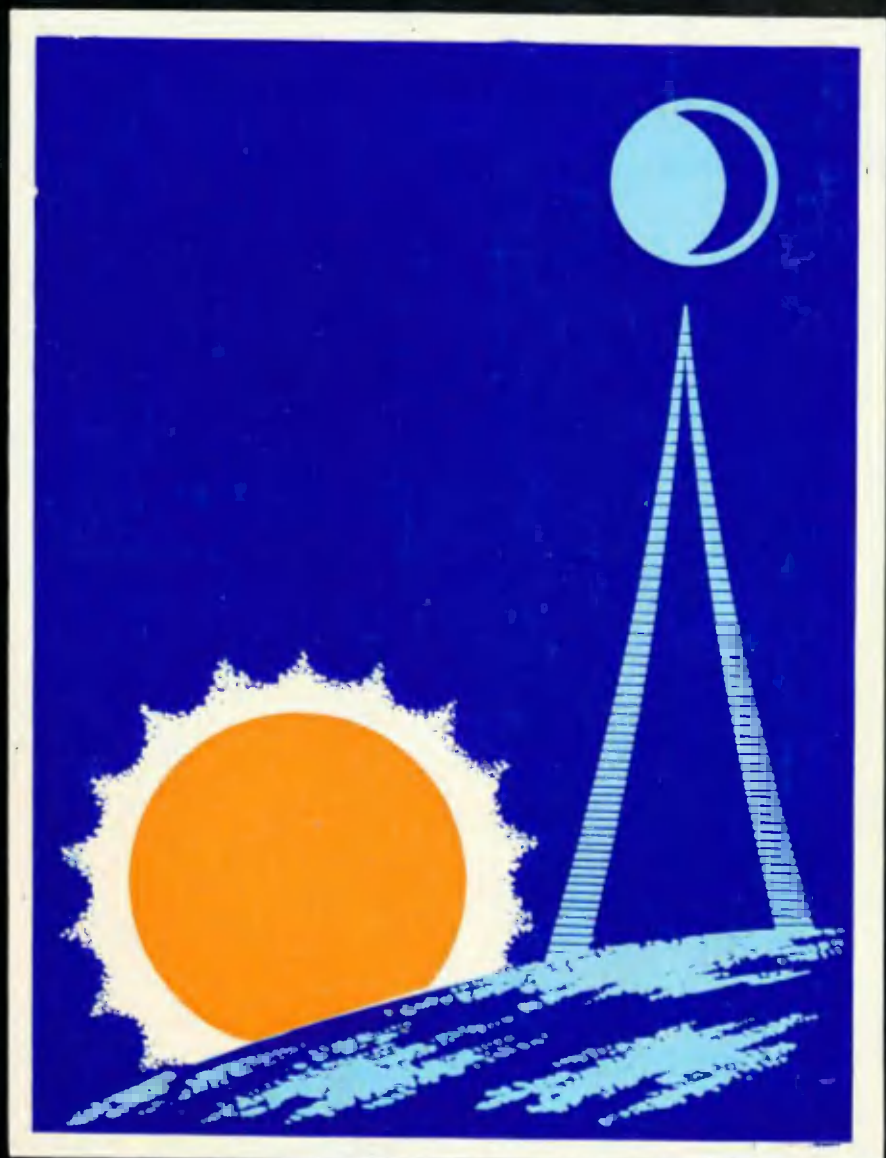


В.Н. КУБАСОВ, А.А. ДАШКОВ

МЕЖПЛАНЕТНЫЕ ПОЛЕТЫ



В.Н. КУБАСОВ, А.А. ДАШКОВ

МЕЖПЛАНЕТНЫЕ ПОЛЕТЫ



В.Н. КУБАСОВ, А.А. ДАШКОВ

МЕЖПЛАНЕТНЫЕ ПОЛЕТЫ



МОСКВА «МАШИНОСТРОЕНИЕ» 1979

ББК 39.61

К88

УДК 629.78.015 : 531.55 : 523.2/.7

Рецензент д-р техн. наук *Ц. В. Соловьев*

Кубасов В. Н., Дашков А. А.

**К88 Межпланетные полеты. — М.: Машиностроение,
1979. — 272 с., ил.**

В пер.: 2 р. 90 к.

В книге рассмотрены методы решения задач по выбору траекторий космических аппаратов. Приведена методика расчета оптимальных дат старта с Земли и прилета к планетам. Описаны способы коррекции траекторий и управления движением межпланетных КА. Рассмотрены вопросы автономной навигации.

Книга предназначена для научных и инженерно-технических работников, занимающихся разработкой космической техники.

К $\frac{31901-172}{038(01)-79}$ 172-79. 3607000000

ББК 39.61

6Т6

Предисловие

Опыт успешных запусков первых спутников Земли позволил науке и технике подойти к практическому осуществлению полетов к ближайшим планетам — Марсу и Венере. Космонавтике предстояло открыть и исследовать сами пути — орбиты-траектории к планетам, определить из них энергетически оптимальные, ответить на ряд принципиальных вопросов, связанных с проектированием, изготовлением и испытаниями межпланетных космических аппаратов.

Межпланетные автоматические космические аппараты, оснащенные сложнейшей аппаратурой, с успехом применяются в качестве разведчиков космоса. Однако решающая роль в исследовании космического пространства принадлежит человеку. И в недалеком будущем станут технически реальными полеты к планетам обитаемых космических кораблей — межпланетные путешествия. К этому есть предпосылки: энерговооруженность ракет-носителей приближается к энерговооруженности, необходимой и достаточной для осуществления таких полетов, а продолжительность пребывания космонавтов в космосе приближается к времени полета до ближайших планет . . .

В этой связи представляют интерес вопросы о том, как же были выбраны пути для полетов межпланетных автоматических станций, насколько они оптимальны, какими обладают особенностями, будут ли пути полета межпланетных пилотируемых кораблей близкими к орбитам автоматических аппаратов и т. д.

В последние годы издано много работ, касающихся так или иначе межпланетных полетов. Большинство из них имеет чисто теоретический характер или рассматривает практические задачи обработки измерений, определения орбит или оптимизации траекторий.

В предлагаемой работе не ставится цель исследовать все возможные траектории полета к планетам и решить все задачи межпланетных полетов; рассматриваемый круг вопросов — это проектирование орбит на примерах полетов первых автоматических межпланетных аппаратов к Венере и Марсу, начиная с 1960 года. Задачи проектирования межпланетных орбит решаются инженерными методами и доводятся до обозримых результатов.

В первой главе изложены вопросы, связанные с расчетами номинальных траекторий, выбором схем полета, определением энергетических затрат при выведении КА с орбиты искусственного спут-

ника Земли (ИСЗ) к планете, даты старта от Земли и времени прилета к планетам, а также вопросы выбора ряда параметров, определяющих конструктивные особенности космических аппаратов.

Во второй главе представлены материалы по исследованию различных способов коррекции траекторий и методов управления движением КА; рассмотрены вопросы, связанные с рассеиванием фактических параметров траекторий, определением потребных корректирующих импульсов, требований к точности и времени проведения коррекции; сделан анализ эффективности различных способов коррекции; отмечены особенности управления полетом к планетам.

Третья глава посвящена автономной навигации на различных этапах полета к планетам, алгоритмам решения совместных задач автономной навигации и коррекции, выбору звезд и планет для автономной навигации, а также методам коррекции и маневров по результатам автономных измерений. Рассматриваются также вопросы автономной ориентации по вектору скорости.

В своей работе авторы постоянно чувствовали большую поддержку со стороны Д. Е. Охочимского, Т. М. Энеева, В. А. Егорова, а в свое время — Сергея Павловича Королева, который с большим вниманием слушал доклады авторов о полетах к Венере и Марсу, о межпланетных траекториях с «возвращением», о солнечной коррекции, о лунной вертикали...

Особое влияние на работу авторов оказал Михаил Клавдиевич Тихонравов, который придавал большое значение развитию межпланетных полетов, и со свойственной ему деликатностью вносил в это дело особый энтузиазм и инженерный подход. Он вынашивал идею создания межпланетного корабля для первых путешествий людей, обосновывая в своих публичных выступлениях их присутствие на борту неисчерпаемыми возможностями человека.

Авторы отмечают участие в работе, послужившей основой для создания этой книги, Г. Ю. Максимова, А. К. Платонова, Р. К. Казаковой, Б. М. Антонова, Н. М. Рабаевой, А. И. Шеховцова, В. В. Ивашкина, В. Р. Э. Баузе, Н. И. Кривко, З. П. Даниловой, Т. Ф. Грачевой.

Авторы пользуются случаем, чтобы поблагодарить за участие в подготовке рукописи Г. И. Дронову и А. П. Перегонцева.

Первая глава книги написана А. А. Дашковым, вторая — В. Н. Кубасовым, труд по подготовке третьей главы поделен примерно пополам, а в общем книга является результатом совместной работы авторов над проектами освоения планет.

Основные условные обозначения

- Υ — точка весеннего равноденствия;
- t — время;
- $t_{\text{п}}$ — время полета;
- $t_{1\text{п}}$ — время полета по первой ветви траектории;
- $t_{2\text{п}}$ — время полета по второй ветви траектории;
- $t_1 = t_{\text{ст}}$ — дата старта;
- $t_2 = t_{\text{пр}}$ — дата прилета;
- $t_{\text{к}}$ — время коррекции или время конца активного участка траектории;
- t_i — время i -й коррекции;
- t_{Σ} — суммарное (полное) время полета;
- Δt — разность конечного и начального моментов;
- τ_{π} — время прохождения через перигелий, перигей, перицентрий;
- a — большая полуось орбиты;
- p — параметр;
- e — эксцентриситет;
- Ω — долгота восходящего узла орбиты;
- i — наклонение;
- ω (или π) — долгота перигелия, перигея, перицентра;
- ϑ — истинная аномалия;
- E — эксцентрическая аномалия;
- L — средняя долгота;
- n — среднее движение;
- f — универсальная гравитационная постоянная;
- μ_i — гравитационная постоянная i -го тела;
- h — постоянная энергии;
- $h_{\text{в}}$ — располагаемая энергия;
- $h_{\text{п}}$ — потребная энергия;
- \vec{C} — векторная постоянная площадей;
- \vec{f} — вектор Лапласа;
- r_{π} — перигелий, перигей, перицентрий;
- r_{α} — афелий, апогей, апоцентрий;
- $V_{\text{кр}}$ — круговая скорость;
- $V_{\text{пар}}$ — параболическая скорость;
- T — период обращения;
- x, y, z — компоненты скорости в прямоугольной системе координат;
- $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ — компоненты скорости в прямоугольной системе координат;
- rnz — орбитальная система координат;
- r — радиус-вектор;
- n — нормаль;
- z — бинормаль;
- r, \dot{n}, \dot{z} — компоненты скорости в орбитальной системе координат;
- $r\lambda\beta$ — сферическая эклиптическая система координат;
- λ — эклиптическая долгота;
- β — эклиптическая широта;
- $r\alpha\delta$ — сферическая экваториальная система координат;
- α — прямое восхождение;
- δ — склонение;

- h — угол места (угол над горизонтом Земли);
 $r_{с.д.}$ — радиус сферы действия;
 V_{∞} — вектор скорости КА на бесконечно большом удалении от планеты;
 $V_{1\infty}$ — скорость КА при отлете;
 $V_{2\infty}$ — скорость КА сближения с планетой;
 $V_{с.д.}$ — скорость КА на сфере действия;
 $V_{пл.}$ — вектор скорости планеты;
 V_k — скорость КА в конце активного участка полета;
 ΔV_k — приращение скорости КА на участке выведения по сравнению со скоростью спутника — или скорость коррекции;
 $\varphi = 2f$ — угловая дальность полета;
 V_r , или \dot{r} — радиальная скорость;
 V_n , или \dot{n} — тангенциальная скорость;
 ϵ — угол наклона экватора Земли к эклиптике;
 Φ_i — фаза i -й планеты;
 $F = u = \frac{\mu}{r}$ — потенциал поля тяготения;
 ω_3 — угловая скорость вращения Земли;
 S, T, W — составляющие возмущающего ускорения;
 H — высота полета;
 b — прицельная дальность (расстояние);
 $КП$ — картинная плоскость;
 $ПОК$ — плоскость оптимальной коррекции;
 $N(t)$ — матрица частных производных корректируемых параметров по компонентам корректирующей скорости;
 K — корреляционная матрица отклонений;
 U — матрица изохронных производных;
 Q — матрица потенциального поля;
 M — матрица изохронных производных в КП по компонентам радиус-вектора и вектора скорости в орбитальной системе координат;
 $\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2, \bar{\xi}_3$ — координаты в КП;
 $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{A}_3$ — векторы градиентов отклонений соответственно ξ_1, ξ_2, ξ_3 в КП;
 v_0 — нуль-направление;
 I — единичный импульс в связанной коррекции;
 ΔV_1 и ΔV_2 — импульсы скорости в связанных коррекциях;
 $V_{вр}$ — величина импульса скорости для коррекции времени полета;
 ΔQ — случайный вектор ошибок коррекции;
 $\Delta Q_{пр}$ — радиус прогнозируемого пятна;
 $\bar{F}(t)$ — вектор градиентов солнечной коррекции;
 L — направление корректирующего импульса скорости в «ортгональной» коррекции;
 Φ — вероятность попадания в эллипсоид рассеивания;
 N — надежность выполнения баллистической задачи;
 $\bar{q}(q_1, q_2, \dots, q_n)$ — вектор независимых параметров, определяющих траекторию;
 $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n$ — измеряемые величины;
 $J\left(\frac{\varphi}{q}\right)$ — матрица частных производных от измеряемых величин по параметрам траектории;
 K_{φ} — корреляционная матрица ошибок измерений;
 σ^2 — дисперсия ошибок измерений;
 $Q_{в*}$ — расстояние для построения планетной вертикали;
 Δb_{max} — допустимый радиус трубки.

Введение

Движение искусственных небесных тел подчиняется тем же законам, что и движение естественных. Поэтому для изучения движения космических аппаратов с успехом применяются методы классической небесной механики.

В то же время при изучении движения искусственных тел возникают новые задачи, которые требуют разработки новых методов исследований. К числу таких задач принадлежит задача проектирования орбит, т. е. построение орбит с заданными наперед свойствами [9]. Под задачей проектирования орбит будем понимать выбор орбит межпланетных аппаратов с целью наиболее полного решения основной задачи полета при наиболее экономном использовании технических средств. Среди огромного множества орбит следует выбрать такую, которая наилучшим образом отвечает требованиям поставленной задачи. Как правило, эти требования противоречивы, и окончательное решение является чаще всего результатом компромисса с учетом имеющихся реальных технических возможностей.

Одним из важнейших требований при проектировании КА является экономичность запуска с точки зрения затрат энергии на выведение и выполнение последующих маневров. При реализации этого требования определяется максимальная масса межпланетного корабля; ясно, что чем меньше характеристическая скорость, тем больше полезная масса межпланетного аппарата и тем больший круг научных задач может быть решен в данном межпланетном полете.

Другим важным фактором при выборе траектории полета является время полета. Энергетически оптимальные траектории могут оказаться совершенно непригодными с точки зрения времени полета для выполнения главной задачи. Так, например, при полете к Марсу возможны траектории со временем полета 210...240 суток и даже около 400 суток. Минимум скорости в некоторые периоды достигается при выведении КА на орбиты со временем полета 400 суток. И все-таки при выборе траекторий приходится учитывать время полета, так как от продолжительности полета зависит надежность выполнения задачи, ради чего, вообще говоря, можно поступиться и некоторой «дополнительной массой». Поэтому траектории, более быстрые, энергетически неоптимальные, иногда оказываются более предпочтительными.

Одной из важных задач при исследовании и выборе орбит является изучение геометрических закономерностей движения. Гео-

метрические параметры движения КА существенно сказываются на облике и конструкции самого КА, расположении на нем солнечных батарей, антенн, планетных, звездных и солнечных датчиков, на особенностях его движения относительно центра масс.

Другим важным комплексом вопросов, связанных с проектированием орбит, является исследование необходимых точностей реализации выбранной номинальной орбиты и выбор методов коррекции орбиты. Только в исключительных случаях поставленную задачу можно решить, не прибегая к коррекции траекторий.

Часто оказывается, что допустимая область начальных отклонений чрезмерно мала и не может быть обеспечена существующими техническими средствами при выведении на межпланетную орбиту. Кроме того, точность знания небесно-механических констант (астрономической единицы, элементов орбит планет) может оказаться недостаточной для того, чтобы даже при идеальном выполнении условий выведения с орбит ИСЗ к планете гарантировать заданные параметры у цели. В этих случаях обязательно исправление орбиты в пути — коррекция траектории полета. Коррекция параметров движения может выполняться путем сообщения импульсов скорости надлежащей величины и определенного направления в некоторых точках орбиты. Для коррекции орбиты применяют специальные системы коррекции, включающие систему ориентации, стабилизации и корректирующий двигатель с запасом топлива. Величина корректирующего импульса зависит от первоначальных отклонений параметров и будет тем больше, чем больше область их разброса. Величина импульса зависит также и от места на орбите (чем ближе к планете-цели, тем требуются большие корректирующие импульсы) и от других свойств межпланетных орбит.

При выборе орбит предпочтение отдается тем из них, которые обеспечивают минимальные корректирующие импульсы. Можно поставить и более общую задачу нахождения номинальных траекторий с учетом затрат на коррекцию.

Решение задачи коррекции связано с необходимостью точного определения фактических параметров движения во время полета, расчета отклонений от номинальной траектории, прогнозирования изменения этих параметров и вычисления величин и направлений корректирующих импульсов.

Фактические параметры движения могут быть определены путем математической обработки результатов оптических и радиотехнических наблюдений за траекторией полета КА. Оптические наблюдения с Земли с фиксацией угловых координат в связи с недостаточной яркостью КА могут быть проведены только на начальном участке траектории и ограничены в своем применении, поскольку зависят от погодных условий.

Как правило, для определения параметров траекторий используются радиотехнические измерения дальности, радиальной скорости и угловых координат как функций времени; результаты таких измерений обрабатываются на Земле. На борту КА могут прово-

даться автономные измерения его угловых положений, а также измерения расстояний до планет. Эти измерения могут обрабатываться как на Земле, так и на борту КА. В последнем случае возникает задача разработки алгоритмов ее решения на бортовых вычислительных машинах.

Исследование вопросов прогнозирования и коррекции траекторий можно отнести к задачам управления полетом межпланетных аппаратов, что, очевидно, не сводится к этим двум вопросам, а представляет собой совокупность задач, связанных также с функционированием систем аппарата.

Одной из важных и интересных задач при исследовании, выборе и анализе траекторий является задача маневров-переходов с орбиты на орбиту. Для выполнения определенного класса задач необходимо проведение маневра в межпланетном пространстве. Так, для спуска с орбиты спутника Земли необходимо сделать маневр (торможение) для перехода на орбиту, входящую в атмосферу Земли. Для выведения на межпланетные орбиты необходим маневр (старт) с промежуточной орбиты. Для выведения стационарного спутника необходимы маневры по переходу с орбиты на орбиту. Иногда в полете может возникнуть необходимость быстрого изменения задачи полета и наискорейшего возвращения на Землю.

Особое место в прикладной небесной механике занимают вопросы сближения межпланетных аппаратов в космосе. Эти задачи рассматриваются в связи с необходимостью накопления массы космических систем, используемых в качестве баз для последующего полета к планетам, для транспортировки грузов на космические станции-спутники, а также для осуществления пересадок с одного корабля на другой. В этом будущее межпланетных полетов: создание космических станций вблизи Земли, накопление на них энергетических и технологических средств для осуществления полетов в дальний космос.

Проведение всестороннего анализа орбит полета к планетам требует расчета весьма большого числа вариантов. Поэтому большая доля расчетов проводится приближенными методами, которые позволяют просто, экономно, наглядно анализировать орбиты с точки зрения предъявляемых к ним требований.

После выбора опорных орбит и получения начальных данных проводятся точные расчеты траекторий путем интегрирования систем дифференциальных уравнений движения для уточнения условий полета, настройки систем управления и др.

Здесь следует остановиться на некоторых особенностях подхода к проектированию межпланетных орбит, описанных в книге. Дело в том, что при проектировании межпланетных орбит всю траекторию можно разбить на ряд участков для удобства изучения свойств движения КА и выявления требований к полету. Траектория изучается не с момента старта аппарата с поверхности Земли, а в другой последовательности. Сначала рассматриваются орбиты между двумя непротивящими точками в Солнечной системе, за кото-

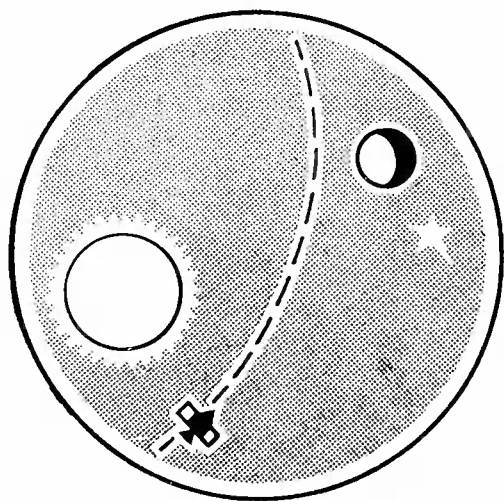
рые принимаются планеты. Отсюда — и траектории относительно Солнца и требования к движению вблизи планет старта или назначения. Далее, при изучении движения вблизи планеты определяются требования к движению на участке выведения на орбиты, т. е. требования к движению на активном участке траектории КА и в конце участка выведения.

При таком подходе к задаче изучения межпланетных траекторий последовательно выявляются наиболее жесткие требования к орбитам, датам старта, времени полета, к геометрическим параметрам траектории. В результате выбираются опорные орбиты. Общая теория коррекции межпланетных траекторий и конкретные задачи коррекции рассматриваются также в связи с проектированием межпланетных КА для полетов к Венере и Марсу. Здесь снова в качестве исходных приняты выбранные опорные орбиты и рассматриваются вопросы их коррекции, определения корректирующих импульсов, схем ориентации при коррекции. Большое внимание уделяется вопросам резервирования, специальных способов коррекции и надежности выполнения баллистической задачи.

Показано, что повышения точности реализации траекторий к планетам можно достичь либо путем повышения точности прогноза, либо путем автономных измерений и перехода к многократной коррекции траекторий. Поэтому обсуждаемые ниже вопросы связаны с применением автономных средств навигации на основе угловых измерений. Задача обеспечения высоких точностей сближения с планетами рассматривается как комплексная задача автономного прогноза и многократной коррекции. Для этой цели выбрана «быстрая» траектория к Марсу, которая обеспечивает возвращение к Земле после пертурбационного маневра у планеты. При проектировании таких орбит с целью уменьшения разброса параметров траектории при возвращении к Земле в связи с возмущениями Марса и, следовательно, с целью уменьшения корректирующих импульсов резко ужесточаются требования к точности пролета у планеты. Такой подход к поставленной задаче дает возможность сделать предварительные выводы о целесообразности применения тех или иных навигационных измерений, а также выработать требования к их точности и точности исполнения коррекции. Рассматриваемые здесь методы автономной ориентации по вектору скорости дают возможность использовать простые алгоритмы при проектировании систем коррекции, ориентации и маневров.

I

ВЫБОР
ТРАЕКТОРИЙ
МЕЖПЛАНЕТНЫХ
АППАРАТОВ



В этой главе рассматриваются задачи определения и расчета номинальных невозмущенных траекторий межпланетных аппаратов. Излагаются методы решения задачи определения межпланетных орбит и приближенный метод расчета межпланетных траекторий с разбиением их на последовательный ряд отрезков кеплеровых орбит с условными границами на сферах действия планет. Идея такого разбиения для расчетов траекторий к Луне впервые предложена В. А. Егоровым [11, 12]. Эта идея была перенесена авторами на исследование классов межпланетных траекторий с использованием уравнения Ламберта о времени движения космического аппарата (КА) между двумя заданными положениями светила и особого способа «стыковки» внешней и внутренней задачи по параметрам скорости на бесконечно большом удалении от планеты. При этом сферы действия планет стягиваются в точки и их притяжением пренебрегают. Этот прием обеспечивает хорошее приближение к точным межпланетным траекториям, полученным численным интегрированием уравнений движения тел, и дает возможность провести массовые расчеты межпланетных орбит в широком диапазоне дат старта и времени полета, а также выявить опорные орбиты, обеспечивающие выполнение поставленных перед КА задач.

По опорным траекториям определяются требования к конструктивным параметрам КА с учетом всевозможных ограничений.

С помощью описанных приближенных методов можно получить начальные условия для точного интегрирования уравнений движения КА и начальные приближения для решения точных краевых задач, после того как будет определено «лицо» межпланетного КА — его основные конструктивные параметры.

Все задачи, обсуждаемые здесь, возникли в связи с проектированием конструкций межпланетных КА, и поэтому многочисленные примеры, приведенные в виде зависимостей, графиков, таблиц, показывают, как следует поступать при проектировании межпланетных аппаратов. Сама задача проектирования траекторий КА рассматривается как элемент комплексной задачи проектирования конструкции и проектирования траектории КА со всеми особенностями полета и управления полетом.

1.1. Системы координат, уравнения движения, элементы орбит

1.1.1. Основные системы координат

В небесной механике в зависимости от рассматриваемых задач применяются различные системы координат (рис. 1.1), которые строятся по одному и тому же принципу: на выбранной основной плоскости указывается направление основной оси системы координат и положение ее начала.

Для наших целей наиболее целесообразно принять гелиоцентрическую, эклиптическую * весеннюю систему координат, в которой межпланетные траектории можно представлять наглядно [8, 17, 26].

Ось Ox направлена в точку весеннего равноденствия. Она обозначается знаком созвездия Овен Υ . Центр системы — в центре Солнца.

Под плоскостью Oxy понимается плоскость орбиты Земли. Ось Ox направлена ортогонально плоскости эклиптики. Сохранив направление осей и переместив центр системы в центр планеты, например, Земли, получим планетоцентрическую (геоцентрическую) эклиптическую систему, в которой можно рассматривать движение КА вблизи Земли. Для изучения этого движения удобно также ввести геоцентрическую систему — экваториальную $Ox'y'z'$ с осью Ox , также направленной в точку весеннего равноденствия Υ , и осью Oz' , направленной на Северный полюс.

Аналогично вводится гелиоцентрическая экваториальная система координат $Ox_0y_0z_0$.

Следует иметь в виду, что положение точки весеннего равноденствия Υ с течением времени меняется в связи с прецессией оси вращения Земли, равной $50.24''$ в год. Для определенности всегда указывают эпоху (момент времени), которой соответствуют принятые положения плоскости экватора и точки весеннего равноденствия, например, 1950.0. В настоящее время точка весеннего равноденствия перешла из созвездия Овен в созвездие Рыб.

В результате прецессии происходит так называемое предварение равноденствий — весна приходит все раньше и раньше.

В точке орбиты, соответствующей точке Υ , Земля бывает во время осеннего равноденствия.

Угол ϵ — угол наклона плоскости земного экватора к плоскости эклиптики, $\epsilon = 23^\circ 27'$. Величину этого угла можно считать постоянной на большом интервале времени.

* Эклиптика (от греч. $\epsilon\lambda\lambda\iota\pi\tau\iota\sigma$) — затмение. Затмения Луны и Солнца происходят только в этой плоскости.

Эклиптические и экваториальные гелиоцентрические координаты связаны следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}x &= x_0, \\y &= y_0 \cos \varepsilon + z_0 \sin \varepsilon, \\z &= z_0 \cos \varepsilon - y_0 \sin \varepsilon.\end{aligned}$$

Аналогично можно перенести начало координат. При этом необходимо учесть, что движение Земли относительно Солнца происходит по оскулирующей эллиптической орбите.

В эклиптической и экваториальной системах для удобства наблюдений применяются также сферические координаты (рис. 1.2), к аргументам которых относятся: долгота (λ), широта — в эклиптике (β), прямое восхождение (α), склонение к экватору (δ).

Сферические координаты обычно строятся на сфере единичного радиуса. Если принять радиус сферы равным единице, то для связи эклиптических и экваториальных координат будут справедливы следующие формулы:

$$\begin{aligned}\cos \beta \cos \lambda &= \cos \delta \cos \alpha = \cos s, \\ \cos \beta \sin \lambda &= \cos \delta \sin \alpha \cos \varepsilon + \sin \delta \sin \varepsilon, \\ \sin \beta &= -\cos \delta \sin \alpha \sin \varepsilon + \sin \delta \cos \varepsilon,\end{aligned}$$

где s — дуга в прямоугольном сферическом треугольнике.

При изучении движения вблизи планет вводятся дополнительные системы координат; так, для изучения старта с Земли применяются геоцентрическая система координат и связанная система координат, оси которой неподвижны относительно КА.

Для удобства вычислений и интегрирования систем дифференциальных уравнений, описывающих движение космического аппа-

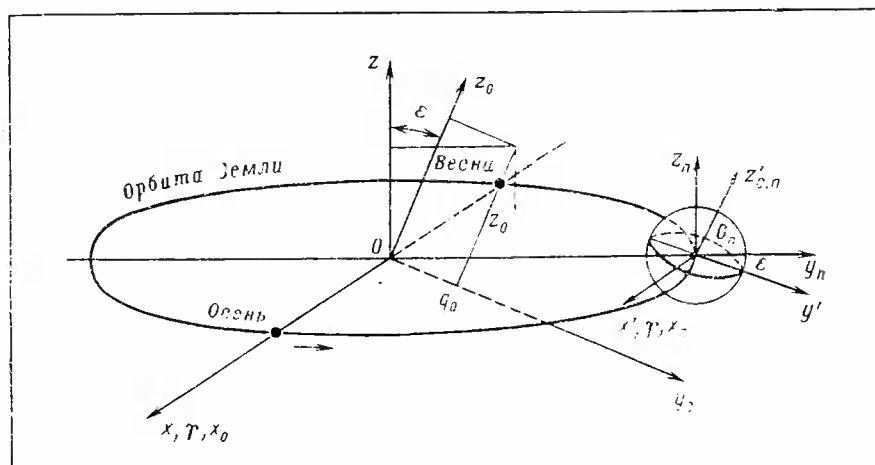


Рис. 1.1. Экваториальные и эклиптические прямоугольные системы координат

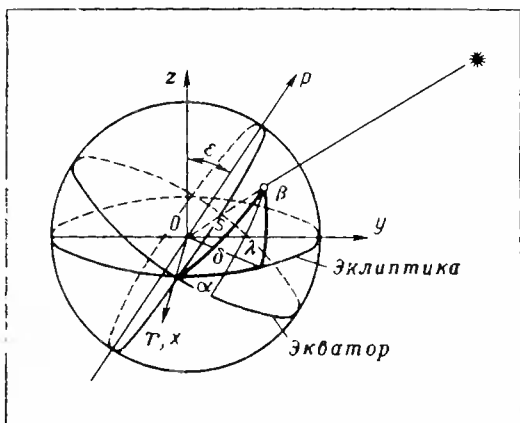


Рис. 1. 2. Сферические системы координат

рата, применяется объектоцентрическая система координат с центром в центре масс аппарата и осями, направленными параллельно осям эклиптической или экваториальной системы.

Обычно при исследовании движения космических аппаратов применяется не инерциальная система координат, а некоторая невращающаяся система с началом в центре одного (основного) из притягивающих тел. При исследовании межпланетных траекторий таким основным телом является Солнце, при исследовании движения спутников — Земля. Для анализа траекторий КА в дальнейшем будет также применена орбитальная система координат, связанная с плоскостью орбиты, центр которой перемещается вместе с КА, — система rnz , где r —ось, направленная по радиусу-вектору, n —нормаль к радиусу-вектору, направленная по движению КА, и z — бинормаль к траектории, дающая правую систему.

Как правило, для каждой из рассматриваемых задач, удобно выбирать ту или иную систему координат с тем, чтобы получить обозримые результаты, дающие возможность разработать требования к системам КА при его проектировании. Так, П. Эскобал в книге [34] описывает 36 преобразований систем координат.

1.1.2. Уравнения движения космического аппарата

Уравнения движения материальной точки или КА под действием n тел можно записать в векторной форме в следующем виде:

$$\ddot{\vec{r}} = -\mu_0 \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} - \sum_{i=1}^n \mu_i \left(\frac{\vec{r}_i - \vec{r}}{|\vec{r}_i - \vec{r}|^3} - \frac{\vec{r}_i}{|\vec{r}_i|^3} \right) + \frac{\vec{F}}{m}.$$

Остановимся на физическом значении членов, входящих в уравнения. В левой части — ускорение движения космического аппара-

та. В правой — сумма составляющих этого ускорения: первый член характеризует ускорение, сообщаемое центральным телом, под знаком суммы — разность ускорений других тел системы при воздействии на космический аппарат и центральное тело. Последний член характеризует все действующие на аппарат силы; $\mu_0 = f m_0$ — произведение гравитационной постоянной на массу основного тела, а $\mu_i = f m_i$ — то же произведение для остальных притягивающих тел.

В уравнении m — масса КА, переменная на активном участке траектории; \bar{F} — сумма всех действующих на КА сил ($\bar{F} = \bar{F}_{г.в} + \bar{F}_{н.с} + \bar{F}_{а.с} + \bar{F}_{с.д} + \bar{F}_{р.с}$), где $\bar{F}_{г.в}$ — гравитационные возмущения тел, не учтенных в числе n ; $\bar{F}_{н.с}$ — сила, обусловленная несферичностью гравитационного поля планет; $\bar{F}_{а.с}$ — аэродинамическая сила, или сила сопротивления среды; $\bar{F}_{с.д}$ — сила, обусловленная солнечным давлением; $\bar{F}_{р.с}$ — реактивная сила.

Приведенную выше систему уравнений можно проинтегрировать численным способом. Однако, как правило, для того, чтобы облегчить исследования, сначала разбивают всю траекторию на участки, на которых отдают предпочтение тем или иным силам и пренебрегают влиянием малых сил.

1.1.3. Интегралы в задаче двух тел. Кеплерово движение

Рассмотрим получение интегралов в задаче двух тел, поскольку ниже придется неоднократно обращаться к свойствам кеплерового движения [8].

Запишем уравнение движения двух тел, из которых одно обладает исчезающе малой массой, в виде

$$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu \vec{r}}{|\vec{r}|^3} = 0. \quad (1.1)$$

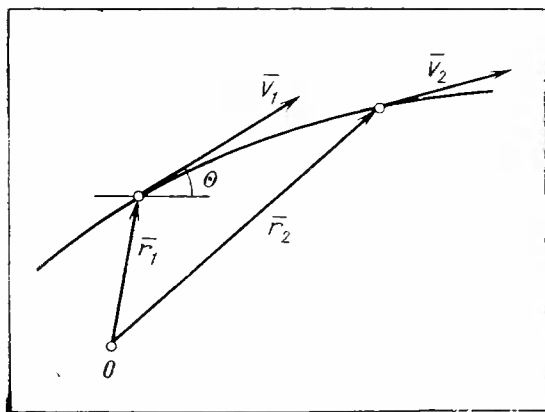


Рис. 1.3. Положение и скорости КА в двух точках на орбите

Умножив это уравнение скалярно на \bar{V} , после преобразований получим

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} \right) = 0$$

и интеграл энергии (рис. 1.3)

$$V^2 - \frac{2\mu}{r} = h = \text{const.} \quad (1.2)$$

Из записи интеграла энергий следует, что если $h < 0$, то r ограничено, если $h > 0$, то r неограничено, так как $V^2 > 0$ всегда.

Если теперь умножить уравнение слева векторно на \bar{r}

$$\bar{r} \times \frac{d\bar{V}}{dt} + \frac{\mu}{r^3} \bar{r} \times \bar{r} = 0,$$

то после преобразований получим

$$\frac{d}{dt} (\bar{r} \times \bar{V}) = 0$$

и интеграл площадей

$$\bar{r} \times \bar{V} = \bar{C} = \text{const.} \quad (1.3)$$

Пусть векторы имеют компоненты: $\bar{r}(x, y, z)$, $\bar{V}(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$, $\bar{C}(c_1, c_2, c_3)$.

Скалярное произведение $\bar{r} \cdot \bar{C} = 0$, и, следовательно,

$$xc_1 + yc_2 + zc_3 = 0.$$

Отсюда качественная сторона интеграла площадей: в течение всего времени движения координаты тела остаются в неизменной плоскости.

Введем для удобства две величины, характеризующие положение плоскости в системе координат xyz (рис. 1.4). Назовем точ-

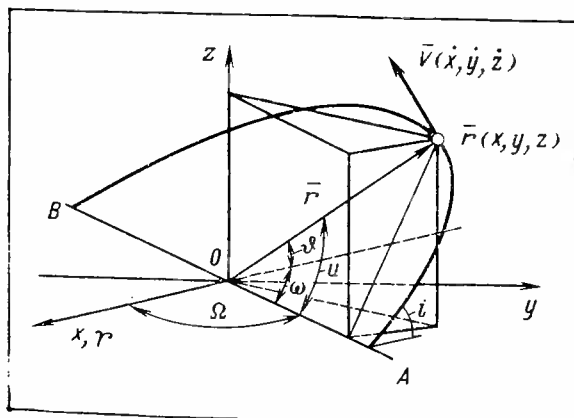


Рис. 1.4. Элементы орбиты

ку A — восходящим узлом орбиты, а точку B — нисходящим узлом. Как следует из рисунка, где Ω — угол, характеризующий положение восходящего узла у орбиты (первый элемент орбиты), i — наклонение плоскости орбиты (второй элемент орбиты):

$$\begin{aligned}c_1 &= c \sin i \sin \Omega, \\c_2 &= -c \sin i \cos \Omega, \\c_3 &= c \cos i;\end{aligned}$$

здесь $c = |\bar{C}|$.

В то же время можно записать

$$\bar{r} \times \bar{V} = \bar{C},$$

и, следовательно:

$$\begin{aligned}y\dot{z} - z\dot{y} &= c \sin i \sin \Omega, \\z\dot{x} - x\dot{z} &= -c \sin i \cos \Omega, \\x\dot{y} - y\dot{x} &= c \cos i.\end{aligned}$$

Если умножить уравнение (1.1) векторно на \bar{C} , то после преобразований получается следующее соотношение — интеграл Лапласа:

$$-\frac{\mu \bar{r}}{r} + (\bar{V} \times \bar{C}) = \bar{f}, \quad (1.4)$$

или в инвариантной форме:

$$-\frac{\mu \bar{r}_1}{r_1} + (\bar{V}_1 \times \bar{C}) = -\frac{\mu \bar{r}_2}{r_2} + (\bar{V}_2 \times \bar{C});$$

вектор Лапласа $\bar{f}(f_1, f_2, f_3)$ направлен в перицентр орбиты.

Таким образом, получено семь первых скалярных интегралов и семь произвольных постоянных:

$$h, c_1, c_2, c_3, f_1, f_2, f_3.$$

Тем не менее найденные семь интегралов не могут составить общего интеграла системы, так как:

- ни один из них не содержит времени явно;
- все семь интегралов не являются независимыми.

Можно показать, что только пять из них независимы, так как между ними существуют два соотношения:

$$\bar{f} \cdot \bar{C} = 0, \quad f^2 = \mu^2 + c^2 h,$$

с помощью которых можно определить вид орбиты.

Для этого умножим интеграл Лапласа скалярно на \bar{r} :

$$\bar{f} \cdot \bar{r} = fr \cos \vartheta = -\mu r + c^2,$$

откуда
$$r = \frac{c^2/\mu}{1 + f/\mu \cos \vartheta}.$$

Обозначив $c^2/\mu = p^2$, $j/\mu = e$, получим уравнение движения в виде

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \vartheta}, \quad (1.5)$$

где p — параметр орбиты; e — эксцентриситет; ϑ — истинная аномалия.

Отсюда следует первый закон Кеплера.

Очевидно, что при $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ $r = p$; при $\vartheta = 0$ $r_{\pi} = \frac{p}{1+e}$, т. е. r_{π} — перигелий, перигей, перицентр орбиты; при $\vartheta = \pi$ $r_{\alpha} = \frac{\bar{p}}{1-e}$, т. е. r_{α} — афелий, апогей, апоцентр орбиты.

$$\text{Обозначим } \frac{r_{\pi} + r_{\alpha}}{2} = a; \quad a(1 - e^2) = p = \frac{c^2}{\mu}$$

(вместо p часто за основной элемент орбиты берут большую полуось a).

Выразим постоянную h интеграла энергии через введенные элементы орбиты:

$$p = a(1 - e^2) = \frac{c^2}{\mu},$$

$$e^2 = \frac{f^2}{\mu^2} = \frac{\mu^2 + c^2 h}{\mu^2} = 1 + \frac{c^2}{\mu^2} h,$$

$$\text{откуда } e^2 - 1 = \frac{a(1 - e^2)}{\mu} h \text{ и } h = -\frac{\mu}{a}.$$

Интеграл энергии при этом будет иметь вид

$$V^2 - \frac{2\mu}{r} = h = -\frac{\mu}{a}$$

или

$$V^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right).$$

Если $r = a$, то круговую орбиту и, следовательно, круговую скорость можно представить как

$$V_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\mu}{a}}.$$

Если $a \rightarrow \infty$, то параболическая орбита и параболическая скорость

$$V_{\text{п}} = \sqrt{\frac{2\mu}{r}}.$$

При $a > 0$ получаются эллиптические орбиты; при $a < 0$ — гиперболические.

Связь времени движения t с истинной аномалией ϑ дает уравнение Кеплера.

Из уравнения движения можем найти, что

$$r^2 \dot{\vartheta} = c \quad \text{или} \quad r^2 \frac{d\vartheta}{dt} = c.$$

Это выражение интеграла площадей в полярной системе координат.

Отсюда:

$$\int_{\tau}^t dt = t - \tau = \frac{1}{c} \int_0^{\vartheta} r^2 d\vartheta,$$

где $\tau = \text{const}$ — время, соответствующее $\vartheta = 0$, т. е. прохождению тела через перигеи орбиты. Заменяя r через известное уравнение орбиты, можно записать

$$t - \tau = \frac{p}{c} \int_0^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{(1 + e \cos \vartheta)^2}.$$

Если ввести понятие эксцентрической аномалии E (см. рис. 1.9), то это уравнение можно проинтегрировать и получить уравнение Кеплера:

$$t - \tau = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} (E - e \sin E), \quad (1.6)$$

где

$$\operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}.$$

Итак, введен новый элемент τ — время прохождения через перигеи. Положение самого перигеи относительно восходящего узла задано углом ω . Это последний шестой элемент орбиты. Таким образом, имеется шесть элементов орбиты, полностью описывающих движение.

Относительно эллиптических орбит действует третий закон Кеплера. Если проинтегрировать уравнение Кеплера от 0 до 2π , то слева будет полный период обращения, а справа:

$$T = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{\mu}}.$$

Возведя в квадрат это выражение, получим

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\mu} = \text{const}.$$

Для гиперболической орбиты уравнение Кеплера также можно проинтегрировать, только вместо тригонометрических функций в уравнение будут входить гиперболические функции:

$$t - \tau = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} (e \operatorname{sh} H - H), \quad (1.7)$$

где

$$\operatorname{th} \frac{H}{2} = \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}.$$

В случае гиперболической орбиты можно обойтись без гиперболических функций в уравнении Кеплера и записать его в виде

$$t - \tau = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \left[e \operatorname{tg} F - \ln \operatorname{tg} \left(\frac{F}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right],$$

где

$$\operatorname{tg} \frac{F}{2} = \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}.$$

Как в случае движения по эллиптической орбите, так и в случае движения по гиперболической орбите уравнение Кеплера трансцендентно относительно ϑ , т. е. ϑ не может быть явно выражено через t . Можно показать, что существует только одно решение уравнения Кеплера. Предложены различные приближенные методы его решения: разложения в ряд, последовательные приближения. Было показано, что движение полностью определяется, если известны начальные значения:

$$x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$$

или шесть элементов орбиты $a, e, i, \omega, \tau, \Omega$, через которые также полностью определяется кеплерово движение. Можно ввести и использовать и другие элементы, например, энергию орбиты и постоянную площадь, как это сделано в третьей главе.

1.1.4. Связь между элементами орбиты, координатами и компонентами скорости

1. Кеплерово движение в пространстве характеризуется шестью параметрами — элементами орбиты (см. рис. 1.4):

$$a, e, i, \Omega, \omega, \tau,$$

где a — большая полуось орбиты; e — эксцентриситет (эти элементы характеризуют энергию орбиты); i — наклонение; Ω — долгота восходящего узла (эти элементы характеризуют положение орбиты в пространстве); ω — угловое расстояние перигентра от восходящего узла (характеризует положение орбиты в плоскости); τ — время прохождения аппарата через перигентр.

Можно использовать и другой набор элементов.

Пусть заданы элементы орбиты [8]. Найдем проекции r на оси координат.

Заметим, что $u = \omega + \vartheta$, где u — аргумент широты; ϑ — истинная аномалия.

Из рис. 1.4 следует:

$$\begin{aligned} x &= r (\cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i), \\ y &= r (\cos u \overset{(1)}{\sin \Omega} + \sin u \cos \Omega \cos i), \\ z &= r \sin u \sin i, \end{aligned} \quad (1.8)$$

где

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \vartheta} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \vartheta}.$$

Если продифференцировать эти соотношения, то получим компоненты скоростей (заметим, что $\dot{r} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin \vartheta$, $\dot{u} = \dot{\vartheta} = \frac{\sqrt{\mu p}}{r^2}$);

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \dot{r} \frac{x}{r} + r \dot{\vartheta} (-\sin u \cos \Omega - \cos u \sin \Omega \cos i), \\ \dot{y} &= \dot{r} \frac{y}{r} + r \dot{\vartheta} (-\sin u \sin \Omega + \cos u \cos \Omega \cos i), \\ \dot{z} &= \dot{r} \frac{z}{r} + r \dot{\vartheta} \cos u \sin i.\end{aligned}\quad (1.9)$$

Если ϑ задано, то сразу определяются $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$.

Если задано i , то прежде всего надо решить уравнение Кеплера для эллиптической орбиты, т. е. определить эксцентрическую аномалию:

$$t - \tau = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} [E - e \sin E],$$

затем определить ϑ из соотношения

$$\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}.$$

Соответственно для гиперболической орбиты

$$\begin{aligned}t - \tau &= \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \left[e \operatorname{tg} F - \operatorname{Intg} \left(\frac{F}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right], \\ \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} &= \sqrt{\frac{e+1}{e-1}} \operatorname{tg} \frac{F}{2}.\end{aligned}$$

По приведенным выше формулам однозначно определяются координаты и компоненты скорости, если известны элементы орбиты.

2. Если известны координаты и компоненты скорости межпланетного тела в некоторой системе координат, то можно определить элементы его орбиты (рис. 1.5).

В результате интегрирования системы уравнений можно получить интеграл энергии в виде $\frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} = h$, а также векторную

постоянную площадей \vec{C} и векторный интеграл Лапласа \vec{f} в виде

$\vec{C} = \vec{r} \times \vec{V}$, где вектор \vec{C} ортогонален плоскости орбиты;
 $\vec{f} = -\frac{\mu \vec{r}}{r} + (\vec{V} \times \vec{C})$, где вектор \vec{f} направлен в перигелий (перигелий) орбиты;

$$\begin{aligned}\vec{C}(c_1, c_2, c_3), \quad c &= \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}, \\ \vec{f}(f_1, f_2, f_3), \quad f &= \sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2}, \\ \vec{r}(x, y, z), \quad r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ \vec{V}(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}), \quad V &= \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}.\end{aligned}$$

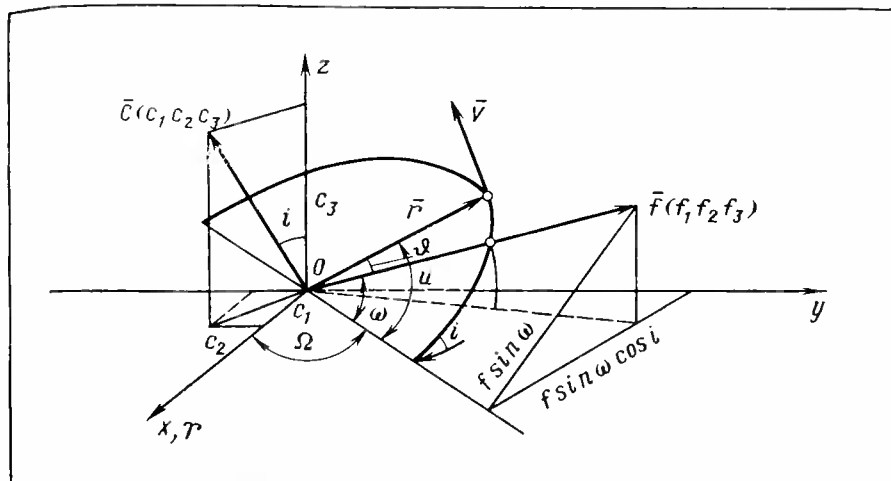


Рис. 1.5. Вектор кинетического момента и вектор Лапласа

Как следует из рис. 1.5,

$$\operatorname{tg} \Omega = -\frac{c_1}{c_2}, \quad \operatorname{tg} i = \frac{\sqrt{c_1^2 + c_2^2}}{c_3}.$$

В соответствии с эллиптической теорией параметр

$$p = \frac{c^2}{\mu} = \frac{1}{\mu} r^2 V^2 \sin^2(\widehat{\vec{V}, \vec{r}}),$$

эксцентриситет

$$e = \frac{f}{\mu},$$

большая полуось

$$a = \frac{p}{(1 - e^2)}.$$

Значение ω может быть вычислено из геометрических соображений:

$$f \sin \omega \cos i = f_2 \cos \Omega - f_1 \sin \Omega;$$

отсюда

$$\sin \omega = \frac{f_2 \cos \Omega - f_1 \sin \Omega}{f \cos i}.$$

Для определения знака вычисляется $\cos \omega$.

Аналогично выводится формула для определения аргумента широты u :

$$\sin u = \frac{y \cos \Omega - x \sin \Omega}{r \cos i}.$$

Известно, что $u = \omega + \phi$.

Отсюда определяем $\theta = u - \omega$, затем

$$\operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{u}{2}$$

и из уравнения Кеплера для эллиптической орбиты находим

$$\tau = t - \frac{a^3}{\mu} [E - e \sin E]$$

— время прохождения через перигелий.

Таким образом, задача об определении элементов орбиты через координаты и компоненты скорости решена.

1.2. Планетарий — модель Солнечной системы

1.2.1. Средние элементы орбиты планет

Назовем планетарием математическую модель движения планет Солнечной системы и построим ее.

Для определения межпланетных траекторий необходимы исходные данные в виде эклиптических координат планет на данное время. Эти координаты можно было бы позаимствовать из издаваемых Институтом теоретической астрономии ежегодников. Однако это неудобно, поскольку затрудняет возможность автоматизировать в достаточной степени расчеты. Поэтому для получения координат планет на любой заданный момент времени лучше воспользоваться средними элементами планет и математической моделью их движения. Использование для расчетов межпланетных траекторий и координат планет средних элементов может внести некоторые ошибки в определение положения планет на заданное время, однако при желании эти ошибки могут быть устранены путем дополнительных расчетов короткопериодических возмущений координат. Использование средних элементов как функций времени, отсчитываемого в юлианских столетиях от некоторой выбранной эпохи, позволяет получить средние положения планет с точностью более $1'$. При проведении массовых расчетов межпланетных траекторий этого вполне достаточно. Наиболее полно вопросы, связанные с получением средних элементов, освещаются в работе [24]. Там же приводятся разложения элементов по степеням юлианских столетий для всех планет:

$$T = \frac{(JD) - (JD)_0}{36525,0},$$

где (JD) — текущая юлианская дата; $(JD)_0 = 2415020,0$ (январь 0,5.1900 — эпоха).

Ниже приводятся (для справок) разложения для четырех больших планет — Венеры, Земли, Марса и Юпитера, — заимствован-

ные из работы [24]. При проведении расчетов межпланетных траекторий, приведенных в книге, использовались разложения элементов, весьма близкие к приводимым здесь.

Пусть L — средняя долгота в орбите; π — долгота перигелия; Ω — долгота восходящего узла; i — наклонение к эклиптике; e — эксцентриситет; n — среднее движение, получаемое из наблюдений, т. е. включающее вековое возмущение средней долготы; a_1 — большая полуось, находящаяся по n на основании третьего закона Кеплера, а. е.; a — большая полуось, освобожденная от влияния вековых возмущений, а. е.

Венера:

$$\begin{aligned} L &= 342^\circ 46' 01'', 39 + 210669162'', 88T + 1'', 1148T^2, \\ \pi &= 130^\circ 09' 49'', 8 + 5068'', 99T - 3'', 515T^2, \\ \Omega &= 75^\circ 46', 46'', 73 + 3239'', 46T + 1'', 476T^2, \\ i &= 3^\circ 23' 37'', 07 + 3'', 621T - 0'', 0035T^2, \\ e &= 0,00682069 - 0,00004774T + 0,000000091T^2, \\ n &= 5767'', 669792 + 0'', 0000002628T, \\ a_1 &= 0,72333222, \\ a &= 0,72333162. \end{aligned}$$

Земля:

$$\begin{aligned} L &= 99^\circ 41' 48'', 04 + 129602768'', 13T + 1'', 089T^2, \\ \pi &= 101^\circ 13' 15'', 0 + 6189'', 03T + 1'', 63T^2 + 0'', 012T^3, \\ e &= 0,01675104 - 0,00004180T - 0,000000126T^2, \\ n &= 3548'', 1928323 - 0'', 000001103T, \\ a_1 &= 1,00000030, \\ a &= 1,00000023. \end{aligned}$$

Марс:

$$\begin{aligned} L &= 293^\circ 44' 51'', 46 + 68910103'', 83T + 1'', 1184T^2, \\ \pi &= 334^\circ 13' 05'', 53 + 6626'', 73T + 0'', 4675T^2 - 0'', 0043T^3, \\ \Omega &= 48^\circ 47' 11'', 19 + 2775'', 57T - 0'', 005T^2 - 0'', 0192T^3, \\ i &= 1^\circ 51' 01'', 20 - 2'', 430T + 0'', 0454T^2, \\ e &= 0,09331290 + 0,000092064T - 0,000000077T^2, \\ n &= 1886'' 5186207 + 0'', 000000463T, \\ a_1 &= 1,52369146, \\ a &= 1,52368840. \end{aligned}$$

Юпитер:

$$\begin{aligned} L &= 238^\circ 02' 57'', 32 + 10930687'', 148T + 1'', 20486T^2 - 0'', 005936T^3, \\ \pi &= 12^\circ 43' 15'', 34 + 5795'', 862T + 3'', 80258T^2 - 0'', 01236T^3, \\ \Omega &= 99^\circ 26' 36'', 19 + 3637'', 908T + 1'', 2680T^2 - 0'', 03064T^3, \\ e &= 0,04833475 + 0,000164180T - 0,0000004676T^2 - 0,0000000017T^3, \\ i &= 1^\circ 18' 31'', 45 - 20'', 506T + 0'', 014T^2, \\ a &= 5,202561. \end{aligned}$$

При переходе от вычислений в астрономических единицах (а.е.) к вычислениям расстояний в километрах можно пользоваться значением а. е., полученным на основе радиолокационных измерений [24]:

$$\text{а. е.} = 149598000 \pm 130 \text{ км.}$$

По средним элементам орбит могут быть вычислены на каждый задаваемый момент времени эклиптические координаты и компоненты вектора скорости планет для исследуемых диапазонов дат старта и дат прилета к планете.

1. 2. 2. Сферы действия планет

Возникает законный вопрос: можно ли пользоваться при определении межпланетных траекторий кеплеровой теорией и оставаться действовать в рамках невозмущенной теории двух тел?

При рассмотрении движения КА вдали от планет его движение по аналогии с движением самих планет и астероидов можно рассматривать в рамках теории двух тел. А как поступать вблизи планет, где явно присутствует третье тело?

Рассмотрим для этого движение КА относительно Солнца и планеты. Пусть их масса соответственно m_2 , m_0 , m_1 .

Тогда основное ускорение точки m_2 (КА) от притяжения Солнца

$$\bar{a}_0 = -f \frac{m_0 + m_2}{r_0^3} \bar{r}_0,$$

а возмущающее ускорение от планеты

$$\bar{f}_0 = f m_1 \left(\frac{\bar{r}_1 - \bar{r}_0}{l^3} - \frac{\bar{r}_1}{r_1^3} \right),$$

где r_0 — гелиоцентрический радиус-вектор КА; r_1 — планетоцентрический радиус-вектор КА; l — расстояние между планетой и Солнцем.

Это же движение КА можно рассматривать относительно планеты под действием основного ускорения:

$$\bar{a}_1 = -f \frac{m_1 + m_2}{r_1^3} \bar{r}_1$$

и возмущающего ускорения от Солнца:

$$\bar{f}_1 = f m_0 \left(\frac{\bar{r}_0 - \bar{r}_1}{l^3} - \frac{\bar{r}_0}{r_0^3} \right).$$

Если величина $\epsilon_0 = \frac{|f_0|}{|a_0|}$ достаточно мала, то движение близко к невозмущенному кеплерову движению вокруг Солнца.

Если величина $\epsilon_1 = \frac{|f_1|}{|a_1|}$ достаточно мала, то движение близко к невозмущенному кеплерову движению относительно планеты.

Возникает задача: найти ту область пространства вокруг планеты, где можно рассматривать движение КА как кеплерово движение относительно планеты.

Примем отношение $\varepsilon = (\varepsilon_0/\varepsilon_1)$ за меру близости движения к кеплерову движению относительно Солнца [3].

Рассмотрим ε -поверхность. Эта поверхность разделит пространство на области.

Возведем ε в квадрат; пренебрегая массой m_2 , получим

$$m_1^4 r_1^4 \left(\frac{1}{l^4} + \frac{1}{r_1^4} - \frac{2}{l^2 r_1^2} \cos \lambda \right) = \varepsilon^2 m_0^4 r_1^4 \left[\frac{1}{l^4} + \frac{1}{r_0^4} + \frac{(2lr_1 \cos \lambda - l^2)}{l^3 r_0^3} \right],$$

где λ — угол Солнце — планета — КА; $r_0^2 = l^2 + r_1^2 - 2r_1 l \cos \lambda$.

Эти две формулы дают ε -поверхность.

Будем считать, что r_1/l мало и разложим его по степеням r_1/l :

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{m_1}{m_0} \right)^4 = \left(\frac{r_1}{l} \right)^{10} (1 + 3 \cos^2 \lambda).$$

Эта поверхность вращения мало отличается от сферы.

В качестве ε -поверхности примем сферу

$$r_1 = l \left(\frac{m_1}{m_0} \right)^{2/5} \frac{1}{\sqrt[5]{\varepsilon}}. \quad (1.10)$$

При $\varepsilon = 1$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$

$$\frac{|f_1|}{|a_1|} = \frac{|f_0|}{|a_0|}.$$

Эта зависимость определяет сферу, которую принято называть сферой действия. Внутри этой сферы движение можно считать планетоцентрическим, вне — гелиоцентрическим кеплеровым движением.

В табл. 1.1 представлены сферы действия планет [8].

Возможно применение и других критериев для сравнения основных и возмущающих ускорений [8, 24].

Таблица 1.1

Планета	$r_{с.д.} \cdot 10^6$, км	$r_{с.д.}$, а. е.	$r_{с.д.}/a$
Меркурий	0,119	0,000747	0,00193
Венера	0,615	0,004110	0,00569
Земля	0,925	0,006190	0,00619
Марс	0,579	0,003870	0,00254
Юпитер	48,100	0,322000	0,06190
Сатурн	54,600	0,365000	0,03820
Уран	52,000	0,348000	0,01810
Нептун	86,900	0,581000	0,01930
Плутон	34,000	0,227000	0,00574
Луна/Земля	0,066	—	—

1.3. Определение межпланетных траекторий

1.3.1. Классификация орбит

Для выбора межпланетных орбит необходимо рассчитывать большое число траекторий. Поэтому, как правило, для этих целей применяются приближенные методы расчета.

Выбор межпланетных траекторий космических аппаратов заключается в определении траектории полета от одной планеты к другой с удовлетворением определенных требований. В качестве таких требований выдвигаются следующие.

1. Выведение космического аппарата на межпланетную траекторию, его маневры, коррекция траектории должны осуществляться при минимальной затрате энергии.

2. Время перелета от одной планеты к другой следует выбирать так, чтобы выполнение задачи обеспечивалось в кратчайший срок с максимальной надежностью.

3. Траектории полета должны быть выбраны так, чтобы обеспечивались определенные условия для наблюдения за полетом КА, ориентации при маневрах и коррекции, в сеансах связи, во время проведения научных экспериментов.

4. При полете космического аппарата вблизи планеты назначения должны выполняться условия, обеспечивающие посадку на планету, или фотографирование ее поверхности, или переход на орбиты спутников.

Эти требования в большей части несовместимы и требуют просмотра большого числа возможных траекторий. Поскольку активные участки траекторий по времени малы по сравнению со всем временем полета, то можно ограничиться рассмотрением задач межпланетных перелетов в импульсной постановке. В этом случае расчеты траекторий можно проводить приближенными методами с использованием кеплеровых орбит.

При этом траекторию полета к планете разбивают на участки планетоцентрических движений, где движение определяется гравитационными полями планет, и участок гелиоцентрического движения, где движение космического аппарата определяется гравитационным полем Солнца.

Условно за границы этих участков обычно принимаются сферы действия планет.

Будем называть движение внутри сферы действия внутренней задачей, а движение вне сферы действия планет — внешней задачей. При таком подходе существенно упрощается решение задачи n тел: задача разбивается на задачи для двух тел — движение относительно планет и движение относительно Солнца. Но возникают новые вопросы. Например, где и как проводить «стыковку» внешней и внутренней задач?

Межпланетные траектории можно разделить на следующие классы.

1. Траектории к планете с целью пролета или посадки на нее без возвращения к Земле.

2. Траектории облета планеты с возвращением к Земле без задержки у планеты.

3. Траектории для осуществления полетов к планетам и обратно с задержкой у планеты, на ее поверхности или на орбите спутника.

4. Сложные челночные траектории с облетом двух и более планет и маневрами на гелиоцентрическом участке траектории.

Траектории каждого класса разобьем на участки кеплеровых дуг (орбит) и построим траектории путем их «склеивания» с учетом возмущающего воздействия планет и соответствующих маневров.

На гелиоцентрическом участке полета в основном определяют продолжительность полета, даты старта и энергетические затраты, поскольку при этом определяется разница между большими векторами скорости планеты и космического аппарата, что будет ясно из дальнейшего.

При определении гелиоцентрической траектории космического аппарата будем полагать, что сферы действия планет стянуты в точки, а их гравитационные поля отсутствуют.

В качестве двух независимых параметров возьмем момент старта $t_{\text{ст}}$ и время полета $t_{\text{п}}$.

Будем считать, что в момент старта и в момент прилета положение КА совпадает с положением планет.

При известном положении планет в момент $t_{\text{ст}}$ и момент прилета к планете $t_{\text{пр}} = t_{\text{ст}} + t_{\text{п}}$ определение орбиты сводится к известной задаче теоретической астрономии: по двум положениям космического аппарата в моменты $t_1 = t_{\text{ст}}$ и $t_2 = t_{\text{пр}}$ определить его орбиту — задача Эйлера — Ламберта. Следовательно, такая схема расчета обеспечивает решение краевой задачи небесной механики [36, 37]. Известны или задаются положения КА в два момента времени в начале и в конце полета. С помощью теоремы Ламберта задача определения межпланетных траекторий может быть «взята за рога».

Теория Эйлера — Ламберта и геометрические соотношения дают возможность определить все шесть элементов кеплеровой орбиты: Ω , i , ω , a , e , τ .

Очевидно, элементы Ω и i определяют положение плоскости орбиты в пространстве относительно выбранной системы координат. Элемент ω характеризует положение в плоскости орбиты фокальной оси, элементы a и e — соответственно энергетические параметры орбиты и ее форму. Элемент τ позволяет определить положения КА или планеты на орбите в любой момент времени.

1.3.2. Периодичность интервалов полетов к планетам

Чтобы определить для проведения расчетов диапазон дат старта $t_{ст}$ и диапазон времен полета $t_{п}$, можно принять, что планеты движутся вокруг Солнца по круговым орбитам, лежащим в плоскости эклиптики. В этом случае можно показать, что оптимальной межпланетной орбитой является эллипс, касательный к обеим круговым орбитам в афелии и перигелии — эллипс Хомана. При этом разность истинных аномалий точки старта A и точки B^* составит $\vartheta_B - \vartheta_A = 2f = \pi$, а большая полуось эллипса будет равна $a = \frac{r_A + r_B}{2}$, где r_A и r_B — радиусы круговых орбит, на которых находятся точка старта A и точка прилета B (рис. 1.6).

Время полета до планеты $t_{п}$ по дуге такого эллипса $t_{п} = (T/2)$, где T — период обращения по межпланетной орбите, который можно определить по третьему закону Кеплера:

$$T = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{\mu}},$$

где μ — гравитационная постоянная Солнца.

Определим теперь приближенно периодичность оптимальных циклов межпланетных полетов и оптимальные даты старта с Земли.

Пусть начальные положения планет характеризуются гелиоцентрическими долготами λ_1 и λ_2 для опорного момента времени t_0 .

* За точки A и B приняты планеты.

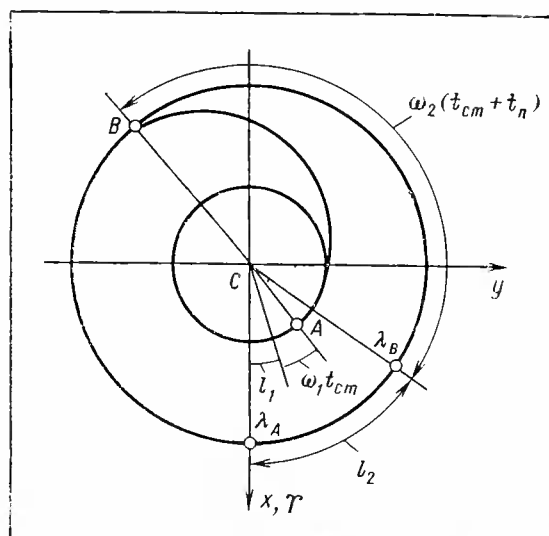


Рис. 1.6. Положение планет A и B в плоскости эклиптики

Начальное положение аппарата в момент старта будет $\lambda_A = \lambda_1 + \omega_1 t_{\text{ст}}$, положение планеты в момент сближения:

$$\lambda_B = \lambda_2 + \omega_2 (t_{\text{ст}} + t_{\text{п}}),$$

где ω_1 и ω_2 — средние угловые скорости движения планет по орбите; $t_{\text{ст}}$ — время старта, отсчитываемое от момента t_0 ; $t_{\text{п}}$ — время полета по межпланетной орбите.

Тогда справедливо следующее соотношение:

$$\lambda_1 + \omega_1 t_{\text{ст}} + \pi = \lambda_2 + \omega_2 (t_{\text{ст}} + t_{\text{п}}) + 2\pi n.$$

Отсюда

$$t_{\text{ст}} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1 - \omega_2 t_{\text{п}} - \pi}{|\omega_1 - \omega_2|} + \frac{2\pi n}{|\omega_1 - \omega_2|}. \quad (1.11)$$

Ниже, в табл. 1.2 показана периодичность оптимальных циклов полетов к ближайшим планетам. При этом принято, что угловая скорость движения Земли по орбите $\omega_1 = 59'8'',49$ в сутки.

Таблица 1.2

$T_{\text{синол,}} \\ \text{сут}$	Полет	$t_{\text{п}}' \\ \text{сут}$	ω_2	λ_1	λ_2	$t_{\text{ст}}'$	$t_{\text{ст}}''$
584	С Земли на Венеру	146	$1^\circ 36'$	$100^\circ 19'$	39°	19.8.1962	24.03.1964
780	С Земли на Марс	259	31 27	100 19	99	4.11.1964	2.01.1967
399	С Земли на Юпитер	995	4 55	100 19	—	8.05.1962	10.06.1963

Периодичность циклов оптимальных дат старта соответствует синодическому периоду обращения планеты, т. е. промежутку времени между двумя противостояниями планет. Таким путем можно приближенно получить циклы оптимальных дат старта: к Венере один раз в полтора года, к Марсу один раз в два года, а к Юпитеру ежегодно, приблизительно через 13 месяцев.

Для проведения расчетов с использованием теоремы Ламберта необходимо принять некоторый диапазон возможных дат старта $t_{\text{ст}}$ и времени полета $t_{\text{п}}$. Эти диапазоны обычно берут вблизи к указанным датам, например:

$$t_{\text{ст}} - 60 \text{ сут} \leq t_{\text{ст}} \leq t_{\text{ст}} + 60 \text{ сут},$$

$$t_{\text{п}} - 30 \text{ сут} \leq t_{\text{п}} \leq t_{\text{п}} + 30 \text{ сут}.$$

При решении пространственной задачи угол $2f = 180^\circ$ может быть обеспечен только в том случае, если планета B в момент сближения с аппаратом будет находиться в плоскости орбиты планеты A (при старте с Земли — в плоскости эклиптики). Такие положения реализуются только в узлах орбиты. Если же планета B в этот момент не будет находиться в этой плоскости, то наклонение плоскости орбиты межпланетного аппарата будет стремиться к $i \rightarrow 90^\circ$, а это значит, что скорости на сфере действия планеты A резко возрастут.

Необходимость учитывать взаимное расположение планет, их движение по эллиптическим орбитам, наклоненным к плоскости эклиптики, движение аппарата по межпланетной орбите создает трудности при определении межпланетных траекторий. Решение этой задачи существенно упрощается при введении двух независимых параметров: времени старта $t_{\text{ст}}$ и времени полета $t_{\text{п}}$. Действительно, пусть известно в момент $t_{\text{ст}}$ положение планеты A . По заданному времени полета определяется $t_{\text{пр}} = t_{\text{ст}} + t_{\text{п}}$ и соответствующее моменту $t_{\text{пр}}$ положение планеты B . Отсюда следует, что задача определения параметров межпланетной орбиты сведена к классической задаче теоретической астрономии: по двум положениям тела (положения аппарата в моменты старта и прилета) определить его орбиту, т. е. найти элементы орбиты.

Для решения этой задачи в качестве системы координат наиболее удобно принять гелиоцентрическую эклиптическую систему координат.

1. 3. 3. Геометрические характеристики орбит

Определим прежде всего геометрические характеристики межпланетной орбиты. Пусть $t_1 = t_{\text{ст}}$ — время старта, $t_{\text{п}}$ — время полета. Пусть в момент $t_{\text{ст}}$ радиус-вектор планеты $r_1(x_1, y_1, z_1)$, в момент $t_2 = t_{\text{пр}} = t_{\text{ст}} + t_{\text{п}}$, $r_2(x_2, y_2, z_2)$ межпланетные орбиты пересекают орбиту второй планеты, когда сама планета находится в этой точке (рис. 1. 7).

Определим наклонение орбиты к плоскости эклиптики. Угол образуется вектором $(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)$ и осью Oz , так как ось Oz ортогональна

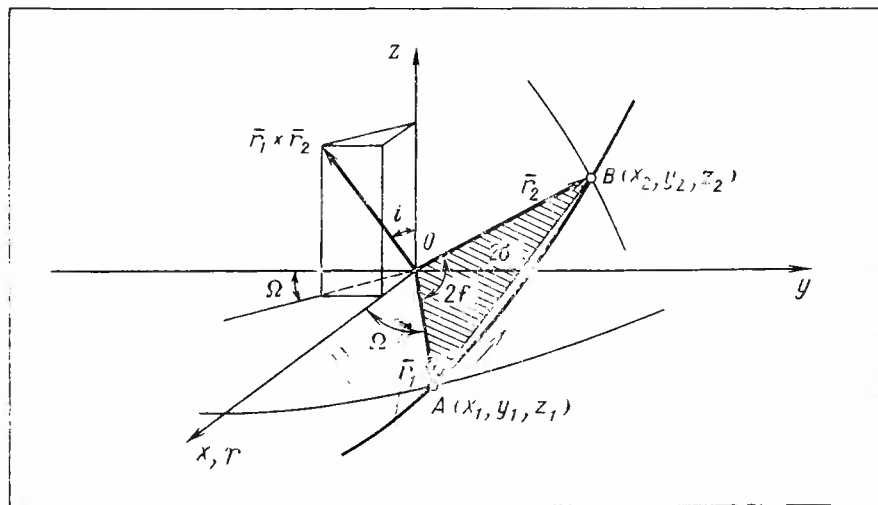


Рис. 1. 7. Геометрические параметры орбиты, построенной между двумя точками

на плоскости эклиптики, а векторное произведение перпендикулярно плоскости, в которой лежат оба вектора \vec{r}_1 и \vec{r}_2 , т. е. плоскости межпланетной орбиты:

$$\vec{C}_1(c_x, c_y, c_z) = \vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Тогда } \cos i = \frac{c_z}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|} = \frac{(r_1 \times r_2)_z}{|r_1 \times r_2|},$$

$$\text{а } |\vec{r}_1 \times \vec{r}_2| = r_1 r_2 \sin 2f,$$

$$c_z = (\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)_z = x_1 y_2 - x_2 y_1.$$

$$\text{Отсюда } \cos i = \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{r_1 r_2 \sin 2f}.$$

Эту формулу можно записать и в другом виде

$$\cos i = \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{\sqrt{(y_1 z_2 - z_1 y_2)^2 + (z_1 x_2 - x_1 z_2)^2 + (x_1 y_2 - y_1 x_2)^2}}.$$

Долгота восходящего узла орбиты определяется следующим образом:

$$\operatorname{tg} \Omega = -\frac{C_x}{C_y} = -\frac{(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)_x}{(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)_y}.$$

При старте с Земли $z=0$ и $\operatorname{tg} \Omega = (-y_1/x_1)$,

$$\text{или } \sin \Omega = \frac{C_x}{C \sin i}; \quad \cos \Omega = -\frac{C_y}{C \sin i},$$

$$0 \leq \Omega \leq 2\pi.$$

Угловая дальность полета $2f$ находится из уравнений

$$\cos 2f = \frac{C}{r_1 r_2};$$

$$\cos 2f = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{r_1 r_2},$$

$$0 \leq 2f \leq 2\pi.$$

По долготе восходящего узла орбиты Ω и радиусу-вектору любой j -й точки на орбите $\vec{r}_j(x_j, y_j, z_j)$ определяется аргумент широты этой точки:

$$\sin u_j = \frac{y_j \cos \Omega - x_j \sin \Omega}{r_j \cos i};$$

$$\cos u_j = \frac{x_j \cos \Omega + y_j \sin \Omega}{r_j \cos i},$$

$$0 \leq u_j \leq 2\pi.$$

Отсюда можно определить аргументы широт для точек A и B , соответствующих \vec{r}_1 и \vec{r}_2 .

1.3.4. Теорема Ламберта о времени полета между двумя точками

Изучая около двухсот лет тому назад возможность построения кеплеровой орбиты по двум положениям небесного тела, Ламберт* не мог тогда предположить, что его работа, впоследствии получившая название теоремы Ламберта о времени полета между двумя точками, будет широко использоваться для массовых расчетов межпланетных траекторий. Сформулируем теорему: время, в течение которого тело проходит эллиптическую дугу AB , зависит только от длины хорды 2σ пройденной дуги, суммы $2a$ радиусов-векторов точек A и B и большой полуоси $2a$ (рис. 1.8).

Движение в потенциальном поле, в частности кеплерово движение, обладает рядом интересных свойств. В кеплеровом движении, например, период обращения не зависит от эксцентриситета орбиты, величина модуля скорости является функцией расстояния от притягивающего центра и большой полуоси, т. е. энергии полета, и не зависит от эксцентриситета. Теорема Ламберта, также яв-

* Ламберт Иоганн Генрих (1728—1777 гг.) — немецкий математик, физик, астроном и философ. По происхождению француз. Обобщил теорему Эйлера для аналитического определения по двум положениям параболических орбит эллиптических и гиперболических орбит.

Интересны философские взгляды Ламберта. Он явился одним из предшественников Канта в области критики теории познания. Ламберт представлял себе Вселенную, построенную по принципу «иерархической лестницы» космических систем. По Ламберту, множество звезд образует систему третьего порядка (система первого порядка — планета с ее спутниками, второго порядка — звезда, окруженная планетами), в которой движение звезд регулируется притяжением колоссального центрального «Солнца». Множество таких систем образует систему четвертого порядка и т. д. Ламберт утверждал, что в центре такой системы должно находиться центральное тело — «Регент», — играющее роль Солнца в Солнечной системе.

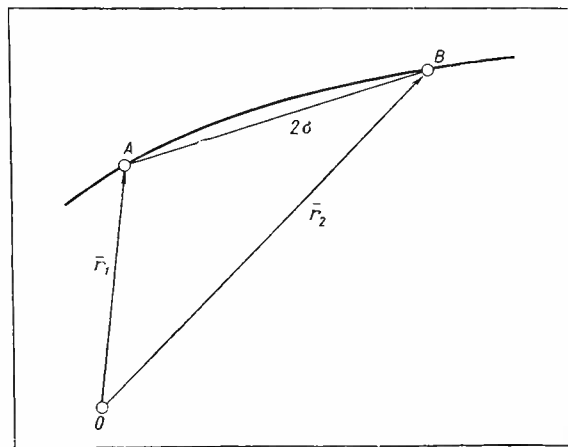


Рис. 1.8. Определение орбиты по двум положениям

ляется примером свойства независимости энергии движения от эксцентриситета.

Возможность применения теоремы Ламберта для расчетов межпланетных орбит определяется тем, что сферы действия ближайших к Земле планет составляют малые доли расстояний до Солнца. Например, для Земли — 0,00619, для Венеры — 0,00569, для Марса — 0,00254 (см. табл. 1. 1).

Такие соотношения дают основание строить приближенные методы расчета межпланетных орбит, считая планеты при рассмотрении внешнего гелиоцентрического участка полета непритягиваемыми точками. Такой прием дает возможность получить параметры гелиоцентрической орбиты, с большой точностью обеспечивающие получение требований к параметрам движения на планетоцентрическом участке полета.

Теорему Ламберта можно доказать разными путями: можно рассмотреть соотношения между временем t , истинной аномалией ϕ и эксцентрической аномалией E в двух точках A и B и затем выделить уравнение, связывающее время полета и элементы орбиты. Этот путь был избран Лагранжем [26, 31].

Н. Е. Жуковский доказал теорему Ламберта с использованием понятия вариации действия. Приведем это доказательство.

1. 3. 5. Доказательство теоремы Ламберта по методу Н. Е. Жуковского

Н. Е. Жуковский при доказательстве теоремы и уравнения Ламберта использовал лемму о времени движения по кеплеровой дуге [13]. Эта лемма знакомит с некоторыми свойствами кеплеровых орбит, заключающимися в том, что реальное движение по кеплеровой орбите можно заменить некоторым «мнимым» движением относительно второго фокуса конического сечения, тем самым упростив формулу для нахождения времени движения по кеплеровой дуге.

В соответствии с вариационными принципами механики назовем действием интеграл

$$\int V ds,$$

где V — скорость; s — путь.

Соответственно вариацией действия будет соотношение

$$\delta \int_{AB} V ds = V_B \delta s_B \cos(V_B \delta s_B) - V_A \delta s_A \cos(V_A \delta s_A),$$

где V_A и V_B — скорости материальной точки в начале и в конце траектории AB (рис. 1.9); δs_A , δs_B — перемещения AA' и BB' точек A и B , когда траектория изменяется на бесконечно близко.

Пусть μ — гравитационная постоянная; o — большая полуось эллиптической орбиты. Тогда имеет место следующая лемма.

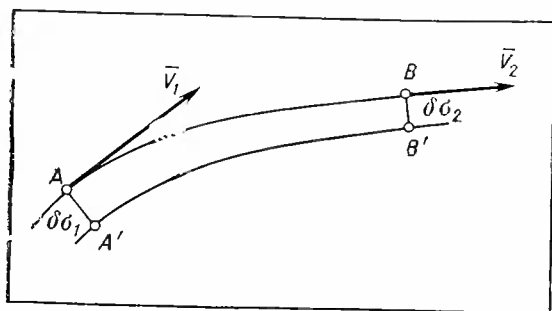


Рис. 1.9. Вариация действия

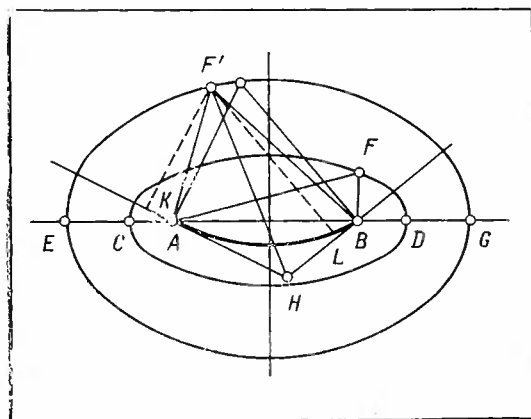


Рис. 1.10. Эллипсы возможных перемещений фокусов

Лемма. Время, в течение которого планета, находящаяся под действием Солнца F , проходит дугу AB , равно дроби a/μ , умноженной на действие в движении планеты по той же эллиптической дуге AB , если предположить, что Солнце перемещено из фокуса F в другой фокус эллипса F' , т. е.

$$t = \frac{a}{\mu} \int V_1 ds.$$

Докажем эту лемму. Известно, что

$$t = \int_{AB} \frac{ds}{V}.$$

Скорость V может быть определена как функция радиуса-вектора r на основе интеграла энергии:

$$V = \sqrt{\frac{2\mu}{r} - \frac{\mu}{a}}.$$

Если r_1 — радиус-вектор планеты относительно другого фокуса, то, по определению эллипса, $r + r_1 = 2a$:

$$V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{a} \left(\frac{2a}{r} - 1 \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \left(\frac{2a - r}{r} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{r_1}{r}}.$$

Отсюда $t = \sqrt{\frac{a}{\mu}} \int \sqrt{\frac{r}{r_1}} ds.$

Если Солнце поместить в другой фокус, то, очевидно, скорость планеты изменится:

$$V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \sqrt{\frac{r}{r_1}}.$$

Тогда $t = \frac{a}{\mu} \int V_1 ds.$

Это и утверждала лемма.

Интересно заметить, что $VV_1 = (\mu/a)$;

если движение круговое $V = V_1 = V_{кр}$, то $V_{кр} = \sqrt{\frac{\mu}{a}}$;

если движение происходит по гиперболе, то $V = V_1 = V_{\infty}$ и $V_{\infty}^2 = \frac{\mu}{a}.$

Движение в бесконечности происходит как бы по круговой орбите.

Теперь перейдем к доказательству теоремы по Н. Е. Жуковскому.

Итак, время, в течение которого тело проходит эллиптическую дугу AB , зависит только от длины хорды 2σ пройденной дуги, суммы $2a$ радиусов-векторов точек A и B и большой оси $2a$:

$$t_n = f(2\sigma, 2a, 2a).$$

Построим на хорде AB два эллипса с фокусами соответственно в точках A и B (рис. 1.10). Один эллипс CD с большой полуосью a $CD = 2a = r_1 + r_2$, другой EG с полуосью $2a - a$:

$$EG = 4a - 2a.$$

Первый эллипс пройдет через Солнце, так как $FA + FB = 2a$, а второй пройдет через другой фокус F' орбиты, так как

$$F'A + FA = 2a; F'B + FA = 2a; FA + FB = 2a; F'A + F'B = 4a - 2a.$$

Предположим, что a и σ остаются постоянными, а Солнце переместилось из точки F в бесконечно близкую точку F' того же эл-

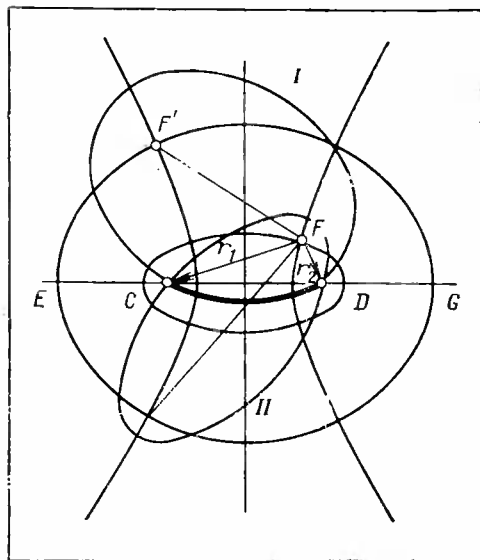


Рис. 1.11. Перемещение фокусов эллиптической орбиты

липса CD , и найдем вариацию времени t прохождения планеты из точки A в точку B .

На основании леммы $\delta t = \frac{a}{\mu} \delta \int V_1 ds$,

$$\delta t = \frac{a}{\mu} [V_2 \delta \sigma_2 \cos(V_2 \delta \sigma_2) - V_1 \delta \sigma_1 \cos(V_1 \delta \sigma_1)],$$

где $\delta \sigma_1$ и $\delta \sigma_2$ — перемещения точек A и B при поступательном перемещении треугольника AFB , при котором точка F перешла в точку F' .

При этом $\delta \sigma_1 = \delta \sigma_2 = FF'$; $\delta \sigma_1 \parallel \delta \sigma_2 \parallel FF'$.

Пусть AH и BH — касательные к эллиптической орбите в точках A и B . Тогда, по теореме из геометрии, $F'H$ (биссектриса угла AFB) ортогональна к эллипсу EG :

$$\cos(V_1 \delta \sigma_1) = \sin(AHF'),$$

$$\cos(V_2 \delta \sigma_2) = \sin(BHF').$$

Проведем из точки F' два перпендикуляра $F'K$ и $F'L$ к линиям AH и BH и запишем по закону площадей

$$V_1 F'K = V_2 F'L;$$

$$F'K = F'H \sin(AHF') = F'H \cos(V_1 \delta \sigma_1);$$

$$F'L = F'H \sin(BHF') = F'H \cos(V_2 \delta \sigma_2).$$

Следовательно,

$$V_1 \cos(V_1 \delta \sigma_1) = V_2 \cos(V_2 \delta \sigma_2),$$

$$\delta t = 0,$$

т. е. когда a , σ , α остаются постоянными, время t_n не меняется и зависит только от этих переменных. Это и требовалось доказать.

Определение времени движения тела по дуге AB можно свести теперь к нахождению времени в прямолинейном движении.

В самом деле:

$$r_1 + r'_1 = 2a; \quad r_2 + r'_2 = 2a; \quad r_1 - r_2 = \text{const}; \quad r'_1 - r'_2 = \text{const}.$$

Отсюда фокусы F и F' лежат на одной и той же гиперболе, софокусной с эллипсами. Положению Солнца F и дуги AB соответствуют две эллиптические орбиты I и II (рис. 1.11). При $a \rightarrow \infty$ мнимые фокусы удаляются в бесконечности и эллипсы превращаются в параболы.

Из теоремы Ламберта следует, что если фокус эллипса переместится в точку C , время движения по дуге AB при этом не изменится.

Для орбиты I

$$t = \frac{a}{\mu} \int_A^B V_1 ds.$$

Вместо криволинейного движения имеет место движение по прямой:

$$ds = dr, \quad V' = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \sqrt{\frac{r}{2a-r}}.$$

Время движения можно вычислить:

$$t = \sqrt{\frac{a}{\mu}} \int_{r_2=a-\sigma}^{r_1=a+\sigma} \sqrt{\frac{r}{2a-r}} dr.$$

Сделаем замену переменных:

$$r = a(1 - \cos t),$$

$$dr = a \sin t dt,$$

$$t = \arccos \frac{a-r}{a},$$

$$\begin{aligned} t &= \sqrt{\frac{a}{\mu}} \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\frac{a(1-\cos t)}{a(1+\cos t)}} a \sin t dt = \\ &= \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \int_{t_1}^{t_2} \frac{1-\cos t}{\sin t} \sin t dt = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \left[\int_{t_1}^{t_2} dt - \int_{t_1}^{t_2} \cos t dt \right]. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Для орбиты II

$$t = \sqrt{\frac{a}{\mu}} \int_0^{a-\sigma} \sqrt{\frac{r}{2a-r}} dr + \sqrt{\frac{a}{\mu}} \int^{a+\sigma} \sqrt{\frac{r}{2a-r}} dr.$$

И окончательно, после подстановки пределов:

$$t = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \left[\left(\arccos \frac{a - \alpha - \sigma}{a} - \sin \arccos \frac{a - \alpha - \sigma}{a} \right) \mp \right. \\ \left. \mp \left(\arccos \frac{a - \alpha + \sigma}{a} - \sin \arccos \frac{a - \alpha + \sigma}{a} \right) \right].$$

Таким образом, получено трансцендентное уравнение относительно a , поэтому уравнение Ламберта, так же как и уравнение Кеплера, решают итерациями.

Если ввести обозначения

$$\begin{aligned} \cos \varepsilon &= 1 - \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{2a}, \\ \cos \delta &= 1 - \frac{r_1 + r_2 - 2\sigma}{2a}, \end{aligned} \quad (1.13)$$

то уравнение Ламберта можно записать в виде уравнения, напоминающего уравнение Кеплера:

$$t_2 - t_1 = t_u = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} [(\varepsilon - \delta) \mp (\sin \varepsilon - \sin \delta)]$$

или

$$a^{3/2} = \frac{\sqrt{\mu}(t_2 - t_1)}{\varepsilon - \delta \mp (\sin \varepsilon - \sin \delta)},$$

правая часть которого также зависит от a (через $\sin \varepsilon$ и $\sin \delta$).

При условии, что время полета $t_u = t_{\text{пр}} - t_{\text{ст}}$ больше периода обращения, эта формула несколько усложняется — в правой части добавляется член $2\pi m$, характеризующий число полных оборотов КА относительно Солнца.

В случае движения КА по гиперболической орбите можно получить аналогичные формулы [29].

1.3.6. Анализ уравнения Ламберта и определение большой полуоси орбиты

В уравнении Ламберта большая полуось орбиты a не выражается явно. Поэтому уравнение Ламберта так же, как и уравнение Кеплера, решают итерациями.

В зависимости от положения притягивающего тела относительно дуги орбиты возможны различные случаи полета.

Все возможные варианты полета по эллиптическим орбитам представлены на рис. 1.12, где F — фокус эллиптической орбиты, в котором находится притягивающий центр (планета, Солнце), F' — свободный фокус (мнимый фокус).

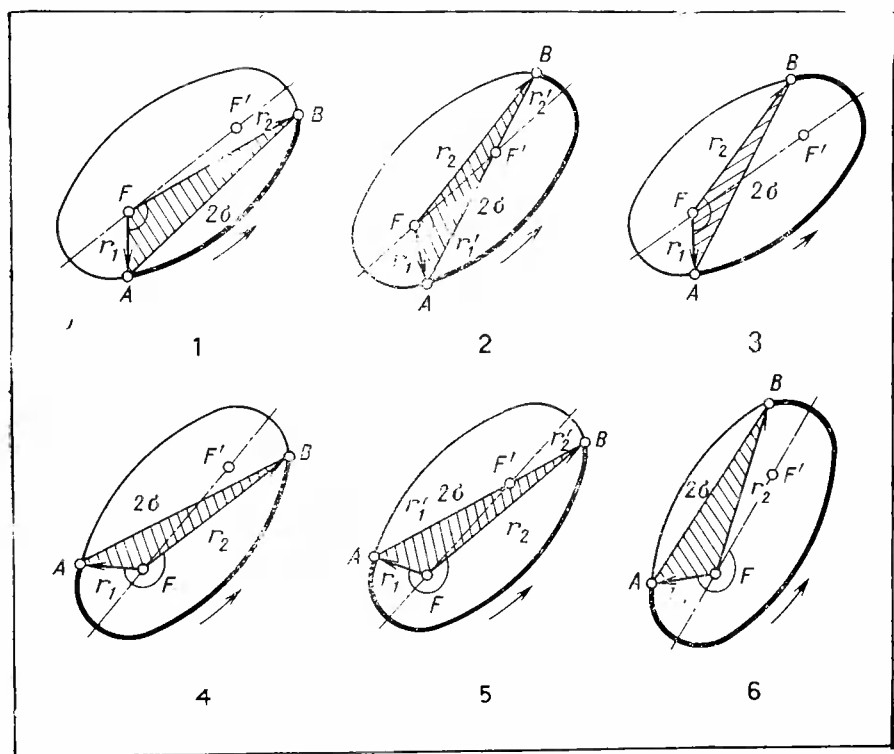


Рис. 1.12. Варианты положений фокусов эллиптической орбиты в задаче Ламберта

В случаях 2 и 5 движение происходит по эллиптическим орбитам с минимально возможной большой полуосью a .

Очевидно, что для этих эллипсов

$$r_1 + r'_1 + r_2 + r'_2 = 2a + 2a = 4a.$$

Поскольку свободный фокус находится на хорде AB , то

$$r'_1 + r'_2 = 2\sigma.$$

Отсюда
$$a = \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{4}.$$

Этому значению a соответствует минимум. Это можно показать, определив a_{\min} из уравнения Ламберта путем отыскания производной da/dt или dt/da ; приравнявая их соответственно нулю или бесконечности, найдем минимум a .

В случаях 2 и 5 движение космического аппарата происходит по эллиптическим орбитам с минимально возможным значением $a = a_{\min}$.

Найдем a_{\min} из уравнения Ламберта:

$$\frac{dt}{da} = \frac{3}{2} \sqrt{a} P + \frac{1}{4} a \sqrt{a} Q,$$

$$\text{где } P = \arccos\left(1 - \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{2a}\right) - \arccos\left(1 - \frac{r_1 + r_2 - 2\sigma}{2a}\right) -$$

$$- \sqrt{1 - \left(1 - \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{2a}\right)^2} + \sqrt{1 - \left(1 - \frac{r_1 + r_2 - 2\sigma}{2a}\right)^2},$$

$$Q = \frac{(r_1 + r_2 + 2\sigma)^2 \sqrt{1 - \left(1 - \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{2a}\right)^2} - (r_1 + r_2 - 2\sigma)^2 \sqrt{1 - \left(1 - \frac{r_1 + r_2 - 2\sigma}{2a}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{r_1 + r_2 - 2\sigma}{2a}\right)^2} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{2a}\right)^2}}.$$

Поскольку рассматривается эллиптическое движение, т. е. $a \neq \infty$, $P \neq \infty$, то $Q = \infty$ в двух случаях:

$$\sqrt{1 - \left(1 - \frac{r_1 + r_2 - 2\sigma}{2a}\right)^2} = 0$$

$$\text{или} \quad \sqrt{1 - \left(1 - \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{2a}\right)^2} = 0.$$

Отсюда получаем

$$a_1 = \frac{r_1 + r_2 - 2\sigma}{4}, \quad a_2 = \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{4}.$$

При этих значениях a производная da/dt обращается в нуль.

Пусть $2f = \pi$, тогда $2\sigma = r_1 + r_2$. В этом случае $a_1 = 0$, $a_2 = \frac{r_1 + r_2}{2}$, следовательно, $a_1 = \frac{r_1 + r_2 - 2\sigma}{4}$ не удовлетворяет решению уравнения.

Решению уравнения будет удовлетворять

$$a_2 = \frac{2r_1 + r_2 + 2\sigma}{4}.$$

Докажем, что $a_2 = a_{\min}$:

$$|\cos \varepsilon| = \left| 1 - \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{2a} \right| \leq 1,$$

$$1 - \left(1 - \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{2a} \right) \geq 1,$$

$$1 \geq \left(1 - \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{2a} \right)^2.$$

$$\text{Отсюда } a \geq \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{4}.$$

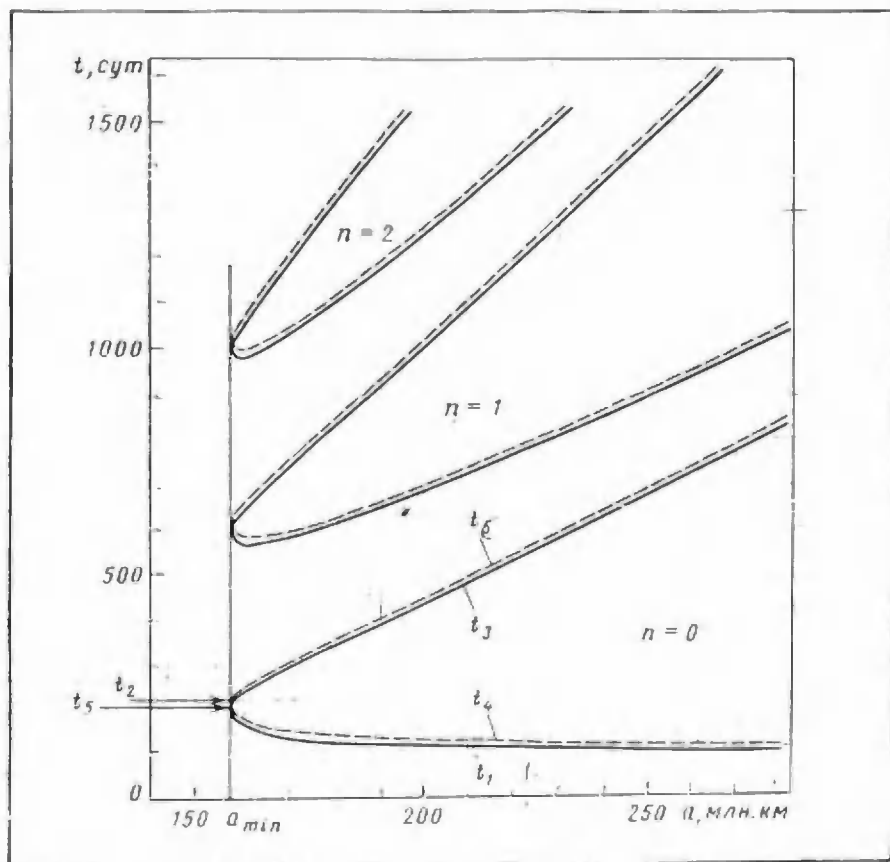


Рис. 1.13. Зависимость времени от большой полуоси при полете к Марсу

$$\text{Значит, } a_{\min} = \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{4}.$$

При $a = a_{\min}$

$$\cos \varepsilon = 1 - \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{2a} = -1, \text{ т. е. } \varepsilon = \pi,$$

$$\cos \delta = 1 - \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{2a},$$

Случаи 1, 2, 3, соответствуют встрече с планетой назначения на первом полувитке межпланетной орбиты, а случаи 4, 5, 6 — встрече на втором полувитке. Для орбит перелета при встрече с планетой на первом полувитке $0 < \delta < \pi$, $-\mu < \delta < 0$. Случаям 1 и 4 (свободный фокус орбиты лежит за пределами сегмента, ограниченного хордой σ и дугой AB) соответствует $0 < \varepsilon \leq \pi$, случаям 3 и 6 (свободный фокус орбиты лежит внутри этого сегмента) $\pi \leq \varepsilon \leq 2\pi$.

При встрече с планетой назначения на первом полувитке и при времени полета $t < t^*$ (где t^* соответствует полету с $a = a_{\min}$) в случае $2f < \pi$ следует принять $0 < \varepsilon < \pi$ и $0 < \delta < \pi/2$, а в случаях $2f > \pi$ $0 < \varepsilon < \pi$ и $3/2\pi < \delta < 2\pi$.

При временах полета $t > t^*$ в случае $2f < \pi$ следует принять $\pi < \varepsilon < 2\pi$ и $0 < \delta < \pi/2$, а в случае $2f > \pi$ $\pi < \varepsilon - 2\pi$ и $3/2\pi < \delta < 2\pi$.

Используя $a = a_{\min}$, по формуле Ламберта можно найти время полета по дуге AB , соответствующее этому значению a .

При этом

$$\varepsilon = \arccos \left(1 - \frac{r_1 + r_2 + 2\sigma}{2a} \right) = \arccos \left(1 - \frac{4a}{2a} \right) = \arccos(-1),$$

т. е. $\varepsilon_{\min} = \pi$.

$$\begin{aligned} \text{Аналогично} \quad \delta_{\min} &= \arccos \left(1 - \frac{r_1 + r_2 - 2\sigma}{2a} \right) = \\ &= \arccos \left(1 - 2 \frac{r_1 + r_2 - 2\sigma}{r_1 + r_2 + 2\sigma} \right), \end{aligned}$$

а при $r_1 + r_2 = 2\sigma$ $\delta = 0$,

т. е. движение происходит по дуге полуэллипса

$$t^* = t^*(a_{\min}).$$

После подсчета t^* можно определить диапазоны значений ε и δ по табл. 1.3.

Таблица 1.3

$2f$	$t > t^*$		$t < t^*$	
	ε	δ	ε	δ
$2f < \pi$	$\pi < \varepsilon < 2\pi$	$0 < \delta < \pi/2$	$0 < \varepsilon < \pi$	$0 < \delta < \pi/2$
$2f > \pi$	$\pi < \varepsilon < 2\pi$	$3/2\pi < \delta < 2\pi$	$0 < \varepsilon < \pi$	$3/2\pi < \delta < 2\pi$

Проводя последовательные приближения, можно определить a с любой наперед заданной точностью.

Если рассматривать не один, а несколько витков, прежде чем произойдет встреча с планетой B , то уравнение Ламберта может быть записано в следующем виде:

$$t_{II} = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} [2\pi n + \varepsilon - \delta - (\sin \varepsilon - \sin \delta)],$$

где n — число полных витков, имеющих место до встречи с планетой B .

При встрече на втором и последующих витках число решений увеличивается; так, при встрече на втором витке одним и тем же значениям $t_1(r_1)$, $t_2(r_2)$ будут соответствовать четыре эллиптиче-

ские орбиты, отличающиеся величинами больших полуосей, причем две из них будут соответствовать встрече на третьем полувитке и две другие — на четвертом полувитке.

Из рис. 1.13 видно, что кривые для положений t_1 и t_4 , t_3 и t_5 близки друг к другу. Это обстоятельство и заставляет быть очень внимательным при организации итерационных сближений.

1.3.7. Определение параметра, эксцентриситета и истинных аномалий

Для определения параметра p (рис. 1.14) можно воспользоваться известными соотношениями:

$$r_1 = a(1 - e \cos E_1), \quad r_2 = a(1 - e \cos E_2).$$

Отсюда, складывая и вычитая, получим

$$\frac{r_2 + r_1}{2a} = 1 - e \cos \frac{E_2 + E_1}{2} \cos \frac{E_2 - E_1}{2},$$

$$\frac{r_2 - r_1}{2a} = e \sin \frac{E_2 + E_1}{2} \sin \frac{E_2 - E_1}{2}.$$

Выделяя члены с e , будем иметь

$$e \sin \frac{E_2 + E_1}{2} = \frac{r_2 - r_1}{2a \sin \frac{E_2 - E_1}{2}},$$

$$e \cos \frac{E_2 + E_1}{2} = \left(1 - \frac{r_2 - r_1}{2a}\right) \frac{1}{\cos \frac{E_2 - E_1}{2}}.$$

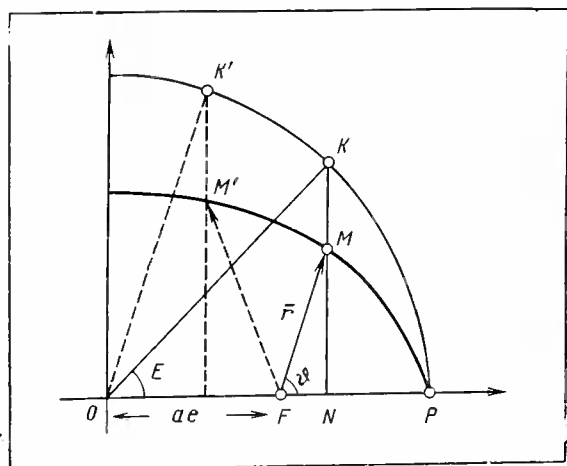


Рис. 1.14. Геометрия связи между аномалиями

Отсюда, так как $E_2 - E_1 = \varepsilon - \delta$,

$$e^2 = \left(-\frac{r_2 - r_1}{2a \sin \frac{\varepsilon - \delta}{2}} \right)^2 + \left(1 - \frac{r_2 - r_1}{2a} \right)^2 - \frac{1}{\cos^2 \frac{\varepsilon - \delta}{2}}.$$

Далее $p = a(1 - e^2)$.

Значения истинных аномалий ϑ_1 и ϑ_2 , соответствующих старту и прилету КА, определяются из соотношений:

$$\vartheta_1 = \arccos \frac{p - r_1}{r_1 e}, \quad \vartheta_2 = \arccos \frac{p - r_2}{r_2 e}.$$

Значение ϑ_2 выбирается из условий $\vartheta_2 - \vartheta_1 = 2f$:

$$\sin \vartheta_1 = \frac{\cos 2f \cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_2}{\sin 2f}.$$

Положение перигея

$$\omega = u_1 - \vartheta_1 = u_2 - \vartheta_2.$$

Значения u_1 и u_2 могут быть определены в соответствии с формулами разд. 1. 2. 3.

— Долгота перигея орбиты $\pi = \Omega + \omega$.

Время прохождения через перигей τ_π определяется из уравнения Кеплера при условии $t = t_1 = t_{\text{ст}}$ и $\vartheta = \vartheta_1$.

Таким образом, по двум положениям КА в момент старта и в момент прилета найдены все шесть элементов орбиты КА на гелиоцентрическом участке полета:

$$\Omega, i, \omega, a, e, \tau_\pi.$$

По элементам орбиты можно определить координаты и компоненты скоростей в любой точке траектории, в том числе в точках $t_1 = t_{\text{ст}}$ и $t_2 = t_{\text{пр}}$.

Следует заметить, что выведенные формулы пригодны только для движения по эллиптическим орбитам. Аналогичные зависимости можно вывести и для гиперболических орбит.

Р. Бетгин в своей работе [4] приводит общие формулы для уравнения Ламберта, пригодные как для эллиптических, так и для гиперболических орбит.

Представляют теоретический интерес еще две задачи.

Первая из них — это определение элементов орбиты по двум векторам скоростей в два момента времени t_1, t_2 : $\bar{V}_1(t_1), \bar{V}_2(t_2)$. Вторая задача — это определение элементов орбиты по известному вектору $\bar{r}(t_1)$ положения в момент t_1 и известному вектору $\bar{V}(t_2)$ в момент t_2 . Эти две задачи являются расширением задачи Ламберта определения элементов орбиты по двум положениям. Первая из них достаточно подробно изучена [27], вторая ждет своего исследователя.

1.3.8. Определение составляющих вектора относительной скорости космического аппарата у планет. Изоэнергетические раковины

По формулам, приведенным в разд. 1.1.4, для заданных моментов времени старта $t_1 = t_{ст}$ и прилета $t_2 = t_{пр}$ можно определить значения векторов орбитальных скоростей КА — соответственно $\bar{V}_{1КА}$ и $\bar{V}_{2КА}$.

Векторы скоростей космического аппарата относительно планет в момент старта и прилета определяются как разности векторов орбитальных скоростей КА и планеты A при отлете в момент $t_1 = t_{ст}$ и планеты B при прилете в момент $t_2 = t_{пр}$ (рис. 1.15):

$$\begin{aligned}\bar{V}_{1отн} &= \bar{V}_{1КА} - \bar{V}_A, \\ \bar{V}_{2отн} &= \bar{V}_{2КА} - \bar{V}_B,\end{aligned}\quad (1.14)$$

Скорости планет \bar{V}_A и \bar{V}_B могут быть определены для каждого момента времени из решения задачи «планетария», т. е. определения положения и скоростей планет по разложениям их средних элементов для данной эпохи (см. разд. 1.2.1).

Полученные относительные скорости можно принять за отнесенные *infinito intervallo remotus* на бесконечно большое расстояние от центра планеты. Таким образом, при рассмотрении планетоцентрического движения полностью учитывается притяжение данной планеты даже при полете за сферой действия.

Итак:

$$\bar{V}_{1отн} = \bar{V}_{1\infty}; \quad \bar{V}_{2отн} = \bar{V}_{2\infty}.$$

Величины скоростей $\bar{V}_{1\infty}$ и $\bar{V}_{2\infty}$ определяют энергию гиперболических траекторий КА на планетоцентрических участках полета:

$$h_1 = \frac{V_{1\infty}^2}{2}; \quad h_2 = \frac{V_{2\infty}^2}{2}.$$

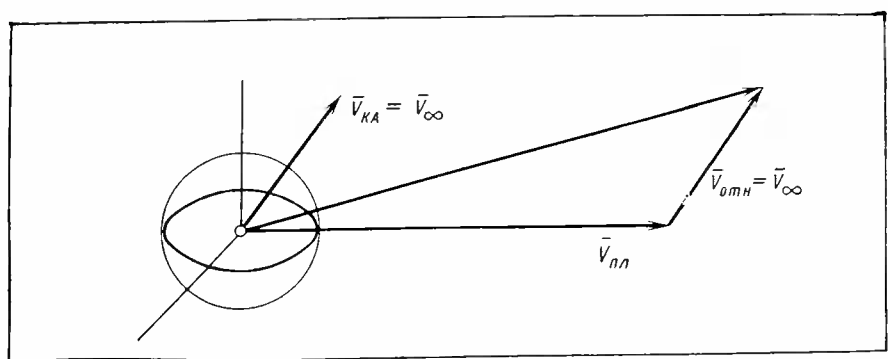


Рис. 1.15. Сложение векторов скорости

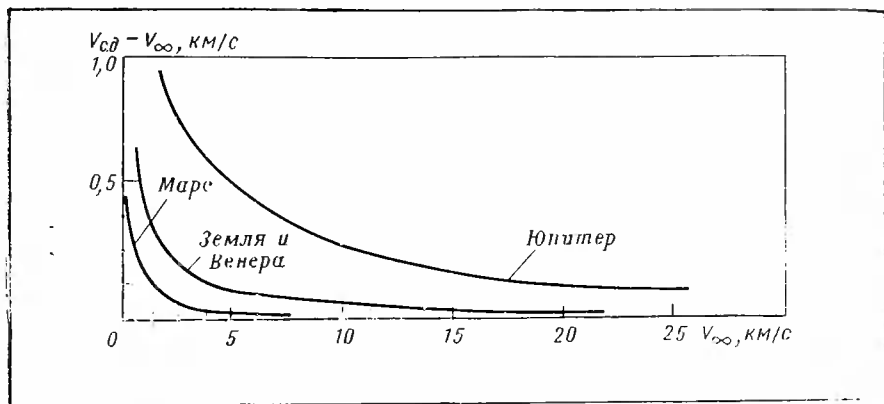


Рис. 1.16. Зависимость разности $V_{с.д} - V_{\infty}$ от скорости на бесконечности V_{∞}

Относить $\bar{V}_{Юпт}$ и $\bar{V}_{Зотп}$ к сферам действия нельзя, так как при этом не будет учитываться потеря скорости из-за притяжения планеты после прохождения КА сферы действия планеты.

Оценим разность $V_{с.д} - V_{\infty}$ как функции V_{∞} : очевидно, чем больше V_{∞} , тем меньше эта разность. Скорости полета к планетам составляют $V_{\infty} = 3 \dots 4$ км/с (к Марсу и Венере) и $V = 6 \dots 9$ км/с (к Юпитеру), поэтому, если относить скорость не к «бесконечности», а к сфере действия, будем иметь ошибки в скорости выведения, близкие к разности скоростей, приведенных на рис. 1.16.

Эти ошибки у Земли достигают соответственно при полете к Марсу и Венере — 130 м/с, при полете к Юпитеру — до 75 м/с. Применяя интегралы энергии, можно получить зависимость скорости, которую надо сообщить космическому аппарату у планеты, от скорости на бесконечно большом удалении от нее. Возьмем скорость V_K у планеты на высоте 200 км от поверхности, V_K является именно той скоростью, которую должна развить космическая система во время работы двигателей при старте с орбиты спутника Земли с учетом сопротивления атмосферы планеты и потерь на преодоление ее притяжения. Применяя теорему Ламберта, можно получить скорости V_{∞} в зависимости от t_1 и t_2 .

Зависимость скорости V_K от скорости на бесконечно большом удалении от планеты V_{∞} представлена на рис. 1.17. Фиксируя время полета, получим скорости на бесконечности V_{∞} у Земли при полете к Венере в зависимости от даты старта. Из этих зависимостей следует, что для каждого времени полета имеется оптимальная дата старта, для которой скорость V_{∞} минимальна (рис. 1.18). Фиксируя дату старта, получим зависимость скорости на бесконечности V_{∞} у Земли при полете к Венере от времени полета до нее. Отсюда также видно существование оптимального времени полета для каждой даты старта (рис. 1.19).

Использовать представленные в таком виде зависимости для выбора опорных траекторий неудобно, поэтому для определения

опорных траекторий полета пользуются другим представлением этих же закономерностей в виде «раковин» изоэнергетических линий $V_{\infty} = \text{const}$ или $V_K = \text{const}$ для дат старта и времени полета (или дат прилета).

Также изоэнергетические «раковины» для полетов к Венере и Марсу изображены на рис. 1.20 и 1.21.

Изоэнергетические линии представляют собой замкнутые кривые, которые распадаются на две области: одна из них характеризует сближение с планетой на первом полувитке орбиты, вторая —

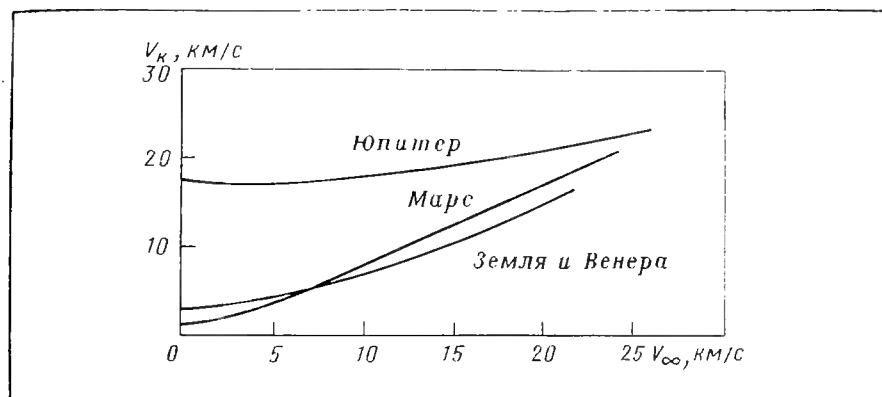


Рис. 1.17. Зависимость скорости в конце активного участка V_K от скорости на бесконечности V_{∞}

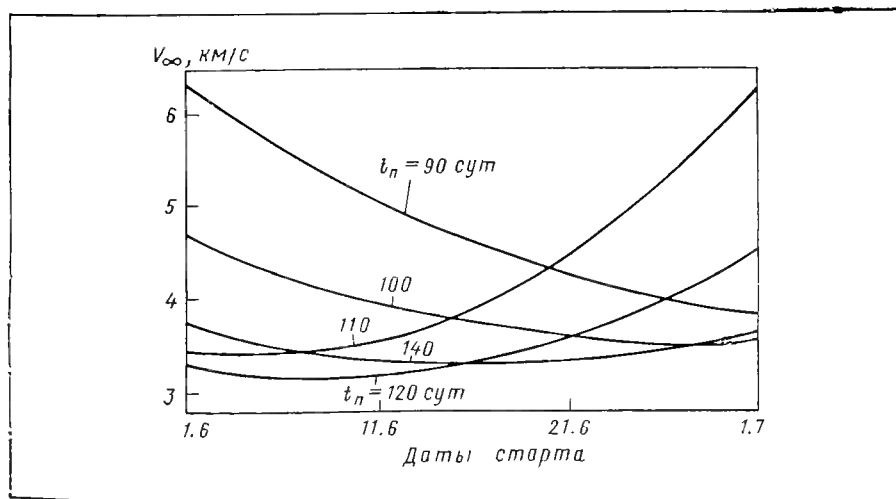


Рис. 1.18. Характерные зависимости скорости на бесконечности V_{∞} от даты старта к Венере $t_{\text{ст}}$

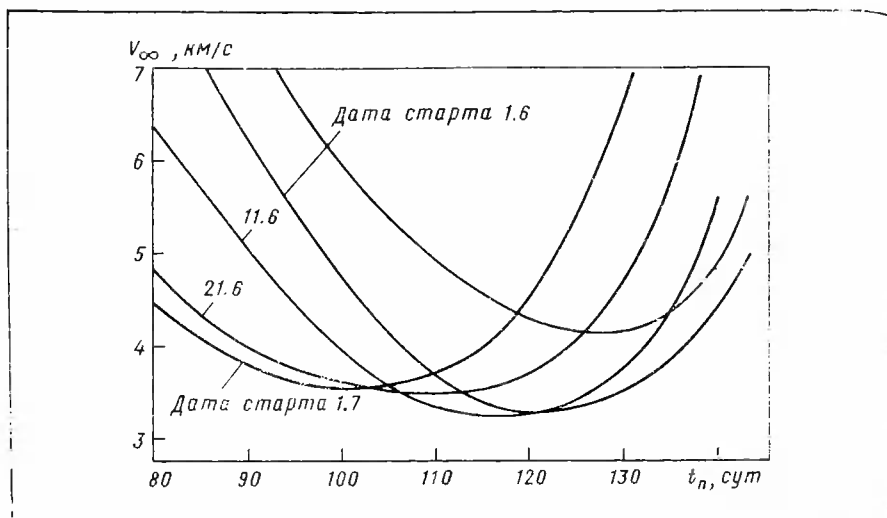


Рис. 1.19. Характерные зависимости скорости на бесконечности V_{∞} от времени полета к Венере t_n

на втором полувитке. Внутри каждой из областей находится оптимальная дата старта при оптимальном времени полета.

Кривые, характеризующие сближение на первом полувитке, располагаются более компактно, кривые для сближения на втором полувитке для одних и тех же энергетических затрат, занимают более обширные области как по датам старта, так и по времени полета.

Появление двух семейств изоэнергетических кривых типично для межпланетных перелетов, поскольку, как правило, планеты и момент сближения с ними находятся вне плоскости эклиптики. Только в частных случаях, когда планета находится близко к узлу своей орбиты (т. е. в плоскости эклиптики), эти два семейства траекторий сливаются в одно. Рассматривая семейства изоэнергетических кривых, можно заметить, что каждые сутки существует множество траекторий, отличающихся друг от друга энергетическими параметрами и временем полета до планеты. Это обстоятельство дает возможность выбирать среди этого множества траекторий те, которые обеспечивают выполнение условий полета к планете.

Кроме разных энергетических затрат, продолжительности полета и допустимого диапазона дат старта, эти два семейства траекторий отличаются друг от друга и геометрическими условиями полета к планете, что, безусловно, влияет на выбор опорных траекторий.

Проекции оптимальных траекторий к Венере и условия полета к планете в зависимости от сближения на первом или втором полувитках представлены на рис. 1.22. Так, при полете к Венере

и сближении на первом полувитке подлет к планете осуществляется с затемненной стороны и Венера для КА и его системы ориентации при подлете представляется в виде узкого серпа. Сближение на втором полувитке идет с солнечной стороны.

При полете к Марсу (рис. 1.23), наоборот, сближение на первом полувитке идет с солнечной стороны планеты, а сближение на втором полувитке — с затемненной. Здесь прослеживается явная связь с требованиями к конструкции КА. Приведенные зависимости позволяют ответить на вопрос, как нужно расположить планетный датчик на КА по отношению к датчику, направленному на Солнце. Эти зависимости характерны для траекторий, близких к оптималь-

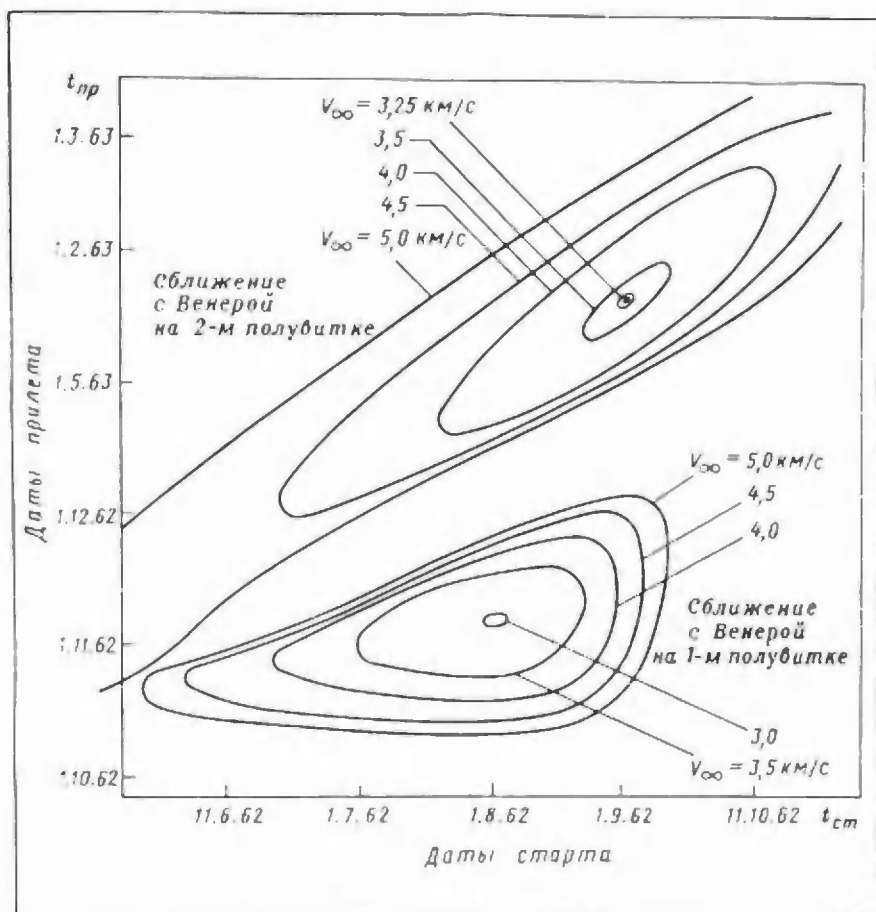


Рис. 1.20. Раковины изоэнергетических траекторий полета к Венере. Первый и второй полувитки

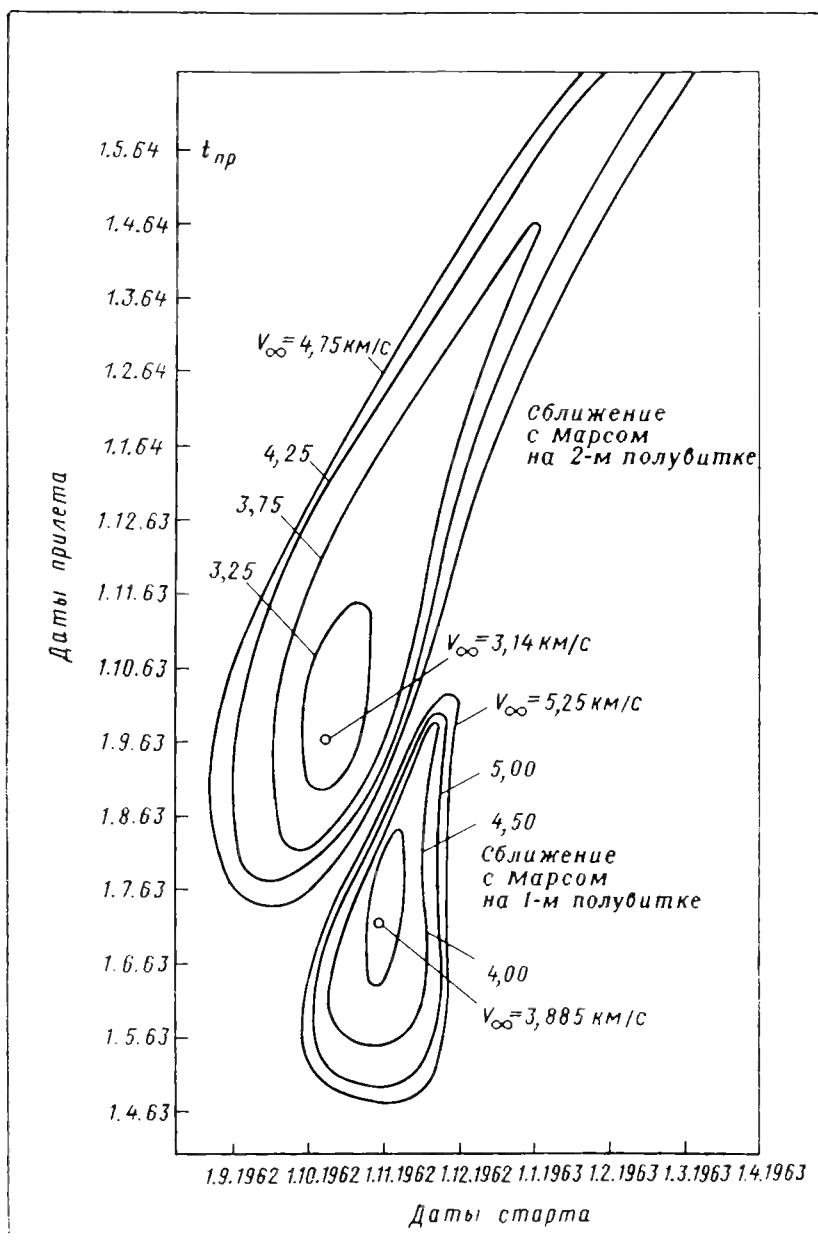


Рис. 1.21. Раковины изоэнергетических траекторий полета к Марсу. Первый и второй полуобороти

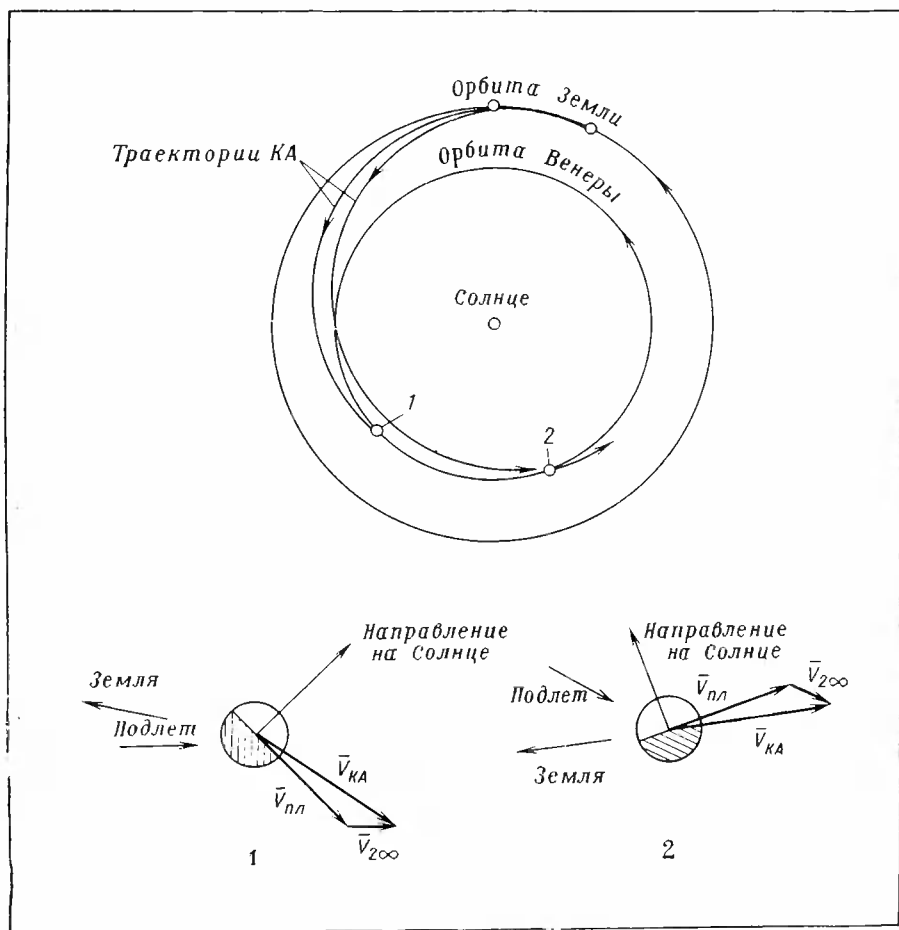


Рис. 1. 22. Геометрические параметры подлета к Венере на первом и втором полувитках

ным; при отклонениях от них возможны существенные изменения в условиях подлета к планетам.

Анализируя возможные траектории полета к планетам, можно уже на этапе предварительных массовых расчетов сделать выбор того или иного варианта полета (сближение на первом или втором полувитке) и в дальнейшем вести анализ более узкого класса траекторий. Для расчетов траекторий к астероидам можно также еще с большим успехом использовать теорему Ламберта.

При сближении с самим астероидом, радиус сферы действия которого мал, относительную скорость можно считать скоростью сближения с астероидом, и для посадки на него необходимо пога-

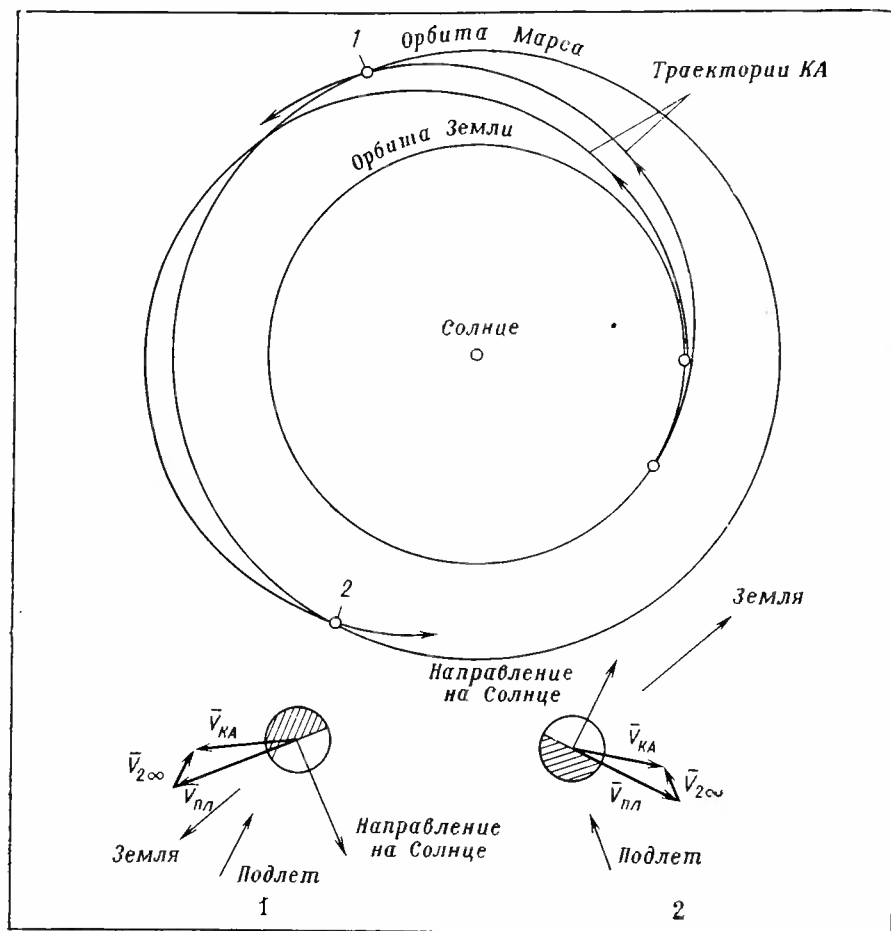


Рис. 1.23. Геометрические параметры подлета к Марсу на первом и втором полувитках

сить ее с помощью космического аппарата. Начальные диапазоны времени полета и дат старта можно выбрать аналогичным образом (см. разд. 1.3.2), сделав поправку на большую эллиптичность орбит астероидов.

Теорему Ламберта с успехом можно использовать и при расчетах геоцентрических траекторий, например траекторий к Луне, траекторий дальнего сближения двух КА, т. е. везде, где требуется массовость расчетов и получение результатов в широких диапазонах параметров и где не требуется высокая точность.

1.4. Выведение на межпланетные орбиты

1.4.1. Определение элементов геоцентрической орбиты при движении в сфере действия Земли (внутренняя задача)

В результате решения задачи Ламберта можно получить вектор относительной скорости $\vec{V}_{отн} = \vec{V}_{1\infty}$. Чтобы обеспечить необходимый вектор скорости $\vec{V}_{1\infty}$ при отлете от Земли и выполнить требования, определяемые условиями старта, а также условиями наблюдения за КА в полете, необходимо учесть следующие обстоятельства.

Как показал В. А. Егоров [10], в общем случае межпланетные траектории относительно планеты внутри сфер действия представляют собой гиперболы, так как относительная скорость сближения с планетами приблизительно втрое превосходит местные планетоцентрические параболические скорости на границе сфер действия планет.

После выведения КА на гиперболическую траекторию должна быть обеспечена радиовидимость на начальном участке полета с пунктов связи для определения истинной траектории полета. Направление вектора скорости $V_{1\infty}$ может быть определено в эклиптической системе координат (рис. 1.24) астрономической долготой

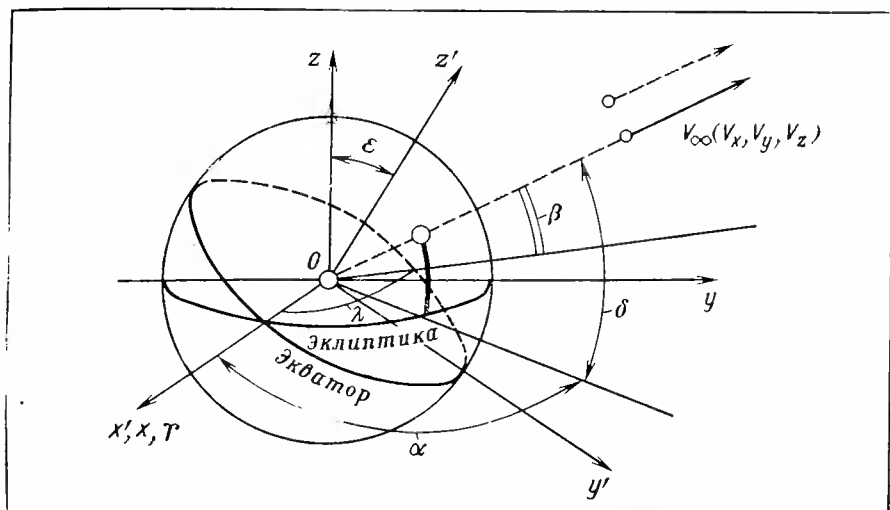


Рис. 1.24. Склонение δ и прямое восхождение α вектора скорости на бесконечности V_{∞}

λ и астрономической широтой β , а в экваториальной системе координат — склонением δ и прямым восхождением α , которые определяют плоскость орбиты относительно Земли, если задать наклонение i .

Все приближенные расчеты, связанные с определением параметров геоцентрической траектории, удобно производить в геоцентрической экваториальной системе координат с осью Ox , направленной в точку весеннего равноденствия.

Определение параметров траектории производится следующим образом.

Вектор относительной скорости $\bar{V}_{1\infty}$ переводится из эклиптической системы координат в экваториальную:

$$V'_{1\infty} = L\bar{V}_{1\infty},$$

где $V'_{1\infty}$ — вектор скорости в экваториальной системе координат; L — матрица ортогонального преобразования,

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon \\ 0 & \sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{pmatrix}.$$

Угол ε определяет наклон плоскости эклиптики к экватору.

По компонентам вектора скорости $V'_{1\infty}$ определяются его склонения $\delta_{1\infty}$ и прямое восхождение α_{∞} на «бесконечности» из соотношений

$$\sin \delta_{\infty} = \frac{V'_z}{|V'_{1\infty}|}, \quad -\pi/2 \leq \delta \leq \pi/2,$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{\infty} = \frac{V'_{1y}}{V'_{1x}},$$

$$\cos \alpha_{\infty} = \frac{V'_{1x}}{\sqrt{V'^2_{1x} + V'^2_{1y}}}, \quad 0 \leq \alpha \leq 2\pi.$$

Построим в этих предположениях траекторию полета в сфере действия Земли и найдем элементы орбиты. Будем применять обозначения, введенные при изучении внешней задачи.

1. Большая полуось гиперболической орбиты определяется из интеграла энергии для гиперболической орбиты:

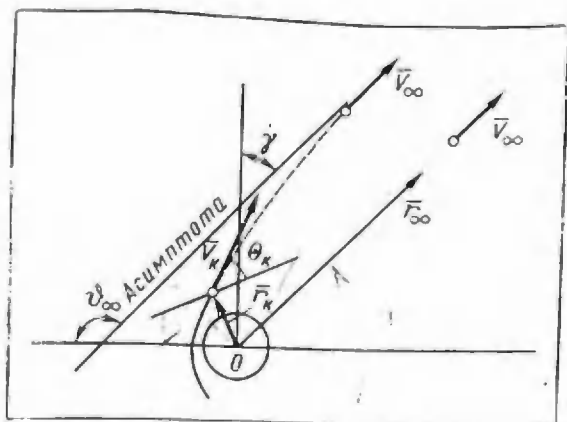
$$V^2 = \frac{2\mu}{r} + \frac{\mu}{a},$$

где μ — гравитационная постоянная Земли.

Если $r \rightarrow \infty$, то $V^2_{\infty} = (\mu/a)$ и, следовательно, $a = (\mu/V^2_{\infty})$.

2. Будем считать, что продолжительность активных участков мала по сравнению со свободным полетом. Параметр и эксцентриситет орбиты могут быть определены, если будет задан радиус, на котором сообщается импульс скорости \bar{V}_R (рис. 1.25).

Рис. 1.25. Гиперболическая траектория отлета от планеты



Параметр орбиты $p = \frac{c^2}{\mu}$, где $c = V_k r_k \cos \theta_k$ (θ_k — угол вектора скорости к местному горизонту), здесь выступает в качестве параметра

$$V_k = \sqrt{\frac{2\mu}{r_k} + \frac{\mu}{a}} = \sqrt{\frac{2\mu}{r_k} + V_\infty^2}.$$

Эксцентриситет орбиты

$$e = \sqrt{1 + \frac{p}{a}} = \sqrt{1 + \frac{r_k^2 V_k^2 \cos^2 \theta_k}{a\mu}}.$$

Эксцентриситет орбиты можно найти и другим путем. Годограф скорости в гиперболическом движении определяет угол γ — угол между направлением на перигелий и ортогональю к асимптоте:

$$\gamma = \arcsin \frac{1}{e}, \quad \theta_\infty = \frac{\pi}{2} + \gamma, \quad e = \frac{1}{\sin\left(\theta_\infty - \frac{\pi}{2}\right)}.$$

Отсюда можно найти p далее θ_k .

3. Обычно наклонение орбиты задается. Однако нельзя задать наклонение i меньше склонения δ_∞ вектора скорости \vec{V}_∞ , так как в случае $i < \delta_\infty$ нельзя провести плоскость через \vec{V}_∞ и центр планеты:

$$i_{\min} = \delta_\infty.$$

При $i > \delta_\infty$ имеются две плоскости, проходящие через вектор \vec{V}_∞ и центр планеты, отличающиеся между собой положением восходящего узла Ω на 180° .

4. Найдем восходящий узел Ω . Пусть u_∞ — аргумент широты вектора \vec{V}_∞ . Если i задано, то из прямоугольного сферического треугольника находим

$$\frac{\sin \delta}{\sin i} = \frac{\sin u_\infty}{1}, \quad \sin u_\infty = \frac{\sin \delta}{\sin i} = \frac{V_z}{V_\infty \sin i}.$$

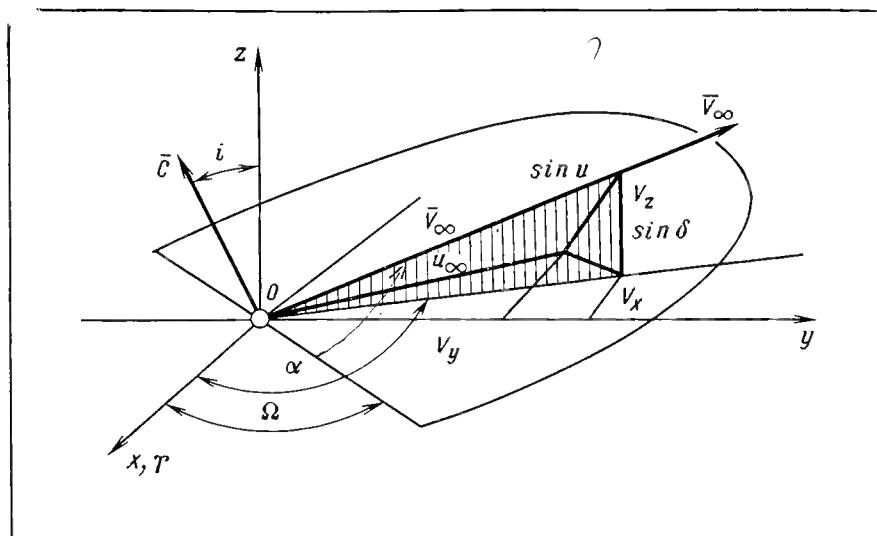


Рис. 1.26. Определение наклонения i и восходящего узла Ω орбиты в сфере действия Земли

Из рис. 1.26 следует:

$$V_x = V_\infty \cos u_\infty \cos \Omega - V_\infty \sin u_\infty \cos i \sin \Omega,$$

$$V_y = V_\infty \cos u_\infty \sin \Omega + V_\infty \sin u_\infty \cos i \cos \Omega.$$

Отсюда определяются $\sin \Omega$ и $\cos \Omega$, т. е. положение восходящего узла орбиты Ω .

5. Определим положение перигея:

$$\omega = u - \vartheta,$$

для бесконечно удаленной точки $\omega = u_\infty - \vartheta_\infty$, $\vartheta_\infty = \gamma + \frac{\pi}{2}$.

Для конца активного участка (точки приложения импульса при бесконечно большой тяге двигателя)

$$\omega_k = u_k - \vartheta_k, \quad \cos \vartheta_k = \frac{p - r_k}{er_k}.$$

Аргумент широты конца активного участка

$$u_k = \omega_k + \vartheta_k.$$

Далее можно найти широту точки старта над поверхностью Земли.

6. Время прохождения через перигей можно определить для гиперболы следующим образом:

$$t_k - \tau = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \left[e \operatorname{tg} F - \ln \operatorname{tg} \left(\frac{F}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right],$$

где $\operatorname{tg} \frac{F}{2} = \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \operatorname{tg} \frac{\varphi_k}{2}$.

Таким образом определены все шесть элементов геоцентрической гиперболической орбиты, и, следовательно, для любого момента t можно найти x, y, z, V_x, V_y, V_z .

Пока орбита не привязана к поверхности Земли. Найдем теперь широту конца активного участка. При бесконечно большой тяге

$$\frac{\sin \varphi_k}{\sin i} = \frac{\sin u_k}{1}.$$

Отсюда $\sin \varphi_k = \sin u_k \sin i$.

Следует заметить, что для оптимального старта с орбиты спутника импульс скорости следует сообщать в перигеице гиперболы, соприкасающейся с круговой орбитой.

Если δ_∞ соответственно u_∞ положительно, то φ_k лежит существенно южнее экватора.

Таким образом, оптимальный старт можно осуществлять не с любой территории. Чтобы выйти из этого положения и перейти на гиперболическую орбиту полета к планете существует два пути. Первый путь заключается в следующем. При выведении КА на орбиту в конце активного участка можно увеличить угол, а следовательно, сделать более крутым активный участок. Потери на силу тяжести пропорциональны $\sin \theta$: чем больше угол, тем больше потери энергии на выведение, что эквивалентно потере в полезной массе КА, выводимого на орбиту.

Такой способ старта, очевидно, не является оптимальным.

Второй путь предложили в 1960 г. Д. Е. Охочимский и Т. М. Энев. Суть его заключается в осуществлении старта с промежуточной орбиты спутника, т. е. сначала космический аппарат выводится на промежуточную орбиту, а потом в удобный, оптимальный момент стартует с нее. Такой метод свободен от энергетических потерь. Любое направление вектора скорости получается надлежащим выбором двух моментов времени: момента времени запуска на промежуточную орбиту спутника, что дает прицеливание по прямому восхождению, и момента времени запуска с промежуточной орбиты, что обеспечивает заданное значение u_k или заданное склонение δ_∞ вектора скорости \vec{V}_∞ .

В техническом отношении такой способ старта существенно сложнее, так как требует осуществления запуска двигателя в невосможности в заданном направлении. Для этого необходимы специальные устройства для запуска двигательной установки и сохранение или восстановление к моменту запуска необходимой ориентации КА. Несмотря на эти дополнительные конструктивные сложности,

полезная масса КА возрастает в четыре-пять раз по сравнению с массой при старте непосредственно с северных широт порядка 45° .

Как правило, при старте с первого витка используется инерциальная система ориентации, при старте с последующих витков проводятся определение орбиты и ориентация на планеты или звезды с последующим разворотом аппарата в заданном направлении.

Рассмотрим старт с круговой орбиты, плоскость которой проходит через вектор скорости на бесконечности V_∞ .

Так как движение по круговой орбите возможно в двух направлениях, то и старт с нее возможен в двух направлениях: северный старт, когда гипербола отлета проходит над северным полушарием Земли, и южный, когда орбита проходит над южным полушарием.

Эти орбиты существенно отличаются по условиям наблюдения за КА. Так, при расположении наблюдательных и измерительных пунктов в северном полушарии южный старт не обеспечивает видимости на начальном участке траектории. Поэтому для выведения на орбиту межпланетных и лунных аппаратов, как правило, предпочтительнее использовать северный вариант старта с промежуточной орбиты.

Скорость, которую необходимо сообщить на круговой орбите, чтобы обеспечить выход на гиперболу с заданным V_∞ , может быть определена по интегралу энергии. Круговая скорость на орбите:

$$V_{кр} = \sqrt{\frac{\mu}{r_k}}; \text{ скорость на гиперболе}$$

$$V_k = \sqrt{\frac{2\mu}{r_k} + \frac{\mu}{a}} = \sqrt{\frac{2\mu}{r_k} + V_\infty^2}.$$

Отсюда скорость в конце активного участка

$$\Delta V = V_k - V_{кр} = \sqrt{\frac{2\mu}{r_k} + V_\infty^2} - \sqrt{\frac{\mu}{r_k}}.$$

Для выхода на параболу $V_\infty = 0$ требуется скорость

$$\Delta V = \sqrt{\frac{\mu}{r_k}} (\sqrt{2} - 1).$$

Эти скорости должны быть достигнуты в конце активного участка выведения на соответствующем радиусе r_k .

При выведении к ближайшим планетам Венере и Марсу скорости достигают 3 ... 4 км/с, а при выведении к Юпитеру — до 6 ... 7 км/с.

1. 4. 2. Определение времени старта на промежуточную орбиту

Найдем приближенно время старта для выхода на промежуточную орбиту. Рассмотрим сферу, вращающуюся вместе с Землей с угловой скоростью ω_z .

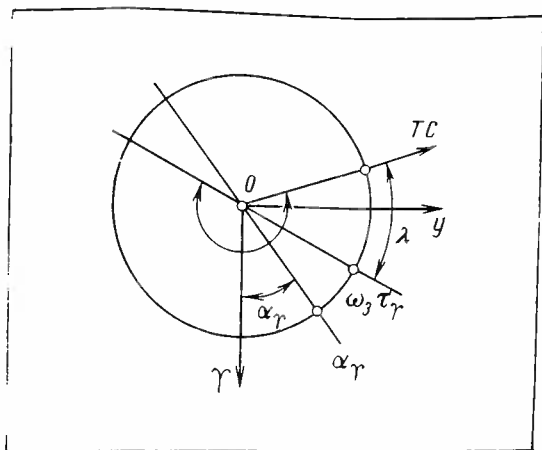


Рис. 1.27. Определение времени старта:

ТС—точка старта

Пусть α_r — положение нулевого гринвичского меридиана на 00 соответствующей даты ($\alpha_r=0$ в день, когда двигаясь по орбите, Земля пересекает ось $Ox(Y)$, направленную в точку весеннего равноденствия); $\omega_3 \tau_r$ — положение гринвичского меридиана на момент старта; λ — долгота точки старта на Земле.

Тогда из рис. 1.27 получим

$$\alpha_r + \tau_r \omega_3 + \lambda = \Omega + \Delta\alpha,$$

где Ω — положение узла орбиты; $\sin \Delta\alpha = (\operatorname{tg} \varphi_K / \operatorname{tg} i)$ или $\operatorname{tg} \Delta\alpha = \operatorname{tg} u \cos i$.

Отсюда гринвичское время старта

$$\tau_r = \frac{\Omega + \Delta\alpha - \alpha_r - \lambda}{\omega_3}. \quad (1.15)$$

Для случая старта с последующих витков орбиты необходимо учесть прецессию узла орбиты за соответствующее время.

1.4.3. Трассы полета и зоны видимости

Сделаем несколько замечаний по поводу трасс полета и зон видимости КА.

Трасса полета — проекция орбиты на поверхность вращающейся Земли — может быть построена следующим образом. Определяется широта φ , долгота λ ряда точек орбиты [9]:

$$\begin{aligned} \varphi &= \arcsin(\sin u \sin i); \\ \lambda &= \Omega + \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} u \cos i) - s, \end{aligned}$$

где s — звездное время на гринвичском меридиане, $s = s_0 + \varphi_3 (t - t_3)$.

Полученные зависимости наносятся на карту. Характерная зависимость $\varphi = \varphi(\lambda)$, или трасса полета для гиперболической орбиты, приведена на рис. 1.28.

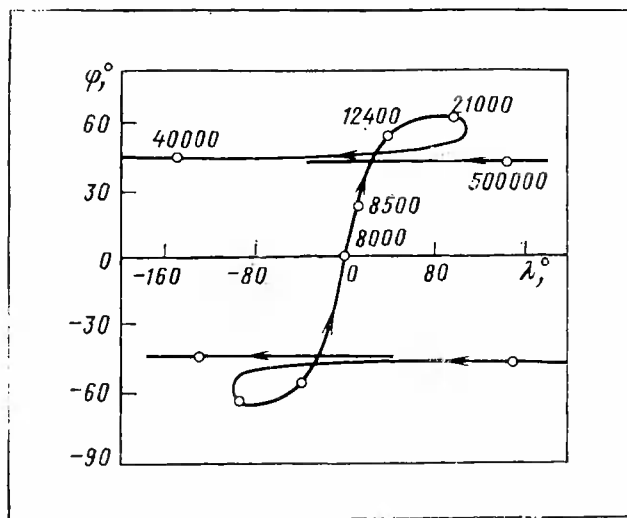


Рис. 1.28. Трасса полета КА к планетам:
φ—широта; λ—долгота

Трассы полета дают наглядное представление о прохождении КА над тем или иным пунктом земного шара и служат для организации связи и бортового управления.

Зоной видимости измерительных и наблюдательных пунктов называется область пространства, в которой измерительный пункт видит КА (или КА видит измерительный пункт). В зонах видимости пунктов назначаются сеансы связи с КА для измерений орбиты, передачи команд и получения бортовой информации. Таким образом, разрабатывается общая программа полета КА с учетом возможных нерасчетных ситуаций.

1.4.4. Вход в сферы действия и движение вблизи планет

Рассмотрим движение вблизи планеты, к которой движется КА по одной из опорных межпланетных траекторий, построенной по теореме Ламберта. Во время t_2 вектор скорости КА в эклиптической системе координат $\vec{V}_{2КЛ}$; зная скорость планеты $\vec{V}_{пл}$ можно определить относительную скорость аппарата относительно планеты $\vec{V}_{2\infty}$. Отнесем эту скорость на бесконечно большое расстояние от планеты, сохранив ее направление. Очевидно, в этом случае вектор скорости $\vec{V}_{2\infty}$ будет направлен на центр планеты. Для дальнейшего изучения полета в сфере действия планеты важно знать, какова цель полета к планете.

Это могут быть различные задачи, в частности:

прямая (без перехода на орбиту спутника) посадка на поверхность — в этом случае траектория должна попадать в планету;

облет планеты на заданном расстоянии с заданными параметрами, например, для фотографирования ее поверхности;

переход на орбиту спутника планеты или какой-либо маневр вблизи планеты;

использование гравитационного поля планеты для пертурбационного маневра.

Рассмотрим сначала попадающую траекторию, проходящую через центр планеты. Следует заметить, что при решении внешней задачи траектория также проходит через центр.

Движение КА вблизи планеты удобно рассматривать в планетоцентрической системе координат ξ_1, ξ_2, ξ_3 , выбранной следующим образом. Ось ξ_3 направлена в сторону вектора относительной скорости $\bar{V}_{2\infty}$ и параллельна ему. Направление осей ξ_2 и ξ_1 определяется векторными произведениями:

$$\xi_2 = \frac{\bar{r}_c \times \bar{V}_{2\infty}}{|\bar{r}_c \times \bar{V}_{2\infty}|}; \quad \xi_1 = \frac{\xi_2 \times \bar{V}_{2\infty}}{|\xi_2 \times \bar{V}_{2\infty}|},$$

где r_c — радиус-вектор планеты в момент прилета КА. Ось определяет положение в пространстве так называемой картинной плоскости. Если не учитывать притяжение планеты, т. е. рассматривать гелиоцентрический участок полета, то координаты ξ_1 и ξ_2 КА в картинной плоскости характеризуют отклонения траектории от попадающей в центр планеты.

Параметры планетоцентрической траектории определяются следующим образом. Положение плоскости орбиты в пространстве относительно координат ξ_1, ξ_2, ξ_3 определяется формулами

$$i = \frac{\pi}{2}; \quad \sin \Omega = \frac{\xi_2}{b}; \quad \cos \Omega = \frac{\xi_1}{b},$$

где $b = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}$ — прицельная дальность.

Аргумент широты радиуса-вектора на бесконечности u_∞ равен

$$u_\infty = -\frac{\pi}{2}.$$

Большая полуось орбиты a и эксцентриситет e находятся из соотношений

$$a = -\frac{\mu}{V_{2\infty}^2}; \quad e = \frac{1}{\sin \gamma}.$$

Истинная аномалия ϑ_∞ определяется из соотношений

$$\cos \vartheta_\infty = \frac{1}{e}; \quad \frac{\pi}{2} < \vartheta_\infty \leq \pi.$$

Долгота перицентра орбиты $\omega = u_\infty - \vartheta_\infty$.

Для пролетного варианта с целью увеличения продолжительности фотографирования необходимо, чтобы КА пролетал над освещенной частью планеты в течение максимально возможного времени. Это условие может быть выполнено в том случае, если плоскость орбиты нормальна терминатору планеты, т. е. плоскость

орбиты должна совпадать с плоскостью $\xi_1\xi_2$. В этом случае при заданном минимальном расстоянии пролета в периге r_{π} можно записать соотношения

$$\sin \gamma = \frac{1}{1 + \frac{2\pi}{a}}; \quad \xi = b = \frac{a}{\operatorname{tg} \gamma}; \quad \eta = 0,$$

которые позволяют определить положение аппарата в картинной плоскости, соответствующее траектории при фотографировании планеты. Условия прохождения аппарата через заданную точку $\xi_1\xi_2$ в картинной плоскости могут быть обеспечены коррекцией траектории.

Для того чтобы обеспечить наиболее выгодные условия радиосвязи с КА после посадки на планету для попадающего варианта, необходимо, чтобы угол λ между направлением на Землю и местной вертикалью в точке посадки был минимальным. Разумеется, это верно, если не требуется посадка в заданный район планеты. В картинной плоскости траектории, обеспечивающей указанное условие, будет соответствовать точка с координатами ξ_1' и ξ_2' .

Положение плоскости такой траектории определяется как

$$\bar{\xi}_2 = \frac{\bar{r}_3' \times \bar{V}_{2\infty}}{|\bar{r}_3' \times \bar{V}_{2\infty}|},$$

где \bar{r}_3 — радиус-вектор Земля — планета, а линия ее пересечения с картинной плоскостью как

$$\bar{\xi}_3' = \frac{\bar{\xi}_2' \times \bar{V}_{2\infty}}{|\bar{\xi}_2' \times \bar{V}_{2\infty}|}.$$

Значение прицельной дальности b можно определить, решая совместно систему уравнений

$$R_{пл} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\vartheta_{\infty} - \vartheta)},$$

$$\sin \gamma = \cos \vartheta_{\infty} \text{ при } \frac{3}{2}\pi < \vartheta_{\infty} < 2\pi, \quad b = \frac{a}{\operatorname{tg} \gamma},$$

где γ — угол между вектором скорости и радиусом-вектором Земля — планета, $R_{пл}$ — радиус планеты.

По значению b и положению плоскости орбиты определяются координаты r_1' и r_2' .

Область возможных траекторий (трубка траекторий) вблизи планеты определяется неточностью фактической траектории после коррекции. Поэтому при изучении свойств траекторий вблизи планеты рассматривается несколько наиболее характерных траекторий на границе и в центре этой области (трубки).

Время полета в сфере действия определяется по уравнению Кеплера.

1.5. Движение по опорным орбитам

Сделаем выбор характерных параметров траекторий для межпланетных полетов и проанализируем их. Для примера рассмотрим траектории полета к Венере вблизи оптимальной даты старта — 28 марта 1964 года — и траектории полета к Марсу вблизи оптимальной даты — 21 ноября 1964 года.

Таблица 1.4

Параметры	Земля—Венера			Земля—Марс		
Дата отлета	20.8.1962	28.3.1964	13.11.1965	31.10.1962	31.11.1964	4.1.1967
Время полета t_n , сут	113	113	107	225	248	201
Дата прилета	11.12.1962	19.7.1964	27.2.1966	13.6.1963	27.7.1965	25.7.1967
Параметр p , млн. км	121,4	119,1	122,3	185,9	180,1	178,6
Эксцентриситет e	0,19722	0,20271	0,17708	1,25416	0,21088	0,21504
Долгота восходящего узла Ω , °	326,05	7,6	50,4	37,5	238,4	283,7
Долгота перигея ω , °	178,3	—176,3	—190,9	354,2	—10,5	—283,6
Наклонение i , °	1,427	3,146	4,251	2,585	1,722	1,740
Дата прохождения через перигелий τ	4.1.1963	21.11.1963	13.6.1965	24.10.1962	22.11.1964	1.1.1967
Скорость отлета $V_{1\infty}$, км/с	2,98	3,50	3,65	3,91	2,98	3,00
Скорость прилета $V_{2\infty}$, км/с	5,8	6,1	4,7	4,2	4,2	5,5

В табл. 1.4, приводятся характеристики траекторий полета к Венере и Марсу, близких к оптимальным, для трех циклов полетов. Из таблицы видно, что форма орбиты и ее энергетические характеристики слабо меняются при изменении эпохи полета. При рассмотрении других циклов полета к этим планетам большинство основных характеристик меняется в незначительных пределах.

Однако следует заметить, что некоторые из них, например склонение δ вектора скорости $\vec{V}_{1\infty}$ у Земли, могут изменяться довольно сильно, что существенно сказывается на выборе опорных траекторий.

При полетах к другим планетам исследование свойств траекторий и выбор параметров можно проводить аналогичным путем. При этом основные зависимости в связи со значительным изменением элементов движения планет изменяются существенно. Так, например, оптимальная скорость отлета от Земли $V_{1\infty}$ для обеспечения сближения с Юпитером возрастает до 9,5 км/с.

1. 5. 1. Выбор опорных траекторий полета к Венере и Марсу

В результате расчетов межпланетных траекторий для выбранного по приближенной методике диапазона дат старта и времени полета можно получить потребные скорости отлета у Земли $\vec{V}_{1\infty}$, которые можно представить, как было показано выше, в виде зависимостей $V_{1\infty} = f(t_{\text{пл}})$ при $t_{\text{ст}} = \text{const}$. При этом следует заметить, что построенная совокупность кривых распадается на два семейства. Первое семейство характеризуется траекториями полета, для которых встреча с планетой происходит на первом полувитке, т. е. $2f < \pi$, второе семейство — траекториями второго полувитка, т. е. $2f > \pi$ (см. рис. 1.20 и 1.21). Время полета по траекториям первого полувитка меньше, чем время полета по траекториям второго полувитка, и, следовательно, предпочтительнее использовать траектории со встречей на первом полувитке.

Для анализа межпланетных траекторий удобнее пользоваться зависимостями, построенными в виде изолиний скоростей $V_{1\infty} = \text{const}$ для различных дат старта и дат прилета. Будем рассматривать также траектории встречи с планетой на первом полувитке.

Построим на изоэнергетических раковинах дополнительные характеристики межпланетных траекторий, которые наиболее существенно сказываются на выборе опорных траекторий. Этими характеристиками являются: скорости сближения с планетой, геометрические условия отлета от Земли для организации наблюдений и приземном участке траекторий, геометрические условия подлета к планете, необходимые для анализа условий ориентации и совещения маневров у планеты. На построенные кривые $V_{1\infty} = \text{const}$ можно нанести изолинии широт конца активного участка полета $\varphi_k = \text{const}$ и скоростей подлета к планете $V_{2\infty} = \text{const}$, а также изогонии углов между вектором скорости $\vec{V}_{2\infty}$ и направлениями Солнце — планета и Земля — планета. Такие суммарные зависимости позволяют провести анализ траекторий с учетом ограничений, накладываемых условиями отлета от Земли и подлета к планете. На рис. 1.29 ... 1.32 приведены изолинии указанных выше параметров, характеризующих траектории полета к Венере и Марсу при встрече с планетами на первом полувитке. Из приведенных зависимостей

видно, что имеется траектория, обеспечивающая минимум скорости $V_{1\infty}$ и, следовательно, минимум энергии. Эта траектория соответствует оптимальной дате старта и дате прилета к планете. При отходе от оптимальной даты старта величина потребной скорости увеличивается.

Для каждой даты старта существует множество траекторий, обеспечивающих сближение с планетой и характеризующихся различными значениями скоростей отлета и времени полета.

Из совокупности траекторий, обеспечивающих полет космического аппарата к планете назначения, для каждой даты старта должна быть выбрана такая траектория, которая наилучшим образом удовлетворяет поставленным перед ней требованиям, изложенным выше.

Диапазон возможных дат старта определяется из соотношения

$$h_n \leq h_p,$$

где $h_n = \frac{V_{1\infty}^2}{2}$ — потребная энергия выведения космического аппарата на межпланетную траекторию; h_p — располагаемая энергия выведения ракеты-носителя при выбранной массе космического аппарата.

Соотношение $h_n \leq h_p$ определяет на рис. 1.29 ... 1.32 области, в которых можно варьировать характерные параметры. Возможные ограничения на величины φ_k , V_2 и др., связанные с особенностями работы космического аппарата, могут в свою очередь привести к сужению области возможных траекторий. Так, например, ограничения по широте начала пассивного участка траекторий при полете к Венере ($\varphi_k \geq 40^\circ$), связанные с необходимостью наблюдения на начальном участке полета, приводят к тому, что траектории с малым временем полета выпадают из рассмотрения. Аналогичные ограничения могут быть и по другим параметрам.

Кроме ограничения угла φ_k — широта конца активного участка для вариантов, попадающих в планету и предназначенных для посадки, — ограничивается и скорость встречи с планетой и, стало быть, скорость на «бесконечности» $V_{2\infty}$. Если эти скорости ограничить величиной $V_{2\infty} = 7,0$ км/с, то ограничения по скоростям будут практически совпадать с ограничениями по углу φ_k (см. рис. 1.29).

На изоэнергетической раковине можно изобразить и характерные условия подлета к планете: например, угол между вектором скорости и направлением Солнце — Венера (β), угол между вектором скорости и направлением Земля — Венера (γ). В связи с конструктивными ограничениями возможны требования постоянства этих углов для опорных дат старта. Аналогичные зависимости для полета к Марсу представлены на рис. 1.31. Требование $\varphi_k > 40^\circ$ приводит к тому, что для этого случая приходится довольно далеко отходить от оптимального времени полета к Марсу.

Условия подлета к Марсу существенно отличаются от условий сближения с Венерой. Так, угол γ между вектором скорости $V_{2\infty}$ и направлением Земля — Марс — около 30° , тогда как для Венеры

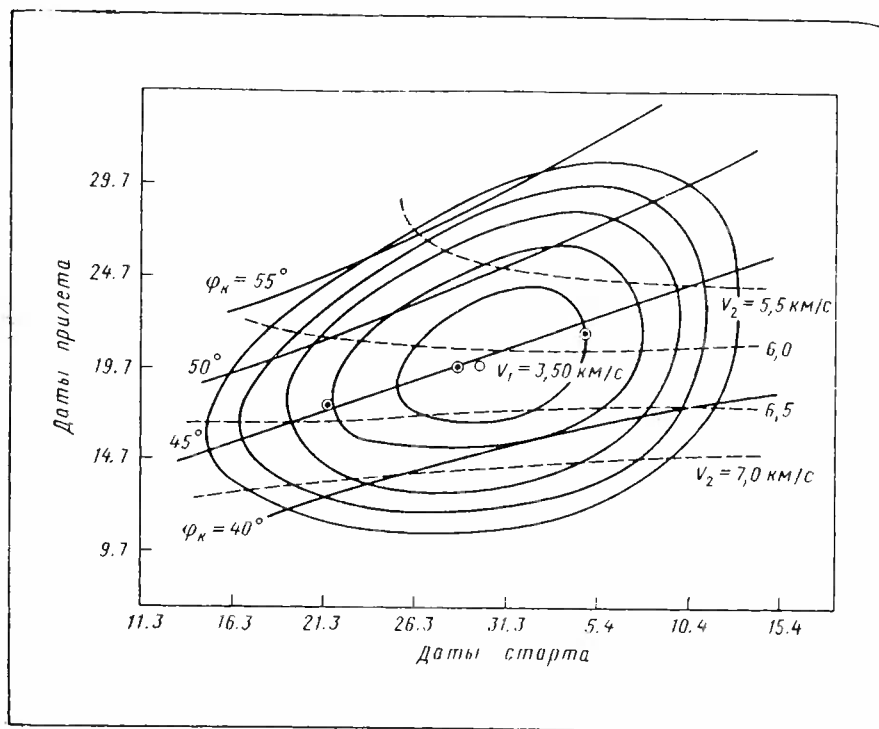


Рис. 1.29. Зависимость скорости отлета от Земли (V_1) от дат старта и прилета при полете к Венере:

○ — опорные даты; φ_k — широта конца активного участка; V_2 — скорость сближения с Венерой, км/с

этот угол составляет 45° . Угол между вектором скорости подлета $V_{2\infty}$ к Венере и направлением Солнце — планета еще более существенно отличается от угла β при подлете к Марсу. Так, для сближения с Венерой $\beta = 145^\circ$, а для сближения с Марсом $\beta = 50 \dots 55^\circ$ (см. рис. 1.32).

Эти особенности по условиям подлета к планете сказываются и на конструкции космического аппарата. Так, для марсианских КА (с постоянной солнечной ориентацией для подзарядки солнечных батарей) земной датчик устанавливается на стороне, обращенной к Солнцу, а для венерианских КА, наоборот, на теневой стороне.

В пределах рассматриваемых областей параметры, характеризующие полет космического аппарата, меняются плавно от одной даты к другой. Поэтому достаточно проанализировать только наиболее характерные опорные траектории, выбранные в диапазоне возможных дат старта с учетом всех требований и ограничений, обеспечивающие выполнение поставленных перед космическим а

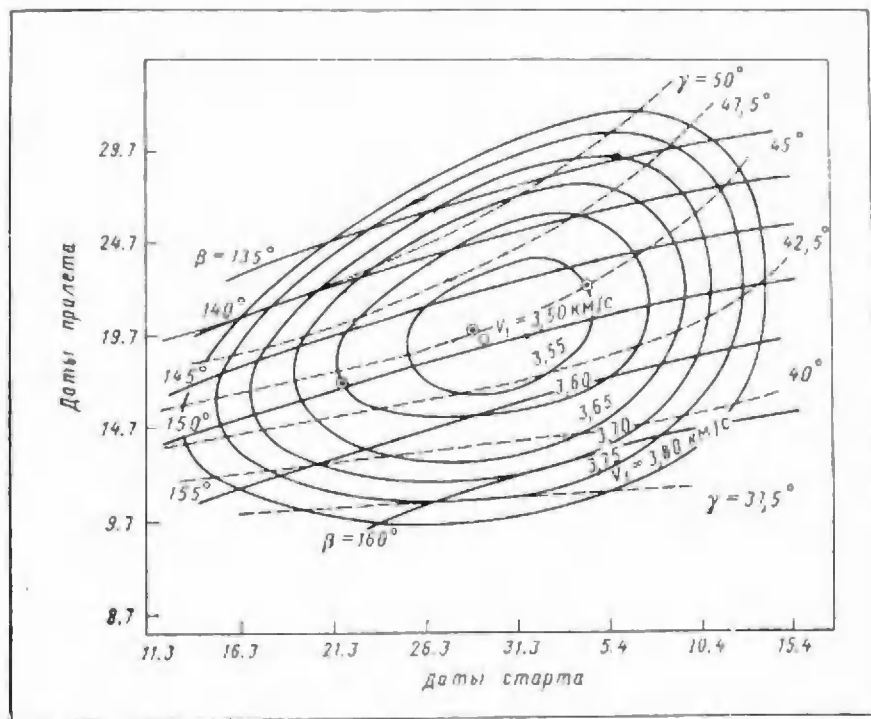


Рис. 1.30. Зависимость скорости отлета от Земли (V_1) и геометрических параметров полета к Венере от дат старта и прилета:

© — опорные даты; β — угол между вектором скорости и направлением Солнце — Венера; γ — угол между вектором скорости и направлением Земля — Венера

паратом задач. В качестве опорных дат старта для последующего исследования особенностей прогнозирования и коррекции межпланетных траекторий выбираются, как правило, оптимальная дата, даты, соответствующие началу и концу выбранного диапазона, и в случае необходимости — даты в середине интервалов между крайними и оптимальными датами.

Можно выбрать опорные орбиты и другим образом, двигаясь, например, по изоэнергетической кривой, тогда вертикальные касательные к ней дадут начало и конец возможного диапазона дат старта. При этом масса КА будет постоянной. В этом случае не будет резерва массы КА для дат старта, находящихся внутри возможного диапазона. Выбранные опорные траектории отмечены на рис. 1.29 и 1.31.

Проекция на эклиптику опорных траекторий представлены на рис. 1.33 и 1.34, на которых отмечены положения планет и КА. На рис. 1.35 и 1.36 показано, как изменяются угловые характеристики вдоль опорных траекторий.

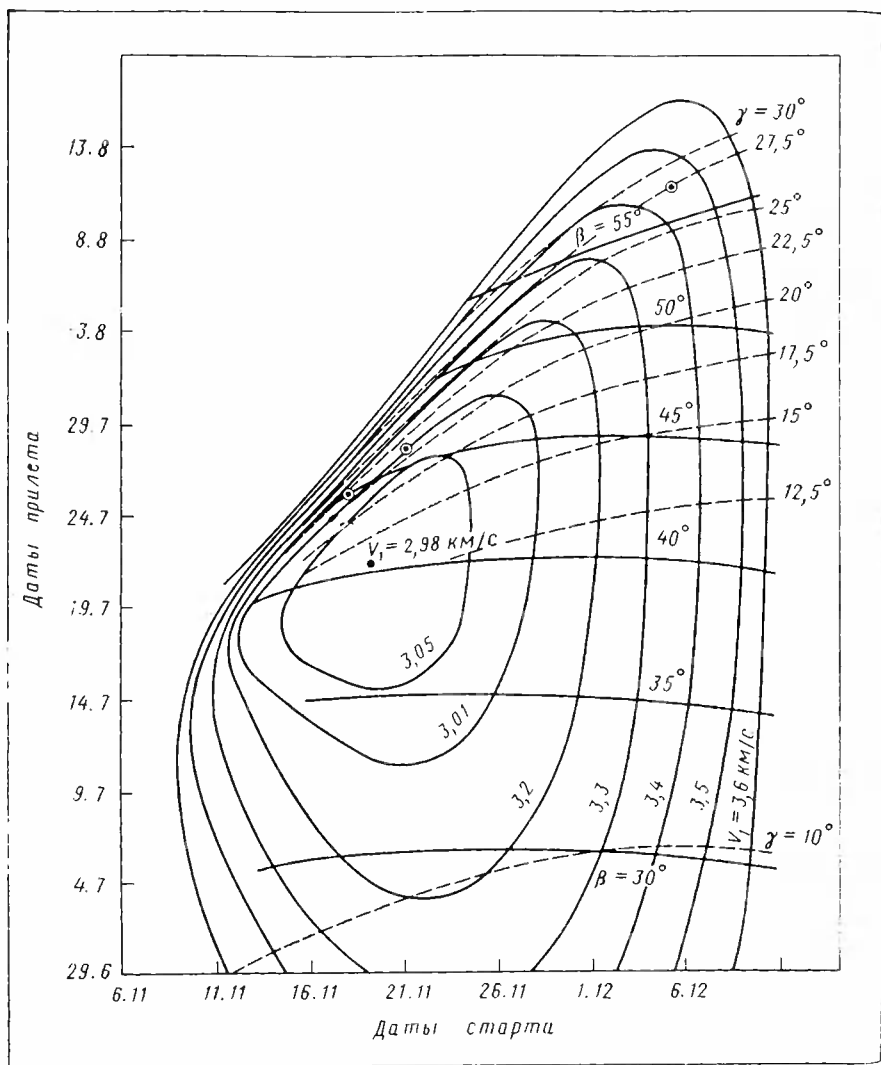


Рис. 1.31. Зависимость скорости отлета от Земли от даты старта и даты прилета при полете к Марсу:

⊙ — опорные даты; φ_k — широта конца активного участка; V_2 — скорость сближения с Марсом, км/с

Полученные зависимости параметров движения КА на гелиоцентрическом участке полета во многом определяют требования как к конструкции КА и расположению на его борту приборов, так и к организации управления с Земли функционированием КА и его систем.

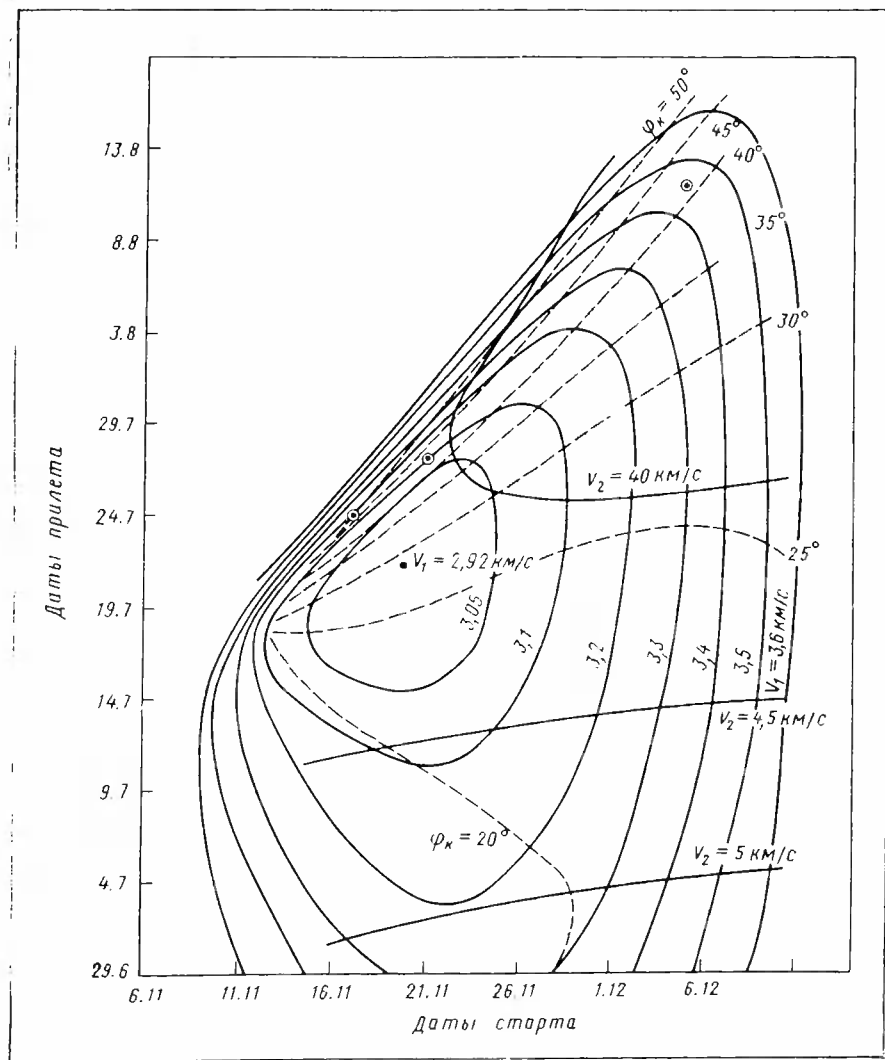


Рис. 1.32. Зависимость скорости отлета от Земли геометрических параметров подлета к Марсу от даты старта для выбора опорных траекторий:

⊙ — опорные даты; β — угол между вектором скорости и направлением Солнце — Марс; γ — угол между вектором скорости и направлением Земля — Марс

В дальнейшем выбранные здесь опорные орбиты используются для проведения исследований, связанных с коррекцией, ориентацией перед подлетом к планетам и др. Эти исследования и расчеты дополняют требования к системам КА.

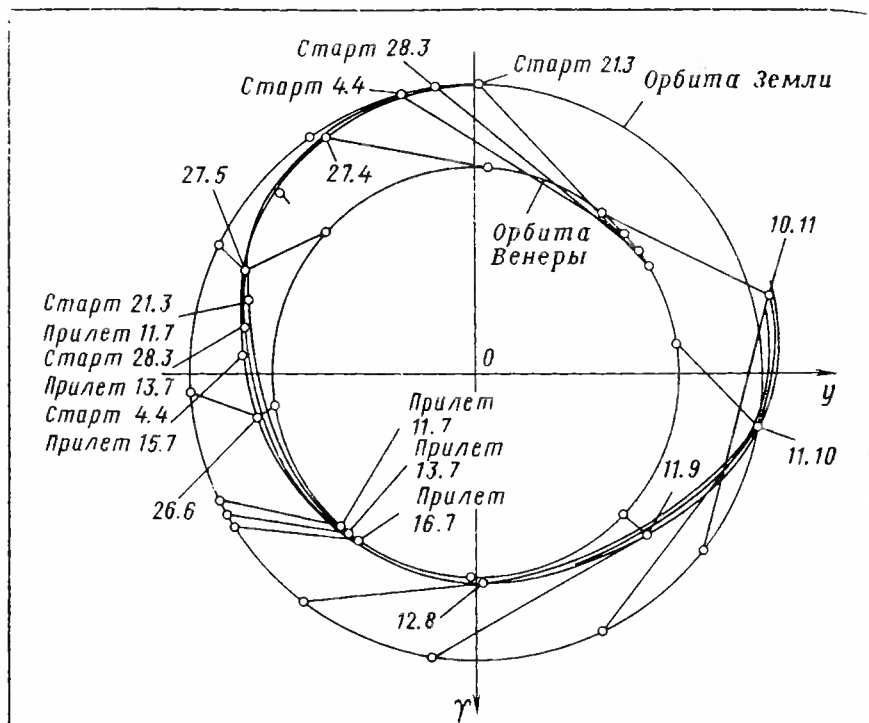


Рис. 1.33. Проекция опорных траекторий полета к Венере на плоскость эклиптики и характерные даты

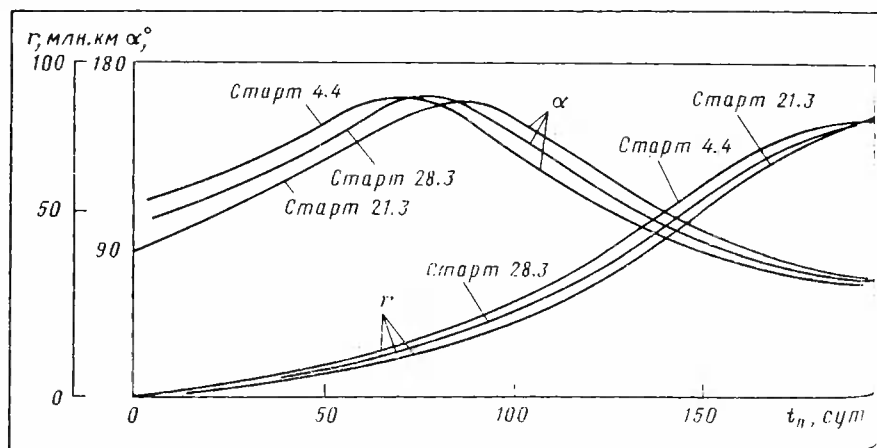


Рис. 1.35. Зависимость расстояния Земля — КА r и угла Солнце — КА — Земля α от времени полета для опорных траекторий полета к Венере

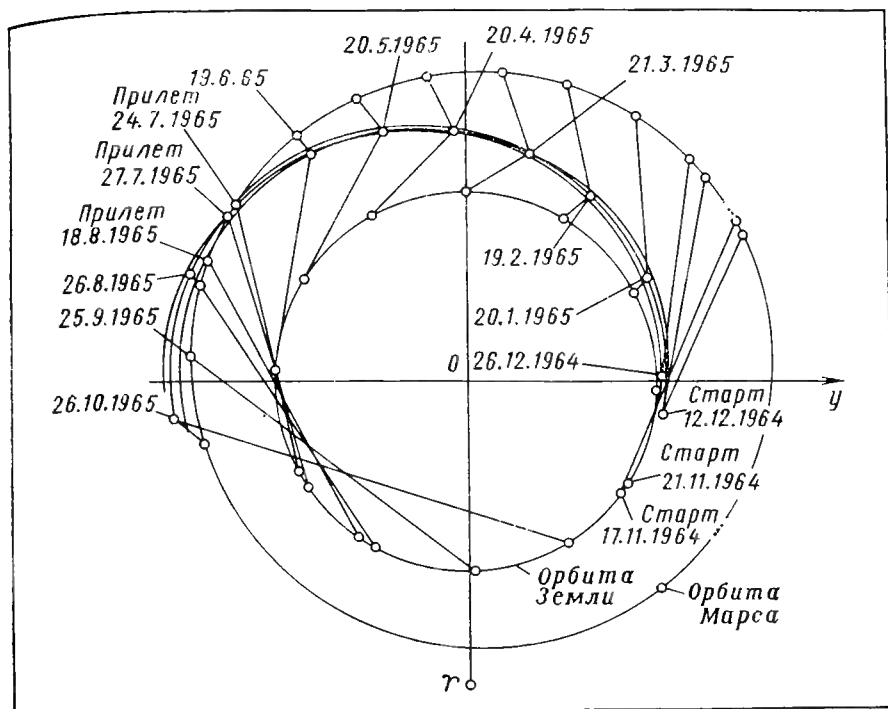


Рис. 1.34. Проекция опорных траекторий полета к Марсу на плоскость эклиптики и характерные даты

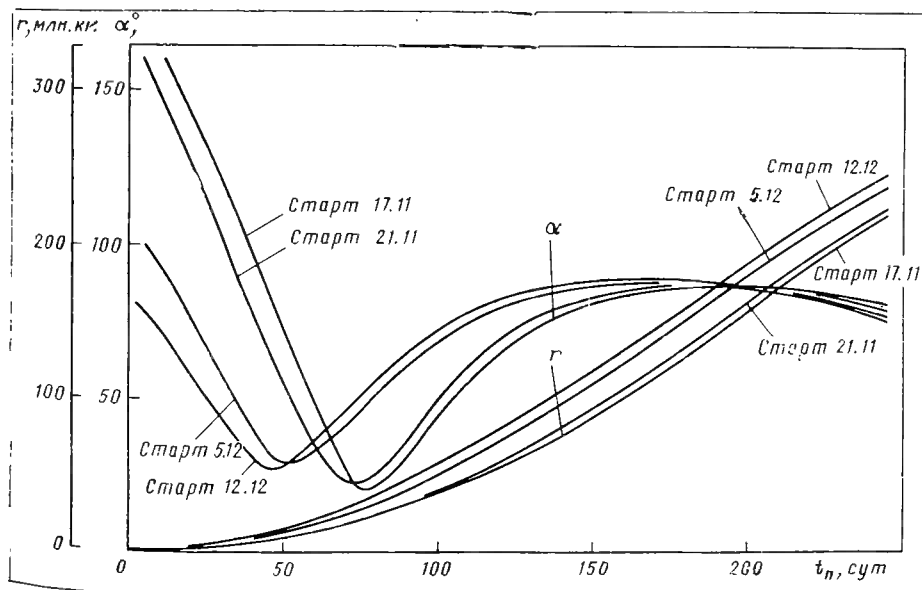


Рис. 1.36. Зависимость расстояния Земля — КА r и угла Солнце — КА — Земля α от времени для опорных траекторий полета к Марсу

1. 5. 2. Движение в сфере действия Земли

При движении космического аппарата вблизи Земли на геоцентрическом участке траектории наиболее важными являются параметры, которые определяют условия его ориентации, наблюдения за его полетом, радиосвязи с наземными измерительными пунктами (НИП), а также данные, которые влияют на работу бортовых систем.

Поскольку полет космического аппарата на приземном участке (до расстояний 100—150 тысяч километров) происходит в течение нескольких часов, можно принять, что движение космического аппарата происходит относительно Земли, положение которой на орбите фиксировано на момент старта.

Решая уравнение Кеплера для гиперболической орбиты и определяя координаты аппарата, можно вычислить на любой момент времени расстояние аппарат — Земля. При небольшом удалении аппарата от Земли можно принять, что геоцентрические радиусы-векторы аппарата и Земли параллельны друг другу. Тогда угол Солнце — аппарат — Земля можно определить из скалярного произведения радиусов-векторов \vec{r}_{01} и \vec{r}_1 :

$$\cos \alpha = - \frac{x_{01}x_1 + y_{01}y_1 + z_{01}z_1}{|r_{01}| |r_1|}, \quad (1.16)$$

где $\vec{r}_{01}(x_{01}, y_{01}, z_{01})$ — геоцентрический радиус-вектор космического аппарата; $\vec{r}_1(x_1, y_1, z_1)$ — геоцентрический радиус-вектор Земли, определенный на момент старта.

Фазовый угол Земли Φ в этом случае будет $\Phi = \pi - \alpha$.

При определении расстояний $R_{н.п}$ от измерительного пункта до космического аппарата, углов места $\psi_{н.п}$ относительно пункта, а также углов Солнце — КА — пункт α можно пользоваться следующими зависимостями:

$$R_{н.п} = \sqrt{(x_{01} - x_{н.п})^2 + (y_{01} - y_{н.п})^2 + (z_{01} - z_{н.п})^2},$$

$$\cos \left(\psi_{н.п} - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{x_{н.п}(x_{01} - x_{н.п}) + y_{н.п}(y_{01} - y_{н.п}) + z_{н.п}(z_{01} - z_{н.п})}{R_{н.п} \varrho_{н.п}},$$

$$\cos \alpha_{н.п} = \frac{x_1(x_0 - x_{н.п}) + y_1(y_0 - y_{н.п}) + z_1(z_0 - z_{н.п})}{\varrho_{н.п} |\vec{r}_1|},$$

где $R_{н.п}(x_{н.п}, y_{н.п}, z_{н.п})$ — текущие координаты пункта.

Геоцентрические координаты измерительных пунктов можно рассчитать следующим образом. На начало даты старта из «Астрономического ежегодника» определяется звездное время $t_{зв}$, которое соответствует угловому положению григорианского меридиана от направления в точку весеннего равноденствия, и часовое изменение звездного времени $\Delta t_{зв}$. Зная географическую широту $\varphi_{н.п}$, долготу

$\lambda_{н.п}$ и время старта $\tau_{ст.п}$ для любого момента времени $t_{п}$ можно записать

$$\begin{aligned}x_{н.п} &= R \cos \varphi_{н.п} \cos [t_{зв} + (\Delta t_{зв} + \omega_3)(\tau_{ст} + t_{п}) - \lambda_{н.п}], \\y_{н.п} &= R \cos \varphi_{н.п} \sin [t_{зв} + (\Delta t_{зв} + \omega_3)(\tau_{ст} + t_{п}) - \lambda_{н.п}], \\z_{н.п} &= R \sin \varphi_{н.п},\end{aligned}\quad (1.17)$$

где ω_3 — скорость вращения Земли.

Полет на геоцентрическом участке траектории имеет ряд особенностей, связанных с быстрым движением межпланетного аппарата относительно Земли.

Проекция траектории космического аппарата на вращающуюся Землю (трасса) представляет собой петлю. Движение относительно поверхности Земли по ее восходящей ветви происходит на восток, а движение по нисходящей ветви — на запад. Это объясняется тем, что в начале полета космический аппарат имеет угловую скорость, большую скорости вращения Земли, затем его угловое перемещение замедляется, он удаляется почти по радиусу-вектору, и его трасса в основном определяется скоростью вращения Земли и наклоном вектора скорости КА. При отрицательных склонениях трасса проходит по южному полушарию Земли, при положительных — по северному. Это обстоятельство определяет условия и продолжительность видимости аппарата из пунктов связи.

В начале пассивного участка полета проводится «приземный» сеанс связи с космическим аппаратом. В течение этого сеанса проводятся траекторные измерения, а также контролируется работа бортовых систем. Обычно в этом сеансе принимает участие ряд измерительных пунктов, расположенных вдоль трассы и вступающих в связь с космическим аппаратом по мере того, как он входит в зону их видимости. Программа работы наземных измерительных пунктов связи определяется в результате расчетов углов места и скоростей изменения параметров для различных пунктов во времени полета аппарата. Связь с космическим аппаратом может обеспечиваться как по команде с Земли, так и путем включения сеанса от бортового программно-временного устройства (автономные сеансы). В последнем случае на борту космического аппарата закладывается программа включения автономных сеансов, при составлении которой необходимо учитывать следующее:

— сеансы связи должны проводиться в то время, когда космический аппарат находится в зоне видимости наземного пункта связи;

— в случае полета одновременно нескольких аппаратов сеансы связи должны быть разнесены по времени в интервале видимости с учетом продолжительности сеансов и величин промежутков между ними.

На рис. 1.37 изображены кривые изменения угла места h во времени полета космического аппарата к Венере или Марсу, от-

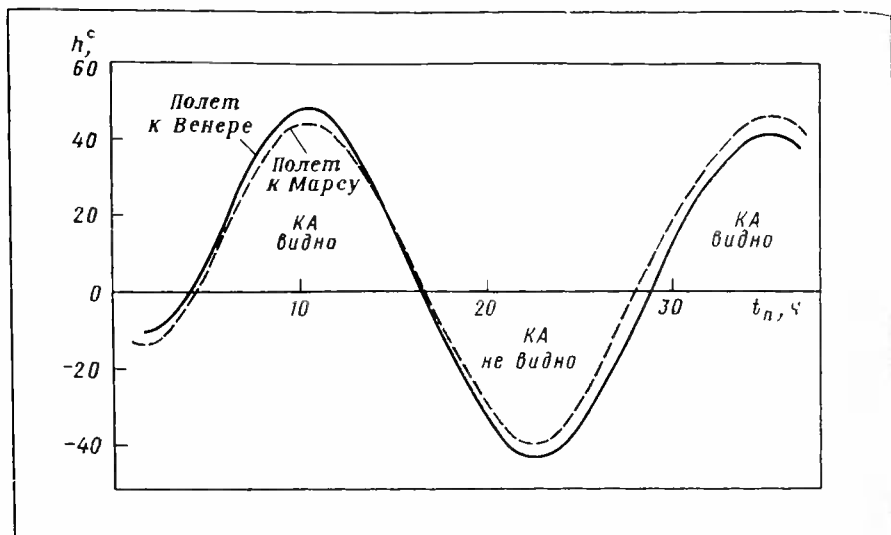


Рис. 1.37. Зависимость угла места h из Крыма от времени t_n на приземном участке полета к Венере и Марсу для оптимальных дат старта

считываемому от момента начала пассивного участка траектории для пункта космической связи, расположенного в Крыму. Очевидно, что наиболее благоприятные условия для радиосвязи будут в том случае, когда космический аппарат находится вблизи верхней кульминации относительно измерительного пункта.

Для обеспечения нормальной работы солнечных батарей необходимо, чтобы их плоскость имела постоянную ориентацию на Солнце, осуществляемую с помощью солнечного датчика и управляющих двигателей.

Такую ориентацию космического аппарата следует осуществить как можно раньше для пополнения запасов электроэнергии на борту. Однако на приземном участке полета яркость Земли настолько велика, что возможна ложная ориентация солнечного датчика на Землю. В этом случае момент возможного начала постоянной ориентации на Солнце выбирается в соответствии с результатами расчетов звездной величины Земли. На рис. 1.38, 1.39 приведены кривые изменения расстояний Земля — аппарат и угла Солнце — аппарат — Земля по времени полета на приземном участке, которые используются при расчетах звездной величины Земли. Звездная величина Земли определяется по формуле, приведенной в разд. 1.5.3.

Для всех дат старта расстояние Земля — КА растет практически одинаково (очень близки друг другу скорости V_{∞}), а изменение углов довольно сильно зависит от даты старта.

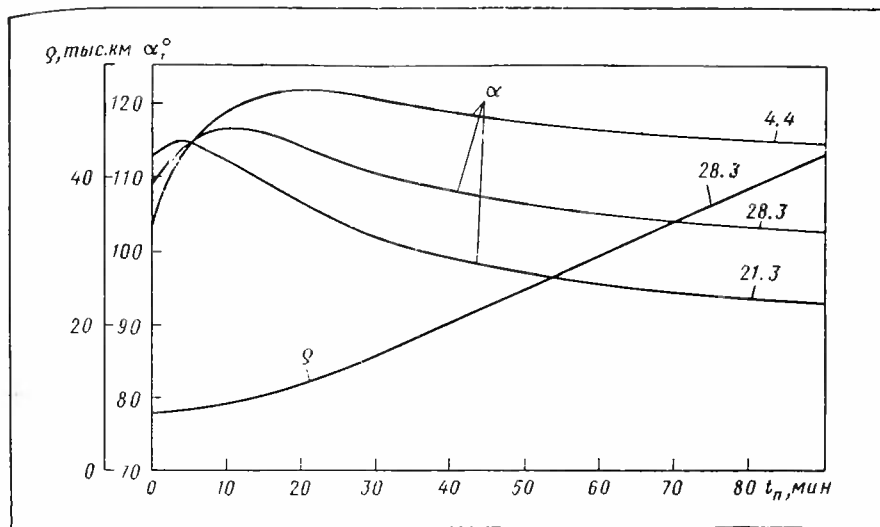


Рис. 1.38. Зависимость угла Солнце — КА — Земля α и расстояния КА — Земля ρ от времени полета t_n на приземном участке полета к Венере

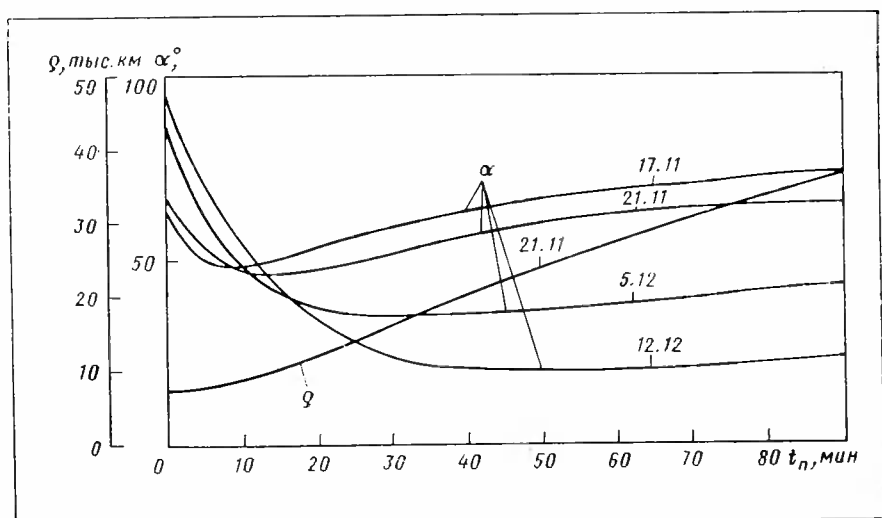


Рис. 1.39. Зависимость угла Солнце — КА — Земля α и расстояния КА — Земля ρ от времени полета t_n на приземном участке полета к Марсу

1. 5. 3. Движение на гелиоцентрическом участке полета

Для обеспечения наилучших условий радиосвязи с космическими аппаратами, а также составления программы сеансов связи в случае полета нескольких космических аппаратов необходимо знать условия их радиовидимости из пункта связи. Эти условия характеризуются продолжительностью интервала радиовидимости и положением этого интервала в течение каждых суток полета. Положение интервала видимости зависит от кульминации аппарата относительно пункта связи.

В целях упрощения расчетов можно сделать следующие допущения, не приводящие к существенной потере точности:

— положения Земли и космического аппарата на орбитах, определенные в выбранный момент времени, считаются фиксированными в течение суток;

— плоскость гринвичского меридиана в 0 часов Всемирного времени параллельна радиусу-вектору Земли.

Тогда верхняя кульминация t_K космического аппарата определяется следующим образом.

Для заданного момента считаются координаты Земли и аппарата. Затем, осуществив переход из эклиптической системы координат в экваториальную и найдя положение космического аппарата относительно Земли, можно воспользоваться следующим соотношением:

$$t_K = \alpha_0 - \alpha_1 - \beta_{н.п.},$$

где t_K — верхняя кульминация космического аппарата для пункта связи по Всемирному времени; α_1 — прямое восхождение Земли; α_0 — прямое восхождение КА относительно Земли; $\beta_{н.п.}$ — географическая широта измерительного пункта.

Значения α_1 и α_0 определяются из формул

$$\cos \alpha_1 = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}, \quad \cos \alpha_0 = \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}},$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{y_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}, \quad \sin \alpha_0 = \frac{y_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}},$$

$$0 \leq \alpha_1 \leq 2\pi, \quad 0 \leq \alpha_0 \leq 2\pi,$$

где x_1, y_1, z_1 — координаты Земли в экваториальной системе координат, x_0, y_0, z_0 — координаты КА относительно Земли в экваториальной системе координат.

Продолжительность радиовидимости космического аппарата t_p можно определить из выражения

$$\cos \omega_3 \frac{t_p}{2} = \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \Delta\psi \right) - \sin \delta_0 \sin \varphi_{н.п.}}{\cos \delta_0 \sin \varphi_{н.п.}},$$

где ω — угловая скорость вращения Земли; $\varphi_{и.п}$ — географическая широта измерительного пункта; δ_0 — склонение космического аппарата; $\Delta\psi$ — угол места, соответствующий началу и концу радиовидимости.

Значение δ_0 определяется из выражения

$$\sin \delta_0 = \frac{z_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}.$$

Зная t_k и t_b , можно найти момент начала $t_{п.в}$ и конца $t_{к.в}$ радиовидимости космического аппарата:

$$t_{п.в} = t_k - \frac{t_b}{2}; \quad t_{к.в} = t_k + \frac{t_b}{2}.$$

При определении параметров радиолинии борт КА — Земля необходимо располагать данными об изменении угла Солнце — КА — Земля, а также расстояния Земля — КА в течение всего времени полета. Кроме того, для определения условий ориентации КА как во время радиосвязи с Землей, так и при проведении коррекции траектории необходимо знать углы Солнце — КА — звезда (планета) γ_i , фазовые углы Φ_i планет и звездные величины звезд и планет m_i с борта космического аппарата. Определяя координаты КА и планет для различных моментов времени и зная средние места наиболее ярких звезд (по «Астрономическому ежегоднику») для планет, можно вычислить значения γ_i , Φ_i из следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \cos \gamma_i &= \frac{(x_i - x_0)x_0 + (y_i - y_0)y_0 + (z_i - z_0)z_0}{r_0 r_{i0}}, \\ \cos \Phi_i &= \frac{(x_i - x_0)x_i + (y_i - y_0)y_i + (z_i - z_0)z_i}{r_i r_{i0}}, \\ r_0 &= \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}, \\ r_{i0} &= \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2}, \\ r_i &= \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}, \end{aligned}$$

где x_i , y_i , z_i — координаты i -й планеты в экваториальной системе координат.

Для определения угла Солнце — КА — звезда в связи с большими расстояниями до звезд можно пользоваться формулой

$$\cos \gamma_i = \frac{l_i x_0 + m_i y_0 + n_i z_0}{r_0},$$

где l , m , n — направляющие косинусы вектора, направленного на звезду.

Для использования планет в качестве источников системы ориентации необходимо знать звездные величины планет и звезд.

Известно, что звезды отличаются друг от друга по своему видимому блеску, который характеризуется видимой звездной величи-

ной m . Блеск звезды каждой последующей величины примерно в 2,5 раза слабее блеска звезды данной величины.

Зависимость между блеском I_1 и I_2 двух сравниваемых звезд и их звездными величинами m_1 и m_2 выражается формулой

$$\frac{I_1}{I_2} = 2,512^{(m_2 - m_1)}$$

или

$$\lg \frac{I_2}{I_1} = 0,4(m_2 - m_1).$$

За исходную величину принято, что звездная величина звезды α Малой Медведицы составляет $m = 2^m 15$. В настоящее время основой интернациональной шкалы является совокупность тщательно определенных звездных величин околополярных звезд, представляющая собой фотометрический стандарт большой точности — Северный полярный ряд (NPS). Звездные величины звезд можно брать из «Астрономического ежегодника». Блеск звезды оценивается визуально или фотографически.

В практике межпланетных полетов возникает задача определения звездных величин планет. Очевидно, что звездная величина планет зависит от расстояний от Солнца до КА и углов фазы. Причем с КА планеты наблюдаются под более широким диапазоном углов фазы, чем с Земли, поэтому блеск планеты приближенно оценивается по приведенным здесь формулам, которые составлены на основе многолетних наблюдений за блеском планет в зависимости от их фазы [17].

Звездные величины планет Венера, Земля, Марс и Юпитер можно рассчитать по формулам в виде рядов по фазе:

$$\begin{aligned} m_{\text{В}} &= -4,14 + 5 \lg r_{\text{В}} r_{\text{В}_0} + 0,09 \frac{\Phi_{\text{В}}}{100} + 2,39 \left(\frac{\Phi_{\text{В}}}{100} \right)^2 - 0,05 \left(\frac{\Phi_{\text{В}}}{100} \right)^3, \\ m_{\text{З}} &= -3,87 + 5 \lg r_{\text{З}} r_{\text{З}_0} + 1,3 \frac{\Phi_{\text{З}}}{100} + 0,19 \left(\frac{\Phi_{\text{З}}}{100} \right)^2 + 0,48 \left(\frac{\Phi_{\text{З}}}{100} \right)^3, \\ m_{\text{М}} &= -1,52 + 5 \lg r_{\text{М}} r_{\text{М}_0} + 2,8 \frac{\Phi_{\text{М}}}{100} - 1,6 \left(\frac{\Phi_{\text{М}}}{100} \right)^2 + 1,3 \left(\frac{\Phi_{\text{М}}}{100} \right)^3, \\ m_{\text{Ю}} &= -9,1 + 5 \lg r_{\text{Ю}} r_{\text{Ю}_0} + 0,05 \Phi_{\text{Ю}}, \end{aligned} \quad (1.18)$$

где $\Phi_{\text{В}}$, $\Phi_{\text{З}}$, $\Phi_{\text{М}}$, $\Phi_{\text{Ю}}$ — фазовые углы Венеры, Земли, Марса, Юпитера с КА; $r_{\text{В}_0}$, $r_{\text{З}_0}$, $r_{\text{М}_0}$, $r_{\text{Ю}_0}$ — расстояние от КА до Венеры, Земли, Марса, Юпитера; $r_{\text{В}}$, $r_{\text{З}}$, $r_{\text{М}}$, $r_{\text{Ю}}$ — расстояние от Солнца до Венеры, Земли, Марса, Юпитера.

После определения элементов гелиоцентрических траекторий для выбранных опорных дат старта проводятся расчеты наиболее важных характеристик движения КА. На рис. 1.33 и 1.34 приведены проекции орбит планет и космического аппарата на плоскости эклиптики, там же нанесены положения КА, Земли и планет для различных моментов времени. Указанные рисунки дают наглядное представление о траекториях движения космического аппарата.

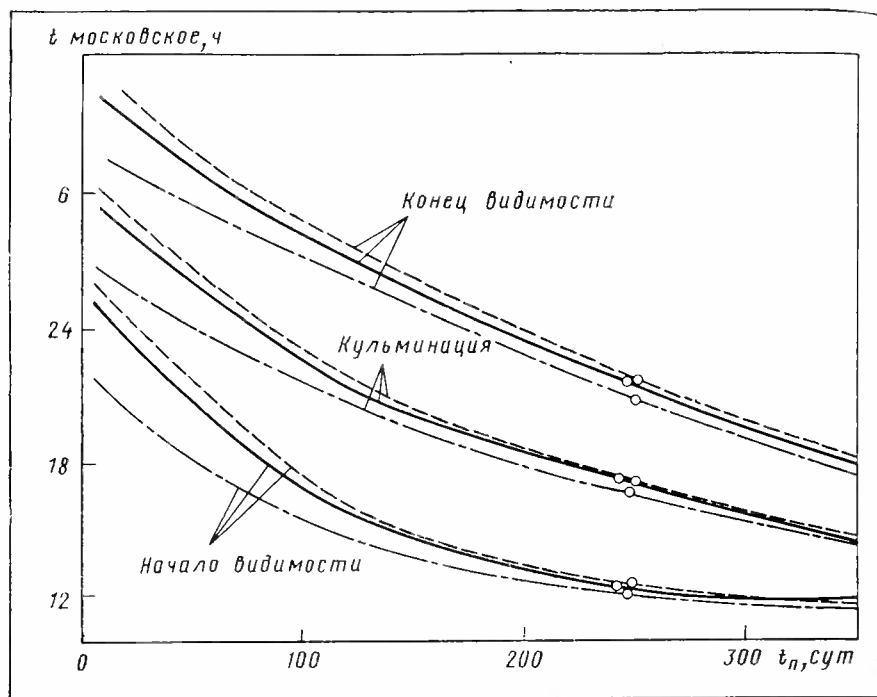


Рис. 1.41. Начало, конец и кульминация видимости КА из Крыма для опорных дат старта по времени полета к Марсу:

○ — даты прилета; — — — — — старт 17. 11. 1964;
 — — — — — старт 21. 11. 1964; — · — · — старт 12. 12. 1964

необходимости проведения сеансов в течение суток с несколькими аппаратами приведенные на рис. 1.44 зависимости используются для организации управления КА с Земли (с НИП).

Для получения наибольшей эффективности радиолинии борту КА — Земля необходимо, чтобы бортовые антенны на космическом аппарате были расположены наивыгоднейшим образом. При этом энергетические характеристики и диаграммы направленности бортовых антенн зависят от возможных расстояний от аппарата (постоянно ориентированного на Солнце) до Земли и от угла Солнце — КА — Земля (см. рис. 1.35 и 1.36). Как видно из рисунков, при полете к Марсу угол Солнце — КА — Земля изменяется в пределах от 10° до 110° , а при полете к Венере — от 5° до 160° , расстояние при полете к Марсу — до 300 млн. км, при полете к Венере — до 100 млн. км. В соответствии с этим выбираются диаграммы направленности и положение на аппарате антенных систем.

Угол Солнце — КА — Земля необходимо знать и для определения условий ориентации узконаправленных антенн космических аппаратов на Землю в сеансах связи по высокоинформативной ра-

диолинии. В этом случае используется оптический солнечно-земной датчик ориентации. Оптическая ось земной трубки этого датчика параллельна оси узконаправленной антенны. Задание угла Солнце — КА — Земля может осуществляться по командной линии с Земли или специальным кулачковым прибором, установленным на борту. Характеристики этого прибора выбираются таким образом, чтобы с учетом поля зрения датчика он был бы пригоден для работы при пусках в течение нескольких соседних дат старта.

Так как кривые значений угла Солнце — КА — Земля по времени полета меняются плавно, а характер изменения кривых для соседних дат тот же, то, производя сдвиг кривых и осреднение значения углов, можно рассчитать зависимости, определяющие оптимальные характеристики кулачкового прибора. Настройка прибора перед пуском в диапазоне дат старта, для которых может быть использован один кулачок, сводится к сдвигу начала отсчета времени в приборе.

При работе солнечно-земного датчика в течение полета яркость Земли, характеризуемая ее звездной величиной, может меняться в

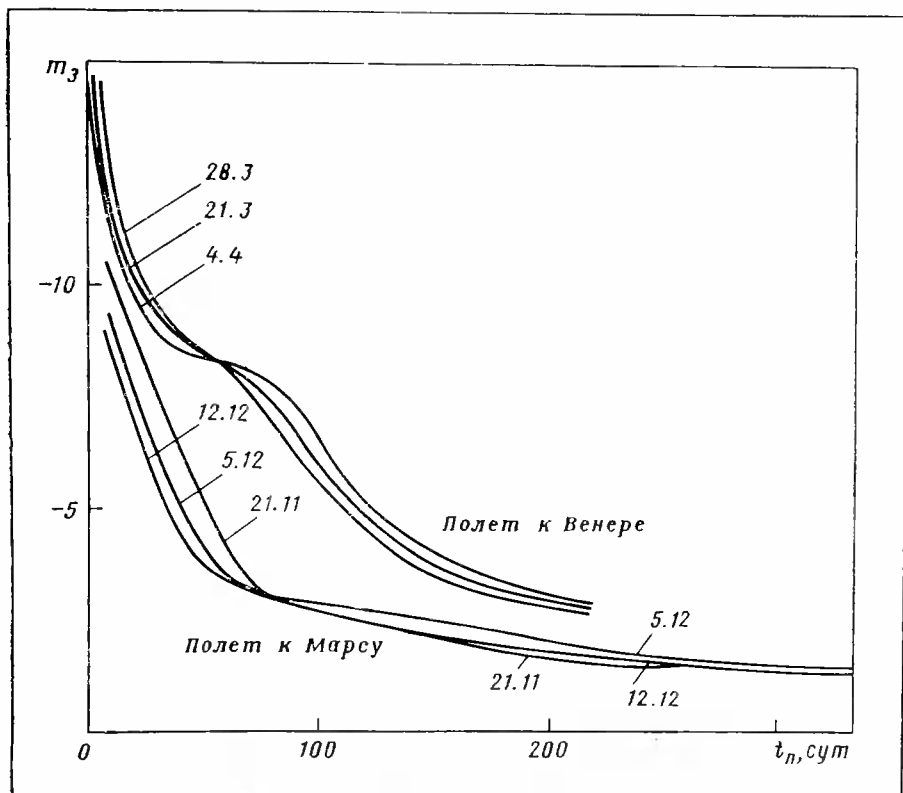


Рис. 1.42. Зависимость звездной величины Земли m_z , наблюдаемой с борта КА, от времени полета t_n для опорных дат старта к Венере и Марсу

пределах $-12^m \dots -2^m$. Для выбора диапазонов чувствительности датчика и определения момента переключения диапазонов используются зависимости изменения звездной величины Земли (с аппарата) от времени полета, приведенные на рис. 1.42.

Выбранные диапазоны чувствительности и моменты переключения должны быть пригодны для пусков космического аппарата в любую дату старта выбранного диапазона.

Действительная траектория полета космического аппарата может отличаться от расчетной в связи с ошибками, возникающими при выведении. Поэтому в течение полета предусмотрена возможность проведения коррекции, т. е. ликвидация отклонений фактической траектории от расчетной. Коррекция осуществляется подачей импульса корректирующей скорости с помощью корректирующей двигательной установки. В общем случае корректирующий импульс может иметь любое направление в пространстве. Ориентация космического аппарата при коррекции осуществляется с помощью солнечно-звездного датчика. При такой ориентации необходимо знать угол Солнце — КА — звезда. Однако в звездную трубку датчика в некоторых случаях вместо основной звезды, используемой при ориентации, могут попасть другие звезды и планеты, по яркости близкие к основной звезде. В этом случае возможна ложная ориентация, в результате чего может быть выдан ошибочный корректирующий импульс. Для выявления и предупреждения таких случаев проводятся расчеты угла Солнце — КА — звезда (планета) в зависимости от времени полета для наиболее ярких

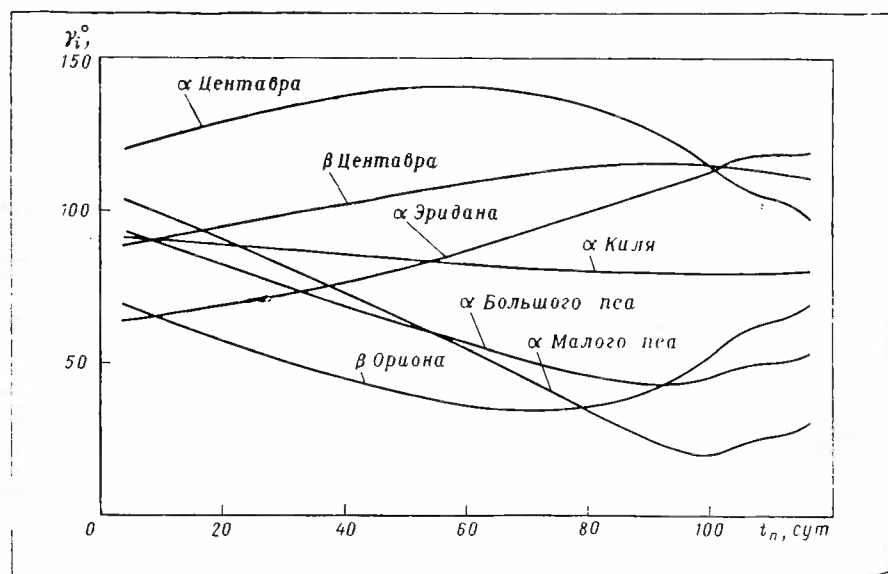


Рис. 1.43. Зависимость угла Солнце — КА — звезда γ_i от времени полета t_n к Венере для оптимальной даты

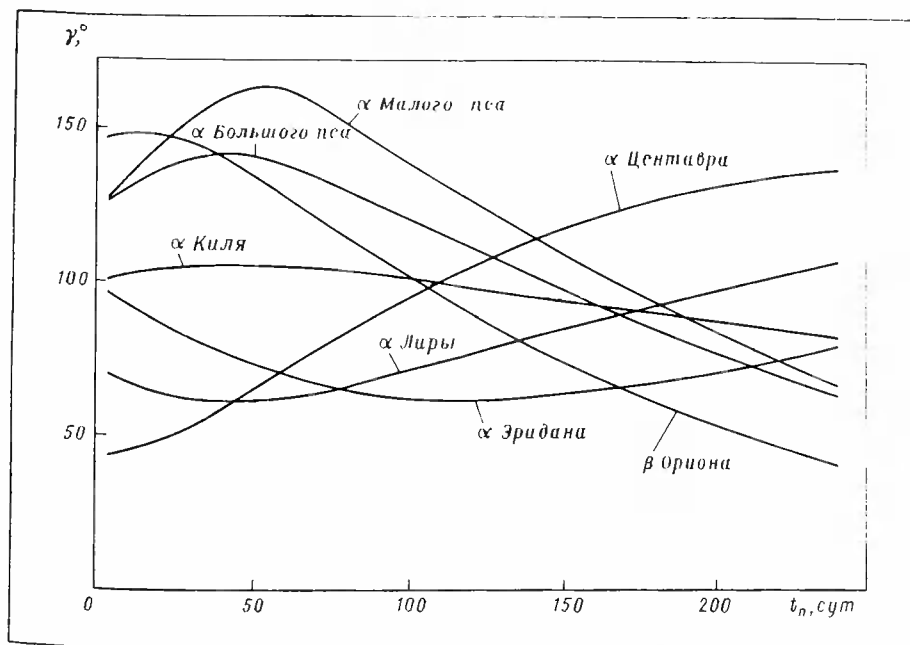


Рис. 1.44. Зависимость угла Солнца — КА — звезда γ_i по времени полета к Марсу для оптимальной даты

звезд и крупных планет. Моменты, когда вместо основной звезды в поле зрения звездной трубки может попасть посторонняя звезда или планета, будут запретными для проведения коррекции. На рис. 1.43, 1.44 приведены кривые изменения угла Солнце — КА — звезда (планета) по времени полета при старте в оптимальные даты к Венере и Марсу для следующих звезд: β Ориона; α Эридана; α Большого пса; α Малого пса; α Центавра; β Центавра; α Лирь; α Орла; α Киля.

1.5.4. Характеристика движения космического аппарата у Венеры и Марса

По известным элементам планетоцентрической траектории можно определить параметры, характеризующие условия фотографирования планеты или условия посадки на ее поверхность. При выборе, например, программы сеанса фотографирования основными параметрами, определяющими схему ориентации КА, начало и продолжительность сеанса фотографирования, являются расстояние КА — планета, положение КА относительно планеты и ее фазовый угол (с борта аппарата). При расчетах так же, как и в

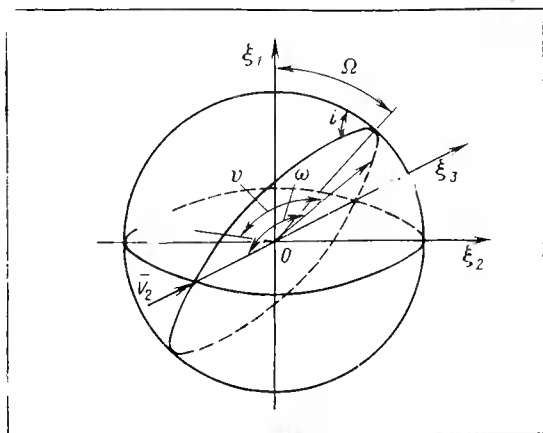


Рис. 1.45. Система координат при подлете к планете

случае полета на гелиоцентрическом участке, положение планеты на своей орбите можно считать фиксированным на момент, соответствующий пролету КА на минимальном удалении от планеты. Движение КА по планетоцентрической траектории удобно рассматривать в системе координат $\xi_1\xi_2\xi_3$ (рис. 1.45). При этом необходимо взять центральную и крайние траектории трубки радиусом ΔQ , величина которого зависит от точности определения действительной траектории.

Решая уравнение Кеплера для заданных моментов времени и находя Φ и r , а также учитывая, что $u = \Phi + \omega$, можно определить координаты КА из следующих соотношений:

$$\xi_1 = r \cos u \cos \Omega, \quad \xi_2 = r \cos u \sin \Omega, \quad \xi_3 = r \sin u.$$

Угол Солнце — планета — КА (угол фазы планеты) находится из выражения

$$\cos \Phi = \xi_c \xi_0 + \eta_c \eta_0 + \zeta_c \zeta_0,$$

где $\xi_{1c}, \xi_{2c}, \xi_{3c}$ — координаты Солнца в планетоцентрической системе координат.

Приняв за начальный момент время прохождения КА сферы действия планеты, можно построить траектории движения и отметить на них положения точки старта на различные моменты времени. Кроме того, для тех же моментов времени можно построить значения углов Солнце — планета — КА.

Для определения условий посадки КА на поверхность планеты и составления программы подлетного сеанса необходимо, как и в случае пролетного варианта, знание расстояний КА — планета и положения аппарата относительно планеты для различных моментов времени. Кроме того, для расчета атмосферного участка полета

необходимо иметь значение скорости $V_{\text{вх}}$ и угла входа в плотные слои атмосферы $\theta_{\text{вх}}$, которые можно найти из соотношений

$$V_{\text{вх}} = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{R+H} - \frac{1}{a} \right)},$$

$$\cos \theta_{\text{вх}} = \frac{p\mu}{(R+H)V}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq 0,$$

где H — высота входа в плотные слои атмосферы.

Угол λ , необходимый для расчета радиолинии Земля — КА, после посадки на планету определяется следующим образом. Для любой траектории, попадающей в планету, угол λ можно определить из скалярного произведения двух векторов: радиуса-вектора планета — Земля и радиуса-вектора КА в момент посадки при условии, что атмосферный участок полета не учитывается:

$$\cos \lambda = \frac{\xi_{13}\xi_{10} + \xi_{23}\xi_{20} + \xi_{33}\xi_{30}}{\sqrt{\xi_{13}^2 + \xi_{23}^2 + \xi_{33}^2} \sqrt{\xi_{10}^2 + \xi_{20}^2 + \xi_{30}^2}},$$

где ξ_{13} , ξ_{23} , ξ_{33} — координаты Земли в планетоцентрической системе координат.

Чтобы упростить расчеты, можно рассматривать только те траектории, которые лежат в плоскости $\xi_1\xi_3$, так как для всех других траекторий при одинаковых отклонениях от попадающей в центр планеты углы λ будут иметь меньшие значения. Считая положительными углы, отсчитываемые от направления планета — Земля против часовой стрелки, если смотреть с конца ξ_2 для углов λ , лежащих по обе стороны от этого направления, можно записать

$$\lambda = \gamma \pm \sqrt{\vartheta_{\infty} - \vartheta},$$

где γ — угол между вектором скорости и направлением Земля — планета; ϑ_{∞} — истинная аномалия на бесконечности; ϑ — истинная аномалия в точке встречи с поверхностью планеты.

На участке полета у планеты назначения в зависимости от задач, поставленных перед космическим аппаратом, необходимо рассматривать траектории, попадающие в планету, или проходящие на заданном расстоянии от ее поверхности (рис. 1.46).

Для КА, предназначенных для посадки на планеты, конструктивные параметры отсека, спускаемого на планету, должны обеспечивать нормальное функционирование аппаратуры, расположенной внутри его, при полете в плотных слоях атмосферы и после посадки. При определении параметров, характеризующих движение и тепловой режим отсека в плотных слоях атмосферы, в качестве исходных данных используются значения скорости и угла входа в атмосферу. На рис. 1.47 и 1.48 приведены кривые угла входа в атмосферу в зависимости от прицельной дальности планетоцентрической траектории. Кроме того, на этих рисунках показаны кривые угла между местной вертикалью в точке посадки и направлением на Землю.

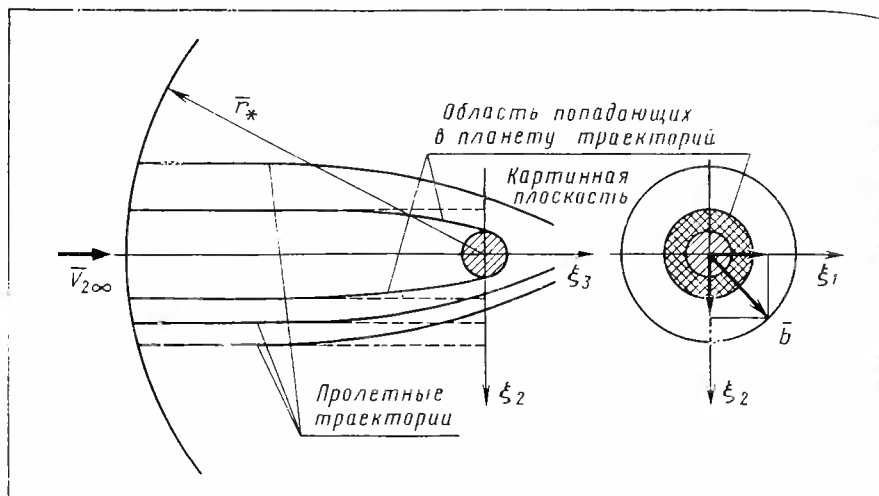


Рис. 1. 46. Схема подлета к планете в плоскости

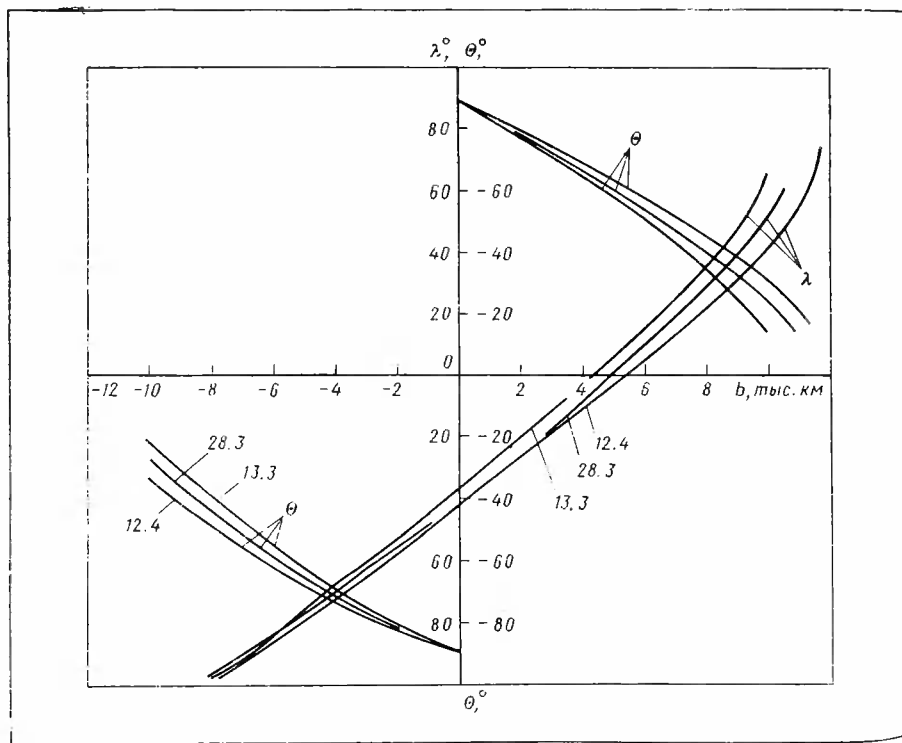


Рис. 1. 47. Зависимость угла входа θ и угла λ между местной вертикалью и направлением на Землю от прицельной дальности b при полете к Венере для опорных траекторий

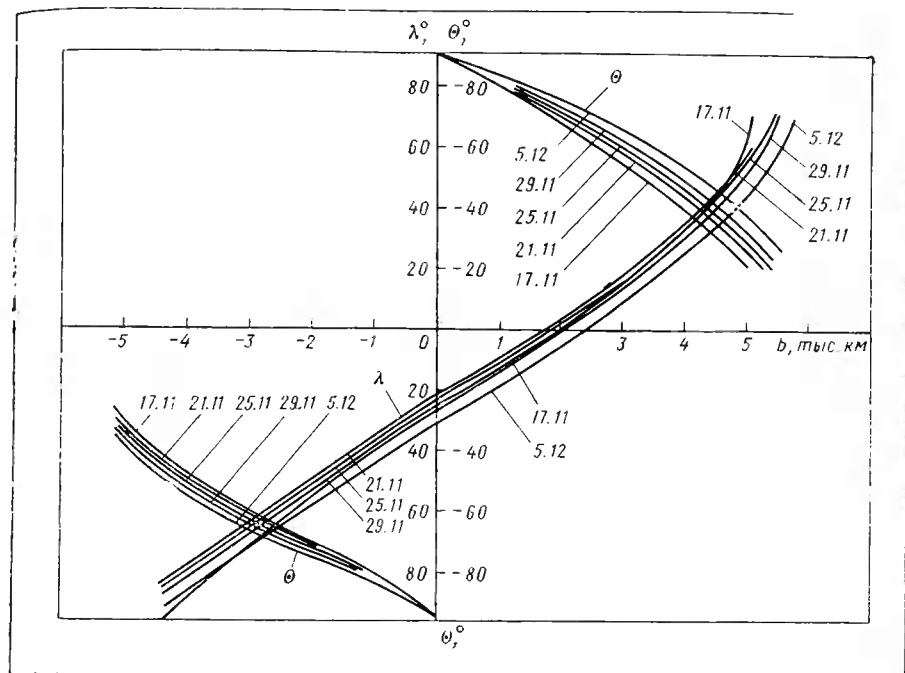


Рис. 1.48. Зависимость угла входа θ и угла λ между местной вертикалью и направлением на Землю от прицельной дальности b при полете к Марсу для опорных траекторий

При заданных априорных точностях действительной траектории с помощью приведенных на рис. 1.47 и 1.48 зависимостей можно предварительно определить возможные диапазоны значений параметров входа и выбрать точку прицеливания таким образом, чтобы наряду с условиями входа удовлетворялись требования, предъявляемые к траектории с точки зрения проведения радиосвязи со спускаемым аппаратом после посадки, которые характеризуются углом между вертикалью к поверхности планеты и направлением на Землю.

Планетоцентрические траектории, обеспечивающие фотографирование поверхности планет, должны рассматриваться с учетом неточности определения ее фактических параметров. Практически рассматриваются траектории, которые отличаются друг от друга лишь значениями вектора прицельной дальности. При этом учитываются ошибки по времени прилета к планете. На рис. 1.49 и 1.50 изображены схемы пролета космических аппаратов около планет назначения. На траекториях отмечены положения аппарата по времени полета, которое отсчитывается от момента пересечения сферы действия. Для этих же положений на тех же рисунках показан угол Солнце — КА — планета.

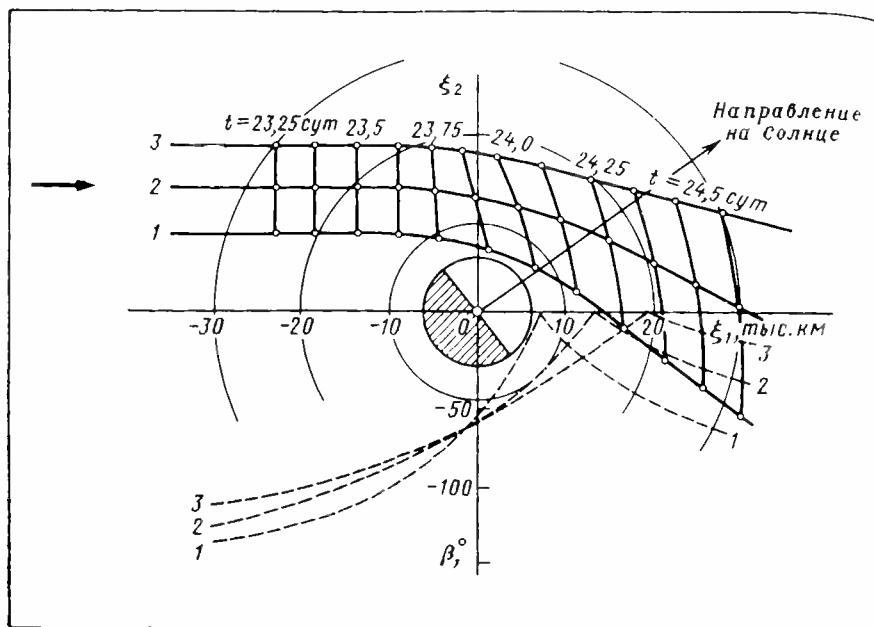


Рис. 1.49. Схема подлета к Венере для трубки облетных траекторий (оптимальная дата):

t — время полета вблизи планеты, ч; β — угол КА — Венера — Солнце

Приведенные зависимости позволяют определить момент начала сеанса фотографирования и его продолжительность. Следует отметить, что фотографирование поверхности Венеры должно начинаться в момент, когда КА пролетает вблизи планеты, а фотографирование всей планеты производится на отлете. Это объясняется тем, что КА по данной траектории подлетает к планете со стороны, наименее освещенной Солнцем, и ориентация на планету становится возможной только вблизи планеты.

К Марсу КА подлетает со стороны планеты, освещенной Солнцем. Поэтому ориентация на планету возможна на подлете к планете. Фотографирование поверхности Марса возможно до тех пор, пока КА не пересечет терминатор планеты.

1.6. Облет планеты с возвращением к Земле

В предыдущих разделах рассматривались траектории полета к Венере и Марсу, либо попадающие в планету, либо проходящие вблизи планеты. При этом возвращение КА к Земле не предусматривалось. При полете КА по таким траекториям переда-

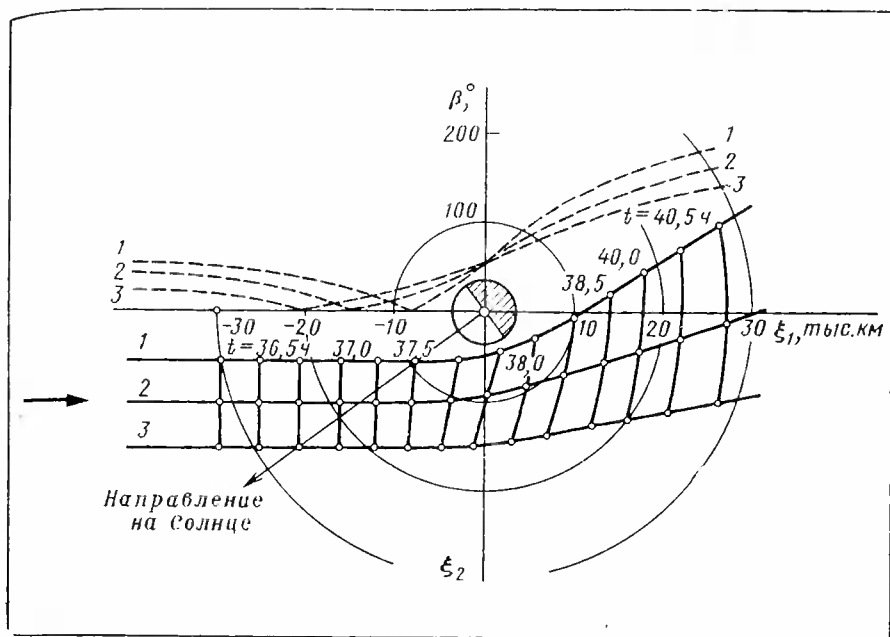


Рис. 1.50. Схема подлета к Марсу для трубки облетных траекторий (оптимальная дата):

t — время полета вблизи планеты, ч; β — угол КА — Марс — Солнце

ча научной информации происходит после пролета планеты по радиолинии КА — Земля. После выполнения своей задачи КА превращается в искусственный астероид Солнечной системы. Интересно поставить вопрос о том, как надо изменить энергетические параметры отлета, чтобы обеспечить возвращение КА к Земле. Каковы должны быть траектории вблизи планеты и каковы минимальные расстояния до нее?

Траектории облета планеты с возвращением к Земле без задержки у планеты представляют большой интерес, так как полеты по ним обеспечивают выполнение научных задач по изучению планет с последующим возвращением межпланетных аппаратов к Земле. Весьма вероятно, что первые полеты к планетам людей будут также осуществляться по таким траекториям.

Ниже рассматриваются методы и результаты решения такой задачи на примере полетов с Земли к ближайшим планетам Солнечной системы — Марсу и Венере [2].

При исследовании траекторий, обеспечивающих возвращение к Земле, необходимо определить прежде всего зависимости требуемых скоростей у Земли для выхода на межпланетную траекторию от дат старта, времени полета до планеты и минимального расстояния до планеты при полете, которое определяет возмущающее воздействие планеты. Важно также определить суммарное время

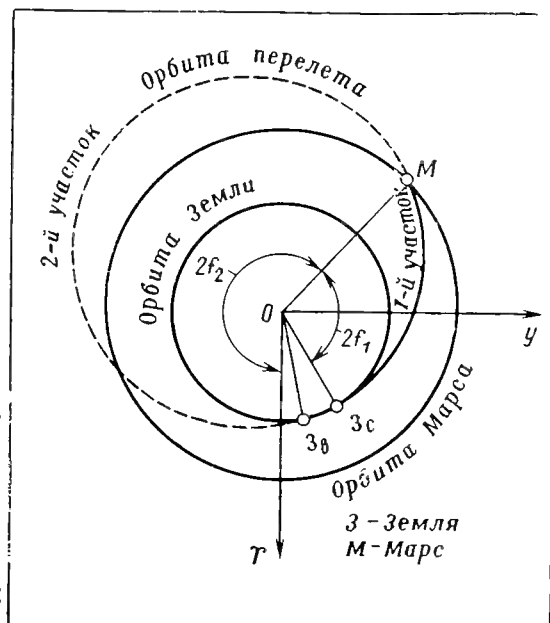


Рис. 1.51. Схема полета
Земля — Марс — Земля:

Z_c — Земля в момент старта;
 Z_m — Земля в момент возвра-
щения

полета от старта до возвращения к Земле в зависимости от условий пролета у планеты.

Расчеты без учета возмущения траектории планетой показывают, что полет к Марсу и Венере и обратно можно совершить за два года, т. е. Земля совершит за время полета КА два полных оборота, а межпланетный аппарат к Марсу — один оборот, а к Венере — три оборота вокруг Солнца. Однако траектории, полученные в результате таких расчетов без учета возмущений планет, не могут быть приняты в качестве опорных для последующего изучения.

Для того чтобы получить ответы на вопросы, связанные с возможностью сокращения суммарного времени полета, уменьшения затрат энергии выведения на межпланетную орбиту путем вариации расстояний пролета у планеты, необходимо учесть возмущение планет.

Выявление этих закономерностей дает возможность выбрать наиболее целесообразные траектории полета с учетом основных факторов и сузить в дальнейшем объем работ при проведении расчетов полетных параметров, а также определить типы траекторий для других оптимальных циклов и к другим планетам.

Массовые расчеты подобных траекторий можно проводить простым и быстродействующим методом, основанным на разбиении всей траектории полета на участки и определении условий стыковки — «сближения» этих траекторий.

Условно принимается, что вся траектория полета состоит из следующих участков (рис. 1.51):

первая ветвь траектории — гелиоцентрическая траектория полета от Земли до планеты;

вторая ветвь траектории — гелиоцентрическая траектория от планеты до Земли;

полет вблизи планеты — планетоцентрическая траектория, сопрягающая первую и вторую ветви вблизи планеты;

полет вблизи Земли по геоцентрической траектории при отлете и возвращении к Земле.

Определение первой Земля — планета и второй планета — Земля ветвей траектории можно проводить в предположении, что сферы действия планет стыкуются в точке. Траектории перелета определяются с помощью уравнения Ламберта.

Для определения энергии, потребной для выведения на межпланетную орбиту, подсчитывают разность гелиоцентрических скоростей КА и планеты (Земли):

$$\vec{V}_{отп} = \vec{V}_{ап} - \vec{V}_{пл}.$$

Далее считается, что на планетоцентрическом участке траектория должна быть такой, чтобы обеспечивалось равенство $V_{отп} = V_{\infty}$, где V_{∞} — планетоцентрическая скорость аппарата на «бесконечности». Величина этой скорости связана с большой полуосью орбиты соотношением

$$V_{\infty}^2 = \frac{\mu}{|a|},$$

где μ есть произведение массы притягивающей планеты на константу тяготения Ньютона.

Из приведенного условия можно определить параметры планетоцентрических траекторий.

Таким образом, «стыковка» межпланетных и планетоцентрических участков траекторий производится по параметрам на «бесконечности».

Для определения параметров орбиты перелета между двумя точками (за которые мы приняли планеты) необходимо задать в пространстве положения этих точек или радиусы-векторы \vec{r}_1 , \vec{r}_2 и время перелета t_p . Зная положение планеты (t_M — для Марса, t_V — для Венеры) и варьируя времена полета по первой ($t_{1п}$) и второй ($t_{2п}$) ветвям орбиты в необходимых диапазонах, можно определить ветви орбиты, соответствующие друг другу, т. е. обладающие равными по абсолютной величине относительными скоростями у планеты, ибо при близком пролете у планеты относительная скорость, определенная на бесконечности, при подлете и отлете меняется только по направлению, но не меняется по абсолютной величине. Можно показать, что выбор такой схемы расчета не меняет суммарного времени полета, поскольку ускорение полета вблизи планеты при сближении равноценно замедлению полета при отлете от нее.

Практически определение соответствующих друг другу ветвей траектории делается методом упорядоченного перебора следующим

образом. Для каждой из траекторий в необходимом диапазоне $\Delta t_{\text{пл}}$ определяют относительную скорость отлета от планеты ($V_{2\text{пл}}$ или $V_{2\text{В}}$); таким образом получают кривую $V_2 = f(t_{\text{пл}})$ (рис. 1.52). Затем для каждого времени полета t_1 из заданного диапазона определяют относительную скорость подлета к планете и находят с помощью зависимости $V_2 = f(t_{2\text{пл}})$ равную ей скорость V_2 и соответствующее время полета $t_{2\text{пл}}$ (одно или несколько); таким образом, полностью определяется гелиоцентрическая траектория перелета Земля — планета — Земля.

В такой постановке задачи, т. е. когда планеты приняты за точки, орбита перелета в точке нахождения планеты искусственно «ломается». Параметры движения первой и второй ветвей орбиты в общем случае различны. Сопрягающим их участком является гипербола облета планеты в сфере ее действия, параметры которой и, в частности, величина планетоцентрического радиуса-вектора перигея \bar{r}_π определяются по известным векторам относительной скорости \bar{V}_1 и \bar{V}_2 , ибо планетоцентрическая гипербола должна быть такой, чтобы характерная для нее скорость «на бесконечности» V_∞ была равна относительной скорости V_1 при подлете (первая ветвь орбиты) или V_2 при отлете (вторая ветвь орбиты), т. е. должны выполняться равенства

$$V_\infty = |V_1| = |V_2|, \quad \bar{V}_{1\infty} = \bar{V}_{\text{отн}_1} \text{ и } \bar{V}_{2\infty} = \bar{V}_{\text{отн}_2},$$

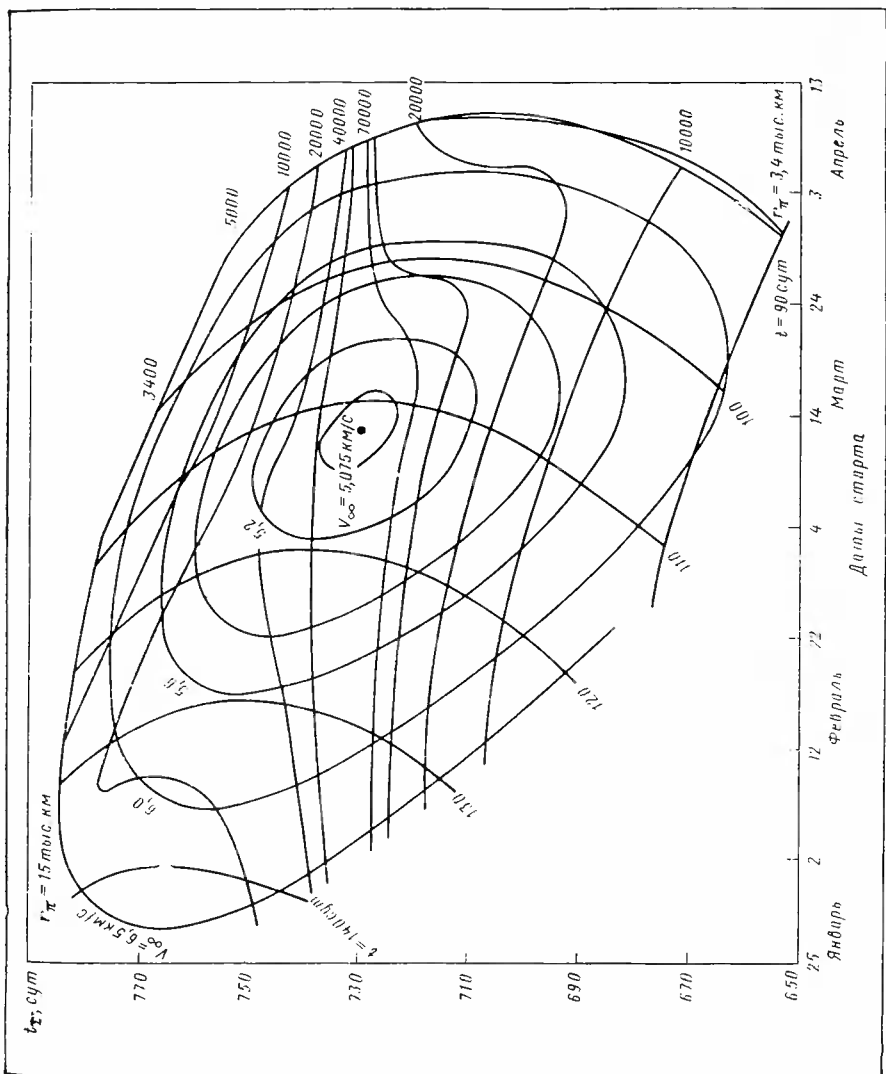
где индекс «1» относится к первой ветви орбиты, индекс «2» — ко второй. «Стыковка» гелиоцентрического и планетоцентрического участков орбиты производится по параметрам «на бесконечности».

Данный метод расчета обладает высокой скоростью вычислений и удовлетворительной точностью. В качестве примера рассматриваются траектории со стартом к Марсу в 1969 году и со стартом к Венере в 1967 году.

Для определения других циклов дат старта, обеспечивающих оптимальные энергетические параметры, можно также применять приведенную методикку.

При полете к Марсу рассматривались случаи, когда КА делает один оборот вокруг Солнца — при этом возможна встреча с Марсом на первом (угловая дальность $2f = 180^\circ$) или втором ($180^\circ < 2f < 360^\circ$) полувитке орбиты, и когда возвращение к Земле происходит через два оборота, — тогда встреча с Марсом происходит на одном из четырех полувитков орбиты. Первый случай соответствует орбитам с суммарным временем полета около двух лет, второй — около трех лет. Примеры получающихся двухгодичных орбит показаны на рис. 1.52.

Для каждого типа траекторий, характеризующегося пролетом у Марса на определенном полувитке орбиты, построены две основные зависимости — график изменения скорости отлета от Земли по данным старта $V_{1\infty} = f(t_{\text{ст}}, r_\pi = \text{const})$ и суммарное время полета до возвращения к Земле как функция даты старта $t_2 = f(t_{\text{ст}}, V_{1\infty}, r_\pi)$.



При изучении облетных траекторий попадающие траектории, естественно, не рассматривались, а поэтому при расчетах принималось, что траектории у планет удовлетворяют следующим условиям: у Марса $r_{\pi} \geq 3400$ км, у Венеры $r_{\pi} \geq 6000$ км.

Целесообразно было также ограничить скорость при отлете от Земли, отнесенную к бесконечности: $V_{1\infty} \leq 6,5$ км/с.

На изолиниях $t_{\Sigma} = f(t_{\text{ст}})$ рис. 1.52 кривая $t_{\Sigma} = 2$ года соответствует полету «на бесконечности» и делит поле траекторий на две половины; в каждой из них можно найти орбиты, которые при одной и той же дате старта $t_{\text{ст}}$, при одном и том же времени полета до Марса $t_{\text{п}}$ имеют различное суммарное время полета t_{Σ} : вторые ветви траектории оказываются короче или длиннее в зависимости от того, как располагается гипербола полета относительно Марса.

На рисунке приведены изолинии постоянных расстояний полета у Марса ($r_{\pi} = \text{const}$) и изолинии скоростей отлета от Земли ($V_{1\infty} = \text{const}$), показана огибающая область $V_{1\infty} = f(t_{\text{ст}})$, характеризующаяся минимальной скоростью отлета для каждой конкретной даты старта. Из этого же графика можно определить оптимальную дату старта как с минимально возможной скоростью, так и с минимальной скоростью при заданном расстоянии полета r_{π} у Марса.

Результаты расчетов показывают, что оптимальной датой старта в 1969 году для двухгодичных орбит являлось 11 марта, при этом минимальная скорость при отлете от Земли, определенная на бесконечности, составляет $V_{1\infty} = 5,075$ км/с, время полета до Марса $t_{\text{п}} = 112$ суток, а суммарное время полета 730 суток. При увеличении скорости отлета до 6,5 км/с можно стартовать к Марсу начиная с 25 января и кончая 10 апреля.

Диапазон времени полета до Марса при встрече на первом полувитке составляет $t_{\text{п}} = 100 \dots 130$ суток. Близкий пролет у Марса позволяет примерно на 60 суток экономить время полета (по сравнению с чисто двухгодичной орбитой), но при отлете требует более высокой скорости, чем минимальная скорость при полете «на бесконечности».

Область траекторий, встречающихся с Марсом на втором полувитке, не имеет резко выраженного минимума; минимальная скорость при отлете меняется от 5,075 км/с при старте 14 октября до 5,210 км/с при старте 25 ноября, образуя своего рода линию минимумов. В отличие от траекторий, встречающихся с Марсом на первом полувитке, все кривые $r_{\pi} = \text{const}$ касаются этой линии минимумов, т. е. близкий пролет у поверхности Марса можно осуществить с минимальной скоростью отлета от Земли. Близкий пролет у Марса позволяет осуществить экономию суммарного времени полета на 60 ... 70 суток. Время полета до Марса при встрече с ним на втором полувитке орбиты — 590 ... 670 суток, стартовый период был с 25 сентября по 25 декабря 1969 года (рис. 1.53).

До сих пор рассматривались траектории облета Марса и возвращения к Земле через 2 года. В этом случае аппарат делает во-

круг Солнца один оборот. Однако возможны траектории, при которых аппарат делает вокруг Солнца два оборота и возвращается к Земле через три года. Назовем такие орбиты трехгодичными.

Для трехгодичных орбит при встрече с Марсом на первом полувитке качественная картина полета аналогична двухгодичной орбите, только стартовый период был более растянут — с 1 января по 20 апреля 1969 года. Минимум скорости составлял 3,45 км/с при старте 7 марта 1969 года; время перелета до Марса — 190 суток; максимально возможная экономия времени полета по сравнению с чистой трехгодичной орбитой — 60 ... 70 суток (рис. 1.54).

Встреча с Марсом на четвертом полувитке трехгодичной орбиты происходит через 900 ... 1000 суток после старта. В области минимальных скоростей отлета, равных 3,3 ... 3,4 км/с, экономия суммарного времени полета составляет 30 ... 40 суток, а при увеличении V_{∞} до 6,5 км/с можно уменьшить t_z на 90 ... 100 суток. Стартовый период (диапазон возможных дат старта при ограничении $V_{\infty} \geq 6,5$ км/с) для четвертого полувитка длился с сентября 1968 года по январь 1969 года.

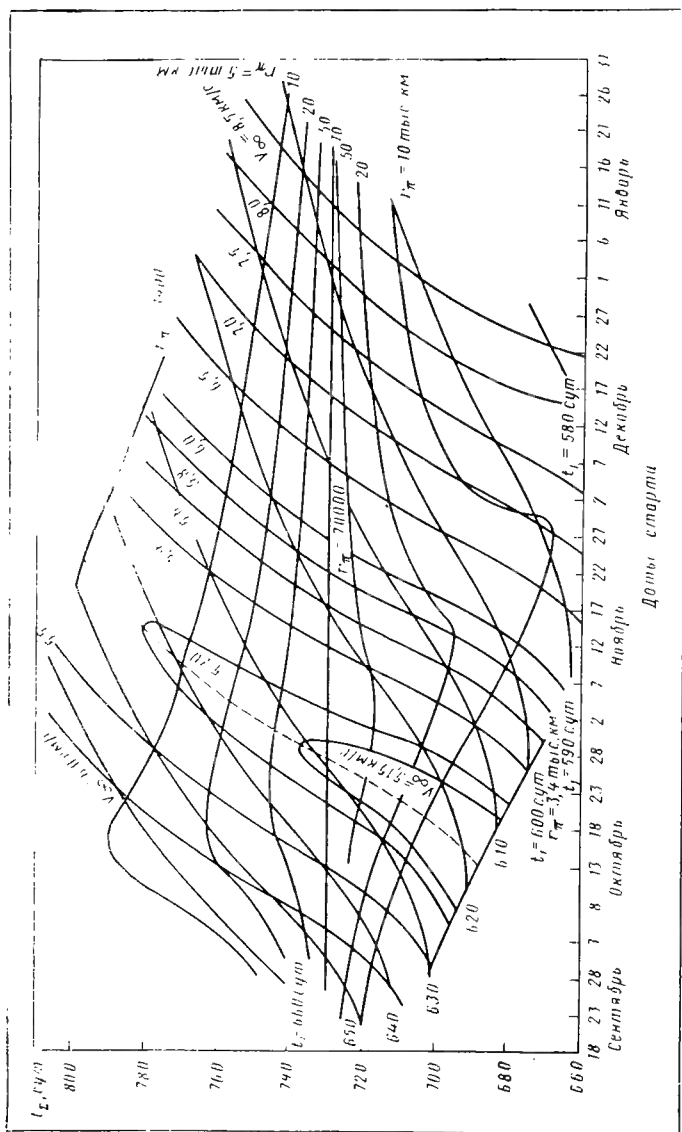
При полете к Венере поля возвращающихся траекторий были определены для старта в 1967 году при условии совершения аппаратом одного оборота вокруг Солнца, при этом суммарное время полета от старта до возвращения составляло около года или несколько более (рис. 1.55).

При пролете у Венеры на первом полувитке орбиты оптимальным являлся старт 7 июня 1967 года. При этом скорость отлета, определенная на бесконечности, была минимальна и равна 3,2 км/с, время полета до Венеры $t_{\text{лп}} = 119$ сут, суммарное время полета до возвращения к Земле $t_z = 384$ сут. Пролет у Венеры происходил на расстоянии около 10 000 км.

Если ограничить скорость отлета величиной $V_{\infty} = 6,5$ км/с, то можно стартовать с 24 марта по 24 июля. Если принять диапазон дат старта составляющим около 30 суток в области оптимума, пролет у Венеры на расстояниях 1 ... 15 тыс. км (и более) от ее поверхности будет происходить по траекториям, для которых скорость отлета от Земли лежит в области минимума и равна 3,2 ... 3,5 км/с. Время полета от Земли до Венеры составляет $t_{\text{лп}} = 100 ... 130$ суток, суммарное время перелета $t_z = 365 ... 385$ суток, а старт — с 20 мая по 20 июня. Старт при пролете у Венеры на втором полувитке орбиты и при ограничении скорости отлета $V_{\infty} \leq 6,5$ км/с был возможен с 9 января по 13 ноября 1967 года. Оптимальным являлся старт 18 июня, при этом время полета до Венеры $t_{\text{лп}} = 174$ сут, минимальная скорость отлета $V_{\infty} = 3,42$ км/с.

В диапазоне дат старта ± 15 суток от оптимума (с 3 июня по 3 июля) скорость отлета $V_{\infty} = 3,42 ... 3,7$ км/с, время перелета до Венеры $t_{\text{лп}} = 160 ... 186$ сут, суммарное время $t_z = 480 ... 520$ сут.

Рассматривая основную характеристику траекторий облета Марса и Венеры — скорость отлета на бесконечно большом удалении от Земли V_{∞} , можно сделать следующие основные выводы:



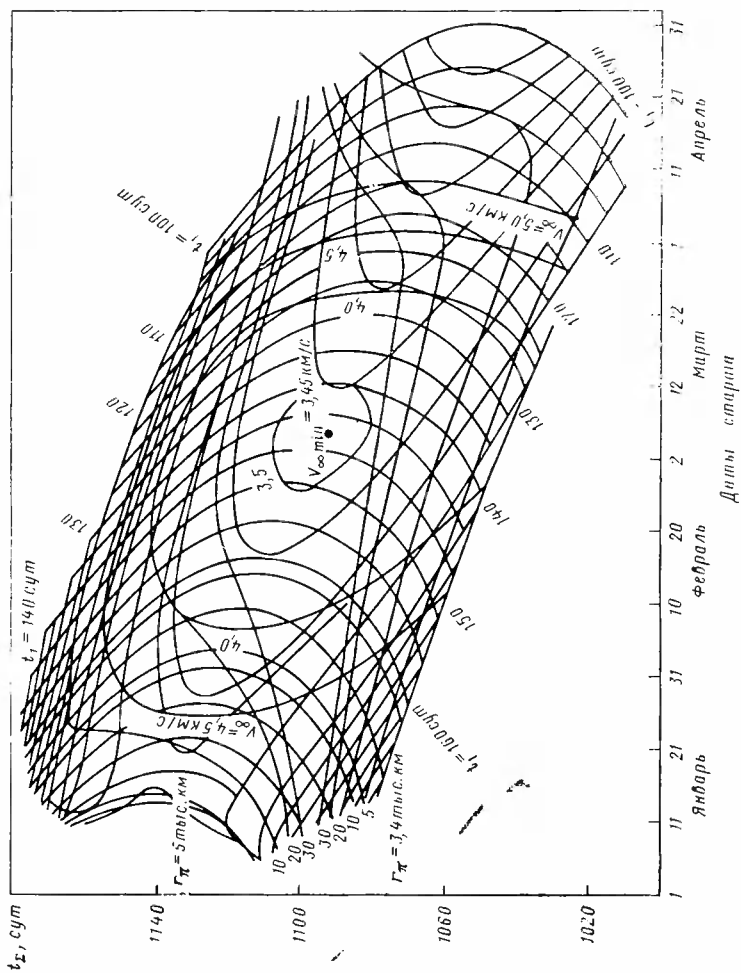


Рис. 1.54. Зависимость полного времени полета к Марсу с возвращением к Земле через три года (пролет у Марса на первом полувитке) от даты старта

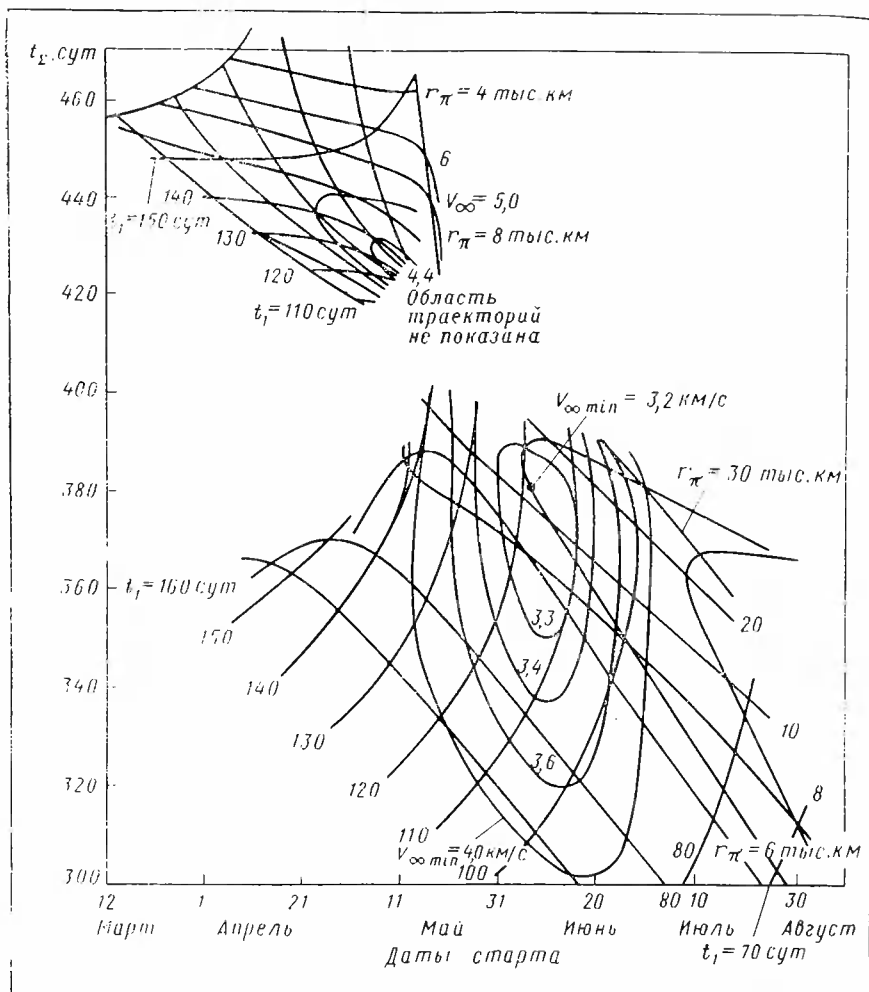


Рис. 1.55. Зависимость полного времени полета к Венере с возвращением к Земле от даты старта

— скорость V_{∞} при полете к Марсу с возвращением к Земле существенно превышает оптимальную скорость достижения Марса для случая, когда КА не возвращается к Земле;

— скорость V_{∞} при полете к Венере с возвращением к Земле незначительно выше оптимальной скорости для случая, когда КА не возвращается к Земле;

— облет Венеры можно совершить за один год. Расстояние минимального сближения с планетой может составлять от нескольких сот километров до нескольких десятков тысяч километров при незначительном изменении энергетических параметров.

Полеты к Марсу и Венере по траекториям, подобным рассмотренным, возможны и в другие годы, с промежутком между оптимальными датами старта к Марсу около 2,1 года и к Венере — 1,6 года.

1.7. Полеты к Юпитеру и использование пертурбационного эффекта

1.7.1. Энергетически оптимальные полеты к Юпитеру

Циклы энергетически оптимальных полетов к Юпитеру наступают ежегодно, поскольку Юпитер в течение года смещается относительно Солнца на сравнительно малый угол $\sim 30^\circ$ (синодический период обращения Юпитера составляет 398,98 суток) [15]. Энергетические затраты, необходимые для выведения космического аппарата на гелиоцентрическую орбиту перелетов Земля — Юпитер, можно также характеризовать величиной геоцентрической скорости отлета на бесконечном удалении от Земли ($V_{1\infty}$), зависящей от цикла полета к Юпитеру. Характерные энергетические параметры полета к Юпитеру в зависимости от дат старта и дат прилета представлены на рис. 1.56.

Минимальные энергетические затраты ($V_{1\infty}=8,67$ км/с) соответствуют отлету от Земли, совершившемуся в начале января 1970 года (рис. 1.57). При этом сближение с Юпитером происходит в окрестности нисходящего узла его орбиты на эклиптике. Плоскость движения в этом случае незначительно наклонена к плоскости эклиптики и оптимальная орбита близка к гомановской — угловая дальность такого перелета составляет $\sim 179^\circ$.

Орбита полета к Юпитеру со сближением в окрестности восходящего узла его орбиты энергетически менее выгодна. Этот случай по затратам энергии соответствует отлету от Земли, состоявшемуся в середине 1975 года в районе афелия ее орбиты, когда гелиоцентрическая скорость движения Земли меньше, чем в 1970 году, примерно на 1 км/с. Сближение с Юпитером происходит при этом на большем удалении от его узла, что приводит к увеличению наклона к эклиптике плоскости орбиты полета. Эти две причины и приводят к увеличению требуемых энергетических затрат до $V_{1\infty}=8,99$ км/с.

Максимальные энергетические затраты для рассмотренных орбит $V_{1\infty}=9,56$ км/с — при отлете к Юпитеру в 1978 году, когда сближение с ним наступает на наибольшем удалении от Солнца и от плоскости эклиптики.

В табл. 1.5 приводятся характеристики энергетически оптимальных орбит полета к Юпитеру для различных лет. В ней содержатся моменты начала и конца полета, продолжительность по-

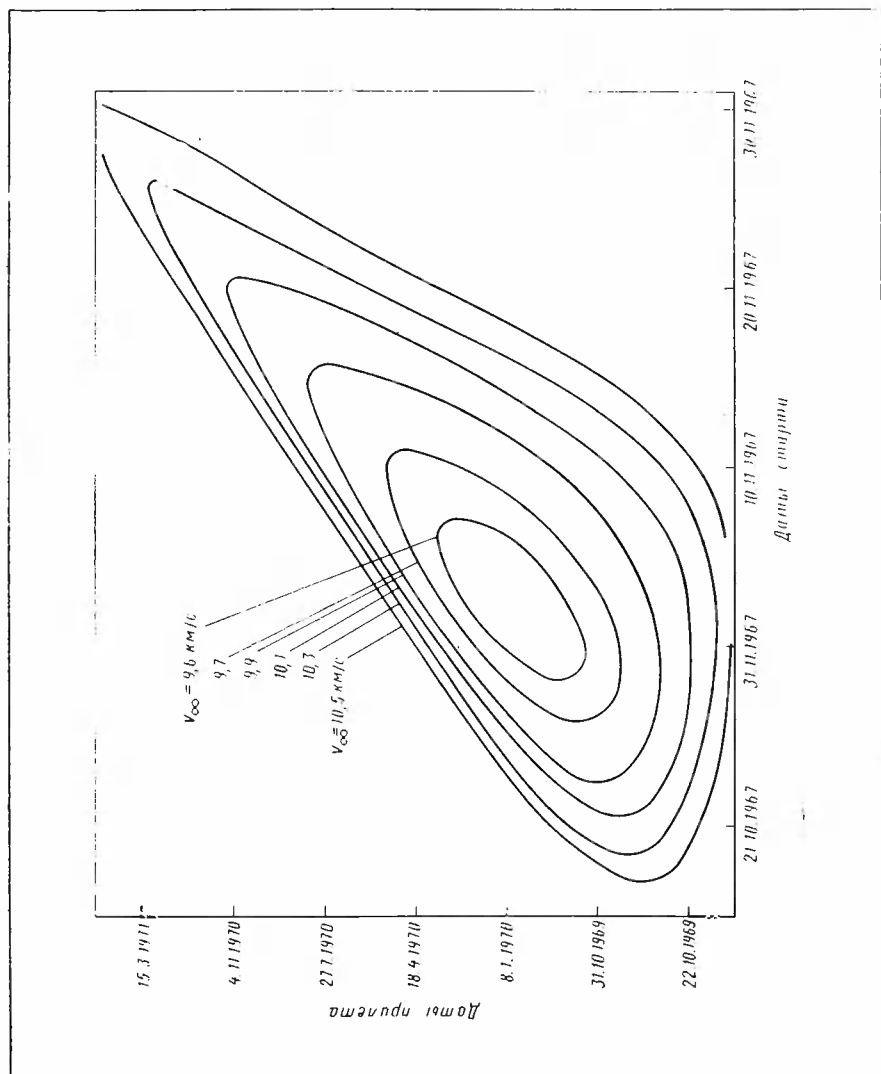
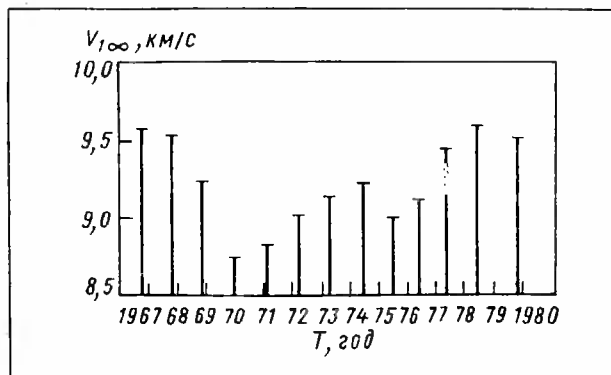


Рис. 1.56. Энергетические параметры полета к Юпитеру в зависимости от дат старта и дат прилета. Изонергетические раковины

Рис. 1.57. Минимальные величины геоцентрической скорости для полета к Юпитеру в различные годы



лета t_p , гелиоцентрическое угловое расстояние $2f$ от начальной до конечной точки орбиты перелета, значения начальной геоцентрической скорости $V_{1\infty}$, конечной планетоцентрической скорости $V_{2\infty}$ перелета и гелиоцентрические элементы орбиты перелета.

Таблица 1.5

Месяц и год		t_p , сут	$2f$, °	$V_{1\infty}$, км/с	$V_{2\infty}$, км/с	p , тыс. км	e	ω , °	ν , °	Ω , °	t , сут (от эпохи 1964 г.)
старта	прилета										
11.1966	11.1968	770	161,5	9,558	6,817	256217	0,712	-3,5	3,90	9,2	1004
11.1967	1.1970	791	162,0	9,526	6,780	253711	0,711	-3,6	4,14	40,3	1400
12.1968	2.1971	815	164,7	9,263	6,622	251059	0,703	-3,4	3,55	69,5	1794
1.1970	9.1972	989	179,3	8,673	5,725	247434	0,682	-0,5	0,33	100,6	2192
1.1971	4.1973	802	167,7	8,809	6,651	248388	0,686	177,4	1,86	309,6	2584
3.1972	3.1974	740	162,1	9,008	7,107	249669	0,685	175,0	3,09	344,6	2982
4.1973	3.1975	713	159,7	9,168	7,164	241637	0,682	174,1	3,72	20,9	3383
5.1974	4.1976	749	162,1	9,191	6,561	253088	0,675	174,2	3,66	58,7	3788
6.1975	8.1977	867	171,1	8,996	5,764	254239	0,672	177,3	1,94	95,7	4194
8.1976	10.1978	815	168,3	9,122	6,017	256132	0,687	-0,6	1,76	307,5	4594
9.1977	10.1979	758	162,7	9,417	6,726	257551	0,707	-1,1	3,00	340,4	4993
10.1978	11.1980	769	161,4	9,566	6,863	256095	0,713	-2,5	3,95	13,0	5391
11.1979	2.1981	818	163,1	9,512	6,506	252577	0,706	-4,5	4,27	45,1	5787

На рис. 1.58 представлены проекции нескольких оптимальных траекторий на плоскость эклиптики.

Продолжительность перелета Земля — Юпитер по энергетически оптимальным траекториям в различные эпохи составляет два-два с половиной года. Запущенный к Юпитеру космический аппарат достигнет орбиты Марса через три месяца после отлета от Земли и пройдет через поле астероидов на пятом-восьмом месяце полета. Расстояние от Земли до космического аппарата при сближении с Юпитером составляет 700 млн. км.

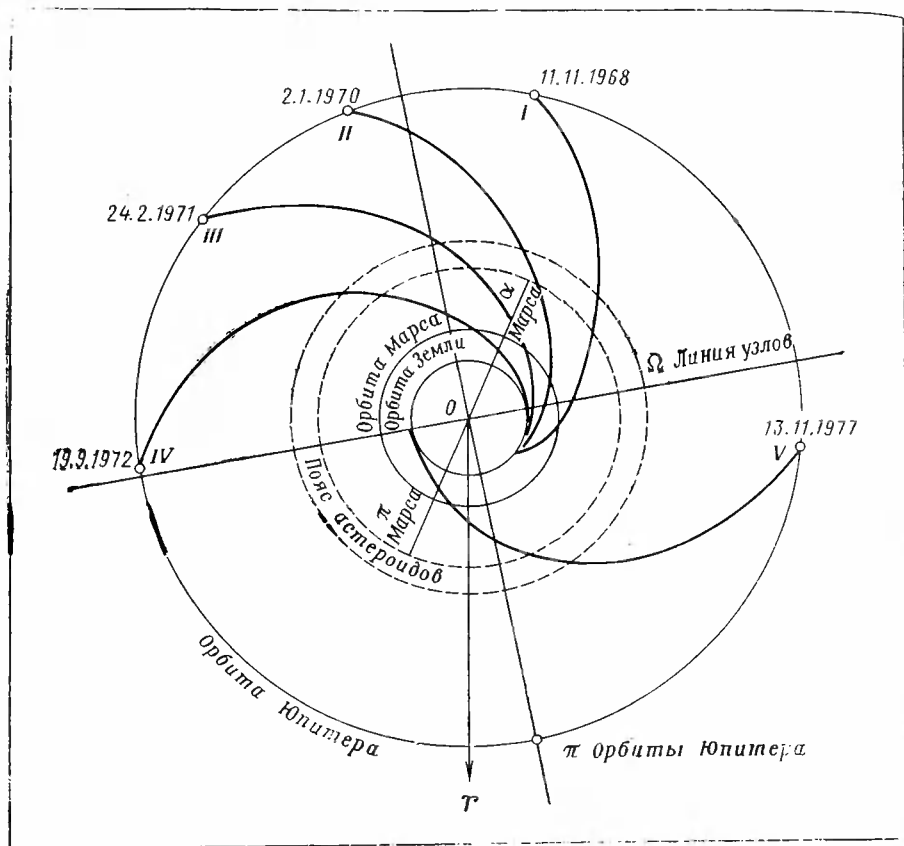


Рис. 1.58. Проекция траекторий к Юпитеру на плоскость эклиптики

Из рассмотрения полета к Юпитеру по энергетически оптимальным траекториям становится очевидным, что для его осуществления требуется уточнение многих данных по сравнению с полетом к Марсу и Венере.

Во-первых, существенно увеличивается время движения до сближения с планетой (до двух с половиной лет), увеличиваются расстояния до Земли (отсюда дополнительные требования к радиосвязи), расстояния до Солнца и возникают особые условия для работы солнечных батарей.

Во-вторых, существенно увеличивается энергия выведения, примерно в два раза, если считать старт с орбиты спутника Земли.

В-третьих, изменяются условия радиосвязи с аппаратом во время полета: на гелиоцентрическом участке требуется обеспечение радиосвязи при малых углах КА — Солнце, т. е. когда Земля, Солнце и КА находятся на одной прямой.

В-четвертых, поскольку КА проходит через пояс астероидов, необходимо предусмотреть дополнительные средства для нейтрализации влияния микрометеоров на этом участке полета.

Большие скорости, которые необходимо достичь у Земли, требуют не только разработки дополнительных космических ступеней, но и разработки схемы выведения, чтобы избежать больших гравитационных потерь. Возможна, например, схема выведения двухступенчатой ракетной системой с двумя активными участками: на первом участке аппарат разгоняется до скоростей, обеспечивающих обращение вокруг Земли с периодом от нескольких часов до 1—2 суток, на втором активном участке осуществляется старт к Юпитеру в районе перицентра этой переходной орбиты.

Не менее существенные требования возникают и при изучении планетоцентрического движения и коррекций таких траекторий.

1. 7. 2. Пертурбационные маневры у Юпитера

Рассмотрим пертурбационные маневры у Юпитера для выполнения следующих задач:

- возвращение к Земле;
- обеспечение близкого пролета у Солнца;
- обеспечение максимального удаления от плоскости эклиптики.

Юпитер, как известно, обладает самой большой массой из всех планет (0,001 массы Солнца), его сфера действия достигает 45 млн. км, поэтому при пролете вблизи Юпитера можно существенно изменить параметры гелиоцентрической траектории путем возмущающего воздействия, т. е. совершить пертурбационный маневр. Весьма интересен и важен вопрос: какого эффекта можно достигнуть, используя оптимальные траектории, и можно ли при этом обеспечить возвращение в окрестность Земли?

При полете к Юпитеру по энергетически оптимальным орбитам относительная скорость сближения с ним на бесконечно большом удалении составляет примерно половину гелиоцентрической скорости движения самого Юпитера. Угол между вектором относительной скорости $V_{2\infty}$ и вектором гелиоцентрической скорости Юпитера $V_{Ю}$ составляет величину порядка $140^\circ \dots 175^\circ$.

Прохождение сферы действия Юпитера приводит к гравитационному повороту вектора относительной скорости на угол

$$\gamma = \pi - 2 \arctg \frac{bV_{2\infty}^2}{\mu_{Ю}},$$

где b — прицельное расстояние.

При пролете в непосредственной близости от Юпитера этот угол равен $\sim 150^\circ$. Отсюда следует, что возмущение Юпитером гелиоцентрической орбиты при близком пролете в этом случае приводит к увеличению затрат энергии гелиоцентрического движения и затрудняет возвращение космического аппарата к Земле [15].

Около Юпитера существует область пространства, при пролете которой гелиоцентрическая энергия траектории отлета становится больше параболической. Попадание в эту область позволяет космическому аппарату выйти из пределов Солнечной системы без дополнительных энергетических затрат.

Отображение области разгона на картинную плоскость для случая полета к Юпитеру в 1970 году приводится на рис. 1.59. Для этого года области разгона минимальны. Следовательно, необходимая максимальная точность для попадания в область разгона составляет, как это следует из рисунка, 200 тыс. км в картинной плоскости.

Рассмотрим возможность возвращения КА к Земле после облета Юпитера. Вследствие обращения Земли вокруг Солнца расстояние от Земли до возвращающегося КА как функция времени имеет, по крайней мере, два минимума.

Первый минимум этой функции достигается примерно через год после сближения с Юпитером. Второй минимум соответствует наибольшему сближению КА с Землей примерно через два года

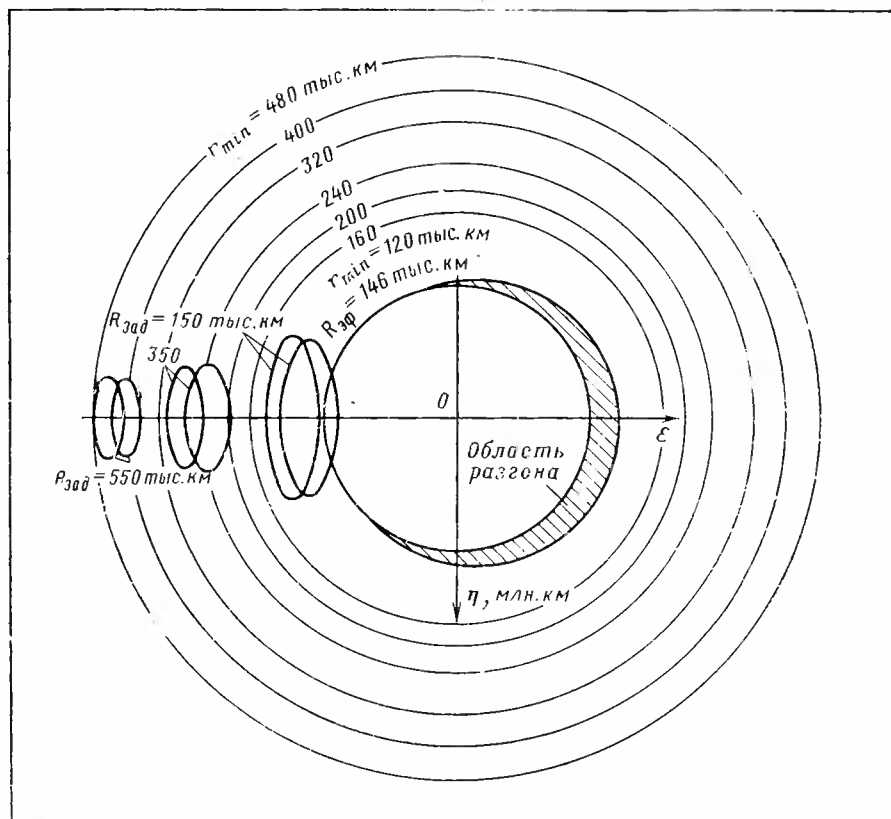


Рис. 1.59. Тени Земли и Солнца в картинной плоскости у Юпитера

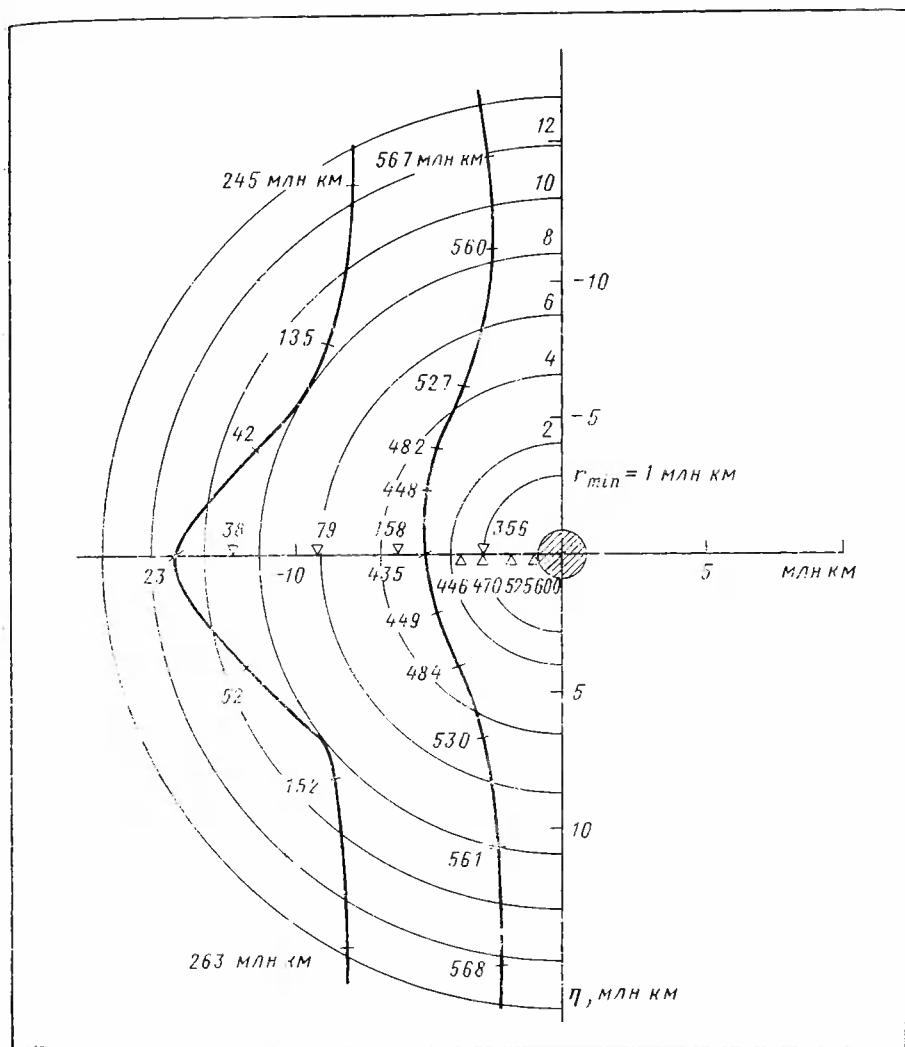


Рис. 1.60. Минимальные расстояния до Земли для оптимальных траекторий облета Юпитера

полета по орбите возвращения. В зависимости от расположения облетной траектории относительно Юпитера эти минимальные расстояния будут различными. Для фиксированного направления b_0 в картинной плоскости минимальное удаление КА от Земли будет функцией величины прицельного расстояния b .

На рис. 1.60 представлены линии, соответствующие тем траекториям, для которых Δr принимает минимальное значение. Правая кривая соответствует минимальным расстояниям через год после сближения с Юпитером, левая — через два года. На кривых ука-

заны значения различных минимальных геоцентрических расстояний. Наименьшее удаление от Земли на первом минимуме составляет 435 млн. км при пролете слева от Юпитера на расстоянии 2,5 млн. км. Минимальное расстояние до Земли для всей кривой достигается через 310 суток.

Наиболее тесное сближение с Землей наступает через 820 суток полета по орбите возвращения при пролете слева от Юпитера на расстоянии 11 млн. км. При удалении вдоль кривой вверх и вниз от оси ξ , минимальное расстояние от Земли при возвращении растет. Минимальное расстояние от Земли сильно возрастает с уменьшением расстояния сближения с Юпитером.

Не менее важным является вопрос: можно ли сблизиться с Солнцем путем пертурбационного маневра у Юпитера и насколько это энергетически выгодно по сравнению с прямым полетом к Солнцу?

1. 7. 3. Полеты к Солнцу

Для того чтобы выяснить энергетические, временные и геометрические особенности полета к Солнцу, рассмотрим три схемы полета: прямую схему, схему с использованием гравитационного поля Юпитера и схему с использованием гравитационного поля Венеры.

В прямой схеме полета к Солнцу движение КА разбивается на два участка: гелиоцентрический и геоцентрический. Движение гелиоцентрическое происходит по эллипсу с параметрами r_* — перигелий и r_a — афелий. Будем считать, что орбита Земли круговая и r_a совпадает с большой полуосью орбиты Земли a .

Примем V_a — скорость КА в афелии; V_* — скорость КА в перигелии. Скорость V_a определяется как разность скорости Земли V_3 и скорости КА на бесконечно большом удалении от Земли V_∞ :

$$V_a = V_3 - V_\infty.$$

Старт КА у Земли происходит с орбиты ИСЗ высотой $H = 200$ км. Скорость в конце активного участка V_k , очевидно, равна

$$V_k = \sqrt{\frac{2\mu}{R+H} + V_\infty^2} - \sqrt{\frac{\mu}{R+H}}.$$

В схеме полета с использованием пертурбационного маневра у Юпитера предусматривается полет КА в окрестности Юпитера и использование гравитационного поля Юпитера для того, чтобы получить сильные, почти параболические, траектории сближения с Солнцем с различными перигелийными расстояниями r_* . В сфере действия Юпитера КА движется по гиперболической орбите с параметрами $r_{*Ю}$ — перицентрий гиперболической орбиты у Юпитера, $V_{2\infty}$ — скорость КА относительно Юпитера.

Старт КА у Земли происходит так же, как и в первой схеме. Сближение с Юпитером происходит на первом полувитке орбиты,

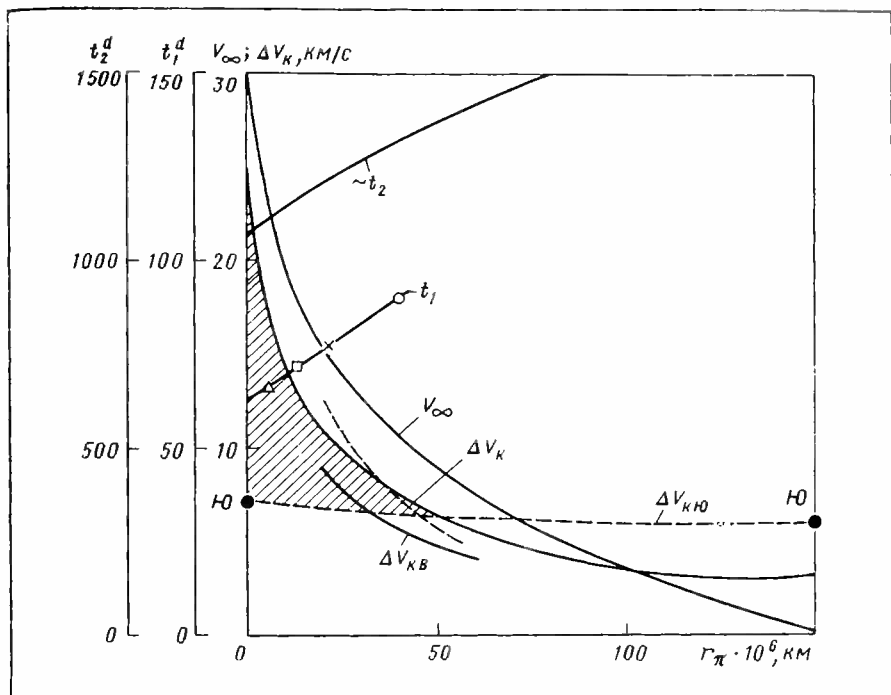


Рис. 1.61. Энергетические параметры полета к Солнцу:

V_∞ — скорость на «бесконечности»; ΔV_K — импульс на вылете $h=300$ км (штриховкой обозначена область, где выгоден пертурбационный маневр у Юпитера)

рассматривать второй полувиток нецелесообразно в связи с тем, что в этом варианте времена полета будут слишком большими.

В варианте полета с использованием пертурбационного маневра у Венеры можно рассматривать как первый, так и второй полувиток гелиоцентрической орбиты.

Рассмотрим прежде всего энергетику и времена полета для этих схем. Расчеты траекторий проведены в импульсной постановке. В схемах полета с использованием пертурбационного маневра у Юпитера и Венеры гелиоцентрические траектории к планетам рассчитывались с использованием формулы Ламберта.

На рис. 1.61 представлены энергетические зависимости — скорости на бесконечно большом удалении от Земли и скорости в конце активного участка выведения — от расстояния сближения с Солнцем r_π для рассматриваемых схем полета. На рисунке также приведены времена полета до прохождения КА перигелия орбиты. Звездочками отмечены орбиты, обеспечивающие возвращение к Земле через несколько оборотов вокруг Солнца.

Рассматривая зависимости, представленные на рис. 1.61, можно заметить следующие особенности полетов к Солнцу по различным траекториям. Сравнение схем полета приведено в табл. 1.6.

Таблица 1.6

Схема полета	Величина перигелия r_k , млн км						
	2	10	20	40	60	80	100
Прямая							
V_k , км/с	20	14,5	11	7,6	5,6	4,4	3,75
t_1 , сут	66	71	78	91	105	120	130
С использованием гравитации Юпитера							
V_k , км/с	7,2	7	7	6,8	6,6	6,4	6,2
t_2 , сут	1100	1200	1250	1350	1400	1450	1600
С использованием гравитации Венеры							
V_k , км/с	—	—	9,0	5,8	4,5	3,4	3,4
t_3 , сут	—	—	76	90	100	115	125

Непосредственный полет в ближайшие окрестности Солнца требует затрат огромной энергии; для достижения ближайших окрестностей Солнца необходимы скорости порядка $V_k=20$ км/с в конце активного участка траектории при выведении с орбиты ИСЗ. Со скоростью $V_k=4$ км/с (затраты энергии близки к затратам энергии при полете к Марсу и Венере) можно достигнуть расстояния до Солнца порядка 90 млн. км, при скорости $V_k=7,6$ км/с достигаются расстояния до 40 млн. км.

При использовании пертурбационного маневра оптимальные траектории полета к Юпитеру не обеспечивают необходимого маневра, поскольку скорости сближения с Юпитером малы. Поэтому для достижения планеты следует использовать траектории полета с меньшим временем полета. Увеличение скорости V_k на 1 км/с практически обеспечивает попадание КА на Солнце.

На рис. 1.61 показана область, где энергетически выгодно применить пертурбационный маневр. Однако время полета до перигелия в этом случае существенно, на порядок, больше времени полета по прямой схеме. Вместо времени полета порядка 100 суток при использовании Юпитера время возрастает до 1000 суток.

На рис. 1.61 представлены также возможности экономии энергии благодаря пертурбационному маневру у Венеры. В этой схеме в связи с малыми относительными скоростями сближения с Венерой на траекториях, близких к оптимальным, получается, что при скорости приблизительно 4 км/с можно достигнуть расстояний до Солнца лишь порядка 70 млн. км.

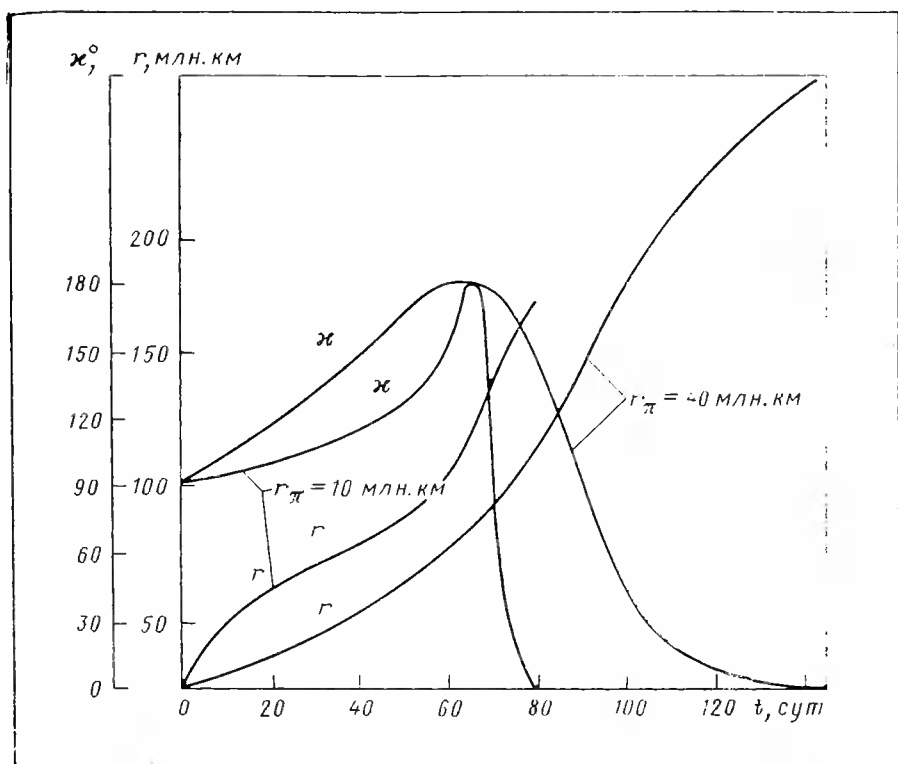


Рис. 1.62. Расстояния КА — Солнце (r) и углы Солнце — КА — Земля (χ) при прямой схеме полета

Использование энергетически неоптимальных траекторий полета к Венере дает некоторую небольшую экономию энергии на всем диапазоне расстояний r_π . В этом варианте полета интересно рассмотреть случай с дополнительным торможением КА в атмосфере Венеры с последующим выходом на траекторию полета к Солнцу.

Чтобы представить геометрические параметры для опорных траекторий полета к Солнцу при $r_\pi = 10$ млн. км и $r_\pi = 40$ млн. км на рис. 1.62 приведены зависимости расстояний до Солнца и углов Солнце — КА — Земля от времени полета.

1.8. Орбиты ожидания

При изучении промежуточных орбит, с которых затем осуществляется старт к планетам, возникают, кроме вопросов, связанных с выбором оптимальных орбит с точки зрения затрат энергии, и другие вопросы. Например, вопрос о том, можно ли стартовать к планетам с промежуточной орбиты в течение некоторого интервала времени без существенных потерь энергии? Или, иными

словами: можно ли найти такую орбиту, которая удовлетворяла бы условиям старта в течение большого промежутка времени?

Аналогичная задача возникает и при рассмотрении ей подобных при изучении движения у планет: найти орбиту, которая обеспечила бы оптимальные условия возвращения после проведения у планеты научных экспериментов.

Предварительный анализ особенностей движения у планет показывает, что такие орбиты существуют. Назовем их орбитами ожидания.

Пусть это поэтическое название свидетельствует о том, что на подобных орбитах можно ждать благоприятных моментов старта, переждать неблагоприятные и ждать возвращения КА из дальних межпланетных полетов.

Рассмотрим баллистические возможности построения таких орбит вблизи Земли. Но прежде всего рассмотрим те возмущения, которые вносятся в движение спутников Земли особенностями ее гравитационного поля.

1. 8. 1. Возмущенное движение спутников планет в нецентральной поле тяготения

В первом приближении принимают, что Земля и другие планеты имеют форму шара с симметричным распределением массы, поэтому потенциал поля тяготения определяется формулой

$$u = \frac{\mu}{r}, \text{ где } \mu = fm.$$

На самом деле фигуры планет существенно отличаются от шара и более лучшим приближением к ним являются двухосные или трехосные эллипсоиды. В действительности реальные фигуры планет имеют еще более сложную форму [18].

Рассмотрим математическую модель гравитационного поля Земли в рамках двухосного эллипсоида Красовского. Уравнение эллипсоида вращения в полярных координатах

$$\varrho = R + aR \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \varphi \right),$$

где $\alpha = \frac{a-b}{a}$ — коэффициент сжатия; a — экваториальный радиус; b — полярный радиус Земли; R — средний радиус; φ — геоцентрическая широта.

Потенциал поля тяготения Земли в форме эллипсоида Красовского с точностью до квадрата коэффициента сжатия

$$u = \frac{\mu}{r} - \mu \frac{a^2}{r^3} \left(\alpha - \frac{m}{2} \right) \left(\sin^2 \varphi - \frac{1}{3} \right), \quad (1. 19)$$

где $m = \frac{\omega_3^2 a}{g}$ — отношение центробежного ускорения к гравитационному на экваторе; ω_3 — угловая скорость вращения Земли.

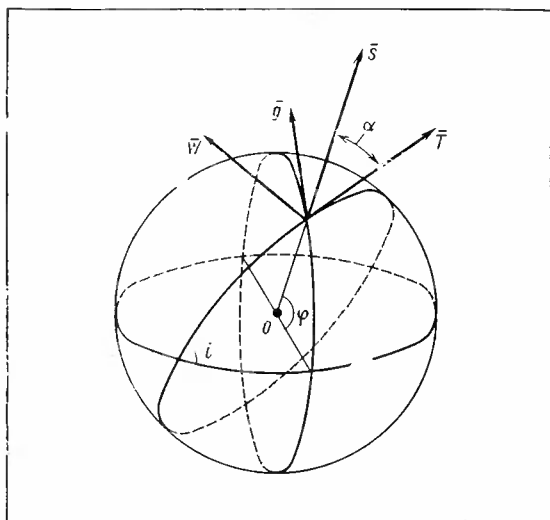


Рис. 1.63. Возмущения спутника вблизи Земли

Найдем компоненты возмущения по направлениям радиуса и касательной к орбите:

$$\frac{du}{dr} = -\frac{\mu}{r^2} + \frac{\mu a^2}{r^4} \left(\alpha - \frac{m}{2} \right) (3 \sin^2 \varphi - 1) = g + g_r,$$

$$\frac{du}{d\varphi} = -\mu \frac{a^2}{r^4} \left(\alpha - \frac{m}{2} \right) 2 \sin \varphi \cos \varphi = g_\varphi.$$

Обозначим $\epsilon = \mu a^2 \left(\alpha - \frac{m}{2} \right)$.

Тогда $g_r = \frac{\epsilon}{r^4} (3 \sin^2 \varphi - 1)$,

$$g_\varphi = -\frac{\epsilon}{r^4} 2 \sin \varphi \cos \varphi.$$

Для эллипсоида Красовского гравитационные возмущения лежат только в меридиональной плоскости.

Найдем составляющие возмущающей силы. Пусть, как принято: \vec{S} — радиальные составляющие; \vec{T} — тангенциальная составляющая; \vec{W} — нормальная составляющая (рис. 1.63).

Тогда для нашего случая

$$S = g_r = \frac{\epsilon}{r^4} (3 \sin^2 \varphi - 1), \quad T = g_\varphi \cos \alpha, \quad W = g_\varphi \sin \alpha, \quad \text{где } \alpha \text{ — азимут,}$$

т. е. $T = -2 \frac{\epsilon}{r^4} \sin \varphi \cos \varphi \cos \alpha$,

$$W = -2 \frac{\epsilon}{r^4} \sin \varphi \cos \varphi \sin \alpha.$$

Заменяя азимут α и широту φ через элементы орбиты i — наклонение и u — аргумент широты будем иметь

$$\begin{aligned}\sin \varphi &= \sin i \sin u, \\ \cos i &= \cos \varphi \sin \alpha, \\ \cos \alpha \cos \varphi &= \sin i \cos u.\end{aligned}$$

Тогда составляющие возмущающих сил

$$S = \frac{\epsilon}{r^4} (3 \sin^2 i \sin^2 u - 1),$$

$$T = -\frac{\epsilon}{r^4} \sin^2 i \sin 2u,$$

$$W = -\frac{\epsilon}{r^4} \sin 2i \sin u.$$

Если исходя из общей теории возмущений оценить вековые гравитационные изменения параметров орбиты, то $p = \text{const}$, т. е. параметр орбиты не имеет вековых гравитационных возмущений: $\frac{dp}{dN} = 0$, $i = \text{const}$ и угол наклона орбиты не имеет вековых изменений $\frac{di}{dN} = 0$, где N — число оборотов спутника.

Долгота восходящего узла орбиты Ω уменьшается, т. е. происходит регрессия под действием постоянной меридиональной силы, направленной к экватору:

$$\frac{d\Omega}{dN} = -\frac{2\pi\epsilon}{\mu p^2} \cos i. \quad (1.20)$$

Изменение углового расстояния перигея от узла будет равно

$$\frac{d\omega}{dN} = \frac{\pi\epsilon}{\mu p^2} (5 \cos^2 i - 1). \quad (1.21)$$

Далее можно заключить, что вековой уход эксцентриситета равен нулю. Действительно, силы обладают силовой функцией, имеет место интеграл энергии, следовательно, $a = \text{const}$, тогда и $e = \text{const}$, так как $p = \text{const}$.

Отсюда следует вывод: в результате гравитационных возмущений форма и размеры орбиты остаются неизменными от оборота к обороту, а сама орбита движется, как твердое тело.

Из последнего соотношения следует, что существует критическое наклонение

$$i_{\text{кр}} = \arccos \frac{1}{\sqrt{5}} \cong 63^\circ, 5,$$

независимое от элементов орбиты.

При этом, если $5 \cos^2 i - 1 < 0$, $i > i_{\text{кр}}$, то $\Delta\omega < 0$ и точка перигея ползет к экватору. Если $i < i_{\text{кр}}$, то $\Delta\omega > 0$ и перигей перемещается к

северу. Следует отметить, также, что полярная орбита $i=90^\circ$ не испытывает регрессии.

Эти факты наталкивают на мысль искать такие орбиты, плоскость которых отслеживает направление вектора скорости на бесконечности.

1. 8. 2. Орбиты ожидания у Земли

Рассмотрим наиболее общую схему выведения КА на гиперболическую орбиту, состоящую из следующих этапов:

1) выведение с Земли на начальную круговую орбиту радиуса r с наклонением i и долгой восходящего узла Ω_0 ;

2) одно- или двухимпульсный переход на орбиту ожидания, лежащую в той же плоскости и имеющую следующие параметры: перигейное расстояние r_π , фокальный параметр p и угловое расстояние перигея от узла ω_0 ;

3) старт с орбиты ожидания на гиперболическую орбиту в момент $t(t_0 \leq t \leq t_k)$, являющуюся начальным участком межпланетной орбиты.

Для проведения энергетических оценок за опорную орбиту возьмем круговую полярную орбиту радиуса R , для которой добавка скорости вследствие вращения Земли равна нулю.

Тогда суммарный импульс скорости относительно опорной орбиты, потребный для выведения КА на гиперболу перелета, можно представить в виде

$$\Delta V_\Sigma = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3,$$

где ΔV_1 — импульс, связанный с использованием скорости вращения Земли при различных наклонениях i плоскости начальной круговой орбиты; ΔV_2 — импульс, необходимый для осуществления перехода с начальной круговой орбиты на орбиту ожидания; ΔV_3 — импульс, необходимый для старта с орбиты ожидания на гиперболу перелета.

Если $\Delta V_2=0$, то старт на гиперболу перелета происходит с начальной круговой орбиты, которая также в этом случае может быть названа орбитой ожидания.

При выборе орбиты ожидания можно, зная точно время готовности к старту, подобрать орбиту так, чтобы к моменту старта орбита, прецессирующая в поле земного сфероида, и КА, движущийся по ней, заняли положение, обеспечивающее минимальную величину суммарного импульса ΔV_Σ , необходимого для осуществления полета. Однако при таком выборе орбиты ожидания и при необходимости или вынужденной задержке момента старта наш выбор может стать весьма далеким от оптимального из-за ухода плоскости орбиты от плоскости, содержащей скорость на бесконечно большом удалении от планеты.

Можно поступить более практично и задать некоторый промежуток готовности к старту t_0, t_k ; в этом случае естественно выбрать орбиту ожидания так, чтобы при старте с нее на любом витке

в течение t_0, t_k максимальная величина ΔV_Σ была минимальной.

Возможны и другие критерии оптимальности при выборе орбиты ожидания, например требование минимума:

$$I = \int_{t_0}^{t_k} \Delta V_\Sigma dt \text{ или } \Delta V_\Sigma = \text{const.}$$

Наша задача в общем виде может быть сформулирована следующим образом.

Требуется найти такое управление

$$u_0 = u_0(p, r_k, \omega, Q, i),$$

при котором $\max \Delta V_\Sigma(t, u) = \min I$,

где $I = \max \Delta V_\Sigma(t, u)$, а t принадлежит интервалу t_0, t_k .

Для обеспечения полета к планете КА должен иметь орбитальные параметры, обеспечивающие получение «на бесконечности» скорости, величина которой V_∞ , а направление параллельно единичному вектору \bar{V}^0 , задаваемому углами; α_∞ — прямым восхождением, δ_∞ — склонением (в абсолютной геоцентрической экваториальной системе координат с осью Ox , направленной в точку весеннего равноденствия):

$$\bar{V}^0 (\cos \delta_\infty \cos \alpha_\infty, \cos \delta_\infty \sin \alpha_\infty, \sin \delta_\infty).$$

Значения $V_\infty, \alpha_\infty, \delta_\infty$ зависят от цели полета и времени старта.

На рис. 1.64 представлены типичные зависимости $V_\infty, \alpha_\infty, \delta_\infty$ для полета к Марсу в марте 1969 года по возвращающимся к Зем-

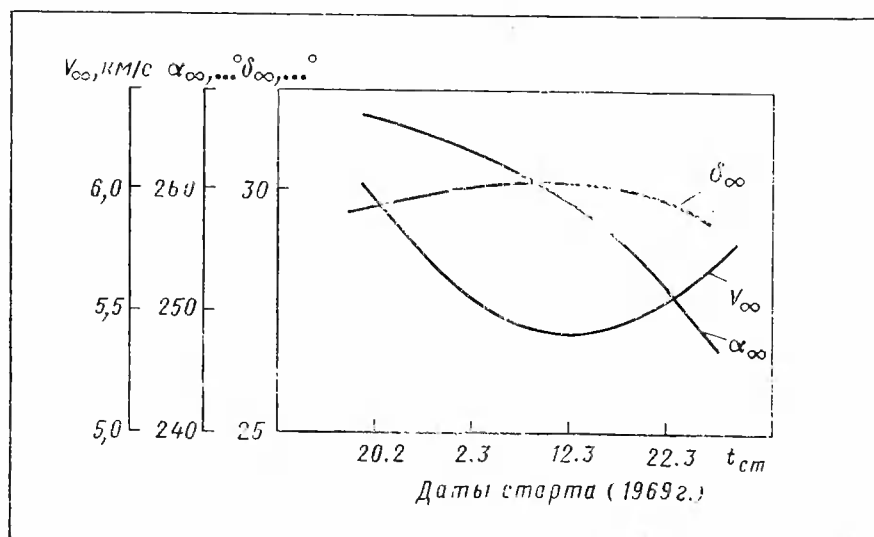


Рис. 1.64. Геометрия вектора V_∞ при полете к Марсу

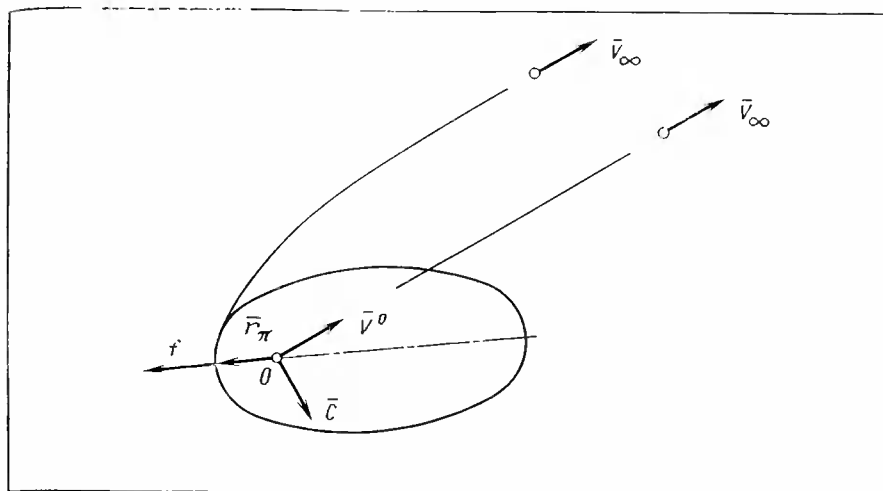


Рис. 1.65. Условия отслеживания вектора V_∞

ле траекториям. Как видно из рисунка, $V_{1\infty}$ имеет минимум на некотором интервале дат старта t_0, t_k , а α_∞ монотонно убывает.

Для уменьшения величины ΔV_3 плоскость орбиты ожидания в течение t_0, t_k должна отслеживать направление, задаваемое вектором \bar{V}^0 . Другими словами, необходимо, чтобы вектор \bar{V}^0 лежал в плоскости орбиты или по возможности был близок к ней (рис. 1.65).

Условием совпадения \bar{V}^0 плоскости орбиты ожидания является выполнение следующего соотношения:

$$\operatorname{tg} \delta = \sin (\alpha - \Omega) \operatorname{tg} i,$$

где i и Ω — наклонение и долгота восходящего узла орбиты ожидания (рис. 1.66). Здесь необходимо, чтобы $i \geq \delta_{\max}$. Для некоторого фиксированного значения наклонения i плоскости орбиты ожидания по имеющимся зависимостям $\alpha(t)$, $\delta(t)$ и зависимости (1.20) можно построить зависимость $\Omega(t) = \Omega^*(t)$, которая соответствует орбите, плоскость которой идеально отслеживает направление \bar{V}^0 .

Примем для орбиты ожидания линейный закон изменения долготы восходящего узла:

$$\Omega(t) = \Omega_0 + k_\Omega t,$$

где k_Ω — средняя скорость прецессии узла орбиты,

$$k_\Omega = \frac{\Delta \Omega}{T} = \frac{\epsilon \cos i}{V_\mu} \frac{(2r_\pi - p)^{3/2}}{r_\pi^3 p},$$

$$\Delta \Omega = -\frac{2\epsilon\pi}{\mu p^2} \cos i; \quad T = \frac{2\pi}{V_\mu} \frac{r_\pi^3}{(2r_\pi - p)^{3/2}}, \quad (1.22)$$

где $\Delta \Omega$ — смещение долготы восходящего узла за виток; T — период орбиты.

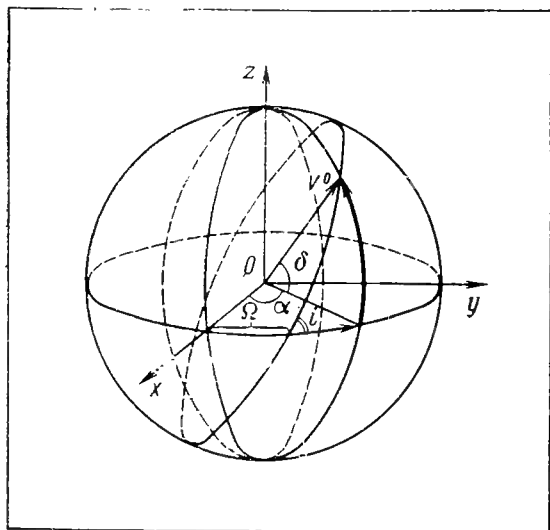


Рис. 1. 66. Совпадение вектора V_0 и плоскости орбиты

Отсюда видно, что существуют два пути регулирования величины k_g — изменение наклонения i плоскости орбиты и изменение параметра p орбиты в этой плоскости, например изменение r_π и p .

1. Если задаться фиксированным значением i из формулы (1.22), то получим пары значений r_π , p , обеспечивающие среднюю скорость прецессии узла, равной k'_g ($i = \text{const}$).

2. Если задаться условиями r_π , $p = \text{const}$ или $r_{\text{кр}} = \text{const}$, то получим значение r , обеспечивающее среднюю скорость прецессии узла k'_g ($p = \text{const}$).

Влияние вращения Земли на скорость, необходимую для выхода на орбиту заданного наклонения i , будем учитывать следующим образом:

$$\Delta V_1 = -\omega_3 R \cos i,$$

где ω_3 и R — угловая скорость и средний радиус Земли.

Суммарный импульс, необходимый для перехода с начальной круговой орбиты на орбиту ожидания, можно определить следующим образом:

$$\Delta V_2 = \Delta V'_2 + \Delta V''_2,$$

где $\Delta V'_2$ — импульс для перехода на эллиптическую промежуточную орбиту; $\Delta V''_2$ — импульс перехода на орбиту ожидания:

$$\Delta V_2 = \left(\sqrt{\frac{2\mu}{r_a} - \frac{2\mu}{r_\pi + r_v}} - \sqrt{\frac{2\mu}{r_a} - \frac{2\mu}{R + r_a}} \right) + \left(\sqrt{\frac{2\mu}{R} - \frac{2\mu}{R + r_a}} - \sqrt{\frac{\mu}{R}} \right),$$

где r_a — апогейное расстояние орбиты ожидания; R — радиус начальной круговой орбиты.

В случае одноимпульсного перехода

$$r_{\pi} = R, \Delta V'_2 = 0.$$

В случае двухимпульсного перехода $r_{\pi} > R$ второй импульс сообщается в апогее орбиты, получившейся после приложения первого импульса.

Случай $r_{\pi} < R$ не рассматривается, так как предполагается, что круговая орбита достаточно низка.

Можно определить вектор скорости \bar{V}_K в момент перехода на гиперболу. Зададимся некоторым значением истинной аномалии орбиты ожидания $\vartheta_{эл} \left(\vartheta_{эл} < \frac{\pi}{2} \right)$. Будем считать, что старт происходит вблизи перигея гиперболы, тогда получим радиус-вектор точки старта r . Угловое расстояние φ точки старта от направления, обратного V^0 :

$$\cos \varphi = -\frac{\bar{V}^0 \bar{r}}{r}.$$

Величины \bar{r} и φ полностью определяют стартовую скорость на гиперболе \bar{V}_K , поскольку величина V_{∞} в момент старта известна.

Действительно, некоторому значению угла наклона θ стартовой скорости к местному горизонту соответствует угол поворота вектора скорости при движении по гиперболе от точки старта до «бесконечности» γ :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \varphi + \theta.$$

Из рис. 1.67, где представлен годограф скорости гиперболы полета, следует

$$\sin \frac{\pi - \varphi}{2} = \frac{\Delta V'}{2 \sqrt{\frac{\mu}{p}}}, \quad (1.23)$$

где $\sqrt{\frac{\mu}{p}}$ — радиус окружности годографа,

$$\Delta V' = \sqrt{V_K^2 + V_{\infty}^2 - 2V_K V_{\infty} \cos \gamma}$$

$(\pi - \varphi)$ — изменение истинной аномалии при перелете от точки старта до «бесконечности».

Используя соотношения

$$p = \frac{r^2 V_K^2 \cos^2 \theta}{\mu} \quad \text{и} \quad V_K^2 = \frac{2\mu}{r} + V_{\infty}^2,$$

можно получить

$$2\mu \cos \frac{\varphi}{2} = r V_K \cos \theta \sqrt{V^2 + V_{\infty}^2 - 2V V_{\infty} \sin(\varphi - \theta)}.$$

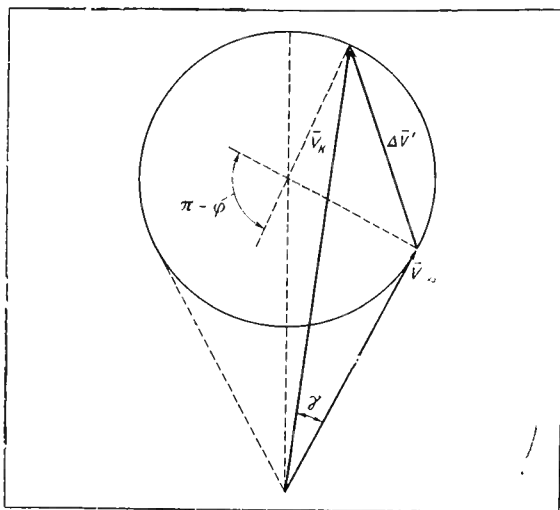


Рис. 1. 67. Годограф скоростей

Это уравнение определяет $\cos \theta$, т. е. угол наклона θ стартовой скорости к местному горизонту.

Вектор скорости \bar{V}_k , соответствующий выбранному значению $\vartheta_{эл}$ и значению θ , можно определить, решив систему векторных уравнений

$$\bar{V}_k \times \bar{r} = -\bar{c},$$

$$\bar{V}_k \times \bar{r} = d,$$

где $d = V_k r \sin \theta$,

$$\bar{c} = V_k r \cos \theta \frac{\bar{V}^0 \times \bar{r}}{|\bar{V}^0 \times \bar{r}|} = V_k \frac{\cos \theta}{\sin \varphi} [\bar{V}^0 \times \bar{r}].$$

Решением этой системы будет вектор

$$\bar{V}_k = \frac{1}{r^2} [d\bar{r} - \bar{r} \times \bar{e}].$$

Импульс скорости ΔV_3 , необходимый для осуществления старта с орбиты ожидания на гиперболу перелета к планете, можно определить так:

$$\Delta V_3 = \sqrt{(V_x - \dot{x})^2 + (V_y - \dot{y})^2 + (V_z - \dot{z})^2},$$

где $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ — компоненты вектора скорости аппарата в точке старта на орбите ожидания.

Минимизировать полученную величину ΔV_3 можно соответствующим выбором $\vartheta_{эл}$ точки старта.

Для уменьшения величины ΔV_3 кроме возможно более точного отслеживания вектора \bar{V}^0 плоскостью орбиты ожидания желательно выполнение следующего условия: старт должен происходить в перигее орбиты ожидания, причем точка старта является и периге-

ем гиперболы (выполнение этого условия обеспечивает $\Delta V_{\text{зmin}}$ в случае, если перигейное расстояние орбиты ожидания $r_{\pi} = r_{\text{min}}$).

По заданным V_{∞} , α_{∞} , δ_{∞} , выбранному i и найденной для данного i зависимости $\Omega = \Omega^*(t)$ можно построить

$$\omega = \omega^*(t).$$

Для реальной орбиты ожидания примем линейный закон изменения перигея:

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \omega_0 + k_{\omega} t, \\ k_{\omega} &= \frac{\Delta \omega}{T} \frac{(4 - 5 \sin^2 i) (2r_{\pi} - p)^{3/2}}{2 \sqrt{\mu} p^2 r_{\pi}^2}. \end{aligned} \quad (1.24)$$

Порядок поиска начального приближения для определения параметров орбиты ожидания, удовлетворяющих условию (1.24), можно принять следующим.

1. Построение для некоторого выбранного i зависимостей $\Omega = \Omega^*(t)$ и $\omega = \omega^*(t)$, соответствующих идеальной орбите.

2. Определение средней скорости прецессии узла $k_{\Omega} = \frac{\Omega_K - \Omega_0}{t_K - t_0}$ и построение для данного k_{Ω} зависимости $p = p(r_{\pi})$ — по этой полученной кривой для $r_{\pi} = R$ находим p .

Очевидно, что $r_{\pi} = R$ и p обеспечивают для выбранного i вполне определенную скорость прецессии перигея орбиты k_{ω} . Зная k_{ω} , выбираем ω_0 таким образом, чтобы $\omega = \omega_0 + k_{\omega} t$ отличалось от $\omega = \omega^*(t)$ в моменты t_0 и t_K на равные величины $\Delta \omega$.

Выбрав в качестве Ω_0 значение $\Omega^*(t_0)$, получаем начальное приближение для выбранного i :

$$u_{\text{нач}} = u(\Omega_0, \omega_0, p, r_{\pi}).$$

Рассмотрим орбиты ожидания для зависимостей $V_{\infty}(t)$, $\alpha_{\infty}(t)$, $\delta_{\infty}(t)$, соответствующих облету Марса при старте в период с 20 февраля по 28 марта 1969 года (см. рис. 1.64).

Оптимальное управление u_0 для двух наклонений $i = 45^\circ$ и $i = 65^\circ$ при $r_{\pi} = 6625$ км приведено в табл. 1.7.

Таблица 1.7

$i, ^\circ$	$p, \text{ км}$	$\omega, ^\circ$	$\Omega, ^\circ$	$a, \text{ км}$	$T, \text{ р}$
45	11370	85	51	24500	10,6
65	10180	84	70	14300	4,7

На рис. 1.68 построены зависимости $\Omega = \Omega^*(t)$. Средняя скорость прецессии узла, соответствующая начальному приближению $u_{\text{нач}} = 10^{-7}/\text{с}$, обеспечивается орбитами с \bar{p} и r_{π} , найденными по кривым рис. 1.69.

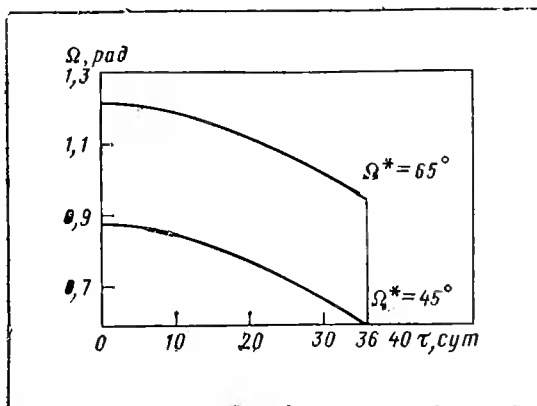


Рис. 1.68. Прецессия узла орбиты

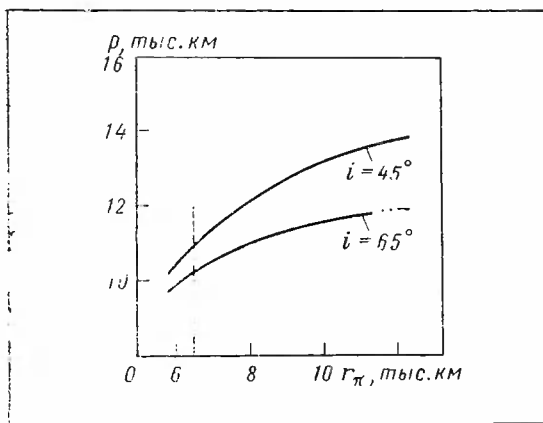


Рис. 1.69. Зависимость параметра орбиты величины перигея

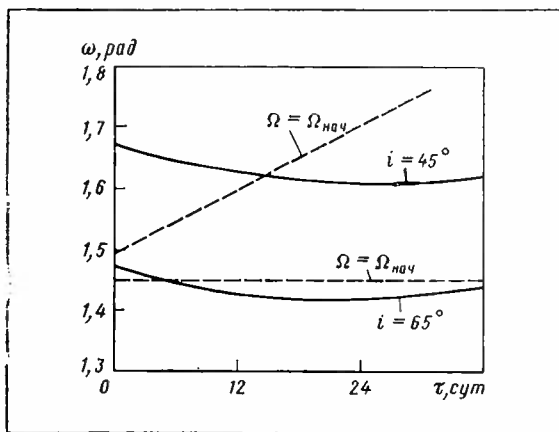


Рис. 1.70. Прецессия перигея орбиты

Рис. 1.71. Характер влияния изменения параметра p на суммарную скорость ΔV_{Σ} :

кривая 1 — $p=10\,000$ км; кривая 2 — $p=10\,360$ км

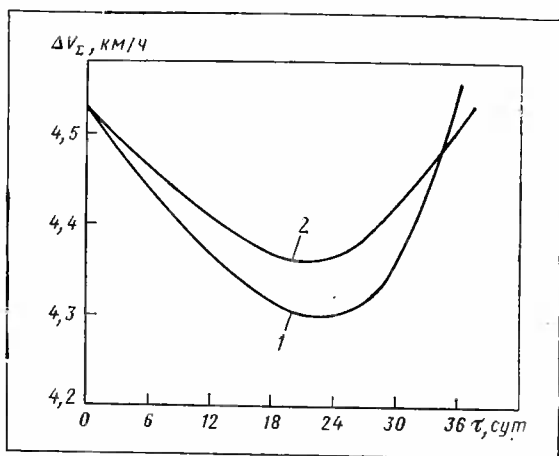


Рис. 1.72. Характер влияния изменения величины перицентра r_{π} на суммарную скорость ΔV_{Σ} :

кривая 1 — $r_{\pi}=6625$ км; кривая 2 — $r_{\pi}=6920$ км

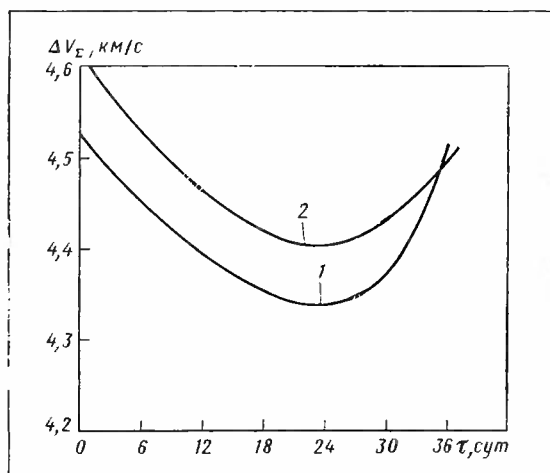
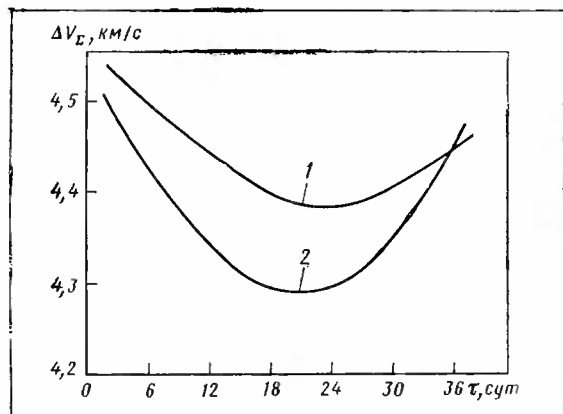


Рис. 1.73. Характер влияния изменения восходящего узла Ω на суммарную скорость ΔV_{Σ} :

кривая 1 — $\Omega_0=1,2$; кривая 2 — $\Omega_0=1,25$



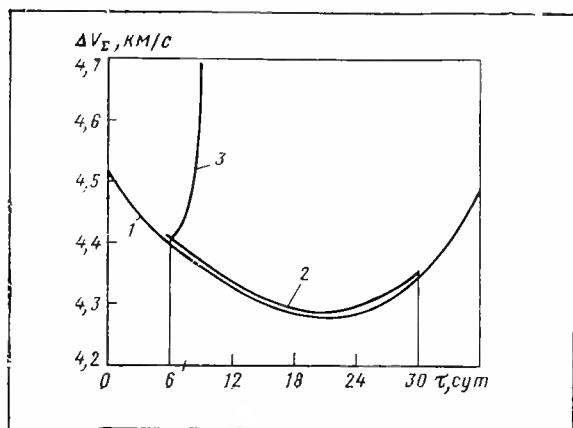


Рис. 1.74. Суммарная скорость при стартах с орбиты ожидания:

1—при старте с первого витка промежуточной орбиты; 2—при старте с орбиты ожидания; 3—при задержке старта с промежуточной орбиты

На рис. 1.70 представлены зависимости $\omega = \omega^*(t)$: пунктиром показаны $\omega = \omega(t)$, соответствующие начальному приближению.

В рассматриваемом примере $\max \Delta V_\Sigma$ достигался при одном из двух граничных значений: либо $t = t_0$, либо $t = t_k$. Поэтому процесс минимизации величины $\max \Delta V_\Sigma$ свелся к минимизации наибольшей из величин $\Delta V_\Sigma(t_0)$, $\Delta V_\Sigma(t_k)$. Такой характер минимизации полностью предопределяется заданными зависимостями $V_\infty(t)$, $a_\infty(t)$, $\delta_\infty(t)$ и временным промежутком t_0, t_k .

Для иллюстрации характера влияния параметров орбиты ожидания на зависимость $\Delta V_\Sigma(t)$ в окрестности u_0 для $i = 65^\circ$ можно проварьировать каждый из параметров r_π , p , ω , ω_0 , Ω_0 при фиксированных остальных.

Увеличение фокального параметра p (рис. 1.71) приводит к весьма малому увеличению $\Delta V_\Sigma(t_0)$, заметно в большей степени это понижает $\Delta V_\Sigma(t_k)$. Уменьшение p приводит к малому снижению $\Delta V_\Sigma(t_0)$ и к значительному повышению $\Delta V_\Sigma(t_k)$. Уменьшение p приводит к понижению $\Delta V_\Sigma(t)$ на большей части $t_0 t_k$.

Увеличение перигейного расстояния r_π (рис. 1.72) приводит к общему повышению почти всей кривой $\Delta V_\Sigma(t)$ с некоторым понижением $\Delta V_\Sigma(t_k)$.

Незначительное изменение величины долготы восходящего узла Ω_0 (рис. 1.73) довольно значительно повышает $\Delta V_\Sigma(t_0)$ и понижает $\Delta V_\Sigma(t_k)$, при этом кривая на большей части $t_0 t_k$ повышается с уменьшением Ω_0 и понижается с увеличением Ω_0 .

В заметно меньшей степени на изменение $\Delta V_\Sigma(t)$ влияет величина ω_0 . Изменение ω_0 примерно на 6° в обе стороны несколько увеличивает $\Delta V_\Sigma(t)$ на большей части $t_0 t_k$, за исключением правого конца.

Сужение промежутка t_0, t_k дает возможность получить лучшие приближения к «идеальной орбите». На рис. 1.74 кривая 2 соответствует орбите ожидания, параметры которой удовлетворяют условию (1.24) на промежутке 6 суток $\leq t \leq 33$ суток. При этом максимальное отклонение этой кривой от ΔV_Σ не превосходит 10 м/с.

Если по программе выхода на гиперболу перелета старт осуществляется на первых витках начальной круговой орбиты ($\Delta V_{\Sigma}=0$), то по каким-либо причинам происходит вынужденная задержка его, величина ΔV_{Σ} очень круто возрастает. На рис. 1.74 кривая 3 представляет собой зависимость для такого случая, причем предполагается, что в момент t_0 плоскость круговой орбиты совпадает с плоскостью «идеальной» орбиты ожидания. Из рисунка видно, что вынужденная задержка старта на трое суток требует увеличения суммарного потребного импульса примерно на 300 м/с.

Можно приближенно определять оптимальные параметры орбиты ожидания, которые обеспечивают минимум максимальной величины суммарного импульса, потребного для выхода на межпланетную орбиту, при возможности старта с нее в течение длительного промежутка времени. Полученные параметры можно принять за первое приближение для более точного расчета или для определения оптимальных параметров орбиты ожидания при других критериях оптимизации.

Рассмотренный пример показывает, что существуют такие орбиты ожидания, при старте с которых на любом витке в течение длительного промежутка времени суммарные энергетические затраты не будут существенно отличаться от энергетических затрат в случае оптимальных стартов без ожидания непосредственно с круговых (или близких к ним) орбит в том же диапазоне дат.

Скорость прецессии долготы восходящего узла и перигея орбиты ожидания можно регулировать выбором размеров орбиты: фокального параметра p , перигейного расстояния r_{π} и наклона орбиты i .

Второй из двух указанных путей в случае выбора наклонов, близких к полярным, приводит к меньшему использованию эффекта вращения Земли. Увеличение перигейного расстояния r_{π} орбиты ожидания также приводит к увеличению суммарных энергетических затрат за счет составляющей, необходимой для осуществления перехода на орбиту ожидания с начальной круговой орбиты.

Однако эти дополнительные затраты могут стать необходимыми в случае, если нельзя получить требуемую скорость прецессии орбиты лишь варьированием величины фокального параметра при $r_{\pi}=R=\text{const}$, например, когда наложены ограничения на апогейное расстояние или на период орбиты.

Может возникнуть необходимость выбора орбиты ожидания с наклоном, большим 90° , в том случае, если узел орбиты должен прецессировать в отрицательном направлении.

Заканчивая раздел об орбитах ожидания, отметим, что представляют интерес также два случая, не рассмотренные выше.

Первый из них касается критерия подбора $\Delta\Omega$ и $\Delta\omega$. Дело в том, что в описанной методике подбора использовались заданные заранее зависимости $V_{\infty}(t)$, $\delta_{\infty}(t)$, $\alpha_{\infty}(t)$. Можно пойти другим путем. Поскольку для данной даты старта существует множество траекторий, то следует выбрать из них на диапазоне $t_0 t_K$ такие, которые

наилучшим образом отслеживают изменение Ω и ω при $\Delta V_s = \text{const}$ это может быть целесообразно, поскольку масса КА постоянна.

Второй случай является как бы расширением поставленной здесь задачи об орбитах ожидания.

Поскольку при стартах к планетам вектор скорости КА составляет для оптимальных траекторий небольшой угол к направлению скорости Земли, можно поставить задачу об отыскании такой орбиты ожидания, с которой в течение длительного времени (годы) можно было бы осуществлять старты к планетам без больших энергетических потерь.

Ясно, что орбиты в плоскости экватора или эклиптики не подходят для этого. Наиболее подходящей орбитой будет орбита, близкая к полярной, плоскость которой отслеживает направление вектора скорости Земли. Здесь возникают не менее красивые задачи оптимизации маневров перехода на межпланетные орбиты с учетом нецентральности гравитационных полей.

1.9. Наискорейшее возвращение

1.9.1. Постановка задачи о наискорейшем возвращении

В процессе полета пилотируемого корабля на орбите может возникнуть ситуация, требующая максимально возможного сокращения времени пребывания корабля в условиях космоса. Причиной такой ситуации может быть авария в системе жизнеобеспечения, плохое самочувствие члена экипажа и др.

Таким образом возникает задача наискорейшего возврата на Землю КА, движущегося по некоторой орбите.

Будем предполагать, что движение происходит в Центральном Ньютоновском поле, траектории корабля до и после маневра лежат в одной плоскости, маневр одноимпульсный. Параметры орбиты, на которой осуществляется маневр, предполагаются известными.

Необходимым условием нормального возвращения корабля является обеспечение заданной высоты условного перигея h_π или для сферической Земли — перигейного расстояния r_π .

Пусть орбита до маневра характеризуется начальными условиями \vec{r}_0 и \vec{V}_0 , а после маневра $\vec{r}_1 = \vec{r}_0$ и \vec{V}_1 . Определим условия, которым должен удовлетворять вектор \vec{V}_1 , для того чтобы было обеспечено заданное r_π при возвращении (рис. 1.75).

Рассмотрим задачу в скоростной системе координат с осями V_n, V_r . Используя уравнение энергии и кинетического момента, можно получить для орбиты возвращения

$$V^2 - \frac{2\mu}{r} = -\frac{\mu}{a}, \quad rV_n = C = \text{const.}$$

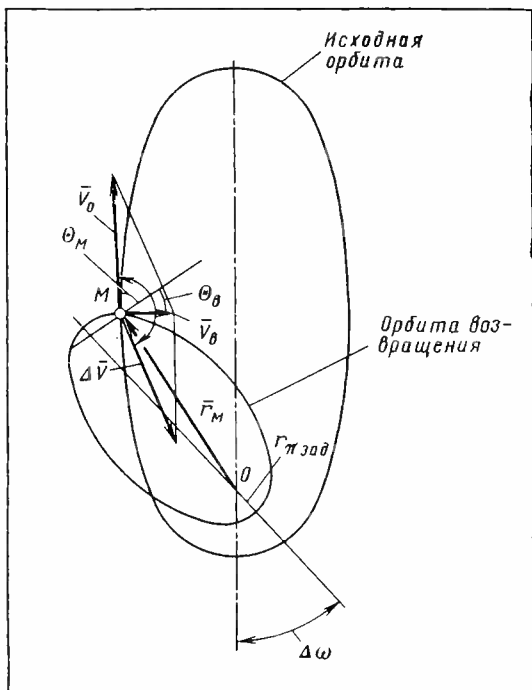


Рис. 1.75. Задача о наименьшем возвращении

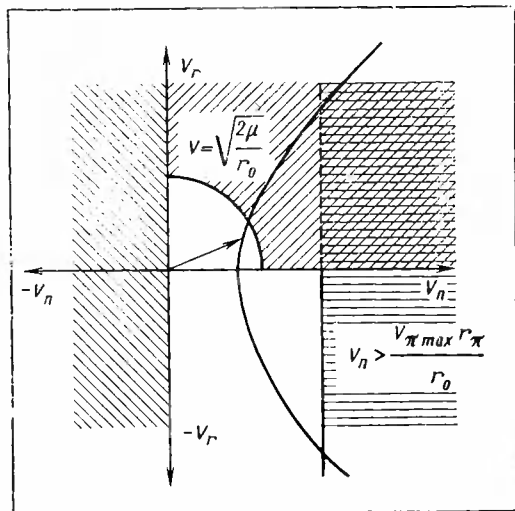


Рис. 1.76. Области, содержащие решение задачи

В силу инвариантности

$$V_n^2 + V_r^2 - \frac{2\mu}{r_0} = V_\pi^2 - \frac{2\mu}{r_\pi}, \quad r_0 V_n = r_\pi V_\pi,$$

отсюда

$$\left(\frac{r_0^2}{r_\pi^2} - 1 \right) V_\pi^2 - V_{r_1}^2 = \frac{2\mu(r_0 - r_\pi)}{r_\pi - r_0}.$$

Это уравнение гиперболы — уравнение годографа вектора скорости орбит, которые обеспечивают заданное r_π при маневре на расстоянии $r=r_0$.

В плоскости V_n, V_r выделим области, которые не могут содержать требуемого решения (рис. 1.76):

— область уходящих ветвей гиперболических орбит, т. е. первый квадрант вне окружности радиуса $V_1 = \sqrt{\frac{2\mu}{r_0}}$;

— полуплоскость отрицательных V_n , соответствующая возвращению по орбитам с обратным направлением вектора кинетического момента по отношению к начальному и, следовательно, с дополнительными затратами энергии;

— полуплоскость $V_n > V_{n\max} = \frac{V_{\pi\max} r_\pi}{r_0}$, соответствующая возвращению со скоростями, большими допустимого $V_{\pi\max}$.

Оставшуюся область, в которой находятся искомые решения, можно разделить на две части: $V_r < 0$, $V_r > 0$; верхняя часть соответствует положению точки после маневра до прохождения апогея, нижняя — после прохождения.

Запасы топлива на борту корабля ограничены, следовательно, на проведение маневра может быть израсходована скорость, не большая чем ΔV_{\max} .

Если компоненты скорости до маневра V_{n0}, V_{r0} , то область реализуемых значений вектора скорости после маневра есть уравнение окружности

$$(V_n - V_{n0})^2 + (V_r - V_{r0})^2 = \Delta V_{\max}^2$$

с центром в точке с координатами V_{n0}, V_{r0} .

Совместное решение этих уравнений приводит к уравнению четвертой степени относительно V_r (или V_n), соответствующим точкам пересечения гиперболы и окружности:

$$AV_r^4 + BV_r^3 + CV_r^2 + DV_r + E = 0.$$

Из четырех решений этого уравнения в общем случае не представляют интерес решения с $V_n < 0$, при которых получаются обратные движения с большими потребными скоростями маневра. Из оставшихся двух решений требованию наискорейшего возвращения удовлетворяет решение, соответствующее меньшему значению V_r .

Ограничимся условием $V_r < 0$.

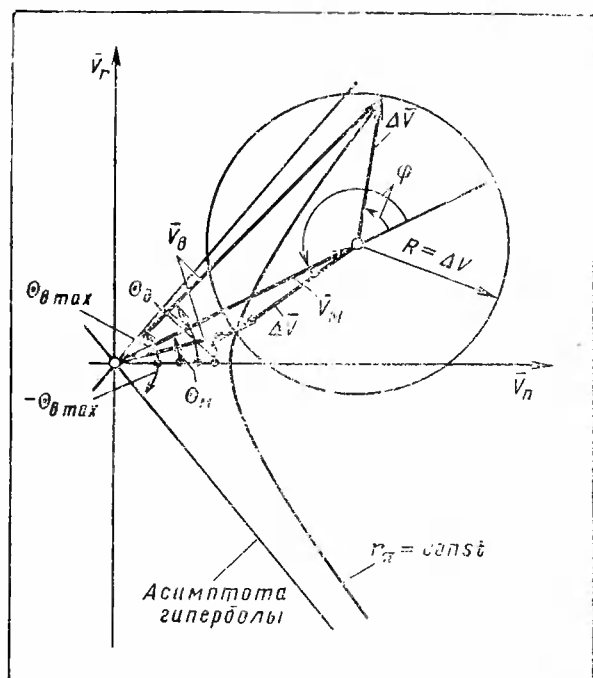


Рис. 1.77. Годограф скоростей для случая нано-скорейшего возвращения

Время полета от точки маневра до заданного r_π можно определить по формуле

$$t = \int_{r_\pi}^r \frac{dt}{dr} dr = \int_{r_\pi}^r f(r) dr,$$

где

$$f(r) = \frac{dt}{dr} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \frac{1}{e \sin \vartheta}.$$

Далее:

$$f(r) = \frac{dt}{dr} = \frac{r_\pi r}{\sqrt{\mu}} \frac{1}{V(r - r_\pi)[p(r + r_\pi) - 2rr_\pi]}.$$

Для двух точек с векторами скорости V_1 и V_2 , время полета от r до r_π по соответствующим орбитам определяется интегралами

$$t_1 = \int_{r_\pi}^r f_1(r) dr \quad \text{и} \quad t_2 = \int_{r_\pi}^r f_2(r) dr.$$

Из двух интегралов с равными пределами больший тот, которому соответствует большая подынтегральная функция. Из вида $f(r)$ следует, что если $p_1 > p_2$, то $f_1(r) < f_2(r)$.

Поскольку $V_{n1} > V_{n2}$, то при одном и том же r и $p_1 > p_2$ $t_1 < t_2$.

Аналогичный результат легко получить и для случая $V_r > 0$.

Отсюда следует: перемещению точки на гиперболе слева направо соответствует монотонное возрастание времени полета до r_π и наоборот.

Минимальный импульс скорости, при котором происходит переход на траекторию $r_\pi = r_{\pi_{\text{зад}}}$, определяется следующим образом.

Импульс скорости при маневре будет иметь минимальную величину, если вектор ΔV ортогонален к кривой $r_\pi = \text{const}$, т. е. угол между касательной к кривой $r_\pi = \text{const}$ и ΔV равен $\pi/2$.

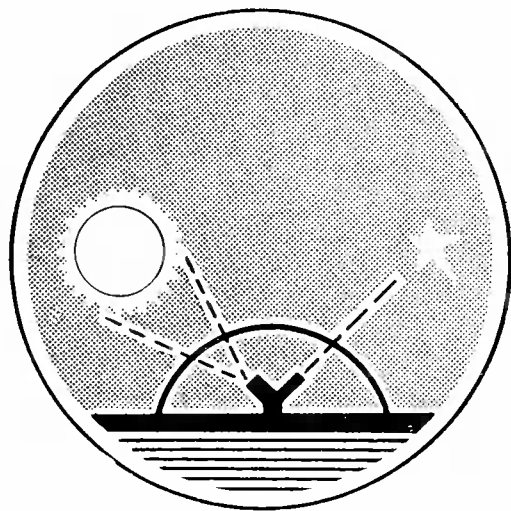
Очевидно, что, зная момент маневра, можно вычислить импульс, потребный для перехода на орбиту возвращения (рис. 1.77).

$$\Delta V_{\min} = \sqrt{V_{\text{до}}^2 + V_{\text{м}}^2 - 2V_{\text{до}}V_{\text{м}} \cos(\theta_{\text{в}} - \theta_{\text{м}})}, \quad (1.25)$$

где $V_{\text{до}}$ — скорость до маневра; $V_{\text{м}}$ — скорость после маневра.

II

КОРРЕКЦИЯ
МЕЖПЛАНЕТНЫХ
ТРАЕКТОРИЙ



В этой главе рассматриваются задачи исправления — коррекции межпланетных траекторий, возникшие в связи с необходимостью определить, с одной стороны, баллистические возможности тесного сближения с планетами, с другой стороны, — основные параметры системы коррекции КА: массу топлива, характеристики двигательной установки, характеристики системы ориентации, точность систем определения траекторий и др.

Для построения линеаризованной теории коррекции использовались идеи малых отклонений параметров, а в качестве опорных траекторий применялись кеплеровы орбиты, полученные с учетом требований, выдвинутых в первой главе.

В результате этих исследований были определены не только некоторое требование к параметрам конструкции КА и его систем, но и данные, послужившие основой для разработки управления движением КА в полете.

2.1. Общая теория коррекции

2.1.1. Постановка задачи о коррекции траектории

При полетах к планетам действительная траектория после выведения КА всегда отличается от расчетной (номинальной). Это объясняется тем, что как при выведении, так и в свободном полете на космический корабль действуют возмущающие силы, оцениваемые, как правило, максимальными величинами.

Таковыми возмущениями могут быть отклонения, возникающие в конце участка выведения из-за ошибок в системе управления, неточного определения астрономических констант и полей тяготения планет, вследствие аномалий гравитационных полей, влияния внешних возмущений, не учтенных в основных уравнениях, например, воздействие давления солнечного света, работы двигателей системы управления и системы ориентации на движение центра масс корабля.

Следовательно, для выполнения поставленной перед КА задачи возникает необходимость коррекции (исправления) его траектории. Коррекция может проводиться в реальном полете только после того, как в результате обработки измерений с достаточной степенью точности будет определена наземными или автономными средствами действительная траектория движения.

Под системой коррекции понимается совокупность средств, обеспечивающих выполнение коррекции. Эта совокупность включает двигательную установку с запасом топлива, средства ориентации в пространстве, средства управления двигателем при его работе.

При проектировании космических аппаратов и разработке основных требований к системе коррекции в первую очередь исследуются следующие вопросы.

1. Определяются величины потребных корректирующих импульсов скорости, от которых зависят в свою очередь запасы топлива (топливо, как правило, составляет основную массу всей системы коррекции), при этом выявляются оптимальные способы проведения коррекций и время коррекций.

2. Изучаются схемы ориентации при выполнении коррекции, определяются наиболее подходящие для ориентации светила, определяется набор звездных и планетных датчиков.

3. Рассматриваются возможности системы измерений и прогноза траекторий или автономных средств навигации.

4. Изучается влияние ошибок при исполнении коррекции на окончательные результаты.

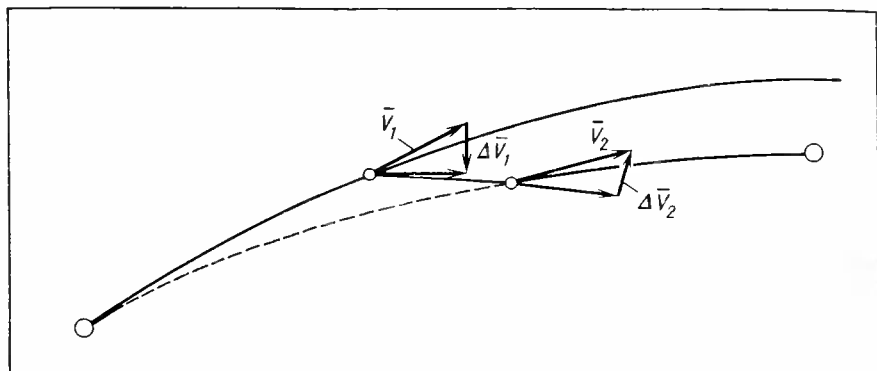


Рис. 2. 1. Шестипараметрическая коррекция

5. Рассматриваются требования к двигательной установке и ее системе управления: время работы двигательной установки, ее тяга, импульсы последствие, число необходимых запусков и др.

6. Исследуются стратегия проведения коррекций и способы обеспечения надежности выполнения баллистической задачи.

Рассмотрим межпланетную траекторию, которая отклонилась от расчетной (номинальной) траектории. Для выполнения поставленной перед аппаратом задачи, например для пролета на заданном расстоянии от планеты в заданном направлении или попадания в заданную точку планеты с заданными условиями входа (скоростями) в атмосферу, необходимо восстановление заданных характеристик движения вблизи планеты цели.

В качестве обобщенной задачи коррекции можно рассматривать задачу сведения к минимальным (допустимым) значениям отклонений координат и компонент скорости в заданной точке пространства и в заданное время.

Рассмотрим вопросы такого управления в рамках кеплерова движения, характеризующегося шестью параметрами (элементами) или шестью параметрами (три координаты и три компоненты скорости); для исправления трех компонент скорости и трех координат, очевидно, необходимо шестипараметрическое управляющее воздействие.

Поскольку управляющими параметрами в точке коррекции могут быть только скорости, то для исправления всех шести параметров необходимо проведение коррекции (включение двигателя) дважды. И тогда в идеальном случае (без учета ошибок прогноза и исполнения коррекции) такая «двойная» коррекция обеспечит устранение отклонений в заданной точке как координат, так и скоростей (рис. 2.1).

В большинстве случаев при построении систем коррекции и изучении теории можно рассматривать ограниченные критерии коррекции и ставить задачу о коррекции лишь определенного числа параметров траектории.

При изучении коррекции межпланетных орбит введем понятие картинной плоскости у планеты. За картинную плоскость будем принимать плоскость, проходящую через центр планеты-цели и ортогональную вектору относительной скорости аппарата на бесконечно большом удалении.

В этом случае все возможные отклонения действительной траектории от расчетной характеризуются на этой плоскости некоторой областью, на границе которой вероятность появления отклонений характеризуется величиной 3σ . Обычно эта область в картинной плоскости представляет собой эллипс. Межпланетный аппарат может подойти к картинной плоскости в разное время, в пределах разброса по времени полета. Тогда под коррекцией можно понимать такое исправление действительной траектории с помощью импульса скорости, при котором ликвидируется отклонение от номинальной траектории, характеризующееся разностью координат пересечения картинной плоскости действительной и расчетной траекторией, или изменяется время полета до картинной плоскости, или то и другое вместе.

Очевидно, что коррекция координат в картинной плоскости необходима для обеспечения геометрических условий полета у планеты: пролет на заданном расстоянии, сохранение каких-либо заданных углов, попадание в заданную область планеты. Коррекция времени прилета к планете в основном связана либо с необходимостью наблюдения с пункта космической связи на Земле момента встречи аппарата с планетой, либо с необходимостью выхода на заданную орбиту или в заданную точку поверхности планеты.

В этом случае для исправления трех параметров — двух координат и времени полета — достаточно одного включения двигателя за все время полета. Очевидно, что при идеальном знании траектории и при идеальном исполнении коррекции отклонение в картинной плоскости и отклонение по времени полета полностью устраняются. Рассмотрим допущения и ограничения, при которых строится методика расчетов и определяются требования к системе коррекции. Будем рассматривать в качестве опорных межпланетные траектории, получающиеся в результате решения задачи Ламберта, т. е. при условии, что сферы действия планет стянуты в точки (пренебрежем возмущениями планет). Следовательно, наша расчетная траектория будет кеплеровой орбитой. Будем считать, что и действительная траектория, получившаяся в результате ошибок при выведении КА, также является кеплеровой орбитой, причем производные вдоль действительной траектории равны производным вдоль расчетной траектории. Это допущение дает возможность применить в дальнейшем для изучения коррекций линейную теорию возмущений.

В случае если рассматриваются межпланетные траектории, состоящие из кеплеровых дуг, соответствующим образом «склеенных» между собой, то коррекция также изучается на каждом из участков полета в отдельности путем «склеивания» параметров отклонений, например на сферах действия [20, 21, 22, 16].

2. 1. 2. Классификация различных способов коррекции

Коррекция траектории, т. е. ее целенаправленное изменение, необходима тогда, когда требуется изменить некоторые характеристики движения КА и получить с требуемой точностью определенные элементы его орбиты.

Коррекция производится путем приложения силы к КА с помощью корректирующего двигателя, в результате чего траектория его движения изменяется нужным образом. По величине корректирующего ускорения коррекция может быть импульсной или непрерывной.

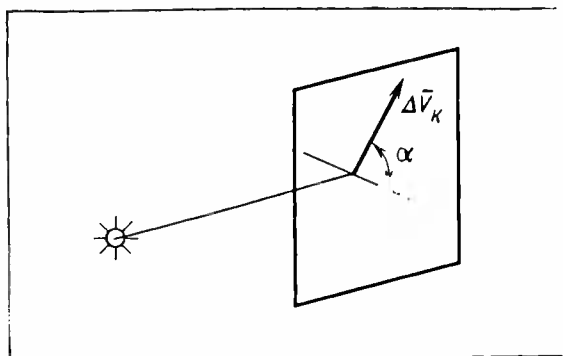
С точки зрения энергетических затрат важно, чтобы характеристическая скорость ΔV_K , сообщаемая КА при коррекции, была минимальной. Это соответствует минимуму расхода топлива, затрачиваемого на коррекцию движения КА. Известно, что ΔV_K минимальна при бесконечно большом ускорении, сообщаемом КА корректирующим двигателем.

Следовательно, теоретически самым выгодным является случай импульсного изменения скорости полета при коррекции. Однако ускорение, сообщаемое КА корректирующим двигателем, всегда конечно. Предположение о мгновенности изменения скорости при коррекции справедливо лишь тогда, когда ошибки в параметрах движения, обусловленные этим предположением, соизмеримы с ошибками метода расчета траектории КА. Во многих случаях при расчете коррекций справедливо использование гипотезы о мгновенности изменения скорости. Ниже рассматриваются зависимости, справедливые именно для такой — импульсной коррекции.

В общем случае с помощью одного импульса скорости, приложенного к КА в некоторой точке траектории, варьируя три составляющие этого импульса, т. е. величину и направление импульса скорости, можно скорректировать три параметра траектории, например три координаты или три составляющие скорости движения КА в некоторой точке на траектории или три любых функции, зависящие от координат и скорости.

Такая коррекция называется трехкомпонентной. Для реализации трехкомпонентной коррекции на КА устанавливается специальная система, позволяющая ориентировать ось двигателя в любом заданном направлении. Более простые системы ориентации могут накладывать ограничения на число свободных компонент корректирующего импульса. Если при коррекции могут варьироваться одна или две компоненты корректирующего импульса, то такие коррекции называются соответственно одно- или двухкомпонентными. Если задана плоскость, в которой должен лежать корректирующий импульс, то в этом случае могут варьироваться лишь две величины: величина импульса и положение импульса в плоскости. Такой плоскостью может быть, например, плоскость, ортогональная направлению на Солнце (рис. 2.2).

Рис. 2. 2. Вектор корректирующего импульса $\Delta \vec{V}_K$ в плоскости, ортогональной направлению на Солнце



Двухкомпонентная коррекция будет также иметь место для случая, если величина корректирующего импульса фиксирована, но свободным является его направление в пространстве.

Однокомпонентная коррекция соответствует случаю, когда направление корректирующего импульса фиксировано (с точностью до знака) и может меняться только его величина. Такое направление может быть коллинеарно направлению на Солнце, звезду или какую-нибудь планету.

Многоразовые коррекции (многоразовое включение двигателя) можно подразделить на неоднородные (связанные) и однородные (несвязанные). Каждая из многоразовых коррекций может быть проведена по одному из способов одноразовой коррекции. Однородные (несвязанные) коррекции могут использоваться для последовательного уменьшения ошибок движения. В этом случае при каждом включении двигателя прицеливание производится в одну и ту же точку, т. е. характеристики коррекций определяются из однородных условий.

Связанные (неоднородные) коррекции могут использоваться для сокращения энергетических затрат, а также в том случае, если число корректируемых параметров превышает число свободных компонент скорости при одноразовой коррекции. При подобной коррекции происходит поочередное смещение траектории либо вдоль наиболее эффективных направлений, либо вдоль фиксированных направлений так, чтобы суммарное смещение получилось равным заданному. При каждом включении двигателя прицеливание производится в новую точку, т. е. характеристики коррекции определяются из различных условий. Необходимый результат в этом случае получается только после проведения всех коррекций.

Например, для коррекции трех параметров может оказаться выгодным провести три раза неоднородную однокомпонентную коррекцию, а в случае, если нужно скорректировать шесть параметров траектории с помощью трехкомпонентной коррекции, число включений двигателя должно быть не меньше двух.

По числу параметров траекторий, подлежащих исправлению, коррекция может быть однопараметрической, двухпараметрической и т. д.

2. 1. 3. Выбор корректируемых параметров

Параметры траектории, подлежащие коррекции, образуют пространство корректируемых параметров. Каждой реализации фактической траектории полета соответствует точка в пространстве корректируемых параметров. В этом пространстве существует также область, в которой удовлетворяются условия, наложенные на траекторию полета КА. Целью коррекции является смещение указанной точки в заданную область.

Смещение в пространстве корректируемых параметров $\bar{\xi}(\xi_1, \xi_2, \xi_n)$ в общем виде связано с вектором корректирующего ускорения соотношением

$$\bar{\xi} = \int_0^{t_k} N[t, \bar{a}(t)] dt,$$

где $\bar{N}[t, \bar{a}(t)]$ — в общем случае нелинейный оператор; t_k — время работы двигателя.

Величина характеристической скорости коррекции равна

$$\Delta \bar{V}_k = \int_0^{t_k} \bar{a}(t) dt.$$

Корректируемые параметры ξ удобно выбирать так, чтобы оператор $\bar{N}[t, \bar{a}(t)]$ был линейным оператором относительно $\bar{a}(t)$:

$$\bar{N}[t, \bar{a}(t)] = N(t) \bar{a}(t),$$

$$\bar{\xi} = \int_0^{t_k} N(t) \bar{a}(t) dt.$$

Для случая мгновенного изменения скорости $N(t)$ есть матрица частных производных корректируемых параметров по компонентам корректирующей скорости, определяющим эффективность коррекции:

$$N(t) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial V_x} & \frac{\partial \xi_1}{\partial V_y} & \frac{\partial \xi_1}{\partial V_z} \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial V_x} & \frac{\partial \xi_2}{\partial V_y} & \frac{\partial \xi_2}{\partial V_z} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \xi_n}{\partial V_x} & \frac{\partial \xi_n}{\partial V_y} & \frac{\partial \xi_n}{\partial V_z} \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

В случае импульсной n -разовой коррекции

$$\bar{\xi} = \sum_{i=1}^n N(t_i) \Delta \bar{V}_{ki}.$$

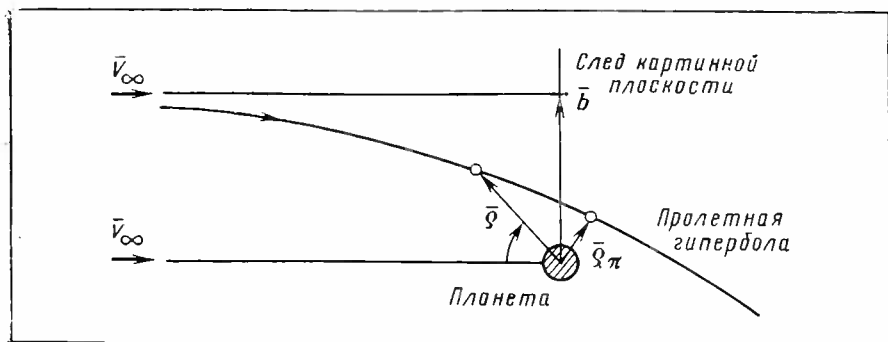


Рис. 2.3. Характеристики планетоцентрического движения, используемые в качестве корректируемых параметров

При полете к Луне и планетам Солнечной системы одним из источников нелинейности связи корректируемых параметров с корректирующим импульсом является притяжение планеты-цели или Луны. Для исключения нелинейного влияния притяжения планеты в качестве корректируемых параметров следует выбирать оскулирующие характеристики скорости на бесконечно большом удалении от планеты и прицельную дальность b планетоцентрического движения, рассчитанные для момента наиболее тесного сближения с планетой по приведенным формулам:

$$\bar{V}_{\infty} = V_{\infty} \left[\sin \gamma \frac{\bar{f}}{f} + \cos \gamma \frac{\bar{C} \times \bar{f}}{|\bar{C} \times \bar{f}|} \right],$$

$$b = b \left[\cos \gamma \frac{\bar{f}}{f} - \sin \gamma \frac{\bar{C} \times \bar{f}}{|\bar{C} \times \bar{f}|} \right],$$

где $V_{\infty} = \sqrt{V^2 - \frac{2\mu}{q}}; \quad \cos \gamma = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}};$

$\bar{f} = \bar{V} \times \bar{C} - \mu \frac{\bar{q}}{q}$ — вектор Лапласа;

$$\sin \gamma = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \quad \bar{C} = \bar{q} \times \bar{V}; \quad b = \frac{c}{V_{\infty}^2}; \quad a = \frac{\mu}{V_{\infty}^2};$$

μ — гравитационная постоянная; q, V — характеристики планетоцентрического движения.

Компоненты вектора скорости на бесконечности \bar{V}_{∞} и вектора прицельной дальности b однозначно определяют геометрические условия сближения КА с планетой и энергию планетоцентрического движения (рис. 2.3).

В качестве корректируемых параметров можно принять, например, компоненты смещения $\Delta b = b - b_{\text{зад}}$ в картинной плоскости. Кроме этого, в качестве третьего корректируемого параметра берут время движения КА до картинной плоскости, проходящей, на-

пример, через центр масс планеты. При вычислении вектора $b_{\text{зад}}$ для отображения точек физического пространства вблизи планеты-цели на картинную плоскость с координатами ξ_1 и ξ_2 могут быть использованы следующие соотношения:

$$b_{\text{зад}} = \varrho \sin \lambda \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4\mu}{\varrho V_\infty^2} \frac{1}{1 + \cos \lambda}} \right),$$

$$\xi_{1\text{зад}} = b_{\text{зад}} b_{\xi_1}^0,$$

$$\xi_{2\text{зад}} = b_{\text{зад}} b_{\xi_2}^0,$$

$$b^0 = \frac{\bar{V}_\infty \times \bar{\varrho} \times \bar{V}_\infty}{|\bar{V}_\infty \times \bar{\varrho} \times \bar{V}_\infty|}.$$

Здесь ξ_1^0 и ξ_2^0 — единичные векторы, определяющие направления осей в картинной плоскости; λ , ϱ — полярные координаты отображенной точки в плоскости заданной траектории.

2. 1. 4. Определение области рассеивания в пространстве корректируемых параметров

Область рассеивания (первоначальных отклонений) в пространстве корректируемых параметров можно определить, принимая параметры расчетной траектории за математическое ожидание параметров действительной траектории, отклонения которой от расчетной можно охарактеризовать с помощью шестимерного нормального случайного вектора.

Этому вектору в некоторой системе координат в начальный момент t_0 соответствует корреляционная матрица шестого порядка:

$$K = \begin{pmatrix} k_{11}^0 & k_{12}^0 & k_{13}^0 & \dots & k_{16}^0 \\ k_{21}^0 & k_{22}^0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{61}^0 & k_{62}^0 & k_{63}^0 & k_{64}^0 & k_{65}^0 & k_{66}^0 \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

По определению корреляционной матрицы числа, стоящие на главной диагонали, представляют собой дисперсии, т. е. квадраты средних квадратичных ошибок σ_i :

$$k_{ii}^0 = (\sigma_{ii})^2 = D_i.$$

Остальные члены представляют собой вторые смешанные моменты:

$$k_{ij}^0 = k_{ji}^0 = r_{ij} \sigma_i \sigma_j,$$

где r_{ij} — коэффициенты связи величин σ_i и σ_j .

При расчетах коррекции можно пользоваться матрицей, где вместо средних квадратичных ошибок используются предельные ошибки. Если известна коррекционная матрица в момент времени t_0 на траектории, то такая же матрица в момент t в линейном приближении может быть определена по формуле

$$K_t = UK_0 U^*,$$

где U — матрица изохронных производных;

$$U = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial x_0} & \frac{\partial x}{\partial y_0} & \frac{\partial x}{\partial z_0} & \frac{\partial x}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial x}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial x}{\partial \dot{z}_0} \\ \frac{\partial y}{\partial x_0} & \frac{\partial y}{\partial y_0} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial \dot{z}}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial y_0} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial z_0} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{z}_0} \end{pmatrix}; \quad (2.3)$$

U^* — транспонированная матрица.

Координаты x, y, z и компоненты скорости $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ относятся к моменту t , а координаты x_0, y_0, z_0 и компоненты скорости $\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$ — к моменту времени t_0 .

Корреляционная матрица в пространстве корректируемых параметров может быть получена по формуле

$$K = BK_t B^*,$$

где B представляет собой матрицу преобразования от параметров $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ к пространству корректируемых параметров $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_n$.

Для случая коррекции положения КА в картинной плоскости эллипс рассеивания случайного вектора $\Delta b(\Delta \xi_1, \Delta \xi_2)$ в момент времени t определяется матрицей

$$\begin{pmatrix} D_{\xi_1} & k_{\xi_1 \xi_2} \\ k_{\xi_1 \xi_2} & D_{\xi_2} \end{pmatrix}.$$

Большая и малая полуоси эллипса рассеивания получаются как корень квадратный из D_1 и D_2 , равных:

$$D_1 = \frac{1}{2} [D_{\xi_1} + D_{\xi_2} + \sqrt{(D_{\xi_1} - D_{\xi_2})^2 + 4k_{\xi_1 \xi_2}^2}],$$

$$D_2 = \frac{1}{2} [D_{\xi_1} + D_{\xi_2} - \sqrt{(D_{\xi_1} - D_{\xi_2})^2 + 4k_{\xi_1 \xi_2}^2}].$$

Угол наклона большей полуоси эллипса рассеивания к оси ξ_1 :

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2k_{\xi_1 \xi_2}}{D_{\xi_1} - D_{\xi_2}},$$

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ, \quad k_{\xi_1 \xi_2} > 0,$$

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ, \quad k_{\xi_1 \xi_2} < 0.$$

Наоборот, если известны параметры эллипса рассеивания, то можно получить элементы матрицы

$$D_{\xi_1}, k_{\xi_1 \xi_2}, D_{\xi_2}.$$

2.1.5. Изохронные производные

При оценке влияния отклонений координат и компонент вектора скорости в некоторый момент времени t_0 на отклонения координат и компонент вектора скорости в момент времени t приходится пользоваться матрицей изохронных производных. Матрицу изохронных производных можно использовать и при расчете коррекции с целью сближения КА с планетой.

Изохронные производные могут быть найдены в случае кеплерового движения непосредственно путем варьирования выражений, полученных из интегралов уравнений движения [28]. Однако при этом получаются сравнительно громоздкие формулы.

В табл. 2.1 приводится матрица изохронных производных, полученная методом интегрирования уравнений в вариациях [7] и пригодная для круговых, эллиптических и гиперболических орбит. Матрица изохронных производных дана в орбитальной системе координат r, n, z (радиус-вектор, центр тяготения — КА, трансверсаль и бинормаль траектории). Индекс «нуль» в формулах относится к начальной точке.

Существует простой способ обращения указанной матрицы путем специальной перестановки ее элементов [28].

При решении некоторых задач, связанных с коррекциями, требуется знание производных по времени от элементов матрицы изохронных производных. Числа этой матрицы могут быть определены по результатам, полученным в разд. 2.3.3.

В случае коррекции положения КА в картинной плоскости и времени полета до планеты при расчетах приходится использовать матрицу M изохронных производных компонент радиуса-вектора и вектора скорости в момент времени t в системе координат ξ_1, ξ_2, ξ_3 , связанной с картинной плоскостью, по компонентам радиус-вектора и вектора скорости в орбитальной системе координат в момент времени t_0 .

Матрица M имеет вид

$$M = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial r_0} & \frac{\partial \xi_1}{\partial n_0} & \frac{\partial \xi_1}{\partial z_0} & \frac{\partial \xi_1}{\partial \dot{r}_0} & \frac{\partial \xi_1}{\partial \dot{n}_0} & \frac{\partial \xi_1}{\partial \dot{z}_0} \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial r_0} & \frac{\partial \xi_2}{\partial n_0} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \xi_3}{\partial r_0} & \frac{\partial \xi_3}{\partial n_0} & \frac{\partial \xi_3}{\partial z_0} & \frac{\partial \xi_3}{\partial \dot{r}_0} & \frac{\partial \xi_3}{\partial \dot{n}_0} & \frac{\partial \xi_3}{\partial \dot{z}_0} \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Третья ось ξ_3 системы координат ортогональна картинной плоскости, и отклонение по этой оси характеризует изменение времени полета до планеты.

2.1.6. Трехпараметрическая коррекция

Пусть $\Delta\xi_1$, $\Delta\xi_2$, $\Delta\xi_3$ — корректируемые отклонения (корректируемые параметры). В линейном приближении корректируемые параметры связаны с корректирующими воздействиями $\bar{V}_K(\Delta\dot{r}, \Delta\dot{n}, \Delta\dot{z})$ системой уравнений

$$\begin{aligned}\Delta\xi_1 &= \frac{\partial\xi_1}{\partial\dot{r}} \Delta\dot{r} + \frac{\partial\xi_1}{\partial\dot{n}} \Delta\dot{n} + \frac{\partial\xi_1}{\partial\dot{z}} \Delta\dot{z}, \\ \Delta\xi_2 &= \frac{\partial\xi_2}{\partial\dot{r}} \Delta\dot{r} + \frac{\partial\xi_2}{\partial\dot{n}} \Delta\dot{n} + \frac{\partial\xi_2}{\partial\dot{z}} \Delta\dot{z}, \\ \Delta\xi_3 &= \frac{\partial\xi_3}{\partial\dot{r}} \Delta\dot{r} + \frac{\partial\xi_3}{\partial\dot{n}} \Delta\dot{n} + \frac{\partial\xi_3}{\partial\dot{z}} \Delta\dot{z}.\end{aligned}\tag{2.5}$$

Зная корректируемые отклонения, можно однозначно определить составляющие корректирующего импульса:

$$\begin{pmatrix} \Delta\dot{r} \\ \Delta\dot{n} \\ \Delta\dot{z} \end{pmatrix} = B^{-1} \begin{pmatrix} \Delta\xi_1 \\ \Delta\xi_2 \\ \Delta\xi_3 \end{pmatrix},$$

где

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial\xi_1}{\partial\dot{r}} & \frac{\partial\xi_1}{\partial\dot{n}} & \frac{\partial\xi_1}{\partial\dot{z}} \\ \frac{\partial\xi_2}{\partial\dot{r}} & \frac{\partial\xi_2}{\partial\dot{n}} & \frac{\partial\xi_2}{\partial\dot{z}} \\ \frac{\partial\xi_3}{\partial\dot{r}} & \frac{\partial\xi_3}{\partial\dot{n}} & \frac{\partial\xi_3}{\partial\dot{z}} \end{pmatrix}.$$

Если определить составляющие корректирующего импульса в некоторой системе координат x, y, z , связанной с орбитальной системой преобразованием L

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = L \begin{pmatrix} r \\ n \\ z \end{pmatrix},$$

то составляющие корректирующего импульса определяются в зависимости от корректируемого отклонения

$$\begin{pmatrix} \Delta\dot{x} \\ \Delta\dot{y} \\ \Delta\dot{z} \end{pmatrix} = L B^{-1} \begin{pmatrix} \Delta\xi_1 \\ \Delta\xi_2 \\ \Delta\xi_3 \end{pmatrix}.$$

Априорно корректируемые отклонения могут быть представлены в виде случайного вектора с корреляционной матрицей K . Тогда

Таблица 2.1

	$\frac{\partial}{\partial r_0}$	$\frac{\partial}{\partial n_0}$	$\frac{\partial}{\partial z_0}$
r	$a \left[\frac{2r - 3\dot{r}t}{r_0^2} - \frac{1}{r_0} \left(\sqrt{\frac{p}{\mu}} \dot{n} - 1 + \cos \varphi \right) - \frac{\dot{r}(\dot{r})_0}{\mu} \right]$	$\sin \varphi$	0
n	$a \left\{ \frac{-3\dot{n}t}{r_0^2} + \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[\frac{\dot{r}}{r_0} - \frac{(\dot{r})_0}{r} + \frac{r}{r_0 p} [\dot{r} - (\dot{r})_0] + \frac{1}{r_0} \left(1 + \frac{r}{p} \right) \sin \varphi \right] \right\}$	$\left(1 + \frac{r}{p} \right) \cos \varphi - \frac{r}{p}$	0
z	0	0	$1 + \frac{r}{p} (\cos \varphi - 1)$
\dot{r}	$a \left\{ \frac{3\mu t}{r^2 r_0^2} - \sqrt{\frac{\mu}{p}} \frac{\sin \varphi}{r r_0} + \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_0} \right) \left(\frac{(\dot{r})_0}{r} + \frac{\dot{r}}{r_0} \right) \right\}$	$-\frac{1}{r} \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 - \cos \varphi)$	0
\dot{n}	$\frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{\mu}{p}} (\cos \varphi - 1)$	$-\frac{1}{p} \left(\dot{r} - (\dot{r})_0 + \sqrt{\frac{\mu}{p}} \sin \varphi \right)$	0
\dot{z}	0	0	$-\frac{1}{p} \left(\dot{r} - (\dot{r})_0 + \sqrt{\frac{\mu}{p}} \sin \varphi \right)$

$\frac{\partial}{\partial(\dot{r})_0}$	$\frac{\partial}{\partial(\dot{n})_0}$	$\frac{\partial}{\partial(\dot{z})_0}$
$a \left[\frac{2(r(\dot{r})_0 - r_0 \dot{r})}{\mu} + \sqrt{\frac{p}{\mu}} \sin \varphi - \frac{3}{\mu} \dot{r}(\dot{r})_0 t \right]$	$a \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left\{ \frac{-3\dot{r}t}{r_0} - \left(1 + \frac{r_0}{p}\right) \cos \varphi + \left[\frac{2r}{r_0} - \frac{r_0}{p} \left(\sqrt{\frac{p}{\mu}} \dot{n} - 1 \right) \right] \right\}$	0
$a \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left\{ \frac{-3(\dot{r})_0 t}{r} + \left(1 + \frac{r}{p}\right) \cos \varphi - \left[\frac{2r_0}{r} - \frac{r}{p} \sqrt{\frac{p}{\mu}} (\dot{n})_0 - 1 \right] \right\}$	$a \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left\{ \frac{-3\dot{n}t}{r_0} + \left(1 + \frac{r}{p}\right) \left(1 + \frac{r_0}{p}\right) \sin \varphi + \frac{1}{\sqrt{p\mu}} \left[\left(1 + \frac{r}{p}\right) r_0 \dot{r} - \left(1 + \frac{r_0}{p}\right) r(\dot{r})_0 \right] \right\}$	0
0	0	$\frac{1}{p} \sqrt{\frac{p}{\mu}} r r_0 \sin \varphi$
$a \left[\frac{2r_0 + 3(\dot{r})_0 t}{r^2} - \frac{1}{r} \left(\sqrt{\frac{p}{\mu}} (\dot{n})_0 - 1 + \cos \varphi \right) - \frac{\dot{r}(\dot{r})_0}{\mu} \right]$	$a \left\{ \frac{3(\dot{n})_0 t}{r^2} + \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[\frac{(\dot{r})_0}{r} - \frac{\dot{r}}{r_0} + \frac{r_0}{r p} [(\dot{r})_0 - \dot{r}] - \frac{1}{r} \left(1 + \frac{r_0}{p}\right) \sin \varphi \right] \right\}$	0
$-\sin \varphi$	$\left(1 + \frac{r_0}{p}\right) \cos \varphi - \frac{r}{p}$	0
0	0	$1 + \frac{r_0}{p} (\cos \varphi - 1)$

корреляционная матрица корректирующего импульса получается так:

$$K_x = (LB^{-1}) K (LB^{-1})^*.$$

Если известна шестимерная матрица K_0 случайного вектора отклонений траектории, то

$$K = EK_0E^*,$$

где E — матрица, выделяющая корректируемые параметры.

Для коррекции трех параметров ξ_1, ξ_2, ξ_3 шестимерного вектора ξ_k

$$\xi_k = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix}$$

имеем

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$K_x = H(EK_0E^*)H^*,$$

где

$$H = \begin{pmatrix} 0 & LB^{-1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

K_x — шестимерная матрица вида

$$K_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_x \end{pmatrix}.$$

2. 1. 7. Двухпараметрическая коррекция

Пусть $\Delta\xi_1, \Delta\xi_2$ — корректируемые отклонения, а вектор корректирующего импульса находится в некоторой плоскости. Введем в этой плоскости некоторую прямоугольную систему координат γ_1, γ_2 , тогда можно написать

$$\begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{pmatrix} = C^{-1} \begin{pmatrix} \Delta\xi_1 \\ \Delta\xi_2 \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

где

$$C = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial \dot{\gamma}_1} & \frac{\partial \xi_1}{\partial \dot{\gamma}_2} \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial \dot{\gamma}_1} & \frac{\partial \xi_2}{\partial \dot{\gamma}_2} \end{pmatrix}.$$

Из уравнения (2.6) получим

$$k_{1,1n} = C^{-1} K (C^{-1})^*.$$

Корреляционная матрица вектора корректирующего импульса будет двухмерной, а следовательно, будет определять эллипс рассеивания корректирующего импульса в плоскости γ_1, γ_2 .

Можно поставить задачу о нахождении плоскости оптимальной коррекции. Найдем градиенты величин ξ_1 и ξ_2 в точках коррекции

$$A_1 = \text{grad } \xi_1 = \frac{\partial \xi_1}{\partial r} \bar{i} + \frac{\partial \xi_1}{\partial n} \bar{j} + \frac{\partial \xi_1}{\partial z} \bar{k},$$

$$A_2 = \text{grad } \xi_2 = \frac{\partial \xi_2}{\partial r} \bar{i} + \frac{\partial \xi_2}{\partial n} \bar{j} + \frac{\partial \xi_2}{\partial z} \bar{k},$$

где $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ — орты единичных векторов, направленных соответственно по осям орбитальной системы $\bar{r}, \bar{n}, \bar{z}$.

Плоскостью оптимальной коррекции называется плоскость, проходящая через векторы $A_1 = \text{grad } \xi_1$ и $A_2 = \text{grad } \xi_2$.

Докажем, что минимальный по величине импульс ΔV коррекции отклонений $\Delta \xi_1$ и $\Delta \xi_2$ принадлежит плоскости оптимальной коррекции и равен

$$\Delta V_k = \frac{\bar{A}_2 \times \bar{A}_1 \times \bar{A}_2}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)} \Delta \xi_1 + \frac{\bar{A}_1 \times \bar{A}_2 \times \bar{A}_1}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)} \Delta \xi_2.$$

Очевидно минимум $|\Delta V|$ совпадает с минимумом ΔV^2 .

Найдем выражение ΔV_{\min} через параметры градиентов $A_1 = \text{grad } \xi_1, A_2 = \text{grad } \xi_2$.

На основе определения отклонений в картинной плоскости и $\Delta \xi_1, \Delta \xi_2$ имеем

$$\bar{A}_1 \Delta \bar{V} = -\Delta \xi_1, \quad \bar{A}_2 \Delta \bar{V} = -\Delta \xi_2.$$

Определим ΔV_{\min} обычными методами вариационного исчисления. Рассмотрим вспомогательную функцию (функцию Лагранжа) $H(\Delta V)$:

$$H(\Delta \bar{V}) = |\Delta V|^2 + \lambda (\bar{A}_1 \Delta \bar{V} + \Delta \xi_1) + \sigma (\bar{A}_2 \Delta \bar{V} + \Delta \xi_2),$$

где λ и σ — множители Лагранжа.

Найдем ΔV_{\min} в виде решения системы уравнений с неизвестными $\Delta V_x, \Delta V_y, \Delta V_z, \lambda, \sigma$:

$$\bar{A}_1 \Delta \bar{V} + \Delta \xi_1 = 0, \quad \bar{A}_2 \Delta \bar{V} + \Delta \xi_2 = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial V_x} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial V_y} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial V_z} = 0.$$

Во всех случаях, когда ΔV^2 — квадратичная форма $\Delta V_x, \Delta V_y, \Delta V_z$, система сводится к неоднородной системе линейных уравнений. В нашем случае $\Delta V^2 = \Delta V_x^2 + \Delta V_y^2 + \Delta V_z^2$.

Тогда система имеет вид

$$\begin{aligned}a_{1x}\Delta V_x + a_{1y}\Delta V_y + a_{1z}\Delta V_z &= -\Delta\xi_1, \\a_{2x}\Delta V_x + a_{2y}\Delta V_y + a_{2z}\Delta V_z &= -\Delta\xi_2, \\2\Delta V_x + a_{1x}\lambda + a_{2x}\sigma &= 0, \\2\Delta V_y + a_{1y}\lambda + a_{2y}\sigma &= 0, \\2\Delta V_z + a_{1z}\lambda + a_{2z}\sigma &= 0.\end{aligned}$$

Здесь $\bar{A}_1(a_{1x}, a_{1y}, a_{1z})$, $\bar{A}_2(a_{2x}, a_{2y}, a_{2z})$.

Решая эту систему, получим выражение для определения компонент минимального корректирующего импульса по известным значениям отклонений $\Delta\xi_1$, $\Delta\xi_2$:

$$\begin{aligned}\Delta V_x &= -\frac{a_{1x}\bar{A}_1^2 - a_{2x}\bar{A}_1\bar{A}_2}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)^2} \Delta\xi_1 - \frac{a_{2x}\bar{A}_1^2 - a_{1x}\bar{A}_1\bar{A}_2}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)^2} \Delta\xi_2, \\ \Delta V_y &= -\frac{a_{1y}\bar{A}_1^2 - a_{2y}\bar{A}_1\bar{A}_2}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)^2} \Delta\xi_1 - \frac{a_{2y}\bar{A}_1^2 - a_{1y}\bar{A}_1\bar{A}_2}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)^2} \Delta\xi_2, \\ \Delta V_z &= -\frac{a_{1z}\bar{A}_1^2 - a_{2z}\bar{A}_1\bar{A}_2}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)^2} \Delta\xi_1 - \frac{a_{2z}\bar{A}_1^2 - a_{1z}\bar{A}_1\bar{A}_2}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)^2} \Delta\xi_2.\end{aligned}$$

Из этих выражений следует, что ΔV_{\min} является линейной комбинацией двух фиксированных для данного момента векторов M_1 и M_2 :

$$\Delta V_{\min} = -\frac{\bar{A}_1\bar{A}_2^2 - \bar{A}_2(\bar{A}_1\bar{A}_2)}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)^2} \Delta\xi_1 - \frac{\bar{A}_2\bar{A}_1^2 - \bar{A}_1(\bar{A}_1\bar{A}_2)}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)^2} \Delta\xi_2 = \bar{M}_1\Delta\xi_1 + \bar{M}_2\Delta\xi_2.$$

Таким образом, совокупность всех возможных минимальных импульсов, необходимых для исправления отклонений $\Delta\xi_1$ и $\Delta\xi_2$, содержится в плоскости, натянутой на векторы \bar{M}_1 и \bar{M}_2 . Эта плоскость — назовем ее плоскостью оптимальной коррекции — совпадает с плоскостью двух градиентов $A_1 = \text{grad } \Delta\xi_1$ и $A_2 = \text{grad } \Delta\xi_2$, так как

$$\bar{M}_1 = -\frac{\bar{A}_2 \times (\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)^2}, \quad \bar{M}_2 = -\frac{\bar{A}_1 \times (\bar{A}_2 \times \bar{A}_1)}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)^2}.$$

Векторы M_1 и M_2 компланарны векторам A_1 и A_2 :

$$\Delta V_{\min} = \frac{\bar{A}_2 \times \bar{A}_1 \times \bar{A}_2}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)^2} \Delta\xi_1 + \frac{\bar{A}_1 \times \bar{A}_2 \times \bar{A}_1}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)^2} \Delta\xi_2$$

$$\text{или} \quad \Delta V_{\min} = \frac{\bar{A}_2 \times \bar{v}^0}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)} \Delta\xi_1 + \frac{\bar{v}^0 \times \bar{A}_1}{(\bar{A}_1 \times \bar{A}_2)} \Delta\xi_2. \quad (2.7)$$

Это соотношение является решением системы при условии минимума $|\Delta V|$ и представляет собой разложение вектора ΔV_{\min} по двум неортогональным направлениям, лежащим в плоскости оптимальной коррекции.

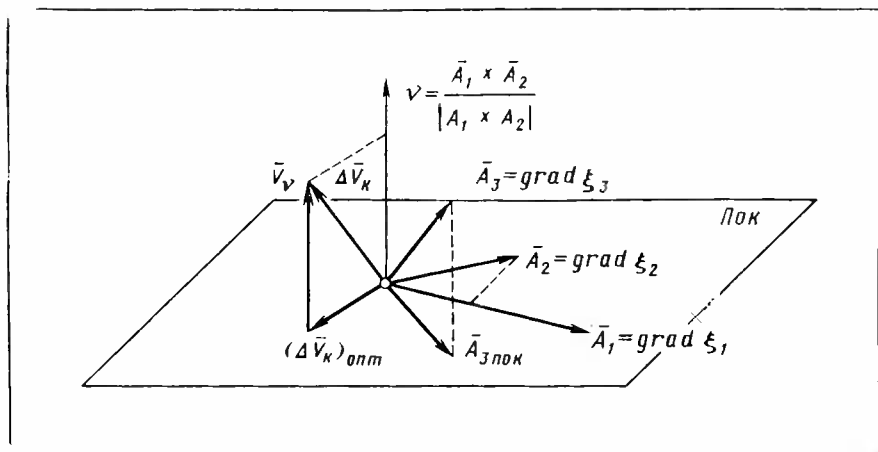


Рис. 2. 4. Плоскость оптимальной коррекции и нуль-направление \bar{v}

Направление в пространстве, ортогональное плоскости оптимальной коррекции и определяемое единичным вектором

$$\bar{v}^0 = \frac{\bar{A}_1 \times \bar{A}_2}{|\bar{A}_1 \times \bar{A}_2|},$$

называется нуль-направлением. Импульс ΔV коллинеарный вектору \bar{v}^0 , в линейном приближении не изменяет корректируемых параметров $\Delta \xi_1$ и $\Delta \xi_2$. В частности, если корректируемыми параметрами являются координаты в картинной плоскости, то импульс не изменяет координат в картинной плоскости, но изменяет время сближения с планетой (рис. 2. 4).

Если известна двумерная матрица K случайного вектора корректируемых параметров, дополненная нулями до трехмерной, то эллипс рассеивания корректирующего импульса в плоскости оптимальной коррекции в системе координат r, n, k может быть определен из корреляционной матрицы

$$K_{\text{опт}} = C_{\text{опт}}^{-1} K (C_{\text{опт}}^{-1})^*, \quad (2.8)$$

где

$$C_{\text{опт}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial r} & \frac{\partial \xi_1}{\partial n} & \frac{\partial \xi_1}{\partial z} \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial r} & \frac{\partial \xi_2}{\partial n} & \frac{\partial \xi_2}{\partial z} \\ v_r^0 & v_n^0 & v_z^0 \end{pmatrix},$$

v_r^0, v_n^0, v_z^0 — составляющие вектора \bar{v}^0 в орбитальной системе координат.

Во всякой другой плоскости эллипс рассеивания корректирующего импульса должен быть таким, чтобы проекция его на плоскость оптимальной коррекции равнялась эллипсу, определенному из формулы (2. 8).

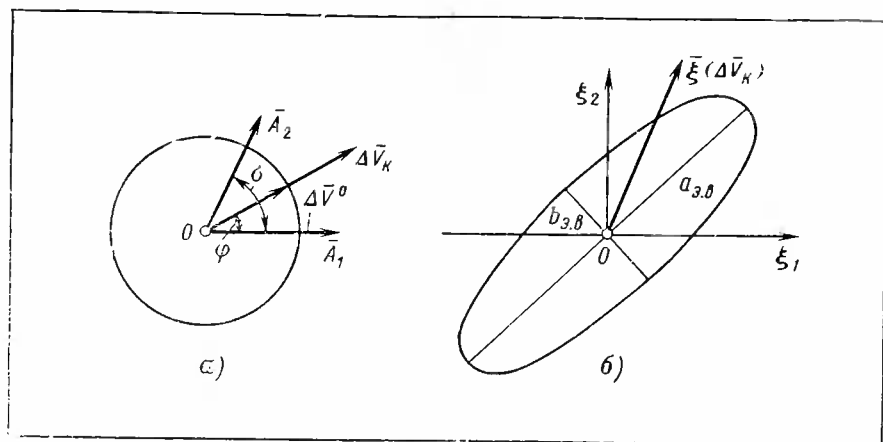


Рис. 2.5. Характеристики эффективности коррекции:

a —окружность единичных импульсов в плоскости оптимальной коррекции; b —эллипс влияния корректирующих импульсов в плоскости оптимальной коррекции; $a_{3.0}$, $b_{3.0}$ —большая и малая полуоси эллипса влияния

Эффективность коррекции в данной точке траектории может быть охарактеризована влиянием совокупности всевозможных единичных импульсов коррекции на корректируемые параметры. Если направление корректирующей скорости может быть любым, такой совокупностью является единичная сфера (рис. 2.5, a):

$$\bar{\Delta V}_K^{0*} \Delta \bar{V}_K = 1.$$

В пространстве корректируемых параметров ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 такой сфере соответствует эллипсоид влияния импульсов коррекции (см. рис. 2.5, b):

$$\xi^* (B^{-1})^* B^{-1} \xi = 1.$$

Соответственно этому определяется и эллипс влияния в плоскости $\xi_i \xi_j$ с помощью двумерной матрицы, получаемой из матрицы (BB^*) вычеркиванием строки и столбца с номером $k \neq i, j$.

Эллипс влияния является отображением единичной окружности, расположенной в плоскости коррекции, на плоскость корректируемых параметров. Вытянутый эллипс влияния указывает на неравномерность различных направлений с точки зрения коррекции. Отклонение, лежащее близко к направлению большой полуоси эллипса влияния, легче поддается коррекции, чем отклонения, направленные в сторону малой полуоси (см. рис. 2.5, b).

Уравнение эллипса влияния может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \xi_1 &= |A_1| \cos \psi, \\ \xi_2 &= |A_2| \cos (\psi - \sigma), \end{aligned}$$

где $\bar{A}_1 \bar{A}_2$ — градиенты корректируемых параметров; ψ — полярный угол в плоскости оптимальной коррекции между импульсом $\Delta \bar{V}$ и

направлением градиента \bar{A}_1 ; σ — угол между векторами градиентов \bar{A}_1 и \bar{A}_2 .

Отсюда следует, что при $|\bar{A}_1| = |\bar{A}_2|$ и при угле $\sigma = 90^\circ$, т. е. при равноправности всех направлений, эллипс влияния превращается в окружность радиуса $|\bar{A}_1|$.

Такая ситуация реализуется, например, в конце полета при сближении с планетой.

Величины большой и малой полуосей эллипса влияния определяются выражением

$$a_{\min}^{\max} = \sqrt{\frac{1}{2} (A_1^2 + A_2^2 \pm \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos 2\sigma})}.$$

2. 1. 8. Примеры однопараметрической коррекции

1. Коррекция условного перигея. Это один из наиболее важных примеров однопараметрической коррекции.

Определим ΔV_{\min} для коррекции ΔQ_π условного перигея. Введем вектор

$$\bar{A} = \text{grad } \Delta Q_\pi; \quad \bar{A} = \bar{A}(A_q, A_n).$$

Найдем ΔV_K из вариации интеграла площадей и интеграла энергии.

Интеграл площадей: $Q V_n = Q_\pi V_\pi$,
вариация:

$$Q \Delta V_n = Q_\pi \Delta V_\pi + V_\pi \Delta Q_\pi = \frac{Q_\pi V_\pi}{V_n} \Delta V_n. \quad (2.9)$$

Интеграл энергии:

$$V^2 + \frac{2\mu}{Q} = V_q^2 + V_n^2 + \frac{2\mu}{Q} = V_\pi^2 + \frac{2\mu}{Q_\pi},$$

вариация:

$$V_q \Delta V_q + V_n \Delta V_n = V_\pi \Delta V_\pi + \frac{\mu}{Q_\pi^2} \Delta Q_\pi. \quad (2.10)$$

Заметим, что $\frac{\mu}{Q_\pi} = V_{кр}^2$.

Умножая выражение (2.9) на V_π и (2.10) на Q_π и вычитая, можно получить

$$\frac{Q_\pi V_\pi^2}{V_n} \Delta V_n - Q_\pi V_q \Delta V_q - Q_\pi V_n \Delta V_n = V_\pi^2 \Delta Q_\pi - V_{кр}^2 \Delta Q_\pi.$$

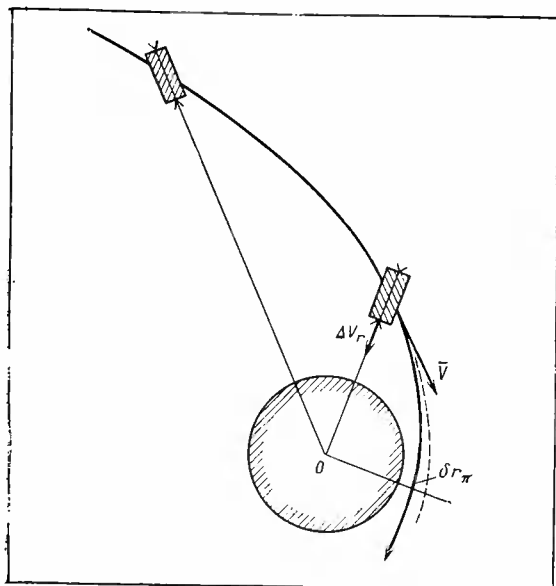


Рис. 2. 6. Однопараметрическая коррекция

Отсюда производные:

$$c_q = \frac{\partial q_\pi}{\partial V_q} = \frac{q_\pi}{V_{кр}^2 - V_\pi^2} V_q,$$

$$c_n = \frac{\partial q_\pi}{\partial V_n} = \frac{q_\pi}{V_{кр}^2 - V_\pi^2} \frac{V_n^2 - V_\pi^2}{V_n},$$

$c_q = 0$ в апогее и в перигее, где $V_q = 0$.

Для большого диапазона параметров орбит

$$\frac{\partial q_\pi}{\partial \Delta V_k} \approx 0,00015 q \text{ км/м/с.}$$

Направление оптимальной коррекции

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{c_q}{c_n} = \frac{q_\pi}{V_\pi} \frac{V_\zeta q}{q_\pi^2 - q^2} = \frac{V_n V_q}{V_n^2 - V_\pi^2}.$$

2. Радиальная коррекция условного перигея. Предположим, что отклонение условного перигея q_π от номинального корректируется импульсом, прилагаемым вдоль направления планетной вертикали. Такую вертикаль можно построить при подлете к планете (рис. 2. 6). Возникает вопрос, существует ли точка на подлетной траектории, где легче всего провести такую коррекцию.

Запишем несколько иначе приведенные выше производные:

$$\frac{\partial Q_{\pi}}{\partial V_Q} = -\frac{Q_{\pi}^2 \sin \vartheta}{V^{\mu} p},$$

$$\frac{\partial Q_{\pi}}{\partial V_n} = \frac{1}{(1-e)^2} \sqrt{\frac{p}{\mu}} [2Q(1+e) - 2p \cos \vartheta - eQ \sin^2 \vartheta],$$

где p — параметр орбиты, e — эксцентриситет.

Отсюда

$$\Delta V_{\text{с.к.}} = -\frac{V^{\mu} p}{Q_{\pi}^2 \sin \vartheta} \Delta Q_{\pi}.$$

Очевидно, что $\Delta V_{\text{с.к.}}$ достигает минимума при $\vartheta = 90^\circ$, т. е. при $Q=p$, т. е. параметру орбиты (рис. 2.7).

При проведении коррекции возможны ошибки как в величине корректирующего импульса, так и в направлении. Ошибку в отклонении направления импульса от вертикали на угол α можно характеризовать ее максимальной величиной

$$\delta Q_{\pi}^{\alpha} = \left\{ \left| \frac{\partial Q_{\pi}}{\partial V_Q} \right| + \left| \frac{\partial Q_{\pi}}{\partial V_n} \right| \right\} \Delta V_{\text{с.к.}} \alpha_{\text{с.к.}}$$

3. Коррекция периода обращения. Период обращения спутника планеты

$$T = \frac{2\pi}{V^{\mu}} a^{3/2},$$

где

$$a = \frac{\mu}{2h}, \quad h = \frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{Q}.$$

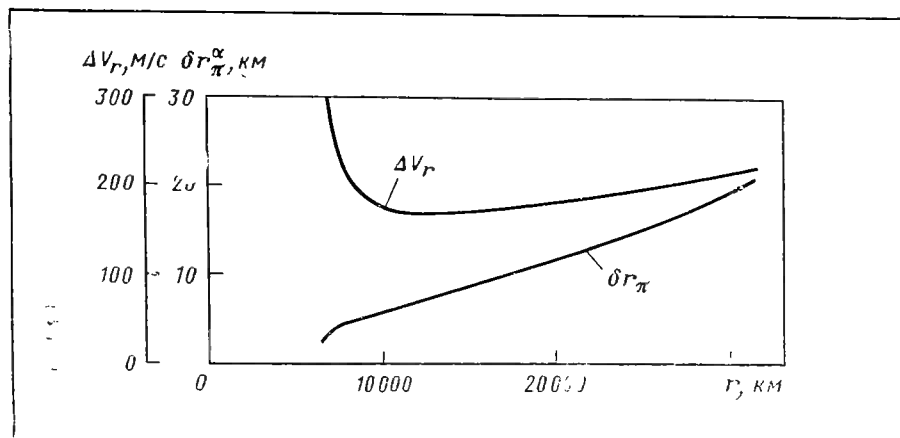


Рис. 2.7. Радиальная коррекция перицентра:

$\Delta r_{\pi} = 100$ км; $\alpha = 1^\circ$;
 $a = 200\,000$ км

Найдем производную периода обращения по скорости

$$\frac{\partial T}{\partial V_1} = \frac{3}{2} \frac{T}{a} \frac{\partial a}{\partial V}, \quad \frac{\partial a}{\partial V} = \frac{a^2}{\mu} 2V,$$

т. е.
$$\frac{\partial T}{\partial V} = \frac{3aT}{\mu} V, \quad \frac{\partial T}{\partial V_q} = \frac{3aT}{\mu} V_q, \quad \frac{\partial T}{\partial V_n} = \frac{3aT}{\mu} V_n,$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{V_r}{V_n}.$$

Потеря эффективности импульса при смещении коррекции из перигея в апоцентр может быть определена из соотношения

$$\frac{\frac{\partial T}{\partial V_a}}{\frac{\partial T}{\partial V_\pi}} = \frac{V_a}{V_\pi} = \frac{q_\pi}{q_a}.$$

2. 1. 9. Связанные коррекции

Рассмотрим случай многократной оптимальной неоднородной коррекции. При подобной коррекции происходит поочередное смещение траектории в пространстве корректируемых параметров вдоль наиболее эффективных направлений так, чтобы суммарное смещение получилось равным заданному. При каждом включении двигателя прицеливание производится в новую точку, т. е. характеристики коррекции определяются из различных условий в отличие от обычного случая многократной коррекции, в котором каждая последующая коррекция исправляет ошибки предыдущей, а условия коррекции остаются неизменными (однородная коррекция) [35].

Рассмотрим сначала случай коррекции двух координат ξ_1, ξ_2 в картинной плоскости с помощью двухкратной импульсной коррекции в предположении, что моменты и направления приложения импульсов $\Delta \bar{V}(t_1)$ и $\Delta \bar{V}(t_2)$ заданы.

Рассмотрим сумму величины корректирующих импульсов:

$$|\bar{I}| = |\Delta \bar{V}_1| + |\Delta \bar{V}_2|.$$

В данном случае аналогом единичной сферы в пространстве I будет фигура (рис. 2. 8), отвечающая условию

$$|\Delta \bar{V}_1| + |\Delta \bar{V}_2| = 1.$$

Ввиду линейности преобразования вектора I в вектор $\bar{\xi}(\xi_1, \xi_2)$ фигурой влияния в плоскости является параллелограмм, натянутый на радиусы ξ_1 и ξ_2 (рис. 2. 9). Каждая точка этого параллелограм-

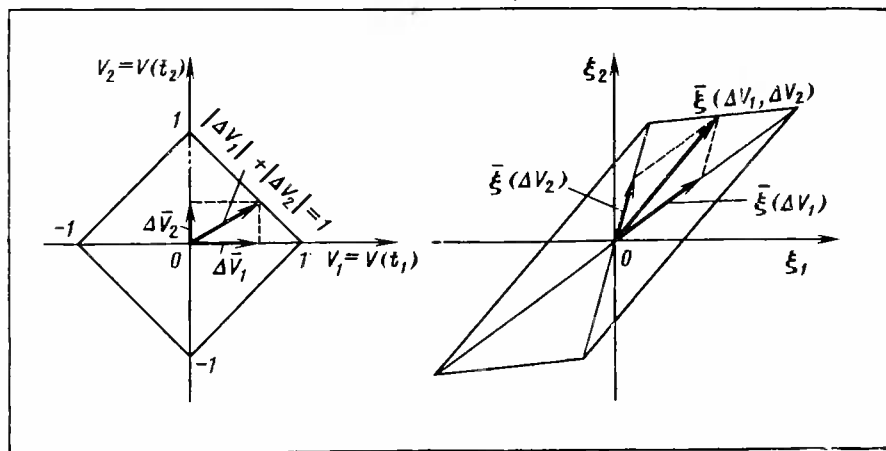


Рис. 2.8. Квадрат единичных импульсов для случая двухразовой коррекции

Рис. 2.9. Фигура влияния двухразовой коррекции

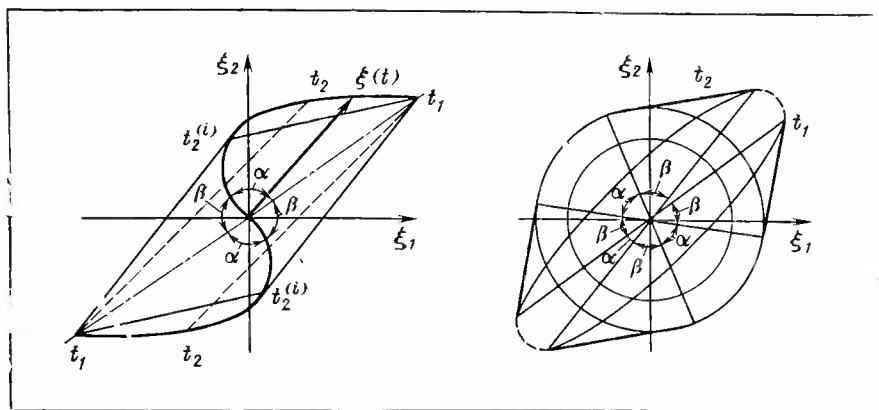


Рис. 2.10. Зависимость размеров параллелограмма влияния от моментов времени проведения коррекции t_1 , t_2

Рис. 2.11. Максимальная фигура влияния двухразовой коррекции

ма может быть скорректирована единичным суммарным импульсом

$$\bar{I} = \begin{pmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{pmatrix},$$

$$|\bar{I}| = |\Delta \bar{V}_1| + |\Delta \bar{V}_2| = 1,$$

и каждой паре импульсов $\Delta \bar{V}_1$ и $\Delta \bar{V}_2$ соответствует свое значение вектора $\bar{\xi}(\Delta V_1, \Delta V_2)$.

Варьируя t_1 и t_2 , получим годограф вектора в картинной плоскости ξ_1 , ξ_2 (рис. 2.10), по которому будет двигаться вершина

параллелограмма. Максимальная фигура влияния получена обкаткой годографа спрямляющей прямой. Прямоугольные участки этой фигуры указывают на те отклонения, для которых энергетически выгодна двухразовая коррекция, криволинейные участки соответствуют тем направлениям, где выгодна одноразовая коррекция (рис. 2.11). Таким образом, в случае коррекции двух параметров указанным выше способом оптимальное число идеальных коррекций не превосходит двух.

Рассмотрим коррекцию двух параметров ξ_1, ξ_2 способом трехкомпонентной коррекции, т. е. когда нет ограничений на направление корректирующего импульса. Построим в плоскости $\xi_1\xi_2$ эллипсы влияния для различных времен проведения коррекции. Для построения максимальной фигуры влияния двухразовой коррекции следует данную совокупность эллипсов влияния одноразовой коррекции в моменты t_1, t_2, \dots, t_3 обкатывать спрямляющей прямой.

Полученная фигура определяет различную тактику коррекции в зависимости от направления вектора отклонения ξ . Спрямленные участки получившейся выпуклой фигуры соответствуют двукратному включению двигателя, а участки, принадлежащие исходной совокупности эллипсов влияния, — однократному включению двигателя. Отсюда следует, что двухразовая коррекция может потребоваться в случае, если исходная совокупность эллипсов влияния не всюду выпукла, только тогда будут существовать спрямленные участки. Не всюду выпуклая совокупность эллипсов влияния возможна лишь в случае немонотонной зависимости характеристик эллипсов влияния от времени. В противном случае всегда существует эллипс влияния, охватывающий все остальные эллипсы влияния. Из приведенных рассуждений следует, что для каждой траектории имеется конечное число фиксированных моментов и направлений импульсов для оптимальной двухразовой идеальной коррекции двух параметров. Эти моменты и направления определяются точками касания спрямляющей прямой исходной невыпуклой совокупности эллипсов влияния.

Полученные результаты легко обобщаются для случая трехразовой коррекции. При этом роль единичной сферы

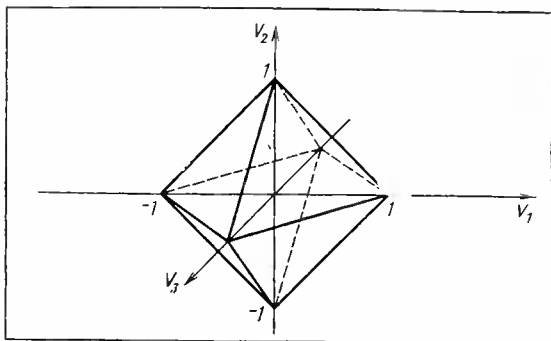
$$\bar{l} = \begin{pmatrix} \Delta \bar{V}_1 \\ \Delta \bar{V}_2 \\ \Delta \bar{V}_3 \end{pmatrix},$$

$$l = |\Delta \bar{V}_1| + |\Delta \bar{V}_2| + |\Delta \bar{V}_3| = 1$$

в пространстве играет октаэдр, изображенный на рис. 2.12.

Соответственно максимальная фигура влияния в пространстве корректируемых параметров получается обкаткой спрямляющей плоскостью фигур влияния одноразовой коррекции. Плоские участки получившейся фигуры отвечают трехимпульсной коррекции, линейчатые — двухимпульсной, остальные точки — одноимпульсной.

Рис. 2.12. Октаэдр единичных импульсов для случая трехразовой коррекции



Аналогичные рассуждения можно провести для четырехимпульсной коррекции.

Пользуясь полученными результатами, можно показать, что оптимальное количество импульсов связанной коррекции не превышает размерности пространства корректируемых параметров [20, 21, 22, 35].

Указанные свойства не зависят от вида исходной совокупности фигур влияния. В частности, эта совокупность может соответствовать корректирующим импульсам, направления которых так или иначе фиксированы в пространстве. В этом случае, а также в случае, если число корректируемых параметров превышает число независимых корректирующих воздействий в каждой точке траектории, применение связанной коррекции может оказаться необходимым независимо от соображений минимизации суммарной скорости (импульса коррекции).

2.2. Использование универсального «звездного» способа коррекции при полете к Венере и Марсу

В общем случае с помощью импульса скорости, сообщенного космическому аппарату в некоторой точке на траектории, варьируя тремя составляющими этой скорости, можно скорректировать три параметра траектории. Для реализации такой возможности на борту аппарата необходима специальная система ориентации, позволяющая ориентировать ось двигателя в любом направлении пространства.

Такая система является достаточно сложной и может использоваться в качестве опорных светил, например, Солнце, планеты и звезды.

Для ориентации всей двигательной установки при «звездной» коррекции может быть применен, например, звездно-солнечный датчик, принцип работы которого заключается в том, что после

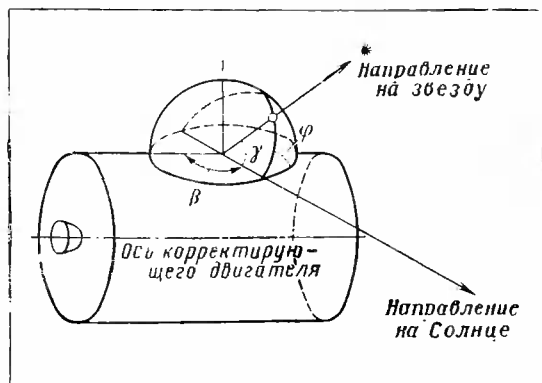


Рис. 2.13. Схема звездного датчика

того как на борт космического аппарата будут переданы значения параметров системы ориентации (уставки) — углы β , φ , γ — и аппарат сориентируется на Солнце и звезду, ось двигателя оказывается выставленной в нужном направлении пространства (рис. 2.13).

В зависимости от величин уставок углов β и φ ось двигателя (направление тяги двигателя) направляется в ту или иную точку пространства. Меняя величину уставки γ (угол Солнце — КА — звезда), можно проводить коррекцию в разные моменты времени вдоль траектории. Такую коррекцию будем называть скользящей.

2.2.1. Области рассеивания в пространстве корректируемых параметров

Если известна корреляционная матрица $K_0 = (k_{ij}^0)$ эллипсоида рассеивания в момент времени t_0 на траектории, то такая же матрица в момент времени t в линейном приближении может быть определена по формуле

$$K_t = UK_0U^*,$$

где U — матрица изохронных производных, U^* — транспонированная матрица.

Корреляционная матрица в пространстве корректируемых параметров может быть получена так:

$$K = BK_tB^*,$$

где B представляет собой матрицу преобразования от элементов матрицы K_t к пространству корректируемых параметров ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 .

Эллипс рассеивания случайного вектора в плоскости корректируемых параметров ξ_1 , ξ_2 определяется матрицей

$$\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix}.$$

Первоначальное рассеивание в плоскости корректируемых параметров даже для одного и того же типа ракетно-космической системы выведения сильно зависит от параметров самой траектории. Однако в результате исследований было получено, что для расчета отклонений корректируемых параметров для данной космической системы выведения можно приближенно пользоваться одной и той же корреляционной матрицей эллипсоида рассеивания в конце работы последней ступени космической системы. Эллипсоид рассеивания должен ориентироваться в конце активного участка таким образом, чтобы сохранялось рассеивание компонент скорости в скоростной системе, а рассеивание координат — в орбитальной системе.

Практически для всего диапазона дат старта к планетам можно пользоваться одной и той же корреляционной матрицей. Разница между параметрами рассеивания, полученными таким образом, и параметрами, полученными при более точных расчетах, не превышает 10—15%.

Более того, одной и той же корреляционной матрицей можно пользоваться для расчета рассеивания как при полете к Марсу, так и при полете к Венере и в разные годы старта. Величины параметров рассеивания, полученные таким образом, отличаются от точных на 10...20%. Основной причиной этого является разная продолжительность пассивного полета по орбите ИСЗ. Однако такое отличие можно считать вполне допустимым, поскольку корреляционные матрицы, полученные более аккуратными, но разными методами, также отличаются на 10...20%.

2. 2. 2. Определение корректирующего импульса скорости

Пусть $\Delta\xi_1$ и $\Delta\xi_2$ — корректируемые отклонения в картинной плоскости, а $\Delta\tau_0$ — величина, на которую нужно дополнительно скорректировать время прилета к планете импульсом вдоль нуль-направления. Тогда составляющие скорости коррекции в плоскости оптимальной коррекции и вдоль нуль-направления могут быть определены из системы уравнений

$$\begin{aligned}\Delta\xi_1 &= \frac{\partial\xi_1}{\partial\gamma_1} \Delta V_1 + \frac{\partial\xi_1}{\partial\gamma_2} \Delta V_2, \\ \Delta\xi_2 &= \frac{\partial\xi_2}{\partial\gamma_1} \Delta V_1 + \frac{\partial\xi_2}{\partial\gamma_2} \Delta V_2, \\ \Delta\tau_0 &= \frac{\partial\tau}{\partial\gamma_3} V_{вп},\end{aligned}\tag{2. 11}$$

где γ_1 и γ_2 — оси координат в плоскости оптимальной коррекции; γ_3 — совпадающая с нуль-направлением \bar{v}_0 .

Через $\partial/\partial\dot{V}_i$ обозначены изохронные производные корректируемых параметров по компонентам корректирующей скорости. Далее можно записать

$$\begin{pmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{pmatrix} = C^{-1} \begin{pmatrix} \Delta \xi_1 \\ \Delta \xi_2 \end{pmatrix}, \quad V_{\text{вп}} = \frac{\Delta \tau_0}{\partial \tau / \partial \dot{V}_3},$$

где $V_{\text{вп}}$ — величина импульса скорости для коррекции времени.

Априорно корректируемые отклонения $\Delta \xi_1$ и $\Delta \xi_2$ могут быть представлены в виде двумерного случайного вектора с корреляционной матрицей K . Тогда корреляционная матрица вектора корректирующего импульса будет определять эллипс, внутри которого будут находиться все импульсы для коррекции отклонений в картинной плоскости

$$F = (f_{ij}), \quad F = C^{-1} K (C^{-1})^*,$$

а всю совокупность импульсов скорости коррекций можно считать заключенной внутри эллиптического цилиндра, образующей которого является $V_{\text{вп}}$, а сечением — указанный выше эллипс.

Обозначая большую полуось эллипса корректирующего импульса через V_1 , малую — через V_2 , можно получить максимальные затраты на коррекцию

$$V_{\text{max}} = \sqrt{V_1^2 + V_{\text{вп}}^2},$$

где $V_{\text{вп}}$ — потребный импульс скорости для принудительной коррекции времени прилета.

Следует заметить, что если коррекция является двухпараметрической и корректирующий импульс должен находиться в некоторой плоскости, то эллипс коррекции в этой плоскости должен быть таким, чтобы проекция его на плоскость оптимальной коррекции равнялась указанному выше эллипсу.

На рис. 2.14 показаны типичные зависимости от времени проведения коррекции максимального корректирующего импульса V_{max} , $V_{\text{min}} = \sqrt{V_2^2 + V_{\text{вп}}^2}$, а также $V_{\text{вп}}$, полученного из условия принудительной коррекции времени прилета на 12 часов.

Эти зависимости в основном имеют характер монотонно возрастающих кривых. По ним можно определить, задавшись моментом времени, максимальный потребный импульс для одноразовой коррекции. На основе этого можно определить количество топлива на коррекцию, которым должен располагать КА.

Прежде чем перейти к определению суммарных ошибок прогноза и коррекции, рассмотрим одноразовую коррекцию траекторий к Венере и Марсу. Рассмотрим характеристики коррекций для энергетически оптимальных траекторий. Исследования показали, что характеристики эффективности коррекции для оптимальных траекторий слабо связаны с эпохой (циклом) полета к планетам и зависят в основном от угловой дальности траектории и от времени полета. Эпоха полета (цикл) в основном влияет на ориентацию

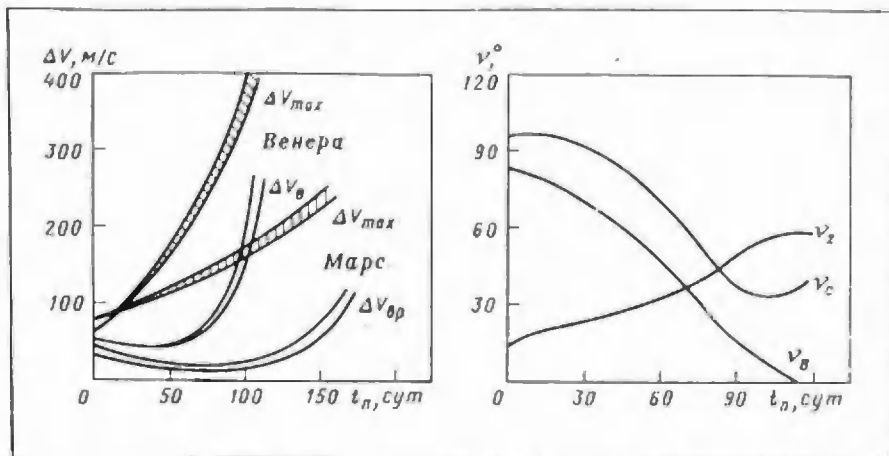


Рис. 2.14. Характерная зависимость корректирующего импульса от времени полета к Венере и Марсу

Рис. 2.15. Ориентация в пространстве плоскости оптимальной коррекции и нуль-направления при полете к Венере:

ν_c —угол между нуль-направлением и направлением на Солнце; ν_B —угол между нуль-направлением и направлением на Венеру; ν_2 —угол между нуль-направлением и бинормалью

корректирующего импульса в абсолютном пространстве, поскольку именно эпоха определяет геометрию полета,— углы траектории с плоскостью орбиты планеты.

Рассмотрим, как изменяются в процессе полета основные характеристики коррекции: ориентация плоскости оптимальной коррекции, параметры эллипса влияния и характеристики времени полета. Как следует из рис. 2.15, перед сближением с планетой нуль-направление близко к направлению на планету, а плоскость оптимальной коррекции ортогональна направлению на планету, т. е. почти параллельна картинной плоскости.

В процессе полета наблюдается изменение ориентации оптимальной плоскости. В общем случае плоскость оптимальной коррекции не сохраняет свою ориентацию ни в абсолютной, ни в орбитальной, ни в планетоцентрической системах координат (рис. 2.15).

Эллипс влияния в картинной плоскости (рис. 2.16) претерпевает существенную деформацию и с течением времени полета стремится к окружности, радиус которой стремится к нулю. Радиус этой окружности $\partial \xi / \partial V$ численно равен оставшемуся времени движения до планеты, и эффективность коррекции отклонений в картинной плоскости Венеры и Марса одинакова. Из рис. 2.17 и 2.18 следует, что эти линейные зависимости начинают действовать примерно за 15 суток до сближения с Венерой и за два месяца до сближения с Марсом. На более ранних стадиях полета эффектив-

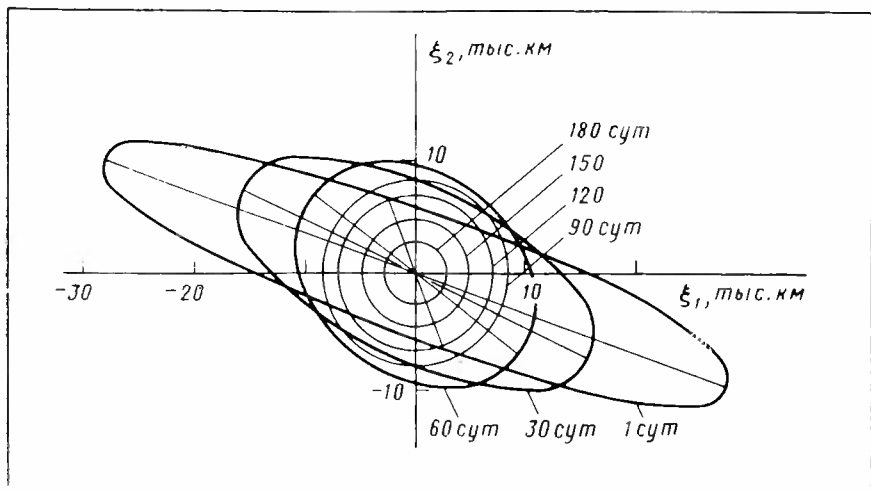


Рис. 2.16. Эллипс влияния в картинной плоскости ξ_1, ξ_2 у Марса

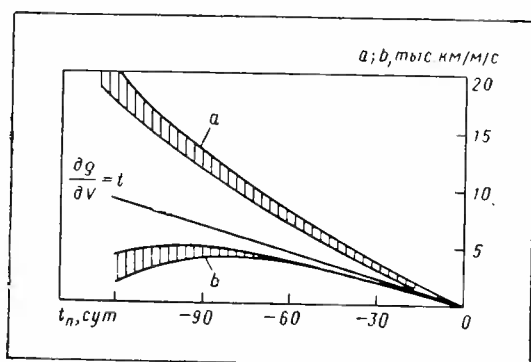


Рис. 2.17. Зависимость большой и малой полуосей эллипса влияния от времени при полете к Венере

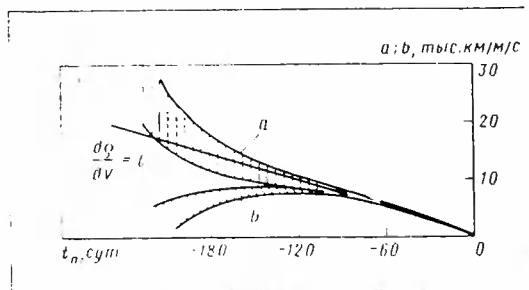


Рис. 2.18. Зависимость большой и малой полуосей эллипса влияния от времени при полете к Марсу

ность коррекции при полете к Марсу в 2—3.раза выше, чем при полете к Венере.

Эллипсы влияния отличаются значительной вытянутостью, а отношение полуосей эллипса влияния может превышать десятки раз. Следует обратить внимание на немонотонный характер изменения малой полуоси эллипса влияния с течением времени полета. Подобная немонотонность приводит к оптимальной двухразовой коррекции отклонений в картинной плоскости планеты.

Из рис. 2.14 следует, что при полете к Венере минимальная величина импульса коррекции времени полета на 12 ч составляет $V_{вр} = 40 \dots 50$ м/с, в то время как при полетах к Марсу $V_{вр} = 10 \dots 20$ м/с. Это объясняется тем, что эффективность коррекции времени определяется временем оставшегося полета.

2.2.3. Ошибки исполнения коррекции

Одной из важнейших характеристик коррекции являются допустимые погрешности исполнения. При проектировании космического аппарата должна быть определена точность, с которой нужно дать корректирующий импульс, чтобы получить желаемый результат, т. е. отклонения в картинной плоскости не должны превосходить заданных значений.

Априорные оценки точности исполнения коррекций должны охватывать всю совокупность величин и направлений возможных импульсов, так как заранее ни величина, ни направление импульса не известны. Во время полета КА, когда известны по результатам радиотехнических измерений конкретное отклонение траектории и вектор корректирующей скорости, задача оценки точности коррекции в этом смысле упрощается.

Погрешности в исполнении вектора корректирующего импульса проявляются в связи с отклонением направления, величины и момента времени коррекции. Поэтому при проектировании аппаратуры и его корректирующей двигательной установки нужно определить допустимые отклонения в направлении вектора корректирующего импульса, его величины и времени запуска корректирующего двигателя.

Кроме того, следует выделить еще одну ошибку, ортогональную вектору корректирующей скорости и независимую от его величины. Эта ошибка как бы является абсолютной ошибкой в боковой скорости ΔV_6 и порождается ошибками системы управления корректирующей двигательной установки.

Таким образом, вектор ошибки в картинной плоскости вследствие ошибок коррекции:

$$\Delta Q_k = \frac{\partial \bar{Q}}{\partial \gamma} \Delta \gamma + \frac{\partial \bar{Q}}{\partial V} \Delta \tilde{V} + \frac{\partial \bar{Q}}{\partial V_6} \Delta V_6 + \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t_k} \Delta t_k,$$

где каждая из составляющих в правой части есть случайный вектор, а $\Delta \gamma$, ΔV , ΔV_6 , Δt_k — соответственно величины ошибок по на-

правлению, по импульсу скорости, постоянной боковой составляющей и времени начала коррекции.

Ошибки, порождаемые угловой ошибкой $\Delta\gamma$ ориентации корректирующего импульса, ортогональны направлению корректирующего импульса и образуют круг. При рассмотрении влияния этих ошибок удобно направление корректирующего импульса зафиксировать относительно плоскости оптимальной коррекции с помощью угла β и в плоскости оптимальной коррекции с помощью угла φ .

Вектор отклонения в картинной плоскости определяется как

$$q = \frac{\partial q}{\partial V} V_k \cos \beta,$$

где $\frac{\partial q}{\partial V}$ — производная в картинной плоскости по скорости в плоскости оптимальной коррекции.

Тогда
$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial \beta} = \frac{\partial \bar{q}}{\partial V} V_k \sin \beta$$

или
$$\frac{\partial q}{\partial \beta} = \frac{\partial q}{\partial V} V_{вр},$$

где $V_{вр}$ — корректирующий импульс по времени.

Таким образом, ошибки вследствие отклонений угла β образуют на плоскости оптимальной коррекции круг с радиусом, равным $|\bar{V}_{вр}|$. Каждое направление в этом круге соответствует своему направлению корректирующего импульса.

Далее:

$$\frac{\partial q}{\partial \varphi} = \frac{\partial \bar{q}}{\partial V_1} V_k \cos \beta,$$

где $\frac{\partial \bar{q}}{\partial V_1}$ — производная в картинной плоскости по направлению, ортогональному составляющей корректирующего импульса в плоскости оптимальной коррекции.

Произведение $V_k \cos \beta$ есть проекция корректирующего импульса на плоскость оптимальной коррекции. Эти ошибки образуют на плоскости оптимальной коррекции эллипс, подобный эллипсу корректирующих импульсов, но фокальная ось которого повернута относительно последнего на 90° . Каждому направлению в этом эллипсе соответствует ортогональное направление корректирующего импульса.

Ошибки в величине корректирующего импульса $\Delta\tilde{V}$ образуют в точке коррекции шар с радиусом, равным $\Delta\tilde{V}$. Отображением этого шага на картинной плоскости будет эллипс, подобный эллипсу влияния, с коэффициентом подобия $\Delta\tilde{V}$. Максимальная ошибка времени прилета, вызванная ошибкой $\Delta\tilde{V}$, будет равна

$$\Delta\tau = |\text{grad } \tau| \Delta\tilde{V},$$

где $\text{grad } \tau$ — вектор градиента времени в точке коррекции.

Абсолютные ошибки боковой скорости ΔV_i , ортогональные вектору корректирующей скорости \vec{V}_k , образуют в пространстве скоростей в точке коррекции шар с радиусом, равным $|\Delta V_i|$.

Для оценки влияния ошибок момента времени коррекции на отклонение корректируемых параметров рассмотрим влияние составляющих корректирующего импульса на корректируемые параметры:

$$\begin{aligned}\xi_1 &= \frac{\partial \xi_1}{\partial V_1} \Delta V_1 + \frac{\partial \xi_1}{\partial V_2} \Delta V_2 + \frac{\partial \xi_1}{\partial V_3} \Delta V_3, \\ \xi_2 &= \frac{\partial \xi_2}{\partial V_1} \Delta V_1 + \frac{\partial \xi_2}{\partial V_2} \Delta V_2 + \frac{\partial \xi_2}{\partial V_3} \Delta V_3, \\ \xi_3 &= \frac{\partial \xi_3}{\partial V_1} \Delta V_1 + \frac{\partial \xi_3}{\partial V_2} \Delta V_2 + \frac{\partial \xi_3}{\partial V_3} \Delta V_3,\end{aligned}\tag{2.12}$$

или в более краткой форме:

$$\begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{pmatrix},$$

где $\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_3$ — составляющие корректирующего импульса в системе координат x_1, x_2, x_3 , жестко связанные со звездой и Солнцем. Пусть постоянному значению уставки φ соответствует плоскость, проходящая через направление Солнце — КА (r^0) и составляющая с плоскостью Солнце — КА — звезда угол φ , и пусть $\beta = \text{const}$ является поверхностью кругового конуса, описанного относительно направления радиуса-вектора \vec{r}^0 с углом при вершине 2β ; тогда можно выбрать в качестве системы x_1, x_2, x_3 систему, где одна из осей совпадает с направлением радиуса-вектора, а вторая — с линией пересечения плоскости Солнце — КА — звезда и плоскости, ортогональной направлению на Солнце:

$$\begin{aligned}\vec{x}_1^0 &= \vec{r}^0, \\ \vec{x}_2^0 &= \vec{r}^0 \times \vec{n}^0, \\ \vec{x}_3^0 &= \vec{x}_1^0 \times \vec{x}_2^0,\end{aligned}$$

где $\vec{n}^0 = \frac{\vec{r}^0 \times \vec{e}_{3B}^0}{|\vec{r}^0 \times \vec{e}_{3B}^0|}$ и \vec{e}_{3B}^0 — единичный вектор, характеризующий направление на звезду.

Считая составляющие вектора корректирующей скорости неизменными, получим

$$\begin{pmatrix} \Delta \xi_1 \\ \Delta \xi_2 \\ \Delta \xi_3 \end{pmatrix} = \frac{dA}{dt} \begin{pmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{pmatrix} \Delta t$$

или, переходя к корреляционной матрице ошибок коррекции, можем записать

$$\Delta K = (\Delta t)^2 \frac{dA}{dt} F_K \left(\frac{dA}{dt} \right)^*,$$

где F_K — корреляционная матрица для корректирующего импульса скорости.

При полной коррекции времени полета, т. е. для случая, определяемого системой уравнений (2.12), имеем

$$F_K = A^{-1} K (A^{-1})^*$$

и окончательно получаем

$$\Delta K = (\Delta t)^2 \frac{dA}{dt} A^{-1} K \left(\frac{dA}{dt} A^{-1} \right)^*.$$

Элементы матрицы dA/dt могут быть найдены следующим образом.

Пусть S — матрица преобразования от системы r, n, z (радиус-вектор, трансверсаль и бинормаль траектории) к системе x_1, x_2, x_3 ; N — матрица изохронных производных координат и компонент вектора скорости в системе ξ_1, ξ_2, ξ_3 по координатам вектора скорости в системе r, n, z .

Тогда

$$N = B S_1, \quad B = \begin{pmatrix} \alpha & A \\ \beta & \gamma \end{pmatrix}$$

и

$$\frac{dB}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{d\alpha}{dt} & \frac{dA}{dt} \\ \frac{d\beta}{dt} & \frac{d\gamma}{dt} \end{pmatrix}.$$

Дифференцируя, получаем

$$\frac{dB}{dt} S_1 + B \frac{dS_1}{dt} = -B S_1 R,$$

$$\frac{dB}{dt} = -B \left[S_1 R + \frac{dS_1}{dt} \right] S^{-1} = -B R_1,$$

где

$$R = \left[S_1 R + \frac{dS_1}{dt} \right] S_1^{-1} = \begin{pmatrix} d & E \\ c & d \end{pmatrix};$$

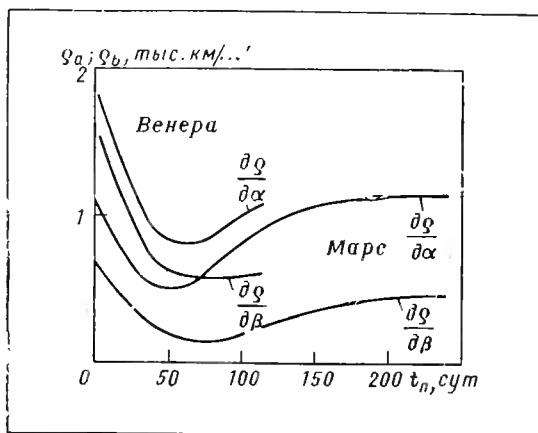
$$R = \begin{pmatrix} \frac{q}{\lambda} & \frac{E}{q} \end{pmatrix}; \quad S_1 = \begin{pmatrix} \tilde{S}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{S}_1 \end{pmatrix}; \quad \frac{dS_1}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dS_1}{dt} & 0 \\ 0 & \frac{dS_1}{dt} \end{pmatrix};$$

$$\tilde{S}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}; \quad \frac{dS_1}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & -\cos \alpha \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \end{pmatrix} \frac{d\alpha}{dt};$$

$$\frac{dA}{dt} = -(a + Ad); \quad d = \left(\frac{dS_1}{dt} + S_1 q \right) \tilde{S}_1^{-1};$$

$$c = \tilde{S}_1 \lambda S_1^{-1};$$

Рис. 2.19. Величины отклонений на 1 угл. мин в картинной плоскости у планет в зависимости от времени полета



α — угол поворота от оси Oz к оси Ox_3 , $\frac{d\alpha}{dt} = m\omega$; ω — мгновенная угловая скорость движения по орбите; m — коэффициент пропорциональности.

На этапе проектирования КА для определения требований к точности коррекции прежде всего нужно определить величину отклонений корректируемых параметров на единичные ошибки коррекции.

На рис. 2.19 показаны в качестве примера отклонения в картинной плоскости при значениях ошибок в ориентации вектора корректирующей скорости, равных одной угловой минуте в зависимости от времени коррекции.

В качестве примера представлены (см. рис. 2.17, 2.18) зависимости от времени коррекции максимальной и минимальной производных $\left(\frac{\partial Q}{\partial V}\right)_{\max}$ и $\left(\frac{\partial Q}{\partial V}\right)_{\min}$ в картинной плоскости на 1 м/с корректирующей скорости в плоскости оптимальной коррекции при полете к Венере и Марсу в разные даты старта. По этим зависимостям можно оценить качественное влияние отдельных видов ошибок на отклонения корректируемых параметров.

В общем случае все рассмотренные погрешности действуют совместно. При этом, если рассматривать всю совокупность корректируемых импульсов и определять суммарные ошибки путем суммирования корреляционных матриц отдельных погрешностей, то получим довольно грубые оценки, так как рассмотренные погрешности нельзя считать независимыми и между отдельными погрешностями имеется связь. Однако попытки учесть имеющиеся связи между отдельными погрешностями при определении области возможных суммарных погрешностей вызывают большие трудности.

Использование метода статистических испытаний позволяет получить величины параметров рассеивания от суммарного воздействия погрешностей, но требует значительных затрат машинного

времени и поэтому может быть рекомендовано в основном при чистовых, точных расчетах.

Завышенную оценку суммарного воздействия погрешностей можно получить, если для каждого момента коррекции взять сферу скоростных ошибок с радиусом ΔV_{\max} и преобразовать ее в область корректируемых параметров

$$\Delta \vec{V}_{\max} = \max \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{(\Delta v V_{\max})^2 + \Delta V_0^2}, \\ \Delta \vec{V}. \end{array} \right.$$

Коррекция траектории автоматических межпланетных КА может быть проведена только после того, как с помощью радиосредств будет с достаточной точностью определена и спрогнозирована действительная траектория полета. Точность прогнозирования траектории зависит от состава измерений и от точности знания астрономических постоянных.

Значение астрономической единицы было уточнено в результате лоцирования в СССР и США планет Солнечной системы, проводимого периодически начиная с 1961 г. [24].

Систему прогнозирования траекторий на КА можно построить следующим образом: на приземном участке полета производятся измерения дальности (D) и радиальной скорости (\dot{D}), на дальнем межпланетном участке измеряются D , \dot{D} и два угла, характеризующие положение объекта на небесной сфере. Характер зависимости погрешности прогнозирования по времени полета к Марсу и Венере представлен на рис. 2. 20.

Эти результаты относились к началу проектирования КА для полетов к Венере и Марсу в 60-х годах. При уточненном значении а. е. (астрономическая единица) в результате радиолокации планет погрешность прогнозирования в картинной плоскости определяется в основном точностью знания положения планеты-цели и составляет при полете к Венере 500 ... 800 км; при полете к Марсу погрешность прогнозирования в картинной плоскости, вызываемую теми же причинами, можно ожидать равной 1000 ... 1500 км. При этом характер зависимости погрешности прогнозирования по времени полета останется тем же.

Предположим, что на основе радиотехнических измерений погрешность при определении траектории на начальном участке полета к Венере составляет 3 ... 5 тыс. км в картинной плоскости и 8 ... 10 тыс. км при полете к Марсу (рис. 2. 21). Результирующая трубка траекторий после проведения коррекции зависит от погрешностей прогнозирования и погрешностей коррекции.

Радиус ее на картинной плоскости может быть ограничен сверху приближенной оценкой, если ошибки прогнозирования ($\Delta Q_{\text{пр}}$) и ошибки исполнения коррекции $\Delta Q_{\text{к}}$ — случайные и независимые величины:

$$\Delta Q = \pm \sqrt{\Delta Q_{\text{пр}}^2 + \Delta Q_{\text{к}}^2},$$

Рис. 2. 20. Характер погрешности прогнозирования, принятый для полетов к Венере и Марсу

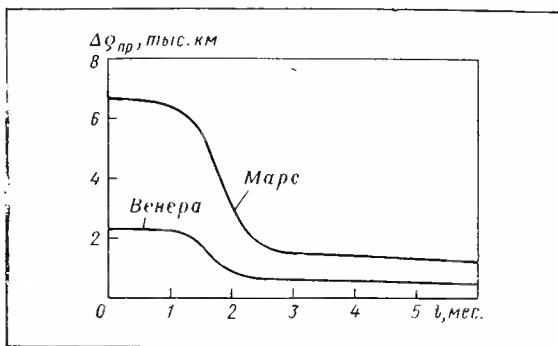
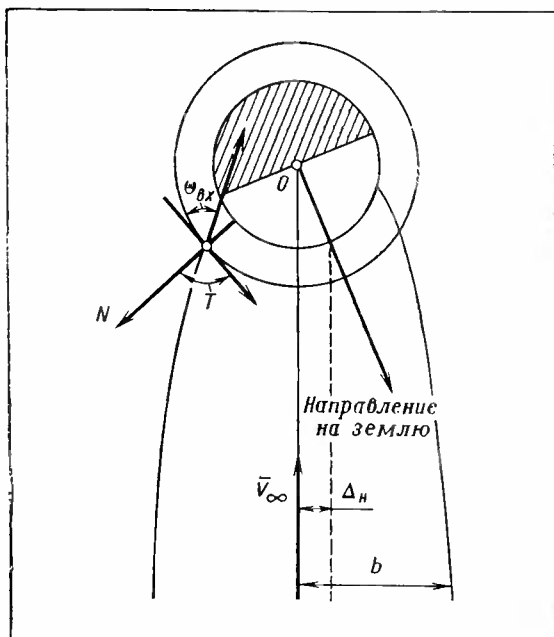


Рис. 2. 21. Характерные углы при подлете к планете:

Δ_n — смещение трубки траекторий от центральной



где $\Delta Q_{пр}$ — ошибка в картинной плоскости, возникающая из-за неточного знания траектории по прогнозу перед коррекцией; ΔQ_k — ошибка исполнения коррекции в картинной плоскости.

При этом следует учитывать, что между моментом окончания прогнозирования $t_{прог}$ и началом коррекции t_k должен пройти некоторый интервал времени Δt , необходимый для расчета параметров коррекции (уставок на коррекцию) и передачи их на борт космического аппарата, т. е.

$$t_k = t_{прог} + \Delta t,$$

где Δt может составлять несколько суток.

В результате анализа влияния отдельных видов погрешностей при исполнении коррекции, а также учета возможных ограничений системы ориентации, коррекции и прогнозирования можно определить максимально допустимые ошибки при исполнении одноразовой коррекции, зная радиус допустимой трубки траекторий.

2. 2. 4. Определение радиуса допустимой трубки траекторий

Радиус допустимой трубки траекторий для автоматических межпланетных аппаратов, предназначенных для посадки на поверхность планеты, может быть определен из условия посадки на видимую с Земли сторону планеты или из более жесткого требования — возможно меньшие углы λ между направлением на Землю и вертикалью в месте посадки, что важно для организации радиосвязи, а также допустимые углы скорости к местному горизонту при входе в атмосферу планет $\theta_{вх}$ (см. рис. 2. 21), от которых зависят перегрузки. Этим условиям можно удовлетворить и получить при этом максимально допустимый радиус, если сместить центральную траекторию трубки от попадающей в центр на величину Δ_n (см. рис. 2. 22). Для выбора величины Δ_n и определения допустимого радиуса могут быть построены зависимости указанных выше углов от величины смещения b на бесконечности траектории от попадающей в центр. В расчетах можно считать, что вектор скорости на бесконечности — \vec{V}_∞ сохраняется для всех траекторий трубки, а движение происходит в центральном поле тяготения планеты.

Используя указанные зависимости, можно определить:

значения допустимых радиусов трубки траекторий на сфере действия Венеры и Марса

для Венеры $\Delta_{рс.д} = 6000$ км,

для Марса $\Delta_{рс.д} = 3900$ км;

значения углов к местному горизонту

для Венеры — $30^\circ \geq \theta_{вх} \geq -90^\circ$,

для Марса — $25^\circ \geq \theta_{вх} \geq -90^\circ$

при смещении центров трубок траектории на величины $\Delta_n = 4000$ км для Венеры и $\Delta_n = 1000$ км для Марса.

Значения углов λ между местной вертикалью и направлением на Землю находятся в пределах:

для Венеры $0 \leq \lambda \leq 60^\circ$,

для Марса $0 \leq \lambda \leq 67^\circ$.

При полетах к планетам Венера и Марс в разные годы пределы углов λ и $\theta_{вх}$ менялись незначительно при одних и тех же трубках траекторий и выборе в каждом случае наивыгоднейших смещений центра трубок Δ_n .

Допустимый радиус трубки траекторий КА, предназначенных для фотографирования поверхности планеты и пролетающих вблизи планеты, может быть принят таким же, как и для посадочных вариантов.

Допустимый радиус трубки траектории КА, для которых проектируется переход на орбиты спутников планет, с целью последующей посадки на поверхность или фотографирования поверхности с орбиты, должен выбираться с учетом потребных точностей реализации посадки или пролета над заданными районами планеты.

2. 2. 5. Требования к точности исполнения коррекции

Рассмотрим вопросы, связанные с точностью систем коррекций межпланетных траекторий, представляющие интерес для проектирования и разработки таких систем. На основе анализа траекторий и свойств коррекции определим основные требования к системам коррекции межпланетных аппаратов. При проектировании космических аппаратов наибольший интерес представляют вопросы, связанные с точностью и возможным диапазоном работы отдельных систем космического аппарата.

Требуемая точность коррекции определяет возможные схемы систем ориентации, требования к двигательной установке и системам управления ею.

Возможный диапазон моментов коррекции, направления и величины корректирующего импульса также определяют выбор характеристик системы коррекции. Наконец, необходимые запасы топлива зависят как от требуемой точности выполнения коррекции, так и от первоначального корректируемого отклонения. Ниже эти вопросы рассматриваются на примере полетов к Венере и Марсу [5].

Рассмотрим основные характеристики траекторий полета к Венере и Марсу.

Из совокупности возможных траекторий можно выделить те из них, для которых энергетические затраты и время полета минимальны. Известно, что такие энергетические оптимальные траектории реализуются при определенном взаимном положении Земли и планет в момент старта.

Из табл. 1. 4 видно, что форма орбиты и ее энергетические характеристики слабо меняются при изменении эпохи полета. Поэтому характеристики коррекции следует рассматривать на примере характерных траекторий, приведенных в таблице (полеты к Венере со стартом 13 ноября 1965 г. и к Марсу со стартом 21 ноября 1964 г.).

Рассмотрим возможные требования к точности работы системы коррекции при полетах к Венере и Марсу, исходя из того, что конечная погрешность коррекции с учетом погрешности прогноза не должна превосходить эффективного радиуса диска планеты или его заданной доли.

Под эффективным радиусом понимается максимальное значение прицельной дальности траектории, обеспечивающей попадание в

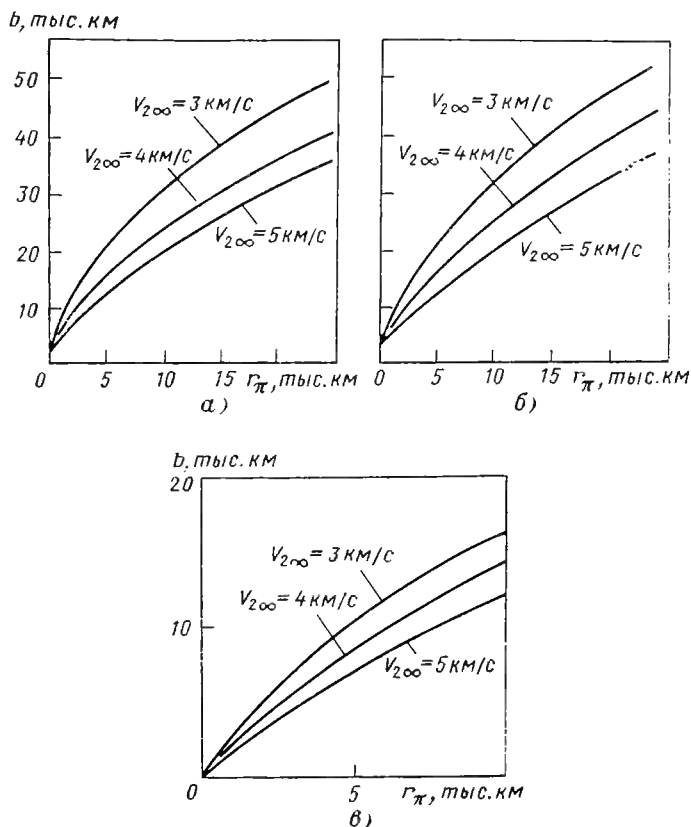


Рис. 2.22. Зависимость прицельной дальности b от минимального расстояния пролета r_π для различных скоростей полета $V_{2\infty}$ к Венере (а), к Земле (б) и к Марсу (в)

планету. Прицельную дальность b можно получить по формуле

$$b^2 = r_\pi \left(\frac{2\mu}{V_\infty^2} + r_\pi \right), \quad (2.13)$$

где μ — произведение гравитационной постоянной на массу планеты.

На рис. 2.22 приведены зависимости прицельной дальности b от перицентрального расстояния планетоцентрической орбиты r_π при различных скоростях на бесконечности $V_{2\infty}$. Из этих же графиков следует зависимость между эффективным радиусом $\varrho_{\text{эф}}$ и относительной скоростью на бесконечности $V_{2\infty}$. Примем при дальнейших расчетах для Марса — 4000 км, для Венеры — 15000 км.

Ошибки коррекции прицельной дальности b и времени полета δt_n связаны (помимо ошибок определения прогноза траектории) с неточностью отработки величины корректирующего импульса δV , ошибкой направления корректирующего импульса $\delta \psi$ и ошибкой момента коррекции δl . Исследуем допустимые погрешности каждой из этих величин в отдельности.

При полетах к планетам требуемая точность δV импульса коррекции зависит от момента выполнения коррекции. Эти требования могут быть получены из оценок по следующим формулам:

$$\delta V = \min \left(\frac{\delta b}{a} ; \frac{\delta t_n}{c} \right),$$

где a — большая полуось эллипса влияния, а δb — требуемая точность коррекции прицельной дальности без учета ошибок прогноза, δt_n — требуемая точность коррекции времени полета, а c определяется формулой

$$c = \left(\frac{dt}{dV} \right)_{\max}.$$

Ниже, на рис. 2. 23, приводятся зависимости δV от момента коррекции для $\delta b = 0,1 Q_{\phi\phi}$ и $\delta t = 1^m$ для Венеры и Марса (время отсчитывается от момента сближения с планетой).

Из кривых, приведенных на рисунке, следует, что при полете к Венере допустимая погрешность по δV меняется от 0,08 м/с в начале полета до 0,6 м/с за один месяц до конца полета. При полете к Марсу эти числа составляют соответственно 0,01 м/с в начале полета до 0,16 м/с за один месяц до конца полета.

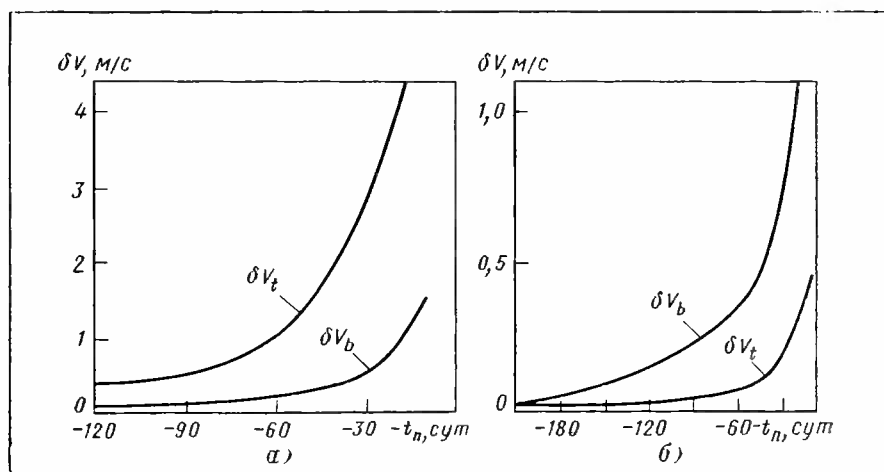


Рис. 2. 23. Допустимые отклонения модуля скорости коррекции при полете к Венере (а) при $\delta b = 0,1 Q_{\phi\phi} = 1500$ км и к Марсу (б) при $\delta b = 0,1 Q_{\phi\phi} = 400$ км:

δV_b — по прицельной дальности; δV_t — по времени прилета

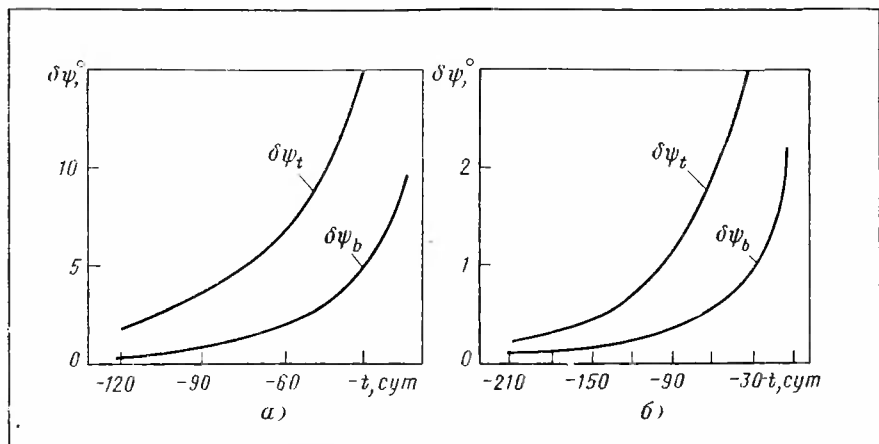


Рис. 2.24. Допустимые отклонения направления скорости коррекции при полете к Венере (а) и к Марсу (б):

$\delta\psi_b$ — по прицельной дальности; $\delta\psi_t$ — по времени прилета

Допустимая погрешность ориентации импульса $\delta\psi$ в плоскости оптимальной коррекции определяется величиной

$$\delta\psi = \frac{\delta V}{V} \quad \text{или} \quad \delta\psi = \min \left(\frac{\delta b}{aV}; \frac{\delta t_{\Pi}}{cV} \right),$$

где V — величина корректирующего импульса в данной точке коррекции. Величина $\delta\psi$ при $V=10$ м/с для полетов к Марсу и Венере приводится на рис. 2.24.

Допустимая погрешность момента исполнения коррекции может быть определена как

$$\delta t = \min \left\{ \frac{\delta b}{\left(\frac{\partial Q_{э.в}}{\partial t} \right)_{\max} V}; \frac{\delta t_{\Pi}}{\frac{\partial c}{\partial t} V} \right\},$$

где $Q_{э.в}$ — радиус эллипса влияния в направлении корректирующего смещения.

Для оценки отклонений в картинной плоскости достаточно принять

$$\frac{\partial Q_{э.в}}{\partial t} = \max \left(\frac{\partial a_{э.в}}{\partial t}; \frac{\partial b_{э.в}}{\partial t} \right),$$

где $a_{э.в}$ — большая полуось эллипса влияния, а $b_{э.в}$ — его малая полуось.

Указанная оценка отклонений в картинной плоскости справедлива, если эксцентриситет эллипса влияния с течением времени полета меняется более быстро, чем его ориентация, что обычно имеет место при полете к планетам [1]. Зависимость δt для этого случая от времени полета при $V=10$ м/с, $\delta b=0,1Q_{э\phi}$ и $\delta t_{\Pi}=1^m$ приводится на рис. 2.25.

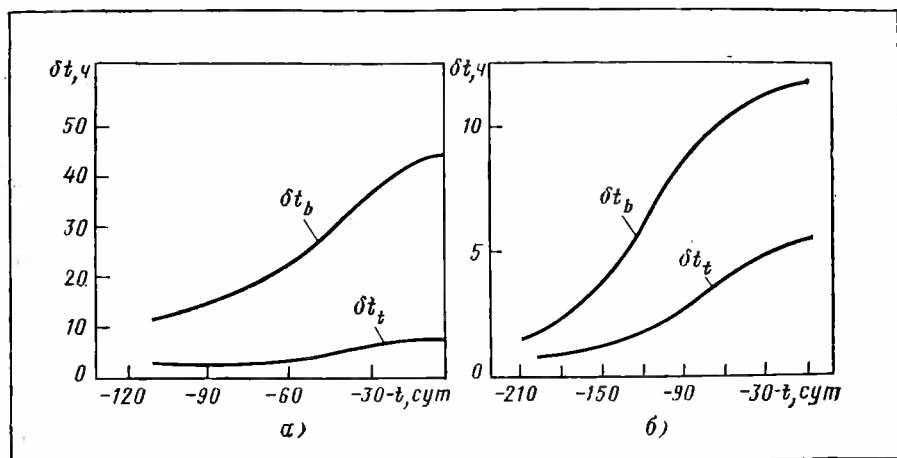


Рис. 2.25. Допустимые отклонения по времени проведения коррекции для Венеры (а) и для Марса (б):

δt_b —по прицельной дальности; δt_t —по времени прилета

Рассмотрим далее возможный диапазон направлений корректирующего импульса. При коррекции только одних координат КА корректирующий импульс можно расположить в плоскости, ортогональной направлению на планету. При этом погрешность $\delta\alpha$ ориентации указанной плоскости приводит к следующей погрешности в прицельной дальности:

$$\delta b = \frac{1}{2} V a_{з.в} (\delta\alpha)^2.$$

Если, кроме того, требуется еще коррекция времени прилета, то необходимо отклонить импульс от этой плоскости. Импульс $V_{вр}$, ортогональный плоскости коррекции, равен

$$V_{вр} = \frac{\Delta t}{c} = V_r \frac{\Delta t}{T_k},$$

где V_r — средняя скорость сближения с планетой; T_k — оставшееся после коррекции время полета.

Угол α выхода из плоскости определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V_t}{V_{вр}} = \frac{a}{c} \frac{\Delta t}{b} \approx V_r \frac{\Delta t}{b}$$

и может достигать 90° при малых b . Заметим, что при этом требуется более высокая точность выдерживания угла α , определяемая из формулы

$$\delta\alpha = \min \left\{ \frac{\delta b}{a V_t}; \frac{\delta t}{c V_{вр}} \right\}.$$

Из рис. 2. 22—2. 25 следует, что допустимые погрешности коррекции зависят от времени полета до планеты. Ввиду того, что время полета до Венеры примерно в два раза меньше времени полета к Марсу, а эффективный радиус Венеры примерно в четыре раза больше, чем у Марса, требования к точности исполнения коррекции в начале полета к Марсу более жесткие, чем в начале полета к Венере.

При оценке требований к точности системы коррекции можно рассмотреть возможность проведения многократовой коррекции. В этом случае требования к точности зависят от времени проведения последней коррекции. Если последняя коррекция проводится за одинаковое время до сближения с планетой, то при одинаковой допустимой погрешности у планеты требования к точности коррекции для полета к Марсу и Венере почти одинаковы. Вместе с тем меньшие размеры Марса и меньшая сила его притяжения приводят в общем случае к более жестким требованиям.

Если последняя из коррекций выполняется достаточно близко к планете, то можно использовать более грубую систему коррекции. Достигается это ценой увеличения запаса топлива и числа включений корректирующего двигателя. При этом в зависимости от порядка точности системы получают следующие ограничения на момент проведения последней коррекции прицельной дальности с точностью 0,1 $\rho_{эф}$ (табл. 2. 2 и 2. 3).

Т а б л и ц а 2. 2

Погрешность ориентации при коррекции	5"	5'	1°	5°
Отношение отклонения до коррекции к отклонению после коррекции $b/\delta b$	41000	690	57	11
Наиболее ранний момент последней коррекции до сближения с планетой, сут				
Марс (в начале полета)	—	260	30	1...2
Венера	—	120	80	20

Т а б л и ц а 2. 3

Погрешность модуля скорости при коррекции, м/с	0,01	0,1	1	10
Отношение величины корректируемого отклонения к импульсу последней коррекции $\delta b/\delta V$, км. с · м ⁻¹	100000	1000	100	10
Наиболее ранний момент последней коррекции до сближения с планетой, сут:				
Марс (в начале полета)	—	50	5	0,5
Венера	—	120	10	1

Представляет интерес возможность построения простых систем ориентации для коррекции при полетах к планетам. Такая возможность возникает в случае, если геометрическое место всех корректирующих импульсов лежит в некоторой ограниченной области пространства.

В общем случае при полетах к планетам требуемый корректирующий импульс может быть направлен в любую точку пространства. Однако в случае, если не требуется коррекция времени прилета, можно фиксировать момент коррекции так, чтобы плоскость оптимальной коррекции была удобным образом ориентирована в пространстве. Так, например, при полете к Марсу плоскость оптимальной коррекции при 140—160 сутках полета почти ортогональна направлению на Солнце. В этом случае систему ориентации можно упростить, при этом необходимое направление корректирующего импульса получается путем вращения оси двигательной установки в плоскости, перпендикулярной направлению на Солнце. Характеристики такой коррекции близки к оптимальным. Аналогично в случае, если нуль-направление почти совпадает с направлением на яркую звезду, ориентация корректирующего импульса может быть обеспечена посредством вращения аппарата вокруг направления на эту звезду.

Время проведения таких коррекций ограничено, так как описанная ориентация плоскости оптимальной коррекции имеет место лишь в небольшой окрестности некоторой точки траектории. В других точках траектории подобная система приводит к увеличению запасов топлива на коррекцию. Это затруднение можно обойти, используя, например, несколько опорных звезд.

В заключение сформулируем основные требования к корректирующим двигательным установкам.

Возможен ряд схем систем коррекции при полете к планетам. Одна из схем основывается на использовании системы, обеспечивающей необходимую ориентацию одного корректирующего двигателя. Другая схема требует обеспечения постоянной ориентации КА в пространстве. При этом необходимо использование четырех или шести двигателей с включением для коррекции двух или трех двигателей. Эта система особенно удобна, если КА уже имеет управляющие двигатели, предназначенные, например, для сближения с другим космическим аппаратом.

В этом случае необходимо запас топлива для коррекции увеличить в $\sqrt{2}$ или $\sqrt{3}$ раз по сравнению с оптимальным. Допустимые погрешности выполнения коррекции по каждому из направлений должны быть в $\sqrt{2}$ или $\sqrt{3}$ раз меньше приведенных выше.

Приведенные данные показывают, что погрешность в определении времени исполнения коррекции измеряется часами и десятками часов при полете к планетам. Указанные промежутки времени значительно больше времени работы корректирующего двигателя при скорости коррекции в десятки или даже сотни метров в секунду. Поэтому тяга корректирующего двигателя и его размер должны выбираться из конструктивных условий, а также из условий удов-

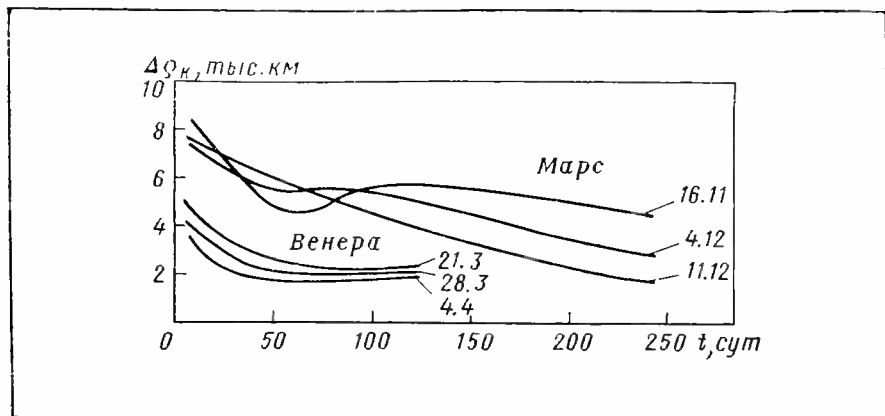


Рис. 2.26. Зависимость большой полуоси эллипса ошибок исполнения коррекции от момента коррекции

летворения указанных выше требований к точности отработки корректирующей скорости. Важным требованием является возможность неоднократного включения двигателя в разных точках траектории.

Рассмотрим в качестве примера конкретные ошибки при исполнении коррекции и оценим вызываемые ими отклонения в картинных плоскостях у Марса и Венеры.

Зная радиус допустимой трубки траекторий и анализируя влияние отдельных погрешностей при исполнении коррекции, а также учитывая возможности систем ориентации, коррекции и прогнозирования, можно определить максимально допустимые ошибки исполнения однократной коррекции.

Предположим, что для межпланетных автоматических аппаратов, предназначенных для полета к Марсу и Венере, могут быть реализованы следующие максимально допустимые погрешности:

- отклонение вектора корректирующей скорости от необходимого направления в любых двух взаимортогональных направлениях не превосходит $8'$;
- отклонение корректирующего импульса не превосходит $0,2 \text{ м/с}$;
- отклонение времени начала коррекции не превышает одного часа.

Погрешность боковой скорости, независимая от величины корректирующей скорости, в любых двух взаимортогональных направлениях не превосходит $0,07 \text{ м/с}$.

На рис. 2.26 представлено в зависимости от времени проведения однократной коррекции максимальное отклонение в картинной плоскости вследствие ошибки в коррекции полета к Марсу и Венере. Из этой зависимости видно, что в результате ошибки коррекции для всей области корректирующих импульсов в начале полета к Марсу отклонения в картинной плоскости составляют не более

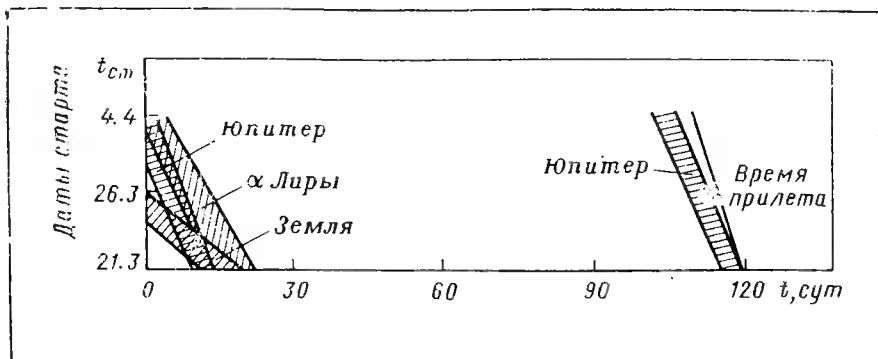


Рис. 2. 27. «Запретные» места (заштрихованы) проведения звездной коррекции

7...8 тыс. км и в конце полета — не более 2...4 тыс. км в зависимости от даты старта. Ошибки коррекции в начале полета к Венере вызывают отклонения 3,5...4,5 тыс. км и в конце полета — 2,5...3,5 тыс. км в зависимости от даты старта. Учитывая ошибки прогнозирования траектории, можно прийти к выводу, что при полете к Венере после проведения одной коррекции в самом начале полета может быть обеспечен радиус трубки траекторий, позволяющий осуществить посадку на Венеру. Таким образом, при полете к Венере достаточно проведения однократной «звездной» коррекции траектории.

Однако при уменьшении радиуса допустимой трубки траекторий становится целесообразным рассмотрение схемы двухразовой коррекции, хотя переход на двухразовую коррекцию потребует некоторого увеличения запасов топлива для коррекции.

На рис. 2. 27 показаны в зависимости от дат старта к Венере возможные интервалы времени для проведения звездной коррекции и «запретные места» коррекции при использовании в качестве опорной звезды Канопуса. Запретные места коррекции определяются условием возможного попадания в звездную трубку за один оборот поиска вместо Канопуса другой звезды, близкой по яркости к Канопусу:

$$\gamma_{зв} = \gamma_{к} \pm 1,5^{\circ},$$

где $\gamma_{зв}$ — угол Солнце — КА — звезда; $\gamma_{к}$ — угол Солнце — КА — Канопус; $\pm 1,5^{\circ}$ — поле зрения звездного датчика (примерное).

«Запретные места» коррекции существуют в начале и в конце полета. При старте в другие годы запретные места коррекции сдвигаются, и поэтому всякий раз их необходимо вновь определять и определять запасы топлива для коррекции с учетом этих ограничений.

2. 2. 6. Двухразовая коррекция траектории движения

Выше была показана целесообразность применения двухразовой коррекции траектории с целью обеспечения посадки на Марс.

Двухразовая коррекция траектории может быть применена и при полете к Венере с целью повышения баллистической надежности полета КА или уменьшения требований к точности исполнения коррекции.

Очевидно, что после проведения первой коррекции необходим новый прогноз движения КА, одной из задач которого, в частности, является определение точности исполнения первой коррекции. Точность второго прогноза будет зависеть от момента проведения первой коррекции, а также от момента второй коррекции (количества сеансов измерений).

Для прогнозирования траектории полета КА могут быть использованы измерения радиальной дальности и радиальной скорости от наземного радиотехнического пункта, а также измерения двух углов, характеризующих положение КА на небесной сфере относительно этого пункта.

С целью увеличения надежности прогноза желательно проводить измерения угловых положений объекта на небесной сфере астрономическими методами в начале полета. Здесь имеются в виду оптические наблюдения КА в начале полета, когда его звездная величина достаточно велика.

При проведении коррекции в течение первых десяти суток полета к Марсу потребный импульс для «звездной» коррекции не будет превосходить 60 ... 75 м/с в зависимости от даты старта. При этом после первой коррекции может быть получен радиус трубки траекторий, равный 10 тыс. км.

Для оценки второго корректирующего импульса и ошибок его исполнения рассмотрим относительное движение планеты и КА, летящего к ней, учитывая, что эта коррекция должна проводиться на конечном участке полета космического аппарата.

Относительное движение планеты и КА, летящего к ней, по мере их сближения, может быть представлено в первом приближении как равномерное прямолинейное движение. Плоскость оптимальной коррекции в этом случае ортогональна направлению движения и параллельна картинной плоскости. Эллипс влияния есть окружность радиуса T , где T — время, оставшееся до попадания в картинную плоскость:

$$\frac{\partial q}{\partial V} = T.$$

Импульс, направленный по нуль-направлению, влияет на время полета до планеты следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial V_{np}} = -\frac{T}{V_{\infty}},$$

где V_{∞} — величина относительной скорости сближения планеты и аппарата, взятая на «бесконечности»; $V_{\text{вр}}$ — корректирующий импульс, направленный вдоль нуль-направления, с которым в рассматриваемой постановке совпадает направление градиента по времени.

Таким образом, если в точке коррекции взять единичную сферу скоростей, то отображением этой сферы в пространстве корректируемых параметров будет сфера с радиусом, пропорциональным оставшемуся времени полета до картинной плоскости.

Указанное свойство может быть использовано при оценке корректирующего импульса и ошибок исполнения второй коррекции.

Импульс скорости второй коррекции при полете к Марсу будет составлять за месяц до конце полета около 5 м/с, за 15 суток — около 10 м/с.

Ошибки второй коррекции при указанных точностях исполнения как при полете к Марсу, так и при полете к Венере будут составлять за один месяц до встречи 600 км в картинной плоскости, а за 15 суток — 300 км.

Таким образом, в случае проведения второй коррекции за 15 суток до встречи радиус результирующей трубки траекторий после коррекции будет в основном формироваться ошибками прогнозирования траектории к моменту второй коррекции. Следовательно, проведение двухразовой коррекции с указанными выше точностями при полете к Марсу дает возможность обеспечить посадку на Марс. При этом суммарный корректирующий импульс будет меньше импульса одноразовой коррекции и в основном будет зависеть от эллипсоида первоначального рассенвания, для исправления которого служит первая коррекция, так как второй корректирующий импульс по своей величине намного меньше первого.

При полете к Венере в случае двухразовой коррекции величина первого корректирующего импульса остается той же, отклонение в картинной плоскости после первой коррекции составляет не более 6...9 тыс. км, что при проведении второй коррекции потребует импульса скорости величиной не более 4,5...7 м/с за 15 суток до подлета и не более 6,5...11 м/с за 10 суток до подлета. Ошибки исполнения второй коррекции соответственно будут составлять 300 км и 200 км в картинной плоскости. Следовательно, проведение двухразовой коррекции с прежними точностями, указанными выше, в разд. 2.2.5, при полете к Венере позволяет осуществить посадку в некоторую область, меньшую области, определяемой величиной радиуса допустимой трубки траекторий, и области, получаемой при одноразовой коррекции.

Суммарный импульс двухразовой коррекции при полете к Венере несколько больше импульса при одноразовой коррекции, так как дополнительно появляется вторая коррекция.

Рассмотрим влияние ошибок исполнения коррекции на суммарный корректирующий импульс и на результирующее пятно в картинной плоскости в случае двухразовой коррекции.

Очевидно, что увеличение погрешности исполнения первой коррекции потребует увеличения суммарного запаса топлива на коррекцию при условии, что первые коррекции проводятся по времени полета в тех же местах траектории. Увеличение погрешности исполнения при второй коррекции приведет к увеличению результирующего пятна в картинной плоскости. До сих пор ошибки исполнения второй коррекции в основном формировались как следствие ошибки в величине корректирующего импульса ($\Delta \tilde{V}=0,2$ м/с); боковая составляющая скорости, в том числе и вследствие ошибки в направлении корректирующего импульса, давала немного:

$$\Delta \tilde{V}_6 = \sqrt{(\Delta V_6)^2 + (V_2 \Delta \alpha)^2} \leq 0,075 \text{ м/с,}$$

при втором импульсе $V_2=10$ м/с.

Рассмотрим случай, когда ошибка в направлении корректирующего импульса составляет $\Delta \beta = \Delta \phi = 60'$. Тогда второй корректирующий импульс при полете к Марсу не будет превосходить 15...20 м/с и 14...26 м/с при полете к Венере за 15 суток до встречи (вместо соответственно 10 м/с и 4,5...7 м/с при погрешности в направлении корректирующего импульса $8'$).

Ошибки исполнения второй коррекции отклонений в картинной плоскости у Марса и Венеры в этом случае не будут превосходить 350 км.

Следует заметить, что коррекцию можно провести не за 15, а за 30 суток до встречи с планетой, тогда величина второго корректирующего импульса будет в два раза меньше вышеуказанной, а ошибки исполнения второй коррекции не будут превосходить 700 км. Таким образом, увеличение погрешности в направлении корректирующего импульса с $8'$ до $60'$ требует небольшого увеличения суммарного корректирующего импульса и незначительно сказывается на величине результирующей трубки траекторий.

Рассмотрим случай, когда все ошибки при коррекции превосходят в 2 раза указанные раньше и составляют $\Delta \phi = \Delta \beta = 16'$, $\Delta \tilde{V} = 0,4$ м/с и $\Delta \tilde{V}_8 = 0,14$ м/с. Момент первой коррекции будем считать соответствующим самому началу полета, а момент второй коррекции — за 15 суток до встречи с планетой. В этом случае второй корректирующий импульс при полете к Марсу не превышает 15 м/с, а при полете к Венере — не более 7...14 м/с.

Ошибки исполнения второй коррекции в обоих случаях не превосходят 600 км. Следовательно, увеличение максимальных ошибок исполнения коррекции в два раза требует тоже незначительного увеличения суммарного корректирующего импульса и слабо сказывается на величине результирующей трубки траекторий.

В заключение можно сказать, что схема двухразовой коррекции «слабо чувствительна» к ошибкам исполнения в области выбранных точностей исполнения. Так, погрешности в ориентации вектора корректирующей скорости без существенного увеличения корректирующего импульса скорости и величины результирующей трубки траекторий могут быть увеличены с $8'$ до 1° , а погрешность по модулю корректирующего импульса — с 0,2 до 0,4 м/с.

Дальнейшее увеличение числа коррекций (более двух), если они проводятся с целью последовательного уменьшения ошибок исполнения коррекции, не является целесообразным при прогнозировании траектории с помощью только радиоизмерений, так как сколько-нибудь существенного уменьшения суммарного корректирующего импульса ожидать не следует, потому что основная доля затрат топлива идет на первую коррекцию, а величина результирующей трубки траекторий ограничена снизу погрешностью прогнозирования траекторий.

Для дальнейшего уменьшения величины результирующей трубки траекторий необходимо перестроить систему прогнозирования траекторий с целью увеличения числа возможных коррекций. Для этого могут быть рассмотрены следующие варианты прогнозирования.

1. Дополнительно к радиоизмерениям траектории вводятся автономные измерения после второй коррекции при полете внутри сферы действия планеты и на основе полученных данных осуществляется третья коррекция.

2. Возможно прогнозирование с помощью чисто автономных измерений параметров траекторий и проведение на основе этих измерений многократной коррекции траектории.

Второй вариант в основном может быть рекомендован при изучении полетов к планетам пилотируемых космических кораблей. Наибольший интерес, очевидно, представляют полеты к Марсу и Венере.

2.3. Специальные способы коррекции

2.3.1. Коррекция с помощью импульсов радиальной гелиоцентрической скорости — солнечная коррекция

Для повышения надежности коррекции межпланетных траекторий в рассматриваемом способе система ориентации обеспечивает направление оси двигателя только вдоль гелиоцентрического радиуса-вектора (на Солнце или от Солнца) и может быть достаточно простой [16]. Такую коррекцию будем называть солнечной. Одноразовая коррекция по данному способу позволяет исправить только один параметр у планеты назначения, т. е. является однокомпонентной, многократная коррекция позволяет уточнить несколько параметров.

Данный раздел посвящен анализу многократной коррекции, подчиненной единой цели — коррекции нескольких параметров, характеризующих движение КА у планеты назначения. Такие коррекции могут быть названы связанными, так как они оказываются за-

висимыми друг от друга. Ниже рассматриваются коррекции только на гелиоцентрическом участке траектории.

Следует заметить, что теория солнечной коррекции может быть отнесена и к коррекциям планетоцентрических гиперболических траекторий вдоль направления КА — планета. Так, например, при возвращении с Луны на Землю может рассматриваться коррекция вдоль направления КА (см. разд. 2. 1).

Рассмотрим некоторые общие свойства многократной солнечной коррекции. В общем случае справедлива следующая теорема.

Теорема. При n солнечных коррекциях ($n > 4$), проведенных в некоторые моменты времени t_1, t_2, \dots, t_n , количество корректируемых координат в осях ξ_1, ξ_2, ξ_3 не превосходит двух, количество корректируемых скоростей тоже не превосходит двух, а общее число корректируемых параметров — не более четырех.

Пусть в некоторый момент времени t_i сообщен единичный импульс радиальной скорости. Тогда в точке встречи с планетой отклонения будут характеризоваться вектором-столбцом изохронных производных:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial r}{\partial r_i} \\ \frac{\partial n}{\partial r_i} \\ 0 \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial r_i} \\ \frac{\partial \dot{n}}{\partial r_i} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

Обозначим через T матрицу перехода от системы координат r, n, z в точке встречи с планетой к системе координат ξ_1, ξ_2, ξ_3 в картинной плоскости, тогда в линейной постановке можно получить вектор-столбец влияния солнечных коррекций:

$$\begin{pmatrix} \Delta \xi_1 \\ \Delta \xi_2 \\ \Delta \xi_3 \\ \Delta \dot{\xi}_1 \\ \Delta \dot{\xi}_2 \\ \Delta \dot{\xi}_3 \end{pmatrix} = T \sum_{i=1}^n \begin{pmatrix} \frac{\partial r}{\partial r_i} \\ \frac{\partial n}{\partial r_i} \\ 0 \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial r_i} \\ \frac{\partial \dot{n}}{\partial r_i} \\ 0 \end{pmatrix} \Delta V_i,$$

где ΔV_i — величина импульса скорости и при i -й коррекции.

Представим матрицу T в виде

$$T = \begin{pmatrix} t & 0 \\ 0 & t \end{pmatrix} \text{ и пусть } t = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{pmatrix}.$$

Составляющие вектора влияния определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta \xi_1 &= \sum_{i=1}^n \left(t_{11} \frac{\partial r}{\partial r_i} + t_{12} \frac{\partial n}{\partial r_i} \right) \Delta V_i, \\ \Delta \xi_2 &= \sum_{i=1}^n \left(t_{21} \frac{\partial r}{\partial r_i} + t_{22} \frac{\partial n}{\partial r_i} \right) \Delta V_i, \\ \Delta \xi_3 &= \sum_{i=1}^n \left(t_{31} \frac{\partial r}{\partial r_i} + t_{32} \frac{\partial n}{\partial r_i} \right) \Delta V_i, \\ \Delta \dot{\xi}_1 &= \sum_{i=1}^n \left(t_{11} \frac{\partial \dot{r}}{\partial r_i} + t_{12} \frac{\partial \dot{n}}{\partial r_i} \right) \Delta V_i, \\ \Delta \dot{\xi}_2 &= \sum_{i=1}^n \left(t_{21} \frac{\partial \dot{r}}{\partial r_i} + t_{22} \frac{\partial \dot{n}}{\partial r_i} \right) \Delta V_i, \\ \Delta \dot{\xi}_3 &= \sum_{i=1}^n \left(t_{31} \frac{\partial \dot{r}}{\partial r_i} + t_{32} \frac{\partial \dot{n}}{\partial r_i} \right) \Delta V_i. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Любое из первых трех уравнений является линейной комбинацией двух других, то же самое можно сказать и о последних трех уравнениях. Таким образом, из шести уравнений, определяющих вектор влияния, только четыре являются независимыми. Выбрав соответствующие значения ΔV_i , можно удовлетворить не более чем четырем уравнениям, независимо от числа коррекций (n).

Следовательно, число корректируемых параметров не может быть больше четырех, если корректируемые параметры зависят как от координат, так и от скоростей.

Следствие 1. Если корректируемыми параметрами являются две координаты в картинной плоскости, то время полета до картинной плоскости, характеризуемое третьей координатой $\xi_3(\tau)$, не корректируется. Изменение времени полета после таких коррекций можно представить в виде

$$\Delta t_n = a \Delta \xi_1 + b \Delta \xi_2, \quad (2.16)$$

где $\Delta \xi_1$, $\Delta \xi_2$ — корректируемые отклонения в картинной плоскости; a , b — коэффициенты, зависящие от элементов матрицы T , которые являются для данной траектории постоянными числами.

Таким образом, время встречи с планетой после n солнечных коррекций всегда одно и то же и не зависит от времени проведения этих коррекций. Это свойство имеет простое физическое объяснение.

При солнечной коррекции импульс скорости лежит всегда в плоскости траектории и не меняет линии пересечения ее с плоскостью орбиты планеты, а только на этой линии и может произойти встреча межпланетного аппарата с планетой, которая будет находиться в этом месте в определенное время.

Следствие 2. Оптимальное число солнечных коррекций (в смысле энергетических затрат) не может быть больше четырех, поскольку это число не может быть больше числа корректируемых параметров (без учета ошибок определения траектории и исполнения коррекций). Оптимальное число включений двигателя для исправления координат в картинной плоскости не превосходит двух.

Рассмотрим две солнечные коррекции координат в картинной плоскости. Если известны корректируемые отклонения (ξ_1, ξ_2) в картинной плоскости, то первый и второй корректирующие импульсы определяются из системы уравнений

$$\begin{aligned}\Delta\xi_1 &= \frac{\partial\xi_1}{\partial\dot{r}_1} \Delta V_1 + \frac{\partial\xi_1}{\partial\dot{r}_2} \Delta V_2, \\ \Delta\xi_2 &= \frac{\partial\xi_2}{\partial\dot{r}_1} \Delta V_1 + \frac{\partial\xi_2}{\partial\dot{r}_2} \Delta V_2,\end{aligned}\tag{2.17}$$

где $\Delta V_1, \Delta V_2$ — импульсы скорости соответственно при первой и второй коррекциях.

Эта система имеет единственное решение, когда ее определитель отличен от нуля, что почти всегда выполняется для траектории межпланетного полета.

В самом деле, если

$$\Delta = \frac{\partial\xi_1}{\partial\dot{r}_1} \frac{\partial\xi_2}{\partial\dot{r}_2} - \frac{\partial\xi_1}{\partial\dot{r}_2} \frac{\partial\xi_2}{\partial\dot{r}_1} = 0,$$

то, вводя в рассмотрение вектор

$$\bar{F}(t) = \pm \left[\frac{\partial\xi_1}{\partial\dot{r}}(t) \bar{i} + \frac{\partial\xi_2}{\partial\dot{r}}(t) \bar{j} \right],$$

где \bar{i}, \bar{j} — орты осей ξ_1, ξ_2 , заключаем, что векторы $\bar{F}(t_1), \bar{F}(t_2)$ коллинеарны.

На рис. 2.28 показан вид годографа вектора $F(t)$, соответствующего полету к планетам. Каждая точка на этом годографе соответствует отклонению в картинной плоскости, возникающему в результате единичного импульса радиальной скорости в различные моменты времени.

Выбирая на траектории любые две точки коррекции, для которых векторы $\bar{F}(t)$ не коллинеарны, можно скорректировать любое отклонение в картинной плоскости.

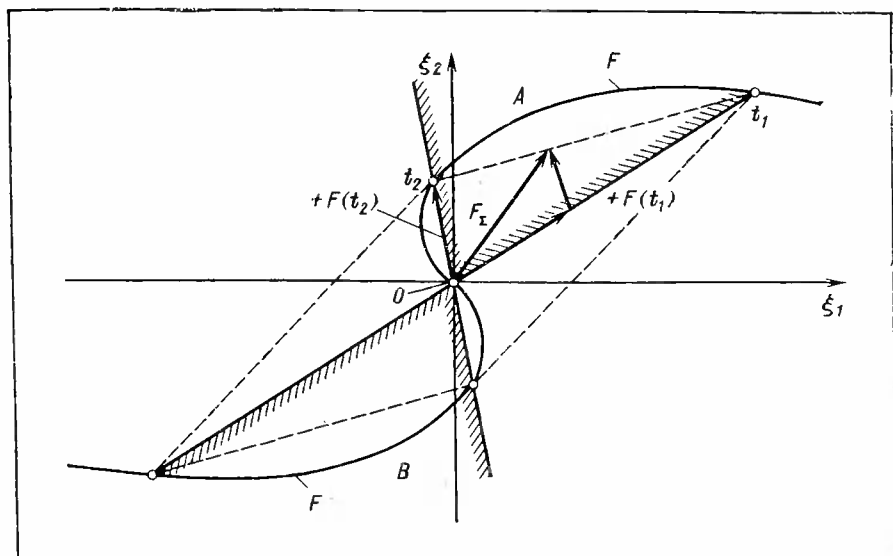


Рис. 2.28. Годограф вектора $\vec{F}(t)$ (случай «а»)

Соединим концы векторов $\vec{F}(t_1)$ и $\vec{F}(t_2)$ прямой и рассмотрим вектор отклонения F_Σ , конец которого находится на этой прямой. Вектор F_Σ может быть представлен в следующем виде:

$$E_\Sigma = |\Delta V_1| F(t_1) + |\Delta V_2| F(t_2).$$

Можно показать, что в этом случае

$$|\Delta V_1| + |\Delta V_2| = 1.$$

Таким образом, в зависимости от соотношений между ΔV_1 и ΔV_2 для фиксированных моментов времени t_1 и t_2 суммарным единичным корректирующим импульсом скорости можно выбрать отклонения в пределах параллелограмма, построенного на векторах $F(t_1)$ и $F(t_2)$. В зависимости от моментов первой и второй коррекции вершины параллелограмма будут двигаться по кривой, определяемой годографом вектора производных в картинной плоскости.

Из рис. 2.28 видно, что для тех отклонений, которые лежат в секторах A и B, энергетически выгодно провести одно включение двигателя, для остальных — два. При этом момент одноразовой коррекции определяется однозначно из условия, что направление вектора $F(t)$ должно совпадать с направлением корректируемого отклонения.

Моменты первого и второго включений двигателя можно выбрать из условия минимума суммарной величины корректирующего импульса:

$$V_\Sigma = |\Delta V_1| + |\Delta V_2|.$$

Рассмотрим сначала случай, когда момент времени первой коррекции задан, а момент времени второй коррекции подлежит определению. Нетрудно получить, что для оптимального по времени момента второй коррекции должно выполняться условие

$$\frac{\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial \dot{r}_2} \right)}{\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial \dot{r}_1} \right)} = \frac{\frac{\partial \xi_2}{\partial \dot{r}_2} + \frac{\partial \xi_2}{\partial \dot{r}_1}}{\frac{\partial \xi_1}{\partial \dot{r}_2} + \frac{\partial \xi_1}{\partial \dot{r}_1}}. \quad (2.18)$$

Как следует из выражения (2.18), этот момент не зависит от отклонения траектории от расчетной. Физический смысл этого равенства заключается в том, что фигура влияния двухразовой коррекции должна касаться годографа вектора производных в точке второй коррекции.

Если момент времени первой коррекции не задан и должен выбираться исходя из минимума V_{Σ} , то оптимальные моменты включения двигателя могут быть получены «обкаткой» годографа спрямляющей прямой.

При этом возможны следующие случаи.

а) Годограф имеет вид, изображенный на рис. 2.28.

Здесь оптимальный по времени момент первой коррекции соответствует началу полета, а момент второй коррекции определяется из условия (2.18).

б) Годограф имеет вид, изображенный на рис. 2.29. В этом случае для оптимальных моментов времени проведения коррекции должно выполняться кроме условия (2.18) еще и условие

$$\frac{\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial \dot{r}_1} \right)}{\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial \dot{r}_1} \right)} = \frac{\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial \dot{r}_2} \right)}{\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial \dot{r}_2} \right)}. \quad (2.19)$$

Определим производные по времени от $\frac{\partial \xi_1}{\partial \dot{r}}$ и $\frac{\partial \xi_2}{\partial \dot{r}}$.

Рассмотрим матрицу N изохронных производных:

$$N = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial r_1} & \frac{\partial \xi_1}{\partial n_1} & \frac{\partial \xi_1}{\partial z_1} & \frac{\partial \xi_1}{\partial r_1} & \frac{\partial \xi_1}{\partial n_1} & \frac{\partial \xi_1}{\partial z_1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \xi_3}{\partial r_i} & \frac{\partial \xi_3}{\partial n_i} & \frac{\partial \xi_3}{\partial z_i} & \frac{\partial \xi_3}{\partial r_i} & \frac{\partial \xi_3}{\partial n_i} & \frac{\partial \xi_3}{\partial z_i} \end{pmatrix}.$$

Тогда $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial \dot{r}} \right)$ и $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial \dot{r}} \right)$ будут являться элементами матрицы $\frac{dN}{dt}$.

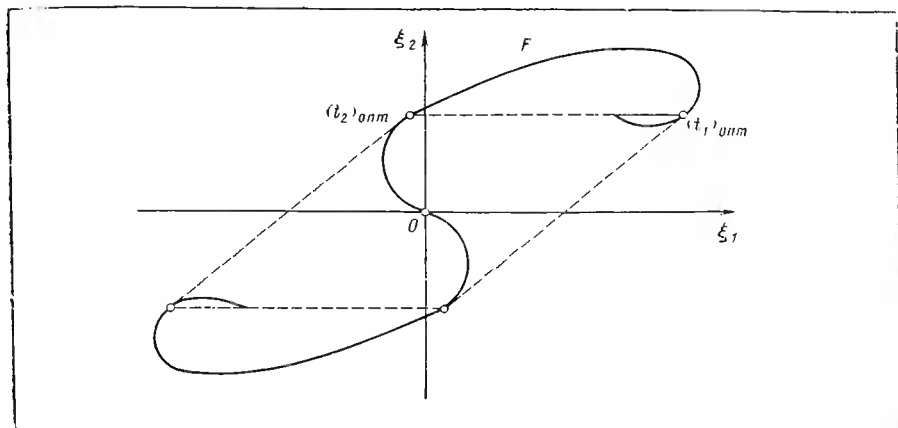


Рис. 2.29. Годограф вектора $\bar{F}(t)$ (случай «б»)

Пусть M — матрица изохронных производных в инерциальной системе координат, тогда можно составить матричное уравнение

$$\frac{dM}{pt} = -MQ. \quad (2.20)$$

Матрица Q для потенциального поля имеет вид

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & E \\ P & 0 \end{pmatrix},$$

где E — единичная матрица, а P — определяется следующим образом:

$$P = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \end{pmatrix},$$

где F — потенциал поля тяготения.

В ранее принятых обозначениях можно записать

$$N = TMS, \quad (2.21)$$

где S — матрица преобразования системы координат r, n, z в точке коррекции к системе r, n, z в точке встречи с планетой.

Используя выражения (2.20) и (2.21), находим

$$\frac{dN}{dt} = -N \left[S^{-1}Q + \frac{dS^{-1}}{dt} \right] S$$

или после соответствующих преобразований

$$\frac{dN}{dt} = -NR. \quad (2.22)$$

Уравнение (2.22) имеет тот же вид, что и (2.20), а матрица R может быть представлена в виде

$$R = \begin{pmatrix} q & E \\ \lambda & q \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

где матрицы q и λ записываются следующим образом:

$$q = -\omega \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \lambda = \frac{\mu}{r^3} \begin{pmatrix} (3 \cos^2 \varphi - 1); & (3 \sin \varphi \cos \varphi) & 0 \\ (3 \sin \varphi \cos \varphi); & (3 \sin^2 \varphi - 1) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

Здесь ω и r — соответственно мгновенная угловая скорость движения по орбите и расстояние до притягивающего тела в точке коррекции; $2f = \varphi$ — угловая дальность от точки коррекции до точки встречи с планетой; μ — произведение постоянной тяготения на массу притягивающего тела.

Итак, интересующая нас матрица dN/dt непосредственно определяется по формуле (2.22) с использованием выражений (2.23) и (2.24). Элементы матрицы N находятся по известным формулам. Отсюда получаем выражения для производных:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial r_i} \right) &= - \frac{\partial \xi_1}{\partial r_i} + \omega \frac{\partial \xi_1}{\partial n_i}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial r_i} \right) &= - \frac{\partial \xi_2}{\partial r_i} + \omega \frac{\partial \xi_2}{\partial n_i}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Рассмотрим вопрос о моменте проведения второй коррекции. Для связанных коррекций после проведения первой из них однозначно определяются момент времени второй коррекции и импульс скорости (при известных начальных отклонениях траектории). Если же к моменту первой коррекции траектория известна с некоторой погрешностью, а к моменту второй коррекции возможно уточнение траектории, то это уточнение может быть учтено изменением момента времени и импульса скорости второй коррекции.

Предположим, что между выбранным и необходимым моментами времени проведения второй коррекции есть некоторое отличие, которое приводит к смещению траекторий в картинной плоскости.

Вектор этого смещения приближенно можно определить так:

$$\Delta q = \Delta V \frac{dF}{dt} dt, \quad (2.26)$$

где ΔV — корректирующий импульс.

Можно получить производную вектора смещения в картинной плоскости по времени включения корректирующего двигателя (про-

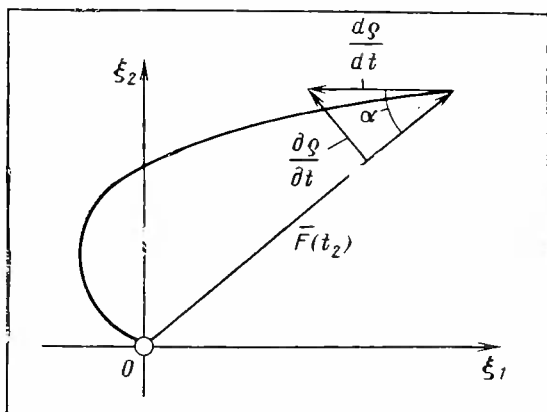


Рис. 2.30. Выбор момента второй солнечной коррекции

изводная без изменения величины импульса корректирующей скорости, назовем ее полной производной):

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \Delta V \frac{d\bar{F}}{dt}, \quad (2.27)$$

где $d\bar{F}/dt$ может быть найдено по элементам матрицы изохронных производных.

Проекция вектора $d\bar{Q}/dt$ на направление $\bar{F}(t_2)$ при известном Δt может быть скомпенсирована изменением импульса скорости второй коррекции. Нескомпенсированной остается только проекция на направление, ортогональная $\bar{F}(t_2)$ (рис. 2.30).

Эту нескорректированную часть назовем частной производной $\partial\bar{Q}/\partial t$ (она всегда будет меньше «полной» производной, но требует для каждого момента времени весь импульс корректирующей скорости).

Величина частной производной равна:

$$\left| \frac{\partial\bar{Q}}{\partial t} \right| = \left| \frac{d\bar{Q}}{dt} \right| \sin \alpha. \quad (2.28)$$

Направление частной производной совпадает с направлением вектора:

$$L = \left[\frac{\partial \xi_2}{\partial r} \right] \bar{i} + \left[\frac{\partial \xi_1}{\partial r} \right] \bar{j},$$

где

$$|\bar{F}| = \sqrt{\left(\frac{\partial \xi_2}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial r} \right)^2}.$$

При этом корректирующий импульс скорости по времени коррекции равен

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\left| \frac{d\bar{Q}}{dt} \right| \cos \alpha}{|\bar{F}|} = \left[\frac{\frac{\partial \xi_1}{\partial r}}{|\bar{F}|^2} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial r} \right) + \frac{\frac{\partial \xi_2}{\partial r}}{|\bar{F}|^2} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial r} \right) \right] \Delta V. \quad (2.29)$$

Полученные производные (2.27...2.29) необходимы при назначении моментов коррекции, а также могут быть полезны при решении краевых задач для солнечных коррекций. При отсутствии возможности провести вторую связанную коррекцию в номинальный момент времени ее нужно проводить с измененной уставкой интегратора.

Рассмотренный способ коррекции является частным видом связанных коррекций, когда число свободных компонент при одном включении двигателя меньше числа корректируемых параметров.

Результаты, полученные для двухразовой солнечной коррекции, могут быть распространены и на другие виды связанных двухразовых коррекций. В том числе и на случай, когда первая и вторая коррекции проводятся разными способами; например, когда одна коррекция проводится по типу солнечной, а другая — в направлении, ортогональном плоскости Солнце — КА — Земля. Особенностью последнего случая является то, что здесь приходится иметь дело одновременно с двумя годографами векторов производных, что существенных трудностей не представляет.

2.3.2. Другие способы специальной коррекции

Из практических соображений рассмотрим только два специальных способа коррекции: земную и ограниченную звездную, хотя можно было бы рассматривать и другие способы. Этот выбор обусловлен тем, что первый способ коррекции легко практически реализовать на космических аппаратах, имеющих земной датчик, а второй способ для своей реализации не требует никакой новой аппаратуры, а предполагает, что будет использоваться набор солнечных, звездных и земного датчиков, но с определенными ограничениями, о чем будет сказано ниже.

Проведем коррекцию с помощью импульсов скорости ортогонально плоскости Солнце — КА — Земля (ортогональная коррекция). Ось двигателя с помощью специального датчика выставляется ортогонально плоскости Солнце — КА — Земля, соответственно направление корректирующего импульса скорости — коллинеарно вектору

$$\vec{L} = -\frac{\vec{r}_c \times \vec{r}_3}{|\vec{r}_c \times \vec{r}_3|}, \quad (2.30)$$

где \vec{r}_c — радиус-вектор КА — Солнце; r — радиус-вектор КА — Земля.

Рассмотрим такую систему ориентации, которая позволяет проводить коррекцию только в направлении вектора \vec{L} и не допускает коррекции в противоположном направлении. В общем случае можно рассматривать коррекцию в обоих направлениях.

Одноразовая коррекция по данному способу позволяет исправить только один параметр у планеты назначения, т. е. также яв-

ляется однокомпонентной. Многоразовая коррекция дает возможность корректировать несколько параметров.

Для случая ортогональной коррекции выражение (2.15) изменится так:

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{\xi}_1 \\ \Delta \dot{\xi}_2 \\ \Delta \dot{\xi}_3 \\ \Delta \dot{\xi}_1 \\ \Delta \dot{\xi}_2 \\ \Delta \dot{\xi}_3 \end{pmatrix} = T \sum_{i=1}^n \begin{pmatrix} \frac{\partial r}{\partial V_{Li}} \\ \frac{\partial u}{\partial V_{Li}} \\ \frac{\partial z}{\partial V_{Li}} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial V_{Li}} \\ \frac{\partial \dot{n}}{\partial V_{Li}} \\ \frac{\partial \dot{z}}{\partial V_{Li}} \end{pmatrix} \Delta V_{Li}, \quad (2.31)$$

т. е. количество корректируемых параметров в случае n -разовой ортогональной коррекции ничем не ограничено и могут быть скорректированы как координаты в картинной плоскости, так и время встречи с планетой.

Нетрудно убедиться, что в этом случае изменение времени прилета к планете в результате коррекций будет зависеть от моментов проведения этих коррекций ($t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$). Изменение времени прилета может быть определено как

$$\Delta t_n = \sum_{i=1}^n \frac{\partial t_n}{\partial V_{Li}} \Delta V_{Li}, \quad (2.32)$$

где $\partial t_n / \partial V_{Li}$ — частная производная времени полета по корректирующему импульсу, направленному ортогонально плоскости Солнце — КА — Земля.

Для того чтобы скорректировать три параметра траектории (координаты в картинной плоскости и время встречи с планетой), необходимо провести три коррекции в различные моменты времени. Корректирующие импульсы могут быть получены соответственно из выражения (2.31), где в левую часть должны быть подставлены корректируемые отклонения.

При ограниченной звездной коррекции в качестве системы ориентации осей двигательной установки коррекции используется звездно-солнечный датчик, принцип работы которого был изложен выше.

При малых значениях угла φ (рис. 2.31) ось звездной трубки оказывается расположенной близко к корпусу КА, и в этом случае вероятность ложного срабатывания из-за бликов самого аппарата значительно увеличивается, если не применять специальные меры.

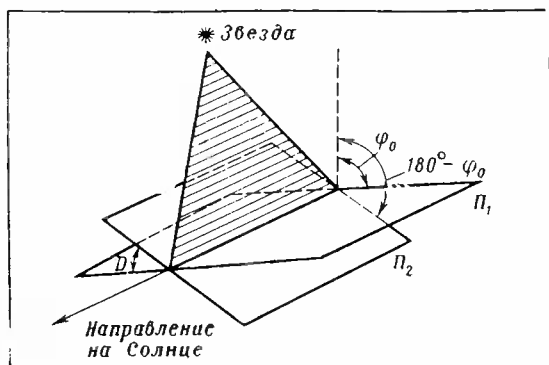


Рис. 2. 31. Ограничения при звездной коррекции

Практически оказывается целесообразным рассматривать возможность системы ориентации, у которой значения уставок углов φ ограничены, например, больше некоторого φ_0 .

Очевидно, в этом случае область возможных направлений корректирующего импульса (область D) будет ограничена двумя плоскостями P_1 и P_2 , проходящими через направление КА — Солнце и составляющими с плоскостью Солнце — КА — звезда углы φ_0 и $180^\circ - \varphi_0$ (см. рис. 2. 31):

$$\bar{V}^0 \in D \text{ при } \begin{cases} \bar{P}_1 \bar{V}^0 \geq 0, \\ \bar{P}_1 \bar{V}^0 \leq 0, \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \bar{P}_1 \bar{V}^0 \leq 0, \\ \bar{P}_2 \bar{V}^0 \geq 0, \end{cases}$$

где \bar{V}^0 — единичный вектор корректирующей скорости.

Эффективность коррекции в данной точке траектории может быть охарактеризована влиянием совокупности всевозможных единичных импульсов коррекции \bar{V}^0 на корректируемые параметры. В случае если потребное направление корректирующей скорости принадлежит области D такой совокупностью является поверхность единичной сферы:

$$\bar{V}^0 \bar{V}^0 = 1 \text{ при } \bar{V}^0 \in D.$$

Если же потребное направление корректирующего импульса не принадлежит области D_1 и не может быть непосредственно реализовано из-за ограничений системы ориентации, то желаемый результат может быть получен с использованием идей связанных коррекций, т. е. с помощью разложения результирующего вектора коррекции на два направления: одно коллинеарно плоскости $P_1 - \bar{V}_1$, другое коллинеарно плоскости $P_2 - \bar{V}_2$. В этом случае ($\bar{V}^0 \in D$) совокупность результирующих импульсов при условии $|\bar{V}_1| + |\bar{V}_2| = 1$ должна быть ограничена прямой, соединяющей концы единичных векторов \bar{V}_1 и \bar{V}_2 .

Тогда, ограничив область возможных направлений единичной сферой и обкатив полученную таким образом фигуру плоскостью, можно построить фигуру равных импульсов в точке коррекции (рис. 2. 32).

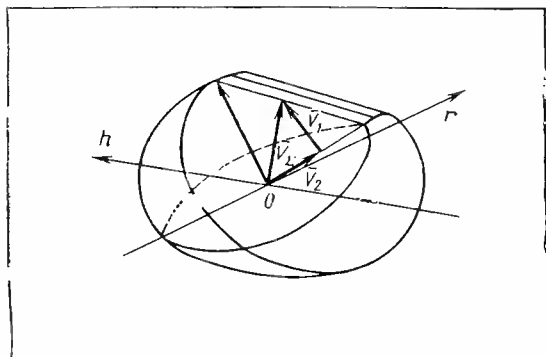


Рис. 2.32. Фигура равных импульсов

Отображением фигуры равных импульсов в пространстве корректируемых параметров будет часть эллипсоида влияния, вырезанная двумя плоскостями и обкатанная третьей плоскостью. Вырезающие плоскости являются отображениями плоскостей Π_1 и Π_2 . При этом для спрямленных участков фигуры необходимо включение двигателя при коррекции дважды, для криволинейных участков один раз. Оптимальные направления коррекции при двухразовом включении двигателя будут находиться в плоскостях Π_1 и Π_2 .

Из рассмотрения фигуры равных импульсов следует, что максимальный проигрыш по энергетическим параметрам по сравнению со сферической совокупностью импульсов будет в данной точке траектории тогда, когда импульс корректирующей скорости направлен в плоскости Солнце — КА — Звезда и ортогонален направлению КА — Солнце. В этом случае эффективность коррекции пропорциональна $\cos \varphi_0$, а проигрыш по энергетическим параметрам пропорционален $(1 - \cos \varphi_0)$. Таких направлений в каждой точке коррекции будет только два. Во всяком другом направлении этот проигрыш будет меньше, чем $(1 - \cos \varphi_0)$.

Кроме того, как было показано выше, совокупность потребных корректирующих импульсов представляет цилиндр и направление максимального по величине корректирующего импульса может не совпадать с направлением, дающим максимальный проигрыш. Поэтому эффективность ограниченной коррекции будет приближаться к эффективности звездной коррекции без ограничений. Только при этом для некоторых направлений отклонений корректируемых параметров потребуется двухразовое включение двигателя в близких точках на траектории.

2.3.3. Солнечная и ортогональная коррекция при полетах к Венере и Марсу

Для построения отклонений в картинной плоскости, получающихся в результате воздействия корректирующего импульса скорости при двухразовой и однократной коррекциях, удобной

характеристикой, как указывалось выше, является годограф вектора производных в картинной плоскости

$$\bar{F}(t) = \frac{\partial \xi_1}{\partial r} \bar{i} + \frac{\partial \xi_2}{\partial r} \bar{j}$$

по времени полета, где \bar{i} и \bar{j} — единичные векторы, направленные соответственно по осям картинной плоскости.

На рис. 2.33 представлены годографы векторов производных у Марса на 1 м/с корректирующей скорости для солнечной и ортогональной коррекций при старте 4 декабря 1964 г. Подобные зависимости при старте к Венере 13 ноября 1965 г. представлены на рис. 2.34.

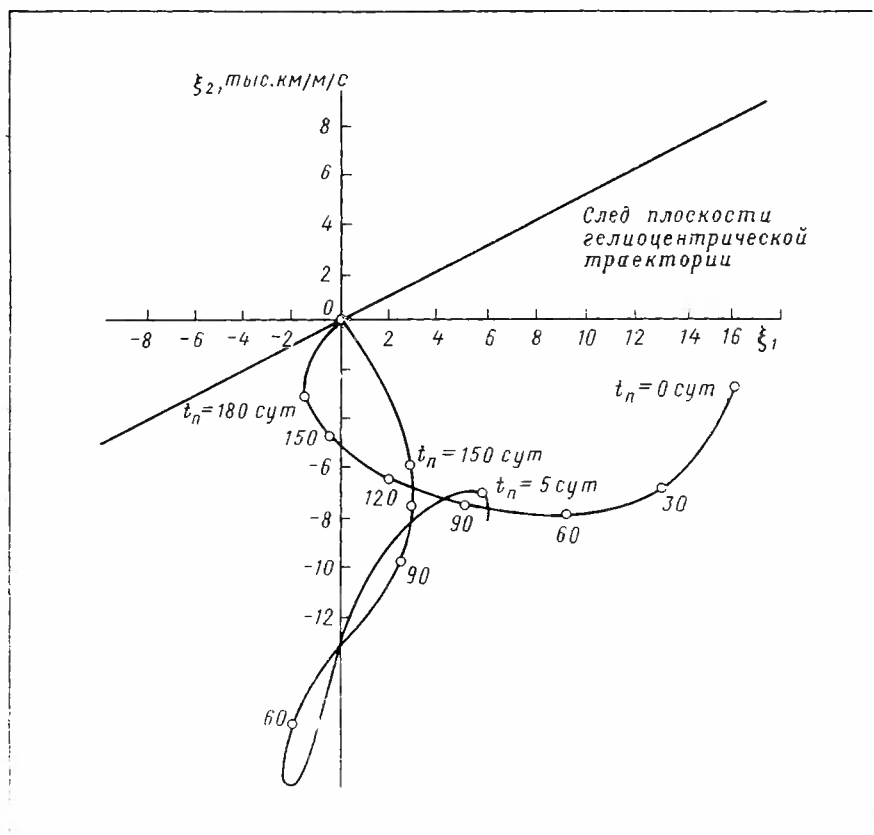


Рис. 2.33. Годографы векторов солнечной и земной коррекции для полета к Марсу

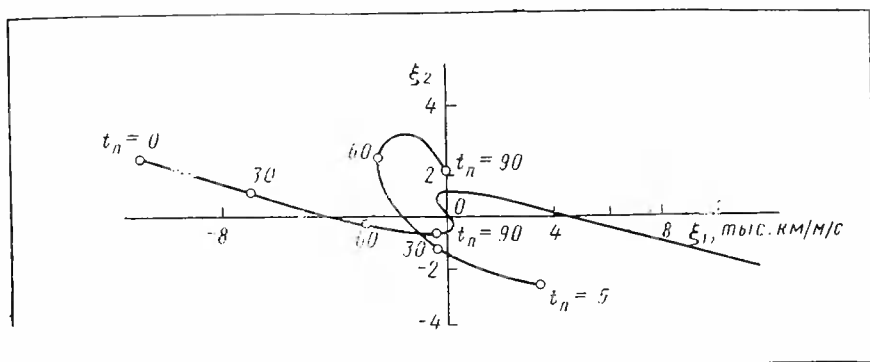


Рис. 2.34. Годографы векторов солнечной и земной коррекции для полета к Венере

Размерность вектора $F = \frac{\text{тыс. км}}{\text{м/с}}$. На кривых представлено время полета в сутках. Оси картинной плоскости \bar{i} и \bar{j} определяют следующим образом:

$$\bar{i} = \frac{\bar{V}_\infty \times \bar{P}}{|\bar{V}_\infty \times \bar{P}|}; \quad \bar{j} = \frac{\bar{i} \times \bar{V}_\infty}{|\bar{i} \times \bar{V}_\infty|},$$

где \bar{V}_∞ — вектор относительной скорости КА на «бесконечности»; \bar{P} — вектор, параллельный оси вращения Земли и направленный в сторону Северного полюса.

При построении этих зависимостей считалось, что корректирующий импульс скорости при солнечной коррекции может как совпадать с гелиоцентрическим радиусом-вектором, так и быть ему противоположным. Направление земной коррекции совпадает с направлением вектора L , т. е. считается, что земную коррекцию можно проводить только в одном направлении. Для противоположного направления земной коррекции годограф вектора F будет симметричен относительно начала координат.

Для известных отклонений в картинной плоскости и моментов времени t_1 и t_2 можно, используя годограф $F(t)$, определить величины первого и второго корректирующих импульсов из условия, что после первой коррекции отклонение становится таким, что может быть полностью ликвидировано второй коррекцией, т. е. после первой коррекции траектория пересекает картинную плоскость в направлении вектора $F(t_2)$, которое соответствует моменту t_2 .

Ввиду того, что импульс скорости при земной коррекции может быть направлен только в одну сторону от плоскости Солнце — КА — Земля (из-за введенных ограничений датчика), две земных коррекции могут ликвидировать отклонения в картинной плоскости только в пределах небольшого сектора. Вероятность попадания траектории в этот сектор составляет при полете к Марсу 5 ... 15% (см. рис. 2.33), при полете к Венере 15 ... 20% (см. рис.

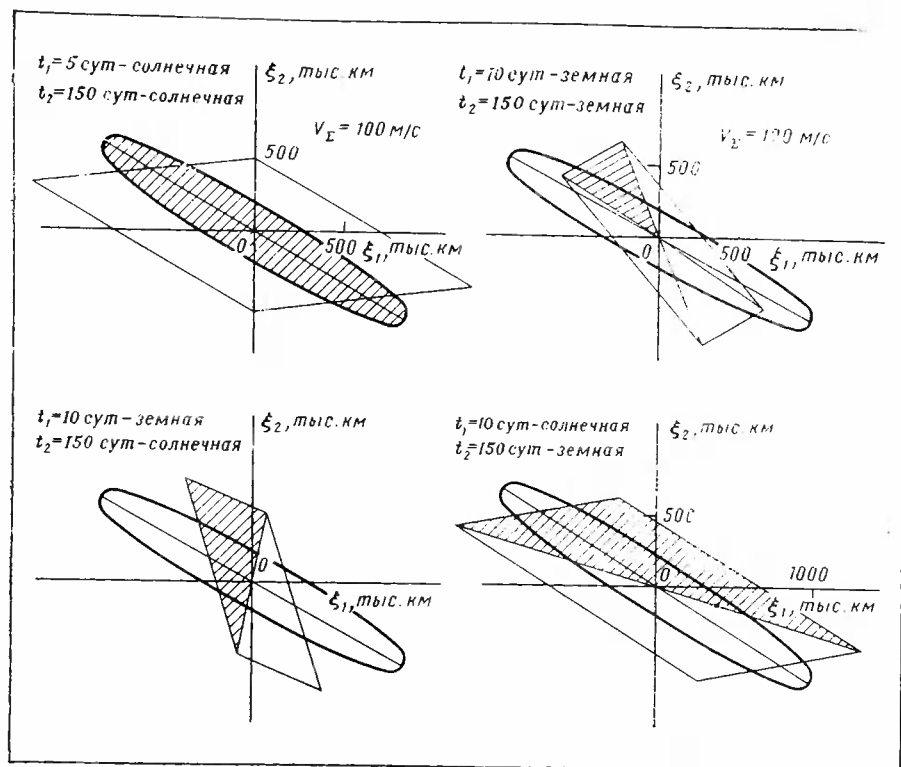


Рис. 2.35. Области влияния в картинной плоскости для различных вариантов коррекций к Марсу

2.34). Таким образом, две земные коррекции оказываются малоэффективными.

Этот способ коррекции был бы более эффективным, если бы была возможность направлять корректирующий импульс в обе стороны от плоскости Солнце — КА — Земля.

На рис. 2.35 показаны параллелограммы отклонений, ликвидируемых двумя солнечными коррекциями при $V_E = |V_1| + |V_2| \leq 100$ м/с $t_1 = 5$ сут и $t_2 = 150$ сут при старте к Марсу 4 декабря 1964 г. Там же нанесены для сравнения эллипсы первоначальных отклонений. Отсюда видно, что большая часть всех возможных отклонений может быть выбрана с помощью двух солнечных коррекций. Вероятность того, что суммарного корректирующего импульса достаточно для исправления отклонений в случае двух солнечных коррекций составляет 80...95% в зависимости от даты старта. Аналогичные величины при старте к Венере 13 ноября 1965 г. показаны на рис. 2.36 при $V_E = 100$ м/с, $t_1 = 5$ сут и $t_2 = 70$ сут, где указанная вероятность составляет 85...90% в зависимости от даты старта и наклонения орбиты.

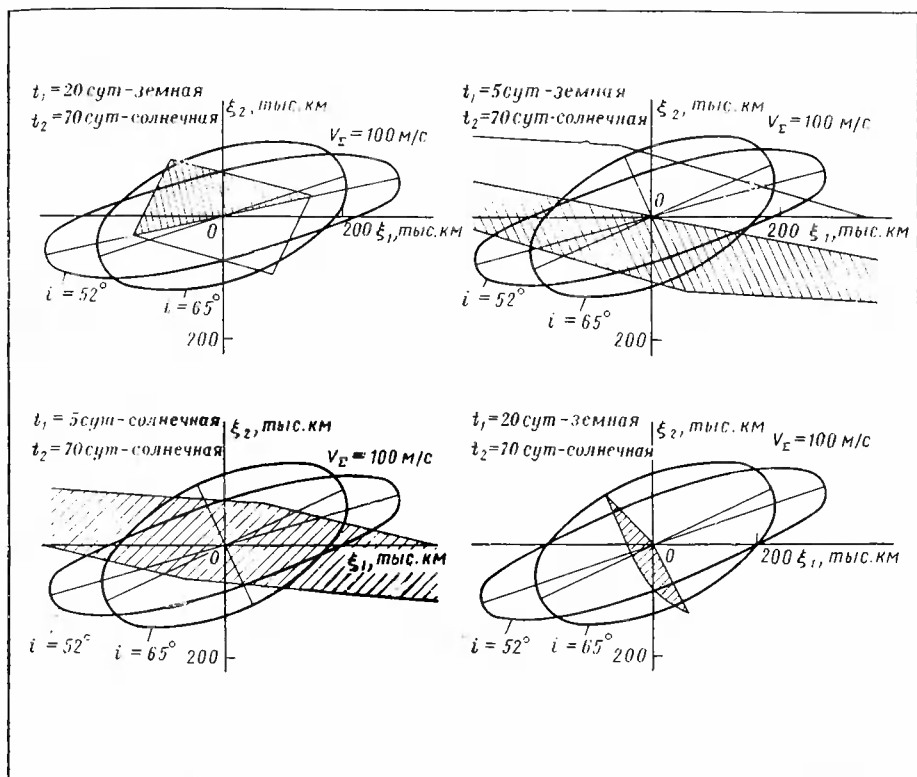


Рис. 2.36. Области влияния в картинной плоскости для различных вариантов коррекций при полете к Венере

На рис. 2.35 и 2.36 заштрихованы области в картинной плоскости, отклонения внутри которых могут быть ликвидированы двумя земными коррекциями, а также сочетанием солнечной и земной коррекции при $V_E \leq 100 \text{ м/с}$.

Моменты времени проведения второй солнечной коррекции — $t_2 = 70 \text{ сут}$ при полете к Венере и $t_2 = 150 \text{ сут}$ при полете к Марсу — соответствуют энергетически оптимальным.

На рис. 2.37 приведена зависимость энергетически оптимального момента времени проведения второй коррекции $t_{2 \text{ опт}}$, а также интервала времени Δt между первой и энергетически оптимальной второй коррекциями от момента времени первой коррекции t_1 при полете к Венере в 1965 г.

Для надежности выполнения данной баллистической задачи между первой и второй коррекциями следует проводить уточнение траектории. При этом если после первой коррекции траектория будет отличаться от предполагавшейся (в силу ошибок исполнения или ошибок прогнозирования траектории), то это отличие может быть ликвидировано введением поправок на величину второ-

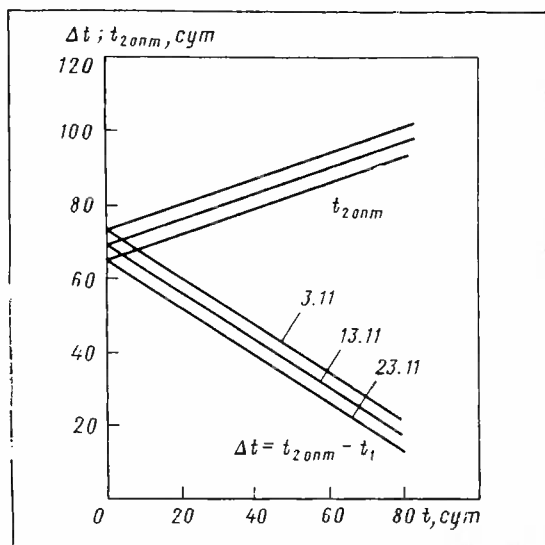


Рис. 2.37. Оптимальное время проведения второй солнечной коррекции

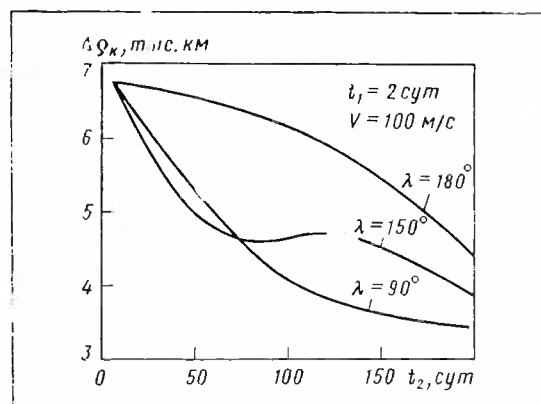


Рис. 2.38. Отклонения в картинной плоскости в зависимости от времени проведения второй коррекции:

λ — угол между направлением отклонения и осью ξ_1

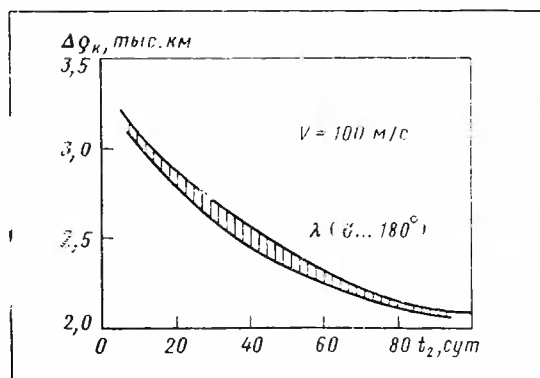


Рис. 2.39. Отклонения в картинной плоскости в зависимости от времени проведения второй коррекции в случае проведения первой коррекции в самом начале полета

го корректирующего импульса и на сам момент его проведения.

На рис. 2.38 представлены зависимости большой полуоси эллипса ошибок исполнения двух солнечных коррекций в картинной плоскости у Венеры от момента времени второй коррекции t_2 в случае проведения первой коррекции в самом начале полета ($t_1 = 2$ сут) при старте 13 ноября 1965 г. Эти ошибки рассматривались исходя из суммарного корректирующего импульса $V_s = |V_1| + |V_2| = 100$ м/с и аппаратурных ошибок исполнения не превосходящих по углам $8'$ и по модулю скорости — 0,2 м/с. При расчетах предполагалось, что вторая солнечная коррекция не устраняет ошибок исполнения первой коррекции.

Результаты получены в зависимости от направления первоначального отклонения в картинной плоскости, характеризуемого углом λ между осью ξ_1 и направлением первоначального отклонения.

Аналогичные зависимости для солнечных коррекций при старте к Марсу 4 декабря 1964 г. представлены на рис. 2.39. Из этих зависимостей видно, что в случае проведения первой коррекции в самом начале полета, а второй коррекции — через 70...80 суток полета к Венере отклонения в картинной плоскости из-за ошибок исполнения двух солнечных коррекций могут достигать 1400...2800 км.

Таким образом, после получения в начале полета прогноза траектории и проведения первой солнечной коррекции также в начале полета, а второй — через 70...80 суток может быть обеспечена посадка на Венеру или пролет на близком расстоянии. При этом уточнение траектории между первой и второй коррекциями не обязательно, но желательно с точки зрения баллистической надежности.

При полете к Марсу в случае проведения второй коррекции через 150...160 суток полета отклонение в КП из-за ошибки исполнения сразу двух солнечных коррекций могут достигать 4000...7000 км, что недопустимо с точки зрения величины результирующей трубки траекторий. Поэтому между первой и второй коррекциями необходимо прогнозирование траектории. При этом, если после первой коррекции траектория будет отличаться от предполагаемой, то отклонения исправляются введением поправок на величину второго корректирующего импульса и на момент проведения коррекции.

В этом случае результирующая трубка траекторий после второй коррекции будет зависеть от точности второго прогноза, а также от ошибок исполнения второй коррекции. При проведении второй солнечной коррекции не ранее, чем за 150...160 суток полета, отклонения в КП не будут превосходить 2000...2500 км, что позволяет осуществить посадку на Марс или пролет на близком расстоянии от него.

2.4. Анализ эффективности различных способов коррекции при полете к Венере и Марсу

2.4.1. Основные результаты по анализу различных комбинаций коррекции

Располагая тремя способами коррекций — звездной, солнечной и земной коррекциями — и корректирующей двигательной установкой, позволяющей осуществить многократный запуск, можно составить различные комбинации способов коррекции.

Под эффективностью комбинации способов коррекции будем понимать:

а) способность ликвидировать отклонения координат в картинной плоскости (эта способность может быть охарактеризована вероятностью того, что действительная траектория попадает в ту область картинной плоскости, в которой данная комбинация коррекций способна полностью ликвидировать отклонение координат при суммарном корректирующем импульсе 100 м/с;

б) способность обеспечить после коррекции необходимую трубку траекторий у планеты;

в) способность осуществлять принудительную коррекцию времени прилета к планете.

При этом необходимо выявить целесообразное время проведения коррекций.

Ниже, в табл. 2.4, приведены основные характеристики каждой комбинации при полете к Марсу, а в табл. 2.5 — при полете к Венере.

Из табл. 2.4 и 2.5 следует, что все коррекции, проводимые по земному способу, малоэффективны (мала вероятность Φ) из-за того, что при земной коррекции импульс скорости коррекции может быть направлен только в одну сторону от плоскости Солнце — КА — Земля. Поэтому этот способ коррекции ниже не рассматривается. Следует заметить, что способ земной коррекции мог бы стать более эффективным, если бы имелась возможность направлять корректирующий импульс в обе стороны от плоскости Солнце — КА — Земля. Требования к точности исполнения такой коррекции примерно аналогичны требованиям, предъявляемым к точности исполнения солнечной коррекции.

Основными комбинациями коррекций при полете к Марсу и Венере являются комбинации звездная и солнечная, при полете к Марсу — комбинация 4, включающая в себя коррекции, проводимые по звездному и солнечным способам. При этом комбинация 2, включающая проведение двух солнечных коррекций, при некоторых благоприятных сочетаниях отклонений вырождается в одну солнечную коррекцию.

Таблица 2.4

№ по- пор.	Первая коррекция	Вторая коррекция	Вероят- ность Φ , %	Способность осуществить принудительную коррекцию времени	Целесообразная продолжительность проведения кор- рекций, сут
1	Звездная	Звездная	100	Время корректируется	$t_1 < 30$ сут $t_2 \geq 130 \dots$ $\dots 140$ сут
2	Солнечная	Солнечная	80...100	Не корректируется	$t_1 < 30$ сут $t_2 \geq 130 \dots$ $\dots 140$ сут ** $130 < t_2 < 170^*$
3	Земная	Земная	5...15	Частично корректиру- ется путем выбора t_1 и t_2	$t_2 < 30$ сут $t_2 \approx 120 \dots$ $\dots 140^{***}$
4	Звездная	Две солнеч- ные	100	Корректируется (пер- вая коррекция)	$t_1 < 30$ сут $t_2 > t_1$
5	Солнечная	Земная	40...45	Частично корректиру- ется путем выбора t_1 и t_2	$t_1 < 30$ сут $t_2 = 120 \dots$ $\dots 140^{***}$
6	Земная	Солнечная	30...35	Частично корректиру- ется путем выбора t_1 и t_2	$t_1 < 30$ сут $130 < t_2 < 170^*$

* Позднее указанного времени быстро возрастает потребный импульс скорости коррекции.

** Энергетически оптимальное время проведения второй коррекции.

*** В зависимости от даты старта и ошибок исполнения первой коррекции.

Таблица 2.5

№ по- пор.	Первая коррекция	Вторая коррекция	Вероят- ность Φ , %	Способность осуществить принудительную коррекцию времени	Целесообразная продолжительность проведения кор- рекций
1	Звездная	—	100	Корректируется	$t_1 < 60$ сут * { $t_1 = 30$ сут ** $t_2 \geq 70$ сут
2	Солнечная	Солнечная	35...90	Не корректируется	$t_1 < 30$ сут $t_2 = 70 \dots$ $\dots 80$ сут ***
3	Земная	Земная	20...30	Частично корректиру- ется путем выбора t_1 и t_2	$t_1 < 30$ сут $t_2 > 70$ сут
4	Солнечная	Земная	40...49	Частично корректиру- ется путем выбора t_1 и t_2	$t_1 < 30$ сут $t_2 > 70$ сут
5	Земная	Солнечная	30...45	Частично корректиру- ется путем выбора t_1 и t_2	$t_1 < 30$ сут $t_2 > 70$ сут

* При одноразовой коррекции.

** При двухразовой коррекции (вторая коррекция является запасной).

*** Соответствует энергетически оптимальному времени проведения второй коррекции.

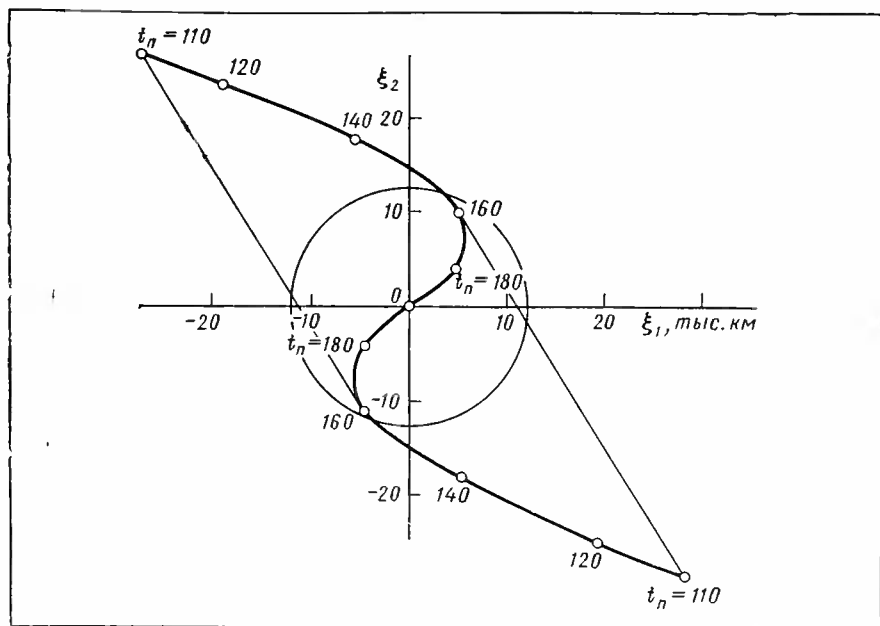


Рис. 2.40. Фигуры влияния для звездной и солнечной коррекций в картинной плоскости у Марса

Максимальное количество запусков корректирующей двигательной установки, как следует из комбинации 4 (см. табл. 2.4), не превосходит трех. При этом первая коррекция проводится по звездному способу, вторая и третья по солнечному. Между первой и второй коррекциями в этом случае предполагается уточнение траектории путем проведения радиотехнических измерений. Между второй и третьей коррекциями такие измерения могут отсутствовать. Возможности солнечных коррекций в этом случае могут быть оценены опять же с помощью годографов векторов производных, приведенных ранее. Так, например, при проведении второй коррекции на 110...120 сутках полета, а третьей на 150...170 сутки полета к Марсу (энергетически оптимальное время) с суммарным импульсом $V_2 + V_3 = 10$ м/с можно ликвидировать отклонение после первой коррекции в пределах круга максимального радиуса — 13000 км с вероятностью 93...99% (рис. 2.40).

2.4.2. Оценка суммарного запаса топлива для проведения коррекции

Оценим необходимые запасы топлива в отдельности для каждой из всех трех комбинаций коррекций при полете к Марсу и двух комбинаций при полете к Венере. Результаты этих оценок

сведены в таблицы. При этом суммарные запасы топлива для комбинации коррекций определялись по формуле

$$V_{\Sigma i} = \sum_{j=1}^n V_{ij},$$

где j — номер коррекции в данной комбинации коррекций.

Эта оценка соответствует случаю — для некоторых комбинаций коррекций при полете к Марсу, — если топливо используется из разных баков двигательной установки, и оказывается завышенной для случая, если топливо используется из одного бака. Однако, как будет показано ниже, это допущение вполне приемлемо.

Таблица 2.6

Полет к Венере			Импульсы скорости для проведения коррекции, м/с		
Номер комбинации коррекции	Первая коррекция	Вторая коррекция	V_1	V_2	V_{Σ}
1	Звездная	—	80...90	—	80...90
2	Солнечная	Солнечная	—	160...200	160...200

Величина корректирующих импульсов скорости в табл. 2.6 и 2.7 определены из условия коррекции любых отклонений в пределах эллипса рассеивания в картинной плоскости и выполнения условий посадки на планету.

Таблица 2.7

Полет к Марсу				Импульсы скорости для проведения коррекции, м/с			
Номер комбинации коррекции	Первая коррекция	Вторая коррекция	Третья коррекция	V_1	V_2	V_3	V_{Σ}
1	Звездная	Звездная	—	60...75	10	—	70...85
2	Солнечная	Солнечная	—	—	100...250	—	100...250
3	Звездная	Солнечная	Солнечная	60...75	—	10...15	70...90

Потребные величины суммарного корректирующего импульса для комбинации коррекций 1 и 3 примерно одинаковы. Вариант коррекций 2 требует значительно больших затрат корректирующего импульса по той причине, что отклонения в некоторых областях эллипса рассеивания в картинной плоскости трудно поддаются коррекции с помощью импульсов радиальной гелиоцентрической скорости. Однако вероятность попадания в эти области мала. Поэтому

целесообразно выбирать величину суммарного корректирующего импульса скорости при нескольких способах проведения коррекций с учетом вероятной возможности использования отдельных способов и вероятности их срабатывания.

Рассмотрим сначала случай коррекции координат в картинной плоскости при полете к Венере. Будем считать, что для звездного способа коррекции располагаемого запаса топлива достаточно в пределах всего эллипсоида рассеивания (область I), а для двух солнечных коррекций — только в части эллипсоида рассеивания (область II), вероятность попадания в которую составляет Φ .

Введем обозначения: $P(z)$ — вероятность срабатывания звездной коррекции. Это некоторая средняя вероятность, потому что, вообще говоря, она будет зависеть от уставок на коррекцию, а последние зависят от величины и направления корректируемого отклонения; $P(c)$ — вероятность срабатывания одной солнечной коррекции.

Рассмотрим следующую тактику проведения коррекций.

Допустим, траектория попала в область II, тогда проводим две солнечные коррекции (для простоты считаем, что всегда проводятся две коррекции), в случае попадания траектории в область I, проводим звездную коррекцию.

Тогда, определяя надежность выполнения баллистической задачи как вероятность успеха, получаем

$$N = \Phi P^2(c) + (1 - \Phi) P(z) + [1 - P^2(c)] \Phi P(z/c), \quad (2.33)$$

где $P(z/c)$ — вероятность срабатывания звездной коррекции при условии непрохождения одной из солнечных коррекций.

Величина Φ зависит от суммарного располагаемого импульса на коррекцию, а следовательно, и баллистическая надежность будет зависеть от V_{Σ} .

В случае коррекции координат в картинной плоскости надежность выполнения баллистической задачи будет определяться так:

$$N = \frac{T_{\text{вид}}}{24\text{ч}} \Phi P^2(c) + \left(1 - \frac{T_{\text{вид}}}{24\text{ч}}\right) \Phi P(z) + (1 - \Phi) P(z) + \\ + (1 - P^2(c)) \frac{T_{\text{вид}}}{24\text{ч}} \Phi P(z/c),$$

где $T_{\text{вид}}$ — продолжительность видимости планеты в момент встречи с ней КА с наземного пункта дальней космической связи.

Если бы были известны величины $P(c)$ и $P(z)$, то, используя приведенные выражения, можно было бы определить зависимость N от V_{Σ} , а задавшись необходимой величиной N , определить потребное V_{Σ} . Далее можно было бы записать зависимости надежности выполнения баллистической задачи и для других видов тактики коррекции, затем найти оптимальную тактику с точки зрения минимума величины суммарного импульса скорости при заданной величине надежности выполнения баллистической задачи.

Однако на этапе проектирования КА, когда осуществляется выбор величины суммарных запасов топлива на коррекции, величины

$P(c)$ и $P(z)$ известны только грубо ориентировочно. Это делает невозможным подробное исследование и анализ. Поэтому при проектировании КА можно рассматривать надежность выполнения баллистической задачи при коррекции только координат в картинной плоскости, определяя ее выражением (2.33). При этом предполагается, что условная вероятность срабатывания звездной коррекции при условии непрохождения солнечной $P = (z/c) = 0$. Это можно заключить на том основании, что для ориентации при солнечной коррекции используется солнечная часть звездно-солнечного датчика, с помощью которого происходит ориентация при звездной коррекции и который является основным источником ненадежности.

Тогда выражение (2.33) упрощается и принимает вид

$$N = \Phi P^2(c) + (1 - \Phi) P(z).$$

Значение величин $P(z)$ — от 0,3 до 0,7, а значение величин $P(c)$ — от 0,95 до 0,997. На рис. 2.41 представлены зависимости надежности выполнения баллистической задачи N от вероятности Φ для указанных диапазонов $P(z)$ и $P(c)$. На основе анализа этих зависимостей может быть выбран суммарный запас корректирующего импульса.

При полете к Марсу может быть рассмотрен случай коррекции координат в картинной плоскости по следующей тактике:

а) при попадании траектории в область II проводим две солнечные коррекции, а при отказе солнечных коррекций пытаемся провести звездные коррекции.

Вероятность успеха можно записать следующим образом:

$$\Phi [P^2(c) - (1 - P(c)) P^2(z/c) + P(c) (1 - P(c)) P(z/c)];$$

б) в случае попадания траекторий в области I проводим две звездные коррекции, а при отказе во второй звездной проводим две солнечные коррекции. Вероятность успеха в этом случае:

$$(1 - \Phi) [P^2(z) + P(z) (1 - P(z)) P^2(c/z)].$$

Надежность выполнения баллистической задачи будет определяться так:

$$N = \Phi [P^2(c) + (1 - P(c)) P^2(z/c) + P(c) (1 - P(c)) P(z/c)] + \\ + (1 - \Phi) [P^2(z) + P(z) (1 - P(z)) P^2(c/z)].$$

Делая допущения, что $P(z/c) = 0$ и $P(c/z) = P_c$, получаем

$$N = \Phi P^2(c) + (1 - \Phi) [P^2(z) + P(z) (1 - P(z)) P^2(c)].$$

Первое допущение означает, что вероятность срабатывания звездной коррекции после несрабатывания солнечной мала. Второе допущение основано на том, что наиболее вероятным отказом при несрабатывании звездной коррекции является отказ в звездной части солнечно-звездного датчика.

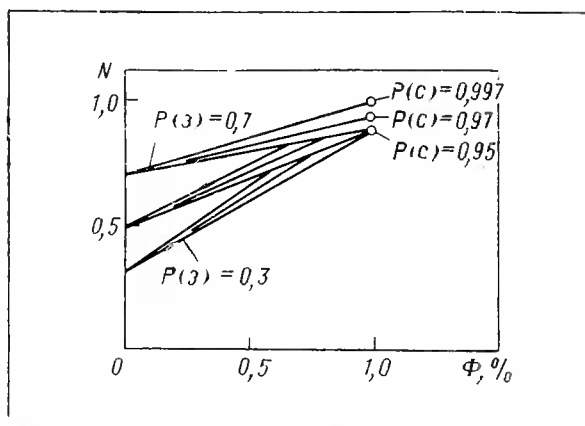


Рис. 2.41. Надежность выполнения баллистической задачи

На рис. 2.41 представлена зависимость надежности выполнения баллистической задачи N от вероятности Φ для вышеприведенных диапазонов $P(z)$ и $P(c)$. На основе анализа этих зависимостей может быть определен суммарный запас корректирующего импульса скорости при полете к Марсу.

2.4.3. Практические выводы по использованию различных способов коррекции

Методология построения систем коррекции траекторий межпланетных аппаратов, основанная на использовании комбинаций звездной и солнечной коррекций, чрезвычайно интересна и приводит к новым важным результатам.

Более конкретно следует сказать, что при полете к Венере достаточно провести одну звездную коррекцию траектории. Две солнечные коррекции позволяют скорректировать координаты в картинной плоскости с вероятностью 85...90% при том же запасе топлива. При этом между первой и второй коррекциями с точки зрения надежности желательно провести прогнозирование траектории.

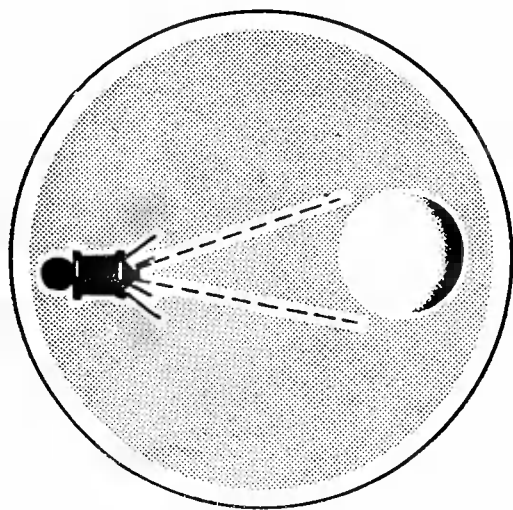
Двухразовая «звездная» коррекция при полете к Венере позволяет повысить надежность выполнения задачи и снижает пребывания к точности исполнения коррекций.

При полете к Марсу посадку на планету обеспечивает двухразовая звездная коррекция траектории, либо двухразовая солнечная, либо звездная и двухразовая солнечная. При этом между первой и второй коррекциями необходимо прогнозирование траектории движения с помощью радиотехнических средств.

Возможность проведения на борту КА одновременно звездного и солнечного способа коррекций как при полете к Марсу, так и при полете к Венере значительно увеличивает надежность выполнения баллистической задачи.

III

АВТОНОМНАЯ НАВИГАЦИЯ И АВТОНОМНАЯ ОРИЕНТАЦИЯ



В этом разделе рассматриваются некоторые вопросы построения (проектирования) систем автономной навигации и автономной ориентации.

Применение автономных методов навигации и ориентации оказывается целесообразным либо тогда, когда классические методы определения орбит не обеспечивают заданных точностей, либо тогда, когда автономные методы оказываются более оперативными. Под автономной навигацией будем понимать автономное (не зависящее от Земли) определение и прогнозирование действительной межпланетной орбиты КА с последующим ее исправлением с помощью коррекции. Под автономной ориентацией будем понимать автономную (не зависящую от Земли) ориентацию КА по вектору скорости для совершения маневров вблизи планет.

Обе задачи автономной навигации и автономной ориентации рассматриваются из практических соображений:

первая — в связи с проектированием траекторий пролета на близком расстоянии у Марса или для обеспечения посадки в заданный район планеты;

вторая — при проектировании траекторий для посадки на Луну.

Обе эти задачи возникли и поставлены в связи с тем, что точности прогноза траекторий на основе радиотехнических наблюдений могут не обеспечивать в полной мере заданной точности реализации траекторий.

3.1. Автономная навигация и коррекция межпланетных траекторий

Основной задачей раздела является исследование возможностей многоразовой коррекции на основе автономной навигации при полете к Марсу при реальных в ближайшем будущем точностях изменений. За основу принимались оптические измерения угловых величин (углов между небесными светилами).

Для анализа возможностей автономной навигации была использована быстрая траектория полета к Марсу со временем полета 110 суток и датой старта 14 марта 1969 года. Данная траектория позволяет вернуться к Земле после полета вблизи Марса через два года. Отклонения реальной траектории от номинальной предполагаются такими, при которых линеаризация задачи не ведет к большим ошибкам.

Предполагается, что измерения могут проводиться на траектории в районах проведения коррекций и вблизи планет. Такое ограничение может иметь место, например, в случае закрутки (вращения) КА для создания искусственной тяжести. Ясно, что подобные ограничения могут затруднять навигационные измерения.

Будем считать, что в некоторой точке на траектории, непосредственно перед проведением коррекции, производится измерение минимально необходимого числа параметров. Такие же измерения проводятся и после проведения предыдущей коррекции. Моменты времени измерений считаются известными и варьируются. Будем считать, что траектория движения космического аппарата определяется по измеренным в двух точках на траектории группам величин и известному времени этих измерений.

После этого проводится коррекция траектории и потом опять измерения и т. д.

Исследуется задача об отклонениях параметров траектории в результате случайных ошибок измерений и ошибок исполнения коррекции, а также приводится оценка по совместному решению задачи прогнозирования и коррекции траектории.

3.1.1. Метод оценки точности прогноза траектории по автономным измерениям

При проведении расчетов по оценке точности определения траектории по автономным измерениям можно использовать метод, основанный на обработке измерений методом максимального правдоподобия.

Если $\bar{q}(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6)$ — вектор независимых параметров, однозначно определяющих траекторию движения, а $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_n$ — измеряемые величины, являющиеся функциями параметров q , то корреляционная матрица K_q разброса параметров траектории q около своих математических ожиданий, получающихся после обработки измерений методом максимального правдоподобия, будет иметь вид

$$K_q = \left[J^* \left(\frac{\varphi}{q} \right) P_{\varphi} J \left(\frac{\varphi}{q} \right) \right]^{-1},$$

где $P_{\varphi} = K_{\varphi}^{-1}$ — корреляционная матрица ошибок измерений величин $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_n$, причем может быть и несколько измерений одной и той же величины в один момент времени; $J(\varphi/q)$ — матрица частных производных от измеряемых величин по параметрам траектории \bar{q} . Число строк этой матрицы равно числу измерений. Число столбцов равно числу определяемых параметров. Эта матрица имеет вид

$$J \left(\frac{\varphi}{q} \right) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial q_1} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial q_2} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial q_3} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial q_4} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial q_5} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial q_6} \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial q_1} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial q_2} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial q_3} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial q_4} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial q_5} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial q_6} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \varphi_n}{\partial q_1} & \frac{\partial \varphi_n}{\partial q_2} & \frac{\partial \varphi_n}{\partial q_3} & \frac{\partial \varphi_n}{\partial q_4} & \frac{\partial \varphi_n}{\partial q_5} & \frac{\partial \varphi_n}{\partial q_6} \end{pmatrix}.$$

Корреляционная матрица ошибок измерений K_{φ} считается известной. В данной работе измеренные величины предполагались случайными, независимыми и с математическим ожиданием, равным истинному значению измеряемой величины.

Корреляционная матрица ошибок измерений в этом случае имеет вид

$$K_{\varphi} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_m^2 \end{pmatrix},$$

где σ_i^2 — дисперсия измеряемой величины при i -м измерении.

За параметры \bar{q} при расчетах принимались отклонения траектории от номинальной в пространственной системе координат, связанной с картинной плоскостью у Марса, построенной при входе в сферу действия Марса и отнесенной к центру планеты. Для некоторых случаев рассматривались отклонения в перицентре орбиты у Марса.

Траектория полета к Марсу была разбита на три участка по движению в сферах действия Земли, Солнца и Марса, и на каждом участке задавались значения элементов орбиты Ω , ω , e , a , τ_π , i . Время отсчитывалось от 0.1964 года. Значения элементов орбит по участкам полета представлены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Элементы орбит	I участок— движение в сфере дей- ствия Земли	II участок— движение в сфере дей- ствия Солнца	III участок— движение в сфере дей- ствия Марса
Долгота восходящего узла Ω , рад	1,3054838	6,1138370	4,5945859
Долгота перицентра ω , рад	0,970789758	3,08950439	4,793836
Эксцентриситет e	1,40032	0,390294119	54,638087
Большая полуось a , км	—14273	243 672 404	—295,183689
Время прохождения через пери- центр τ_π , с	163 987 102	163 767 384	173 491 463
Наклонение орбиты к плоскости эк- липтики i , рад	0,982171739	0,0192147846	2,4800266
Начало участка t , с	163 987 200	164 152 571	175 443 113
Конец участка t_k , с	164 152 571	173 443 113	173 539 817
μ , км ² /с ²	398602	132452.106	42300

Частные производные в матрице $J(\varphi/q)$ для каждого конкретно-го измерения определяются следующим образом:

$$\frac{\partial \bar{\varphi}_i}{\partial \bar{q}} \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial q_1}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial q_2}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial q_3}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial q_4}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial q_5}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial q_6} \right) = \\ = \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial r_k}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial \beta_k}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial \lambda_k} \right) P_1 P_2 V_1 (II Q) P_3 M_7,$$

где $\frac{\partial \varphi_i}{\partial r_k}$, $\frac{\partial \varphi_i}{\partial \beta_k}$, $\frac{\partial \varphi_i}{\partial \lambda_k}$ — частные производные от измеряемой функции по сферическим эклиптическим координатам межпланетного корабля в точке измерений. Эти производные зависят от типа измерений и времени их проведения. За сферическую эклиптическую систему координат принимается система координат r , λ , β с началом в центральном теле (около которого происходит движение), r — расстояние до начала координат, λ и β долгота и широта, соответствующие эклиптической системе небесных координат:

$$P_1 = \begin{pmatrix} \cos \beta_k \cos \lambda_k & \cos \beta_k \sin \lambda_k & \sin \beta_k \\ -\frac{1}{r_k} \sin \beta_k \cos \lambda_k & -\frac{1}{r_k} \sin \beta_k \sin \lambda_k & \frac{1}{r_k} \cos \beta_k \\ -\frac{1}{r_k} \frac{\sin \lambda_k}{\cos \beta_k} & \frac{1}{r_k} \frac{\cos \lambda_k}{\cos \beta_k} & 0 \end{pmatrix}.$$

Это матрица перехода от отклонений в эклиптической прямоугольной системе координат с началом в центральном теле x_3, y_3, z_3 в сфере действия которого происходит движение, к отклонениям в сферической эклиптической системе координат, т. е.

$$\begin{pmatrix} \Delta r_k \\ \Delta \lambda_k \\ \Delta \beta_k \end{pmatrix} = \Pi_1 \begin{pmatrix} \Delta x_3 \\ \Delta y_3 \\ \Delta z_3 \end{pmatrix}.$$

Матрица

$$\Pi_2 = \begin{pmatrix} \cos \Omega \cos (\omega + \vartheta) - \sin \Omega \sin (\omega + \vartheta) \cos i; & \sin \Omega \cos (\omega + \vartheta) + \\ & + \cos \Omega \sin (\omega + \vartheta) \cos i; & \sin (\omega + \vartheta) \sin i \\ -\cos \Omega \sin (\omega - \vartheta) - \sin \Omega \cos (\omega + \vartheta) \cos i; & -\sin \Omega \sin \times \\ & \times (\omega + \vartheta) + \cos \Omega (\omega + \vartheta) \cos i; & \cos (\omega + \vartheta) \sin i; \\ \sin \Omega \sin i & -\cos \Omega \cos i & \cos i \end{pmatrix};$$

Π_2 — матрица перехода от отклонений в орбитальной системе координат к отклонениям в эклиптической прямоугольной системе координат:

$$\begin{pmatrix} \Delta x_3 \\ \Delta y_3 \\ \Delta z_3 \end{pmatrix} = \Pi_2 \begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix};$$

V_1 — матрица перехода от отклонений траектории в точке начала участка $\Delta r, \Delta x, \Delta y; \Delta \dot{r}, \Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}$ (орбитальная система координат) к отклонениям координат в точке измерения:

$$\begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix}_{t_{\text{изм}}} = V_1 \begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta \dot{r} \\ \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \end{pmatrix}_{\text{нач. участка}};$$

ΠQ — матрица перехода от отклонений в орбитальной системе координат $(\Delta r, \Delta x, \Delta y, \Delta \dot{r}, \Delta \dot{x}, \Delta \dot{y})$ в точке, в которой определяется вектор \bar{q} , к началу участка, на котором производится измерение. Она зависит от участка, на котором производится измерение, и от точки, в которой определяется вектор q .

Матрица ΠQ определяется следующим образом.

Пусть Q_1 — матрица изохронных производных координат и скоростей в начале участка I по координатам и скоростям в конце первого участка в орбитальной системе.

Q_2 — матрица перехода от орбитальной системы координат в начале участка II к орбитальной системе в конце участка I (на стыке участков).

Q_3 — матрица изохронных производных координат и скоростей в начале участка II по координатам и скоростям в конце участка II в орбитальной системе.

Q_4 — матрица перехода от начала участка III к концу участка II в орбитальной системе координат.

Q_5 — матрица изохронных производных координат и скоростей в начале участка III по координатам и скоростям в конце участка III в орбитальной системе, тогда матрица (IIQ) в зависимости от места измерения и точки, в которой определяется вектор q , имеет вид, указанный в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Место измерения (участок)	Точка определения вектора \bar{q}		
	Начало участка III	Конец участка II	Конец участка III (перигеицентр)
I	$Q_1Q_2Q_3Q_4$	$Q_1Q_2Q_3$	$Q_1Q_2Q_3Q_4Q_5$
II	Q_3Q_4	Q_3	$Q_3Q_4Q_5$
III	—	—	Q_5

P_3 — матрица перехода от отклонений в эклиптической прямоугольной системе координат к отклонениям в орбитальной системе координат в точке определения вектора \bar{q} :

$$P_3 = \begin{pmatrix} P_* & 0 \\ 0 & P_* \end{pmatrix},$$

где элементы матрицы P_* определяются так же, как и для матрицы P_2 , только для соответствующих Ω , ω , ϑ , i :

$$\begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta \dot{r} \\ \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \end{pmatrix} = M_\eta \begin{pmatrix} \Delta x_\eta \\ \Delta y_\eta \\ \Delta z_\eta \\ \Delta \dot{x}_\eta \\ \Delta \dot{y}_\eta \\ \Delta \dot{z}_\eta \end{pmatrix}.$$

M_η — матрица перехода от отклонений вектора \bar{q} к отклонениям траектории в прямоугольной эклиптической системе координат в точке определения вектора \bar{q} .

Если за шесть независимых параметров \bar{q} приняты отклонения траектории в орбитальной системе координат, то $P_3M = E$.

Если за шесть независимых параметров q приняты отклонения траектории в картинной плоскости, то M_η будет матрица перехода от отклонений в системе координат, связанной с картинной плоскостью $(\Delta \xi_1 \Delta \xi_2 \Delta \xi_3 \Delta \dot{\xi}_1 \Delta \dot{\xi}_2 \Delta \dot{\xi}_3)$, к отклонениям в прямоугольной эклиптической системе координат.

Система координат, связанная с картинной плоскостью (ξ_1, ξ_2, ξ_3), выбирается следующим образом.

Ось ξ_3 направлена по вектору относительной скорости V , если $\bar{V}_{z_3} \geq 0$, и в противоположном направлении при $\bar{V}_{z_3} < 0$.

Ось ξ_1 есть пересечение картинной плоскости с плоскостью, параллельной плоскости эклиптики, и направлена так, чтобы ось ξ_2 составляла острый угол с осью z_3 .

В этом случае

$$M_7 = \begin{pmatrix} \cos \psi; -\sin \psi \cos \theta; \sin \psi \sin \theta & & & \\ \sin \psi; \sin \psi \cos \theta; -\cos \psi \sin \theta & & 0 & \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & \\ & & & \cos \psi; -\sin \psi \cos \theta; \sin \psi \sin \theta \\ & 0 & & \sin \psi; \cos \psi \cos \theta; -\cos \psi \sin \theta \\ & & & 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} \Delta x_3 \\ \Delta y_3 \\ \Delta z_3 \\ \Delta x_3 \\ \Delta y_3 \\ \Delta z_3 \end{pmatrix} = M_7 \begin{pmatrix} \Delta \xi_1 \\ \Delta \xi_2 \\ \Delta \xi_3 \\ \Delta \xi_1 \\ \Delta \xi_2 \\ \Delta \xi_3 \end{pmatrix}.$$

Углы ψ и θ определяются следующим образом:

$$\theta = \arcsin \frac{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}{|V|}, \quad 0 \leq \theta \leq 90^\circ,$$

$$\psi = \arctg \left(-\frac{V_x}{V_y} \right), \quad \text{если } \frac{V_x}{V_y} < 0,$$

$$\psi = \arctg \left(-\frac{V_x}{V_y} \right) + 180^\circ, \quad \text{если } \frac{V_x}{V_y} \geq 0.$$

Все угловые измерения производятся с космического аппарата, поэтому в дальнейшем измерения будем обозначать только небесными телами, между которыми происходит измерение угла. Например, угол Солнце — звезда представляет собой угол Солнце — КА — звезда.

Исходя из технических условий и возможностей, исследуются четыре вида измерений:

— угол на небесной сфере между центральным телом и звездой (Солнце — звезда при полете в сфере действия Солнца и планета — звезда при полете в сфере действия планеты);

— угол на небесной сфере между центральным телом и его спутником (Солнце — планета при полете в сфере действия Солнца, Земля — Луна при полете в сфере действия Земли, Марс — Фобос или Деймос при полете в сфере действия Марса);

— угол на небесной сфере между спутником центрального тела и звездой (планета — звезда при полете в сфере действия Солнца, спутник — планета — звезда при полете в сфере действия планеты);

— расстояние до спутника, движущегося около центрального тела (расстояние до планеты при движении в сфере действия Солнца).

Предполагается, что все измерения проводятся между центрами небесных тел. Частные производные от измеряемых величин по сферическим эклиптическим координатам КА определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varphi}{\partial r_{KA}} &= 0, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \beta_{KA}} &= \frac{\sin \beta_{зв} \cos \beta_{KA} - \cos \beta_{зв} \cos \beta_{KA} \cos (\lambda_{зв} - \lambda_{KA})}{\sin \varphi}, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_{KA}} &= \frac{\cos \beta_{зв} \cos \beta_{KA} \sin (\lambda_{зв} - \lambda_{KA})}{\sin \varphi},\end{aligned}$$

где β_{KA} , $\beta_{зв}$, λ_{KA} , $\lambda_{зв}$ — сферические эклиптические координаты КА и звезды; φ — измеряемый угол.

Измерение угла центральное тело — спутник по эклиптическим координатам корабля:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varphi}{\partial r_{KA}} &= \frac{\sin \varphi}{r_{KA} \cos \varphi - r_c \cos (\psi + \varphi)}, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \beta_{KA}} &= \frac{r_c \cos (\psi + \varphi) a_1}{r_{KA} \cos \varphi - r_c \cos (\psi + \varphi)}, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_{KA}} &= \frac{r_c \cos (\psi - \varphi) a_2}{r_{KA} \cos \varphi - r_c \cos (\psi + \varphi)},\end{aligned}$$

где a_1 и a_2 представляют собой следующие зависимости:

$$\begin{aligned}a_1 &= \frac{\cos \beta_c \sin \beta_{KA} \cos (\lambda_{KA} - \lambda_c) - \sin \beta_c \cos \beta_{KA}}{\sin \psi}, \\ a_2 &= \frac{\cos \beta_c \cos \beta_{KA} \sin (\lambda_{KA} - \lambda_c)}{\sin \psi}.\end{aligned}$$

Здесь r_c , β_c , λ_c , r_{KA} , β_{KA} , λ_{KA} — сферические координаты соответственно спутника и космического аппарата; φ — измеряемый угол; ψ — угол спутник — центральное тело — КА.

При измерениях угла спутник — звезда:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial r_{KA}} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \beta_{KA}} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_{KA}} \end{pmatrix} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r_{отн}}; \frac{\partial \varphi}{\partial \beta_{отн}}; \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_{отн}} \right) M_* M_1^{-1},$$

где $\frac{\partial \varphi}{\partial r_{отн}}$; $\frac{\partial \varphi}{\partial \beta_{отн}}$; $\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_{отн}}$ определяются по формулам для изме-

ния угла центральное тело — звезда с подстановкой вместо $\beta_{КА}$, $\lambda_{КА}$ относительных координат КА (относительно спутника) $\beta_{отн}$, $\lambda_{отн}$.

M_* — матрица перехода от отклонений положения КА в прямоугольной эклиптической системе координат относительно центрального тела к отклонениям в сферической эклиптической системе координат относительно спутника. Матрица M_* определяется, как матрица Π_1 , только при этом берутся относительные координаты КА. M_1 — матрица перехода от отклонений положения КА в эклиптической прямоугольной системе координат к отклонениям в сферической эклиптической системе координат с началом в центральном теле (аналогична матрице Π_1).

При измерениях расстояния до спутника:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial l}{\partial r_{КА}} \\ \frac{\partial l}{\partial \beta_{КА}} \\ \frac{\partial l}{\partial \lambda_{КА}} \end{pmatrix} = \left(\frac{x_{отн}}{l}, \frac{y_{отн}}{l}, \frac{z_{отн}}{l} \right) M,$$

где $x_{отн}$, $y_{отн}$, $z_{отн}$ — прямоугольные эклиптические координаты КА относительно спутника; l — расстояние до спутника; M — матрица перехода от отклонений в сферической эклиптической системе координат с началом в центральном теле к отклонениям в прямоугольной эклиптической системе координат (аналогична Π_1^{-1}).

В расчетах положения планет определялись по времени и элементам их орбит (Ω , ω , e , a , τ_* , i), которые рассчитывались по формулам Ньюкома на начало 1964 года и принимались в дальнейшем постоянными. Принятые элементы орбит планет и некоторые постоянные представлены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Элементы орбит планет	Земля	Меркурий	Венера	Марс	Юпитер
Гравитационная постоянная μ , км ³ /с ²	398602	18961,1	325 50,0	42300	126 896 000
Долгота восходящего угла орбиты Ω , рад	0	0,836092176	1,3327372	0,86 16 37	1,74698307
Долгота перигея орбиты ω , рад	1,7659935	0,5059846	0,95483393	4,99376543	—1,5069797
Эксцентриситет e	0,01672356	0,205627292	0,00678994	0,09337225	0,0484498
Большая полуось a , км	149599600	57909807	108 210 040	227943023	0,77832392.10 ⁹
Время прохождения через перигей τ_* , с	230148	—98998,655	—12036290,7	5,148295 7	—7542397,48
Наклонение орбиты к плоскости эклиптики i , рад	0	0,122243977	0,0592413715	0,0322867973	0,027773219

При оценке точности определения траектории по автономным измерениям с КА предполагается отсутствие ошибок по времени проведения измерений и ошибок в расчетах положения планет и их спутников из-за неточного знания их орбит. Влияние ошибок астрономических констант и масс планет не анализируется.

Вместе с тем этот подход к решению задачи автономной навигации обеспечивает выявление наиболее существенных ошибок и дает основные данные для решения совместной задачи навигации и коррекции в межпланетном полете.

3. 1. 2. Некоторые вопросы выбора звезд и планет для автономной навигации

От правильного выбора состава измеряемых углов и источников измерений (звезда, планета, спутник) зависит точность автономных измерений. Выберем звезды и планеты для основных возможных типов измерений.

Проведем выбор звезд и планет для схемы измерений $C - Зв_1$, $C - Зв_2$, $C - П$ (Солнце — Звезда 1, Солнце — Звезда 2, Солнце — планета), при движении в сфере действия Солнца (при движении в сфере действия планеты обозначим планету символом C , а спутник планеты — $П$).

Пусть траектория определяется шестью измерениями в двух точках траектории в моменты времени t_1 и t_2 (по три измерения в каждой точке).

На рис. 3. 1 показано расположение звезд и планеты при виде с КА по направлению на Солнце, в плоскости, ортогональной направлению на Солнце.

Пусть $C - Зв_1$ — след плоскости измерений $C - Зв_1$ (плоскость, проходящая через КА, Солнце и звезду); $C - Зв_2$ — след плоскости измерения $C - Зв_2$, $C - П$ — след плоскости измерения $C - П$; α — угол между плоскостями измерений с первой и второй звездами; $C - x_1$ — след плоскости траектории; δ — угол между осью Ox и плоскостью измерения $C - Зв_1$.

При исследовании какого-либо параметра (разброс в перицентре или в картинной плоскости) ошибка в его определении может быть выражена через ошибки координат в точках t_1 , t_2 в линейной постановке:

$$\Delta q = a_{11}\Delta r_1 + a_{12}\Delta n_1 + a_{13}\Delta z_1 + a_{14}\Delta r_2 + a_{15}\Delta n_2 + a_{16}\Delta z_2,$$

где Δr_1 , Δn_1 , Δz_1 , Δr_2 , Δn_2 , Δz_2 — ошибки координат КА в точках t_1 и t_2 .

Выразим ошибки координат через ошибки измерений. По измерениям $C - Зв_1$ и $C - Зв_2$ получим расчетное направление КА — C (точка M , рис. 3. 1):

M_n и M_z — ошибки определения координат КА (точка C — истинное направление линии КА — C); $\Delta\varphi = \varphi_{\text{изм}} - \varphi_{\text{ист}}$ — разность измеренного и истинного значений угла φ .

ошибок в определении координат космического аппарата можно представить в виде

$$K_{xy} = AK_{\varphi}A^* = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{\varphi}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\varphi}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{r_k^2}{\sin^2 \alpha} [\sin^2(\alpha + \delta) + \sin^2 \delta] \sigma_{\varphi}^2; & \frac{r_k^2}{\sin^2 \alpha} [-\sin(\alpha + \delta) \cos(\alpha + \delta) + \sin \delta \cos \delta] \sigma_{\varphi}^2 \\ \frac{r_k}{\sin^2 \alpha} [\sin(\alpha + \delta) \cos(\alpha + \delta) + \sin \delta \cos \delta] \sigma_{\varphi}^2; & \frac{r_k^2}{\sin^2 \alpha} [\cos^2(\alpha + \delta) + \cos^2 \delta] \sigma_{\varphi}^2 \end{pmatrix}.$$

Данная корреляционная матрица характеризует собой эллипс возможных ошибок в определении координат КА x и y в орбитальной системе координат.

Полуоси эллипса будут равны

$$a = \frac{r_k \sigma_{\varphi}}{\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2}}; \quad b = \frac{r_k \sigma_{\varphi}}{\sqrt{2} \cos \frac{\alpha}{2}}.$$

Ориентация главных осей эллипса рассеивания зависит от углов α и δ . Одна ось является биссектрисой угла α , другая ей ортогональна. На рис. 3.2 показана зависимость большой и малой полуосей эллипса ошибок от угла α .

Если ошибка по какому-либо параметру зависит только от ошибок по осям Ox и Oy :

$$\Delta q = a_1 x + a_2 y,$$

то поворотом координат ошибку q_1 можно представить зависящей только от одной координаты, т. е. от ошибки по одному направлению, которое определяется прямой $y = \frac{a_2}{a_1} x$. Ошибка по этому направлению представляет собой проекцию эллипса ошибок на это направление и может изменяться от $\frac{r_k \sigma_{\varphi}}{\sqrt{2} \sin \alpha/2}$ до $\frac{r_k \sigma_{\varphi}}{\sqrt{2} \cos \alpha/2}$ в зависимости от ориентации эллипса. Если за единицу измерения принять $r_k \sigma_{\varphi} (\alpha = 90^\circ)$, то ее значение будет равно 0,7, а максимальное — бесконечности при $\alpha = 0$.

В общем случае ошибка по какому-либо параметру зависит также от ошибки по радиусу-вектору, которая равна (рис. 3.3):

$$\Delta r_k = r_k \frac{\cos(\psi + \varphi_3)}{\sin \varphi_3} \Delta \psi + r_n \frac{\sin \psi}{\sin^2 \varphi_3} \Delta \varphi_3,$$

где r_n — расстояние планеты от Солнца; ψ — угол КА — Солнце — планета; φ_3 — угол планета — КА — Солнце.

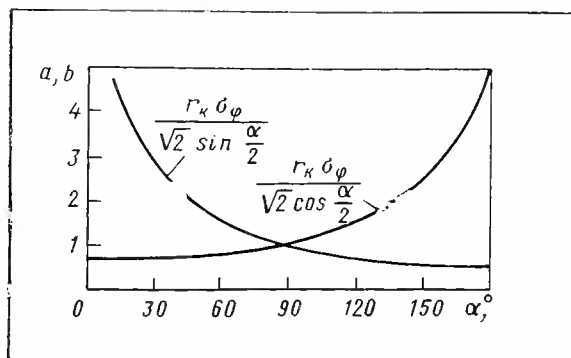


Рис. 3.2. Зависимость большой a и малой b полуосей эллипса относительных ошибок от угла между звездами

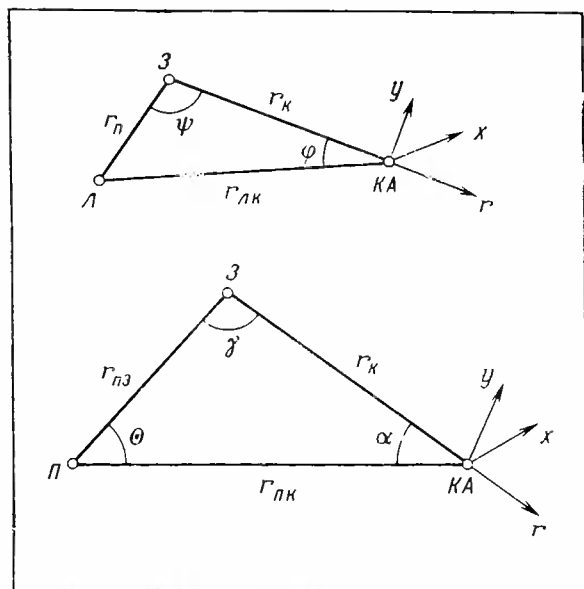


Рис. 3.3. Углы между планетами и КА

Отсюда, определяя $\Delta\psi$, можно получить зависимость Δr_k от $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$, $\Delta\varphi_3$. В самом деле

$$\Delta\psi = \frac{1}{r_k} [-x' \cos \gamma - y' \sin \gamma] = \frac{\sin(\alpha + \delta + \gamma)}{\sin \alpha} \Delta\varphi_1 + \frac{\sin(\delta - \gamma)}{\sin \alpha} \Delta\varphi_2,$$

γ — угол между плоскостью КА — Солнце — планета и плоскостью траектории

$$\begin{aligned} \Delta r_k &= r_k \frac{\operatorname{ctg}(\psi + \varphi_3) \sin(\alpha + \delta - \gamma)}{\sin \alpha} \Delta\varphi_1 - \\ &- r_k \frac{\operatorname{ctg}(\psi + \varphi_3) \sin(\delta - \gamma)}{\sin \alpha} \Delta\varphi_2 - r_n \frac{\sin \psi}{\sin^2 \varphi_3} \Delta\varphi_3. \end{aligned}$$

Пусть $\Delta q = d_1 + d_2$, где $d_1 = a_{11}\Delta r_1 + a_{12}\Delta x_1 + a_{13}\Delta y_1$, $d_2 = a_{14}\Delta r_2 + a_{15}\Delta x_2 + a_{16}\Delta y_2$, d_1 и d_2 независимы и поэтому

$$D(\Delta q) = D[d_1] + D[d_2].$$

В нашем случае

$$\begin{aligned} d_1 = & \left\{ a_{11}r_k \frac{\operatorname{ctg}(\psi + \varphi_3)}{\sin \alpha} \sin(\alpha + \delta - \gamma) - a_{12}r_k \frac{\sin(\alpha + \delta)}{\sin \alpha} + \right. \\ & \left. + a_{13}r_k \frac{\cos(\delta + \alpha)}{\sin \alpha} \right\} \Delta \varphi_1 + \left\{ -a_{11}r_k \frac{\operatorname{ctg}(\psi + \varphi_3) \sin(\delta - \gamma)}{\sin \alpha} + \right. \\ & \left. + a_{12}r_k \frac{\sin \delta}{\sin \alpha} - a_{13}r_k \frac{\cos \delta}{\sin \alpha} \right\} \Delta \varphi_2 - a_{11}r_{\pi} \frac{\sin \psi}{\sin^2 \varphi_3} \Delta \varphi_3. \end{aligned}$$

Представим d_1 в виде $d_1 = b_1\Delta\varphi_1 + b_2\Delta\varphi_2 + b_3\Delta\varphi_3$.

Последний член в этом выражении не зависит от α и δ . Отсюда следует, что при изменении положения звезд будет меняться только величина $b_1\Delta\varphi_1 + b_2\Delta\varphi_2$.

Предельное изменение $D[b_1b_2]$ в зависимости от положения звезд и есть предельное изменение величины $D[\Delta q]$:

$$\begin{aligned} D[b_1, b_2] = & a_{11}^2 r_k^2 \operatorname{ctg}^2(\psi + \varphi_3) \left\{ \frac{\sin(\alpha + \delta - \gamma)}{\sin \alpha} - \frac{a_{12} \sin(\alpha + \delta)}{a_{11} \operatorname{ctg}(\psi + \varphi_3) \sin \alpha} + \right. \\ & \left. + \frac{a_{13}}{a_{11} \operatorname{ctg}(\psi + \varphi_3)} \frac{\cos(\alpha + \delta)}{\sin \alpha} \right\}^2 \sigma_{\varphi_1}^2 + \\ & + \left[-\frac{\sin(\delta - \gamma)}{\sin \alpha} + \frac{a_{12}}{a_{11} \operatorname{ctg}(\psi + \varphi_3)} \frac{\sin \delta}{\sin \alpha} - \frac{a_{13}}{a_{11} \operatorname{ctg}(\psi + \varphi_3)} \right] \sigma_{\varphi_2}^2. \end{aligned}$$

Для различных наборов коэффициентов $\frac{a_{12}}{a_{11} \operatorname{ctg}(\varphi_3 + \psi)}$ и $\frac{a_{13}}{a_{11} \operatorname{ctg}(\varphi_3 + \psi)}$ проводятся расчеты, из которых следует, что величина максимальной ошибки $\sqrt{D[b_1, b_2]}$ может изменяться в зависимости от D в сторону уменьшения на 30%:

$$D = \left[\frac{a_{12}}{a_{11} \operatorname{ctg}(\psi + \varphi_3)} - \cos \gamma \right]^2 + \left[\frac{a_{13}}{a_{11} \operatorname{ctg}(\psi + \varphi_3)} - \sin \gamma \right]^2$$

(получается при $\alpha = 90^\circ$)

и в сторону увеличения до бесконечности в зависимости от угла α .

На рис. 3.4 представлены характерные зависимости большой и малой полуосей эллипса рассеивания в картинной плоскости в функции углов α и δ .

Для каждого случая (набора коэффициентов) существует определенное направление оптимального измерения. При $\alpha = 90^\circ$ результат не зависит от положения звезд. Сам угол планета — КА — звезда не влияет на результат.

Существует оптимальное положение звезд, но выигрыш при этом составляет в лучшем случае 30% по сравнению со случаем, когда звезды находятся под углом 90° .

Если вспомнить, что существует член $b_3\varphi_3$, не зависящий от положения звезд, и максимальный выигрыш получается при одновре-

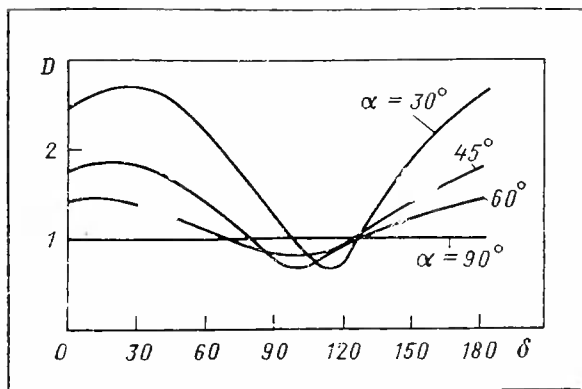


Рис. 3. 4. Характерные относительные зависимости большой и малой полуосей эллипса ошибок в картинной плоскости от углов α и δ

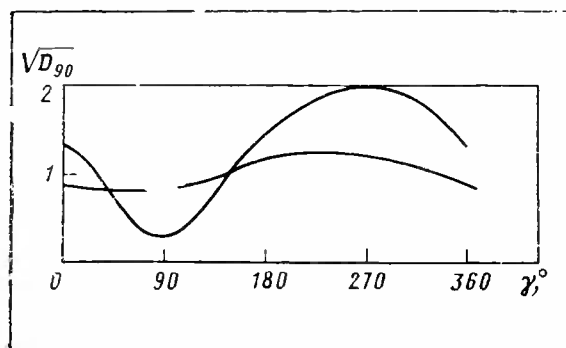


Рис. 3. 5. Характер влияния положения планеты по углу γ для различных коэффициентов

менном оптимальном выборе звезд в обеих точках, то проигрыш по сравнению с оптимальным в случае выбора звезд под углом 90° будет меньше 30%.

Проведенные конкретные расчеты для участка II при полете к Марсу с вариацией положения звезд подтверждают предыдущий результат.

На величину ошибки $D[\Delta q]$ сильное влияние может оказывать положение планеты. Видно, что существует оптимальное положение планеты для определения координат КА в какой-то точке траектории. Характер влияния положения планеты по углу γ для некоторых значений коэффициентов $\frac{a_{12}}{a_{11} \operatorname{ctg}(\psi + \varphi_3)}$ и $\frac{a_{13}}{a_{11} \operatorname{ctg}(\psi + \varphi_3)}$

показан на рис. 3. 5.

Эти результаты справедливы и для схемы измерений планета — звезда 1, планета — звезда 2, Солнце — планета в одной точке, так как движение можно рассматривать вначале около планеты, а потом линейным преобразованием перенести его в нужную нам систему координат. При линейном преобразовании результаты не изменяются, изменяются только коэффициенты.

Теперь проведем выбор планеты 2 и звезды 3 при схеме измерений $\Pi_1 - 3в_1$, $\Pi_1 - 3в_2$, $\Pi_2 - 3в_3$ ($C - 3в_3$). Геометрически

можно найти требования к выбору планеты 2 и звезды 3 в измерении $\Pi_2 - \text{Зв}_3$.

Введем систему координат x, y, z с началом в КА и направлением оси Ox по линии $\Pi_1 - \text{КА}$; Ox — лежит в плоскости $\Pi_1 - \text{КА} - \Pi_2$.

В этом случае

$$\Delta z = \Delta \varphi_1; \Delta y = \Delta \varphi_2.$$

Величина ошибки по x будет определяться положением Π_2 и Зв_3 . Если обозначить угол $\Pi_2 - \text{КА} - \Pi_2$ через α , а угол, образованный направлением на звезду 3 и проекцией этого направления на плоскость $\Pi_1 - \text{КА} - \Pi_2$, — через β и измерений угол $\Pi_2 - \text{Зв}_3$ через φ , то

$$\Delta \bar{x} = \frac{r_{\text{кп}2} \sin \varphi}{\sin \alpha \sqrt{\cos^2 \beta - \cos \varphi_3}} \Delta \varphi_3.$$

Планету 2 нужно выбирать из условия минимума величины $r_{\text{кп}2}/\sin \alpha$, звезду лучше выбирать в плоскости $\Pi_1 - \text{КА} - \Pi_2$ ($\beta = 0$).

В этом случае

$$\Delta x = \frac{r_{\text{кп}2}}{\sin \alpha} \Delta \varphi_3.$$

При выборе звезды в плоскости $\Pi_1 - \text{КА} - \Pi_2$ сам измеряемый угол не влияет на результат. Если $\beta = 0$, то желательно звезду выбирать так, чтобы угол $\Pi_2 - \text{Зв}_3 \approx 90^\circ$.

Это справедливо и для случая использования вместо Π_2 Солнца. Зависимость $\Delta \bar{x} = \frac{\Delta x}{r_{\text{кп}2}/\sin \alpha}$ от углов φ_3 и β показана на рис. 3. 6.

Таким образом, приведенные зависимости позволяют принять решение о выборе той или иной последовательности и того или иного состава измерений угловых величин для последующего определения траектории КА.

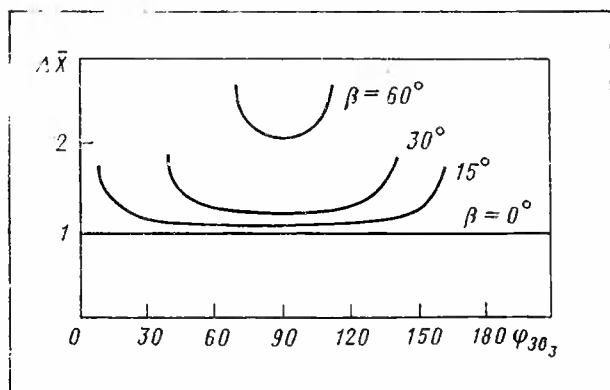


Рис. 3. 6. Зависимость

$$\Delta \bar{x} = \frac{\Delta x}{r_{\text{кп}2}/\sin \alpha}$$

от углов φ_3 и β

3. 1. 3. Автономная навигация на приземном участке (движение КА до первой коррекции)

Рассмотрим основные особенности автономной навигации на приземном участке.

Первый участок полета — полет от старта с промежуточной орбиты спутника Земли до первой коррекции траектории (будем условно считать, что движение происходит в сфере действия Земли). На этом участке в основном будем рассматривать схему шести измерений в двух точках по траектории — по три измерения в каждой точке. Состав измерения предполагается одинаковым в обеих точках.

Возникающая при этом неопределенность (например, при измерении углов Солнце — КА — звезда 1 и Солнце — КА — звезда 2) может быть раскрыта или предварительным знанием орбиты (грубое), или дополнительным измерением (с меньшей точностью). Проведем некоторые расчеты для схемы восьми измерений в четырех точках по два измерения в каждой точке траектории. Все величины, полученные при измерении, считаются случайными с математическим ожиданием, равным истинному значению измеряемой величины с максимальной ошибкой измерения $10''$. Все прочие ошибки измерений, в том числе и систематические, считаются отсутствующими. Одно измерение можно считать эквивалентным серии измерений данного типа в тот же момент времени, статистически обработанных, с максимальной ошибкой $10''$ и математическим ожиданием, равным истинному значению измеряемой величины.

На первом участке вследствие относительно небольшого расстояния до Земли можно эффективно использовать измерения углов на Землю и Луну.

Проведем анализ возможных типов измерений. На первом участке возможны следующие типы угловых измерений: Земля — Звезда (З — Зв), Луна — Звезда (Л — Зв), угловой диаметр Земли (ФЗ), угловой диаметр Луны (ФЛ), Земля — Луна (З — Л), планета — звезда (П — Зв), Солнце — звезда (С — Зв), планета — Земля (П — З), Солнце — Земля (С — З).

Из перечисленных типов измерений на первом участке целесообразно применять только измерения З — Зв, П — Зв, З — Л, остальные типы измерений являются малоэффективными.

Покажем это.

При схеме измерений в двух точках на траектории по три измерения в каждой точке типы измерений можно сравнивать по точности определения координат в этих точках. Оценим эффективность измерений ФЗ, ФЛ, измерений с участием планет и Солнца с измерениями З — Зв, Л — Зв, З — Л.

а) Измерение углового диаметра Земли.

Данное измерение позволяет определить расстояние до Земли. Сравним два состава измерений: З — Зв₁, З — Зв₂, З — Л и З — Л.

З — Зв₁, З — Зв₂, ФЗ (угловой диаметр Земли), угол между плоскостями измерений З — Зв₁, З — Зв₂ принимается равным 90° в соответствии с предыдущим разделом.

Выберем систему координат с началом в КА и направлением осей: r — по радиусу-вектору КА, x — в плоскости З — КА — Л, y — ортогонально r и x (см. рис. 3.3).

Измерения типа З — Зв считаются равноточными и независимыми. По первому составу измерений ошибка в определении координат в точке измерения (дисперсии ошибок) выражается формулами

$$\begin{aligned}\sigma_x^2 &= r_K^2 \sigma_\varphi^2, \\ \sigma_y^2 &= r_K^2 \sigma_\varphi^2, \\ \sigma_r^2 &= \frac{r_K^2}{\sin^2(\psi + \varphi_3)} \left[\cos^2(\psi + \varphi_3) \sigma_{\varphi_1}^2 + \frac{\sin^2 \psi}{\sin^2 \varphi_3} \sigma_{\varphi_2}^2 \right],\end{aligned}$$

где $\sigma_{\varphi_1}^2$ — дисперсия ошибки измерения З — Зв; $\sigma_{\varphi_2}^2$ — дисперсия ошибки измерения З — Л; r_K — расстояние КА от центра Земли; ψ — угол КА — З — Л; φ_3 — угол КА — Л — З.

По второму составу измерений имеем

$$\begin{aligned}\sigma_x^2 &= r_K^2 \sigma_{\varphi_1}^2; \\ \sigma_y^2 &= r_K^2 \sigma_{\varphi_1}^2; \\ \sigma_r^2 &= \frac{r_K^2 (r_K^2 - r_3^2)}{4r_3^2} \sigma_{\varphi_3}^2,\end{aligned}$$

где r_3 — радиус Земли; $\sigma_{\varphi_3}^2$ — дисперсия ошибки измерения диаметра Земли.

Дисперсия ошибки по радиусу σ_r^2 по второму составу измерений для рассматриваемых расстояний от Земли ($r > 100000$ км) несравненно больше, чем по первому составу измерений (рис. 3.7). Эллипсоид возможного положения КА, получаемый по первому составу измерений, практически находится внутри эллипсоида по второму составу измерений: $\sigma_{r2\cos\varphi}^2 \gg \sigma_{r1\cos\varphi}^2$. Поэтому можно считать второй состав нецелесообразным.

Эффективность измерения диаметра Луны меньше вследствие меньшего диаметра, и такие измерения целесообразны только при близком пролете от Луны.

б) Изменения планета — Земля и Солнце — Земля

Сравним два состава измерений: З — Зв₁; З — Зв₂, З — Л и З — Зв₁, З — Зв₂, П — З или С — З.

Для первого из них

$$\begin{aligned}\sigma_x^2 &= r_K^2 \sigma_{\varphi_1}^2, \quad \sigma_y^2 = r_K^2 \sigma_{\varphi_1}^2, \\ \sigma_r^2 &= \frac{r_L^2}{\sin^2(\psi + \varphi_3)} \left[\cos^2(\psi + \varphi_3) \sigma_\varphi^2 + \frac{\sin^2 \psi}{\sin^2 \varphi_3} \sigma_{\varphi_3}^2 \right].\end{aligned}$$

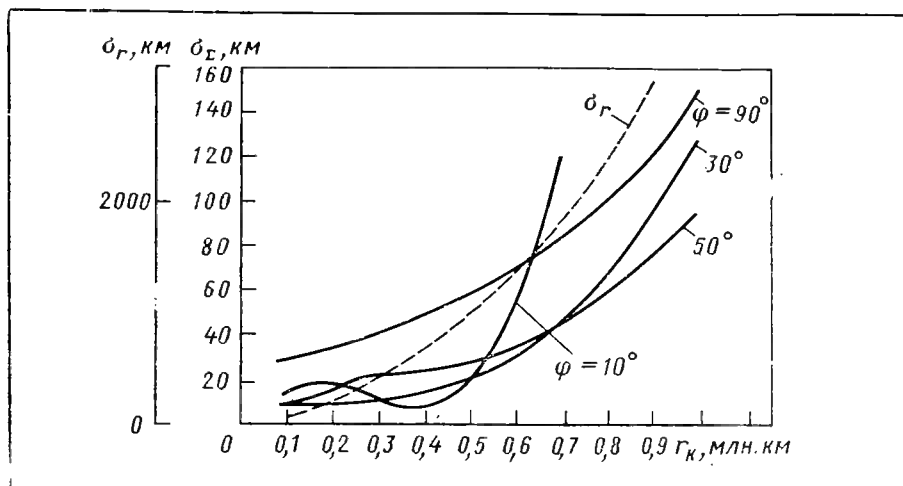


Рис. 3.7. Сравнение двух составов измерений

Для второго

$$\sigma_x^2 = r_k^2 \sigma_{\varphi_1}^2, \quad \sigma_y^2 = r_k^2 \sigma_{\varphi_1}^2,$$

$$\sigma_r^2 = \frac{r_{3-\Pi}^2}{\sin^2(\alpha + \gamma)} \left[\cos^2(\gamma + \alpha) \sigma_{\varphi_1}^2 + \frac{\sin^2 \gamma}{\sin^2 \alpha} \sigma_{\Pi-3}^2 \right],$$

где $r_{3-\Pi}$ — расстояние Земля — планета или Земля — Солнце, γ — угол $\Pi(C) - З - КА$; α — угол $\Pi(c) - КА - З$; $\sigma_{\Pi-3}$ — дисперсия ошибки измерения угла $\Pi - З$ или $C - З$ (остальные обозначения соответствуют принятым для случая «а»).

Для первого участка $r_{3-\Pi}$ (r_{3-c}) $\gg r$ угол $\alpha + \gamma$ близок к 180° . Поэтому $\cos(\alpha + \gamma) = 1$,

$$\sin(\alpha + \gamma) = \frac{r_k}{r_{\Pi-3}} \sin \alpha; \quad \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = 1,$$

$$\sigma_r^2 = \frac{r_{3-\Pi}^4}{r_k^2 \sin^2 \alpha} [\sigma_{\varphi_1}^2 + \sigma_{\Pi-3}^2].$$

Для случая $\sigma_{r2\text{сост}}^2 \gg \sigma_{r1\text{сост}}^2$ целесообразно применять первый состав. Для φ в пределах $150^\circ \dots 30^\circ$ и $r_k = 1 \dots 2$ млн. км выгоднее использовать Луну.

в) Измерения $\Pi - Зв$ или $C - Зв$.

Сравним два состава измерений: $З - Зв_1$; $З - Зв_2$, $З - Л$ и $З - Зв_1$; $З - Зв_2$; $\Pi - Зв$ или $C - Зв$.

Измерение $\Pi - Зв$ ($C - Зв$) производится в плоскости $\Pi - КА - З$ ($C - КА - З$).

Для второго состава измерений

$$r_{\text{П-З}} \gg r_{\text{к}}, \quad \Delta r = \frac{r_{\text{П-КА}}}{\sin \alpha} \Delta \phi_{\text{П-Зв}},$$

где $r_{\text{П-КА}}$ — расстояние между планетой и КА.

Для близких расстояний от Земли выгоднее пользоваться измерением З — Л. Планеты удобнее использовать для определения больших расстояний, причем для этой цели следует выбирать планеты, дающие минимальную величину $r_{\text{П-КА}}/\sin \alpha$.

Если рассматривать составы измерений, включающие два или даже три измерения (из трех измерений в одной точке) типа П — Зв, П — З, С — З, С — П (планеты могут быть разные), то помимо снижения точности в определении координат по r понизится точность в определении координаты по x и y , так как значения $\sigma_x^2 = r_{\text{к}}^2 \sigma_\varphi^2$, $\sigma_y^2 = r_{\text{к}}^2 \sigma_\varphi^2$, минимально возможные, получаются по измерениям ближайшего небесного тела.

Обсудим основные результаты по применению автономной навигации на первом участке траектории полета к Марсу.

На первом участке траектории полета исследовались следующие составы измерений (по измерениям в двух точках по траектории): З — Зв₁, З — Зв₂, З — Л; З — Зв₁, З — Зв₂, Л — Зв; З — Зв, Л — Зв, Л — Зв₂; З — Л, Л — Зв, Л — Зв₂.

При измерениях Земли и Луны с двумя звездами звезды выбирались под углом 90° (угол между плоскостями Зв₁ — КА — З и Зв₂ — КА — З), так как показано, что в этом случае максимальный проигрыш по сравнению с оптимальным расположением звезд может составить в самом худшем случае 30%. При этом отпадает необходимость исследования вопроса выбора звезд при анализе схем и составов автономной навигации.

В измерениях Л — Зв и З — Зв (вместо Л — З) звезда выбиралась в плоскости Л — КА — З.

Были приняты следующие элементы орбиты Луны: $\Omega = 6,0$ рад, $\omega = 3,6$ рад, $e = +0,054\,905$, $a = 384\,395$ км, $\tau_{\text{к}} = 165\,332\,400$ с, $i = 0,08980$ рад.

В целях исследования влияния различных стадий начального положения Луны на точность автономного прогноза траектории производилась вариация времени прохождения Луны через перигей. Относительное положение Луны и КА в проекции на плоскость эклиптики показано на рис. 3. 8. Анализировалось влияние на разброс в картинной плоскости у Марса моментов измерений (первая и вторая точка измерений), начального положения Луны ($t_{\text{л}}$) и состава измерений. На рисунке представлены результаты расчетов при составе измерений Л — Зв₁ и Л — Зв₂, Л — З в двух точках траектории (t_1 , t_2). Все ошибки измерений предполагались случайными с дисперсией 10" и математическим ожиданием, равным истинной величине угла.

На рис. 3. 9 показана зависимость большой полуоси эллипса рассеивания в картинной плоскости у Марса (в момент входа в сфе-

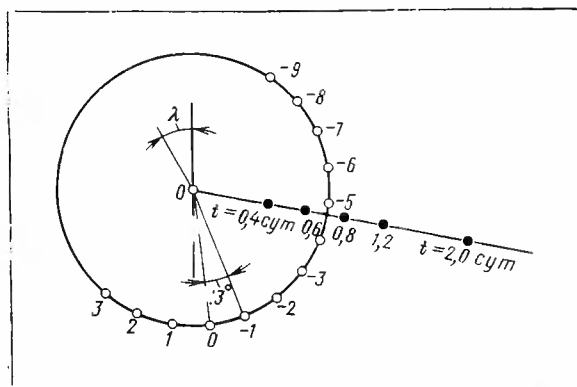


Рис. 3.8. Положение Луны и КА

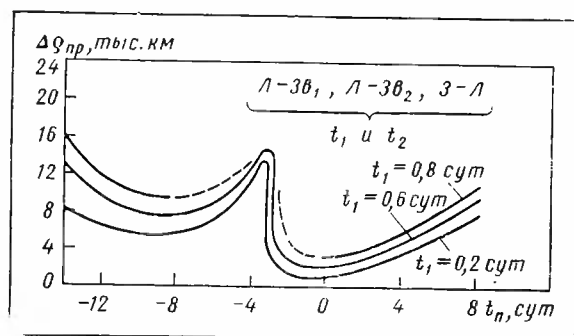


Рис. 3.9. Ошибки в картинной плоскости при использовании Луны

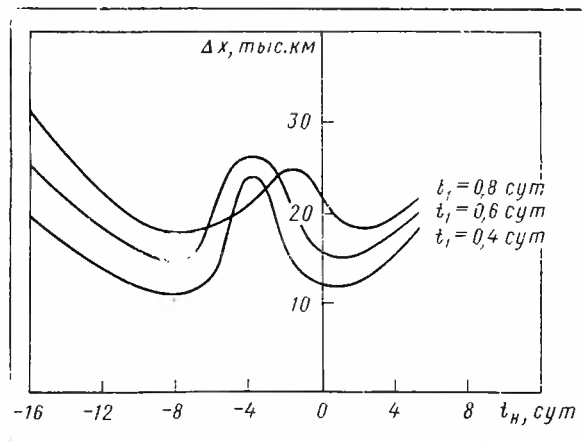


Рис. 3.10. Обобщенная зависимость ошибок от начального положения Луны

ру действия Марса) от времени проведения первого и второго комплексов измерений (t_1, t_2) и начального положения Луны (t_L).

Аналогичные ошибки по продольной оси (ось, ортогональная картинной плоскости) примерно в два раза превосходят ошибки в КП. Продольная ошибка представляет собой ошибку по времени полета к планете.

Из рисунка видно, что для фиксированного момента первого измерения (t_1) и начального положения Луны существует оптимальное время для второго измерения. Для каждого t_1 существуют определенное начальное положение Луны и момент второго измерения, которые обеспечивают минимальное значение большой полуоси эллипса рассеивания в картинной плоскости.

На рис. 3.10 дана обобщенная зависимость большой полуоси эллипса рассеивания в картинной плоскости от начального положения Луны (t_L) для разных моментов первого измерения t_1 . Момент второго измерения t_2 выбирается для каждого t_1 и t_L оптимальным, дающим минимальное значение большой полуоси a . Аналогичная зависимость может быть построена для ошибки по продольной оси, при условии, что момент t_2 выбирается по оптимуму для большой полуоси a .

Эти зависимости показывают возможную точность прогнозирования траектории по автономным измерениям в двух точках следующего состава: Л — З, Л — Зв, Л — Зв₂ на первом участке траектории для различных начальных положений Луны.

Интересно отметить, что оптимальное время второго измерения лежит в пределах нескольких суток от начала полета. Для левого минимума желательно $t_2 < 2$ сут, для правого $t_2 < 3$ сут. Для t_L от -4 до -18 сут минимум ошибки по большой полуоси — острый, для t_L от -4 до $+10$ суток — пологий.

Во всех случаях затягивание точки второго измерения нецелесообразно, так как приводит к уменьшению точности прогнозирования траектории.

Использование данной схемы позволяет обеспечить прогноз траектории с точностью 2000—10 000 км по большой полуоси и 10 000—20 000 км по продольной оси при $t_1 \leq 0,4$ сут и благоприятном положении Луны ($t_L = -12 \dots -5$ сут и $t_L = 2 \dots 6$ сут).

Указанный состав измерений имеет тот недостаток, что величина угла Л — З имеет очень широкий диапазон изменения и в ряде случаев для определенных дат старта этот состав не может быть реализован. В этом случае вместо измерения З — Л можно проводить измерение угла З — Зв в плоскости З — КА — Л, выбирая звезду на удобном угловом расстоянии от Земли. Точность прогноза траектории при проведении измерений данного состава не сильно отличается от предыдущего.

Кроме схемы измерений в двух точках по траектории можно рассмотреть схему измерений Л — Зв, Л — Зв₂ в четырех точках по траектории с равными временными интервалами между точками измерений. Предварительный анализ этой схемы показывает, что она малоэффективна. Однако поскольку полный анализ данной схе-

мы измерений не проводился, то окончательно отвергать ее пока не следует.

Подведем итоги анализа автономной навигации на первом участке траектории полета. Система автономной навигации с прибором, выполняющим измерения с утроенным среднеквадратичным отклонением $3\sigma = 10''$, может обеспечить прогноз траектории в первые сутки полета с точностью по большой полуоси $a \leq 10\,000$ км и по продольной полуоси $c < 20\,000$ км. Интервал неблагоприятных дат старта составляет несколько суток в течение лунного месяца при движении в плоскости, близкой к плоскости движения Луны (см. рис. 3. 8).

3. 1. 4. Автономная навигация на межпланетном участке

Межпланетный участок полета (второй участок) представляет собой часть траектории от момента первой коррекции до момента, когда расстояние до Марса будет составлять 5... 10 млн. км.

На рис. 3. 11 показано относительное движение планет и Солнца около космического аппарата. Отсюда можно представить себе и расстояния между планетами и их взаимное положение.

На втором участке исследуется схема измерений в двух точках траектории. Ошибка угловых измерений принимается равной $2''$ и представляет собой суммарную ошибку всех возможных составляющих.

В каждой точке берутся измерения между ближайшей планетой и двумя звездами, как наиболее эффективные измерения для определения направления КА — планета. Третье измерение следует выбирать из условия минимальности ошибки в направлении на планету.

В качестве третьего измерения принципиально достаточно использовать измерение угла другая планета 2 — звезда (Π_2 — Зв) в плоскости Π_1 — КА — Π_2 . При измерении Π — Зв (C — Зв) ценность измерения определяется величиной $\frac{r_{\Pi-KA}(r_{C-KA})}{\sin \alpha}$ (см. предыдущий раздел), где $r_{\Pi-KA}$ — расстояние от КА до планеты; r_{C-KA} — расстояние от КА до Солнца; α — угол Π_2 — КА — Π_1 .

На рис. 3. 12 и 3. 13 даны зависимости $r_{\Pi-KA}/\sin \alpha$ для первой и второй точек измерений при использовании измерений по Солнцу, Меркурию, Венере, Земле.

Так как звезда в измерениях Π_2 — Зв выбирается в плоскости Π_1 — КА — Π_2 , то вместо одного измерения Π_2 — Зв можно брать два измерения: Π_2 — Зв и $\Pi_2\text{Зв}_2$ (угол Зв_1 — Π — $\text{Зв}_2 = 90^\circ$), чтобы не производить поиск плоскости Π_1 — КА — Π_2 и звезды в ней.

На близких расстояниях от планеты эффективно измерение угла планета — спутник: для Земли (Земля — Луна), для Марса (Марс — Деймос или Марс — Фобос).

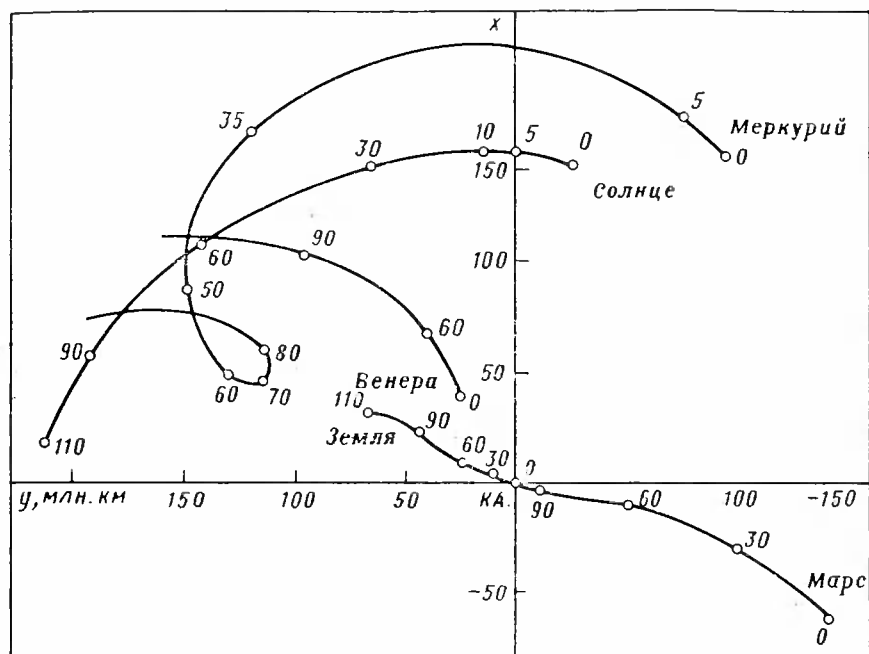


Рис. 3.11. Движение планет и Солнца относительно КА при полете к Марсу

Проведены исследования по оценке точности прогнозирования траектории на втором участке по схеме четырех измерений в двух точках.

На рис. 3.14 показана зависимость ошибок в картинной плоскости по большой и малой полуосям эллипса рассеивания от времени проведения измерения для следующих составов измерений:

в первой точке для $t_1=2$ сут:

$$\begin{array}{ll} 3 - 3_{В1}, 3 - 3_{В2}, & \text{Мер} - 3_{В2}, \text{Мер} - 3_{В4}, \\ 3 - 3_{В1}, 3 - 3_{В2}, & \text{М} - 3_{В3}, \text{М} - 3_{В4}, \\ 3 - 3_{В1}, 3 - 3_{В2}, & \text{В} - 3_{В3}, \text{В} - 3_{В4}; \end{array}$$

во второй точке для $t_2=40$ сут;

$$3 - 3_{В1}, 3 - 3_{В2} \quad \text{М} - 3_{В1}, \text{М} - 3_{В2}.$$

На основе проведенных исследований можно заключить, что предложенный в предыдущем разделе геометрический выбор планеты для измерений по критерию $r_{П-КА}/\sin \alpha$ достаточно хорошо совпадает с расчетами.

В качестве измеряемых величин на межпланетной траектории следует использовать ближайшие планеты с двумя звездами и планету с двумя звездами из условия $\frac{r_{П-КА}}{\sin \alpha} = \min$. По выходе из сфе-

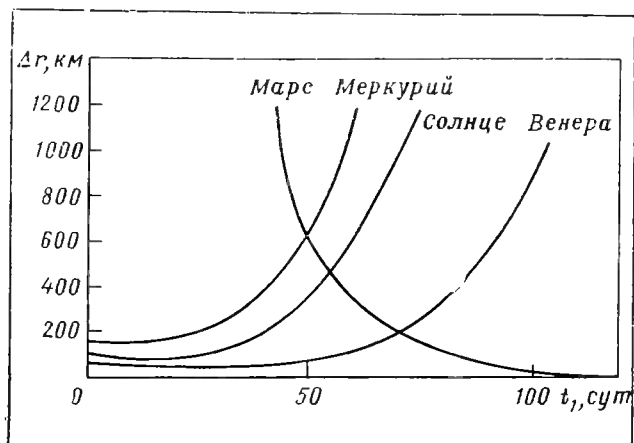


Рис. 3.12. Ошибка определения расстояния до Марса по планетам и Солнцу

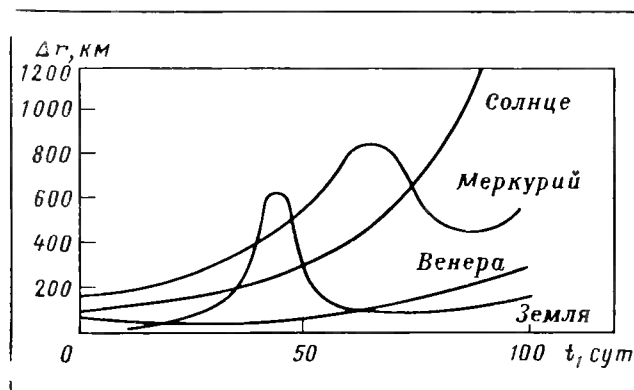


Рис. 3.13. Ошибка определения расстояния до Земли по планетам и Солнцу

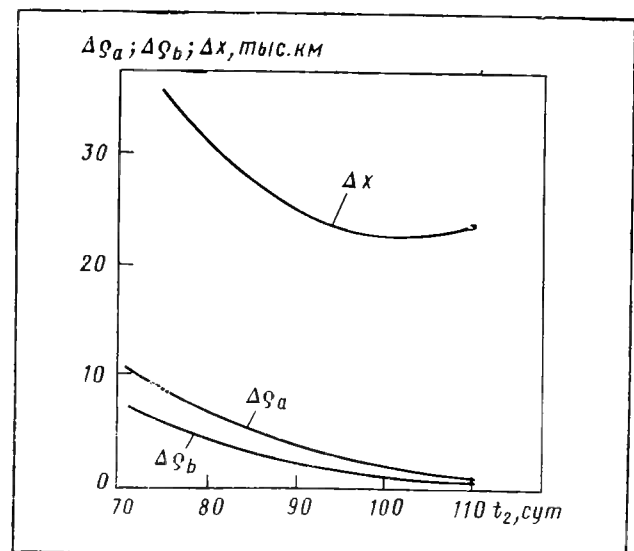


Рис. 3.14. Зависимость большой Δq_a и малой Δq_b полуосей эллипса ошибок в КП и ортогонально КП — Δx от времени проведения измерений

ры действия Земли следует использовать измерение по Венере, при полете к Марсу — по Венере или Земле.

Основное влияние на прогноз оказывает вторая точка измерений (вблизи Марса).

По мере приближения второй точки измерения к Марсу большая и малая оси эллипса рассеивания в картинной плоскости сближаются и приближаются к величине r_{k-11} .

3. 1. 5. Автономная навигация на примарсианском участке

При проведении расчетов для участка подлета к Марсу (третий участок) условно принимается, что движение его спутника Деймоса происходит в плоскости траектории КА. На самом деле плоскость орбиты Деймоса не совпадает с плоскостью траектории. Однако это обстоятельство не учитывается, так как оно дает только улучшение результатов и худшим случаем как раз является тот, когда движение КА происходит в плоскости орбиты Деймоса.

При расчетах принимаются следующие элементы орбиты Деймоса: $\Omega=0$, $\omega=0$, $e=0$, $a=2370$ км, $\tau_k=177491465$, $i=0$.

Ставится задача оценки разброса в перигентре орбиты в орбитальной системе координат $(\Delta r_\pi, \Delta x_\pi, \Delta y_\pi, \Delta \dot{r}_\pi, \Delta \dot{x}_\pi, \Delta \dot{y}_\pi)$.

Рассматривается один состав измерений:

$M - 3v_1$, $M - 3v_2$, $M - D$ (M — Деймос) в двух точках траектории. Точность каждого замера принимается равной $10''$ (максимальная ошибка). В первой серии расчетов для анализа возможностей измерения $M - D$ положение Деймоса задается постоян-

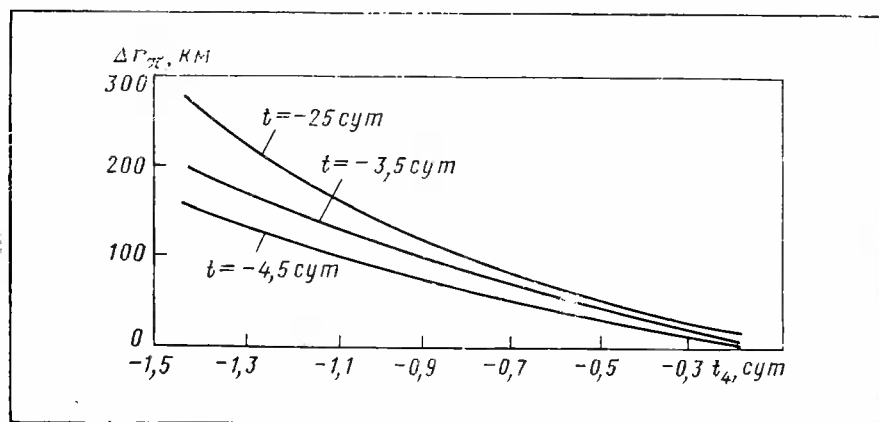


Рис. 3. 15. Зависимость ошибок в перигентре орбиты при измерениях по Деймосу

ным, причем угол $КА — М — Д$ равен 80° (что близко к оптимальному).

На рис. 3.15 показана зависимость ошибки по перицентру от времени проведения измерений. Ошибка в перицентре будет тем меньше, чем больше интервал между измерениями и чем ближе вторая точка измерения к Марсу.

Продольная ошибка в перицентре тем меньше, чем ближе второе измерение к Марсу; момент первого измерения, если известно второе, может быть выбран оптимальным образом.

Во второй серии расчетов анализируется влияние положения Деймоса на точность прогнозирования орбиты. Задается естественное движение спутника. Результаты, естественно, аналогичны, только при положении Деймоса, когда угол $Д — М — КА$ равен нулю или 180° , наблюдаются всплески.

Таким образом, в реальных условиях измерения следует проводить в те моменты, когда Деймос не находится на прямой $КА — Марс$.

Отсюда следует вывод:

для определения расстояния до Марса целесообразно использовать измерение угла $Марс — КА — спутник$ вблизи планеты. Вдали от планеты расстояние до Марса определяется с использованием измерений по другим планетам.

3.1.6. Методика расчета автономного прогнозирования и коррекций

Оценки погрешности прогнозирования траектории сами по себе еще не дают полного представления о точности посадки на планету, для этого необходимо совместно решить задачи коррекции и прогнозирования траектории. При этом необходимо определить целесообразное число коррекций, время проведения коррекций, потребные запасы корректирующего импульса и зависимость этого импульса от потребной точности посадки (или пролета у планеты).

Результаты расчетов погрешности прогнозирования показывают, что двухразовая коррекция потребует суммарного импульса скорости больше, чем трехразовая или четырехразовая коррекция. Поэтому ниже рассматриваются только схемы трехразовой и четырехразовой коррекции.

Корректируемыми параметрами в данном случае являются отклонения координат ξ_1, ξ_2 в картинной плоскости у Марса, а также иногда — отклонение времени полета до картинной плоскости — τ , ось ξ_3 . Причем каждый раз необходимость коррекции времени полета специально оговаривается.

Многоразовые коррекции используются с целью последовательного уменьшения ошибок. При каждом включении двигателя прицеливание в картинной плоскости производится в одну и ту же точку, т. е. характеристики коррекций определяются из одних и тех же условий, т. е. коррекции однородны.

Составляющие корректирующего импульса скорости могут быть определены из системы уравнений

$$\xi_1 = \frac{\partial \xi_1}{\partial V_1} \Delta V_1 + \frac{\partial \xi_1}{\partial V_2} \Delta V_2,$$

$$\xi_2 = \frac{\partial \xi_2}{\partial V_1} \Delta V_1 + \frac{\partial \xi_2}{\partial V_2} \Delta V_2,$$

$$\tau = \frac{\partial \tau}{\partial V_1} \Delta V_1 + \frac{\partial \tau}{\partial V_2} \Delta V_2 + \frac{\partial \tau}{\partial V_3} \Delta V_3,$$

где $\xi_1, \xi_2, \tau(\xi_3)$ — корректируемые отклонения; $\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_3$ — составляющие корректирующего импульса соответственно в плоскости оптимальной коррекции и по нуль-направлению:

$$\begin{pmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix}.$$

Если обозначить

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix} \text{ и } \Delta \mathbf{V} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{pmatrix},$$

то можно записать $F = BEKE^*B^*$,

где K — корреляционная матрица вектора $\bar{\mathbf{q}}$; F — корреляционная матрица вектора $\bar{\bar{\mathbf{V}}}$.

Если разбить эту матрицу на четыре клетки, то она получает вид

$$F = \left(\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & f \end{array} \right);$$

B — матрица преобразования корректируемых параметров в корректирующие воздействия:

$$B = \left(\begin{array}{c|c} 0 & A^{-1} \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right);$$

F — матрица выделения корректируемых параметров из матрицы K .

Для коррекций всех трех параметров она имеет вид

$$F = E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для коррекции только параметров ξ_1, ξ_2

$$F = E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, составляющие корректирующего импульса i -й коррекции определяются матрицей F_i , а максимальное значение корректирующего импульса скорости дается максимальным значением квадратичной формы Q_i с матрицей f_i . Считается, что затраты корректирующего импульса скорости в i -й коррекции равны максимальному значению корректирующей скорости, т. е.

$$\Delta V_i^2 = \max Q_i, \quad Q_i = (\Delta V_i)^* F_i (\Delta V_i).$$

Корреляционная матрица случайного вектора \bar{q} после проведения i -й коррекции имеет вид

$$K_{i+1} = N_i F_{i \text{ ош}} N_i^* + \Lambda_{i \text{ пр}},$$

где $F_{i \text{ ош}}$ — корреляционная матрица ошибок исполнения i -й коррекции:

$$F_{i \text{ ош}} = \begin{pmatrix} 0 & & 0 \\ \hline & \Delta \tilde{V}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \tilde{V}^2 & 0 \\ & 0 & 0 & \Delta \tilde{V}^2 \end{pmatrix};$$

N_i — матрица перехода от параметров матрицы $F_{i \text{ ош}}$ к системе параметров \bar{q} ; $\Lambda_{i \text{ пр}}$ — корреляционная матрица ошибок прогноза траектории перед i -й коррекцией; $\Lambda_{i \text{ пр}} = M [\Delta \bar{q}_{i \text{ пр}} (\Delta \bar{q}_{i \text{ пр}})^*]_i$.

Суммарные затраты корректирующего импульса определяются как

$$V_{\Sigma} = |V_1| + \sum_{i=2}^n |\Delta V_i|, \quad (3.1)$$

где i означает номер коррекции.

Приведенная формула дает верхнюю оценку для суммарных запасов корректирующего импульса и соответствует случаю, когда топливо для каждой коррекции используется из «своего» бака. В действительности потребные запасы корректирующего импульса могут быть ниже (если все топливо находится в одном баке) и должны выбираться с учетом надежности работы систем коррекции, что вводит существенные трудности. Поэтому при оценках суммарного корректирующего импульса принята формула (3.1).

Примем, что ошибки исполнения коррекции заключены внутри сферы с радиусом $\Delta V = 0,2$ м/с.

3.1.7. Результаты расчета коррекции на основе автономного прогноза

Для определения оптимальных схем проведения коррекций рассмотрим схемы трехразовой и четырехразовой коррекции. Целью первой коррекции в обоих вариантах является ликвидация отклонений, полученных при выведении КА на орбиту. Она проводится после того, как в результате измерений будет определена траектория с достаточной степенью точности. Момент времени первого измерения t_1 выбирают равным 0,8 сут после выведения КА на орбиту, момент времени второго измерения должен соответствовать оптимальному (с точки зрения величины Δq_a), положение Луны — $t_L = -8$ сут. Выбранный вариант измерений характеризуется при десятисекундной точности измерения углов отклонениями в картинной плоскости у Марса с большой полуосью около 10 тыс. км и отклонением времени прилета, соответствующим отклонению на расстоянии ± 17 тыс. км.

Первая коррекция — трехпараметрическая. Корректируемыми параметрами считаются координаты в картинной плоскости ξ_1 , ξ_2 и время τ (координата ξ_3).

На рис. 3.16 представлена зависимость величины первого корректирующего импульса ΔV от момента проведения первой коррекции. На этом же рисунке представлена зависимость большой полуоси эллипса ошибок исполнения коррекции Δq_a в картинной плоскости от времени коррекции. Отсюда следует, что первую коррекцию следует проводить в самом начале полета, на десятые — двадцатые сутки, когда корректирующий импульс не превосходит $V_1 \leq 100$ м/с, а большая полуось ошибок исполнения Δq_a не более 2 тыс. км.

Рассмотрим сначала трехразовую коррекцию. Будем варьировать момент времени второй коррекции от 95 до 105 суток полета. Вторая коррекция — трехпараметрическая. Между первой и второй коррекциями примем следующий состав измерений:

в первой точке углы

Венера — КА — звезда 1; Венера — КА — звезда 2; Земля — КА — звезда 3; Земля — КА — звезда 4;

во второй точке углы

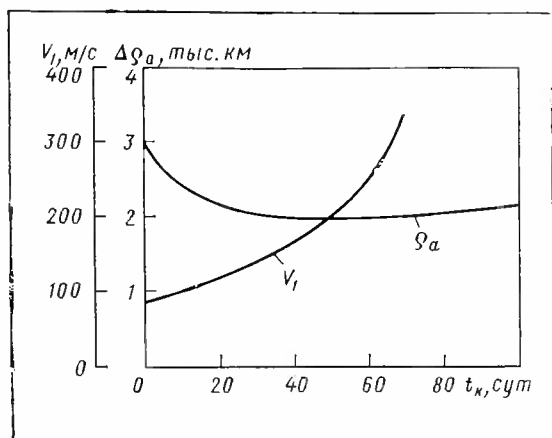


Рис. 3. 16. Зависимость величины первого корректирующего импульса ΔV_1 и большой полуоси ошибок исполнения q_a от времени коррекции t_n

Марс — КА — звезда 5; Марс — КА — звезда 6; Земля — КА — звезда 7; Земля — КА — звезда 8.

Зависимость погрешности прогнозирования траектории по времени второго измерения для этого метода, представленная на рис. 3. 14, показывает, что для диапазона времени второй коррекции (95...105 сут) точность прогноза практически слабо зависит от момента первой коррекции (для достаточно широкого диапазона времени ее проведения).

Таким образом, вторую и третью коррекции можно рассматривать отдельно от первой, характеризуя их суммарными энергетическими затратами для второй и третьей коррекции в виде суммарной зависимости:

$$V_{\Sigma} = |\Delta V_2| + |\Delta V_3|.$$

Время проведения третьей коррекции меняется от $-0,1$ до $-1,0$ суток (время отсчитывается от конца полета).

Момент окончания последних измерений и начало коррекции считаются совпадающими.

Перед третьей коррекцией примем следующий состав измерений углов в каждой точке (всего между второй и третьей коррекциями четыре точки измерений):

Марс — КА — звезда 1; Марс — КА — звезда 2; Марс — КА — Деймос.

Корректируемыми параметрами третьей коррекции являются координаты q_{π} и z_{π} (радиус-вектор и бинормаль перицентра планетоцентрической орбиты), время прилета τ не корректируется. Это обстоятельство вызвано тем, что уточнение времени прилета после проведения второй коррекции при данной схеме измерений возможно только к моменту $t_3 = -0,6$ сут (уточнение в 3,5...4 раза), а в этот момент импульс для коррекции времени прилета будет достаточно большим.

Ниже, в табл. 3.4, даны оценки корректирующего импульса только для коррекции времени прилета $\Delta V_{вр}$ для разных погрешностей автономных измерений $\Delta\psi$.

Таблица 3.4

$\Delta\psi, ''$	$\xi_3, \text{ км}$	$t_k, \text{ суг}$	$\Delta V_{вр}, \text{ м/с}$	$\Delta\hat{\xi}_3, \text{ км}$
2	2250	—0,6	45	600
10	11250	—0,6	225	3000
20	22500	—0,6	450	6000

В таблице обозначено:

ξ_3 — корректируемое отклонение вдоль временной оси; t_k — момент проведения коррекции; $\Delta V_{вр}$ — импульс скорости, направленный по временному градиенту, для коррекции отклонения ξ_3 ; $\Delta\hat{\xi}_3$ — ошибка прогноза траектории вдоль временной оси к моменту проведения третьей коррекции.

Из табл. 3.5 следует, что для того, чтобы скорректировать время прилета к планете, нужно либо проводить измерения с высокой точностью, $\Delta\psi \leq 10''$ при выбранной схеме измерений, либо искать лучшую схему измерений, которая позволила бы провести коррекцию времени на больших удалениях от планеты. Поэтому для выбранной схемы при третьей коррекции корректируются только Q_π и z_π . Коррекция проводится в оптимальной плоскости.

На рис. 3.17 представлены зависимости суммы второй и третьей коррекции $V_\Sigma = |\Delta V_2| + |\Delta V_3|$ в функции времени второй коррекции (t_2) для разных значений времени третьей коррекции (t_3) и для различных ошибок измерений $\Delta\psi = 2; 10$ и $20''$. Представленные зависимости для каждого значения t_3 имеют свой минимум и свое минимальное значение суммарной корректирующей скорости $V_{\Sigma \min}$.

Величина ΔQ_π зависит от погрешности прогнозирования траектории к моменту третьей коррекции и ошибок исполнения третьей коррекции (рис. 3.18). На рисунке можно проследить влияние точностей автономных измерений ($\Delta\psi$) на величину $\Delta V_\Sigma = |\Delta V_2| + |\Delta V_3|$. Так, ΔQ_π , равное ± 15 км, можно получить при ошибках измерения $2''$ и $V_\Sigma = 11$ м/с, а также при $10''$ и $V_\Sigma = 60$ м/с. При ошибках измерения $20''$ для получения того же самого ΔQ_π импульс коррекции резко возрастает и уходит за практически возможные пределы. Для того чтобы получить $\Delta Q_\pi = \pm 70$ км при $2''$, требуется совсем незначительный импульс, при $10''$ требуется $V_\Sigma = 34$ м/с и при $20''$ — $V_\Sigma = 83,5$ м/с. Таким образом, потребная точность угловых измерений при автономной навигации и трехразовой коррекции существенно зависит от допустимого разброса ΔQ_π и запасов корректирующего импульса.

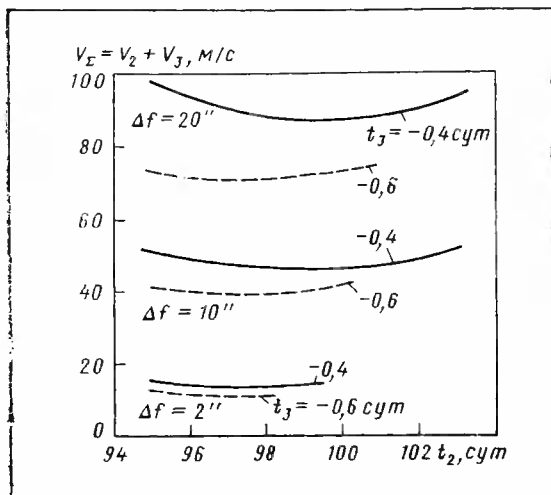
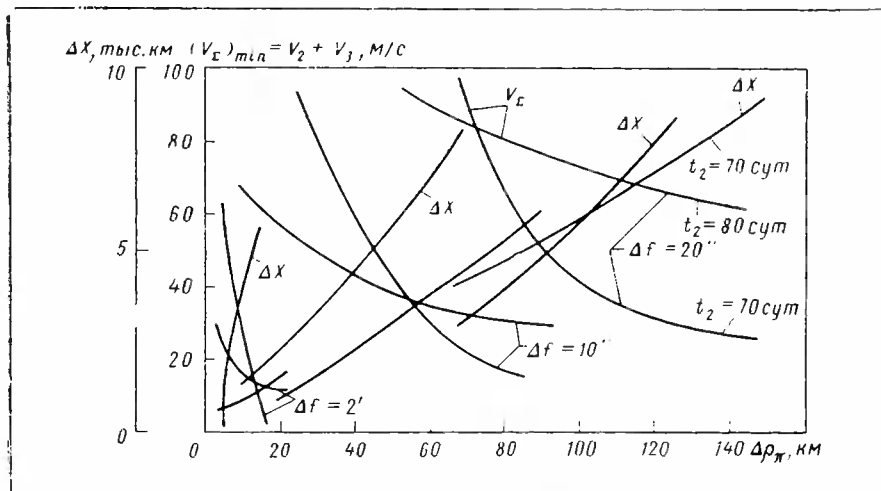


Рис. 3. 17. Зависимость суммарного импульса от времени для трехразовой коррекции

Рис. 3. 18. Зависимость суммарного импульса от времени для оптимального времени второй коррекции



На рис. 3. 18 приведена также зависимость разброса времени подлета ($\Delta\tau$) после третьей коррекции, выраженного в координатах вдоль временной оси. Эта величина определяется ошибками прогноза траектории к моменту третьей коррекции и ошибками исполнения третьей коррекции. Ввиду того что в последней коррекции исправления времени не производится, математическое ожидание времени прилета не равно нулю, а будет находиться в пределах ошибок прогноза перед второй коррекцией (см. рис. 3.19). Величина математического ожидания очень слабо зависит от момента времени второй коррекции и практически для всех $t_{2\text{ опт}}$ одинакова. Она зависит только от ошибок угловых измерений и нахо-

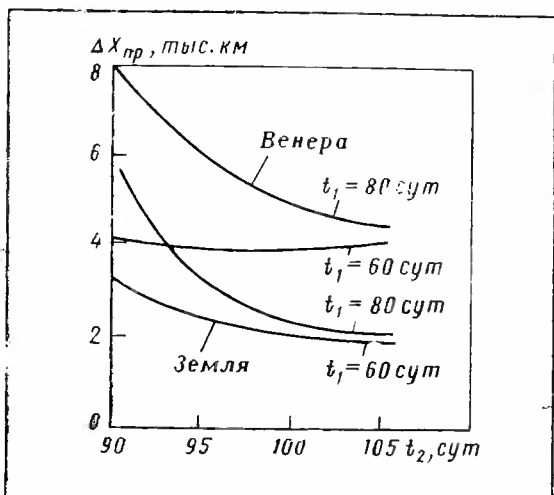


Рис. 3. 19. Ошибки прогноза Δx от времени проведения измерений t_2

дится для $2''$ в пределах 3 мин, для $10''$ — в пределах 16 мин и для $20''$ — в пределах 30 мин.

Рассмотрим теперь случай четырехразовой коррекции. Первые две коррекции здесь очевидно совпадают с коррекциями в предыдущем случае. Отличием является только то, что момент второй коррекции рассматривается равным 70 и 80 суткам. Состав измерений перед этими коррекциями совпадает с составом измерений в предыдущем способе. Третья и четвертая коррекции, подобно последней коррекции в предыдущем способе, являются двухпараметрическими с корректируемыми параметрами q_* и z_* . Между второй и третьей коррекциями принят следующий состав угловых измерений в каждой точке: Марс — КА — звезда 1; Марс — КА — звезда 2; Земля — КА — звезда 3; Земля — КА — звезда 4.

Ошибки прогнозирования траектории для этого момента представлены на рис. 3. 20.

Момент третьей коррекции варьируется от 105 до 109 суток полета (соответственно —5 и —1 сутки от конца полета). Время проведения четвертой коррекции менялось от —0,1 до —0,3 суток до конца полета. Перед четвертой коррекцией был принят следующий состав измерений в каждой точке (всего между третьей и четвертой коррекциями — четыре точки измерений):

Марс — КА — звезда 1; Марс — КА — звезда 2; Марс — КА — Деймос (рис. 3. 21).

Суммарные энергетические затраты на коррекцию оцениваются без первой коррекции следующим образом:

$$V_x = |\Delta V_2| + |\Delta V_3| + |\Delta V_4|.$$

На рис. 3. 22 представлены зависимости V_x в функции времени проведения третьей коррекции t_3 для разных значений времени проведения четвертой коррекции t_4 и при различных ошибках измерений $\Delta\psi = 2'', 10''$ и $20''$. В представленных зависимостях время:

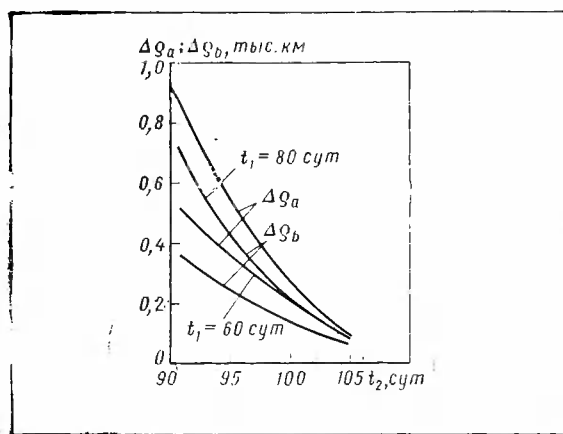


Рис. 3. 20. Зависимость ошибок прогноза ΔQ_a и ΔQ_b от времени проведения измерений t_2

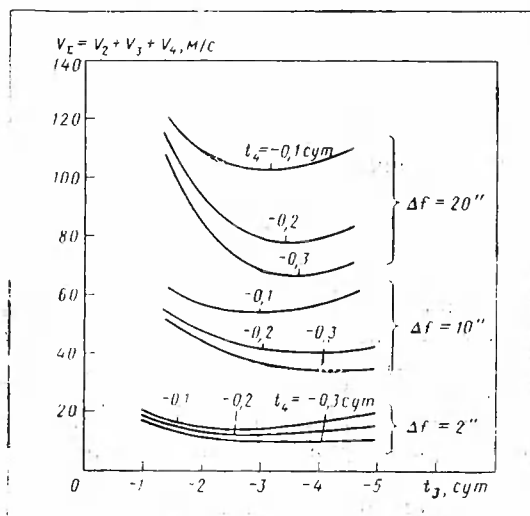


Рис. 3. 21. Зависимость суммарного импульса для четырехразовой коррекции от времени проведения третьей коррекции t_3 при $t_2 = 80$ сут

проведения второй коррекции постоянно и равно 70 суткам. Из приведенных зависимостей видно, что V_Σ имеет свой минимум для каждого значения t_Π .

На рис. 3. 23 представлены зависимости $(V_\Sigma)_{\min}$ от ΔQ_π . Ошибки в реализации условного перицентра — после проведения четвертой коррекции. На рисунке приведены также зависимости t_Π и t_3 от ΔQ_π , а также величина $\Delta\tau$ — ошибка вдоль трансверсали планетоцентрической траектории (времени подлета), вызванная ошибкой прогнозирования перед четвертой коррекцией и ошибкой исполнения четвертой коррекции. Математическое ожидание времени прилета после четвертой коррекции не равно нулю, а будет определяться точностью прогноза времени полета перед второй коррекцией.

Рис. 3. 22. Зависимость суммарного импульса для четырехразовой коррекции от времени проведения третьей коррекции t_3 при $t_2=70$ сут

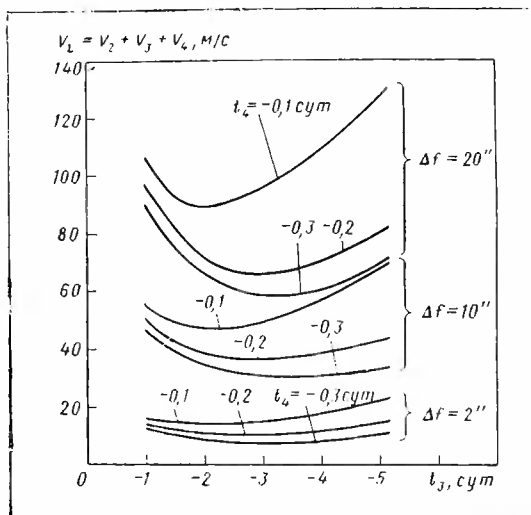
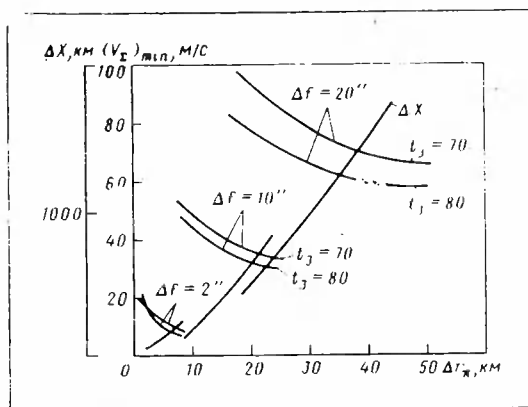


Рис. 3. 23. Зависимость суммарного импульса от отклонений Δr_π



Из сравнения рис. 3. 18 и 3. 19 видно, что эти величины корректирующих импульсов для схемы четырехразовой коррекции примерно те же, что и для схемы трехразовой коррекции.

Из сравнения двух вариантов четырехразовой коррекции $t_2=70$ сут и $t_2=80$ сут видно, что последний вариант требует меньших затрат суммарного корректирующего импульса. Очевидно, что можно найти такое t_2 , которое давало бы минимум

$$V_\Sigma = |\Delta V_2| + |\Delta V_3| + |\Delta V_4|$$

(при условии, что $t_3=t_{3\text{ опт}}$ и $t_4=\text{const}$).

Однако поиск такого варианта не производится, поскольку дальнейшее изменение величины корректирующего импульса незначительно. В общем случае четырехразовая коррекция оказывается энергетически более выгодной, чем трехразовая.

Таблица 3.5

$\Delta', ''$	Время последней коррекции, ч	$\Delta \zeta_{\pi}$, км	ΔV_{Σ} , м/с (для трех коррекций)	ΔV_{Σ} , м/с (для четырех коррекций)
2	3,1	3	29,0	15,0
	10,0	10	16,5	9,0
10	3,1	10	65,0	42,5
	7,2	25	52,0	30,2
20	4,0	25	—	72,0
	7,2	50	—	58,0

В табл. 3.5 даны значения V_{Σ} для трехразовой и четырехразовой коррекции ($t_2=80$ сут) для погрешностей измерений $2''$, $10''$ и $20''$ и различных ошибок в реализации условного перицентра у Марса $\Delta \varrho_{\pi}$.

Под временем последней коррекции понимается время, оставшееся до прохождения условного перицентра у Марса.

Из таблицы видно, что погрешность реализации перицентра ($\Delta \varrho_{\pi}$) зависит от точности угловых измерений и располагаемого суммарного импульса на коррекции.

Так, $\Delta \varrho_{\pi}=10$ км можно получить при точности автономных измерений в $2''$ и располагаемом импульсе коррекции $V_{\Sigma}=9$ м/с, а также при $10''$ и располагаемом импульсе $V_{\Sigma}=42,5$ м/с, при $20''$ импульс скорости коррекции становится очень большим. Точность прохождения перицентра $\Delta \varrho_{\pi}=25$ км можно реализовать при точности автономных измерений $20''$ и располагаемом импульсе коррекции $V_{\Sigma}=72$ м/с, а также при $10''$ и располагаемом импульсе $V_{\Sigma}=30,2$ м/с.

Таким образом, потребная точность угловых измерений зависит от необходимой точности реализации перицентра ($\Delta \varrho_{\pi}$) и располагаемого корректирующего импульса и может быть определена только после того, как будут известны эти величины.

Рассматривать пятиразовую схему проведения коррекций траектории при данной схеме прогнозирования нецелесообразно из-за возможных ограничений по автономному прогнозу. Поэтому практически можно считать для рассматриваемой схемы автономных измерений наиболее целесообразной четырехразовую коррекцию траекторий.

Заканчивая раздел об автономном прогнозировании и построении наиболее целесообразной схемы проведения коррекций, можно сделать следующее заключение о том, что исследованные возможности многократной коррекции траектории полета к Марсу на основе автономной навигации дают возможность получить данные по выбору моментов измерений и моментов проведения коррекций.

Исследовано влияние на схему коррекции, суммарный корректирующий импульс и на величину ошибки в реализации условного перицентра у планеты величин ошибок автономных измерений.

На основе полученных результатов можно прийти к следующим выводам.

Четырехразовая коррекция траектории движения с целью обеспечения заданных требований по перицентру и по бинормали планетоцентрической траектории энергетически более выгодна, чем трехразовая коррекция.

При четырехразовой коррекции траектории первую коррекцию целесообразно провести в начале полета (первые 10 суток), однако допустимо проведение этой коррекции в течение первого месяца полета, вторая коррекция траектории должна быть проведена примерно на 80-е сутки полета, третья и четвертая коррекции — в самом конце полета.

Величина импульса скорости первой коррекции при принятых ошибках выведения составляет около 100 м/с.

Точность реализации перицентра на участке траектории у Марса после всех коррекций зависит от точности угловых измерений и располагаемого суммарного импульса на коррекцию (V_2 берется без учета затрат на первую коррекцию). Так, радиус перигея планетоцентрической орбиты у Марса можно реализовать с погрешностью, не превосходящей ± 10 км, если при прогнозировании траектории с помощью автономных методов проводить измерения угловых величин с погрешностью не более $\Delta\psi \pm 2''$ и располагать величиной корректирующего импульса скорости $V_x = 9$ м/с, а также при $\Delta\psi = \pm 10''$ и $V_x = 42,5$ м/с, при $\Delta\psi = \pm 20''$ импульс скорости коррекции резко возрастает.

Радиус перигея планетоцентрической орбиты можно реализовать с погрешностью не более $\Delta q_k = \pm 25$ км при $\Delta\psi = \pm 20''$ и $V_x = 72$ м/с или при $\Delta\psi = \pm 10''$ и $V_x = 30$ м/с.

Таким образом, потребная точность угловых измерений зависит от необходимой точности реализации перицентра и располагаемого корректирующего импульса и может быть определена после того, как будут заданы эти величины.

3.2. Автономная ориентация и маневры у планет

В настоящем разделе излагаются методы определения параметров маневра космических аппаратов, основанные на использовании минимума автономных измерений вблизи планеты. При этом используются особые свойства пучков траекторий, а также предварительные (неточные) данные об орбитах.

Предполагается, что на борту космического аппарата устанавливаются датчики, способные осуществить заданную ориентацию на центр планеты, а также приборы (оптические или гироскопиче-

ские), способные сохранить заданное направление в течение заданного времени.

Проблема определения параметров для осуществления маневра на орбитах космических аппаратов имеет большое значение. Обычно при определении параметров маневра пользуются траекторными измерениями, проводимыми с Земли, либо автономными измерениями на борту корабля. Оба эти метода определения параметров маневра являются общепризнанными и таят в себе огромные возможности.

Так, при больших точностях траекторных измерений орбиты космических тел могут определяться с высокими точностями, отсюда точно определяются и параметры маневров. Здесь и далее под параметрами маневров понимается модуль вектора скорости маневра, его направление в пространстве, определяемое двумя углами, и время маневра.

В настоящее время в литературе описан ряд методов определения орбит космических аппаратов с помощью траекторных измерений с Земли. Наиболее полное изложение содержится в работе [32].

Второй, автономный, метод определения орбит и параметров маневра также разработан достаточно глубоко и широко. Имеется обширная литература по изучению этого метода как по вопросам, связанным с принципами автономного метода, так и по определению алгоритмов решений задачи с применением на борту быстродействующих вычислительных машин [1].

При всей своей универсальности и широких возможностях оба метода имеют свои недостатки. Так, метод траекторных измерений, предполагающий использование наземных измерительных пунктов, имеет ограниченные возможности в связи с тем, что, во-первых, точности траекторных измерений не всегда обеспечивают достаточную точность определения траекторий. Во-вторых, применение этого метода возможно только в условиях прямой видимости космического аппарата с пункта связи. В-третьих, необходима обработка измерений на Земле и последующая передача уставок на борт также вносит ряд существенных трудностей.

Метод автономных бортовых измерений также обладает определенными недостатками и, в частности, требует наличия на борту быстродействующих машин с высокой степенью надежности, многократных автономных высокоточных измерений (производимых автоматически или космонавтом), разработки ввода данных в машины и алгоритмов решения задач. Наконец, оба эти метода практически неприемлемы при различного рода аварийных ситуациях, когда космический аппарат выходит из заданной трубки траекторий и нужно немедленно принять решение о маневре.

Очевидно, что наиболее целесообразно задачу определения параметров маневров решать смешанными способами, при наличии на борту систем ориентации с использованием предварительных сведений об орбитах, полученных путем радиотехнических траекторных измерений с Земли или каким-либо другим путем.

Впервые такая попытка была сделана в работе [7], а также в работе [6], где рассматриваются более широкие классы траекторий.

При разработке предлагаемого метода определения параметров маневра главное внимание уделялось максимальной простоте и применимости методов с инженерной точки зрения.

Были получены основные зависимости, связывающие параметры маневра с параметрами орбиты, выбраны алгоритмы для расчетов и построения систем. Наряду с результатами, полученными расчетным путем, найдены аналитические решения и аналитические обоснования метода путем применения разложений функций от интересующих параметров в ряды Тейлора. Такой подход к решению рассматриваемой задачи открывает большие возможности для дальнейшего изучения движения космических аппаратов, определения характерных свойств их орбит с учетом возможных отклонений, а также построения алгоритмов при решении навигационных задач.

Рассматриваемый подход к решению навигационных задач, основанный на свойствах пучков траекторий, дает в руки космонавтам метод организации управления космическим кораблем и при тщательной тренировке может обеспечить выход из нерасчетных ситуаций при наличии запасов энергии (топлива) на борту корабля.

3. 2. 1. Автономное определение вектора скорости

Вопрос об определении вектора скорости в некоторой точке траектории может возникнуть в различных задачах. Например, при маневрах вблизи планет часто возникает необходимость сообщить оптимальный импульс вдоль вектора скорости или в сторону, противоположную ему. Так как траектория не всегда точно известна, то появляется потребность в таком методе определения вектора скорости, который был бы слабо чувствителен к ошибкам прогноза траектории. В рассматриваемом методе определение вектора скорости связывается с задачей торможения, т. е. ориентацией импульса (вектора тяги) перед торможением вблизи планеты.

Для совершения маневра в пространстве у планет необходимо тягу двигателя направить заданным образом, часто (в первом приближении) по направлению вектора скорости КА. Некоторые известные методы ориентации в космическом пространстве у планет, применяемые при решении данной задачи, например, метод ориентации по прогнозируемому вектору скорости, обладают серьезными недостатками. Так, при недостаточно хорошем знании траектории (из-за неточности коррекции и измерительных средств) возникают ошибки в ориентации, приводящие, как правило, к возникновению больших боковых скоростей. Кроме того, в этом случае обычно используется сложная система ориентации корабля в инер-

циальной системе координат, а также проводятся большие вычислительные работы по расчету уставок на ориентацию.

Используя свойства движения тел в гравитационном поле вблизи планеты, например, сохранение плоскости движения, а также возможность одноосной ориентации на центральное тело, можно иногда автономно определить направление вектора скорости в точке маневра, осуществить автономную ориентацию двигателя по вектору скорости. В каждом из этих случаев можно также вычислить ошибки в точности проведения маневра в зависимости от точности определения первоначальной орбиты и точности выдерживания направления по радиусу-вектору.

Наиболее интересным из рассмотренных методов является метод автономной ориентации в случае, когда точность проведения маневра не зависит от точности знания орбиты перед маневром. Ошибки в определении орбиты как бы исправляются самим методом ориентации. В этом случае при маневрах не требуются какие-либо специальные навигационные измерения и расчеты на борту КА. Исследование подобных методов имеет большое значение, так как могут быть применены для осуществления маневров в случае необходимости спасения космонавтов при возможном возникновении аварийных ситуаций.

Таким будет рассматриваемый ниже автономный метод ориентации тормозного двигателя по вектору скорости при вертикальной посадке на безатмосферное небесное тело, например, Луну.

3. 2. 2. Замечательное свойство пучка гиперболических траекторий

Рассмотрим осесимметричный пучок гиперболических траекторий материальной точки вблизи планеты. Пусть осевая траектория пучка проходит через центр планеты и все траектории его имеют на бесконечности одну и ту же величину и направление вектора скорости V_∞ . Обозначим через b удаление траектории от осевой на бесконечности (прицельная дальность).

Ориентация вектора скорости вблизи планеты будет существенно зависеть от расстояния траектории от оси пучка: так, для осевой траектории вектор скорости вблизи планеты, очевидно, коллинеарен радиусу-вектору, а вектор скорости для произвольной траектории пучка на расстоянии q_A от планеты повернут к радиальному направлению на угол α (рис. 3. 24), равный (при малых α)

$$\alpha \approx \sin \alpha = \frac{V_\infty}{V_A q_A} b,$$

причем $V_A^2 = \frac{2\mu}{q_A} + V_\infty^2$ не зависит от отклонения b , где μ — произведение массы планеты на постоянную тяготения.

В связи с этим возможность ориентации по вектору скорости вблизи планеты, необходимая, например при торможении, существенно зависит от величины радиуса пучка.

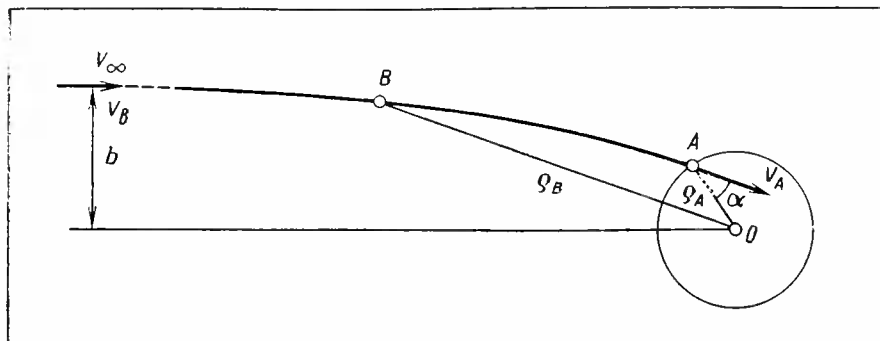


Рис. 3.24. Схема полета для попадающих траекторий. Первое замечательное свойство пучка траекторий

Рассмотрим на траектории две точки A и B . Очевидно, что для любой точки A произвольной траектории существует точка B , радиус-вектор в которой параллелен вектору скорости в точке A :

$$\vec{V}_A \parallel \vec{Q}_B.$$

Положение точки B определим из этого условия:

$$\vartheta_B - \vartheta_A = \alpha, \quad (3.2)$$

где ϑ_B — истинная аномалия в точке B ; ϑ_A — истинная аномалия в точке A .

Тогда, очевидно, расстояние Q_B до центра планеты равно

$$Q_B = \frac{p}{1 + e \cos \vartheta_B}.$$

Имея в виду соотношение (3.2), можно написать

$$e \cos \vartheta_B = e \cos \vartheta_A \cos \alpha - e \sin \vartheta_A \sin \alpha,$$

$$e \cos \vartheta_A = k_A \sin^2 \alpha - 1,$$

$$e \sin \vartheta_A = k_A \sin \alpha \cos \alpha,$$

где $k_A = \frac{V_A^2 Q_A}{\mu}$.

Отсюда $e \cos \vartheta_B = (k_A \sin^2 \alpha - 1) \cos \alpha - k_A \sin^2 \alpha \cos \alpha = -\cos \alpha$.

Следовательно, $Q_B = \frac{p}{1 - \cos \alpha}$,

где $p = Q_A k_A \sin^2 \alpha = Q_A k_A (1 - \cos^2 \alpha)$,

наконец,

$$Q_B = Q_A k_A (1 + \cos \alpha). \quad (3.3)$$

Разлагая это соотношение в ряд по степеням α , будем иметь

$$Q_B = k_A Q_A \left[2 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^n}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{\alpha^{2n}}{(2n)!} \right] = 2k_A Q_A + \Delta Q,$$

где

$$\Delta Q = k_A Q_A \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\alpha^{2n}}{(2n)!}.$$

Отсюда видно, что с точностью до членов второго порядка малости расстояние Q_B постоянно для всех траекторий пучка и равно

$$Q_B^* = 2k_A Q_A,$$

следовательно, отношение Q_B^*/Q_A удовлетворяет условию $Q_B^*/Q_A > 4$ для гиперболической траектории и $Q_B^*/Q_A = 4$ для параболической траектории, причем здесь за Q_B^* принимается $\lim_{V_{\infty} \rightarrow 0} Q_B^*$.

Пренебрегая дополнительным членом ΔQ , мы совершаем ошибку в определении расстояния Q_B , оцениваемую первым членом ряда для ΔQ :

$$|\Delta Q| < k_A Q_A \frac{\alpha^2}{2} \approx \frac{V_{\infty}^2}{2\mu} b^2.$$

При этом для ошибки в определении направления вектора скорости \bar{V}_A можно получить следующую оценку:

$$\Delta \alpha_A \approx \alpha_B \frac{\Delta Q}{Q_B} \approx c_{\alpha} b^3,$$

где α_B — угол между вектором скорости и радиусом-вектором в точке B , причем c_{α} не зависит от b . Величина $\Delta \alpha_A$ имеет третий порядок малости.

Отсюда следует, что для достаточно малого пучка величины ошибок ΔQ и $\Delta \alpha_A$ будут пренебрежимо малы.

Допустимая ошибка Δb_{\max} в определении орбиты по прицельной дальности для случая центральной трубки определяется по формуле

$$\Delta b_{\max} = \frac{1}{V_{\infty}} \sqrt[3]{2\mu V_B Q_B^2 \Delta \alpha_{\max}},$$

где $\Delta \alpha_{\max}$ — допустимая ошибка в ориентации тормозного двигателя, рад.

В табл. 3.6 приведены значения Q_B^* , ΔQ_B и Δb_{\max} для характерных при сближении с планетами скоростей V_{∞} .

Возникающая вследствие угловой ошибки $\Delta \alpha$ боковая скорость V_{ϕ} в конце торможения оценивается по формуле

$$V_{\phi} \approx V_T \Delta \alpha,$$

где V_T — скорость торможения $V_T \approx V_A$.

Т а б л и ц а 3.6

Небесное тело	Q_A , км	V_∞ , км/с	Q_B^* , км	$\Delta\sigma_{\max}$, °	Δb_B , км	Δb_{\max} , км
Земля	6370	4	28700	5	440	4600
Венера	6100	4	27500	5	420	4400
Марс	3400	4	22300	5	510	1600
		0,5	7260	5	100	1960
Луна	1740	1	8200	5	130	1100
		1,5	9720	5	185	890

Таким образом, для широкого пучка гиперболических траекторий существует расстояние Q_B^* , на котором радиус-вектор достаточно точно совпадает с направлением вектора скорости на фиксированной высоте от поверхности планеты.

Это замечательное свойство пучка гиперболических планетоцентрических траекторий можно использовать при построении автономных средств навигации у планет. Следует отметить, что данный способ определения вектора скорости по направлению на центр планеты может быть использован и при полете по эллиптической траектории.

3.2.3. Выбор метода ориентации оси двигателя перед торможением

Рассмотрим особенности ориентации двигателя при торможении у поверхности Луны, связанные с осуществлением мягкой посадки. Схема ориентации должна обеспечивать, с одной стороны, энергетически оптимальный режим торможения, т. е. ось двигателя должна быть близка к направлению вектора скорости при торможении (здесь, конечно, рассматривается импульсная постановка). С другой стороны, должны обеспечиваться малые скорости посадки — как вертикальная, так и боковая. Ошибки ориентации КА перед торможением в основном влияют на величину боковой скорости (скорости, горизонтальной относительно поверхности Луны).

Оценим боковые скорости для некоторых схем ориентации.

Первая схема предполагает ориентацию оси двигателя для всех траекторий трубки по вектору скорости центральной траектории трубки, определяемой по данным прогноза после коррекции.

Вследствие отклонения действительного вектора скорости \vec{V}_T от прогнозируемого на угол φ в конце торможения возникает боковая скорость V_6 , равная

$$V_6 = V_T \sin \varphi \approx 0,76\varphi,$$

где φ берется в минутах, а $V_T \approx 2600$ м/с.

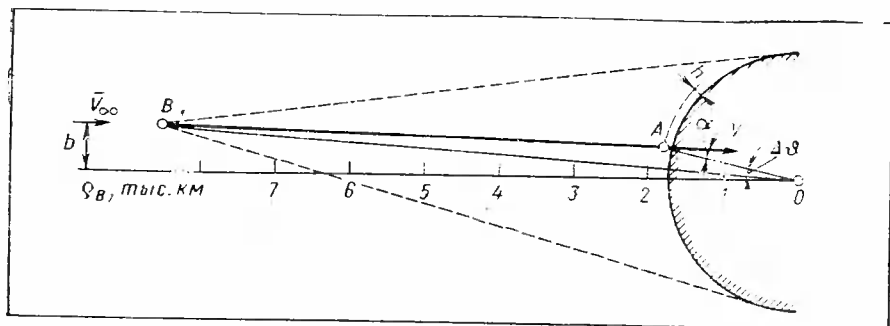


Рис. 3.25. Схема лунной вертикали

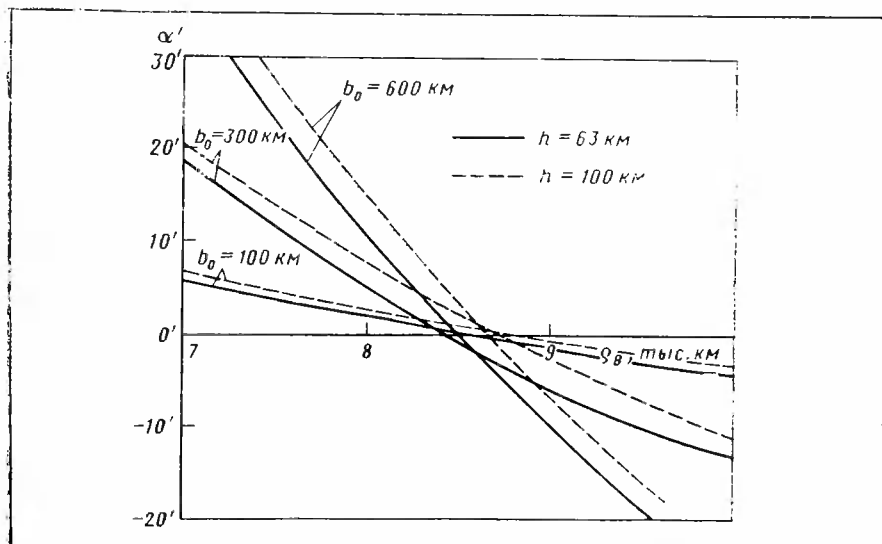


Рис. 3.26. Зависимость угловых ошибок от p_B и прицельной дальности b

При отклонениях $\Delta b = 100 \dots 200$ км боковые скорости у поверхности Луны достигают 25 ... 50 м/с.

Вторая схема ориентации предполагает ориентацию оси двигателя по местной вертикали к поверхности Луны. В этом случае возможные боковые скорости также велики и составляют 60 ... 120 м/с.

Для уменьшения боковых скоростей у поверхности Луны может быть применен метод ориентации, описанный выше и основанный на замечательном свойстве пучка гиперболических траекторий (рис. 3.26).

Направление скорости в начале торможения (в точке A) для достаточно широкого пучка траекторий весьма точно совпадает с направлением на центр Луны на некотором заранее фиксированном

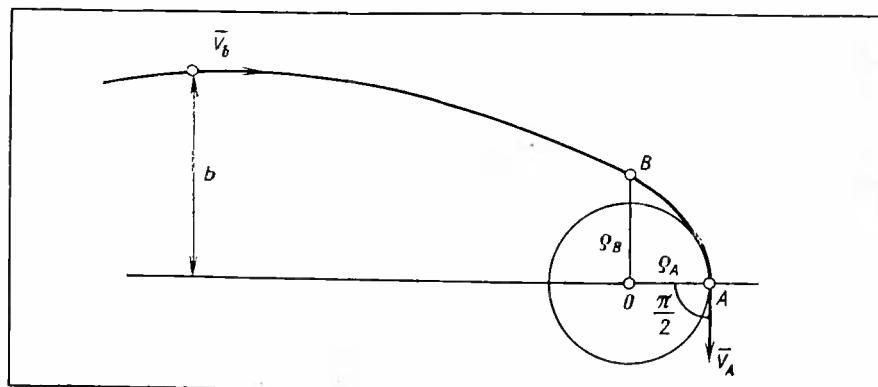


Рис. 3.27. Схема полета по касательной траектории

расстоянии от Луны, равном $Q_B \approx 8200$ км; в точке B определяется местная вертикаль (рис. 3.25). Боковая скорость V_b , возникающая вследствие начального отклонения Δb и ошибки ΔR определения расстояния Q_B , характеризуется относительно малыми боковыми скоростями для относительно большого диапазона отклонений b и ошибок ΔR . Так, при $b \leq 600$ км и $\Delta R \leq 300$ км боковые скорости $V_b \leq 5$ м/с, а при $b \leq 200$ км при $V_b \leq 2$ м/с.

Для реализации этого метода целесообразно применять следующую схему ориентации (рис. 3.27):

- автономное определение направления вертикали к поверхности Луны на фиксированном расстоянии Q_B^* ;
- запоминание этого направления на время t_b полета от этого момента до включения тормозного двигателя (для Луны $t_b \approx 1$ ч);
- выставка тяги двигателя к началу торможения по этому направлению.

Кроме методических ошибок способа ориентации, возможны исполнительные ошибки, которые складываются из угловой ошибки Δ_1 определения вертикали, ошибки Δ_2 запоминания вертикали и ошибки Δ_3 — выставки оси двигателя по направлению, которое запоминается системой управления.

Каждая из этих ошибок приводит к ошибке в боковой скорости $V_b = 0,76 \Delta_i$ ($i=1, 2, 3$; Δ_i берется в угловых минутах). Если, например, за величину каждой ошибки принять $5'$ (что технически легко реализуется), то суммарная боковая скорость вследствие инструментальных ошибок не превысит 7 м/с.

Вертикальная составляющая скорости в конце торможения определяется точностью системы управления двигательной установки и точностью прогнозирования скорости КА.

3. 2. 4. Развитие метода автономного определения направления вектора скорости

Определение вектора скорости в некоторой точке траектории необходимо в ряде различных задач. Например, при маневрах вблизи планет часто импульс необходимо сообщить оптимально вдоль направления вектора скорости. Так как траектория обычно бывает известна с некоторой точностью, то возникает потребность в таком методе определения вектора скорости, который был бы слабо чувствителен к ошибкам прогноза. В данном разделе вопрос об определении направления вектора скорости связывается с задачей торможения, т. е. ориентацией импульса (вектора тяги) перед торможением.

Рассмотрим следующие случаи.

Случай I. Номинальная гиперболическая (эллиптическая) траектория не проходит через центр планеты, но пересекает ее поверхность. Импульс сообщается противоположно вектору скорости V_A в точке A пересечения траектории с поверхностью планеты. Направление на центр планеты O в точке B параллельно вектору скорости V_A (см. рис. 3. 24).

Случай II. Номинальная гиперболическая (эллиптическая) траектория не пересекает поверхности планеты, и тормозной импульс сообщается в ее перигенте A противоположно вектору скорости \vec{V}_A . Направление на центр планеты в точке B параллельно вектору скорости \vec{V}_A (см. рис. 3. 27).

Рассмотрим случай гиперболического движения вблизи планеты. Используем обозначения, принятые в разд. 3. 2. 2. Случаи I и II можно объединить, учитывая только то, что для номинальной и достаточно близкой к ней траектории в случае I $q_A = R$, где R — радиус планеты, $0 \leq \alpha \leq \pi/2$, причем предельные случаи $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/2$ имеют место для центральной траектории, касающейся поверхности соответственно,

$$\sin \alpha = \frac{V_{\infty} b}{V_A q_A}, \quad (3. 4)$$

а в случае II

$$q_A = q_{\pi} = \frac{p}{1 + e}, \quad \alpha = \frac{\pi}{2}, \quad (3. 5)$$

где e — эксцентриситет орбиты.

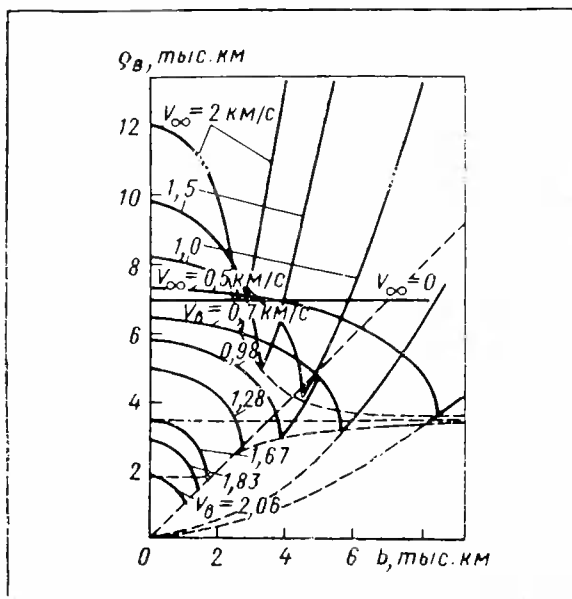
Предположим, что действительная траектория сближения с планетой известна точно, тогда для расстояния q_B , определяющего направление вектора скорости в точке A и соответствующего параметрам действительной траектории,

$$q_B = q_A k_A (1 + \cos \alpha), \quad (3. 6)$$

где

$$k_A = V_A^2 q_A / \mu.$$

Рис. 3.28. Зависимость Q_B от прицельной дальности b для различных энергий. Второе замечательное свойство пучка траекторий



Интересно отметить, что кривая $Q_B(b)$ при $Q_A = R$, $V_\infty = \text{const}$ и $0 \leq b \leq b_{\max}$ представляет собой эллипс (рис. 3.28).

Действительно, из выражений (3.4) и (3.6) находим

$$\frac{(Q_B - A)^2}{A^2} + \frac{b^2}{B^2} = 1, \quad (3.7)$$

где

$$A = Q_A k_A = \frac{Q_A^2 V_A^2}{\mu} = \frac{b_m^2 V_\infty^2}{\mu} = p_{\max},$$

$$B = Q_A \frac{V_A}{V_\infty} = b_{\max}.$$

Здесь b_{\max} и p_{\max} суть прицельная дальность и фокальный параметр гиперболы с заданной величиной V_∞ , касающейся планеты радиуса R . При $V \rightarrow \infty$ $b_{\max} \rightarrow R$, а $p_{\max} \rightarrow \infty$, при $V_\infty \rightarrow 0$ $b_{\max} \rightarrow \infty$, а $p_{\max} \rightarrow 2R$. Для данной задачи используется только часть эллипса $0 \leq b \leq b_{\max}$, $p_{\max} \leq Q_B \leq 2p_{\max}$.

Для произвольного V_∞ точка $b=0$ есть вершина эллипса, в ней касательная к эллипсу параллельна оси b и в окрестности этой точки $Q_B(b)$ есть парабола.

В рассматриваемой задаче это отражает характерное для данного метода ориентации свойство пучка гиперболических траекторий, заключающееся в том, что при фиксированном V_∞ для достаточно больших значений b величина Q_B практически постоянна.

На рис. 3.28 приведены зависимости Q_B от прицельной дальности b при сближении с Луной ($\mu = 4900 \text{ км}^3/\text{с}^2$, $R = 1740 \text{ км}$), здесь при $0 \leq b \leq b_{\max}$ имеет место случай I.

Зависимость $q_B(b)$ — монотонно убывающая, причем

$$q_B(b_{\max}) = \frac{1}{2} q_B(0) = p_{\max}.$$

При $b > b_{\max}$ будет случай II. Здесь зависимость $q_B(b)$ — монотонно возрастающая:

$$q_B(b) = p = \frac{(V_{\infty} b)^2}{\mu}.$$

Точки минимума

$$q_B(b_{\max}) = \frac{R^2 V_{\infty}^2}{\mu} + 2R$$

соединены кривой, монотонно убывающей при уменьшении V_{∞} , причем

$$\lim_{V_{\infty} \rightarrow 0} q_B(b_{\max}, V_{\infty}) = 2R.$$

Из рис. 3.28 видно, что при $0 \leq V_{\infty} \leq 1$ км/с и $b = 3480$ км кривые, соответствующие различным значениям V_{∞} , пересекаются примерно в одной точке, т. е. q_B мало зависит от V_{∞} .

Рассмотрим зависимость $q_B(V_{\infty})$ при фиксированном значении b . Учитывая формулы (3.4) и (3.6) и разлагая

$$q_B(V_{\infty}) \text{ в ряд по } \tilde{V}_{\infty} = \frac{V_{\infty}}{\sqrt{\mu/R}},$$

получим

$$q_B = R \left[4 + 2 \left(1 - \frac{\tilde{A}}{4} \right) \tilde{V}_{\infty}^2 + \frac{A}{4} \left(1 - \frac{\tilde{A}}{2} \right) \tilde{V}_{\infty}^4 + O(\tilde{V}_{\infty}^6) \right],$$

где $\tilde{A} = b^2/R^2$. Отсюда следует, что при $\tilde{A} \neq 4$ вблизи $\tilde{V}_{\infty} = 0$ зависимость $q_B(\tilde{V}_{\infty})$ в первом приближении квадратичная.

Пусть $\tilde{A} = 4$, т. е. $b = 2R$, тогда

$$q_B = 4R \left[1 - \frac{1}{4} \tilde{V}_{\infty}^4 + O(\tilde{V}_{\infty}^6) \right]. \quad (3.8)$$

Из выражения (3.8) следует, что в этом случае ($b = 2R$) зависимость $q_B(\tilde{V}_B)$ представляет собой параболу четвертой степени, т. е. q_B чрезвычайно слабо зависит от величины V_{∞} .

Это выражает еще одно замечательное свойство гиперболических траекторий, характерное для данного метода ориентации и заключающееся в том, что для отклонения $b = 2R$ величина q_B практически постоянна при изменении V_{∞} в широком диапазоне.

Интересно выразить величину q_B и через другие параметры траектории. На рис. 3.29 приведены зависимости $q_B(L)$, где $L = \sqrt{\mu} p = V_{\infty} b$, для тех же значений V_{∞} . При $0 \leq L \leq V_{\infty} b_{\max}$ (случай I) зависимость $q_B(L)$ монотонно убывает, а $q_B(L)$ монотонно возрастает с ростом V_{∞} . При $L \geq V_{\infty} b_{\max}$ (случай II) $q_B = L^2/\mu$. На рис. 3.30 приведена зависимость $q_B(\alpha)$ для случая $1,0 \leq \alpha \leq \pi/2$. Для иллюстрации на рис. 3.30 выделена кривая $V_{\infty} = 0$.

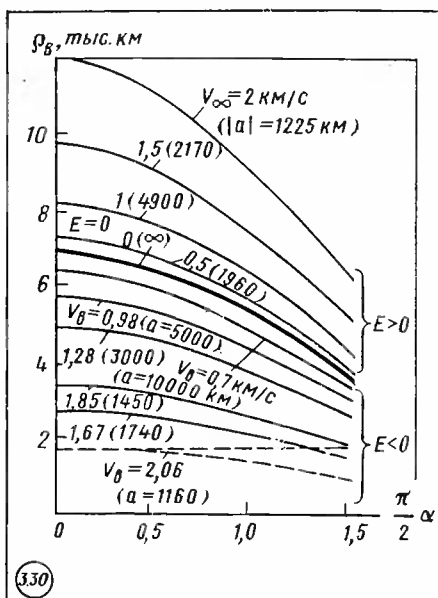
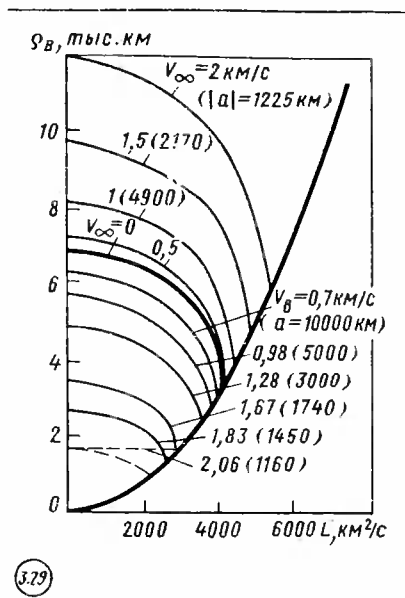


Рис. 3. 29. Зависимость q_B от L для различных энергий V_∞

Рис. 3. 30. Зависимость q_B от угла α для различных энергий V_∞

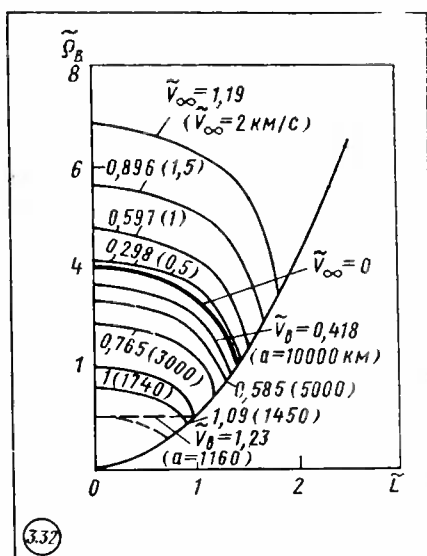
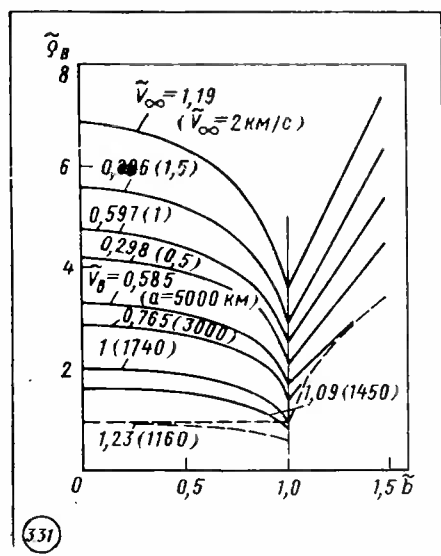


Рис. 3. 31. Зависимость приведенного \tilde{q}_B от отклонения \tilde{b}

Рис. 3. 32. Зависимость приведенного \tilde{q}_B от \tilde{L} для различных энергий

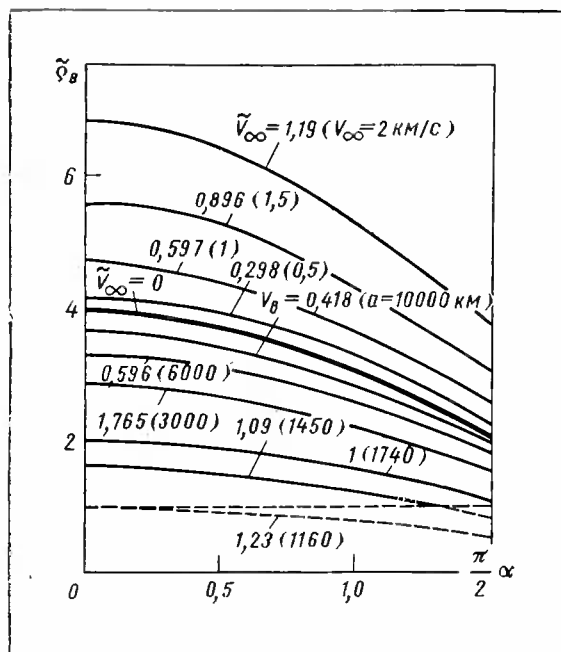


Рис. 3.33. Зависимость приведенного \tilde{q}_B от угла α

Для определения $q_B(b, V_\infty)$ для других планет на рис. 3.31...3.33 представлены безразмерные зависимости $q_B(b)$, $q_B(L)$, $q_B(\alpha)$ для различных значений V_∞ , где $q_B = q_B/R$:

$$\tilde{b} = b/b_{\max}, \quad \tilde{L} = L/\sqrt{\mu R},$$

Пусть q_B^* — расстояние от центра планеты для номинальной траектории, на котором направление на центр планеты совпадает с вектором скорости в точке маневра A . Эта величина соответствует формуле (3.6) для номинальной траектории. Пусть для отклонений траекторий направление вектора скорости в точке A определяется по направлению на центр на том же расстоянии q_B^* . Это соответствует, например, следующим случаям:

а) действительная траектория определяется неточно и за номинальную траекторию принимается расчетная;

б) изменение q_B при полете физически невозможно и за номинальную принимается расчетная траектория до полета.

Тогда направление вектора скорости будет определяться приближенно, так как, вообще говоря, $q_B \neq q_B^*$.

Вычислим ошибки ориентации, возникающие при таком методе вследствие отклонения траекторий от номинальной на величину Δb по прицельной дальности, предполагая при этом, это энергия тра-

ектории постоянна. Это довольно точно характеризует пучок траекторий у планет. В случае I, дифференцируя (3.6) по b , получим

$$\Delta Q_B = -\frac{k_A V_\infty}{V_A} \operatorname{tg} \alpha \Delta b.$$

Отсюда видно, что при $\alpha > 0$ линейная по Δb составляющая ошибки ΔQ_B не равна нулю и, следовательно, в этом случае ошибка линейна по Δb .

Для ошибки в определении направления вектора скорости получим следующую оценку:

$$\Delta \alpha_A = \operatorname{tg} \alpha_B \frac{\Delta Q_B}{Q_B} \approx c_a \Delta b. \quad (3.9)$$

Таким образом, и ошибка по углу линейна по Δb в отличие от случая $\alpha = 0$, рассмотренного в разд. 3.2.2.

На рис. 3.34 приведена зависимость допустимого отклонения Δb от прицельной дальности номинальной траектории b при допустимой угловой ошибке $\Delta \alpha = 10^\circ$ при $V_\infty = 0,5; 1; 1,5$ км/с.

Отсюда видно, что допустимая ошибка Δb резко уменьшается при увеличении b ; так, для $V_\infty = 0,5$ км/с допустимо $\Delta b = 2500$ км при $b = 0$; $\Delta b = 500$ км при $b = 2000$ км и $\Delta b = 200$ км при $b = 3000$ км.

На рис. 3.35 приведены безразмерные зависимости $\Delta \tilde{b}(\tilde{b})$, где

$$\Delta \tilde{b} = \frac{\Delta b}{b_{\max}}.$$

В случае II, дифференцируя зависимость (3.6) по b , получим

$$Q_B = \frac{d(Q_A k_A)}{db} \Delta b = c_1 \Delta b. \quad (3.10)$$

Для определения ошибки ориентации вектора скорости при маневре необходимо сначала выбрать критерий для определения точки маневра A на отклоненной траектории. Можно, например, выдерживать время движения от точки B' до точки A' равным времени движения от точки B до точки A на номинальной траектории.

При этом надо учесть возможные отклонения точки A от перигея и отличие скорости $V_{A'}$ от V_A . Если это отличие не учитывать, то для ошибки в определении направления вектора скорости получим оценку:

$$\Delta Q_B = \operatorname{tg} \alpha_B \frac{c_1}{Q_B} \Delta b = c_2 \Delta b. \quad (3.11)$$

Таким образом, в данном случае ошибка $\Delta \alpha_B$ также линейна по Δb .

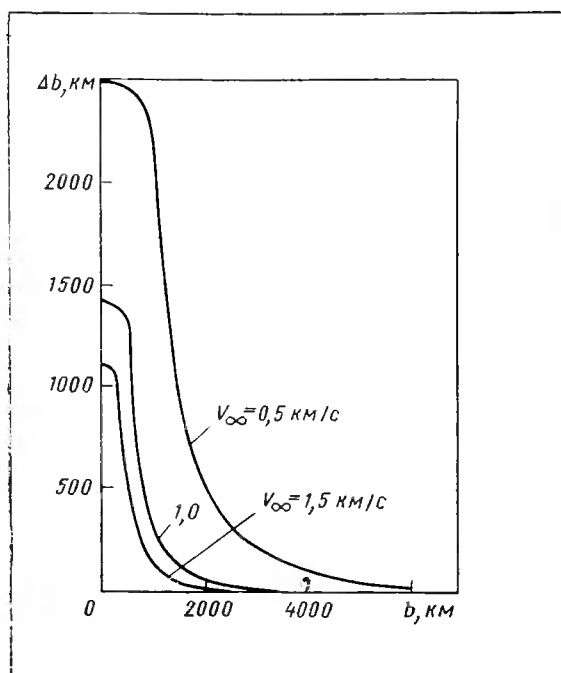


Рис. 3.34. Зависимость отклонений Δb от прицельной дальности b

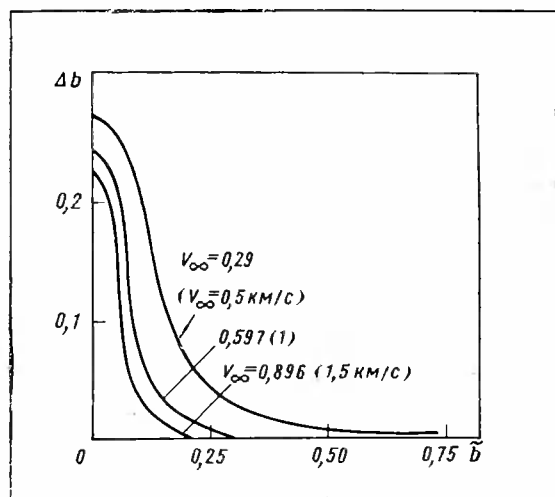


Рис. 3.35. Зависимость отклонений Δb от приведенной прицельной дальности \tilde{b}

Рассмотрим случай эллиптической начальной орбиты. Зависимость (3.6) сохраняется; следует лишь иметь в виду, что величины α и V_A определяются формулами

$$\sin \alpha = \frac{L}{V_A q_A}, \quad (3.12)$$

где L — постоянная площадей $V_A^2 = \frac{2\mu}{q_A} + 2E$ ($E = h$ — энергия на эллиптической орбите).

Введем следующие элементы эллиптической орбиты: b — малая полуось эллипса, V_b — скорость в точке орбиты, совпадающей с концом малой оси эллипса. В этом случае элементы определяются по формулам

$$E = -\frac{V_b^2}{2}, \quad L = V_b b. \quad (3.13)$$

Отсюда видно, что параметры V_b и b аналогичны соответствующим параметрам V_∞ и b для гиперболы, и основные формулы, полученные для гиперболы, справедливы для эллипса при замене V_∞ на V_b .

На рис. 3.26 приведена зависимость $q_B(b)$ для различных значений $V_b(a)$.

Кривые $q_B(b)$ при $V_b = \text{const}$ для случая I ($q_\pi \leq R$) также представляют собой эллипсы (3.7). В этом случае при $a > R$ для каждой эллиптической орбиты, т. е. при $0 \leq \alpha \leq \pi/2$, найдется соответствующая точка B и расстояние q_B . При $2/3R \leq a \leq R$ это будет иметь место для некоторого диапазона орбит, т. е. при $0 \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$. Минимально допустимая большая полуось равна $a_{\min} = 2/3R$, при этом $q_B = R$.

В случае II кривая $q_B(b)$ также является параболой (3.8).

Соответствующие зависимости $q_B(L)$ и $q_B(\alpha)$ для номинальной орбиты приведены на рис. 3.29 и 3.30.

Рассмотрим далее ошибки ориентации для случая эллиптической орбиты. Пусть $L = 0$. Разлагая в этом случае выражение (3.6) в ряд по α и используя соотношения (3.12) и (3.13), можно получить формулы для оценки ошибок Δq_B и $\Delta \alpha_A$:

$$\Delta q_B < k_A q_A \frac{\alpha^2}{2} \approx \frac{\Delta L^2}{2\mu}; \quad \Delta \alpha_A \approx \frac{\alpha_B}{q_B} \frac{\Delta L^2}{2\mu} \approx c_3 \Delta L^3,$$

где ΔL — отклонение в постоянной площадей при эллиптическом движении.

Таким образом, в данном случае ошибка $\alpha \Delta_A$ имеет третий порядок малости по ΔL .

Пусть теперь $L \neq 0$. В случае I ($0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ и $q_\pi \leq R$) аналогично предыдущему получим

$$\Delta q_B = \frac{q_A k_A \operatorname{tg} \alpha}{V_A q_A} \Delta L; \quad \Delta \alpha_A = \frac{\alpha_B}{q_B} \Delta q_B = c_4 \Delta L.$$

В случае $\Pi\left(\alpha_A = \frac{\pi}{2}, \varrho_A = \varrho_\star\right)$ имеем

$$\Delta \varrho_A = \frac{d(\varrho_A^k A)}{dL} \Delta L \approx c_5 \Delta L; \quad \Delta \alpha_A = \frac{\alpha_B}{\varrho_B} c_5 \Delta L = c_6 \Delta L.$$

Таким образом, в случае $L \neq 0$ ошибки $\Delta \varrho_B$ и $\Delta \alpha_A$ линейны по ΔL .

При изучении эллиптического движения ошибки ориентации также можно проанализировать в зависимости от ошибки Δb . При этом соответствующие формулы аналогичны приведенным выше.

В заключение заметим, что рассмотренные случаи обладают общностью и могут быть исследованы единой методикой.

Из рассмотрения ошибок следует, что данный метод ориентации импульса по вертикали к планете можно применить не только для траекторий вертикальной посадки (см. разд. 3.2.2), но и для близких к ним траекторий. Возможны и другие применения этого метода, например при переходе на орбиту спутника планеты. В этом случае применение развитого метода потребует дальнейшего анализа.

3.2.5. Свойство времени полета до перицентра по траектории пучка

Рассмотрим еще одно свойство пучка гиперболических траекторий вблизи планеты

Теорема. Время движения по гиперболической траектории от фиксированного расстояния, равного величине параметра p номинальной траектории, до перицентра слабо зависит от величины отклонения прицельной дальности Δb при фиксированном значении скорости на бесконечно большом расстоянии от планеты V_∞ .

Докажем эту теорему. Для этого исследуем уравнение Кеплера. Время движения t между точкой B и перицентром гиперболы (номинальной) может быть выражено следующим образом:

$$t = \int_0^{\vartheta(0)} \frac{r^2}{\sqrt{\mu p}} d\vartheta.$$

Для определения отклонений времени движения от точки B' , фиксированной на расстоянии $r = p_{\text{ном}}$, до перицентра гиперболы очевидно необходимо взять вариацию этого функционала δt , которая определит связь между δt и Δb :

$$t'(b) = \int_0^{\vartheta} f'_b(\vartheta, b) d\vartheta - \vartheta' f(\vartheta, b).$$

Воспользуемся для этого уравнением Кеплера для гиперболического движения и условием, что расстояние $\varrho = \text{const}$ (рис. 3.36).

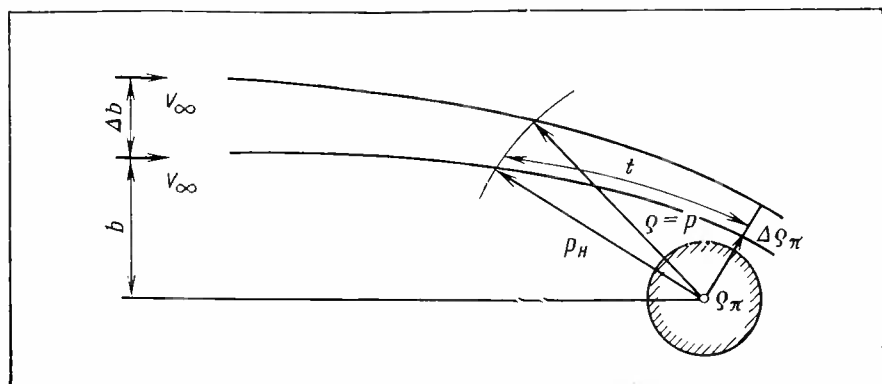


Рис. 3.36. Схема сближения с планетой. Третье замечательное свойство пучка траекторий

Тогда
$$t = t(V_{\infty}, b) = \frac{a^{3/2}}{V_{\infty}^{\mu}} (e \operatorname{sh} H - H), \quad (3.14)$$

где $a = \frac{\mu}{V^2}$ — большая полуось гиперболы; e — эксцентриситет гиперболы; $\operatorname{sh} H$ — гиперболическая функция (синус); $q = a(e \operatorname{ch} H - 1)$.

Определим полный дифференциал:

$$dt = \frac{\partial t}{\partial b} db + \frac{\partial t}{\partial V_{\infty}} dV_{\infty}.$$

Рассмотрим случай, когда $V_{\infty} = \text{const}$:

$$dt = \frac{\partial t}{\partial b} db.$$

Из соотношения (3.14) следует:

$$dt = \frac{a^{3/2}}{V_{\infty}^{\mu}} \frac{d}{dH} (e \operatorname{sh} H - H) \frac{dH}{db} db.$$

Найдем производную dH/db из соотношения (3.14)

$$q_b = a(e \operatorname{ch} H - 1) = \text{const}. \quad (3.15)$$

Учитывая, что

$$a = \frac{\mu}{V_{\infty}^2}; \quad p = \frac{V_{\infty}^2 b^2}{\mu},$$

$$e = \sqrt{\frac{b^2 V_{\infty}^4 + \mu^2}{\mu^2}} = \sqrt{\frac{b^2 V_{\infty}^2}{\mu^2} + 1},$$

можно представить соотношения (3.14), (3.15) в следующем виде:

$$t = \frac{1}{2V_{\infty}^3} \left[\sqrt{b^2 V_{\infty}^4 + \mu^2} (e^H - e^{-H}) - 2\mu H \right],$$

$$\sqrt{b^2 V_{\infty}^4 + \mu^2} (e^H + e^{-H}) = \text{const}.$$

Дифференцируя второе соотношение, будем иметь

$$\frac{bV_{\infty}^4}{\sqrt{b^2V_{\infty}^4 + \mu^2}}(e^H + e^{-H}) + \sqrt{b^2H^4 + \mu^2}(e^H - e^{-H}) \frac{dH}{db} = 0$$

или
$$bV_{\infty}^4(e^H + e^{-H}) + (b^2V_{\infty}^4 + \mu^2)(e^H - e^{-H}) \frac{dH}{db} = 0.$$

Отсюда $\frac{dH}{db}$:

$$\frac{dH}{db} = \frac{bV_{\infty}^4}{b^2V_{\infty}^4 + \mu^2} \frac{e^H + e^{-H}}{e^H - e^{-H}} = \frac{bV_{\infty}^4}{b^2V_{\infty}^4 + \mu^2} \frac{\operatorname{ch} H}{\operatorname{sh} H}. \quad (3.16)$$

Проводя вычисление, получим

$$\frac{dt}{db} = \frac{bV_{\infty}}{\mu e^2} \frac{\operatorname{ch} H - e}{\operatorname{sh} H}.$$

Определим значения $\operatorname{ch} H$ и $\operatorname{sh} H$, входящие в соотношение (3.16); используя выражение (3.15), получим

$$\operatorname{ch} H = \frac{q + a}{ea},$$

$$\operatorname{sh} H = \sqrt{\left(\frac{q + a}{ea}\right)^2 - 1}.$$

Используя $q = q_A = \frac{V_{\infty}^2 b^2}{\mu}$, будем иметь $\operatorname{ch} H = e$.

Производная dt/db в точке p равна

$$\left(\frac{dt}{db}\right)_{q \rightarrow p} = 0.$$

Отсюда следует теорема о свойстве пучка гиперболических траекторий при $V_{\infty} = \text{const}$, сформулированная выше.

Рассмотрим один из возможных алгоритмов времени включения двигательной установки при переходе гиперболы на эллипс. Пусть номинально задано время движения от перицентра A до точки достижения расстояния B , равного величине параметра P .

Пусть движение происходит по одной из траекторий трубки с отклонением от номинальной траектории на Δb .

Фиксируем время на отклоненной траектории B' на расстоянии, равном OB' .

Определим точку A по времени движения t от точки B до точки A , т. е. будем считать, что время движения от точки B' до точки A' равно времени движения от точки B до точки A по номинальной траектории.

На рис. 3.37 представлена зависимость производной dt/db от q для различных энергий.

Угловое положение точки A от перицентра составляет не более $0^\circ,02$ при отклонениях $\Delta b = 100$ км, что составляет по времени полета менее 1 с.

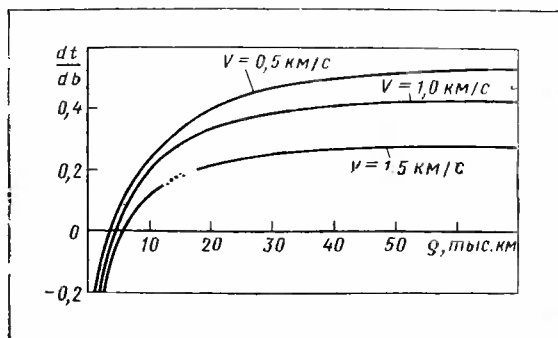


Рис. 3.37. Зависимость производной dt/db от q для различных энергий

Это обстоятельство дает основание выбрать за критерий начала, включая движения при переходе на эллипс у планеты, время, отсчитанное от фиксированного расстояния до планеты, равное времени движения от расстояния, равного величине параметра, до перицентра номинальной траектории.

Рассмотренное выше свойство пучка гиперболических траекторий, проходящих около планеты, позволяет организовать маневр таким образом, чтобы существенно сократить возможное отклонение из-за неточного знания пучка траекторий.

Схема маневра перехода с учетом возможных отклонений траекторий может быть представлена следующим образом.

а) На расстоянии q_B , равном параметру p_n номинальной траектории, фиксируется начало отсчета времени и возможно само направление на центр планеты. Двигатель включается через время t_n в точке, близкой к перицентру номинальной или отклоненной траектории.

б) Ориентация вектора тяги тормозного двигателя может осуществляться двумя путями: либо по направлению номинального вектора торможения, либо по направлению, фиксированному на $q_B = p_n$.

в) За время Δt до включения двигателя проводится альтиметрирование поверхности планеты и вводится поправка на скорость торможения:

$$\delta \Delta V_{\text{торм}} = k r_n,$$

где k — постоянная, определяемая из условия получения эллиптической орбиты, наиболее близкой к номинальной или наиболее удобной для последующих маневров (такой, в частности, является круговая орбита).

По результатам альтиметрирования может быть также введена поправка по направлению в плоскости орбиты тормозного импульса скорости.

Список литературы

1. Бажинов И. К. и др. Космическая навигация/И. К. Бажинов, В. И. Алешин, В. Н. Почукаев, В. С. Поляков. — М.: Машиностроение, 1975.— 352 с.
2. Баузе В. Р. и др. Траектории облета планеты с возвращением к Земле/ В. Р. Баузе, А. А. Дашков, В. Н. Кубасов. — Космич. исслед., 1968, т. VI, вып. 6, с. 803—811.
3. Белецкий В. В. Очерки о движении космических тел. — М.: Наука, 1972.— 360 с.
4. Беттин Р. Наведение в Космосе. — М.: Машиностроение, 1966,— 447 с.
5. Дашков А. А. Некоторые требования к системам коррекции межпланетных траекторий. — Космич. исслед., 1966, т. IV, вып. 5, с. 694—700.
6. Дашков А. А., Ивашкин В. В. Автономный метод ориентации. — Космич. исслед., 1968, т. VI, вып. 1, с. 13—20.
7. Дашков А. А., Ивашкин В. В. Об одном замечательном свойстве пучка гиперболических траекторий. — Космич. исслед., 1965, т. III, вып. 5, с. 684—686.
8. Дубошин Г. Н. Небесная механика, основные задачи и методы. — Физматгиз, 1963.— 588 с.
9. Дубошин Г. Н., Охоцимский Д. Е. Некоторые проблемы астродинамики и небесной механики. — Космич. исслед. — 1963, т. I, вып. 2, с. 195—208.
10. Егоров В. А. К вопросу о захвате в ограниченной круговой проблеме трех точек. — ИСЗ, 1959, вып. 3, с. 3—12.
11. Егоров В. А. О некоторых задачах динамики полета к Луне. — УФН, 1957, т. LXIII, вып. 1, с. 73—117.
12. Егоров В. А. Пространственная задача достижения Луны. — М.: Наука, 1965.— 224 с.
13. Жуковский Н. Е. Собр. соч. — М.: ГИТТЛ, 1948, т. I, с. 605—609.
14. Ивашкин В. В. Оптимизация космических маневров.— М.: Наука, 1975.— 392 с.
15. Казакова Р. А. и др. Исследование свойств энергетически оптимальных орбит полета к Юпитеру/Р. А. Казакова, В. Г. Киселев, А. К. Платонов. — Космич. исслед., 1968, т. VI, вып. 1, с. 3—12.
16. Кубасов В. Н. Коррекция межпланетных траекторий с помощью импульсов радиальной геллоцентрической скорости. — Космич. исслед., 1966, т. IV, вып. 5, с. 701—708.
17. Основы теории полета космических аппаратов/Под ред. Г. С. Нариманова и М. К. Тихонравова. — М.: Машиностроение, 1972.— 608 с.
18. Охоцимский Д. Е. Динамика космических полетов. — М.: изд. МГУ 1968.— 158 с.
19. Первые панорамы лунной поверхности. — М.: Наука, 1967, с. 24—42.
20. Платонов А. К. Исследование свойств корректирующих маневров межпланетных полетов. — Космич. исслед., 1966, т. IV, вып. 5, с. 670—693.
21. Платонов А. К. Исследование свойств коррекционных маневров в межпланетных полетах. — Изд. ИТМ и ВТ АН СССР, 1965.— 66 с.
22. Платонов А. К. и др. Оптимизация управления полетом космических аппаратов/А. К. Платонов, А. А. Дашков, В. Н. Кубасов. — В кн. Автоматическое управление космическими летательными аппаратами. М.: Наука, 1968, с. 74—82.
23. Соловьев Ц. В., Тарасов Е. В. Прогнозирование межпланетных полетов.— М.: Машиностроение, 1973.— 400 с.

24. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике./Под ред. Г. Н. Дубошина. — М.: 1976.— 862 с.
25. Стремгрэн Б., Стремгрэн Э. Астрономия. — М.: ОГИЗ, 1941.— 576 с.
26. Субботин М. Ф. Введение в теоретическую астрономию. — М.: Наука, 1968.— 800 с.
27. Сытин О. Г. Определение орбиты по известным значениям вектора скорости в два произвольных момента времени. — Космич. исслед., т. VI, вып. 1, 1968 — с. 21—30.
28. Черный В. И. Об изохронных производных. — ИСЗ, 1963, вып. 16, с. 226—237.
29. Эльясберг П. Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. — М.: Наука, 1965.— 540 с.
30. Эльясберг П. Е. Определение движения по результатам измерений. — М.: Наука, 1976.— 416 с.
31. Эльясберг П. Е. Определение орбиты по двум положениям. — ИСЗ, вып. 13, 1962, с. 3—22.
32. Энсеев Т. М. и др. Определение параметров орбиты искусственного спутника по данным наземных измерений/Т. М. Энсеев, А. К. Платонов, Р. К. Казакова. — ИСЗ, 1960, вып. 4, с. 43—55.
33. Эскобал П. Методы определения орбит. — М.: Мир, 1970.— 472 с.
34. Эскобал П. Методы астродинамики. — М.: Мир, 1971.— 342 с.
35. Platonov A. K., Dashkov A. A., Kubasov V. V. Optimisation of Space Vehicle Flight Control. — Presented at IFAC Symposium in Stavanger, Norway, June, 21—23, 1965.— 24 p.
36. Stumpff K. Himmelsmechanik. B. I, Berlin, Veb Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1959. — 508 S.
37. Stumpff K. Himmelsmechanik. B. II, Berlin, Veb Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1965. — 684 S.

Оглавление

	Стр.
Предисловие	3
Основные условные обозначения	5
Введение	7
1. Выбор траекторий межпланетных аппаратов	11
1.1. Системы координат, уравнения движения, элементы орбит	13
1.1.1. Основные системы координат	13
1.1.2. Уравнения движения космического аппарата	15
1.1.3. Интегралы в задаче двух тел. Кеплерово движение	16
1.1.4. Связь между элементами орбиты, координатами и компонентами скорости	21
1.2. Планетарий — модель Солнечной системы	24
1.2.1. Средние элементы орбиты планет	24
1.2.2. Сферы действия планет	26
1.3. Определение межпланетных траекторий	28
1.3.1. Классификация орбит	28
1.3.2. Периодичность интервалов полетов к планетам	30
1.3.3. Геометрические характеристики орбит	32
1.3.4. Теорема Ламберта о времени полета между двумя точками	34
1.3.5. Доказательство теоремы Ламберта по методу Н. Е. Жуковского	35
1.3.6. Анализ уравнения Ламберта и определение большой полуоси орбиты	41
1.3.7. Определение параметра, эксцентриситета и истинных аномалий	45
1.3.8. Определение составляющих вектора относительной скорости космического аппарата у планет. Изоэнергетические раковины	47
1.4. Выведение на межпланетные орбиты	55
1.4.1. Определение элементов геоцентрической орбиты при движении в сфере действия Земли (внутренняя задача)	55
1.4.2. Определение времени старта на промежуточную орбиту	60
1.4.3. Трассы полета и зоны видимости	61
1.4.4. Вход в сферы действия и движения вблизи планет	62
1.5. Движение по опорным орбитам	65
1.5.1. Выбор опорных траекторий полета к Венере и Марсу	66
1.5.2. Движение в сфере действия Земли	74
1.5.3. Движение на гелиоцентрическом участке полета	78
1.5.4. Характеристика движения космического аппарата у Венеры и Марса	85
1.6. Облет планеты с возвращением к Земле	90
1.7. Полеты к Юпитеру и использование пертурбационного эффекта	101
1.7.1. Энергетически оптимальные полеты к Юпитеру	101
1.7.2. Пертурбационные маневры у Юпитера	105
1.7.3. Полеты к Солнцу	108
1.8. Орбиты ожидания	111
1.8.1. Возмущенное движение спутников планет в нецентральной области тяготения	112
1.8.2. Орбиты ожидания у Земли	115
1.9. Наискорейшее возвращение	126
1.9.1. Постановка задачи о наискорейшем возвращении	126

	Стр.
II. Коррекция межпланетных траекторий	131
2.1. Общая теория коррекции	133
2.1.1. Постановка задачи о коррекции траектории	133
2.1.2. Классификация различных способов коррекции	136
2.1.3. Выбор корректируемых параметров	138
2.1.4. Определение области рассеивания в пространстве корректируемых параметров	140
2.1.5. Изохронные производные	142
2.1.6. Трехпараметрическая коррекция	143
2.1.7. Двухпараметрическая коррекция	146
2.1.8. Примеры однопараметрической коррекции	151
2.1.9. Связанные коррекции	154
2.2. Использование универсального «звездного» способа коррекции при полете к Венере и Марсу	157
2.2.1. Области рассеивания в пространстве корректируемых параметров	158
2.2.2. Определение корректирующего импульса скорости	159
2.2.3. Ошибки исполнения коррекции	163
2.2.4. Определение радиуса допустимой трубки траекторий	170
2.2.5. Требования к точности исполнения коррекции	171
2.2.6. Двухразовая коррекция траектории движения	180
2.3. Специальные способы коррекции	183
2.3.1. Коррекция с помощью импульсов радиальной гелиоцентрической скорости — солнечная коррекция	183
2.3.2. Другие способы специальной коррекции	192
2.3.3. Солнечная и ортогональная коррекции при полетах к Венере и Марсу	195
2.4. Анализ эффективности различных способов коррекции при полете к Венере и Марсу	202
2.4.1. Основные результаты по анализу различных комбинаций коррекции	202
2.4.2. Оценка суммарного запаса топлива для проведения коррекции	204
2.4.3. Практические выводы по использованию различных способов коррекции	208
III. Автономная навигация и автономная ориентация	209
3.1. Автономная навигация и коррекция межпланетных траекторий	211
3.1.1. Метод оценки точности прогноза траектории по автономным измерениям	211
3.1.2. Некоторые вопросы выбора звезд и планет для автономной навигации	219
3.1.3. Автономная навигация на приземном участке (движение КА до первой коррекции)	226
3.1.4. Автономная навигация на межпланетном участке	232
3.1.5. Автономная навигация на примарсианском участке	235
3.1.6. Методика расчета автономного прогнозирования и коррекций	236
3.1.7. Результаты расчета коррекции на основе автономного прогноза	239
3.2. Автономная ориентация и маневры у планет	247
3.2.1. Автономное определение вектора скорости	249
3.2.2. Замечательное свойство пучка гиперболических траекторий	250
3.2.3. Выбор метода ориентации оси двигателя перед торможением	253
3.2.4. Развитие метода автономного определения направления вектора скорости	256
3.2.5. Свойство времени полета до перицентра по траектории пучка	261
Список литературы	263

ИБ № 978

Валерий Николаевич Кубасов
Александр Алексеевич Дашков

МЕЖПЛАНЕТНЫЕ ПОЛЕТЫ

Редактор Ф. Г. Тубянская
Художественный редактор В. В. Лебедев
Технический редактор Т. С. Старых
Корректор В. А. Воробьева
Переплет художника В. М. Аладьева
Рисунки выполнены графиком-иллюстратором
Г. А. Алексеевым

Сдано в набор 02.06.79	Подписано в печать 27.09.79	T-16847
Формат 60×90 ¹ / ₁₆	Бумага типографская № 1	
Гарнитура литературная	Печать высокая	
Усл. печ. л. 17,0	Уч.-изд. л. 17,15	
Тираж 2000 экз.	Заказ 2619	Цена 2 р. 90 к.

Издательство «Машиностроение», 107885, Москва ГСП-6,
1-й Басманный пер., 3

Московская типография № 8 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли,
Хохловский пер., 7.

